



Modelo preliminar de ondulaciones geoidales a escala provincial (Santiago del Estero)

Goldar, E⁽¹⁾; Gerez, G⁽²⁾; Sandez, D⁽³⁾; Gutiérrez, C⁽⁴⁾; Paste, J⁽⁵⁾

(1, 2, 3, 4, y 5) Facultad de ciencias exactas y tecnologías, Universidad Nacional de Santiago del Estero, Av. Belgrano (s) N°1912.

(1) Dr. en Agrimensura, 0385 156880625, jegoldar@unse.edu.ar.

(2) Estudiante de Ing. en Agrimensura, 0385 154848747, gongerez@gmail.com.

(3) Ingeniero agrimensor, 0385 156881986, ing.das.2012@gmail.com.

(4) Ingeniero agrimensor, 0385 156884934, agcarlos69@yahoo.com.ar

(5) Mg. en Ingeniería ambiental, 0385 154169452, paste@unse.edu.ar.

RESUMEN

Desde el año 2005 se viene trabajando, en nuestra Universidad, en pos del objetivo final de obtener un modelo de transformación de alturas para la provincia de Santiago del Estero. La generación de estos modelos, se remitió hasta el momento a la interpolación de valores discretos de puntos de los que se conoce ambas alturas, altura s.n.m.m. y altura elipsoidal.

La calidad de un modelo de ondulaciones depende de la precisión lograda en la obtención de las alturas; de la densidad y distribución geográfica de los puntos y de la calidad de la interpolación. Hasta el momento llevamos medidos 111 puntos y es una variable que siempre está condicionada a la ubicación de puntos pertenecientes a la Red Nacional Altimétrica de Nivelación.

Finalmente se analizó la variación de la precisión de un modelo de ondulaciones, según el método de interpolación. Se estudiaron diferentes modelos de ondulaciones producto de la interpolación de 50 y 111 puntos con distintos métodos y distintas variantes de los mismos. La calidad de cada modelo fue evaluado mediante uno o dos procedimientos de validación, según el caso. La comparación de los estadísticos que arroja cada proceso de validación, nos determina la precisión de cada modelo estudiado.

PALABRAS CLAVE: ondulación geoidal; GPS; alturas; interpolación

INTRODUCCIÓN

A partir del año 2005 con la formulación del proyecto de investigación: *Determinación de las Ondulaciones del Geoide para la provincia de Santiago del Estero*, se comenzó a trabajar en la Universidad Nacional de Santiago del Estero, en la temática del modelado del geoide; donde se generaron las bases para la obtención de los datos necesarios. Luego en el año 2009, en consonancia con la misma línea de investigación, las actividades del proyecto: *Modelos de Geoide para la Provincia de Santiago del Estero* sirvieron para continuar recabando datos. Y que se prolongó a partir del año 2013, con el Proyecto: *Optimización del modelado y cálculo del geoide para la provincia de Santiago del Estero*. Estos proyectos fueron aprobados y financiados por el Consejo de Investigaciones Científicas y Tecnológicas de la Universidad Nacional de Santiago del Estero (CICyT-UNSE).

En la actualidad, y en vista de los resultados obtenidos a través de las distintas pruebas y ensayos de cálculo en la obtención de los modelos, se trabaja en las variables planteadas que sean asequibles de mejora.



OBJETIVOS

La finalidad de este trabajo es mostrar los avances obtenidos en los últimos años en pos del objetivo final de obtener un modelo de transformación de alturas para la provincia de Santiago del Estero, tal que, a partir de la información conocida sea factible interpolar un valor de N en cualquier lugar de la provincia. Luego, solo con determinar una altura elipsoidal h mediante posicionamiento satelital, podrá calcularse, con la ecuación (1) (Huerta et. al., 2005), la altura s.n.m.m.

$$H = h - N \quad (1)$$

Esto permitiría usar la altimetría satelital, entre otros fines, para proyectos de obras civiles, siempre dentro de la precisión requeridas para estas tareas.

Para la generación de estos modelos, se remite a la interpolación de valores discretos de puntos de los que se conoce ambas alturas, cota (altura s.n.m.m.) y altura elipsoidal, y así se han ubicado puntos, ya sea dentro del territorio provincial y en provincias limítrofes, de los cuales se conocía alguna de las dos alturas y se les determinó la otra, en función de la ubicación y practicidad de las tareas.

METODOLOGÍA

En lo referente a la obtención de puntos de doble altura, consideramos en primer lugar la alternativa más accesible, tratar de ubicar los puntos fijos (PF) pertenecientes a las diferentes líneas de la Red Altimétrica de precisión, medidas oportunamente por el hoy IGN, dentro del territorio provincial. Paralelamente, se utilizó también, nivelaciones de precisión realizadas con distintos fines y vinculadas a los PF del IGN.

La otra alternativa, para el caso de Santiago del Estero, era proveer de altura s.n.m.m. a los puntos pertenecientes a la Red GPS de Referencia Cartográfica y Catastral de la provincia (Yanicelli et. al., 1998). Dicha red, que en un sentido estricto, es una malla de polígonos, consta de un total de 55 vértices repartidos en todo el territorio, a una distancia promedio de 50 km entre ellos. La misma está vinculada, a través de 7 puntos comunes, a POSGAR '94, marco de referencia oficial de la época, dado que fue diseñada y ejecutada en el año 1997 por el Departamento de Agrimensura de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías de la UNSE, en el marco de un convenio con la Dirección General de Catastro (DGC) de la provincia.

Para la generación de los modelos, los datos utilizados se recopilaron sistemáticamente a lo largo del tiempo, en el desarrollo de los proyectos de investigación antes mencionados, llegándose a la fecha a 111 puntos distribuidos de la siguiente manera:

PUNTOS CON ALTURAS SOBRE EL NIVEL MEDIO DEL MAR

Los puntos de cota conocida que se pudieron ubicar pueden clasificarse en tres grupos. En primer lugar los nodales de la red nacional de primer orden. En este caso, se ubicaron los ocho que se encuentran dentro del territorio provincial, más cuatro de los ubicados en provincias vecinas que se encuentran cercanos a los límites de Santiago del Estero, como ser el de San Miguel de Tucumán, San Antonio de La Paz en Catamarca, Joaquín V.

González en Salta y Taco Pozo en la provincia de Chaco. En total son doce nodales cuyos detalles de ubicación se resumen en la tabla 1.

Tabla 1.- Nodales

Nodal	Ubicación	Norte	Este	Alturas.n.m. m.	Altura elipsoidal
198	San Miguel de Tucumán	7030964,74	4281956,07	423,960	453,330
171	San Antonio de La Paz	6798381,39	4295513,11	269,010	295,990
184	Santiago del Estero	6926835,70	4376326,78	183,930	209,400
195	Quimili	6942733,78	4557505,19	133,449	158,023
178	Hoyon	6833334,63	4406196,89	117,265	143,696
203	Rapelli	7080665,50	4350005,27	398,405	426,485
212	Joaquín V. Gonzalez	7222447,27	4386602,81	376,949	405,290
183	San Pedro de Guasayan	6906650,63	4286821,66	377,401	405,441
179	Colonia Dora	6836607,81	4504709,69	104,659	131,657
206	Monte Quemado	7146863,59	4516987,50	219,938	246,257
200	Campo Gallo	7060395,34	4515211,61	189,006	212,517
209	Taco Pozo	7167730,56	4473383,91	256,572	282,854

El segundo grupo corresponde a los puntos fijos de las distintas líneas de nivelación del IGN que atraviesan el territorio provincial. Estos puntos fueron buscados, identificados y georreferenciados, como parte de las actividades de los proyectos de investigación arriba mencionados. Estos puntos fueron los más difíciles de ubicar, ya que sus monumentaciones datan de los años 60 y 70, siguiendo caminos y rutas que ya no existen o que han cambiado sustancialmente su traza. Por esta razón muchos de estos puntos fueron removidos durante las tareas de ensanchamiento y/o asfaltado, o bien quedaron ocultos por el monte en lugares donde los caminos cambiaron de traza o quedaron en desuso, siendo una tarea muchas veces infructuosa tratar de ubicar su posición, aun con el empleo de toda la tecnología satelital actual, con excepción de algunos ubicados dentro de las ciudades. Estos puntos totalizan once y en la tabla 2 se presentan las referencias de los mismos.

Los receptores GPS utilizados para la georreferenciación de los puntos fueron:

- receptor Thales Navigation modelo Mobile Mapper que se utiliza como base (estación de referencia). El equipo se completa con un receptor Astech ProMark II que se utiliza de rotador. Este equipo tiene una precisión nominal en altura de 20 mm + 2 ppm.
- receptores GPS Trimble modelo R6, geodésicos de doble frecuencia y con una precisión nominal para levantamientos GNSS, en vertical, de 3,5mm + 0,4 ppm.

Los periodos de observación fueron de 40 minutos hasta 2 horas para el caso de los nodales.

En el tercer grupo están las líneas de nivelación geométrica de precisión vinculadas a puntos de la red nacional, las cuales fueron realizadas con algún objetivo particular, dentro o fuera de los proyectos de investigación mencionados. Así, en la tabla 3, se presentan los 26 PF de una línea de 25 km de longitud nivelada en el año 2000, en simultáneo con las mediciones para el Sistema de Referencia Geocéntrico para América del Sur, de aquella época, hoy para las Américas (SIRGAS), con el objeto de dotar de cota al punto RBLS, perteneciente a dicha red y punto en común con POSGAR. Esta línea partió y cerró en el Nodal 184 detallado en la tabla 1 y fue la base del primer estudio de ondulaciones geoidales en la provincia de Santiago del Estero.

Tabla 2.- Puntos fijos ubicados de Líneas de Nivelación IGN

PF / Línea	Norte	Este	Altura s.n.m.m.	Altura elipsoidal
14 / 141-A	6939906,31	4364172,15	213,528	239,189
15 / 141-A	6936847,84	4366801,64	211,155	236,745
16 / 141-A	6933743,69	4369250,30	201,354	226,817
17 / 141-A	6930551,13	4371661,88	197,437	222,818
1 / N183	6924972,03	4373745,05	186,488	211,718
1 / N182	6924467,98	4376787,97	183,094	207,922
12 / N182	6892204,98	4380596,13	163,653	188,230
20 / N182	6869509,44	4384280,15	138,292	162,824
31 / N303	6910215,12	4457745,78	132,210	156,029
1 / N323	7062389,74	4514079,04	189,887	212,818
7 / N198	6942360,24	4383001,25	180,094	205,244

Tabla 3.- Puntos fijos vinculación RBLs-Nodal 184

Punto	Norte	Este	Altura s.n.m.m.	Altura elipsoidal
RBLs	6912791,12	4389816,75	168.210	193.270
487	6912965,14	4389911,06	168.180	192.990
488	6913240,26	4389696,55	168.660	193.260
489	6913646,38	4389338,84	168.820	193.910
490	6914683,17	4388527,72	170.700	195.760
491	6915516,56	4388255,91	171.040	196.120
492	6916484,96	4387912,62	171.760	196.870
493	6916737,30	4387787,23	171.920	196.840
494	6917674,42	4387645,23	172.510	198.090
495	6918999,08	4387035,38	173.440	198.590
496	6919845,00	4386354,79	173.740	199.010
497	6920908,42	4385595,81	175.540	200.770
498	6921959,69	4384871,56	176.400	202.140
499	6922599,67	4384470,31	177.230	202.830
500	6923112,03	4384153,95	177.950	203.570
501	6924040,30	4383579,29	179.800	204.570
502	6924913,23	4382749,70	180.160	205.860
503	6926204,21	4381419,33	182.370	207.430
504	6927588,95	4380302,77	183.270	208.710
505	6927987,74	4379792,93	183.530	208.670
506	6928329,38	4379091,52	183.430	208.960
507	6928691,14	4378349,34	184.170	210.090
Miski	6928613,75	4377458,23	184.380	209.750
Curva	6928753,97	4377183,62	183.920	209.330
puente	6928061,11	4376591,28	187.070	212.280
Aguirre	6927261,33	4376751,94	186.640	211.800

Por su parte, en la tabla 4 se presentan los 17 puntos de una línea desarrollada en el marco del proyecto de ondulaciones en el año 2007, arrancando y cerrando en el PF N°1 de la línea N182, perteneciente a la red nacional de nivelación de primer orden del IGN.

Para el caso de la vinculación a puntos de alturas sobre el nivel medio del mar conocidos se utilizó el siguiente instrumental:

- nivel automático Zeiss Ni2 con equipo complementario de placas plano-paralelas (PPP). Este dispositivo permite una lectura directa al mm y apreciación de 0,1 mm, con miras estándar de escala centimétrica.
- nivel digital TrimbleDiNi, con una precisión nominal de 0,7 mm/km para miras estándar con escala codificada.

La técnica operativa fue la de medición en itinerarios de nivelación en ida y vuelta. Así

mismo en la figura 1 se muestra la ubicación relativa de los puntos descritos en las tablas 3 y 4, sobre un corte de imagen de Google Earth.

Tabla 4.- Puntos fijos nivelación proyecto ondulaciones geoidales

Punto	Norte	Este	Altura s.n.m.m.	Altura elipsoidal
PF 2	6924128,93	4376955,44	182,607	207,281
PF 3	6923015,82	4377146,45	181,400	206,083
PF 4	6923162,68	4377637,64	181,459	206,127
PF 5	6923271,90	4378127,66	181,104	205,782
PF 6	6922525,64	4378282,00	180,805	205,476
PF 7	6921768,27	4378426,81	179,846	204,954
PF 8	6920297,84	4378831,41	179,101	204,052
PF 9	6919247,56	4379387,71	177,040	201,939
PF 10	6917995,54	4379904,30	176,813	201,610
PF 11	6917058,22	4380270,91	176,511	201,347
PF 12	6915921,76	4381002,12	175,956	200,780
PF 13	6915364,99	4381521,87	174,836	199,634
PF 14	6914622,91	4382040,57	173,512	198,284
PF 15	6913768,75	4382188,38	172,699	197,600
PF 16	6912563,46	4382066,50	171,459	196,282
PF 17	6911563,54	4382245,64	169,730	194,524
PF 18	6910674,74	4382486,56	169,355	194,601

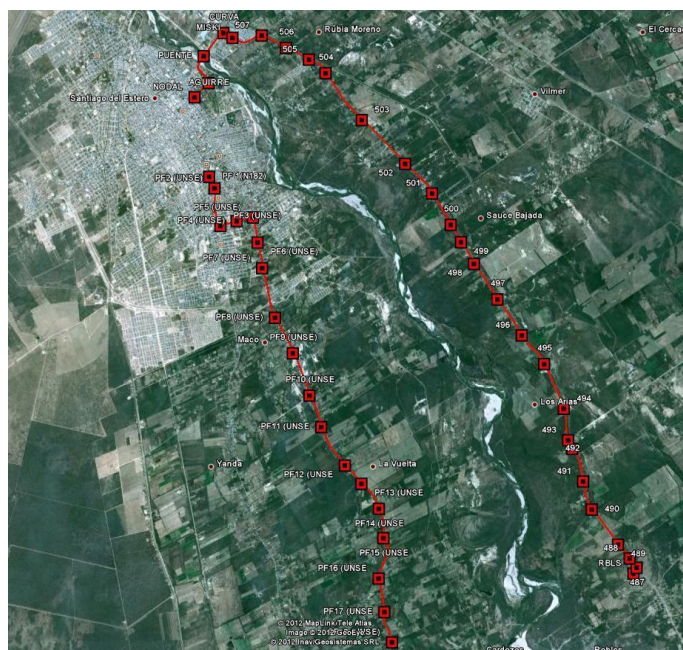


Figura 1.- Ubicación sobre imagen Google Earth de puntos fijos de tablas 3 y 4.

En la tabla 5 se presentan 29 PF seleccionados de una red de nivelación local, materializados por marcas colocadas en las obras de arte de canales de riego y de drenaje, con una distancia entre puntos que no supera los 2 km, conformando tres itinerarios de unos 17 km (ver figura 2). Los puntos de cada línea se identifican según sean del canal Norte (CN), canal de La Cuarteada (CC) o canal de drenaje (CD). En cada una de estas líneas se realizó una nivelación geométrica de precisión, conformando itinerarios cerrados de puntos

que se encuentran vinculados al PF N°7 de la Línea N198, de la red de primer orden. Esta red se utilizó para el desarrollo de un modelo local de ondulaciones en la zona Banda-Clodomira.

Para este caso se trabajó con un nivel automático Wild NAK1 de 1 cm de lectura directa y apreciación de 1 mm, con miras estándar de escala centimétrica.

Tabla 5.- Puntos fijos de canales

Punto	Norte	Este	Altura s.n.m.m.	Altura elipsoidal
CC 3	6939215,18	4374636,79	186,126	212,840
CC 4	6940307,49	4375540,06	185,262	211,939
CC 6	6941147,69	4376291,96	184,576	211,271
CC 7	6943117,96	4377704,15	181,422	208,026
CC 9	6944911,40	4380400,07	179,951	206,505
CC 10	6946085,82	4382051,67	179,384	206,087
CC 11	6947446,83	4383895,98	177,178	203,835
CC17 = CD11	6949767,28	4387360,90	175,193	201,783
CN 1	6936533,52	4373029,56	192,558	219,268
CN 3	6936802,99	4373088,26	191,272	218,016
CN 6	6938221,37	4369545,53	190,770	217,489
CN 8	6939155,98	4372670,88	189,349	216,103
CN 10	6940198,37	4372530,58	190,105	216,886
CN 11	6940848,57	4372646,17	189,987	216,815
CN 13	6942933,26	4372997,72	189,223	216,064
CN 15	6944338,34	4373262,77	187,465	214,369
CN 16	6945690,03	4373141,20	187,345	214,144
CN 18	6946542,12	4373150,76	186,489	213,345
CN 20	6947686,03	4373471,86	186,073	212,974
CD 1	6937418,82	4379090,52	184,134	210,754
CD 2	6939673,49	4380811,02	180,138	206,962
CD 3	6941590,26	4382193,31	179,370	206,144
CD 4	6941956,42	4382479,45	179,112	205,836
CD 5	6943114,10	4383439,70	178,176	204,981
CD 6	6944161,40	4384239,98	177,386	204,183
CD 7	6945280,70	4385085,59	176,518	202,684
CD 8	6947200,54	4386548,58	175,867	202,107
CD 9	6948741,76	4387724,84	175,379	201,737
CD 10	6949255,36	4387477,16	174,925	201,345

Finalmente, en la tabla 6 se presenta el detalle de los 5 puntos, que pudieron ubicarse, y que forman parte de una red de nivelación, medida por la Universidad Nacional del Litoral, para el acueducto Santa Fe-Santiago del Estero.

Tabla 6.- Puntos fijos acueducto Santa Fe-Santiago del Estero

Punto	Norte	Este	Altura s.n.m.m.	Altura elipsoidal
CD-TO06	6845128,02	4526116,16	103,966	133,240
CD-TO09	6835275,48	4536893,87	101,720	130,971
CD-TO11	6828734,00	4544343,60	99,603	129,075
CD-TO04	6850950,46	4517867,86	105,913	133,007
AN-VM01	6853116,41	4517855,66	106,497	133,603

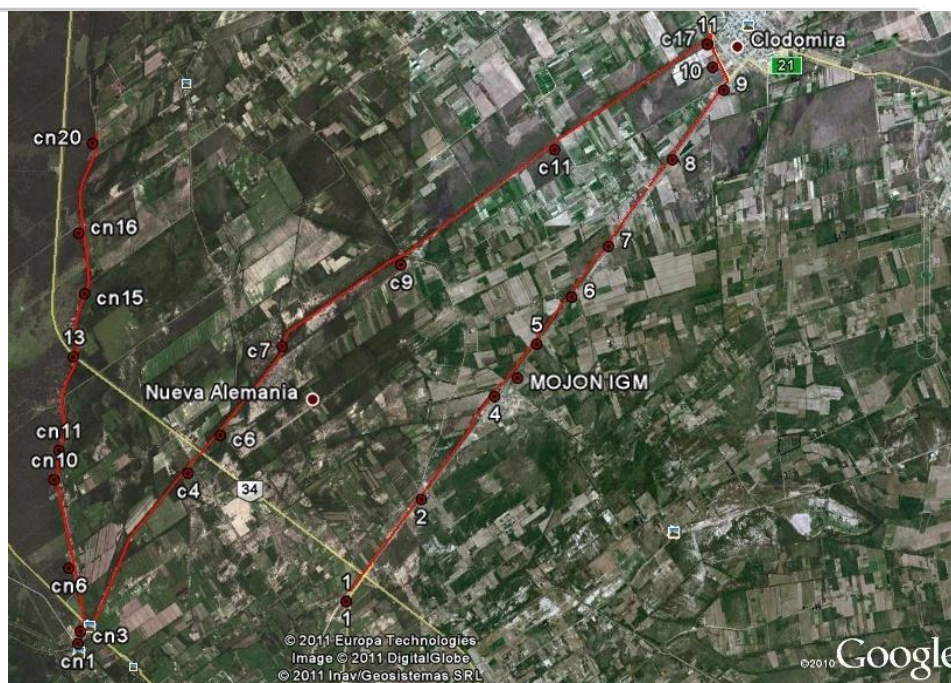


Figura 2.- Ubicación sobre imagen Google Earth de puntos fijos de tabla 5.

PUNTOS CON ALTURAS ELIPSOIDALES

Para el caso de puntos de altura conocida sobre el elipsoide de referencia, si bien se contaba con los 55 puntos de la red de referencia enunciada, resultó sumamente difícil ubicar puntos fijos de la red nacional de nivelación, cercanos a los mismos, a fin de realizar la vinculación altimétrica correspondiente.

Habiendo establecido un rango máximo de búsqueda de 10 km, solamente se pudieron vincular 7 puntos de la red de referencia cartográfica catastral de la provincia, los cuales se detallan en la tabla 7, indicando, en cada caso el PF de vinculación. Cabe señalar que la red catastral está vinculada a POSGAR 94 y el punto EDBO es común con dicha red. Por ello, las coordenadas de estos puntos fueron transformadas a POSGAR 07, utilizando los parámetros propuestos por Rodríguez (2012).

Tabla 7.-Puntos de la red catastral vinculados a PF IGN

Punto	Norte	Este	Altura elipsoidal	Punto de cota	Altura s.n.m.m.
1 - SAMP	6906958,44	4287433,11	404,634	Nodal 183	375,472
4 - CAPI	6928261,00	4367278,23	236,933	PF N°17 línea 141-A	210,770
7 - LORE	6870721,30	4384072,10	164,753	PF N°20 línea N182	139,089
12 - SUNC	6910068,60	4458192,28	156,716	PF N° 31 línea N303	131,977
49 - ESPE	7106099,24	4375735,50	359,466	PF N° 43 línea N212	330,056
32 - QUIM	6942030,87	4557426,02	158,931	Nodal 195	133,898
52 - EDBO	7122419,84	4393813,50	340,072	EDBO	311,351

Finalmente, en la figura 3 se presenta un corte de imagen con la ubicación de los 111 puntos que se utilizaron en los ensayos. Los puntos provenientes de la Red Nacional de nivelación se destacan en color rojo, los nodales con un cuadrado y los PF con círculos. Los puntos de las nivelaciones efectuadas por la UNSE, tablas 3 y 4 (figura 1), se representan con círculos verdes. Por su parte los puntos de la red catastral vinculados a PF del IGN se representan en triángulos blancos. Los cuatro puntos destacados con un cuadrado azul, se detallan en la tabla 8 y corresponden a vértices cercanos a los límites de la provincia, pertenecientes a la red POSGAR 07 (marco de referencia actual de la Argentina) y que figuran con cota disponible. Estas alturas, así como todas las cotas de nodales y PF fueron aportes del IGN. En círculos azules se representan los puntos fijos de los canales (tabla 5 y figura 2) y en círculos blancos los PF del acueducto Santa Fe-Santiago del Estero, presentados en la tabla 6.

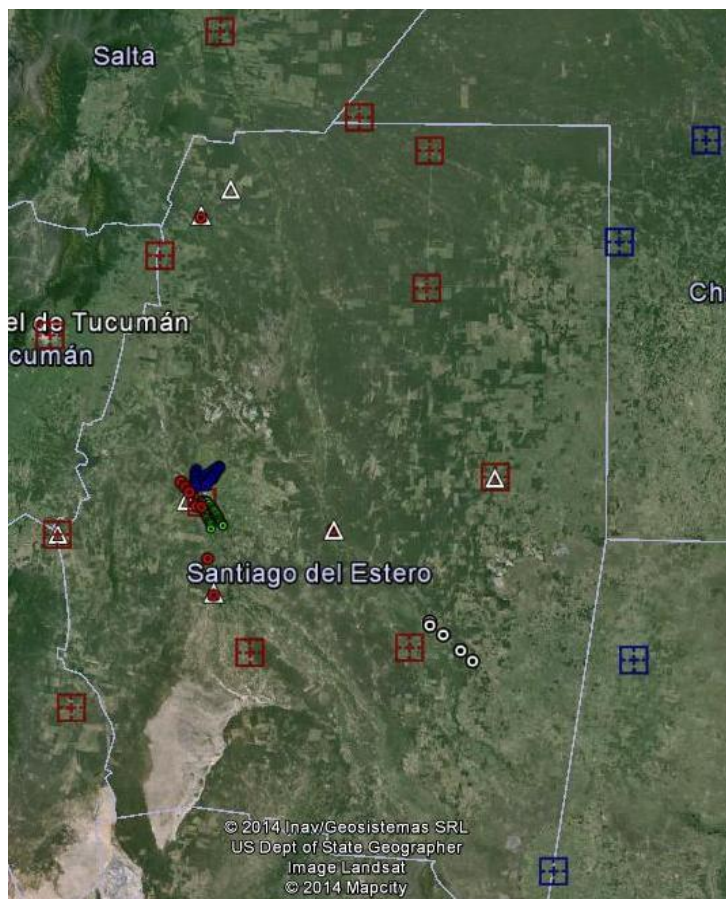


Figura 3.- Vista general sobre imagen Google Earth de la ubicación relativa del total de puntos fijos generadores de los modelos.

Tabla 8.- Puntos de la red POSGAR 07 con cota disponible

Punto	Norte	Este	Altura elipsoidal	Altura s.n.m.m.
RMTO	7089906,76	4634841,88	168,699	144,520
KM.40	7154777,00	4689764,21	153,107	129,440
CRES	6696037,28	4594571,19	111,160	88,973
MINE	6828634,74	4643833,09	94,522	72,443



CALIDAD DE LOS MODELOS

La calidad de un modelo de ondulaciones, expresada por su precisión, para una determinada zona de estudio, depende de las siguientes variables:

- a) la precisión lograda en la obtención de las alturas que intervienen en el cálculo de la ondulación puntual;
- b) la densidad y distribución geográfica de los puntos con ondulación conocida; y
- c) la calidad de la interpolación.

Así teníamos que, con la tecnología disponible en la actualidad, no existen problemas para alcanzar excelentes precisiones en las determinaciones altimétricas. Por su parte, y por las razones expuestas existen, en la provincia de Santiago del Estero, muchas limitaciones e inconvenientes para realizar una densificación adecuada de puntos a los cuales puedan determinarse ambas alturas. En definitiva, para regiones con estas limitaciones, cualquier mejora en el proceso de interpolación aumentará la precisión del modelo generado (Goldar, 2015).

CALIDAD DE LA INTERPOLACION

Para determinar la calidad de interpolación se llevaron a cabo diferentes ensayos entre los años 2013 y 2015 donde se busco establecer el o los métodos óptimos y las mejores combinaciones de parámetros de interpolación dentro de cada método.

De esta manera en las distintas pruebas realizadas se seleccionaron los métodos factibles de utilizar en la interpolación de ondulaciones geoidales; luego se fueron determinando los diferentes parámetros de cálculo aplicables, para ensayar en variantes dentro de cada método de interpolación seleccionado.

Paralelamente, dentro de los ensayos realizados con los métodos, se probaron dos metodologías para la validación de los resultados de cada interpolación realizada, definiéndose, en cada caso, los estadísticos representativos de los resultados producidos por cada ensayo, a fin de comparar e interpretar los mismos.

Cabe señalar que todas los ensayos se desarrollaron con el software SURFER® 10 de Golden Software, Inc.

Así, los métodos de interpolación con los cuales se llevaron a cabo las diferentes pruebas, fueron: *Vecino más Cercano*, *Vecino Natural*, *Triangulación con Interpolación Lineal*, *Análisis de Superficies de Tendencias*, *Mínima Curvatura*, *Promedios Ponderados por Inversa de la Distancia*, *Shepard Modificado*, *Kriging*, *Funciones de Base Radial*, *Polinomio Local* y *Medias Móviles*; dado que, con las restricciones y particularidades de cada uno, en principio pueden emplearse para la interpolación de ondulaciones.

A medida que se contaba con mayor cantidad de puntos con doble altura para la generación del modelo provincial, es decir que se conoce su ondulación geoidal, se fueron ensayando los métodos y variantes. En primera instancia se ensayó con 50 puntos y en este caso para la validación de los modelos se utilizó el enfoque "tabla de aprendizaje y tabla de prueba". Esta técnica separa del conjunto total de datos de observación, un grupo de datos de prueba o control (20% del conjunto total), produciendo una única iteración con los datos de entrenamiento y comparando los valores predichos por el modelo, para los datos de prueba, con los valores observados de dichos datos. Es decir que los valores de ondulación calculados por el modelo se comparan con los valores ya medidos oportunamente y la magnitud de las diferencias nos da una idea de la bondad de la interpolación.

En nuestro caso para un conjunto de datos de 50 puntos utilizamos 10 puntos de control (PC), uno es Punto Fijo de la Línea n323 de la Red Nacional de Nivelación (tabla 2), otro

pertenece a la Red Catastral (tabla 7), 6 PC corresponden a un modelo regional de planicie en Santiago del Estero (Goldar et. al., 2007) y los 2 PC restantes fueron tomados de un modelo local de ondulaciones (Goldar et. al., 2011).

A partir del año 2014, cuando ya contamos con 111 puntos distribuidos en casi todo el territorio provincial, se realizaron los ensayos finales para el modelo preliminar a escala provincial. Para ello, teniendo en cuenta la ubicación y distribución de los datos con los que se cotaba, se definió una separación que involucre 132 líneas en la dirección X y 102 líneas en la dirección Y, con lo cual resulta un espaciamiento entre líneas de 4016 m en X y 4038 m en Y, es decir una cuadrícula de grillado de unos 4 km de lado aproximadamente.

En total se ensayaron 161 variantes de los distintos métodos tal se resume en la Tabla 9.

Tabla 9.- Resumen de Métodos y Variantes

Orden	Método	Cantidad de Variantes	Parámetros
1	Medias Móviles	5	-Número mínimo de puntos -Radio 1 elipse de búsqueda (m) -Radio 2 elipse de búsqueda (m) -Angulo respecto al eje X de la elipse de búsqueda
2	Análisis de Superficies de Tendencias.	4	-Superficie de Regresión -Orden máximo en X -Orden máximo en Y -Orden máximo total
3	Polinomio Local	15	-Orden de Polinomio -Potencia -Radio 1 elipse de búsqueda (m) -Radio 2 elipse de búsqueda (m) -Angulo respecto al eje X de la elipse de búsqueda
4	Vecino más Cercano	5	-Radio 1 elipse de búsqueda (m) -Radio 2 elipse de búsqueda (m) -Angulo respecto al eje X de la elipse de búsqueda
5	Mínima Curvatura	32	-Residual máximo (m) -Iteración máxima -Factor de relajación -Tensión interna -Tensión límite
6	Triangulación con Interpolación Lineal	5	-Razón de anisotropía -Dirección de anisotropía
7	Vecino Natural	5	-Razón de anisotropía -Dirección de anisotropía
8	Promedios Ponderados por Inversa de la Distancia	15	-Potencia de ponderación -Factor de suavizado -Razón de anisotropía -Dirección de anisotropía
9	Kriging	45	-Semivariograma teórico -Parámetros óptimos de semivariograma -Razón de anisotropía -Dirección de anisotropía
10	Funciones de Base Radial	25	-Función de base -Factor de alisamiento R^2 -Razón de anisotropía -Dirección de anisotropía
11	Shepard Modificado	5	-Factor de suavizado -Vecindad local -Vecinos de ponderación -Radio 1 elipse de búsqueda -Radio 2 elipse de búsqueda -Angulo respecto al eje X de la elipse de búsqueda

Como puede observarse en la tabla 9, en la columna de parámetros intervienen los radios de la elipse de búsqueda, este valor se lo definió como la mitad del mayor distanciamiento entre puntos de datos vecinos. Con ello, se garantiza que al menos un punto caiga dentro de la elipse de búsqueda en todos los casos, condición que es indispensable al menos en el método de Vecino más Cercano. Para el conjunto de datos utilizados en nuestro trabajo, DM resultó de 70 km.

Un mayor detalle de los análisis para la selección de métodos y parámetros de cálculo, así como la comparación de los modelos obtenidos, puede verse en Optimización del proceso de interpolación en modelos de ondulaciones de la superficie geoidal para Santiago del Estero (Goldar, 2015).

Finalmente los modelos obtenidos fueron validados mediante validación cruzada dejando uno fuera, LOOCV por su acrónimo en inglés (leave one out cross validation), dado que este presenta la ventaja de que la estimación del error es mucho más estable, sin la tendencia a la sobrestimación del enfoque tabla de aprendizaje y tabla de prueba (Rodríguez, 2014).

El proceso de la validación de los diferentes métodos y sus respectivas variantes de cálculo, se llevó a cabo con el procedimiento de validación cruzada que ofrece el software Surfer10, con el que se desarrollaron las pruebas. Del reporte de validación cruzada, que muestra todos los estadísticos que arroja dicho proceso, se seleccionó los más representativos de los resultados e indicadores de la calidad del modelo evaluado:

1. errores estándar de la estimación de la variable modelada Z (ondulación geoidal en este caso) con su correspondiente coeficiente de variación u oscilación y
2. errores estándar de los residuales de la estimación.

Por ello, estos estadísticos, en el orden enunciado, se emplearon para evaluar y determinar los mejores métodos y sus respectivas variantes óptimas de cálculo.

RESULTADOS

Los resultados alcanzados al momento, nos permitieron lograr dos grandes objetivos planteados al comenzar las investigaciones del comportamiento de la ondulación del geoide en nuestra provincia.

1. contar con modelos de ondulaciones geoidales para la provincia de Santiago del Estero, obtenidos a partir de una cuadrícula de al menos 5 km de lado, como base para la generación del modelo de geoide a escala provincial.
2. Analizar y optimizar los procesos de interpolación de ondulaciones del geoide, como un elemento fundamental para mejorar la calidad de los modelos obtenidos a partir de valores puntuales de ondulación.

En la tabla 10 se presentan los métodos óptimos, los susceptibles de utilizarse en un segundo y tercer nivel y los descartados para interpolación de ondulaciones de la superficie geoidal; en base a la comparación de los 161 modelos analizados, generados con los diferentes métodos y variantes enunciados en la tabla 9.

Tabla 10.- Resumen de los Métodos óptimos para interpolación de ondulaciones

Resultado	Métodos	Parámetros	Errores	
			Error Estándar (cm)	Coefficiente de Variación (%)
Optimo de 1 ^{er} Nivel	Triangulación con Interpolación Lineal	Anisotropía Razón 1 Dirección 0°	11,7	4,6
	Vecino Natural	Anisotropía Razón 1 Dirección 0°	5	4,5
	Mínima Curvatura	Res. máx. 0,010 / 0,007 Iter. máx. 13464 / 26928 Fac. relaj. 1 / 0,5 Tension: Int.0,5 lím.0,5	< 5	4,7 a 4,8
Optimo de 2 ^{do} Nivel	Promedios Ponderados por Inversa de la Distancia.	Pot. pond.1 / 2 / 3 fac. suav.0 Anisotropía Razón 1 Dirección 0°	5	5
	Vecino más Cercano	R1=R2=DM ángulo 0°	12	5
	Medias Móviles	N° mínimo de puntos=1 R1=R2= DM ángulo 0°	10	4
	Kriging	Semivariog. Lineal / Esférico / Cuadrático / Pentaesferico Anisotropía Razón 1 Dirección 0°	10 a 12	< 5
Optimo de 3 ^{er} Nivel	Polinomio Local	Orden Pol. 1 / 2 Potencia 2 R1=R2=DM ángulo 0°	10	< 4
Descartados	Análisis de Superficies de Tendencias (regresión Polinómica)	Sup. Plana simple / Montura bilineal / Cuadrática / Cubica X=1 / 2 / 3 Y=1 / 2 / 3 Tot.=1 / 2 / 3	4,5 a 9,3	18 a 38
	Shepard Modificado	Fac. Suav. 0 Vec. Loc. 13 Vec. Pon. 19 R1= R2= DM / R1=DM yR2=1/2DM ángulo 0° /45° / 90° / 135°	> 30	12,2 a 14,6
	Funciones de Base Radial	Función Multilog. / Inv. Multicua / spline cub. Nat. / spline pl. delg./ Multicuatrica Anisotropía Razón 1 / 1,5 / Dirección 0° / 45° / 90° / 135°	17 a 24	7

Por su parte en la figura 4 se muestra, como ejemplo, el resultado del modelo preliminar de ondulaciones de la superficie geoidal para la provincia de Santiago del Estero, generado a partir de 111 puntos de doble altura medida, sobre una grilla de interpolación de 4 km de lado aproximadamente.

La figura de ejemplo (4) esta generada como un mapa de isolíneas de ondulaciones geoidales (N), obtenida mediante método de Triangulación con interpolación lineal, por ser este uno de los que mejores resultados arrojó en el análisis y comparación de los diferentes métodos y variantes de cálculo, tal puede advertirse en la tabla 10.

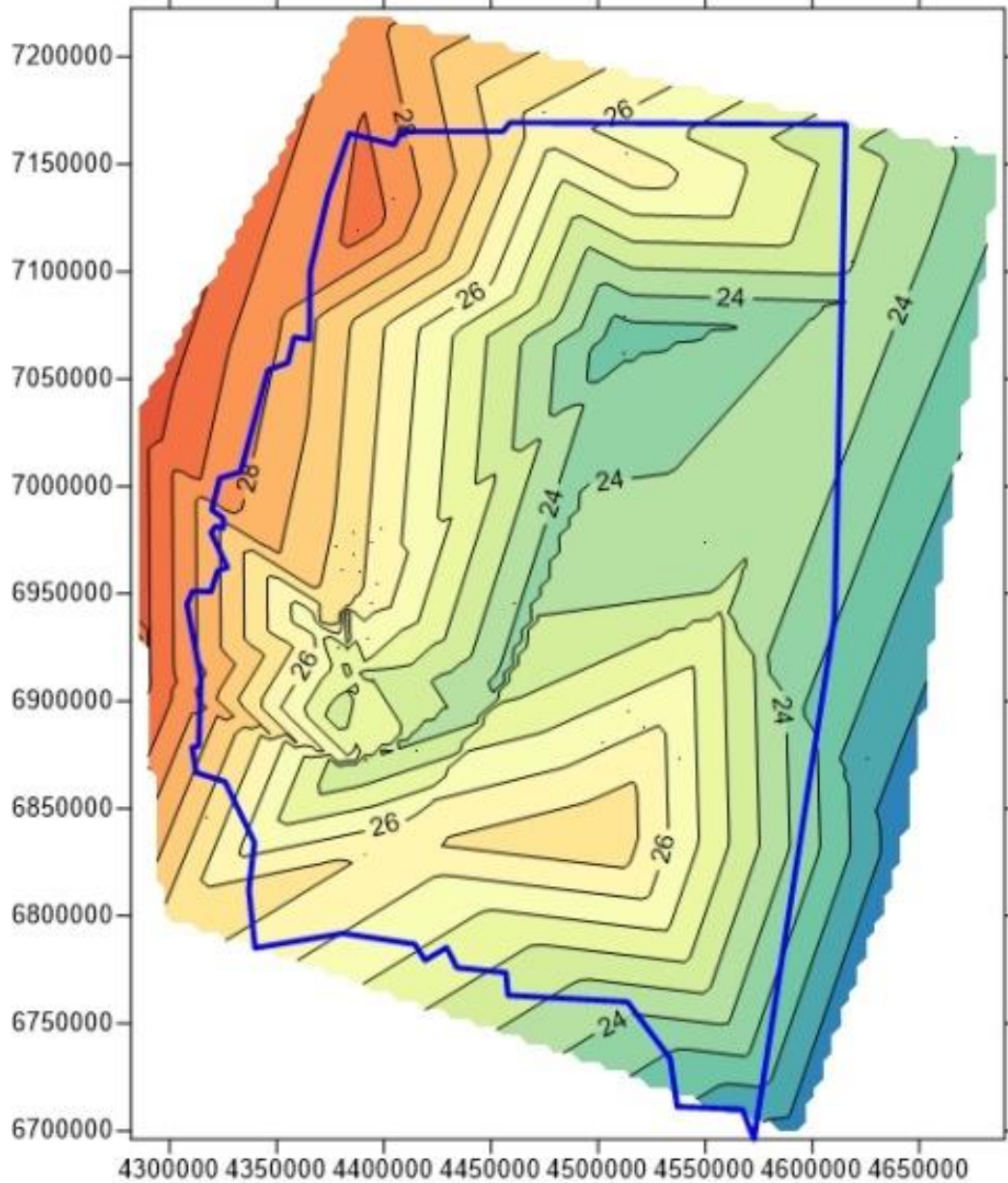


Figura 4.- Mapa de isóneas de ondulación del geode para Santiago del Estero

CONCLUSIONES

El modelo preliminar obtenido sientan las bases para las investigaciones futuras, considerando el objetivo de obtener modelos de transformación de alturas elipsoidales en valores de cota, con precisiones que permitan su empleo en proyectos de ingeniería. Por su parte, el hecho de haber optimizado el proceso de interpolación resulta un elemento



determinante para mejorar el proceso de modelado de la superficie geoidal en zonas de planicie con las características de la provincia de Santiago del Estero. Finalmente, teniendo en cuenta que los resultados alcanzados se encuentran cercanos a una precisión del modelo del orden de los 20 cm, sin duda que la incorporación de información gravimétrica con buena cobertura entre puntos altimétricos, será crucial para conseguir la representación de la superficie geoidal a nivel centimétrico de la provincia de Santiago del Estero.

Por ello los trabajos futuros a encarar a partir de ahora se pueden resumir en tres objetivos:

1. Ajustar el modelo preliminar con modelos globales gravimétricos.
2. Densificar los puntos de doble altura en el territorio provincial.
3. Uniformar las precisiones en la obtención de las alturas.

LISTA DE SÍMBOLOS

H:	Altura ortométrica
h:	Altura elipsoidal
N:	Ondulación geoidal
PF:	Punto Fijo
PC:	Punto de Control

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Goldar, E., Ciappino, P., Costa, W. y Paste, J. (2007). "Modelo de ondulaciones geoidales en una zona de planicie de Santiago del Estero". *Investigaciones en Facultades de Ingeniería del NOA*, Tucumán, Argentina, Tomo I Cap. III, pp. 26-30.

Goldar, E., Ciappino, P., Paste, J., Sandez, D. y Gutiérrez, C. (2011). "Modelo local de ondulaciones geoidales en Santiago del estero zona La Banda – Clodomira". *Investigaciones en Facultades de Ingeniería del NOA*. Catamarca, Argentina, Volumen VII Tomo I, pp. 565-570.

Goldar, E. (2015). "Optimización del proceso de interpolación en modelos de ondulaciones de la superficie geoidal para Santiago del Estero". *Tesis Doctoral*. Catamarca, Argentina. Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas; Universidad Nacional de Catamarca.

Huerta, E.; Mangiaterra, A. y Noguera, G. (2005). "GPS Posicionamiento satelital" 1° Ed. Rosario, Argentina.

Rodríguez, R. (2012). "Marco de referencia geodésico argentino". *Geodesia y cartografía*. Disponible en: <http://geonotas.blogspot.com.ar/2010/05/marco-de-referencia.html>

Rodríguez, O. (2014). "Validación Cruzada (cross-validation) y Remuestreo (bootstrapping)". Disponible en: http://www.oldemarrodriguez.com/yahoo_site_admin/assets/docs/Presentaci%C3%B3n_CV.293124233.pdf



2° ENCUENTRO NACIONAL DE INVESTIGADORES DE AGRIMENSURA

2 y 3 de junio de 2016. Santa Fe, Argentina



Yanicelli, R.; Goldar, E.; Costa, W. y Gulotta, J. (1998). "Red GPS de referencia cartografica y catastral para la provincia de Santiago del Estero". *V Congreso Internacional de Ciencias de la Tierra*. Santiago de Chile, Chile.