Antonio E. Cheli

Introducción a la Fotogrametría y su evolución

CONSEJO PROFESIONAL DE
AGRIMENSURA
DE LA PROV. DE BUENOS AIRES

Introducción a la Fotogrametría y su evolución

Cheli, Antonio E.
Introducción a la Fotogrametría y su evolución. - 1a ed. - La Plata : Hespérides, 2011.
260 p. : il. ; 21x14 cm.

ISBN 978-987-1844-04-3

1. Fotogrametría. I. Título
CDD 526.982

Fecha de catalogación: 14/11/2011

© 2012 Antonio E. Cheli

2012 Ediciones Hespérides

Calle 39 N° 1129 La Plata, Argentina
(0221) 423-1597 - edhesperides@gmail.com
Facebook: Ediciones Hespérides

Printed in Argentina - Impreso en Argentina

No puede reproducirse ninguna parte de este libro por medio alguno, electrónico o mecánico, incluyendo fotocopiado, grabado, xerografiado o cualquier almacenaje de información o sistema de recuperación, sin permiso del editor.

Antonio E. Cheli

Introducción a la Fotogrametría y su evolución

CONSEJO PROFESIONAL DE
AGRIMENSURA
DE LA PROV. DE BUENOS AIRES

Antonio E. Cheli

a mi esposa e hija

Proemio

Medio siglo pasó desde la creación de la Cátedra Fotogrametría y Catastro en la Universidad Nacional de La Plata (UNLP). En 1959, el entonces Jefe del Departamento de Construcciones, Ing. César Luisoni, nombró al Agrim. Ángel Pérez Salas como Profesor, y al Agrim. Juan Abecian, como Jefe de Trabajos Prácticos para el inicio de los cursos anuales.

Agrim. Ángel Pérez Salas

Agrim. Juan Abecian

Desde ese entonces muchas cosas cambiaron, pero lo más importante es no dejar en el olvido todo lo realizado y, en particular, rescatar la memoria de quienes contribuyeron a la enseñanza de esta especialidad.

Carlos Decaroli

Algunos no están más, como Carlos Decaroli y Graciela Serio. De otros se mantiene el grato recuerdo de sus intervenciones, como es el caso de Saúl Berendorf y Emilio V. Panisse.

Graciela Serio

Hace 25 años, quien escribe propuso montar en un espacio cedido por el Departamento de Hidráulica un gabinete con instrumentos desactivados que estaban en dependencias del Servicio de Hidrografía Naval; Base Aeronaval Punta Indio; Instituto Geográfico Militar; Agua y Energía Eléctrica; y la Dirección de Geodesia.

Esto fue posible con la ayuda de los Sres. Molina y Pico del Departamento de Hidráulica, más el apoyo logístico de la Zona III de Vialidad a cargo del Prof. Ing. Oscar Scally.

Gracias a los alumnos y, en particular, a la colaboración prestada por los auxiliares de la Cátedra: Juan Carlos Rosatto, Horacio Daniel Codina y Gabriel Platzeck, como así también a la desinteresada ayuda del Sr. Pedro Pérez Pacheco (Técnico del IGM), se fueron recuperando algunos aparatos hasta hacerlos funcionar y mostrarlos a los alumnos.

Para testimoniar los 50 años de enseñanza de la Fotogrametría en esta Unidad Académica, se resumen en estos 13 módulos los conceptos fundamentales con sus actualizaciones tecnológicas, estructurados de tal manera que los colegas que cursaron la materia puedan revivirlos. No pretende ser este un texto convencional, pero puede servir para orientar a los lectores que intenten alcanzar una formación más sólida en la especialidad.

Finalmente el autor agradece la colaboración de los docentes, técnicos, empleados y alumnos que ayudaron a desarrollar esta Cátedra, y al Consejo Profesional de Agrimensura de la Provincia de Buenos Aires, por la divulgación de esta publicación.

Contenido de los Módulos

I Una introducción a la especialidad / 15
II Sensores para la captura de datos / 27
III La geometría de la imagen aislada / 43
IV La visión y medición estereoscópica / 51
V La explotación de imágenes aisladas / 63
VI Planificación de vuelo fotogramétrico con cámara de film / 77
VII Conceptos fotogramétricos fundamentales / 89
VIII Instrumentos especiales para reconstruir el espacio-objeto / 115
IX Cómo se trabaja con pares de imágenes / 151
X La triangulación fotogramétrica / 175
XI La representación gráfico-numérica del espacio-objeto / 203
XII La transformación de las imágenes / 217
XIII La fotogrametría en el rango cercano / 233

Módulo I

Una introducción a la especialidad

01. **Desarrollo histórico**

02. **PRIMER CICLO:**

La fotogrametría de intersecciones
El marco inicial del desarrollo de la Fotogrametría se asocia con el invento de la **fotografía**.
(Photo = luz, graphos = descripción gráfica, metron = medida).

03. **Joseph Nicéphore Niepce** (1765-1833), usando la cámara oscura (inventada en el siglo XI por el árabe Alhazen), obtiene **la primera imagen permanente sobre una placa de estaño recubierta con betún blanco de Judea**, y se asocia con **Louis Jacques Mandé Daguerre** (1787-1851), quien en 1839 divulga el proceso de "daguerrotipia".

04. Al año siguiente, en 1840, el geodesta francés **Dominique Francois Jean Arago** (1786-1853) promueve el esfuerzo de Niepce y Daguerre ante la cámara de diputados de París, para que sea aplicado en los costosos levantamientos topográficos, ya que **consideraba la perspectiva fotográfica reemplazante de la perspectiva geométrica, habitualmente usada en los levantamientos**.

05. Años más tarde, entre 1849 y 1851 un oficial del cuerpo de ingenieros del ejército francés, **Aimé Laussedat** (1819-1907), desarrolla los conceptos básicos y aplica las fotos para la confección de planos (basado en las ideas de **M. A. Carpellier**, quien realizó levantamientos en el monte Pilatos (Suiza) mediante perspectivas dibujadas a mano, en 1726).

Aimé Laussedat

06. Estas fotos fueron tomadas desde los extremos de una base conocida y, mediante la intersección hacia delante, Laussedat obtenía la posición de los objetos retratados. Su dedicación al tema le valió ser reconocido como "**el padre de la fotogrametría**", si bien en su momento se la llamó "iconometría" o "metrografía".

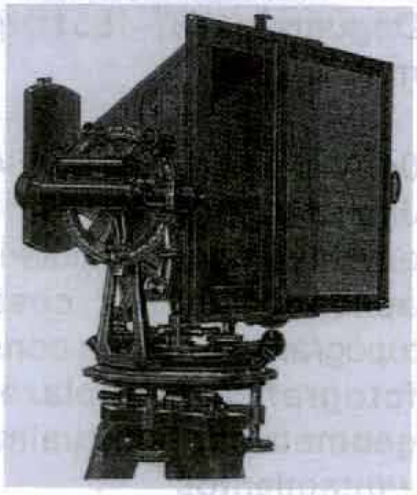
07. Mientras tanto, el inglés **H. Fox Talbot** inventaba el procedimiento

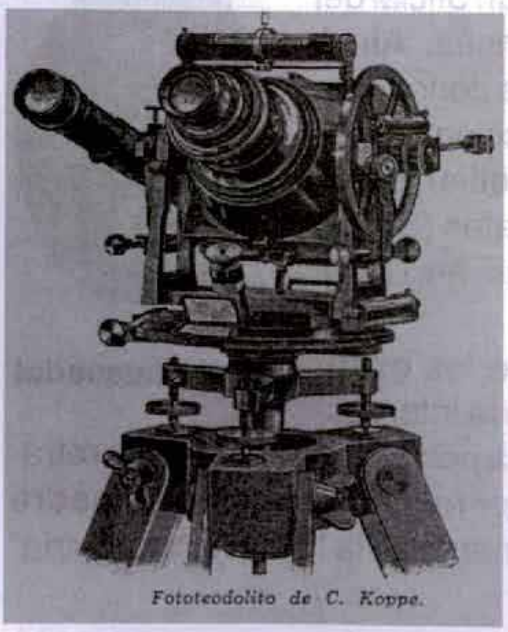
A. Meydenbauer

para pasar "del negativo fotográfico al positivo".

08. Habiendo tomado conocimiento de la aplicación de la foto en los levantamientos, el alemán **Albrecht Meydenbauer** (1834-1921) lo usa intensamente para relevar los edificios más importantes de Europa, por lo cual se lo reconoce como "**padre de la fotogrametría arquitectural**". Pero aún más, fue el primero –en 1893– en usar el término "**fotogrametría**".

09. En la misma época, otras personas se concentraron en diseñar los "**aparatos de toma**", por ejemplo **Paolo Ignazio Pietro Porro** (1801-1875), ingeniero geodesta italiano, proyecta su "**fotogoniómetro**" en 1853; los alemanes **A. Meydenbauer y Bertaud**, en 1858; **Brunner**, en 1859.
Todos ellos, entre otros, básicamente combinaron la cámara fotográfica a placas con un goniómetro para su orientación, dando origen al "**fototeodolito**".





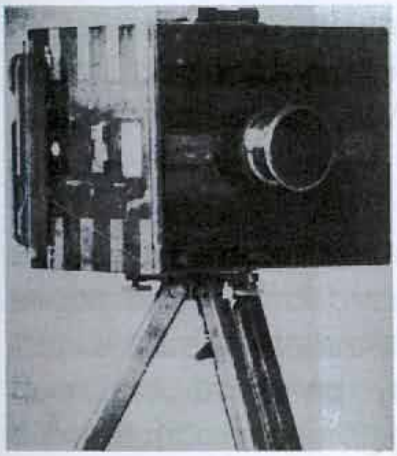
Fototeodolito de C. Koppe.

10. Es a partir de la década de 1870 que comienza a aplicarse la fotogrametría terrestre en los levantamientos cartográficos: en 1873 **Jordan** realiza el levantamiento del oasis Dochel en Libia; en 1878 el italiano **Paganini** hace un levantamiento en los Alpes; en 1892 **los hermanos Vallot** realizan el levantamiento del macizo Mont Blanc (Suiza).

11. En 1886 el alemán **Carl Koppe** presenta una alternativa al fotogoniómetro, y escribe tres años más tarde el primer libro de Fotogrametría.

12. En 1896 el ing. Hidrógrafo franco-canadiense **Edouard Gastón Deville** (1849-1924) proyecta y construye una cámara metálica liviana, que es usada en las montañas rocallosas de Canadá por **James Mc Arthur** para realizar el gran levantamiento a escala 1:40.000, con curvas equidistantes en 33 metros, sobre 1.300 millas cuadradas (a un tercio del costo si se hubiese realizado con plancheta).

E. G. Deville



13. La obtención de imágenes desde plataformas aéreas también comenzaba a insinuarse.

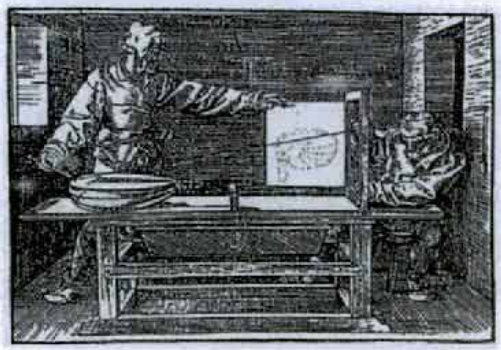
14. Hay que tener en cuenta que **los hermanos Montgolfier** fueron los primeros en desarrollar el ascenso en globos, allá por 1783, y transformaron en realidad su utilización.

15. Las aplicaciones militares no tardaron en aparecer. Las fotografías aéreas más notables de la época fueron obtenidas por un fotógrafo francés, **Gaspard Felix Tournachon** (1820-1921), conocido como **Nadar**, primero en 1855 desde un globo a 80 metros de altura. Luego, en 1859, el emperador Napoleón III ordenó a Nadar obtener con una cámara de mano fotografías sobre la localidad de Bievre (Francia) para un reconocimiento y así preparar la batalla de Solferino.

G. F. Tournachon

16. Paralelamente, durante la guerra de secesión estadounidense (1853) también fueron tomadas fotos desde globos.
En 1869, **James Wallace Black** (1825-1896) realizó fotografías desde globos sobre la ciudad de Boston.
G. R. Laurence en 1906 fotografió San Francisco luego del terremoto.

17. No se puede obviar que, dentro del desarrollo fotográfico y el ascenso en globos, los precursores de la fotogrametría tuvieron otros aportes físico-matemáticos, nada desdeñables, como por ejemplo: el aporte de la Geometría Proyectiva, cuyos fundamentos eran conocidos desde el año 1400 y utilizados por **Leonardo da Vinci** (1452-1519) en sus pinturas (también **Alberti y Vermeer**). Los primeros que plantearon el problema geométrico de hallar la forma y dimensiones de un objeto a partir de dos perspectivas conocidas fueron los matemáticos **Desargues** (1593-1662), **Pascal** y **Henry Lambert** (1728-1787) entre mediados de los siglos XVII y XVIII, mucho antes de la invención de la fotografía.



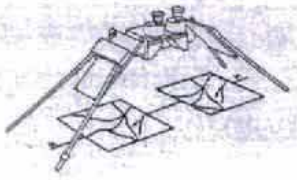
18. El pintor renacentista alemán **Albrecht Dürer** fabrica un dispositivo en 1525 para materializar la intersección del rayo perspectivo sobre un marco que contenía un retículo móvil (podríamos insinuar que se presentaba, por vez primera, el método para medir coordenadas imágenes).

19. En 1791 se reconoce al hidrógrafo francés **Charles Francois Beautemps-Beaupré** (1760-1854) como el primero que usó la perspectiva con propósitos topográficos (levantamiento muy precario en las costas de Abisinia).

20. El aporte de la óptica y de la estereoscopía fue básico para el desarrollo de la especialidad.
En el año 1600 el pintor **J. Chimenti** dibuja pares de figuras para verlas en tercera dimensión.

Ch. Wheatstone

21. El físico inglés **Sir Charles Wheatstone** (1807-1875) describe el fenómeno de la estereoscopía (no solo proyecta el estereoscopio de espejos sino que utiliza figuras dibujadas para usar los mismos, anticipándose al uso de fotografías, en 1838. En 1857 **Helmholz** construye una variante de 4 espejos iguales a los que actualmente están en uso.



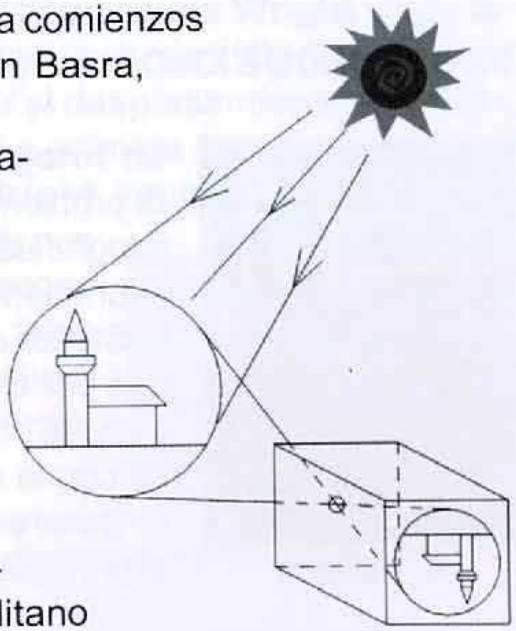
22. Fue **A. Claudet** quien en 1841 usa la fotografía estereoscópica.
Años más tarde, en 1849, **Sir David Brewster** mejora el estereoscopio y construye la primera cámara estérea con dos lentes.

D. Brewster

23. En 1853, **Wilhelm Rollman** presenta una descripción de los anaglifos.

24. Unos años antes, en 1846, **Carl Zeiss** (1816-1888) establece un pequeño taller óptico-mecánico en Jena (Alemania) y fabrica los objetivos Protar y Tessar. Años más tarde, conjuntamente con Abbe, fundan quizás la fábrica más importante en la producción de microscopía, astronomía, topografía y fotogrametría.

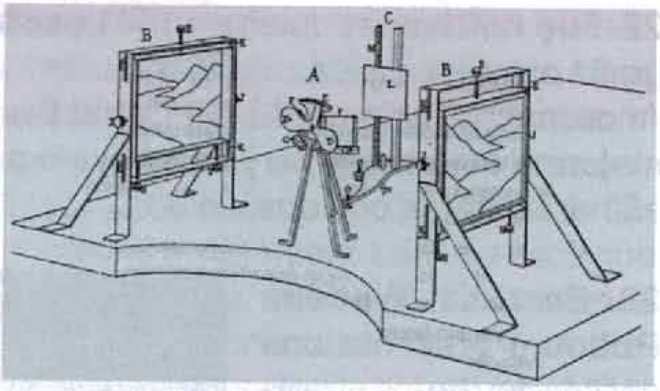
25. En lo referente a las "cámaras", es a comienzos del siglo XI que el árabe **Alhazen**, en Basra, inventa la "cámara oscura".
Bacon (Reino Unido, 1214-1294), la materializa en una caja de cartón, con una pequeña abertura circular de 2 mm practicada en una cara y un vidrio esmerilado en la cara opuesta, la cual permitía observar imágenes invertidas de objetos exteriores que eran iluminados.



En 1544 el holandés **Rainer Gemma Frisius** diseña la primera "cámara oscura portátil", y es el napolitano **Juan Bautista Della Porta** en 1550 quien por primera vez coloca un objetivo (una lente convergente) en el agujero de la cámara para controlar la luz. Tiempo después, en 1804, el inglés **N. H. Wollaston** da a conocer la "cámara clara".

26. En 1892 **Friederich Stolze** propone el principio de la marca flotante, como **órgano de medición y trazado**, al posibilitar la identificación estereoscópica de los puntos homólogos (o correspondientes) del par de fotos.

27. En 1896 el franco-canadiense **E. G. Deville** vuelve a aparecer en escena, presentando un prototipo de instrumento de restitución estereoscópico.



28. El austríaco **Theodore Scheimpflug** (1865-1911) desarrolla en 1898 un instrumento de restitución basado en la proyección óptica directa (el doble proyector) y presenta su teoría para enderezar imágenes en un transformador fotográfico universal.

29. Antes de cerrar este siglo, recordemos a **Joham Carl Friedrich Gauss** (1777-1855), quien propuso en 1801 el "método de los mínimos cuadrados" adoptado para la resolución de las ecuaciones a usar en la Fotogrametría Analítica del siglo siguiente.

30. **SEGUNDO CICLO:**

C. Pulfrich

La fotogrametría analógica-numérica

El problema de confeccionar un plano a partir de fotografías aún no estaba resuelto. Gracias al descubrimiento del principio de la marca flotante de **F. Stolze** en 1892, y las investigaciones realizadas por **Carlos Pulfrich** (1858-1929) sobre un método práctico para la medición estereoscópica con la marca flotante, este último construye el "**estereocomparador**" en 1901, dando origen al principio de la estereofotogrametría analítica.

R. Von Orel

31. A partir de esta construcción, se puede decir que todos los instrumentos se basarán en esta idea de Pulfrich (al cual se lo llama con justicia **padre de la estereofotogrametría**).

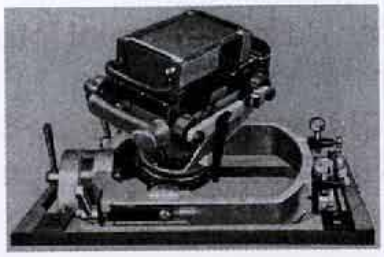
Posteriormente, en 1908, un oficial del ejército austríaco, **Ritter Von Orel** (1877-1941), agregó al estereocomparador de Pulfrich unas reglas metálicas complementarias, lo que permitió una solución genial y altamente creativa, para "**trazar automática e íntegramente las curvas de ni-**

vel, mientras se las iba recorriendo virtualmente". La fotogrametría terrestre había llegado a la cumbre de sus ventajas con el "**estereoautógrafo Orel-Zeiss**".

32. En la misma época, **Henry George Fourcade** (1865-1948) también desarrolla, en Sudáfrica, la idea del estereocomparador.
Mientras tanto, gracias a los esfuerzos del austríaco **Edouard Dolezal** (1862-1955), se funda en 1910 en Viena, Austria, la Sociedad Internacional de Fotogrametría (ISP por su sigla en inglés, hoy ISPRS).
Tres años más tarde se realizaba el primer Congreso Internacional de Fotogrametría, también en Viena.

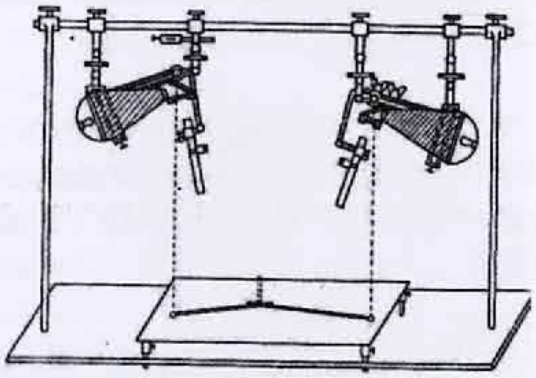
E. Dolezal

33. El primer vuelo desde una plataforma más pesada que el aire (nos referimos al avión) fue realizado por los **hermanos Wright** sobre la localidad de Kitty Hawk, en 1903, lo cual permitió "**controlar el desplazamiento de la cámara aérea**". La primera foto fue realizada por **Wilbur Wright** sobre la localidad de Centocelli (Italia) en 1909, y cuatro años más tarde se confeccionó en Italia el primer mapa a partir de fotos aéreas. Otras fuentes atribuyen a un oficial británico, **Capitán Tardivo**, el primer registro aéreo desde un avión, en 1913.

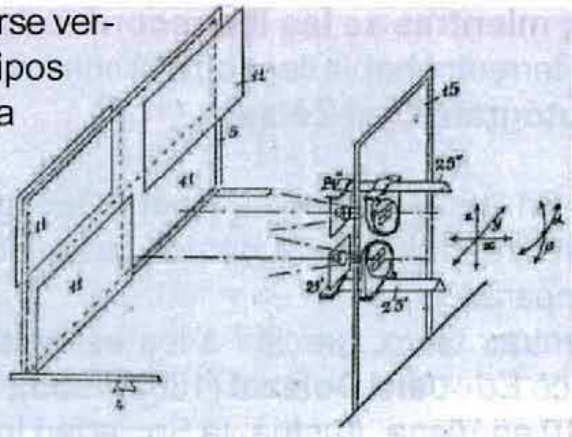


34. Estas dos experiencias podríamos decir que marcaron el comienzo de la Fotogrametría aérea.

35. Es en la década de 1920 cuando **Bauersfeld, Scheimpflug, M. Gasser, E. H. Thompson, U. Nistri, E. Santoni y J. Poivilliers** extienden el principio del estereoautógrafo, para usar en sus aparatos las primeras fotos aéreas (formatos 12x12; 13x18; 15x15; 18x18 cm) y a partir de esta época

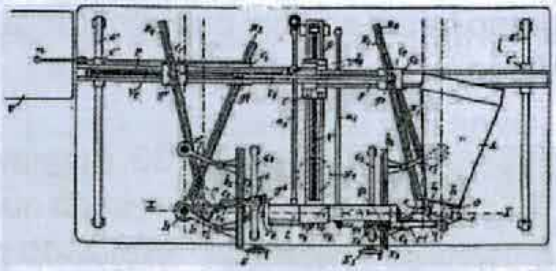

M. Gasser

es cuando comienza a desarrollarse vertiginosamente la gama de equipos tanto para el registro como para la explotación de las fotos.

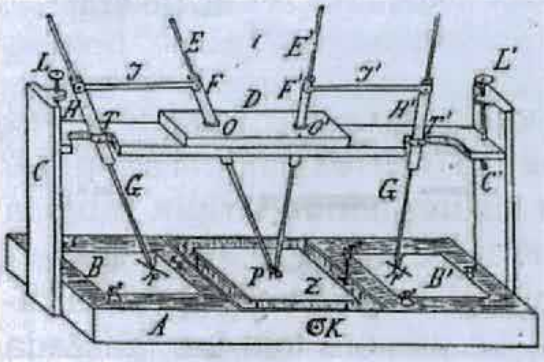


U. Nistri

36. **Comenzaba la fotogrametría a consolidar su reputación como técnica confiable para representar la superficie terrestre** (se convertía en una nueva forma de hacer topografía sin topógrafos).



J. Poivilliers



E. Santoni

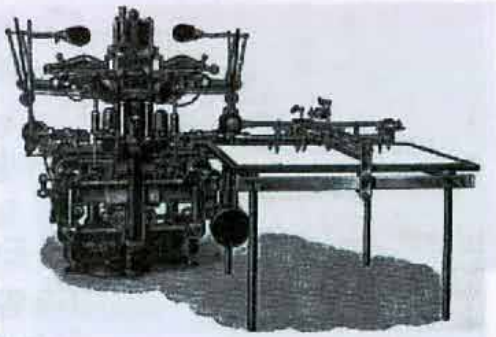
37. Aparecen los nuevos fabricantes de instrumental fotogramétrico; por citar los más conocidos, asoman **Wild Heerbrugg** y **Kern-Aarau de Suiza, Galileo-Santoni** y **OMI-Nistri de Italia, SFOM, SOM, Sopelem** y **Matra de Francia, Hilger & Watts** y **Cambridge de Inglaterra, que se suman a la vieja Carl Zeiss** (desdoblada luego de la segunda guerra mundial).

38. Simultáneamente, en los Estados Unidos, descollaban la **Fairchild, Bausch & Lomb** y la **Kelsh** (no se cuenta con información sobre productos de Rusia, China ni Japón, que también estaban en el juego).

39. Obviamente este desarrollo instrumental comenzó a ser muy específico y requería fundamentalmente la figura del "**técnico u operador de restitución**", el cual era entrenado muy cuidadosamente.

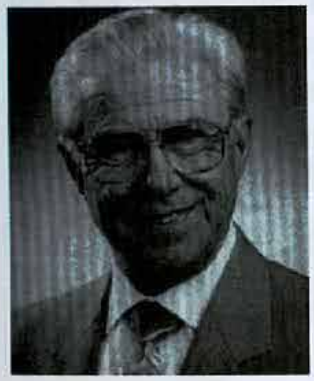
40. No solo la confección de mapas acaparó la atención de los diseñadores. El trabajo de campo para establecer los puntos de con-

trol se facilitó al introducir la ejecución instrumental de la aerotriangulación. Fue **Otto Von Grüber** (1884-1942) quien la realizó en el Estereoplanígrafo de Zeiss.



Estereoplanígrafo Zeiss

41. Ya en la década de 1970 estos restituidores analógicos comenzaban a sufrir una conversión, al ser interconectados con elementos periféricos (codificadores incrementales, colectores de datos, procesadores de control, pantallas, etc.), y transformarse en "restituidores híbridos" o "digitizadores tridimensionales", hasta que acabaron siendo eclipsados por los restituidores numéricos o analíticos, cuya mayor cantidad fue exhibida en el Congreso Internacional de Hamburgo, en 1980.



U. V. Helava

42. Es el finlandés **(Uki) Vilho Helava** (1923-1994) quien propone en 1957 los principios para construir el restituidor analítico, reemplazando los componentes óptico-mecánicos por servomecanismos.

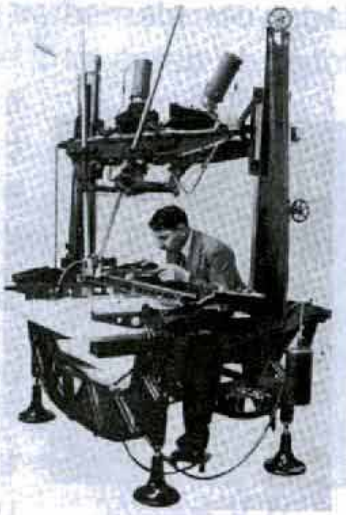
43. Mucho antes, **Earl Church** (1890-1952) desarrolla en los EE.UU. fórmulas basadas en la Geometría Analítica, para la resección espacial, la intersección e incluso para la rectificación. En 1953 el **Dr. Hellmut Schmid** establece las rutinas computacionales para resolver las ecuaciones fotogramétricas, con matrices. Todo esto, más el advenimiento de las computadoras, termina instalando los restituidores analíticos en el mundo de la producción cartográfica.

44. También la aerotriangulación sufre un cambio fundamental, con nuevas propuestas para reducir el trabajo de campo gracias a los métodos propuestos por **G. Schut y F. Ackermann**.

Stereobit

45. Aparecieron unos pocos "**restituidores analíticos de sobremesa**" (Stereobit-Galileo, MPS-Adam) muy utilizados en ámbitos universitarios por su bajo costo.

46. En este segundo ciclo de la Fotogrametría existió el interés de producir otro tipo de documento: la ortofoto. En 1930 había sido construido en Francia, por **Roberto Fevre** en la fábrica Gallus-Ferber, un equipo llamado ortofotoscopio, el cual no resultó muy eficiente, y la idea quedó archivada por un tiempo.



Gallus-Ferber

47. Recién 20 años después en los EE.UU., **Russel Bean** (1900-1976) volvió a interesarse en la idea, la perfeccionó y desarrolló nuevos ortoproyectores analógicos para el Servicio Geológico. La idea cundió y aparecieron los productos europeos SFOM 693, Gigas Zeiss Z-1, Ortofoto D Zeiss Jena, Wild PPO-8, incluso los analíticos: Wild Avioplan OR-1 y el Orthocomp Z-2 de Zeiss, entre otros.

48. Mientras **Charles L. Miller** (MIT-Massachussets) en 1950 comenzaba a trabajar con "modelos numéricos o matemáticos del terreno" (hoy llamados DTM) a partir de modelos estéreos analógicos, **Gilbert Hobrough** (Canadá) desarrollaba el tema de la **correlación automática de las imágenes** en 1956. Ambas experiencias fueron volcadas posteriormente en la era analítica-digital, para la confección de las ortoimágenes.

49. **TERCER CICLO**

La fotogrametría digital

Surge en 1990, utilizando imágenes digitales como fuente primaria de datos (ya sean adquiridas directamente con una cámara digital, presentadas en el mercado a partir del año 2000 en Amsterdam) o a través de la digitalización matricial de una imagen analógica (utilizando un escáner fotogramétrico de precisión).

Leica ADS 40

50. Los restituidores analíticos son reemplazados por computadoras personales repotencializadas, las que **resuelven la relación entre las coordenadas de puntos medidas sobre la imagen digital y sus correspondientes en el terreno** (mediante la ecuación de colinealidad), proyectando el uso de la fotogrametría en el campo satelital.

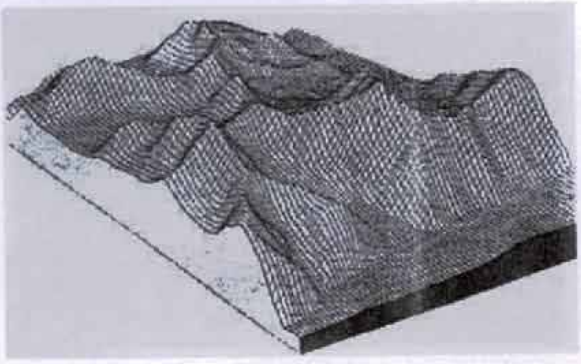
I/Z DMC

51. Podríamos resumir que **la Fotogrametría es un método de levantamiento indirecto, que permite medir y registrar coordenadas tridimensionales y producir representaciones muy precisas (gráficas o fotográficas) de todo tipo de objeto, cuya imagen o imágenes puedan ser registradas mediante rayos de luz sobre soportes analógicos o digitales.**

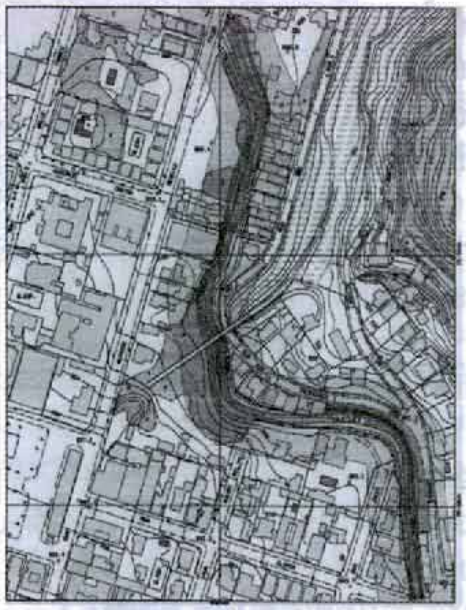
52. Teniendo en cuenta esta definición muy general y al no estar subordinada a instrumentos ni operadores especializados, **ya que solo se hace uso de la PC y softwares mucho más accesibles que cualquier instrumento topográfico moderno**, los profesionales de la Agrimensura tienen la posibilidad de ampliar el rango de servicios a ofrecer en otros campos profesionales.

53. Y si se quiere mantener dentro de las incumbencias tradicionales de la Agrimensura, tenga en cuenta lo que esta "**topografía sin topógrafos**" le permite producir:

54. **Documentación puntual** (coordenadas de puntos identificados sobre las imágenes) para:



- Cálculo de superficies y volúmenes
- Control de longitudes, anchos, formas, posiciones, orientaciones
- Cálculo de alturas, pendientes, perfiles longitudinales y transversales
- Rectificación de imágenes aisladas
- Georreferenciar pares de imágenes
- Producir modelos digitales del terreno.



55. **Documentación representativa** (gráfica o virtual), por ejemplo:

- Planos y mapas topográficos lineales a distintas escalas y propósitos
- Curvas de nivel derivadas del DEM
- Modelos tridimensionales del terreno para visualización desde distintos puntos
- Mapas temáticos (incluso para georreferenciar los GIS).

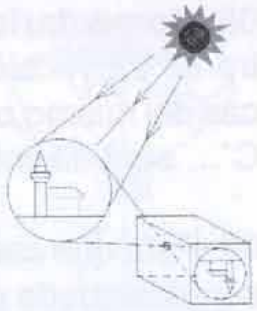
56. **Documentación textural** (imágenes)

- Copias simples, ampliadas o reducidas
- Fotoíndices
- Mosaicos sin control
- Copias rectificadas
- Mosaicos controlados
- Estereogramas
- Ortofotos
- Cartas imágenes.

Módulo II

Sensores para la captura de datos

01. **Antecedentes**



02. Como mencionamos antes, un astrónomo árabe, **Alhazen**, describió en 1938 la "**cámara oscura**". Bacon (Reino Unido) la materializó en una caja con una pequeña abertura circular de 2 mm hecha en una cara y, en la otra, un vidrio esmerilado.

03. Giovanni de la Porta aplica una lente en la abertura y produce una imagen clara, **pasajera, efímera, no fija**, que fue utilizada para dibujar vistas perspectivas por los artistas.

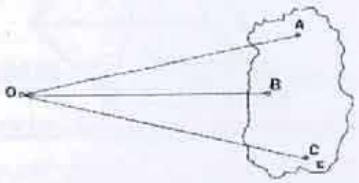
04. Luis J. M. Daguerre desarrolla con Niepce un soporte emulsionado que permite fijar la imagen. Colocando "esta película en lugar del vidrio esmerilado", da origen a la cámara fotográfica.

05. **La fotografía considerada como una perspectiva geométrica**

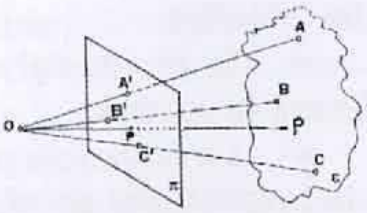
06. Si sobre un objeto 3D identificamos varios puntos singulares (A, B, C, ...) y los unimos a un punto O (exterior al objeto), se origina **un haz de rayos perspectivos OA, OB, OC... contenidos en un cono y con centro en O**.

El punto O se convierte en:

- El centro de proyección
- El centro de la perspectiva
- El punto de vista (ojo del observador).



07. Si entre O y el objeto 3D colocamos un plano π, los rayos perspectivos intersectarán al mismo, en A´, B´, C´... (los que **unidos entre sí representarán la forma plana de la figura del objeto 3D**).



OpP es el eje de la perspectiva
p es el pie de la perpendicular que pasa por O
Op es la distancia principal

Este plano π se llama:

Plano del cuadro o
Cuadro de la representación

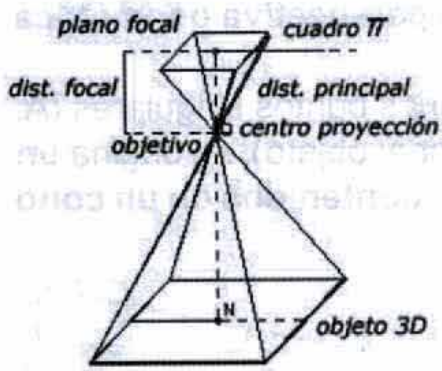
Y contendrá en su interior a la:

Perspectiva plana o
Perspectiva central cónica

08. **Comentario**: con solo variar la posición del punto de vista o centro de proyección, tendremos distintas perspectivas centrales-cónicas del mismo objeto (la figura que une los puntos proyectados A´, B´, C´... será distinta).

09. Para que cada punto (A´, B´, C´...) o la figura plana por ellos representada quede ***geométricamente bien definida*, es imprescindible conocer la posición del centro O con respecto al plano π.**

10. Análogamente desde el punto de vista geométrico, la **perspectiva fotográfica** (imagen) puede considerase como una **perspectiva plana** (central o cónica) de un objeto tridimensional.
O sea, todos los rayos de luz provenientes del objeto, en su camino hacia el plano de la imagen, deben pasar a través de un solo punto (objetivo de la cámara).



11. Solo se diferencian en que una es la figura invertida del objeto (negativo fotográfico) y la otra es una figura derecha (como la copia positiva).
Para que ambas perspectivas sean consideradas análogas, se requiere contar con un dispositivo cuyos elementos físicos materialicen la coincidencia de los elementos siguientes:

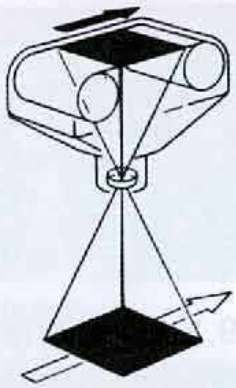
12. • **El centro de proyección O con el punto nodal imagen del objetivo.**
• **El plano del cuadro π con el plano focal en donde se forma la imagen.**
• **. La distancia principal de la proyección Op con la distancia focal (f) del objetivo.**

13. **Solamente una cámara métrica puede materializar tal coincidencia.**

RMK

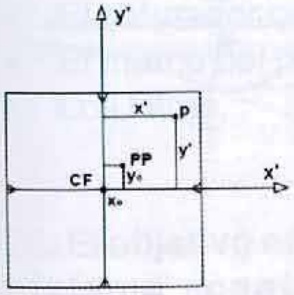
14. La imagen fotográfica que se forma en el plano focal estuvo siempre limitada por una superficie habitualmente cuadrada (de dimensiones normalizadas para que puedan ser usadas en instrumentos de distintos fabricantes).

120 mm x 120 mm
150 mm x 150 mm
180 mm x 180 mm
230 mm x 230 mm



15. Cada imagen métrica (fotograma) contiene una serie de muescas mecánicas, cruces o puntos luminosos (**las marcas fiduciales**) en sus esquinas o en la mitad de sus lados, las que son utilizadas para definir un sistema de ejes XY imaginario, cuya intersección define el **centro fiducial (CF)**.

El fabricante suministra las coordenadas XY de cada marca fiducial con respecto al centro fiducial.

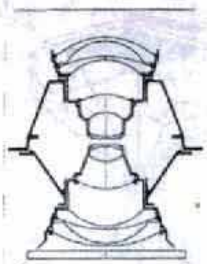


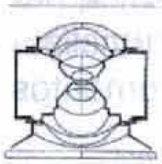
16. Sobre este fotograma, el pie de la perpendicular bajada desde el punto nodal imagen (considerado como el centro de proyección O), y ubicado sobre la prolongación del eje óptico del objetivo, es el "**punto principal de autocolimación PPA**", el cual por imperfecciones constructivas no coincide exactamente con el centro fiducial (CF), cae dentro de un radio de 20 micrones.

También el fabricante suministra las coordenadas del PPA, con respecto al centro fiducial (x_0, y_0).

17. Hasta el momento, el potencial usuario de fotografías aéreas puede encontrar en nuestro medio imágenes con formato 230 mm x 230 mm, obtenidas con cámaras cuyas distancias focales o principales (cfl, c, f) expresadas hasta la centésima de milímetro son:

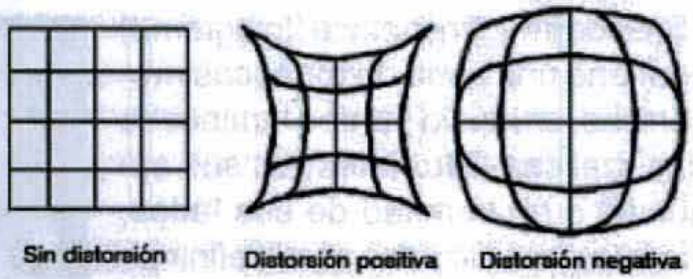
Dist. focal	Objetivo
90mm	supergran-angular
150mm	gran-angular
210mm	ángulo estrecho
300mm	ángulo normal





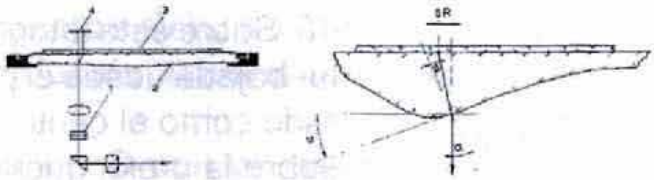
18. Los objetivos fotográficos (sistema centrado de lentes) complejos y cuyo costo es el 90% de la cámara; pueden presentar pequeñas imperfecciones remanentes, que hacen imposible obtener una imagen perfecta.

19. Las imperfecciones (residuales) presentes en un objetivo se dividen en dos grupos: las **aberraciones** (esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo, cromática) y las **distorsiones** (radial y tangencial).

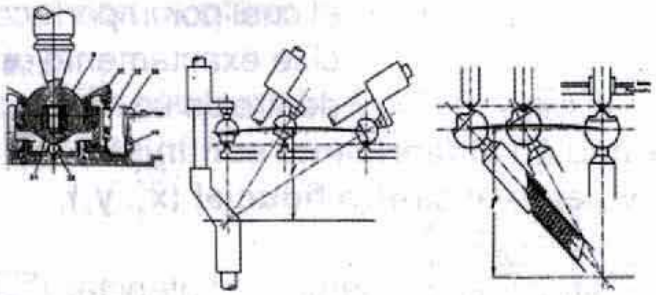


Las primeras **degradan la calidad de la imagen** (luminosidad, nitidez), mientras que las segundas **deterioran la calidad geométrica** (producen desplazamientos de puntos en forma radial o perpendicular a las anteriores).

20. La curva de distorsión del objetivo a usar debe ser conocida para poder compensarla. Hasta la década del '70 fue compensada ópticamente (Wild) o mecánicamente (Santoni), hoy en día se lo hace matemáticamente (*ver Módulo III*).

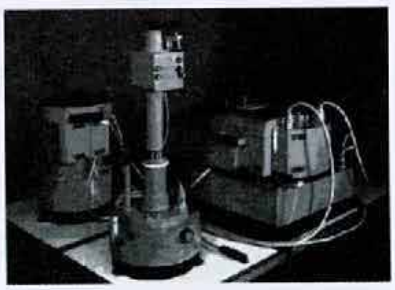


21. Los fabricantes suministran, con cada cámara, un **certificado de calibración**, que contiene los siguientes datos:



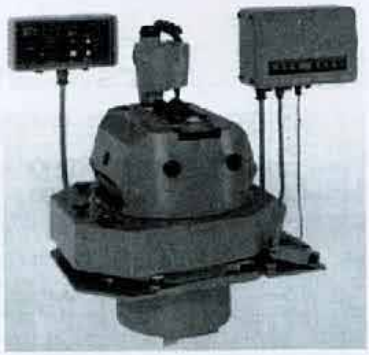
- Identificación de la cámara
- Tipo de objetivo y serie
- La distancia principal (hasta la centésima o milésima de mm)
- Las coordenadas planas de las marcas fiduciales y del punto principal de autocolimación (con respecto al centro fiducial)
- Informe sobre la distorsión radial
- Informe sobre la calidad de la imagen
- Fecha de calibración.

22. En el mundo digital, el certificado de calibración se convierte en una "**cámara intelectual**" que reemplaza matemáticamente a la cámara métrica (como antes la cámara de restitución lo hacía en los restituidores analógicos).



LMK Zeiss

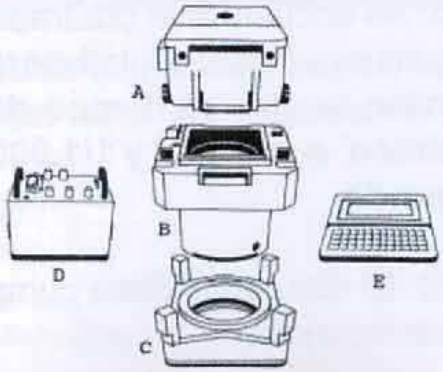
23. Las cámaras aerofotogramétricas tienen por objeto el registro y almacenamiento de perspectivas planas del terreno sobrevolado.



RC 30 Wild

24. Las cámaras están compuestas básicamente por:

- El cono métrico
- El almacén o magazine
- La suspensión
- El aparato de mando.

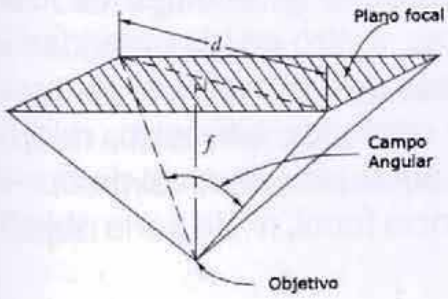


25. El **cono métrico** es la parte más importante y está compuesto por:

- El objetivo
- El obturador central
- El marco del plano focal
- Los filtros.

Conos métricos

26. El **objetivo** está compuesto por un **sistema centrado de lentes** acromáticos, muy luminosos y exentos de distorsión.
Cada objetivo tiene su distancia focal calibrada en fábrica.

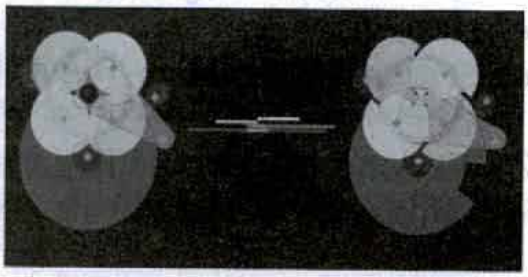


27. El **campo angular** es el ángulo que forman los rayos de luz que atraviesan el objetivo y que definen los extremos de la diagonal del formato de la imagen.

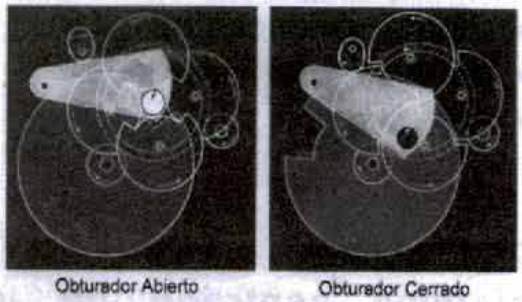
OBJETIVO	ANGULO CAMPO	DIST. FOCAL	FORMATO FOTO
Súper gran angular	120°-122°	85-90 mm.	23 x 23 cm.
Gran angular	90°-92°	150 mm. 115 mm	23 x 23 cm. 18 x 18 cm.
Intermedio	70°-72°	210 mm.	23 x 23 cm.
Normal	56°-60°	305 mm. 210 mm.	23 x 23 cm. 18 x 18 cm.
Estrecho	30°	610 mm	23 x 23 cm

28. Los objetivos están diseñados para usar emulsiones:
Blanco y negro (**pancromática**)
Blanco y negro infrarrojo
Color
Color infrarrojo (**falso color**).
(*Ver imágenes en página 257*)

29. Entre las dos mitades del objetivo se encuentra el obturador, compuesto por discos rotativos, que permiten ajustar "**el tiempo de exposición**" **entre 1/50 y 1/1.000 de segundo**.



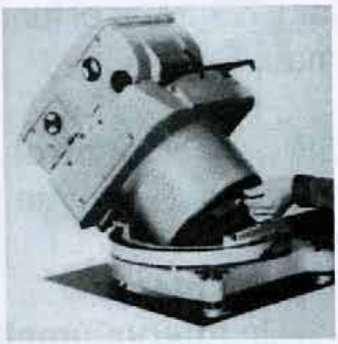
30. El obturador debe cumplir ciertos requisitos:
La exposición debe iniciarse al mismo tiempo para todos los puntos.
La transmisión de la luz debe ser constante durante el tiempo de exposición.
Debe trabajar bajo cualquier temperatura ambiente.



Obturador Abierto Obturador Cerrado

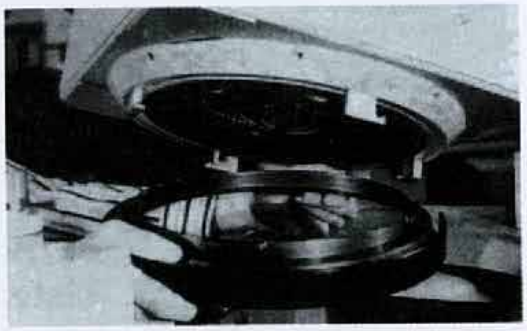
31. El "**marco del plano focal**" (o de apoyo del fotograma) contiene cuatro marcas fiduciales en la mitad de los lados y otras cuatro en las esquinas. A un costado aparecen los registros auxiliares: contador, altímetro, reloj, tabla para anotaciones, nivel de burbuja, distancia focal, nº de serie objetivo.

32. El sistema de lentes con el obturador central debe estar conectado rígidamente al plano focal para **asegurar la constancia de la orientación interna de la cámara**.



33. Los "**filtros**" reducen el paso de rayos luminosos de pequeña longitud de onda (**efecto parásito de la bruma o velo atmosférico**), como el azul, violeta o ultravioleta, porque las emulsiones son muy sensibles a ellas.

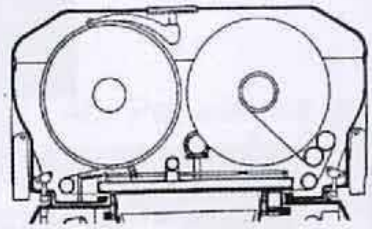
34. El **filtro más empleado** es el que interrumpe las radiaciones ultravioletas y azules (filtro amarillo, también llamado **minus-blue**) hasta 500 nm (el filtro anaranjado corta hasta 550 nm).



35. El "**almacén**" desmontable e intercambiable en donde se coloca la película de 24 cm de ancho, y cuya longitud varía con el espesor de la película, puede llegar a 150 metros.

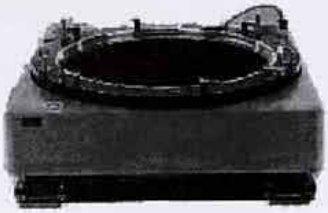
Contiene:

Mecanismo de transporte
Dispositivo de aplanamiento
Control de FMC
Control de la película expuesta.



36. La "**suspensión**" constituye la conexión del cuerpo principal de la cámara con el piso del avión. Tiene como función:

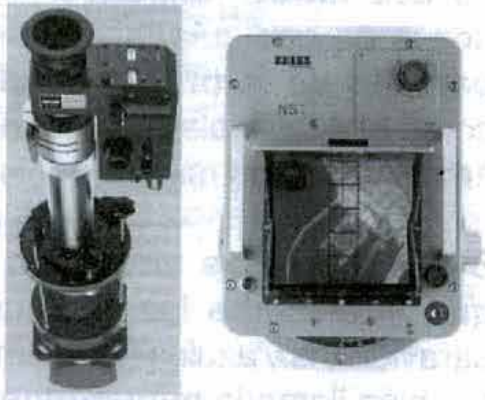
- Corregir inclinaciones (cabeceo y aleteo)
- Corregir deriva
- Prevenir vibraciones del avión que se transmiten a la cámara
- Permitir inclinar la cámara para cambiar los filtros.

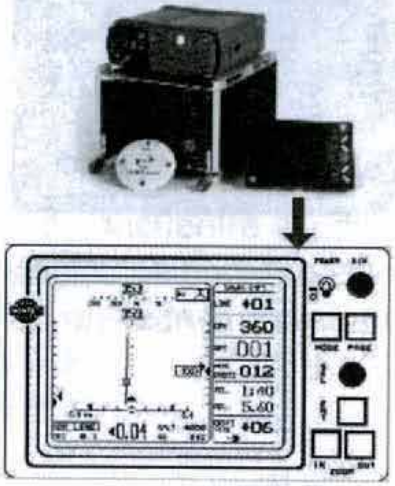


37. El "**aparato de mando**" contiene todos los elementos necesarios para manejar y controlar el funcionamiento de la cámara.

38. Para el "**control manual de la navegación**", durante el vuelo se puede utilizar:

Un **anteojo** o
Un **intervalómetro**

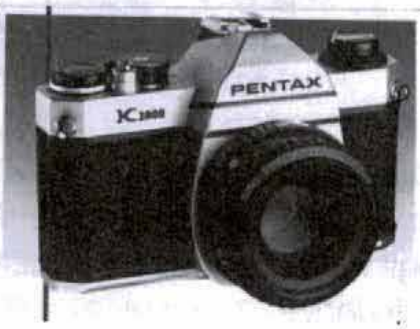




39. Actualmente se extendió el uso de los **sistemas de navegación y posicionamiento controlado por computadora**

ASCOT Leica
T-Flight-Zeiss
CCNS-IGI

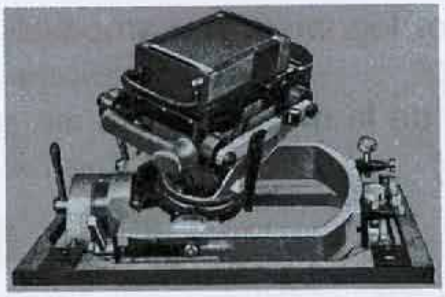
40. No debe sorprender el uso alternativo de cámaras no métricas, instaladas en **ultralivianos, avionetas o aeronaves controladas remotamente**.



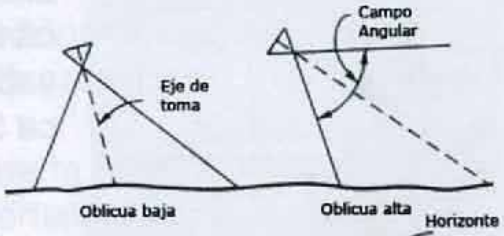
41. **La evolución de las cámaras aéreas**

42. En sus inicios la cámara era disparada manualmente desde un

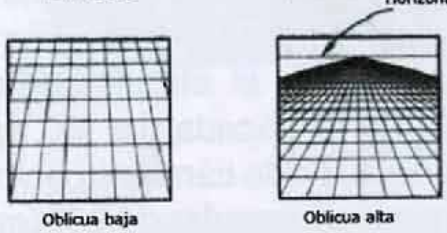
costado del avión, más tarde se instaló en su interior.



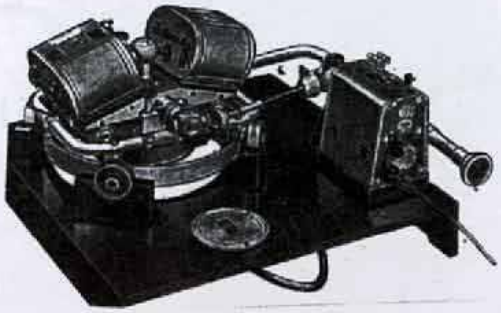
43. La inclinación del eje de la cámara se tomó como referencia para clasificar las fotografías aéreas en **verticales u oblicuas**.



44. **Las oblicuas** (inclinadas intencionalmente) **altas** incluyen el horizonte, y en **las oblicuas bajas** no aparece; se usaban para lograr mayor cobertura.



45. En un principio las cámaras estaban limitadas por su **formato** y el **campo angular**, lo que les impedía abarcar grandes superficies de terreno.

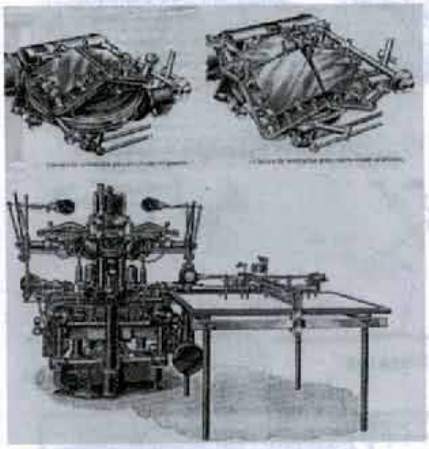


46. Por ello se montaron dos cámaras con sus ejes inclinados y obturadores sincronizados para su disparo simultáneo.

47. En EE.UU. se desarrolló el **sistema trimetrogón**, con tres cámaras de 15 cm de distancia focal y formato 23 cm x 23 cm.

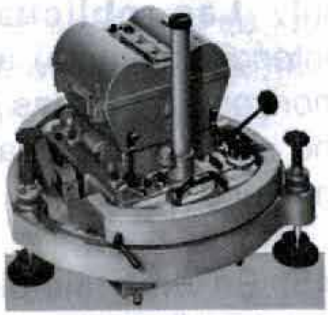
48. Estas imágenes fueron usadas en **restituidores que tenían tres cámaras de restitución** y proyección óptica, tipo Balplex.

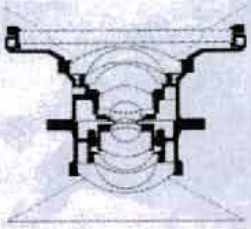
49. La fábrica Carl Zeiss acopló cuatro cámaras RMK 13.5/12 con sus ejes convergentes hacia dentro, logrando un campo angular de 80°.
Habíamos pasado de la monocámara a la multicámara.



50. La misma fábrica adaptó su restituidor universal estereoplanígrafo, con cuatro cámaras de restitución (pero solo observables de a dos), y lo mismo hizo la fábrica Santoni.

51. En la década del '50 aparece una nueva generación de cámaras con objetivos que tenían un campo angular de 90° (gran-angular o wide angle) y formato 23 x 23 cm.

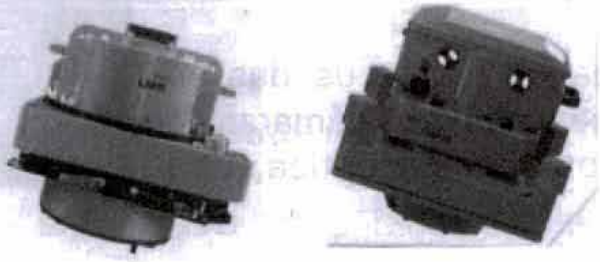




52. Al poco tiempo aparecen los **objetivos super-gran-angular** de 120° de campo angular y formato 23 x 23 cm.

53. Como novedad en los EE.UU. se desarrollan las cámaras Metritex, de formato 23 x 46 cm, llamada LFC (large format camera).

54. A fines de los '90 todas las cámaras de última generación están provistas de **soportes giroestabilizados y compensación del movimiento de la imagen (IMC)**, y se alcanza la mayor calidad de fabricación.

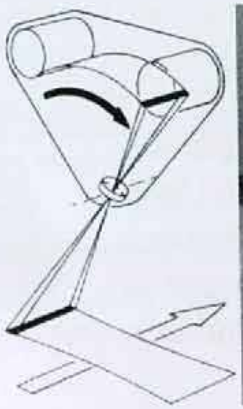


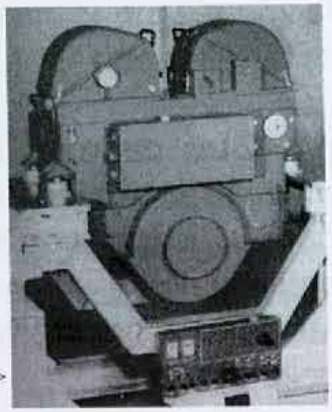
55. Todas estas cámaras **formaban la imagen sobre un formato cuadrado**, registrando los rayos luminosos en forma simultánea luego de atravesar el objetivo, y **su uso fue exclusivo para fines cartográficos**; se las conoce como cámara de cuadro o **frame camera**.

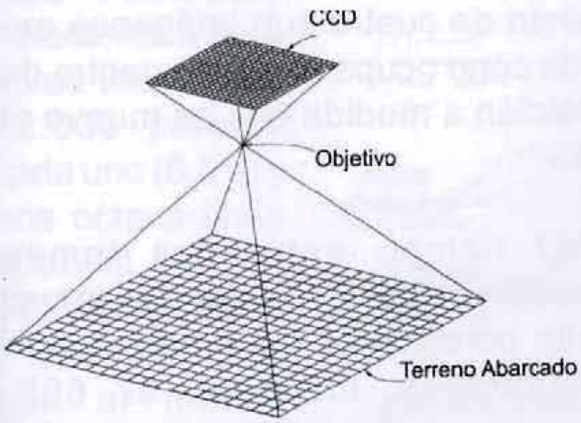
56. Paralelamente, **para fines de reconocimiento**, se desarrollaron las **cámaras continuas**, en las que la película era desplazada por delante de una ranura estacionaria, delgada y ubicada en el plano focal (se la conocía como **strip camera**).

57. El **ancho de la ranura** dejaba pasar los rayos de luz (pertenecientes a una proyección central plana) como si fuese una cinta que **iba pintando sobre la película** la imagen del terreno.

58. Para el reconocimiento con una cobertura fotográfica mayor, se desarrolló la **cámara panorámica**. El objetivo y la ranura rotaban solidariamente para barrer el terreno de horizonte a horizonte, en forma normal a la dirección del vuelo.







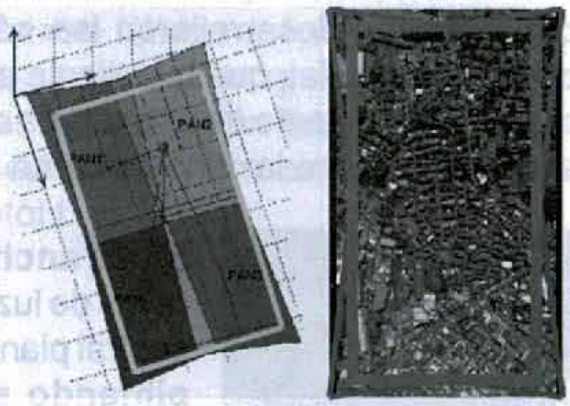
59. En el año 2000 se propone reemplazar la película con gelatina por un sensor o detector electrónico (CCD) que convierte los fotones incidentes en señales eléctricas, que se almacenan en un soporte magnético.

60. Estos sensores del tamaño de un píxel (que oscila entre 5 y 15 micrones) **se agrupan en forma matricial** (filas y columnas) o **formando una línea** (o más de una).

DMC

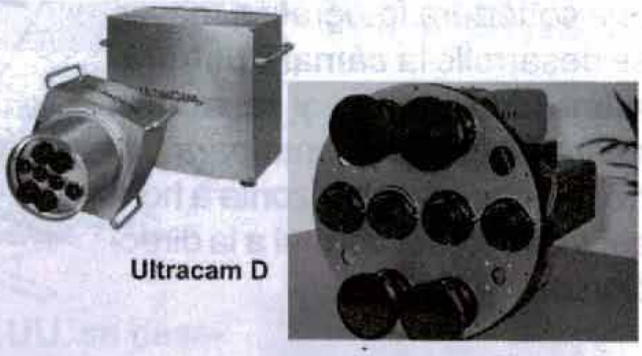
61. La propuesta de usar **matrices** se asocia al concepto tradicional de la **proyección central cónica** (si bien no se podía armar estos sensores para cubrir los 23 x 23 cm clásicos).

62. Algo parecido a la multicámara de Zeiss en 1930 (*ver párrafo 49*), la cámara digital DMC combina cuatro módulos o cámaras que tienen 4.000 x 7.000 sensores (12 µ cada uno) dispuestos simétricamente con sus ejes convergentes, integrándose –vía software– en una sola imagen pancromática de 13.824 x 7.680 píxeles.



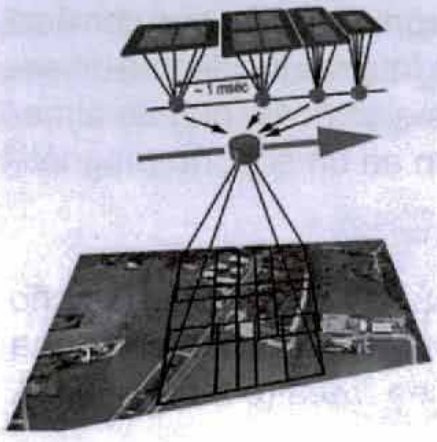
63. Otros cuatro módulos o cámaras forman la imagen color (RGB) y la imagen infrarroja (IR) **en forma sincrónica** (los ocho obturadores están sincronizados).

64. Otro cabezal sensor múltiple es la cámara Ultracam D (Vexcel) con 8 conos individuales, para registrar las bandas pancromáticas, color e infrarrojo.



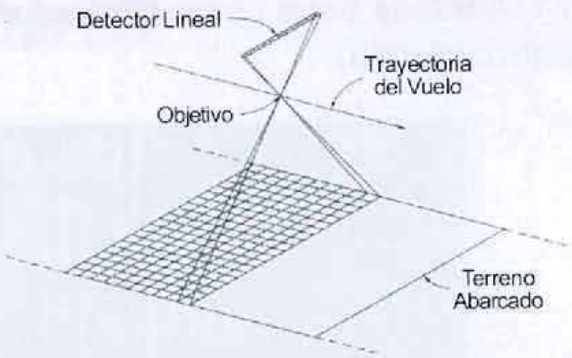
Ultracam D

65. El formato total de la imagen del terreno está compuesto de cuatro sub-imágenes expuestas **en forma sintópica** (cada cono ocupa el mismo centro de exposición a medida que se mueve el avión).



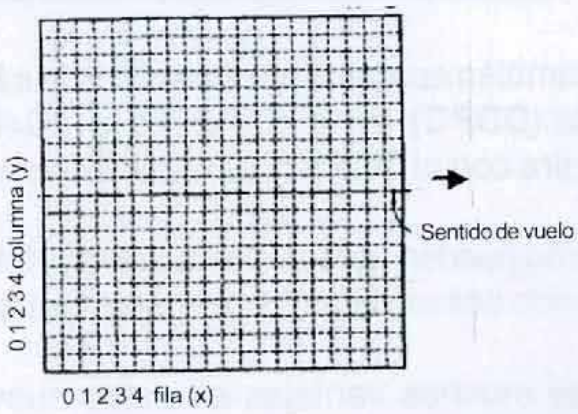
66. El tiempo entre dos tomas consecutivas es de 7,75 segundos, lo cual permite porcentajes de superposición longitudinales mayores al 60% convencional (**la misma parte del terreno puede aparecer hasta en 10 imágenes**, sin costo adicional).

67. Las cámaras lineales o multilineales agrupan uno o varios sensores lineales, dispuestos paralelamente entre ellos, perpendicularmente a la dirección del vuelo y ubicados en el plano focal del objetivo.



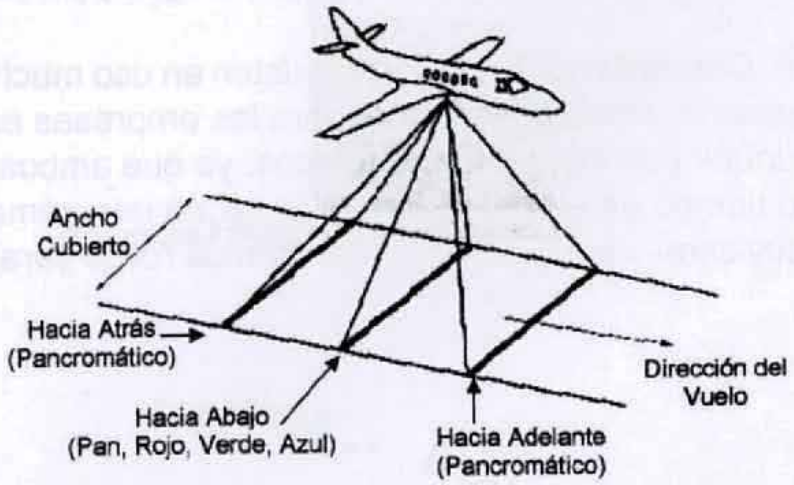
68. Cada línea de sensores va formando la imagen, a medida que va cepillando el terreno, mediante una **proyección central plana** (con su propio punto principal en el centro o mitad de los sensores, incluso con sus propios parámetros de orientación externa).

ADS 40

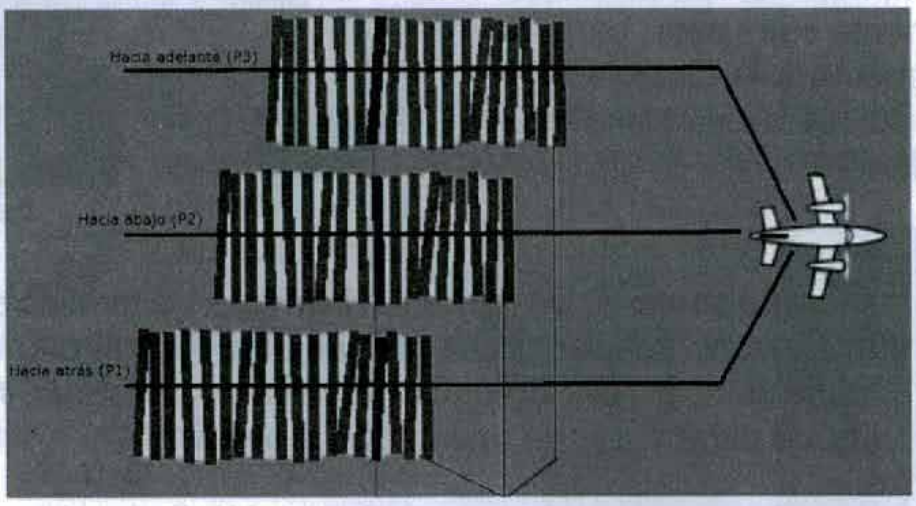


69. Vale la pena recordar que esta manera geométrica de formar la imagen es la misma que utilizó hace más de 70 años la cámara continua o strip camera (*ver párrafos 56 y 57*).

70. La cámara ADS 40 tiene siete detectores o sensores lineales de 12.000 píxeles cada uno (6,5 µ) y una octava línea opcional.
Tres detectores P1, P2 y P3 producen al mismo tiempo tres recorridos pancromáticos.



71. Además tiene cinco alineaciones de sensores (3 para color y 2 para infrarrojo).



72. Y también apareció en el mercado la **cámara pancromática digital directa (DDPC)**, en la que como en 1940 (*ver párrafo 58*) el sensor lineal gira con el objetivo, para barrer de horizonte a horizonte.

73. Como pueden apreciar los lectores (y futuros profesores...), estamos reviviendo cosas viejas, con nuevas formas.

74. Hay muchas ventajas en estos nuevos sistemas digitales (por ejemplo, al mismo tiempo se registra el terreno en distintas bandas del espectro) y con ello se puede atender diferentes requerimientos.

75. Antes debía registrarse en forma individual (4 rollos distintos que implicaba 4 vuelos y el procesado de esos rollos), hoy nos independizamos del laboratorio, accesorios, drogas y personal.

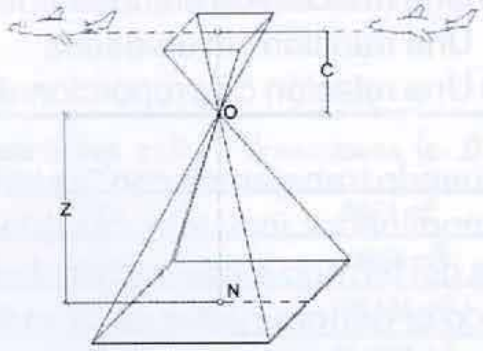
76. **Comentario final**: Como existen en uso muchas cámaras analógicas de última generación, para las empresas es más conveniente adquirir scanners fotogramétricos, ya que ambos equipos requieren su tiempo de amortización. (Pensar en una cámara digital –todavía muy cara– se hace difícil... tendremos rollos para un rato más).

Módulo III

La geometría de la imagen aislada

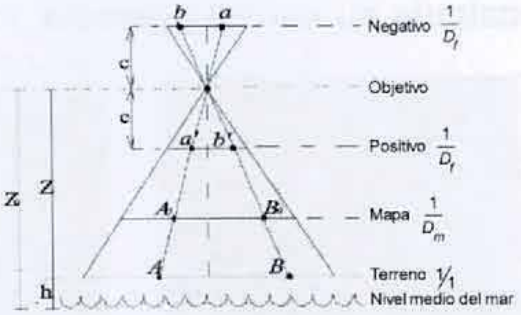
01. **Algunas definiciones previas**

02. Veamos la figura ideal de una fotografía aérea vertical, considerada como una **proyección central cónica.**



03. Asumiremos que el plano focal de la imagen (negativo) es paralelo al plano de un terreno supuesto plano y horizontal. La distancia vertical que existe entre el centro de proyección O y su proyección ortogonal sobre el terreno se denomina **altura relativa de vuelo Z** (si la proyectamos sobre el nivel medio del mar, será la **altura absoluta de vuelo Z**).

04. En la práctica siempre se trabajó con **copias positivas** del negativo (copias contacto o diapositivas), cuyo plano se considera paralelo al negativo pero distanciado del centro de proyección (hacia el terreno) en una magnitud igual a la distancia principal de la cámara usada.



05. **Entre las dimensiones reales del objeto** (en nuestro caso, el terreno) **y las dimensiones de su imagen en la foto**, existe una relación de proporcionalidad o reducción, llamada "**escala**".

$$Escala = \frac{1}{D_f} = \frac{ab}{AB} = \frac{a'b'}{AB} = \frac{c}{Z} = \frac{c}{Z_0 - h}$$

06. Donde:

Escala de fotografía	$E = 1/D_f$
Distancia real en el objeto:	AB
Distancia reducida en el negativo:	ab
Distancia reducida en el positivo:	$a'b'$
Distancia reducida en un mapa a escala:	A_0B_0
Distancia focal de la cámara de toma:	c
Altura del terreno	h
Altura Absoluta De Vuelo	Z_0
Altura relativa de vuelo:	$Z = Z_0 - h$

7. **La escala puede expresarse como**:
   a) Una relación entre unidades equivalentes
   b) Una fracción de unidades
   c) Una fracción sin unidades
   d) Una relación de proporcionalidad.

1cm = 12.000cm
1cm / 12.000cm
1 /12.000
1 : 12.000

08. Cuando trabajamos con "**escalas**", se debe tener en cuenta:
El denominador indica **la cantidad de veces** que las dimensiones reales del terreno **están reducidas** en la representación fotográfica.
Cuando **el denominador es grande, la escala es chica** (y viceversa).
Como el terreno presenta distintas alturas dentro de la misma foto (tendremos distintas escalas), se acostumbra decir **escala media** (y redondear su denominador).

09. La provincia de Buenos Aires fue volada en las décadas del '60 y del '80 a una escala media 1:20.000 (**cuando adquiera estas fotos, calcule su escala correcta**, *ver párrafo 10*); "**un plano tiene una sola escala, una foto tiene varias**".

Escala 1:4000

Escala 1:6000

Escala 1:8000

Escala 1:12000

Escala 1:16000

Escala 1:24000

10. Para calcular la escala, tiene dos caminos; según el *párrafo 05*:

- Conociendo los datos de la toma (c y Z ó c y Z_0-h)
- Comparando distancias homólogas (A B en el terreno con la misma a´ b´ sobre la imagen).

11. Una foto aérea cubre una superficie de terreno igual a **Sup. = (s x Df)²**, donde **s** es el lado de la foto.

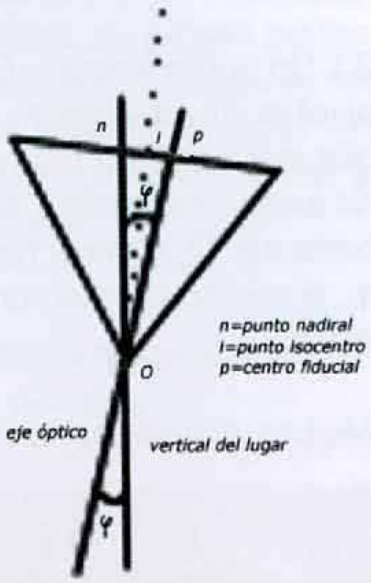
12. Si la escala se reduce en un factor **n**, el área cubierta se amplía en un factor $\mathbf{n^2}$.
Si la altura relativa de vuelo se duplica, la superficie cubierta se cuadruplica.

Altura de vuelo (m)	Escala $1/D_f$	Lado de sup. $s \cdot D_f$	Área cubierta $(s \cdot D_f)^2$
608	1:4000	920m	8464 m²
1216	1:8000	1840m	33856 m²
2432	1:16000	3680m	135424 m²
3648	1:24000	5520m	304707 m²

13. **Causas que originan efectos indeseables sobre la imagen**

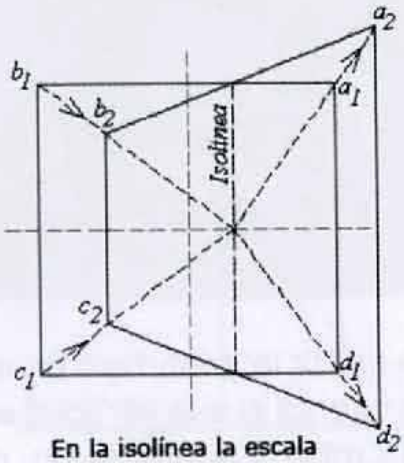
14. **La inclinación del eje óptico de la cámara**

15. La cámara aérea está fijada al piso del avión, en consecuencia participa de los desplazamientos y giros de él, provocando una desviación del eje óptico con respecto a la vertical que pasa por el centro de proyección (hasta 3° de arco).



16. Este tema influyó durante mucho tiempo (no hay texto que no lo trate), sin embargo los **sistemas de suspensión giroestabilizados** que utilizan las cámaras análogas de última generación son los mismos que hoy usan las cámaras digitales (los cuales redujeron la inclinación a pocos minutos).

17. Siempre hemos dicho que una foto aérea con una inclinación de hasta 3° era considerada como vertical, en la que "la proyección de la vertical que pasa por el objetivo origina el **punto nadiral**" (la bisectriz entre el punto principal y el nadiral determina el **punto isocentro**).



En la isolínea la escala es constante

18. Fotografiar un cuadrado $a_1b_1c_1d_1$ con el eje de toma inclinado produce el des-

plazamiento de los puntos a_1a_2; b_1b_2; c_1c_2; d_1d_2 **radialmente "a partir" o "hacia" el punto isocentro.**

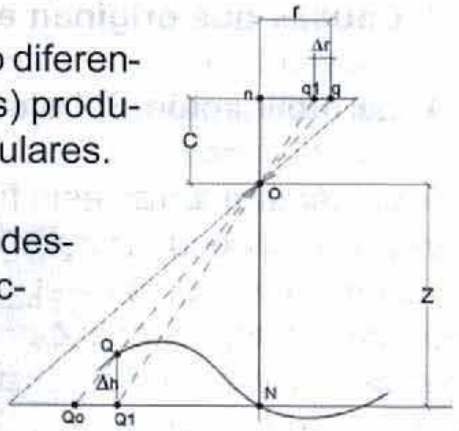
19. La **magnitud** del desplazamiento puede calcularse con suficiente aproximación según:

$$\Delta s = \frac{S^2}{c \cdot sen\theta}$$

20. Es evidente que la inclinación del eje de toma produce una **variación de la forma y también en el tamaño** (escala) de los "objetos registrados".

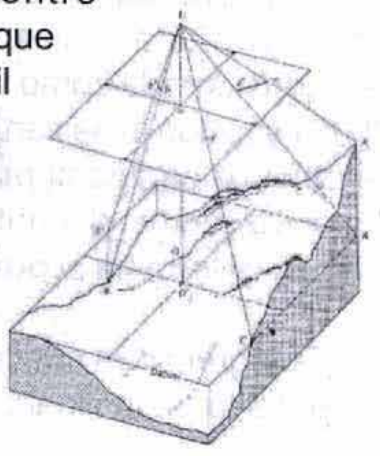
21. **Diferencias de altura o del relieve**

22. Los desniveles naturales del terreno o diferencias altimétricas artificiales (edificaciones) producen desplazamientos de sus puntos singulares.



23. Un punto singular Q del terreno, cuyo desnivel es Δh, se registra mediante la proyección central de q sobre el negativo. De no existir el desnivel, su posición debería ser Q_1 y sería registrado en q_1, o sea Δh produjo un desplazamiento q_1q.

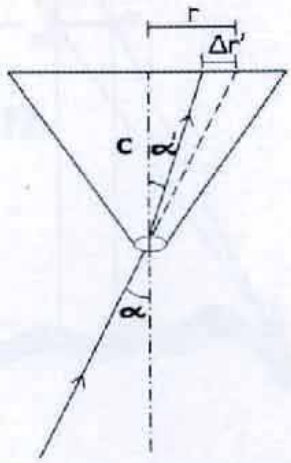
24. Los desplazamientos **se producen radialmente a partir de, o hacia, el punto nadiral**, de acuerdo a si tal punto singular está por encima o por debajo del plano de referencia horizontal (en la práctica se usa el punto principal o centro fiducial, porque es más fácil determinarlo).



25. Antes de medir la superficie de un campo, tenga en cuenta si sus vértices esquineros están a la misma altura; si no, calcule la nueva

posición y así podrá medirla con más seguridad.

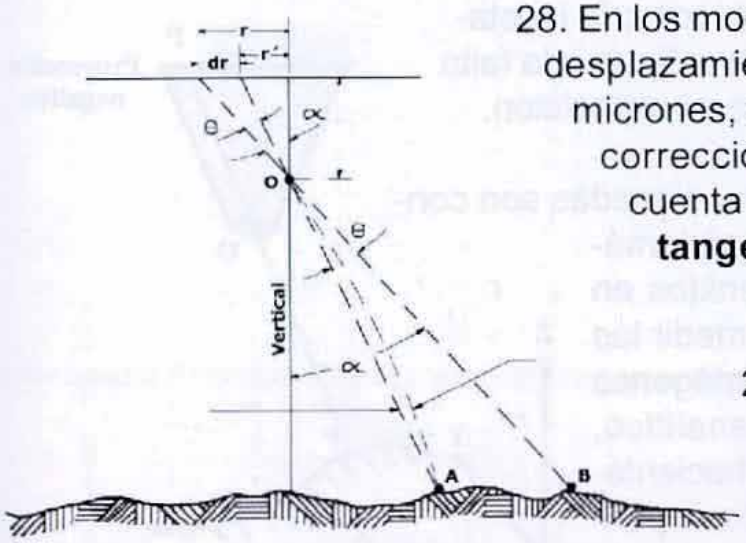
26. La magnitud del desplazamiento puede calcularse con la siguiente expresión:



$$\Delta r = r \bullet \frac{\Delta h}{Z} = r \bullet \frac{\Delta h}{c \times Df}$$

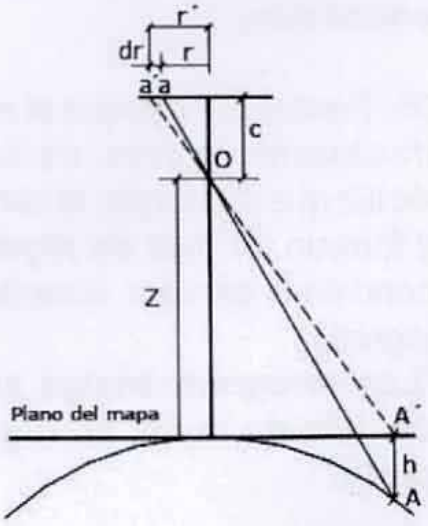
27. **La distorsión del objetivo**
En el *Módulo II, párrafo 19*, mencionamos aberraciones y distorsiones de los objetivos, las que producen una deformación o desplazamiento de los puntos imágenes, cuya magnitud podría calcularse por:

$$\Delta r' = r - c \bullet tg\,\alpha'$$



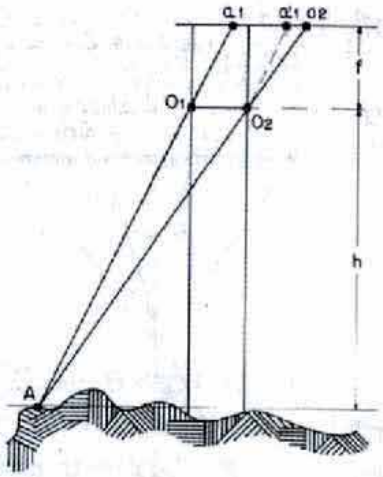
28. En los modernos objetivos, estos desplazamientos alcanzan pocos micrones, en caso de exigirse su corrección debemos tener en cuenta la **distorsión radial y tangencial**.

29. **La refracción astronómica**
Los rayos de luz al atravesar capas de distinta densidad toman una forma curva, lo que al incidir en el objetivo produce un desplazamiento radial **dr** a partir del punto nadiral.



30. **La curvatura terrestre** produce un desplazamiento de las alturas de puntos del terreno (topográficamente las alturas están referidas al geoide, pero fotogramétricamente se refieren a un sistema cartesiano X Y Z).

$$Dr = \frac{Z \times r^3}{Z R c^2}$$



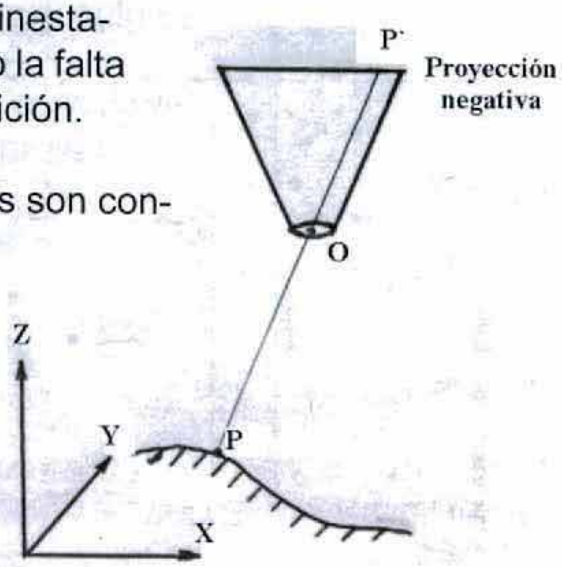
31. **Movimiento de la imagen** (flou) debido al desplazamiento en sentido del vuelo, la rotación y vibración de la cámara, durante el tiempo en que el obturador permanece abierto.

$$\Delta r = V \bullet t \bullet \frac{c}{Z}$$

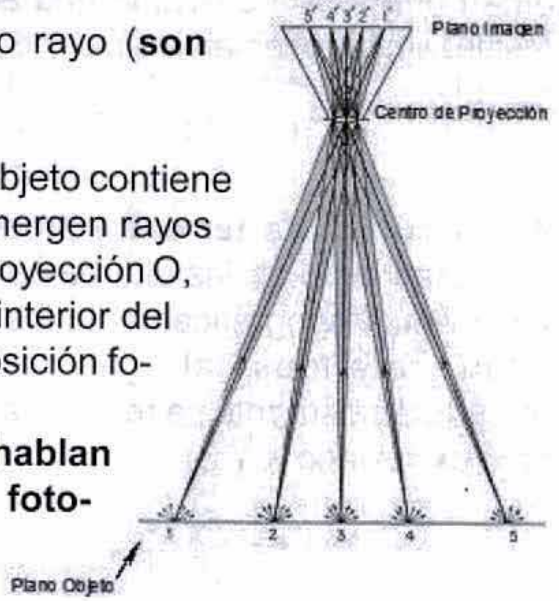
32. A partir de 1984, las cámaras incorporaron en sus chasis la compensación del movimiento de la imagen (IMC), **provocando el desplazamiento de la película en sentido del vuelo durante la exposición.**

En las cámaras digitales matriciales, esta compensación se realiza electrónicamente, mediante la función TDI (time delay and integration), solución no aplicable a las cámaras digitales lineales.

33. Existen otras causas, como la inestabilidad dimensional de la película o la falta de aplanamiento durante su exposición.



34. Todas las causas mencionadas son consideradas como errores sistemáticos (que deben ser tenidos en cuenta y corregidos) al medir las coordenadas de puntos imágenes en cualquier proceso analítico, para poder establecer fehacientemente que el rayo que une un punto P (espacio-objeto), el centro de proyección O y el punto p (espacio-imagen) pertenecen al mismo rayo (**son colineales**).



35. Pero recuerde que el espacio-objeto contiene muchísimos puntos, de los que emergen rayos de luz que pasan por el centro de proyección O, y forman un "**haz de rayos**" en el interior del cono de la cámara, durante la exposición fotográfica.

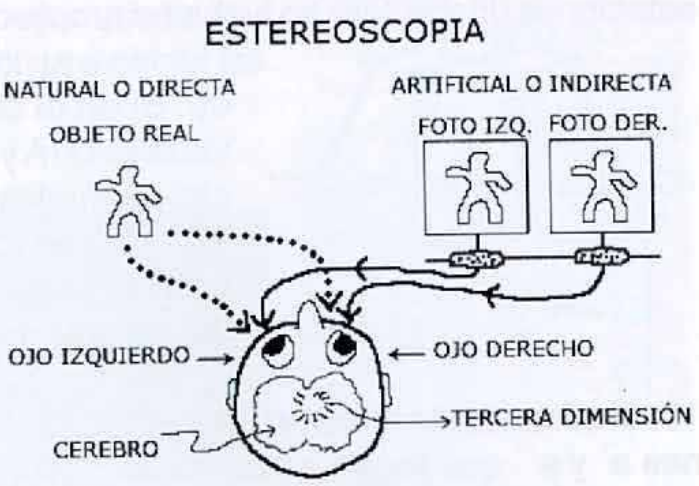
"**Los fotogrametristas siempre hablan del haz de rayos en lugar de la fotografía**".

Módulo IV

La visión y medición estereoscópica

01. **Bienvenidos al mundo de la tercera dimensión**

02. La **visión estereoscópica** es una facultad del ser humano, al permitirle ver en el relieve aquellos objetos que contempla con sus dos ojos.



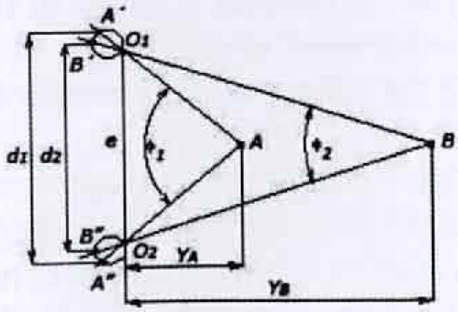
03. La distancia promedio entre los ojos (**distancia interpupilar**) es de 65 mm.

04. Esta percepción (observación, interrogación) de la tercera dimensión puede realizarse en forma:

Natural o directa
Artificial o indirecta

05. La **visión natural** obliga a girar los ojos hasta que sus ejes se dirigen a los puntos A o B (por ejemplo), tal movimiento (**convergencia**) estimula la variación de la curvatura de los cristalinos para que las imágenes A´ A´´ o B´ B´´ se formen en la fovea (lugar de máxima sensibilidad de la retina y ubicada en el centro de la mancha amarilla); tal variación se llama **acomodación**.

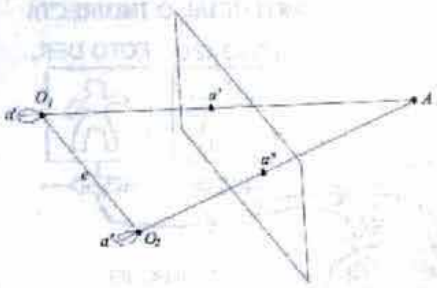
06. Los pares de rayos visuales, contenidos en el mismo plano nucleal, forman los ángulos paralácticos φ_1 y φ_2 (o los desplazamientos lineales d_1 y d_2) cuyas diferencias están relacionadas con la diferencia de profundidad (YB-YA).



07. Si YB fuese la mínima distancia para ver con nitidez (260/300 mm) y la distancia interpupilar es de 65 mm, la tercera dimensión (o profundidad) comienza a observarse con ángulos paralácticos no superiores a 15°.

$$\text{tg}\ \varphi_{máx} = \frac{e}{Y} = \frac{65}{260} = \frac{1}{4}\ \text{rad} = 15°$$

08. La **visión artificial o indirecta** se produce cuando presentamos a cada ojo dos imágenes del mismo objeto (registradas desde dos estaciones diferentes) en lugar del propio objeto.



09. Si en el camino óptico de los rayos visuales O1A y O2A intercalamos dos marcas puntuales a´ y a´´, el cerebro las fusionará con el punto A (**los ojos no sabrán si están observando el punto o las dos marcas**).

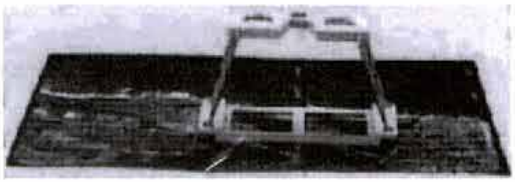
10. Si eliminamos el punto A y dejamos solo las marcas (o las imágenes a´ y a´´ que llegan a las retinas), estas van al cerebro, quien las fusiona, formando una impresión del punto A.

11. Esto nos enseña que **lograremos el mismo efecto** que la visión directa o natural, **si en lugar del punto A presentado a cada ojo son sus imágenes fotográficas a´ y a´´ quienes lo hacen**.

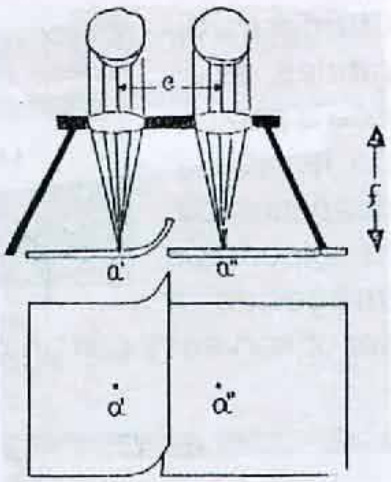
12. Para ello debemos contar con un **dispositivo óptico apropiado**, para presentar a cada ojo **por separado** ambas imágenes (como si estuviesen en el infinito).
Esta separación puede ser espacial, temporal o radiométrica.

13. En la primera propuesta, están los **estereoscopios**, diseñados para observar pares de fotografías (impresas sobre papel). La distancia entre puntos imágenes homólogos (a´ y a´´) se puede acomodar a la distancia interpupilar (**estereoscopio de bolsillo**) o ampliar esta base de observación 3 a 4 veces (**estereoscopio de espejos**).

14. Los estereoscopios de bolsillo están formados con dos lentes biconvexas de igual distancia focal, desplazables para acomodar la distancia interpupilar entre 55 y 75 mm, con patas rebatibles, para guardarlo en un estuche que cabe en un bolsillo.



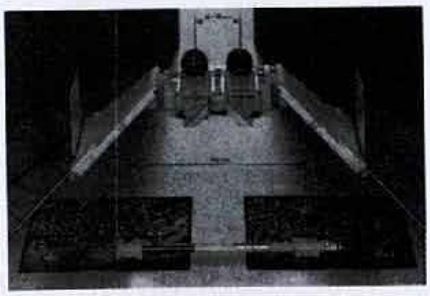
15. Este estereoscopio tiene el inconveniente de que la distancia entre puntos imágenes homólogos no puede ser mayor que la distancia interpupilar (lo que obliga a doblar las fotos).



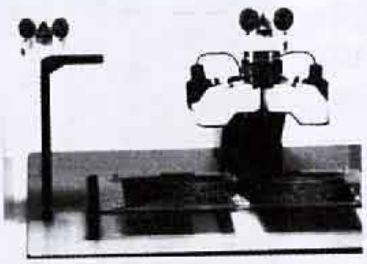
16. La solución más práctica es construir un **estereograma**, lo cual facilita su observación con este tipo de estereoscopio.

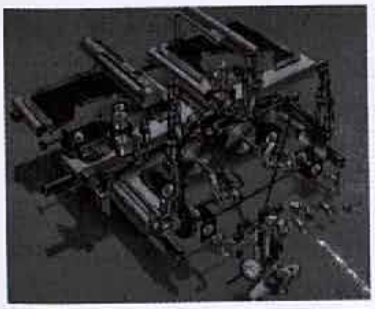
17. Los estereogramas son de gran utilidad para ilustrar ejemplos de distintas formas del terreno (para su restitución), características de los puntos de control terrestre (apoyo fotogramétrico), evidenciar desarrollo de una ciudad (urbanismo), cambios en las formas de los objetos terrestres (peritajes), etc.

18. Los estereoscopios que permiten ver el par de fotos convencionales (23 x 23 cm) sin doblarlas y observarlas confortablemente son denominados **estereoscopios de espejos o doble reflexión**.



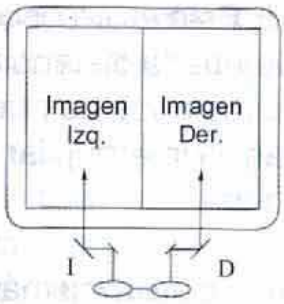
19. Dado su uso tan difundido, estos estereoscopios fueron complementados con otros dispositivos (**de guía paralela y para la doble observación**).

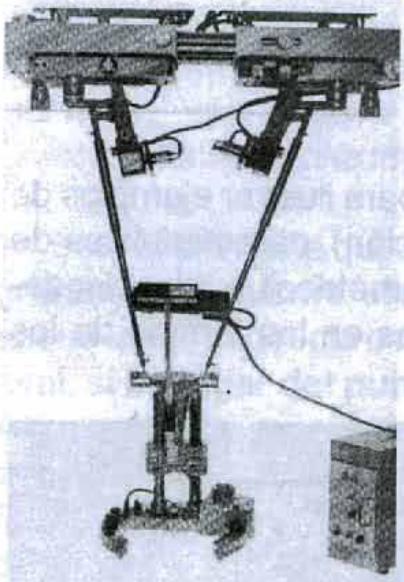




20. En los instrumentos **restituidores** convencionales (**análogos y analíticos**), las imágenes homólogas (de las diapositivas) son trasladadas a través de un **camino óptico** (prismas, lentes, espejos) a los campos visuales de un anteojo binocular.

21. En los **restituidores digitales**, se divide la pantalla de la PC en dos partes, para colocar las imágenes a ser observadas con un **miniestereoscopio de espejos**.





22. La **separación temporal consiste en mostrar o presentar las imágenes a cada ojo, en forma alternada (o intermitente)**.

23. En restituidores de proyección óptica directa, fueron usados obturadores mecánicos rotativos, que permitían ver en forma alternada las proyecciones de las imágenes izquierda y derecha (stereo image alternator Flicker).

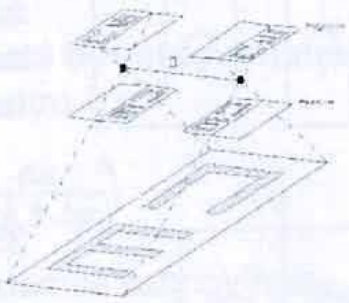
24. Actualmente, se vuelve a usar la presentación en forma alternada o intermitente de las imágenes a cada ojo, a través de **un emisor en la PC y** de **un anteojo** que alternativamente bloquea una y otra imagen (muy difundida esta aplicación en las estaciones de trabajo digitales).

25. La **separación radiométrica** (distinta longitud de onda) consiste en observar la imagen izquierda (coloreada en azul-verdoso) y la derecha (rojo-anaranjado) **con un anteojo que posea un filtro rojo-anaranjado a la izquierda y otro filtro azul-verdoso a la derecha** (*ver imagen en página 257*).

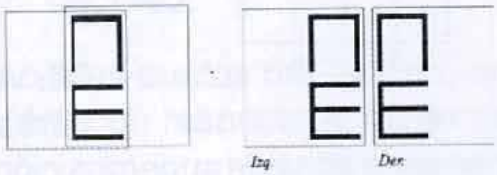
26. Los filtros solo dejan pasar las longitudes de onda de los colores complementarios y los bloquean; esta solución primero se usó en

instrumentos restituidores de proyección óptica (*ver párrafo 23*) y también en los modernos restituidores digitales (versión económica).

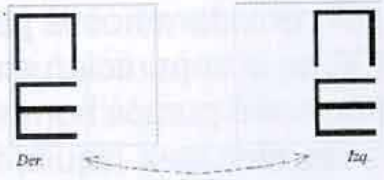
27. En cualquiera de las propuestas mencionadas anteriormente (espacial, temporal o radiométrica), se debe tener en cuenta que **la zona estereoscópica (de imágenes positivas) se encuentra hacia su interior**.



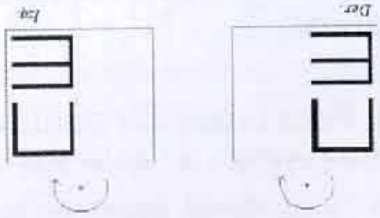
28. El **par de copias positivas**, ubicado enfrente de cada ojo, **debe colocarse de modo tal que los detalles que se superponen lo hagan hacia dentro,** para percibir la tercera dimensión.



29. Si la copia izquierda se presenta al ojo derecho y la derecha, al ojo izquierdo, **tendremos una inversión del relieve llamada pseudoscopía**.

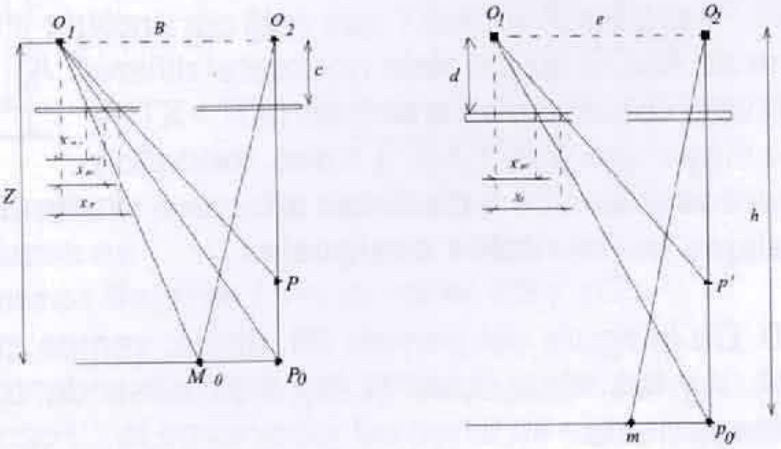


30. También puede verse este **falso relieve (pseudoscopía)** si el par de fotos tiene la escena común hacia dentro (*ver párrafo 28*), pero giradas 180° en su plano.

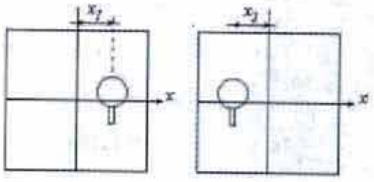


31. **Cuando el observador tiene la sensación de que el relieve está exagerado, hablamos de hiperestereoscopía**.

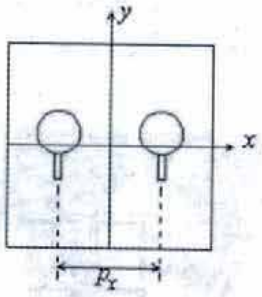
32. Esto se debe a que **la relación base-profundidad (B/Z) durante la toma no es igual a la relación base-altura (e/h) durante la observación**.



33. **Conceptos sobre la medición estereoscópica**



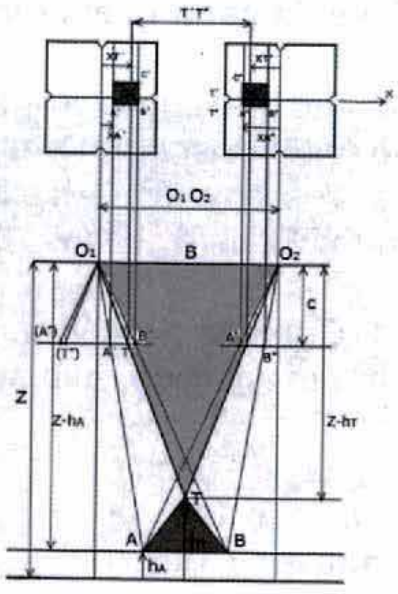
34. **Paralaje estereoscópica** es el desplazamiento de la imagen de un objeto, cuando se lo observa desde diferentes puntos de vista.



35. El desplazamiento lineal según el eje horizontal (**Px**) se llama **paralaje estereoscópica horizontal**.

36. Veamos el caso ideal de dos fotografías aéreas verticales consecutivas, que contienen en la zona de superposición una pirámide de base cuadrada ABCD y vértice T.

37. Si consideramos la parte superior de la figura anterior, en donde O1O2 es la separación entre fotos, T´ T´´, A´ A´´, C´ C´´,...es la separación entre puntos homólogos y XT´, XT´´ son las abscisas izquierda y derecha del vértice T. Podremos observar **tres conclusiones**:



38. Para cualquier punto de la base ABCD, PA = O1O2 - A´ A´´= XA´ - (-XA´´) = (XA´ + XA´´), es decir, **tendrán paralajes horizontales iguales (por estar contenidos en el mismo plano o altura)**.

39. Pero para el vértice T que está por encima de ABCD su paralaje horizontal difiere en valor con las cuatro anteriores (XT´ + XT´´), es mayor que (XA´ + XA´´), o sea, **todos los puntos situados a distintas alturas o profundidades tendrán paralajes horizontales desiguales**.

40. De la figura del *párrafo 36*, abajo, vemos que las paralajes PT, PA... y las distancias (Z-h) a la base de toma se relacionan inversamente.

$$P_T = \frac{B \cdot c}{Z - h_T} \qquad P_A = \frac{B \cdot c}{Z - h_A}$$

41. A mayor alejamiento de la base de toma, menor es la paralaje horizontal.
PA es menor que PT $(P_T - P_A = \Delta p \neq 0)$

42. **La diferencia de paralaje ($\Delta p \neq 0$) está directamente relacionada con la diferencia de altura (Δh)** entre A y T.

$$\Delta h = h_T - h_A = \frac{B \cdot c}{P_A} \cdot \left(\frac{\Delta p}{P_A + \Delta p}\right)$$

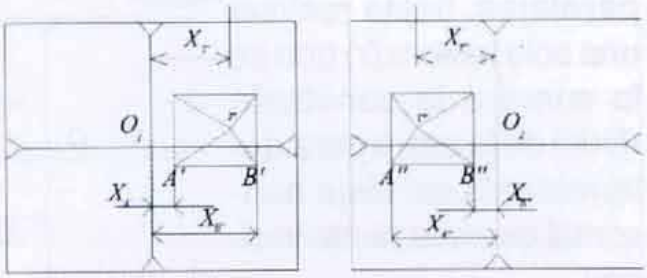
43. La expresión anterior, que también podemos escribirla así

$$\Delta h = h_T - h_A = (Z - hA) \cdot \left(\frac{\Delta p}{P_A + \Delta p}\right)$$

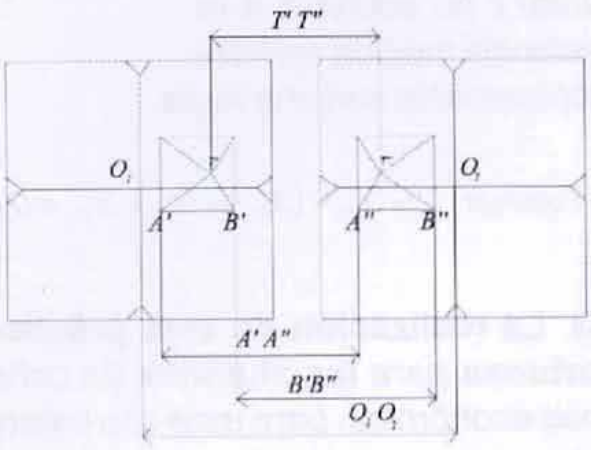
permite calcular el desnivel entre dos o más puntos del terreno, en función de la diferencia de paralajes (Δp) con respecto al punto de menor altura (h_{min}).

44. **¿Cómo y con qué medir las paralajes?**

45. **En forma monoscópica**: si sobre cada foto se mide con una regla las abscisas XA´, XT´ y XA´´, XT´´ (esto es, para cada punto imagen tendremos dos mediciones, referidas al centro fiducial).

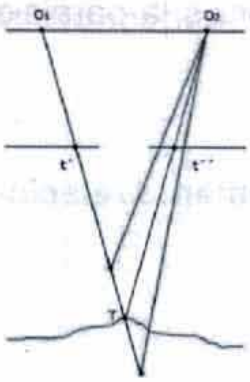


46. **En forma estereoscópica**: si sobre un par orientado debajo del estereoscopio se miden directamente las distancias horizontales entre puntos homólogos (A´A´´; B´B´´... T´T´´).



47. El dispositivo para medir tales distancias se basa en **el principio de la marca flotante** (*ver párrafos 09 y 10*).

48. Si se ajusta una marca de medición sobre el punto imagen t´ y otra sobre su homólogo t´´, el observador las percibirá como una sola, posada exactamente sobre T.

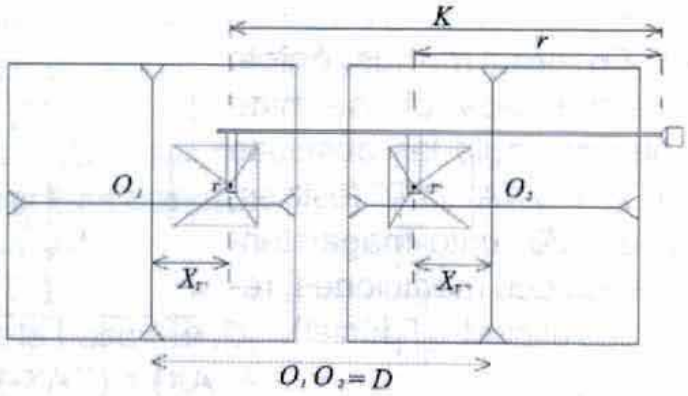


49. Si durante el ajuste de la marca derecha, esta no se coloca exactamente encima de t´´, el observador seguirá percibiendo una única marca por encima o por debajo, como si flotase.

50. Esta marca flotante constituye el **órgano de medición y trazado de puntos y líneas identificados sobre el modelo reconstruido en laboratorio**.

51. Estas marcas de medición están grabadas sobre un par de placas de cristal, conectadas entre sí mediante **una barra**, la cual tiene en su extremo un tornillo micrométrico para medir el desplazamiento entre ambas.

52. Con esta **barra de paralajes**, basta realizar una sola lectura (r) que se le suma a la constante (D-K) de la barra para determinar la paralaje horizontal de cada punto imagen.
Nota: **r** no equivale a la distancia medida monoscópicamente con una regla.

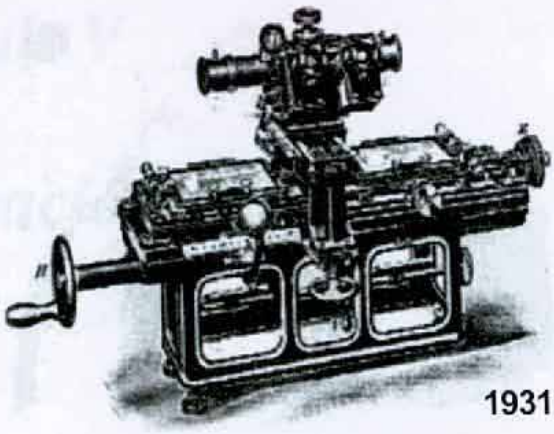


$$Paralaje \quad T = X_{T'} - (X_{T''}) = X_{T'} + X_{T''} = O_1O_2 - T'T'' = D - (K - r) = (D - K) + r$$

53. **La realización de esta práctica en la Facultad siempre fue tortuosa para los alumnos** (la cuña de paralaje es una alternativa más económica, para usar con estereoscopios de bolsillo).

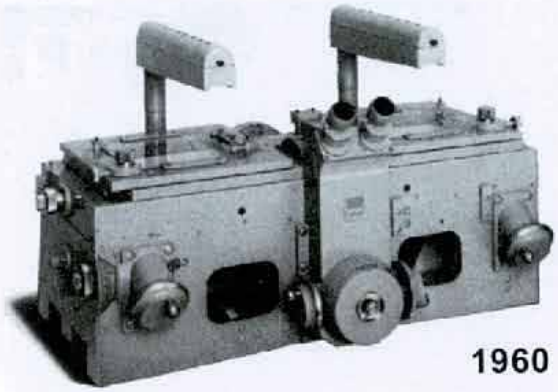
54. **El principio de la marca flotante (F. Stolze, 1892) se convirtió en el órgano de medición y trazado de la fotogrametría, así como lo fue el retículo (órgano de puntería y medición) para la topografía**.

55. La visión estereoscópica y la medición de las coordenadas planas (x, z) alentaron a C. Pulfrich a desarrollar la idea del **estereocomparador** (padre de todos los restituidores analíticos) en 1901.



1931

56. El lector debe tener en cuenta que los conceptos de los *párrafos 42 a 45* pueden constituir una **alternativa muy económica para aplicar en el caso de anteproyectos,** (¿cuánto puede costarle trasladarse a una zona montañosa para usar el método barométrico o trigonométrico?).



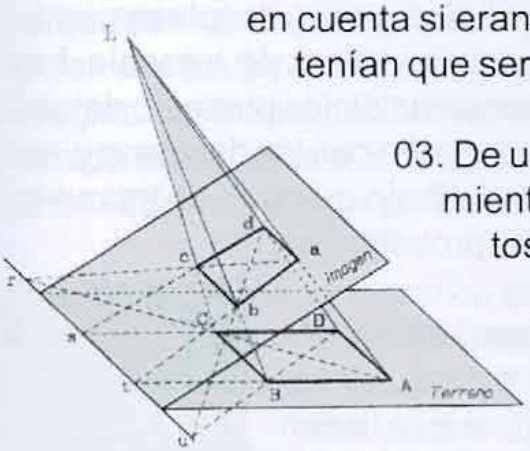
1960

Módulo V

La explotación de imágenes aisladas

01. La **actualización de planos o mapas existentes** fue realizada transfiriéndoles los nuevos detalles que aparecían en fotografías aéreas más recientes.

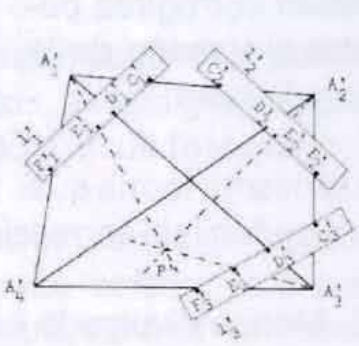
02. Diversos procedimientos fueron usados para transferir estos detalles (**puntuales o lineales**) al nuevo soporte, teniendo en cuenta si eran **pocos o muchos** y, por lo general, tenían que ser planimétricos.

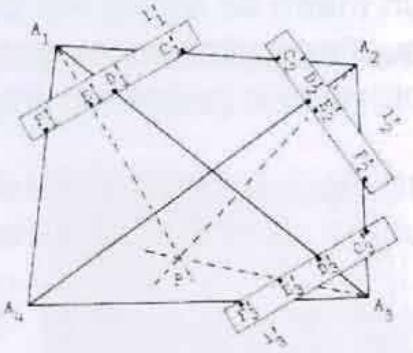


03. De una manera u otra, todos los procedimientos requieren identificar cuatro puntos en cada foto, y que su posición planimétrica sobre el plano, mapa o nuevo soporte sea conocida. **Estamos frente a una transformación proyectiva bidimensional**.

04. Cuando los detalles son puntuales, en su momento se usaron **procedimientos gráficos**, hoy históricos, pero vale la pena recordarlos.

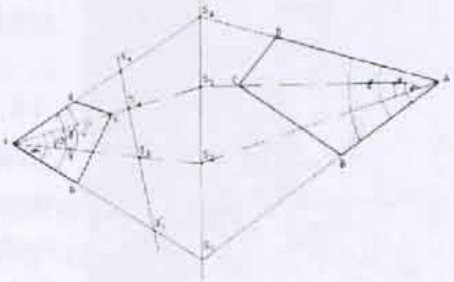
05. Basándonos en la relación anarmónica entre figuras proyectivas, se desarrollaron los métodos **de la tira de papel; del papel transparente rebatido; de la cuadrícula; de las proporciones, etc.**

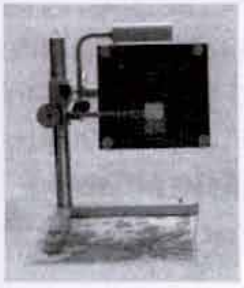




06. Cuando los detalles a transferir son lineales o continuos, se recomendaba usar los **procedimientos ópticos**, mediante instrumentos especiales llamados transformadores óptico-subjetivos, como:

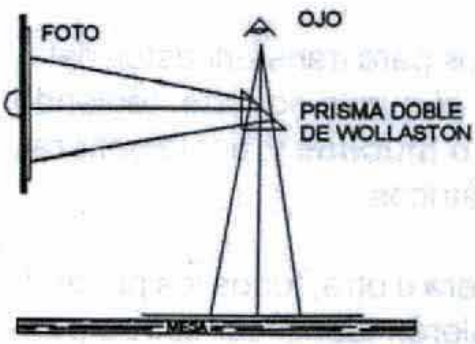
- La cámara clara
- El pantógrafo óptico
- El proyector por reflexión.





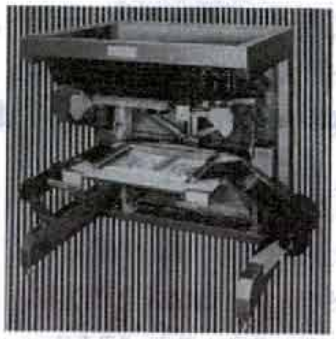
07. La **cámara clara** es un instrumento monocular, basado en un espejo semitransparente (o un prisma doble divisor) que permite superponer una imagen sobre un plano.

08. La foto se coloca en un soporte que puede inclinarse y girarse mediante un cardán giratorio; el soporte y el espejo (o prisma) se pueden desplazar verticalmente para variar el tamaño de la imagen proyectada (y así ajustar la escala).



09. Mediante giros y desplazamientos se corrige la inclinación y escala, hasta hacer coincidir los puntos o detalles de la fotografía con los del plano y, mediante el dibujo manual, se trazan los detalles proyectados.

10. Como en las propuestas anteriores, se trabaja con fotos de terreno llano; aparecieron en el mercado otros tipos de transformadores ópticos que tienen en cuenta las diferencias altimétricas del terreno y sus desplazamientos radiales (ejemplo: SB 115 Hilger & Watts).



11. El **pantógrafo óptico** proyecta la imagen (opaca o transparente) colocada en su parte inferior, sobre un tablero de cristal ubicado a casi un metro de altura. Así pueden corregirse pequeñas inclinaciones y variar el tamaño de la proyección (escala) entre ¼ y 4 veces.

12. Básicamente trabaja de la misma forma que un proyector de diapositivas o cañón (sin corrección de la inclinación).

Proyector Map O Graph

13. Menos divulgado fue el **proyector por reflexión** (similar a un viejo retroproyector de filminas).

14. La producción de un **substituto de representación cartográfica** del terreno, sin recurrir al uso de restituidores por trazado estereoscópico, impulsó a ensamblar copias fotográficas consecutivas, haciendo coincidir, de la mejor manera, los detalles comunes que aparecen en las zonas de superposición longitudinal y lateral.

15. De esta manera confeccionaremos un **mosaico sin control**, de rápida y económica realización, que solo tiene valor informativo (ocupación de la tierra, patrones topográficos, drenajes, etc., que habitualmente no aparecen en la cartografía regular).

16. La necesidad de que los detalles comunes apareciesen con la misma forma y tamaño condujeron a producir una nueva copia fotográfica corregida de la inclinación del eje de toma y ajustada a una escala final constante; de esta manera aparece el **mosaico controlado**.

17. Este substituto cartográfico se convierte en una **verdadera planimetría fotográfica**, en la que podemos medir distancias, superficies y rumbos con exactitud satisfactoria, para muchísimos propósitos.

18. También se lo ha utilizado como mapa-base, para volcar en él información temática, incluso para extraer sus líneas planimétricas y confeccionar un plano (**versión muy anticipada de lo que se conoce como restitución monoscópica hoy en día**).

19. El valor de un mosaico controlado puede aumentarse si se le agrega toponimia, rotulados, escala gráfica, croquis de ubicación, cuadrícula, etc., convirtiéndolo en un **fotoplano**.

20. A pesar de que los mosaicos controlados mostraban el estado más reciente y completo de la superficie terrestre, no eran tan costosos y podían presentarse pocas semanas después del vuelo, no fueron muy promocionados por los encargados de los servicios cartográficos.

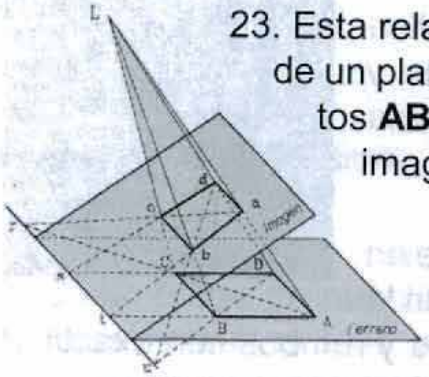
21. **Rectificar** es un procedimiento que tiene como objeto generar una nueva imagen fotográfica, sin los desplazamientos proyectivos introducidos por la inclinación de la cámara durante el registro.

22. Desde el punto de vista matemático, la rectificación es una **transformación proyectiva bidimensional**, que relaciona dos planos no

paralelos entre sí (*ver párrafo 03*), el de la imagen original con el de la imagen a generar.

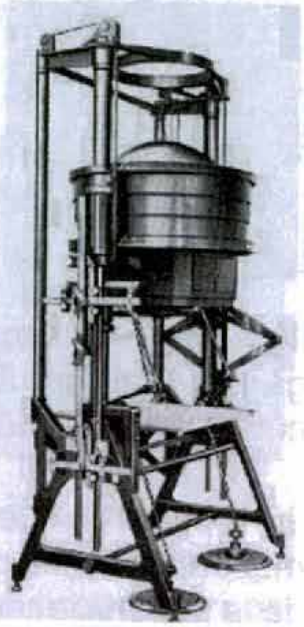
$$X = \frac{a1x + a2y + a3}{c1x + c2y + 1}$$

$$Y = \frac{b1x + b2y + b3}{c1x + c2y + 1}$$



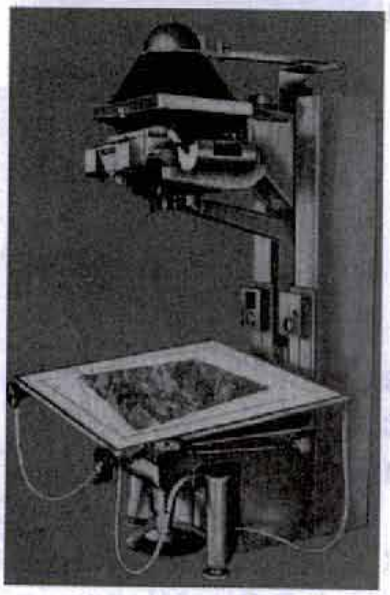
23. Esta relación permite vincular cuatro puntos **abcd** de un plano (negativo) con sus mismos cuatro puntos **ABCD** sobre otro plano (soporte de la nueva imagen a generar).

24. Durante muchos años, la posición planimétrica de estos puntos identificados en cada fotografía era determinada por los **métodos de triangulación radial** (*ver párrafo 33*), se prefería el método de las plantillas ranuradas para bloques de fotos y, para fotos aisladas, se usaban detalles en lugar de puntos.



Wild E2

25. Mientras tanto, el procedimiento fotográfico requería un aparato de proyección óptica vertical (tipo ampliadora), con la posibilidad de inclinar los dos planos: el del negativo y el del tablero, como también variar la distancia de proyección y ser instalado en un cuarto oscuro: **el rectificador o enderezador**.



SegV Zeiss

26. El **rectificador** debía satisfacer condiciones ópticas de nitidez (ecuación de las lentes) y condiciones geométricas de la perspectiva, mediante ingeniosos mecanismos que tenían su historia (inversores de Peaucellier, Carpentier, Scheimpflug... y por años se torturó a los alumnos con su teoría).

27. La alternativa moderna es **la rectificación digital**, para ello se necesita una PC convencional y tres cosas:

- Digitalizar la imagen con una resolución de 300 dpi como mínimo
- Coordenadas planas de 4 puntos no colineales (u otra alternativa sin coordenadas)
- Un software de rectificación.

Softwares:

ARCHIS	*Siscam-Italia*
MSR	*Rollei-Alemania*
Pictran E	*Technel-Alemania*
EDDI	*Focus-Alemania*
ELSP	*PMS-Austria*

28. Se convierte el antiguo cuarto oscuro del laboratorio fotográfico con el rectificador en otro cuarto iluminado con una PC convencional y un software de bajo costo, sin químicos ni técnicos.

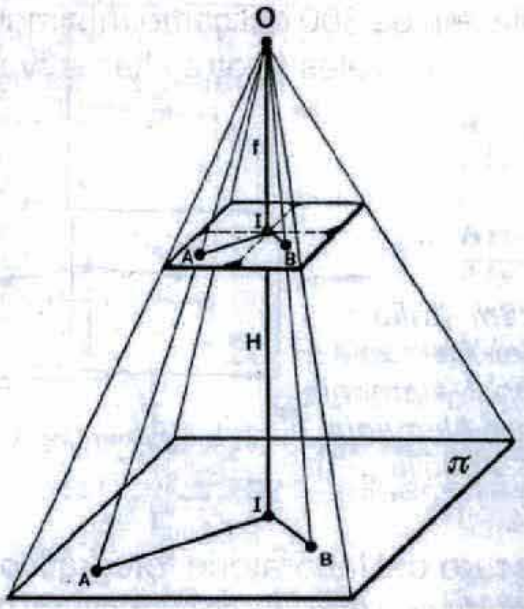
29. Con las relaciones de proyectividad (*ver párrafos 22 y 23*) se conecta cada píxel de la imagen original con la correcta posición del punto sobre el nuevo soporte (originariamente vacío); un procedimiento llamado **resampling** va generando la nueva imagen punto por punto.

30. El Agrimensor de hoy puede presentar en su monitor la copia rectificada o aquellas que ensamblará en un **mosaico digital** (existen softwares para el retoque –o ecualización– de las imágenes).

31. Después de generado el mosaico digital, con un editor gráfico de dibujo (Autocad) **puede proceder a vectorizar** todas las líneas planimétricas y confeccionar un plano (*ver párrafos 14 a 18*).

32. Todos los métodos de rectificación (analógicos o digitales) requieren una mínima cantidad de puntos identificados sobre cada imagen y cuya posición en el nuevo soporte, sobre el cual se lo proyectará o transformará, sea conocida (*ver párrafos 03 a 23*).

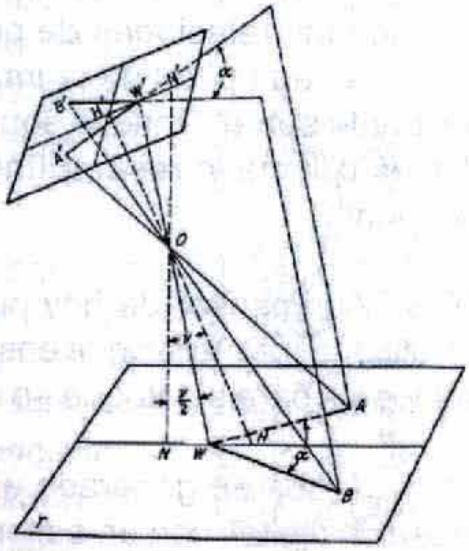
33. Por muchos años (del siglo pasado) el único procedimiento de laboratorio o gabinete para establecer este control bidimensional era la **triangulación radial**, cuyas materializaciones se debieron a T.



Scheimpflug (1909), C. W. Collier (1933) y S. P. Florence (1938).

34. La idea básica proponía que si teníamos una foto aérea (exactamente vertical) de un terreno llano y horizontal, los ángulos medidos **a partir del centro fiducial** eran los mismos que hubiesen sido medidos con el teodolito desde su punto homólogo o correspondiente sobre el terreno.

35. Por supuesto, se discutieron en su tiempo las causas que podían perturbar esas medidas angulares si no se usaba el punto isocentro, el único que garantiza la igualdad angular (*ver párrafo 34*).



36. Aún así, **se adoptó el centro fiducial (o punto principal)** como origen de las direcciones (radiaciones) a los demás puntos identificados sobre el plano de cada foto, bajo las condiciones siguientes:

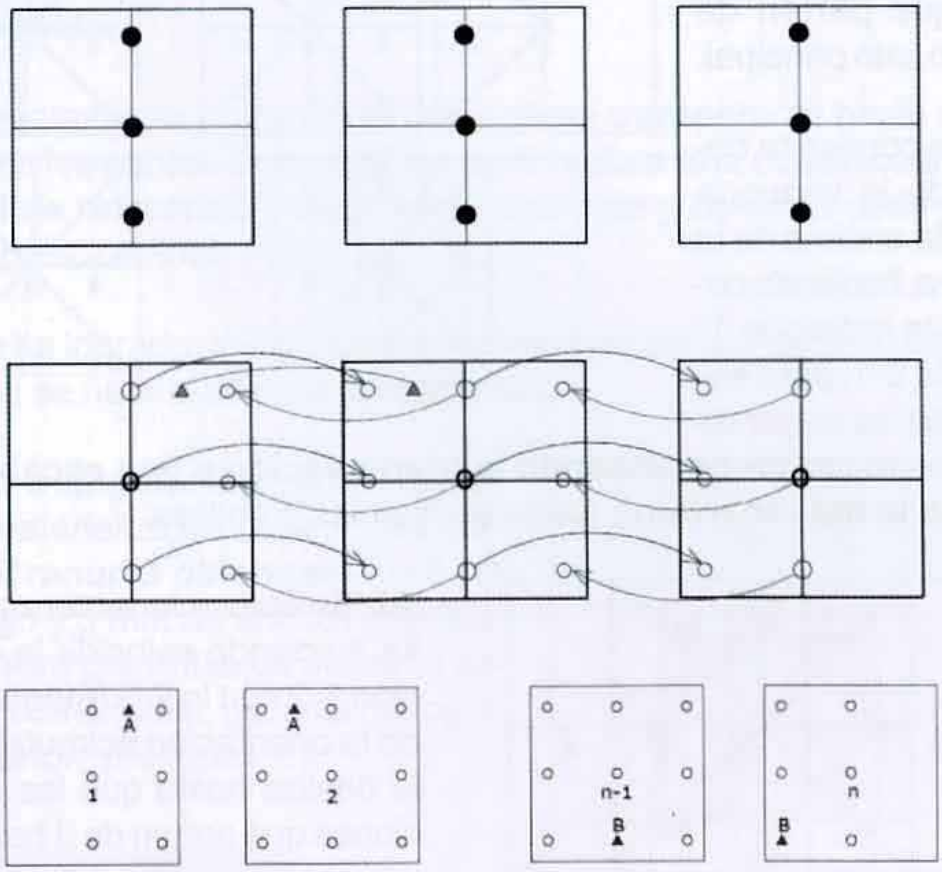
37. Que las inclinaciones del eje de toma sean inferiores a los 3° de arco.
Que los desniveles máximos dentro de cada foto no superen el 2% de la altura relativa de vuelo.
Que los recubrimientos longitudinales no sean inferiores al 60%.

38. Todos los procedimientos de gabinete tenían una parte en común (la preparación), que básicamente consistía en seleccionar los **puntos menores de control o fotogramétricos** (los que se debían posicionar sobre una hoja base o determinar sus coordenadas), sin dejar de lado los **puntos de control terrestre** (vulgarmente llamados de apoyo).

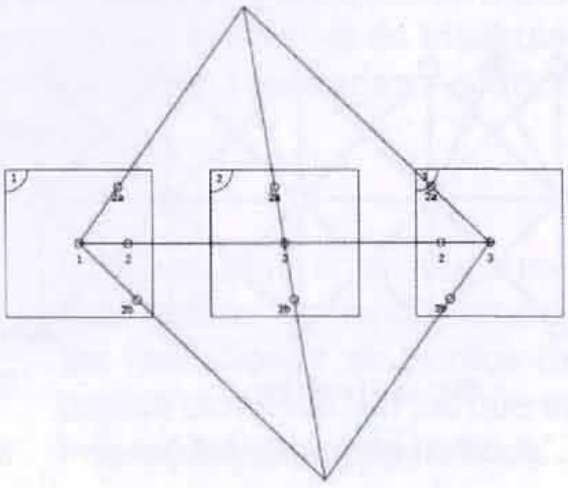
39. Sobre cada foto se marcaba su punto principal (por intersección de las marcas fiduciales) y dos puntos más, uno por encima y otro por debajo de él (**colineales en la zona de triple superposición**), y se los definía como puntos de paso o pasaje.

40. Se **transferían estereoscópicamente** a las fotografías vecinas (lo mismo se realizaba con los puntos de control terrestre).

41. En consecuencia (excepto la primera y última foto del recorrido) todas las demás cuentan con nueve puntos seleccionados.

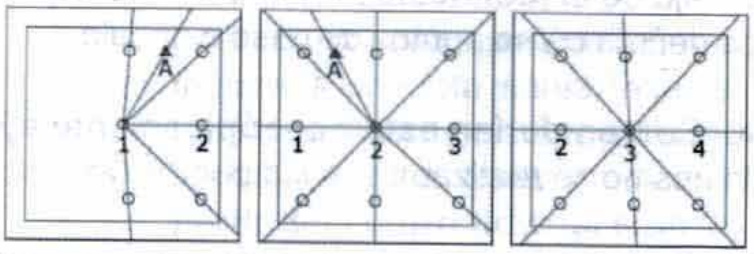


42. Recordando el *párrafo 36*, los puntos de pasaje ahora pueden determinarse "posicionalmente" **mediante la intersección hacia delante** de las radiaciones que parten de dos puntos principales consecutivos.

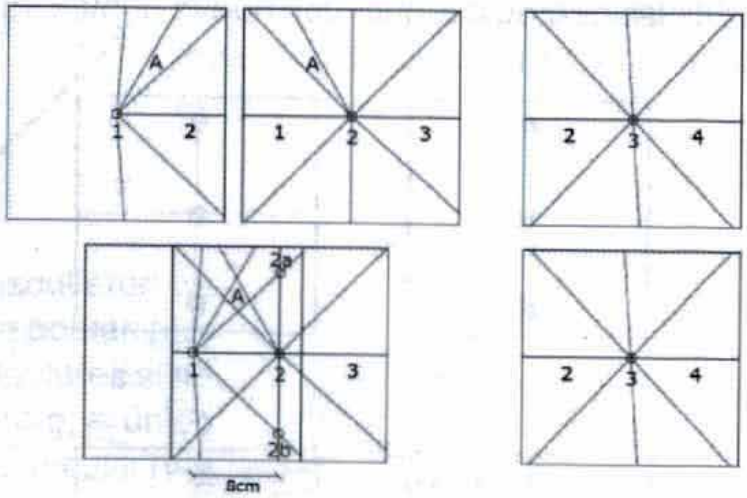


43. Lo único que faltaba era materializar las radiaciones:

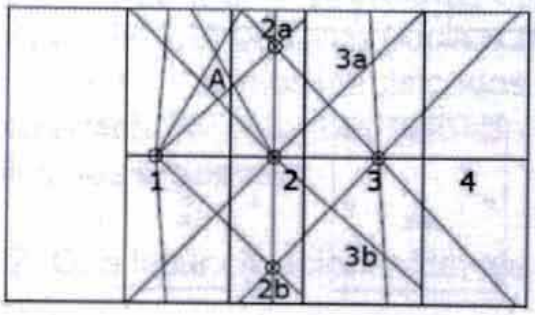
- Gráficamente
- Mecánicamente
- Numéricamente.



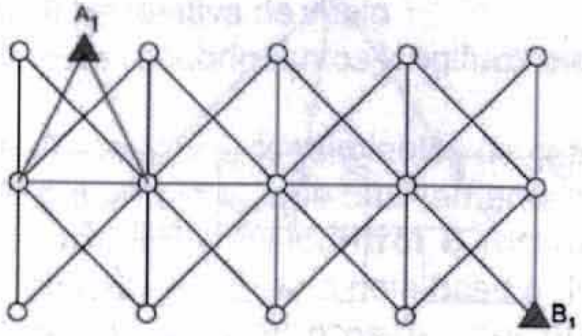
44. La **triangulación radial gráfica** usa hojas de papel transparente sobre cada foto, en las que se trazan todas las radiaciones que parten de cada punto principal.



45. Se comienza colocando la segunda plantilla encima de la primera, haciendo coincidir la radiación 1-2 con la 2-1, pero separados los orígenes unos 8 cm (**estamos armando la triangulación a una escala casi igual a la del recorrido**), luego se fijan las plantillas.



46. Se coloca la tercera plantilla, haciendo coincidir la radiación 3-2 con la 2-3 (manteniendo la orientación acimutal) y se la desliza hasta que las radiaciones que parten de 3 hasta 2a y 2b pasen por las intersecciones determinadas previamente, y se la fija.

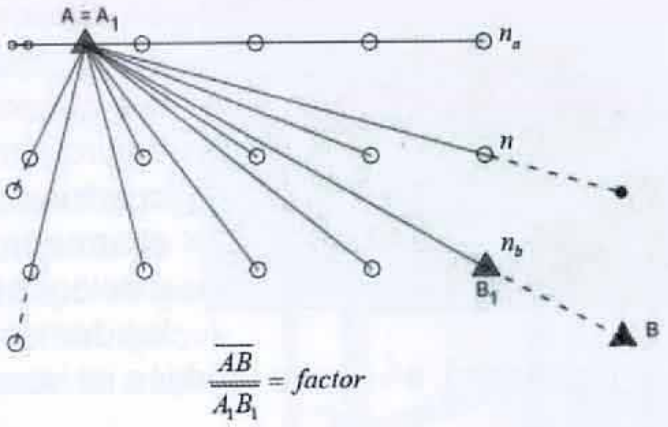


47. Repitiendo el proceso, tendremos un conjunto de plantillas, con radiaciones **que fijarán posicionalmente** todos los puntos (menores y terrestres) **en una escala arbitraria**.

$dis.\ \overline{AB}(real) =$

$dis.\ \overline{A_1B_1}(triangulada) =$

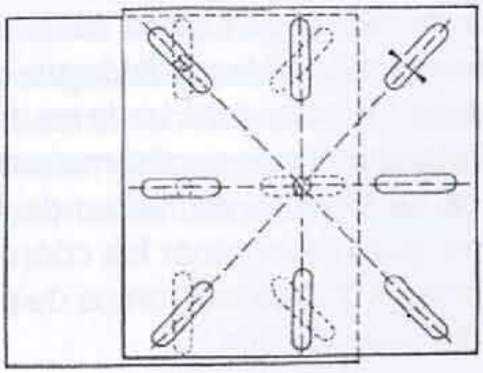
48. Comparando las distancias entre dos puntos de control terrestre (A_1B_1 de la triangulación y AB real a la escala final), se tendrá el factor por el cual se multiplicará la longitud de cada radiación y así se podrá determinar la posición final de cada punto de pasaje sobre un único transparente.

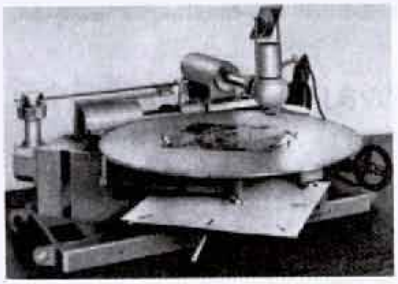


49. Desplazando y girando el único papel transparente hasta hacer coincidir los puntos de control terrestre (**sobre una cuadrícula horizontal de referencia**), se procede a pinchar y numerar cada punto en su posición final.

50. Se ha logrado posicionar planimétricamente (en exceso) los puntos que se necesitan para la rectificación.

51. La **triangulación radial mecánica** materializa las radiaciones mediante "**ranuras oblongas**" (de 5 cm de largo y 5 mm de ancho) practicadas **sobre plantillas de material estable** (correctostat, película radiográfica, cartón, presspan...).

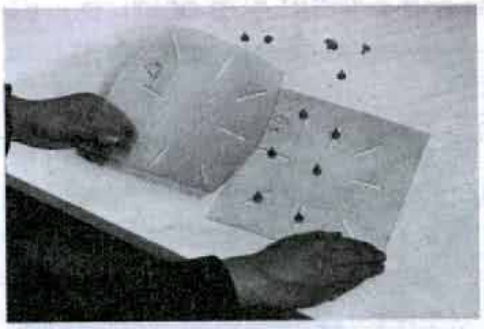




Sectador radial RS1 -

52. Para ello, fueron empleados **perforadores o sectadores** de plantillas (el método se conoció con el nombre de triangulación por plantillas ranuradas –slotted templates–).

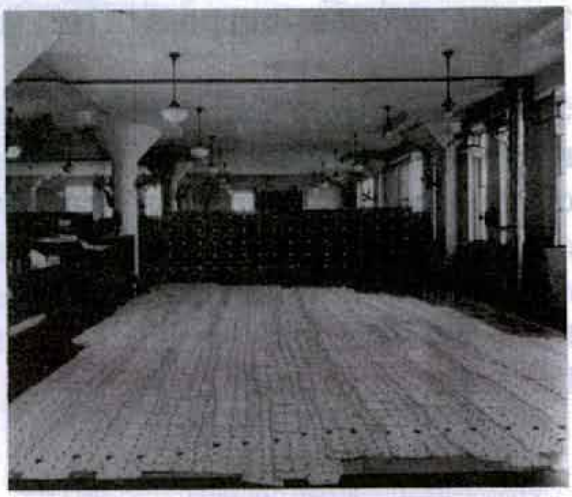
53. El empalme era similar al método gráfico, haciendo coincidir las radiaciones en puntos de pasaje comunes, en los que se insertaban "**clavillos huecos**".

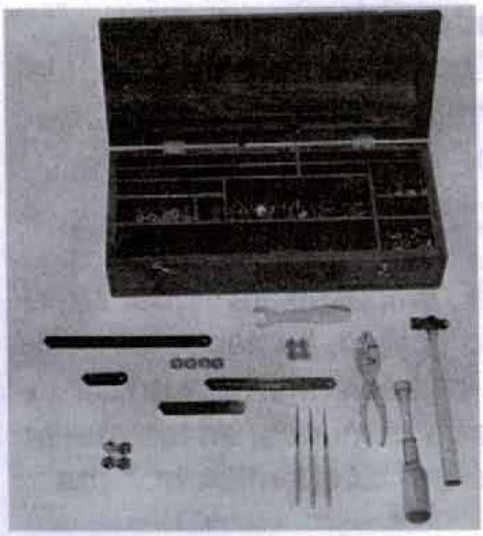


54. Se comenzaba fijando con un clavo colocado en el hueco de los clavillos correspondientes a los puntos de control terrestre, ubicados sobre una cuadrícula de referencia, y se iniciaba el armado de las plantillas con las radiaciones que pasaban por ellos y por las demás intersecciones (de los puntos de pasaje), en donde también se insertaba otro clavillo.

55. La longitud de cada ranura oblonga permitía el desplazamiento radial de los clavillos cuando se acercaban o separaban las plantillas (como un acordeón) y así acomodarlas a la escala final (controlada por los clavillos fijos de los puntos de control terrestre).

56. **Este tipo de triangulación constituyó la primera propuesta "mecánica" para la compensación de un bloque de fotos** (30 años más tarde se aplicaría la compensación matemática de bloques de haces de rayos, para determinar las coordenadas X Y Z de los puntos de pasaje *–ver Módulo X–*).





57. Una alternativa para materializar las radiaciones fue el uso de **varillas metálicas con ranuras de varias longitudes** (una especie de "mecano" llamado spider o lazy daisy).

58. La **triangulación radial numérica** usaba un instrumento que permitía medir simultáneamente las direcciones angulares en pares de fotografías, mediante la observación estereoscópica.

la imagen contigua se muestra el triangulador radial analítico de Maffi-Copello construido en el país.

59. Con los datos medidos en el triangulador, se calculaban las coordenadas XY de cada punto de pasaje (luego se georreferenciaban a un único sistema provisorio de coordenadas y se procedía a compensarlas).

Prof. D. Tassano

60. Basado en la misma idea, el **Prof. Domingo Tassano** densificó la red planimétrica en Corrientes, usando un coordinatógrafo de precisión para medir las coordenadas XY de cada punto en el sistema fiducial, transformándolas en un único sistema, para luego compensarlas.

61. Estos métodos de triangulación radial quedaron en el recuerdo de muy pocos; **quizás para los interesados, si los hay**, les sea más accesible usar un software de triangulación y compensación de un bloque de haces, con los que aún sobrándole la Z puedan resolver el problema en menos tiempo y con la PC.

Módulo VI

Planificación de vuelo fotogramétrico con cámara de film

01. **"La mayoría de los problemas deben solucionarse antes de levantar vuelo".**

02. **Aspectos a tener en cuenta en la planificación**

I. Uso a dar a las fotografías
II. Tipo de terreno a ser sobrevolado
III. Condiciones meteorológicas
IV. Altura del sol en la época
V. Avión disponible
VI. Cámara y película disponible
VII. Los parámetros geométricos.

03. **Uso a dar a la fotografía aérea**

1) Con fines informativos y para evaluación de recursos naturales, impactos ambientales, control de desastres.
2) Con fines de medición y representación de detalles del terreno (planeamiento urbano, catastro, obras de ingeniería, GIS, etc.).

04. **Relación entre el uso, la escala y forma de representación**

APLICACIÓN	ESCALA	FORMA
Información general	1:500000	imágenes (mosaico, fotoplano, ortofotos)
Planificación regional	1:250000	
Planificación obras	1:100000 1:25000	líneas (planimetrías, planialtimetrías, modelos digitales de elevaciones)
Anteproyecto obras	1:25000 1:100000	
Proyectos detallados	1:5000 1:1000	

05. En los mosaicos, fotoplanos, ortofotos, etc. se prioriza reducir al mínimo los desplazamientos de la imagen y tener en cuenta el menor tamaño del detalle a **percibir**.
En las representaciones lineales o DEM se prioriza disminuir los errores planimétricos (mp) y altimétricos (mh).

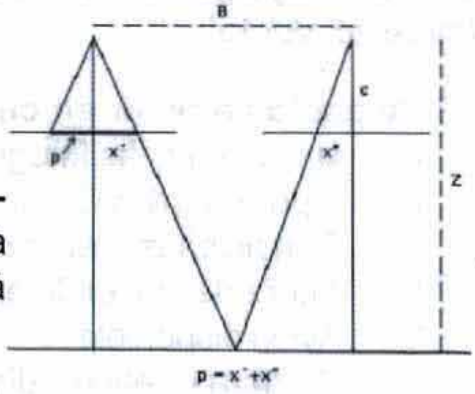
06. La primera exigencia sugiere aumentar las alturas de vuelo (Z) o usar distancias focales más largas (210mm, 305mm).

$$\Delta r = r.\frac{\Delta h}{Z} = r.\frac{\Delta h}{c.D}$$

07. La segunda exigencia sugiere lo contrario: disminuir la altura relativa de vuelo (Z) o usar distancias focales más cortas (85mm, 152mm).

$\frac{B}{Z} = \frac{p}{c}$ luego $Z = \frac{B.c}{p}$ ó $p = \frac{B.c}{Z}$

$dZ(=mh) = (B.c/p^2).dp = (Z^2/B.c).dp$



08. De la época de la "**taquimetría topográfica**", la elección de la equidistancia entre curvas de nivel en los mapas está vinculada con la pendiente del terreno. Recordemos la escala del mapa = $1:D_M$ donde $D_M = M \times 10^3$

Tabla 1

Escala de Mapa	Equidistancia (mts)		
$1 : D_M$	pend. suave	pend. media	pend. fuerte
$D_M = M \times 10^3$	M/2	M	2M
1:1.000	0,50	1,00	2,00
1:5.000	2,50	5,00	10,00
1:10.000	5,00	10,00	20,00
1:25.000	12,50	25,00	50,00
1:50.000	25,00	50,00	100,00

09. Los países establecen "**patrones de exactitud**" sobre el documento a generar (mapas), confinando los errores dentro de ciertos límites (**tolerancias o errores probables porcentuales**).

10. La "**tolerancia más conocida es el error del 90%**".
Este error es un indicador estadístico de la dispersión, o sea, el límite dentro del cual el 90% de los errores deben caer, para ser aceptadas sus mediciones.

11. Es habitual en las especificaciones técnicas fijar como tolerancia (altimétrica por ejemplo):
"El 90% de los puntos acotados sobre el mapa debe tener un error inferior a ¼ de la equidistancia, tolerándose para el 10% restante de los puntos ½ de la equidistancia".

12. En cuanto a la exactitud planimétrica, es común fijar que "el 90% de los puntos del mapa ($1:D_M$) deben estar definidos con un error no superior a ±0,2 mm con respecto a su verdadera posición en el terreno (0,2 mm x D_M) y que el 10% restante no supere los ±0,4 mm x D_M".

13. Es importante tener en cuenta la relación entre **tolerancia** (error probable o error del 90%) y el **error medio cuadrático** (desvío estándar, emc).

$$Tol.\ (error\ 90\%) = 1{,}6449\ emc = 1{,}65\ emc$$

$$emc = (1/1{,}65)\ error\ del\ 90\% = 0{,}608\ error\ 90\%$$

14. Las relaciones anteriores nos permiten confeccionar una Tabla para especificar los patrones de exactitud sobre un mapa (incluso sirve para clasificar estos últimos).

Tabla 2

Planimetría		Altimetría		Mapa Clase:
fracción de mm. DM		equidistancia		
Tol. = 90% error	emc = 0,6 Tol.	Tolerancia	emc = 0,6 Tol.	
± 0,2 mm x DM	± 0,1 mm x DM	1/5 equid. 1/4 equid.	1/8 equid. 1/6 equid.	A
± 0,3 mm x DM	± 0,2 mm x DM	1/3 equid. 1/2 equid.	1/5 equid. 1/3 equid.	B
± 0,4 mm x DM	± 0,2 mm x DM	3/4 equid.	1/2 equid.	C
± 0,5 mm x DM	± 0,3 mm x DM	1 equid.	3/5 equid.	D

15. Las organizaciones que controlan la cartografía de cada país establecen los patrones de exactitud, por ejemplo:

http://www.mapping.usgs.gov/standars
http://www.fgde.gov
http://www.nmas.gov

16. Desde el punto de vista fotogramétrico, "**sobre los modelos reconstruidos estereoscópicamente**" se pueden alcanzar las siguientes exactitudes promedio (+).

$m_p = 15\ a\ 20\ \mu.D_f$
adoptaremos: $m_p = \pm 20\ \mu.D_f\ (mts)$

$m_h = 0{,}15\ a\ 0{,}20\ o/oo\ Z\ \ (mts)$
adoptamos: $m_h = \pm\ 0{,}20\ o/oo\ Z\ \ (mts)$

(+) valores que pueden mejorarse.

17. Usando una cámara formato 23 x 23 cm, superposición longitu-

dinal de 60% (la base será 40% de 0,23 m = 9,2 cm), si fijamos una escala 1: D_f = 1:10.000 (B=920 m) podremos establecer la siguiente Tabla, para cuatro tipos de cámara y los m_p-m_h adoptados.

Tabla 3

c (mm)	85	152	210	305
Z (mts)	850	1.520	2.100	3.050
B/Z	1,04	0,6	0,41	0,3
$m_p = 20\mu \times D_f$ ($20\mu \times 10000$)	20cm	20cm	20cm	20cm
$m_h = 0{,}20$ o/ooZ $m_h = m_p/(B/Z)$	17cm	30cm	42cm	60cm

18. Importante: "La exactitud sobre el mapa debe ser congruente con la alcanzada sobre el modelo fotogramétrico".
Asumimos que:

$$M_p = m_p$$
$$M_h = m_h$$

19. Tomemos un ejemplo: se mide una representación cartográfica (mapa) a escala 1:5.000, con equidistancia entre curvas de nivel de M = 5 metros, fijándose como tolerancia planimétrica para el 90% de los puntos menor a ±0,2 mm x D_M y, para las cotas de los mismos, un límite de ¼ de la equidistancia (ver Tabla 2), utilizando una cámara con distancia focal c=152 mm.

20. Recordemos, por un lado (*Tabla 2*)

$$M_p = 0{,}608 \times 0{,}2mm \times D_M = 0{,}1mm \times D_M = 100\mu \times D_M$$

Por otro lado (*ver párrafo 16*): $m_p = \pm 20\,\mu . D_f$ *(mts)*

Hemos asumido que M_p debe ser igual a m_p (*ver párrafo 18*)

$100\mu \times D_M = 20\,\mu \times D_f$ O sea:

$$D_f = (100/20) \times D_M = 5 \times D_M$$

Consecuencia: una foto a escala 1:25.000 garantizará la exactitud planimétrica.

21. Por otro lado, la equidistancia solicitada es de 5 m.

Por un lado (*Tabla 2*)

$M_h = 0{,}608 \times 1/4$ *equid.* $= 0{,}608 \times 1{,}25m = 0{,}76m$

Por el otro lado (*ver párrafo 16*):

$m_h = \pm 0{,}20$ *o/oo* Z

Hemos asumido que M_h debe ser igual a m_h (*ver párrafo 18*)
$0{,}76m = 0{,}20$ *o/oo* Z luego:

$$Z = 3800 \text{ metros}$$

Consecuencia: al usar una cámara con c=152 mm de distancia focal, si volamos a una altura relativa Z=3.800 m, tendremos fotografías a escala (1:D_f) 1:25.000, que también garantizará la exactitud altimétrica.

22. **Tipo de terreno a ser sobrevolado**

23. La cartografía existente brinda información acerca de si la zona es llana o montañosa, el acceso a comisiones topográficas y otros aspectos logísticos para realizar el vuelo.

24. En terrenos montañosos se debe conocer las cotas y grados de su uniformidad para dividir el área en sub-zonas de igual altura y así mantener la misma escala fotográfica.

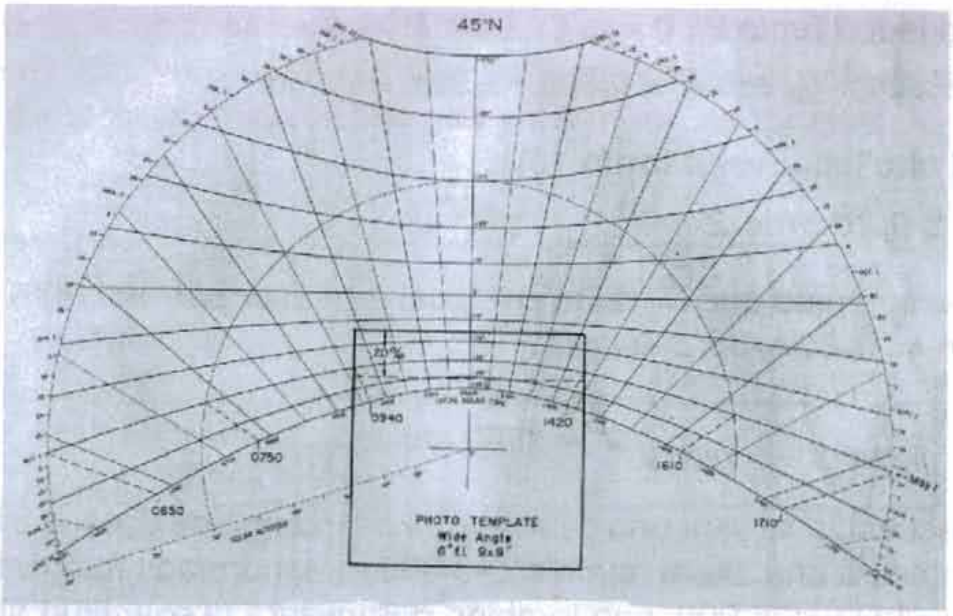
25. **Condiciones meteorológicas**

26. Zonas de vegetación muy densa limitan el período de vuelo a épocas de pocas hojas; zonas húmedas presentan muchas nubes; la dirección predominante de los vientos condiciona el rumbo de los recorridos.

27. Las condiciones ideales son cielo despejado sin nubes, sin polvo ni humo en el aire, sin niebla ni vientos muy fuertes, **estadísticamente se toman tres a cuatro días por mes**.

28. **La altura del sol**

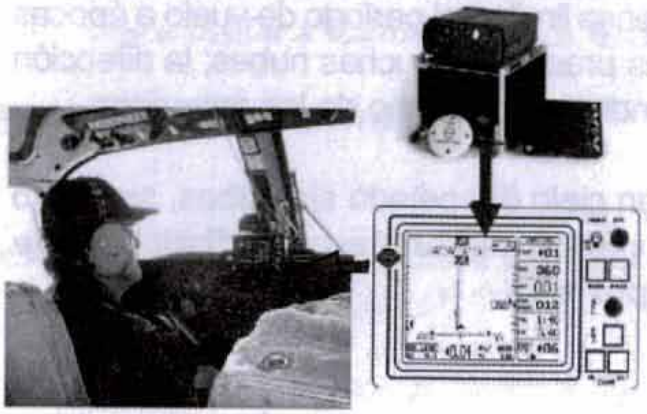
29. Está limitada al intervalo contado a partir del mediodía solar verdadero (sol en el cenit) hasta que la inclinación de los rayos solares (antes y después del mediodía) arrojen una longitud de sombra que sea aceptable).



30. Por lo general esta determinación se realiza utilizando **nomogramas o tablas** (en los últimos cursos se usó la Guía Fotogramétrica de Bolsillo, de J. Albertz y W. Kreiling), **durante años se aconsejó volar entre las 10 y 14 horas**.

31. **El avión disponible** debe reunir ciertos requisitos: gran estabilidad, velocidad crucero compatible con el tiempo de obturación, suficiente techo para alcanzar la altura relativa de vuelo deseada, operativamente económico.

32. El **tipo de cámara disponible**. Habitualmente se ha utilizado en nuestro país la cámara gran angular (c=150 mm, formato 23 x 23 cm), todos los organismos y empresas contaban con ella, como mínimo.

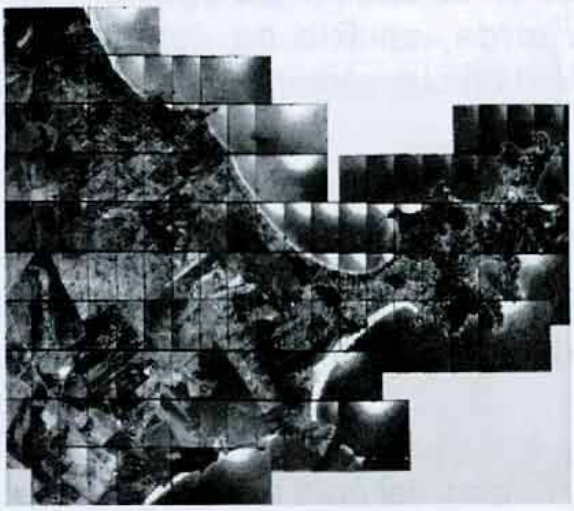


33. En los últimos años se las ha conectado a un sistema de navegación controlado por computadora.

- **CCNS-IGI-Alemania**
- **T-Fliight-Zeiss-Alemania**
- **ASCOT-Leica-Suiza**.

34. Conectada la cámara a una unidad de movimiento inercial (IMU o INS) se puede controlar y registrar las inclinaciones χ, φ, ω, valores estos que con los suministrados por el GPS ($X_0 Y_0 Z_0$) permiten conocer **los 6 parámetros de la orientación externa** (*ver Módulo VII*).

35. Con respecto a la película: se usa la única que se consigue en nuestro país.



36. Los sistemas de navegación inercial, las suspensiones giro-estabilizadas y el GPS aseguran el rumbo, linealidad, superposiciones, inclinaciones.

Buzios
(cortesía Aerocarta S. P.)

37. La regulación del tiempo de exposición (mientras el obturador está abierto) es muy importante, para evitar el **arrastre** (o flou) **de los puntos imágenes sobre la foto**.

$$\Delta s = \frac{V \cdot \Delta t}{D_f}$$

donde:
V: Velocidad del Avión
Δt: Tiempo de exposición
D_f: Denominador de la escala de la fotografía
Δs: Arrastre (tolerancia menor que 10 μ).

38. Tabla que indica la magnitud del arrastre en micrones

VELOCIDAD	ESCALA	Δt (segundos)				
		1/100	1/200	1/300	1/500	1/1000
100 Km/h	1:5000	56	28	19	11	6
	1:10000	28	14	9	6	3
	1:20000	14	7	5	3	2
300 Km/h	1:5000	167	83	56	33	17
	1:10000	83	42	28	17	8
	1:20000	41	21	14	8	4
500 Km/h	1:5000	278	139	93	56	28
	1:10000	139	70	46	28	14
	1:20000	70	35	23	14	7

39. Existen varias soluciones para reducir el arrastre Δs
- Reducir la velocidad del avión
- Reducir el tiempo de exposición
- Usar película de mayor sensibilidad
  o compensarlo mecánicamente.

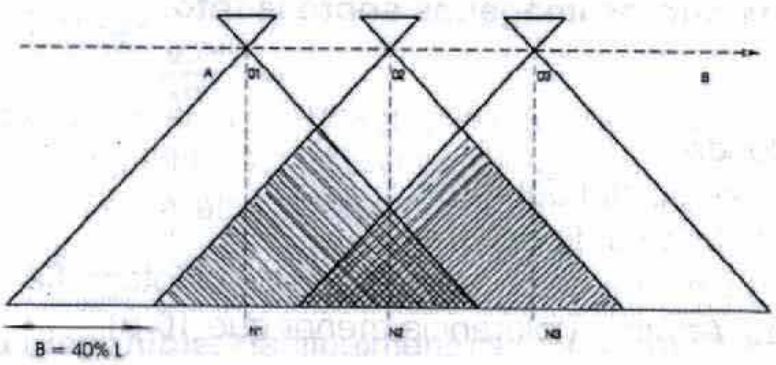
40. La compensación mecánica de la imagen **se logra provocando que la película y la imagen se muevan juntas en sentido del vuelo** (esta solución fue presentada en Lisboa en 1964 por Clarice Norton-Fairchild. 20 años más tarde, en Río de Janeiro, lo presentaban las fábricas Zeiss y Wild en sus cámaras).

41. **Los parámetros geométricos del vuelo**

42. El plan de vuelo se realiza sobre una cartografía existente, de escala menor a la de la fotografía pretendida, con la información que necesita la tripulación, para así **asegurar la cobertura estereoscópica de toda la zona**.

43. El conocimiento de los límites y formas del área a sobrevolar (su longitud mayor y menor) y las superposiciones entre fotos y recorridos consecutivos nos permiten diseñar la geometría del vuelo.

44. El espaciamiento entre tomas consecutivas (**base aérea o avance longitudinal B**), que permita la visión estereoscópica y además la conexión entre modelos consecutivos, requiere que la cámara recorra una distancia que sea el 40% de la longitud del terreno cubierto por cada foto (**L = l. D_f**).



45. Las dos fotos consecutivas tendrán en común un 60% del terreno (**p = 60%**)

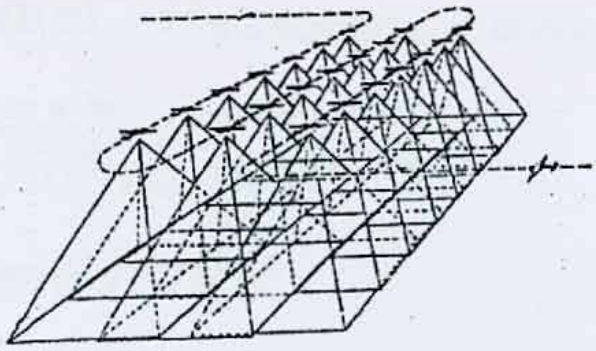
$$B = L.\left(1 - \frac{p}{100}\right) = L.\left(\frac{100-p}{100}\right)$$

46. El número de fotos de cada recorrido será:

$$N^o\ f/r = \frac{long.\ mayor\ áerea}{B} + 1$$

Siempre fue costumbre agregar dos fotografías antes y dos después por recorrido.

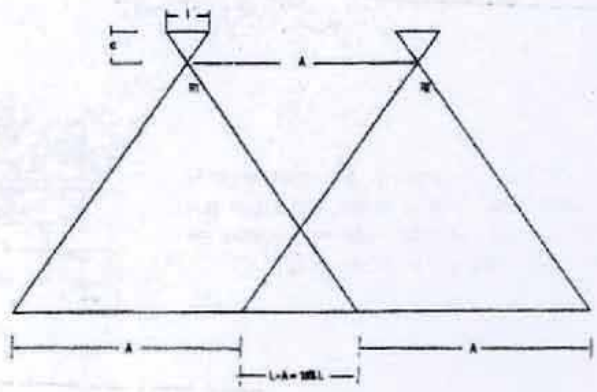
47. Habitualmente son necesarios recorridos paralelos que se superponen entre sí, con espaciamiento entre ejes de vuelo (A).



48. Este **espaciamiento (A)** debe asegurar una superposición no inferior al 15%.

$$A = L.\left(1 - \frac{q}{100}\right) = L.\left(\frac{100-q}{100}\right)$$

Habitualmente q se toma entre 25 y 30% y, en casos especiales, mucho más.

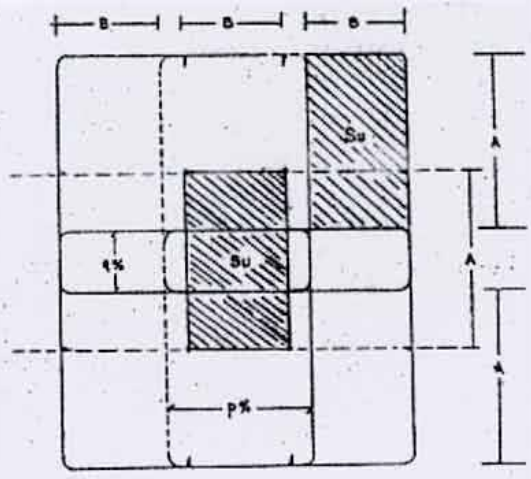


49. El número de recorridos totales:

$$N^o\ r\ totales = \left(\frac{ancho\ área\ -\ L}{A}\right) + 1$$

50. La **superficie útil** del modelo (considerada como una unidad de trabajo muy importante), para calcular cuántos modelos hay que triangular o restituir.

$$SU = B.A$$



51. El número total de fotos será el número de fotos por recorrido multiplicado por el número total de recorridos.

Si la zona a volar es rectangular, podemos simplificar el cálculo, usando la superficie útil:

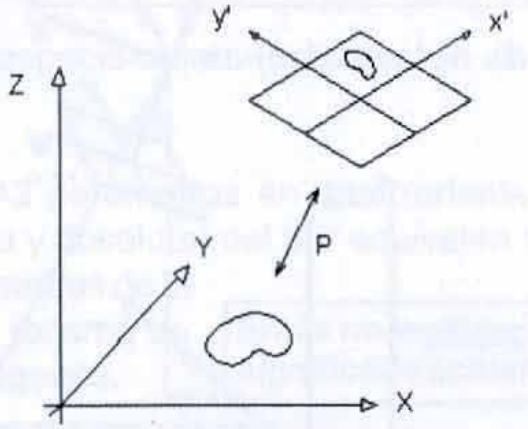
$$N^{o}\ total\ fotos = \frac{sup.\ a\ cubrir}{sup.\ útil} = \frac{largo}{B} \cdot \frac{ancho}{A}$$

Módulo VII

Conceptos fotogramétricos fundamentales

01. Introducción al proceso fotogramétrico

La fotogrametría tiene como propósito **reconstruir** un espacio tridimensional (terreno u otro objeto) a partir de imágenes bidimensionales de este y parámetros que los vinculan.



x' y' coordenadas-imagen.
XYZ coordenadas-terreno.
P parámetros que relacionan los espacios.

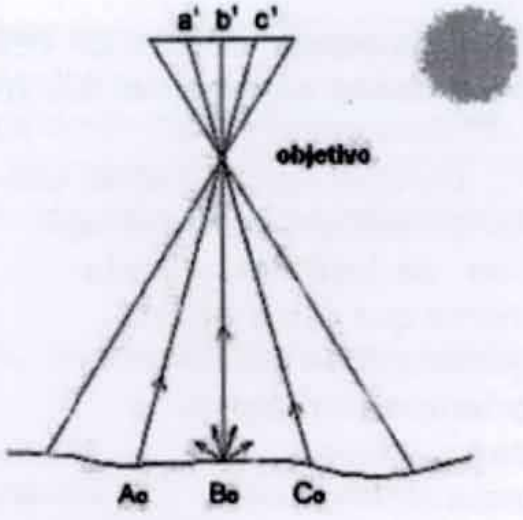
02. Esta metodología es independiente del tipo de sensor usado para adquirir las imágenes.

03. La base matemática se fundamenta en la transformación de un conjunto de puntos, de un sistema de coordenadas en otro.

04. Las tres etapas más importantes y básicas de este proceso son:

- La **toma fotográfica**
- La **orientación** del sensor
- La **reconstrucción**.

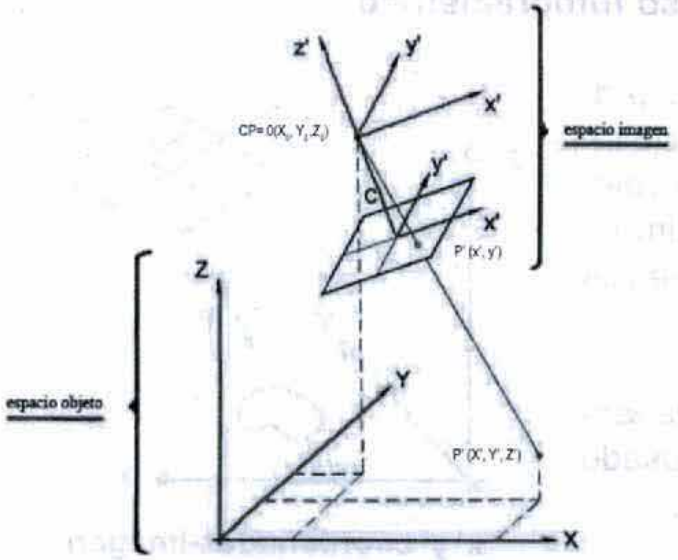
05. La toma fotográfica (formación del haz de rayos dentro del espacio imagen).



El conjunto de rayos A_oa', B_ob', C_oc'

06. En el instante de la toma, los rayos de luz provenientes de los puntos del terreno (A_0, B_0, C_0) atraviesan el objetivo (centro de proyección), registrando sobre el soporte sensible los correspondientes puntos imágenes (a', b', c').

07. Una cámara métrica (cuyo certificado de calibración nos informa de su **sistema interno final** x_0, y_0, c) registra –mediante un haz de rayos con origen en $X_0Y_0Z_0$ y con una inclinación angular K, φ, ω– el objeto tridimensional (ubicado en el espacio-objeto X Y Z), sobre un



soporte bidimensional (ubicado en el espacio-imagen x' y').

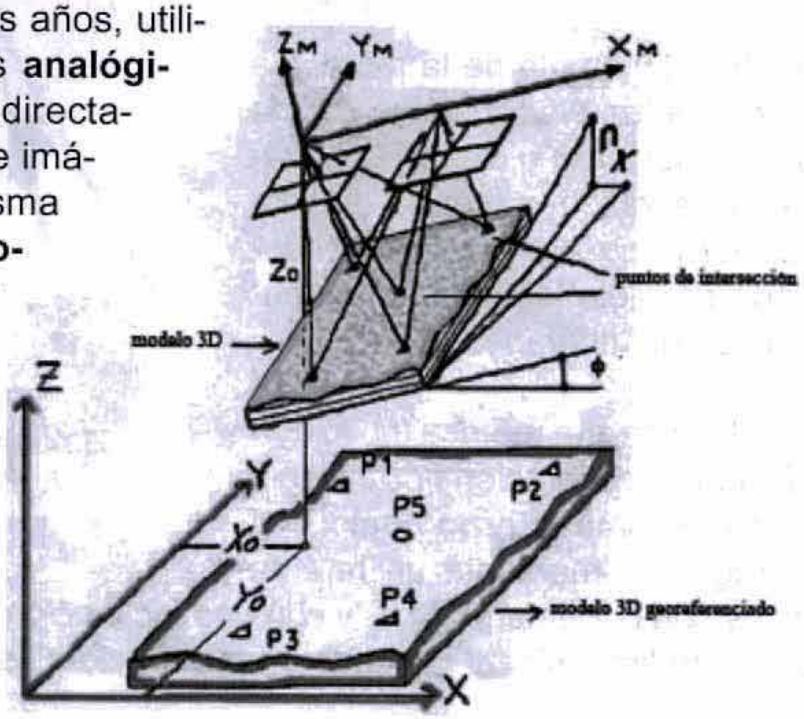
08. La situación anterior se repite para cada toma fotográfica, con la misma cámara (x_0, y_0, c constante), pero no $X_0Y_0Z_0$, K, φ, ω.

09. Volver a colocar el **sistema interno inicial x' y'** (soporte de la imagen **fuera de la cámara**), **dentro del sistema interno final x_0, y_0, c** (cono de la cámara), como estaba en el instante de la toma, permitirá materializar la forma original del haz. Operación conocida como **orientación interna o interior**.

10. **La orientación del sensor** (o del haz de rayos reconstruido). Ello implica determinar los **parámetros** que fijan el punto estación desde donde se tomó la imagen ($X_0Y_0Z_0$) y aquellos que le dan la misma inclinación angular al eje de la cámara (K, φ, ω).

11. Esta georreferenciación del espacio-imagen es conocida como **orientación externa del haz (resección espacial)**.

12. Durante muchos años, utilizando instrumentos **analógicos**, se lograba indirectamente que el par de imágenes tuviese la misma **orientación recíproca** que tenía en el instante de la toma **(orientación relativa)** y, como consecuencia, se había formado un **modelo tridimensional.**



13. Posteriormente, a este **modelo plástico** se lo trasladaba, giraba y dimensionaba para ubicarlo dentro del sistema de coordenadas en el espacio-objeto **(orientación absoluta)**.

La orientación relativa implica resolver 5 parámetros

La orientación absoluta implica resolver 7 parámetros

14. Estos 12 parámetros en total (orientación relativa y absoluta) del par equivalen a los 12 parámetros de la orientación externa de las dos imágenes.

Antes no tenían el significado actual

15. Hoy, al incorporar en el sistema de navegación durante el vuelo un GPS y un sistema inercial de navegación (INS), podremos capturar directamente los parámetros de la orientación externa de cada imagen y **reemplazar la orientación relativa y absoluta**.

16. Con la **reconstrucción del espacio-objeto** a partir de las coordenadas-imagen (x' y') y los parámetros de la orientación interna (x_0, y_0, c) y externa ($X_0Y_0Z_0$, K, φ, ω), podremos determinar los detalles puntuales o lineales del terreno (sus coordenadas distribuidas arbitraria o regularmente), los mapas lineales (planialtimetría) o la carta-imagen.

Restitución por trazado estereoscópico

17. Para reconstruir este espacio-objeto tridimensional (o modelo espacial georreferenciado) que nos permita trazar las líneas planialtimétricas (mapa), medir coordenadas X Y Z de cualquier punto sobre él o controlar la producción de ortofotos, existen dos propuestas generales:

18. **"A partir de un par de imágenes, que se superponen un 60%, o a partir de una sola imagen"**.

19. En principio, veamos la primera propuesta, que requiere:
a) Realizar la **orientación interna** de cada haz
b) Realizar la **orientación relativa** de un haz con respecto al otro
c) Realizar la **orientación absoluta** (simultánea del par de haces orientados relativamente).

20. Esta forma de reconstrucción física del modelo espacial utilizó un simulador óptico-mecánico (restituidor analógico) y métodos em-

píricos, para determinar los parámetros de las orientaciones (5 para la relativa y 7 para la absoluta).

21. La orientación interna (*ver párrafo 09*) permite la reconstrucción o materialización de la forma del haz de rayos que tenía el par de imágenes, en el instante de la toma.

22. Con la orientación relativa (*ver párrafo 12*) se obtenía un **modelo que contenía** todos los puntos de intersección de rayos homólogos.

23. Con la orientación absoluta (*ver párrafo 13*) se lograba llevar el sistema de coordenadas del modelo a coincidir con el sistema del espacio-objeto X Y Z, mediante tres traslaciones, tres rotaciones y un ajuste de escala.

24. Recordemos (*ver párrafo 17*) que, a partir de este modelo, el **operador de restitución** trazaba las líneas rectas y/o curvas de un mapa, medía coordenadas X Y Z de puntos o controlaba la ejecución de ortofotos.

25. Con el tiempo (década del '60) reapareció la alternativa analítica; o sea, usar relaciones matemáticas para reconstruir el espacio-objeto.

26. En esta propuesta analítica (en lugar de la analógica), solo era necesario conocer las coordenadas x' y' x'' y'' de los mismos puntos que pertenecen al par (homólogos) y los parámetros de la orientación interna (certificado de calibración).

27. La medición de coordenadas planas de puntos homólogos se realizaba en los **comparadores** (mono o estéreo) y en los restituidores (analíticos convencionales, o digitales en la actualidad).

28. Mediante el cálculo, reconstruiríamos la orientación **interna y externa** y estamos en las mismas condiciones que en el *párrafo 20*.

29. En el *párrafo 18* mencionamos que la reconstrucción del espa-

cio-objeto también podía realizarse a partir de una sola imagen.

30. Según el *párrafo 07*, el sistema interno de la cámara registra el espacio-objeto (tridimensional), sobre un espacio-imagen (bidimensional) ya sea un soporte analógico o digital, **por lo tanto la tercera dimensión Z se pierde en el camino**.

31. Invertir el proceso, o sea reconstruir un espacio 3D a partir de un espacio 2D, requiere contar con la imagen (x' y'), conocer sus parámetros de la orientación interna (x_0, y_0, c) y de la externa ($X_0 Y_0 Z_0$, K, φ, ω) y además **contar con la información altimétrica** (de cada punto del terreno) **perdida durante la toma**, lo cual se resuelve con un modelo matemático del terreno (DTM, DEM).

32. En el ambiente digital (que también es analítico) la idea anterior es la que se sigue para confeccionar la **ortoimagen**, con varias de ellas se producen las **carta-imágenes**, que reemplazan a la cartografía de líneas tradicional (planimetrías) que representaba el terreno (espacio-objeto **reconstruido**).

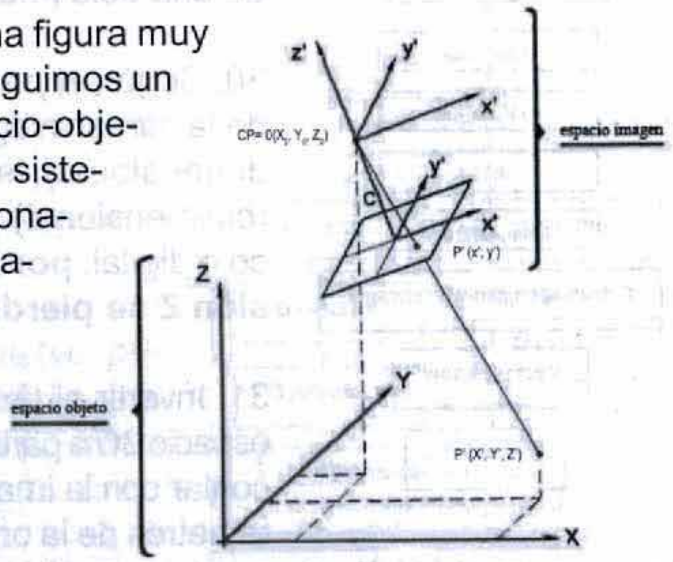
33. Sobre esta carta-imagen también se pueden trazar los vectores, sin tener que recurrir a la interpretación estereoscópica, por ello a este método para reconstruir el espacio-objeto se lo llama **restitución por trazado monoscópico**.

34. Pero hay más: a partir del modelo matemático del terreno (DTM o DEM) se pueden derivar las curvas de nivel (u otra información altimétrica) y superponerlas a la carta-imagen.

35. Volviendo al propósito de la fotogrametría (*ver párrafo 01*), hemos logrado **reconstruir en gabinete** el espacio-objeto, a través de la producción de mapas lineales, captura de coordenadas X Y Z o confección de orto-imágenes.

36. **Conceptos matemáticos utilizados en Fotogrametría**

37. Volvamos a recordar una figura muy importante, en la cual distinguimos un espacio-imagen y un espacio-objeto. Cada espacio tiene su sistema de coordenadas, relacionadas entre sí mediante ecuaciones que tienen como base **"la proyección central pura"**.

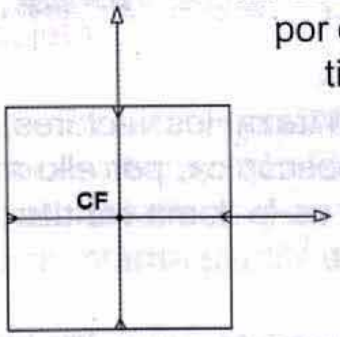


38. Si queremos relacionar un punto P del espacio-objeto (X Y Z) con su correspondiente punto p en el sistema espacio-imagen (x' y' z'), lo haremos a través de **una única línea recta** que pasa por el centro de proyección (CP), uniéndolos. O sea: **p, CP y P son colineales**.

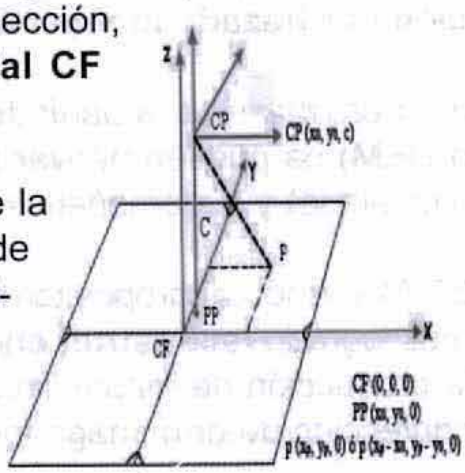
39. Esta **proyección central pura** es la que adopta la fotogrametría, como **modelo matemático** (*ver párrafos 86 a 88*).

40. Hablemos de los sistemas de coordenadas a usar en Fotogrametría.

41. **El sistema de coordenadas en el espacio-imagen**



42. Cada **imagen métrica suelta** (fuera de la cámara, por ejemplo, **diapositiva** o **copia escaneada**) contiene una serie de **"marcas fiduciales"** en sus esquinas o en la mitad de sus lados, que son utilizadas para definir un sistema de ejes rectangulares con origen en su punto de intersección, el **centro fiducial CF** (0,0).



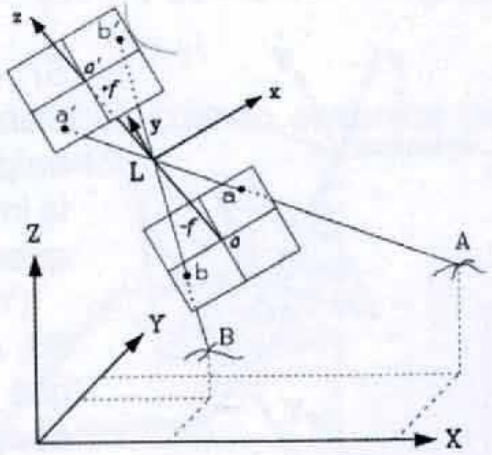
43. En este **sistema fiducial**, el pie de la perpendicular bajada desde el centro de proyección CP, ubicado sobre el eje óptico del objetivo, define al **punto principal de autocolimación** (PPA o PP), cuyas coordenadas fiduciales son x_o, y_o.

44. Estos dos sistemas de coordenadas rectangulares en el plano de la imagen (con origen en CF y PP), al estar fuera de la cámara, constituyen el **sistema interno inicial.**

45. Pero la cámara métrica original tiene su propio sistema de coordenadas x' y' z' con origen en el centro de proyección CP. La coordenada z' se mide sobre el eje PP-CP.

46. Es habitual asignar +c (distancia principal) a la coordenada z' en el espacio negativo y -c hacia el plano de la diapositiva, cuando se establecen las relaciones matemáticas.

47. En la práctica, las mediciones en plano de la imagen habitualmente toman como origen el **centro fiducial**, por lo cual las coordenadas de cualquier punto imagen, con respecto al Centro de Proyección CP, serán:



$x_p - x_0$; $y_p - y_0$; -c en el positivo

$x_p - x_0$; $y_p - y_0$; +c en el negativo

48. El sistema interno de la cámara original también se extiende a otras materializaciones que la reemplazan, por ejemplo: **cámaras de restitución** (en los restituidores analógicos), **portaimágenes** (en los analíticos) y el **certificado de calibración** (en los digitales).

49. Todos los sistemas internos mencionados en el *párrafo 48* constituyen el **sistema interno final.**

50. **El sistema de coordenadas en el espacio-objeto**

51. Dentro del espacio-objeto (terreno) es necesario **ubicar la posición y orientación** que tienen las imágenes y los **puntos de control terrestre.**

52. Entre los sistemas que pueden ser empleados, consideraremos solamente el **"local"** o el **"nacional"**.

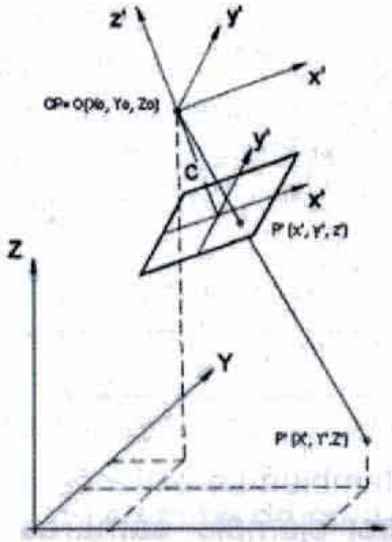
53. En el sistema trirrectangular local el **origen O** puede elegirse **"en el centro de la superficie a relevar", "en uno de los puntos**

estación de la toma" (su proyección sobre el terreno), sobre uno de los **"puntos de control terrestre"** o **"donde mejor convenga".**

54. El eje Z se dispone en forma normal al elipsoide en el origen O. La altura del origen se elige de modo tal que todas las alturas de los centros de proyección CP y los puntos de control terrestres sean positivos. El eje Y se dispone en dirección al Norte.

55. El sistema de coordenadas planas adoptado por el país (que llamaremos **nacional**) son las coordenadas Gauss Krüger.

56. **Las ecuaciones de colinealidad**



57. Estos sistemas de coordenadas facilitan la transformación entre la posición de un punto en el terreno y su posición sobre la imagen, vinculados por una única recta que pasa por el centro de proyección CP.

58. A la relación entre estos dos puntos que están alineados, se la conoce como **ecuación de colinealidad** o **ecuación de la proyección central** (y es considerada como la más importante de la Fotogrametría).

59. Para su demostración, ver el Apéndice b.

$$x' = x_o - c\,\frac{a_{11}(X-X_o)+a_{12}(Y-Y_o)+a_{13}(Z-Z_o)}{a_{31}(X-X_o)+a_{32}(Y-Y_o)+a_{33}(Z-Z_o)}$$

$$y' = y_o - c\,\frac{a_{21}(X-X_o)+a_{22}(Y-Y_o)+a_{23}(Z-Z_o)}{a_{31}(X-X_o)+a_{32}(Y-Y_o)+a_{33}(Z-Z_o)}$$

Donde:

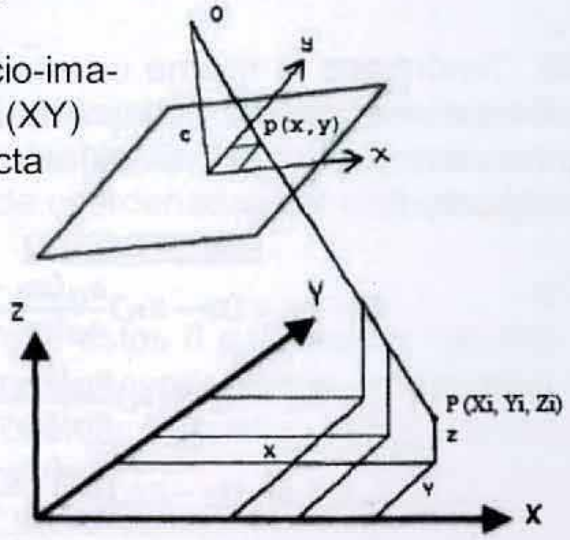
X Y Z	coordenadas del punto P (terreno)
$X_0 Y_0 Z_0$	coordenadas centro de proyección
$x_0 y_0 c$	parámetros orientación interna
x' y'	coordenadas del punto p (imagen)
a_{11}, a_{33}	coeficientes matriz rotación.

60. Las ecuaciones de colinealidad, a pesar de describir matemáticamente una recta, combinan parámetros lineales (las coordenadas) y angulares (coeficientes de la matriz de rotación), por lo cual **habitualmente son linealizadas usando el teorema de Taylor.**

61. Ello involucra fijar valores aproximados a los parámetros que, mediante un cálculo iterativo, estarán cada vez más próximos a su valor verdadero y serán reintroducidos en la expresión, hasta que sus residuos sean mínimos.

62. Las ecuaciones nos muestran que **para cualquier punto P (X Y Z) del terreno existirá solo un punto p (x' y') proyectado sobre la imagen.**

63. Lo contrario no es cierto, debido a que cuando pasamos del espacio-objeto 3D al espacio-imagen, la información altimétrica se perdió.
Por cada punto medido en el espacio-imagen (x' y') habrá tantos puntos P (XY) como alturas Z a lo largo de la recta proyectiva.



64. Una sola recta proyectiva no es suficiente para reconstruir el punto P en el espacio-objeto X Y Z, será necesario contar con la información altimétrica que falta (la Z).
Es más, es imposible reconstruir un espacio-objeto 3D a partir de un solo espacio-imagen 2D. Solo nos quedan dos caminos (*ver párrafos 65 y 68*).

65. La Z faltante puede obtenerse de un modelo digital del terreno (DTM) -ver Módulo XI (*ver párrafo 29*), además es necesario utilizar la **ecuación de colinealidad inversa.**

$$X = Xo + (Z - Zo)\frac{a11\,(x'\text{-}xo) + a21\,(y'\text{-}yo) + a31(\text{-}c)}{a13\,(x'\text{-}xo) + a23\,(y'\text{-}yo) + a33(\text{-}c)}$$

$$Y = Yo + (Z - Zo)\frac{a12\,(x'\text{-}xo) + a22\,(y'\text{-}yo) + a32(\text{-}c)}{a13\,(x'\text{-}xo) + a23\,(y'\text{-}yo) + a33(\text{-}c)}$$

66. Un caso particular se presenta para reconstruir un espacio-objeto 2D a partir de un solo espacio-imagen 2D.

67. Si la Z del terreno es constante (o con pequeñísimas variaciones) lo podemos considerar **llano**; partiendo de la ecuación de colinealidad y cambiando algunos términos, podríamos derivar la **ecuación de transformación proyectiva bidimensional** (de una superficie plana a otra plana no paralela), muy utilizada en **"rectificación de imágenes".**

$$X = \frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{a_3 x + b_3 y + 1}$$

$$Y = \frac{a_2 x + b_2 y + c_2}{a_3 x + b_3 y + 1}$$

68. Otra alternativa de los *párrafos 63* y *64* se plantea si contamos con un segundo espacio-imagen sobre el cual podemos medir las coordenadas x'' y'' del mismo punto del terreno (es el caso de un par de fotos que se superponen y fueron obtenidas con la misma cámara).

69. Tendremos la misma orientación interna pero distinta orientación externa; a partir de las ecuaciones de colinealidad inversa (2 para cada punto), podremos calcular las tres incógnitas Xp Yp Zp del punto P.

70.

$$X_p = Xo_1 + (Zp - Zo_1)\frac{a_{11}(xp_1 - xo) + a_{21}(yp_1 - yo) - a_{31}.c}{a_{13}(xp_1 - xo) + a_{23}(yp_1 - yo) - a_{33}.c}$$

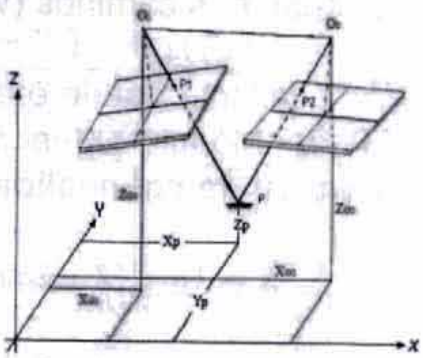
$$Y_p = Yo_1 + (Zp - Zo_1)\frac{a_{12}(xp_1 - xo) + a_{22}(yp_1 - yo) - a_{32}.c}{a_{13}(xp_1 - xo) + a_{23}(yp_1 - yo) - a_{33}.c}$$

$$X_p = Xo_2 + (Zp - Zo_2)\frac{a_{11}(xp_2 - xo) + a_{21}(yp_2 - yo) - a_{31}.c}{a_{13}(xp_2 - xo) + a_{23}(yp_2 - yo) - a_{33}.c}$$

$$Y_p = Yo_2 + (Zp - Zo_2)\frac{a_{12}(xp_2 - xo) + a_{22}(yp_2 - yo) - a_{32}.c}{a_{13}(xp_2 - xo) + a_{23}(yp_2 - yo) - a_{33}.c}$$

71. Que podemos abreviar así:

$Xp = X_{01} + (Zp - Z_{01}).Kx_1$ (1)
$Yp = Y_{01} + (Zp - Z_{01}).Ky_1$ (2)
$Xp = X_{02} + (Zp - Z_{02}).Kx_2$ (3)
$Yp = Y_{02} + (Zp - Z_{02}).Ky_2$ (4)



Igualando (1) y (3) y despejando, llegamos a:

$$Zp = \frac{Xo_2 - Zo_2 \cdot Kx_2 + Zo_1 \cdot Kx_1 - Xo_1}{Kx_1 - Kx_2}$$

Xp e Yp = promedio de (1)(3) y (2)(4) respectivamente.

72. Para resumir, conociendo los parámetros de la orientación externa (X_{01} Y_{01} Z_{01}, $K_1\omega_1\varphi_1$, X_{02} Y_{02} Z_{02}, $K_2\omega_2\varphi_2$) de un par de fotos que superponen un 60% obtenido con la misma cámara (orientación interna x_0 y_0 c), aplicando las ecuaciones de colinealidad inversa (*ver párrafo 65*), **se puede determinar la Xp Yp Zp de un punto en el espacio-objeto**, a partir de sus coordenadas en el espacio-imagen (xp_1 yp_1 xp_2 yp_2).

73. Esta idea de cómo se reconstruye un punto P en el terreno a través de sus coordenadas X Y Z será utilizada durante la **triangulación fotogramétrica**, mediante la **intersección espacial**, para determinar las X Y Z de nuevos puntos.

74. No nos olvidemos de los 6 parámetros de la orientación externa (X_0 Y_0 Z_0, K, ω, φ) de cada haz de rayos.

75. Su determinación directa (u operación para calcularlos) se conoce como **resección espacial.**

76. Recordemos que la orientación externa (o exterior) fija la **posición del origen** ($X_0Y_0Z_0$) y **la orientación angular** (K,ω,φ) de cada haz de rayos, dentro del sistema de coordenadas del espacio-objeto (local o nacional).

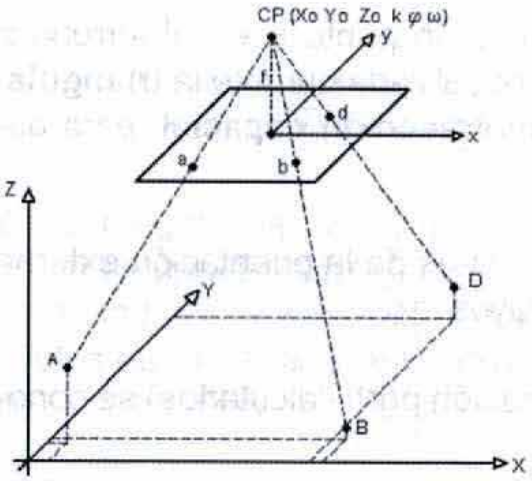
77. **Importantísimo:** se advierte que estos 6 parámetros constituyen un requisito indispensable para la mayoría de los procedimientos fotogramétricos (triangulación; orientación relativa y absoluta; rectificación digital; calibración de la cámara).

Problema	A medir	Datos	Incógnitas
Resección espacial	x_p , y_p	x_o,y_o,c ,X, Y ,Z	Xo,Yo,Zo,κ,φ,ω
Intersección espacial	x_{p1} ,y_{p1} x_{p2} , y_{p2}	x_o , y_o , c (común) X_1,Y_1,Z_1, κ_1, φ_1, ω_1 X_2,Y_2,Z_2, κ_2 , φ_2 ω_2	X, Y, Z
Calibración cámara	x_p , y_p	Xo,Yo,Zo, κ, φ, ω	x_o , y_o , c

78. En la década del '40, se utilizó la resección espacial para calcular la inclinación individual de las imágenes en el procedimiento de

rectificación. Earl Church trató el tema como "**la trisección inversa en el espacio**" o "**problema de la pirámide invertida**".

79. Si bien existen varias propuestas, el método numérico hoy más usado se basa en la ecuación de colinealidad.



80. Vamos a asumir que los parámetros de la orientación interna (x_0 y_0 c) son conocidos, una solución directa exigiría conocer las coordenadas X Y Z de tres puntos no alineados (determinadas topográficamente y formando un triángulo en el terreno) e identificables en la imagen.

81. Para cada punto imagen tendremos dos ecuaciones de colinealidad (*ver párrafo 59*), es decir, el problema es resolver 6 incógnitas ($X_0Y_0Z_0$, K,ω,φ) a partir de 6 ecuaciones. En la práctica se usan más de tres puntos para aplicar la solución de los mínimos cuadrados.

82. En la actualidad, la contribución del sistema de navegación GPS junto al sistema inercial INS **posibilitan la determinación directa** de los parámetros de la orientación externa, independientemente del sensor aerotransportado (**óptico** como las cámaras analógicas o digitales y **no-ópticos** como el radar, **lidar**...).

83. Por el momento pensemos que podríamos usarlos como valores aproximados, para el cálculo con el teorema de Taylor (*ver párrafo 60*) (independientemente de otras aplicaciones: vuelo, reducción del apoyo terrestre, reducción de tiempos en los procesos de triangulación, orientación, correlación de imágenes, etc.).

84. Basado en estas ecuaciones, se puede realizar un proceso computacional conocido como **autocalibración-analítica**.

85. Calibración es un conjunto de operaciones que permiten determinar parámetros para definir el comportamiento de un equipo (en el caso de la cámara, definir sus parámetros y así corregir posibles errores sistemáticos).

86. Es muy frecuente corregir ciertas perturbaciones o errores de la orientación interna, para ello se agregan términos (Δx, Δy) a la ecuación de colinealidad porque afectan las coordenadas xy de los puntos imágenes.

$$x = \Delta x + c\frac{a11(\bar{X}) + a12(\bar{Y}) + a13(\bar{Z})}{a31(\bar{X}) + a32(\bar{Y}) + a33(\bar{Z})}$$

$$y = \Delta y + c\frac{a21(\bar{X}) + a22(\bar{Y}) + a23(\bar{Z})}{a31(\bar{X}) + a32(\bar{Y}) + a33(\bar{Z})}$$

Nota: para simplificar la ecuación, *ver párrafo 59*.

$$\bar{X} = (X - X_o),\ \bar{Y} = (Y - Y_o) \text{ y } \bar{Z} = (Z - Z_o)$$

El signo + para el caso de usar negativo fotográfico (*ver párrafo 47*).

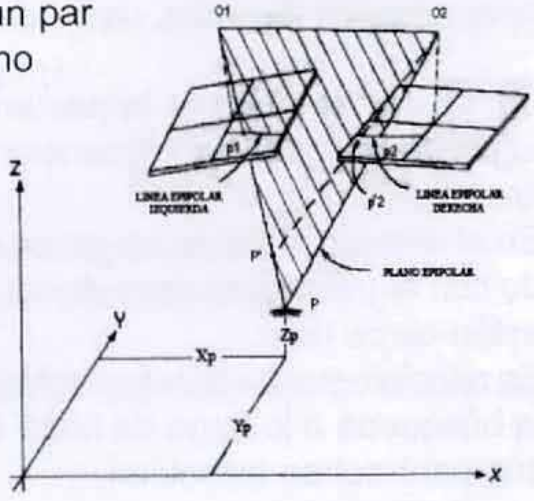
87. Nos referimos a las perturbaciones ocasionadas por:

- La excentricidad del punto principal
- La variación de la distancia focal
- La distorsión radial
- La distorsión tangencial
- La refracción atmosférica
- La curvatura terrestre.

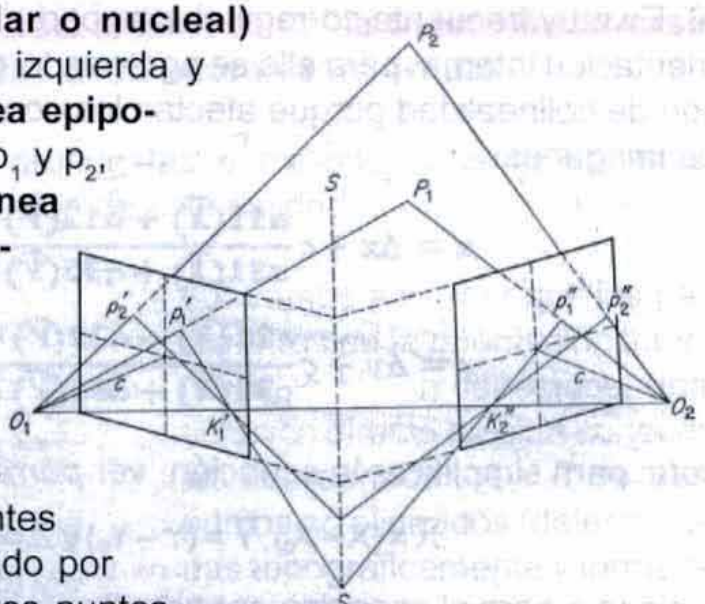
88. Una vez corregida la posición xy de cada punto imagen, podremos decir que éste y el punto del terreno estarán en la misma línea que pasa por el centro de proyección (proyección central ideal).

89. **La condición de coplanaridad**

90. Durante la toma fotográfica de un par de imágenes, un punto P del terreno tendrá sus puntos imágenes correspondientes p_1 y p_2. Si podemos congelar esta situación **(o recrearla mediante la orientación relativa)**, observaremos que las estaciones de toma O_1 y O_2, que el punto P del terreno y sus correspondientes puntos imágenes p_1 y p_2 **están contenidos en el mismo plano**.



91. Este plano **(epipolar o nucleal)** intersecta las imágenes izquierda y derecha, según una **línea epipolar**, que une los puntos p_1 y p_2, **en forma paralela a la línea que une los puntos estación O_1 y O_2.**



92. Bajo estas condiciones, existirán infinitas líneas epipolares conjugadas o correspondientes a los planos que, pasando por O_1 y O_2 contienen infinitos puntos del terreno, que aparecen en la zona estereoscópica.

93. También podemos decir que si un punto P del terreno está registrado sobre una línea epipolar (la izquierda) podremos asegurar que su homólogo estará registrado en la línea epipolar derecha, **lo más importante es que los puntos p_1 y p_2 no presentan paralajes verticales**.

94. Esta particularidad favorece la **identificación y percepción visual** de los puntos imágenes p_1 y p_2, ya que al encontrarse sobre las líneas epipolares **no presentan paralajes verticales**.

95. Por ejemplo, dada la posición p_1, el punto P debe estar en cualquier lugar del rayo O_1 p_1 y a una altura arbitraria, por ejemplo en P' (su punto imagen sigue siendo p_1).
La ubicación del punto imagen p_2' caerá sobre un único punto de la línea epipolar derecha, **definida por la altura Z del punto P'**.

96. **La consecuencia importante** es que hemos reducido nuestro lugar de búsqueda (bidimensional) a una línea (unidimensional, la línea epipolar).
En el ambiente digital, un grupo de píxeles cerca de p_1 es comparado con el patrón (número digital, columna, línea) de los píxeles que están cerca de p_2'.
En principio sus parámetros (nivel digital) son distintos, continuándose la búsqueda a lo largo de línea epipolar, hasta llegar a p_2 en donde sus parámetros coinciden.

97. Este proceso de encontrar automáticamente (y en menos tiempo) detalles o entidades (puntual, lineal, superficial) en una o varias imágenes es conocido como:

Correlación de imágenes (image correlation, image matching, image correspondence).

98. En muchos procesos fotogramétricos, se requiere usar la correlación automática de imágenes:

- Para ubicar y medir "marcas fiduciales" durante la orientación interna, para localizar y transferir puntos usados en la orientación relativa y en la triangulación.
- Para ubicar, medir y transferir los puntos de los modelos digitales del terreno.

99. **La creación de imágenes epipolares** (o normalización)
Normalizar un par estereoscópico aéreo consiste en **reconstruir un nuevo par, dispuesto según el caso normal**.

100. Recordemos que el "**caso normal**" exige ejes de toma paralelos y perpendiculares a la base de la toma, en los cuales solo existirán paralajes horizontales (ya que los puntos imágenes homólogos al estar sobre las líneas epipolares no tienen paralaje vertical).

101. Esta operación es conocida como "**reconstrucción epipolar**" (epipolar resampling).

102. Básicamente se debe "rectificar" cada imagen del par estereoscópico mediante la ecuación de colinealidad.

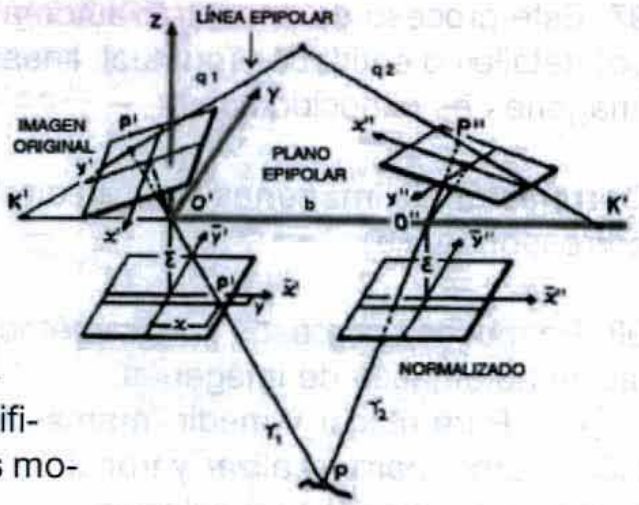
103. Supongamos haber realizado la orientación relativa (utilizando rotaciones solamente) y luego la orientación absoluta (o **realizar la orientación externa de cada imagen**).

104. De la figura, vemos:

$x'\ y'\ x''\ y''$ coordenadas del punto P.
$\bar{x}'\ \bar{y}'\ \bar{x}''\ \bar{y}''$ coordenadas "normalizadas".

El origen O (X Y Z) del espacio-objeto coincide con el centro de proyección izquierdo (O'), tal que:

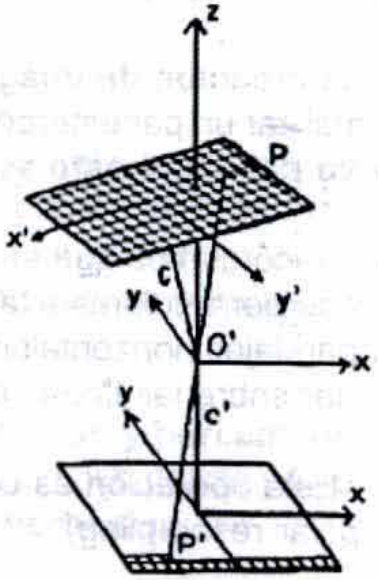
O' ($X_0 = Y_0 = Z_0 = 0$)
O'' ($X_0 = b$; $Y_0 = Z_0 = 0$)



105. Recordando (*ver párrafo 59*), podemos aplicar la ecuación de colinealidad (o de proyectividad), para pasar de un espacio-imagen x' y' inclinado a otro espacio no paralelo $\bar{x}'$ $\bar{y}'$ a rectificar), con algunos coeficientes modificados ($Z–Z_0=c$; $X_0=Y_0=0$).

$$\bar{x}' = -c\frac{a11\,x' + a12y' - a13\,c}{a31\,x' + a32y' - a33\,c}$$

$$\bar{y}' = -c\frac{a21\,x' + a22y' - a23\,c}{a31\,x' + a32y' - a33\,c}$$



106. Las fórmulas anteriores permiten que, dadas las coordenadas **x' y' de un** píxel en una imagen, se pueda calcular su correspondiente posición $\bar{x}'$ $\bar{y}'$ en la otra (matriz vacía o imagen normalizada).

107. Llenar esta matriz vacía significa **trasvasar** o ubicar en cada centro (de esta nueva cuadrícula) **el número digital** (nivel radiométrico o nivel de gris) **del píxel más cercano en la imagen original e inclinada**.

108. Esta corrección radiométrica es conocida como **remuestreo, regeneramiento de la imagen** (resampling).
Existen varias técnicas para ello: **"vecino más próximo"**, **"la interpolación lineal"** o **"la interpolación cúbica"**.

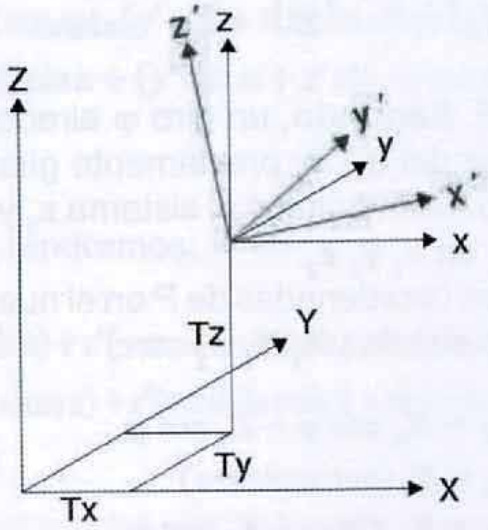
109. La normalización favorece la implementación de la observación estereoscópica en el ambiente digital, con el método de anáglifo, con estereoscopio de espejos o algún método de alternancia.

Apéndice

A) La matriz orientación, basada en la rotación de tres giros

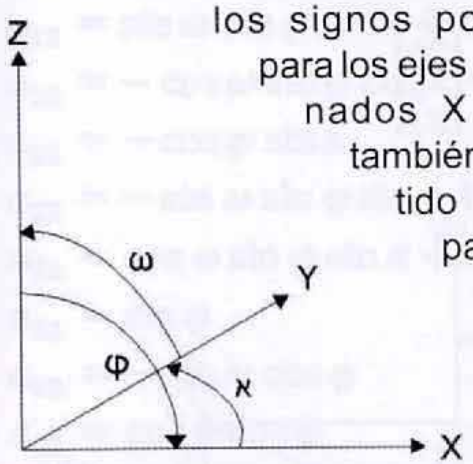
01. Siempre tendremos una o un par de imágenes inclinadas, con sus sistemas de coordenadas que requieren ser transformadas en otro sistema.
O sea, cuando deseamos obtener la ecuación básica de la proyectividad (colinealidad), ya sea para realizar la orientación absoluta (georreferenciar el par), o cuando conectamos modelos consecutivos (triangulación).

02. La matriz **M** expresa la rotación en el espacio de un sistema 3D en otro 3D alrededor del mismo origen. En nuestro caso queremos que sea paralelo al sistema 3D terrestre o espacio-objeto.
Esta rotación puede descomponerse en *tres rotaciones planas sucesivas* en torno a los ejes x, y, z. **Para la deducción matemática supondremos que pasamos del sistema 3D inclinado al terreno (x' y' z') al paralelo x, y, z** de la figura.



03. Importa mucho tener en cuenta la convención de los signos positivos para los ejes coordenados X Y Z y también el sentido positivo para los giros alrededor de ellos.

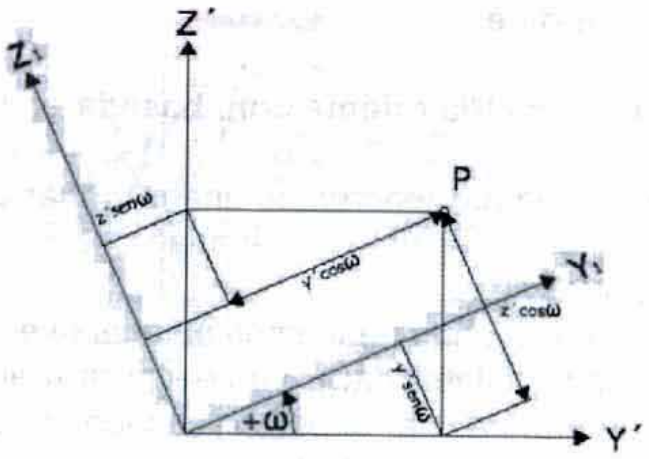
ROTACION	Alrededor del Eje	De a
Terciaria K	Z	X → Y
Secundaria φ	Y	Z → X
Primaria ω	X	Y → Z



Las rotaciones son positivas cuando **K, ω, φ** giran en sentido antihorario, si se las observa desde el extremo positivo de sus ejes.

04. **Primero**, consideremos un giro **ω** alrededor del eje **x'** (ello convierte al sistema **x' y' z'** en otro $\mathbf{x_1\ y_1\ z_1}$).

Las coordenadas del punto P en el sistema $X_1\ Y_1\ Z_1$ son:

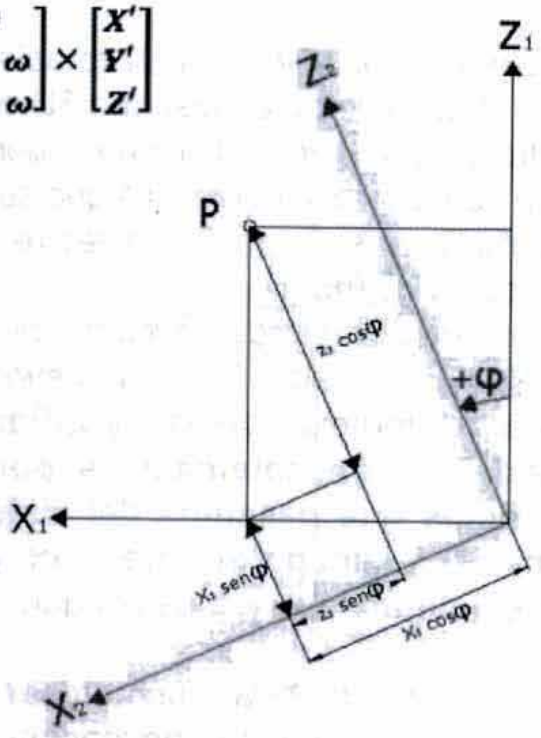


$$X_1 = X' \ (los\ ejes\ coinciden)$$
$$Y_1 = Y' \cos\omega + Z' \sin\omega$$
$$Z_1 = -Y' \sin\omega + Z' \cos\omega$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = M\omega \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & \sin\omega \\ 0 & -\sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}$$

05. **Segundo**, un giro **φ** alrededor del eje y_1 previamente girado. Convertimos el sistema $x_1\ y_1\ z_1$ en $x_2\ y_2\ z_2$.
Las coordenadas de P en el nuevo sistema $X_2\ Y_2\ Z_2$ son:

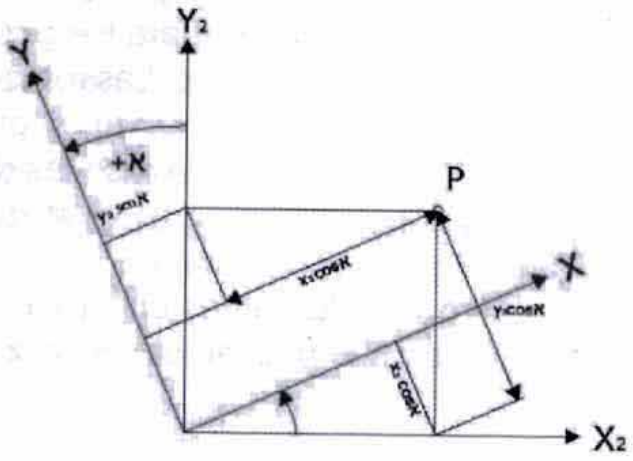


$$X_2 = X_1 \cos\varphi - Z_1 \sin\varphi$$
$$Y_2 = Y_1 \ (coincidente)$$
$$Z_2 = X_1 \sin\varphi + Z_1 \cos\varphi$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = M\varphi \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix}$$

06. **Tercero**, giramos **K** alrededor del dos veces girado eje z_2 (pasamos del $x_2\ y_2\ z_2$ al **x, y, z** paralelo al sistema terrestre).
Las coordenadas de P en el sistema **X, Y, Z** (luego del giro **K**) son:



$$X = X_2 \cos\kappa + Y_2 \sin\kappa$$
$$Y = -X_2 \sin\kappa + Y_2 \cos\kappa$$
$$Z = Z_2 (coincidente)$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M\kappa \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\kappa & \sin\kappa & 0 \\ -\sin\kappa & \cos\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix}$$

07. Sustituyendo en la expresión del *párrafo 06* los valores X_2 Y_2 Z_2 (*ver párrafo 05*) y X_1 Y_1 Z_1 (*ver párrafo 04*), tendremos:

$$X = [(y' \sin\omega - z' \cos\omega) \sin\varphi + x' \cos\varphi] \cos\kappa + (y' \cos\omega + z' \sin\omega) \sin\kappa$$
$$Y = [(-y' \sin\omega + z' \cos\omega) \sin\varphi - x' \cos\varphi] \sin\kappa + (y' \cos\omega + z' \sin\omega) \cos\kappa$$
$$Z = (-y' \sin\omega + z' \cos\omega) \cos\varphi + x' \sin\varphi$$

08. Sacando factor común a x' y' z', tendremos:

$$X = x'(\cos\varphi \cos\kappa) + y'(\sin\omega \sin\varphi \cos\kappa + \cos\omega \sin\kappa) + z'(-\cos\omega \sin\omega \cos\kappa + \sin\omega \sin\kappa)$$
$$Y = x'(-\cos\varphi \sin\kappa) + y'(-\sin\omega \sin\varphi \sin\kappa + \cos\omega \cos\kappa) + z'(\cos\omega \sin\varphi \sin\kappa + \sin\omega \cos\kappa)$$
$$Z = x'(\sin\varphi) + y'(-\sin\omega \cos\varphi) + z'(\cos\omega \cos\varphi)$$

09. Llamaremos:

$$a_{11} = \cos\varphi \cos\kappa$$
$$a_{12} = \sin\omega \sin\varphi \cos\kappa + \cos\omega \sin\kappa$$
$$a_{13} = -\cos\omega \sin\varphi \cos\kappa + \sin\omega \sin\kappa$$
$$a_{21} = -\cos\varphi \sin\kappa$$
$$a_{22} = -\sin\omega \sin\varphi \sin\kappa + \cos\omega \cos\kappa$$
$$a_{23} = \cos\omega \sin\varphi \sin\kappa + \sin\omega \cos\kappa$$
$$a_{31} = \sin\varphi$$
$$a_{32} = -\sin\omega \cos\varphi$$
$$a_{33} = \cos\omega \cos\varphi$$

10. Sustituyendo en el *párrafo 08* los coeficientes enumerados en el *párrafo 09*, tendremos:

$$X = a_{11}x' + a_{12}y' + a_{13}z'$$
$$Y = a_{21}x' + a_{22}y' + a_{23}z'$$
$$Z = a_{31}x' + a_{32}y' + a_{33}z'$$

O en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

O en forma compacta: $X = M \times x'$

Con lo cual hemos demostrado lo propuesto en el *párrafo 02.*

11. **Comentario**: Siendo la matriz de rotación M, por ser ortogonal, su inversa es igual a la transpuesta. $\boldsymbol{M^{-1} = M^T}$ $\boldsymbol{(a_{ij} = a_{ji})}$

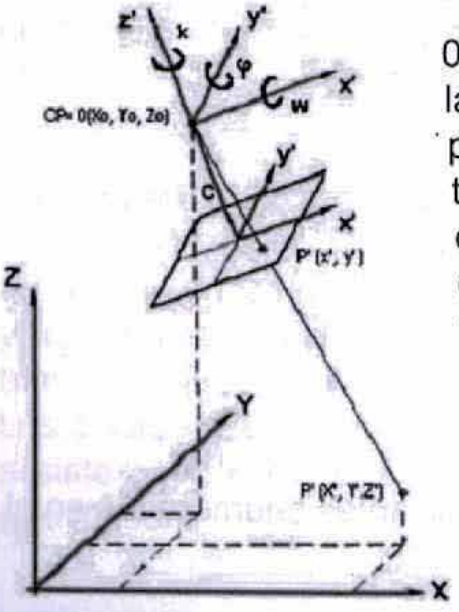
Lo cual nos lleva a la expresión que nos permite transformar las coordenadas X Y Z en x' y' z'.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

O también:

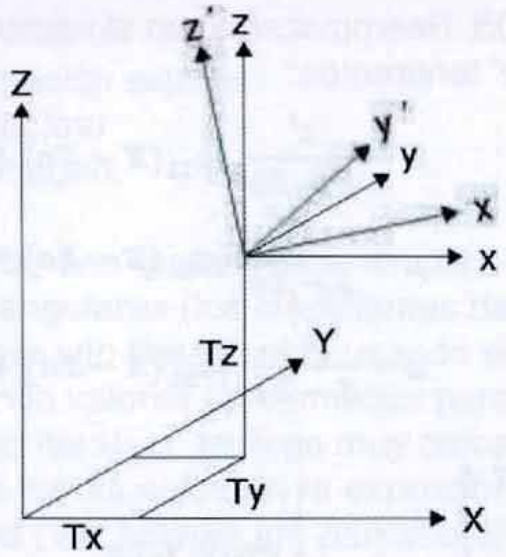
$$x' = a_{11}X + a_{21}Y + a_{31}Z$$
$$y' = a_{12}X + a_{22}Y + a_{32}Z$$
$$z' = a_{13}X + a_{23}Y + a_{33}Z$$

B) Las ecuaciones de colinealidad



01. Para establecer las relaciones entre las coordenadas de un punto P en el espacio-objeto y las de su correspondiente (p) en el espacio-imagen, se asume que los citados puntos están contenidos en una única recta, que pasa por el centro de proyección O (X_0 Y_0 Z_0) de una cámara con distancia focal c y cuyo eje óptico se encuentra "inclinado" con respecto al espacio-objeto (según K, ω y φ).

02. Para facilitar la deducción de la relación entre (X Y Z) y (x' y' z'), giramos el sistema del espacio-imagen alrededor del centro de proyección CP (según K, ω y φ), tal que sus ejes **sean paralelos** a los del sistema de espacio-objeto (X Y Z). Si bien los sistemas (x' y' z') y (X Y Z) están a distinta escala y sus orígenes tampoco coinciden, ellos mantienen sus formas (son conformes).



La **"transformación de coordenadas 3D conforme"** se puede expresar:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \lambda . [M] . \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \end{bmatrix}$$

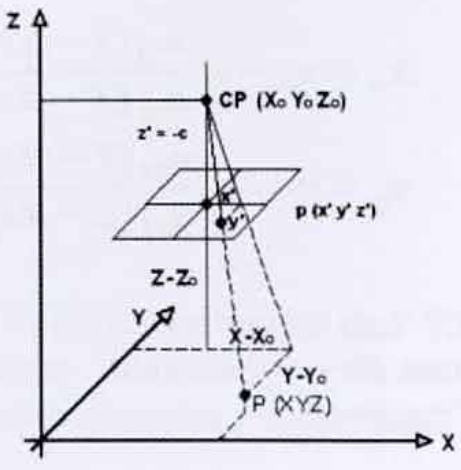
$M = R_\omega . R_\varphi . R_\kappa$ es la matriz de rotación

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

03. Por el momento, nos interesa la relación entre O (x y z) o (x' y' z').

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = [M] . \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad \text{ó} \quad \begin{aligned} x &= a_{11}\,x' + a_{12}\,y' + a_{13}z' \\ y &= a_{21}\,x' + a_{22}\,y' + a_{23}z' \\ z &= a_{31}\,x' + a_{32}\,y' + a_{33}z' \end{aligned} \quad (1)$$

04. De los triángulos rectángulos semejantes con origen en el centro de proyección O (X_0 Y_0 Z_0) y las coordenadas en el espacio-imagen (x' y' z') y en el espacio-objeto (X Y Z), podemos establecer:



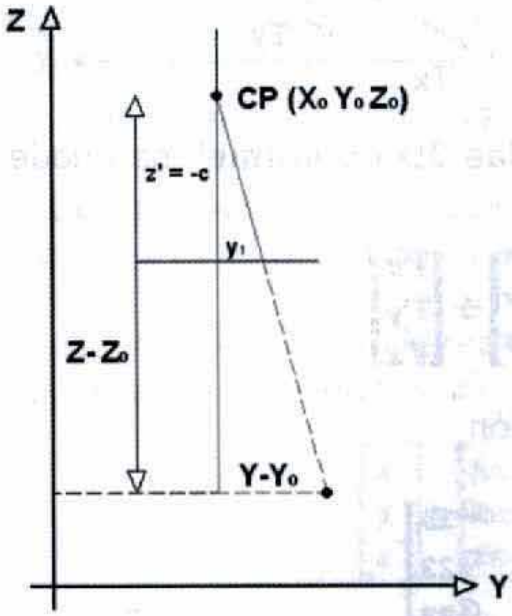
$$(2)\begin{cases} \dfrac{x'}{z'} = \dfrac{X - Xo}{Z - Zo} \quad \text{ó} \quad x' = \dfrac{X - Xo}{Z - Zo}\ .z' \\ \dfrac{y'}{z'} = \dfrac{Y - Yo}{Z - Zo} \quad \text{ó} \quad y' = \dfrac{Y - Yo}{Z - Zo}\ .z' \\ \text{y la identidad} \quad y' = \dfrac{Y - Yo}{Z - Zo}\ .z' \end{cases}$$

05. Reemplazando en el *párrafo 01* los valores anteriores, para x' y' z' tendremos:

$$x = \frac{z'}{Z - Zo}.\{a_{11}(X - Xo) + a_{12}(Y - Yo) + a_{13}(Z - Zo)\} \quad (3)$$

$$y = \frac{z'}{Z - Zo}.\{a_{21}(X - Xo) + a_{22}(Y - Yo) + a_{23}(Z - Zo)\} \quad (4)$$

$$z = \frac{z'}{Z - Zo}.\{a_{31}(X - Xo) + a_{32}(Y - Yo) + a_{33}(Z - Zo)\} \quad (5)$$



06. Dividiendo (3) y (4) por la (5), teniendo en cuenta que z' = -c en el sistema imagen (*ver Módulo VII, párrafo 46*).

$$x = -c.\frac{a_{11}(X - Xo) + a_{12}(Y - Yo) + a_{13}(Z - Zo)}{a_{31}(X - Xo) + a_{32}(Y - Yo) + a_{33}(Z - Zo)} \quad (6)$$

$$y = -c.\frac{a_{21}(X - Xo) + a_{22}(Y - Yo) + a_{23}(Z - Zo)}{a_{31}(X - Xo) + a_{32}(Y - Yo) + a_{33}(Z - Zo)} \quad (7)$$

x, y (o bien x_p, y_p) son las coordenadas referidas al punto principal (PPA), si las referimos al centro fiducial (CF) serán:

$$x_p = x_o - c.\frac{a_{11}(X - Xo) + a_{12}(Y - Yo) + a_{13}(Z - Zo)}{a_{31}(X - Xo) + a_{32}(Y - Yo) + a_{33}(Z - Zo)} \quad (6')$$

$$y_p = y_o - c.\frac{a_{21}(X - Xo) + a_{22}(Y - Yo) + a_{23}(Z - Zo)}{a_{31}(X - Xo) + a_{32}(Y - Yo) + a_{33}(Z - Zo)} \quad (7')$$

07. Las ecuaciones (6) y (7) o las (6') y (7') son llamadas **"ecuaciones de colinealidad"** (para cada imagen aislada) y contienen los "parámetros", para solucionar varios procesos fotogramétricos.

x_0, y_0,**c** parámetros de la orientación interna
$X_0Y_0Z_0$, **K,ω,φ** parámetros de la orientación externa
X Y Z sistema coordenadas espacio-objeto
X_p y_p sistema coordenadas espacio-imagen.

Estas ecuaciones, a pesar de describir una recta, contienen parámetros lineales (las coordenadas) y angulares (los coeficientes de la matriz rotación) por lo cual es necesario linealizarlas usando el teorema de Taylor. Ello implica ir fijando valores aproximados para los parámetros, y mediante un cálculo iterativo, se llega muy cerca de sus valores verdaderos, y son re-introducidos en la expresión hasta que sus residuos sean mínimos (*ver Módulo VII, párrafos 60 y 61*).

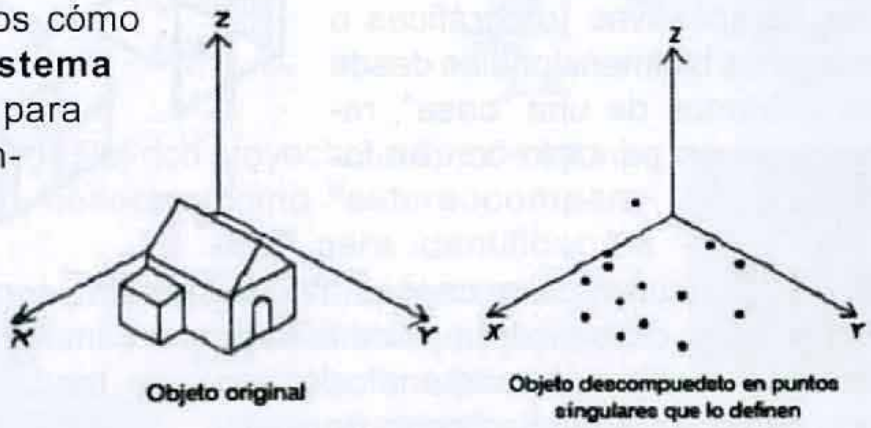
Módulo VIII

Instrumentos especiales para reconstruir el espacio-objeto

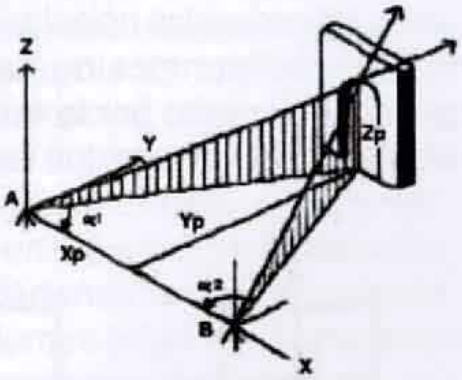
01. **Introducción**

Como toda tecnología, la fotogrametría experimentó etapas muy importantes durante más de 100 años.
Dejaremos de lado los primeros pasos (siglo XIX), en donde predominaron las construcciones gráficas y nos abocaremos a cómo se desarrollaron los instrumentos para procesar los pares de imágenes.

02. Recordemos cómo trabaja el **"sistema topográfico"** para transformar información tridimensional que captura en el terreno y la convierte en un mapa de líneas, proyectado ortogonalmente.

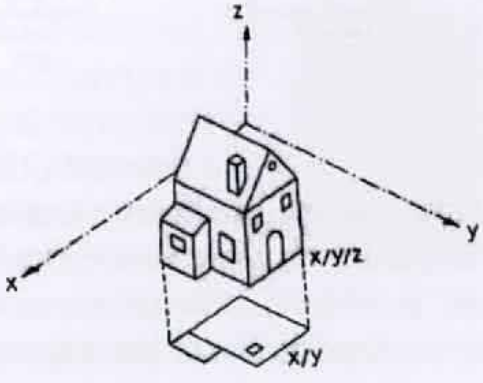


03. La operación topográfica más conocida es el **"levantamiento taquimétrico"**, en donde toda figura del terreno (espacio-objeto) se descompone en un punto, otro y otro...; el topógrafo determina con sus instrumentos las magnitudes (distancias y ángulos) que permitirán calcular la ubicación de cada punto singular visado dentro de un **"sistema de coordenadas tridimensional del espacio-objeto"** (que puede ser un sistema nacional como el Gauss-Krüger, UTM... o un sistema local X, Y, Z; N, E, h...).



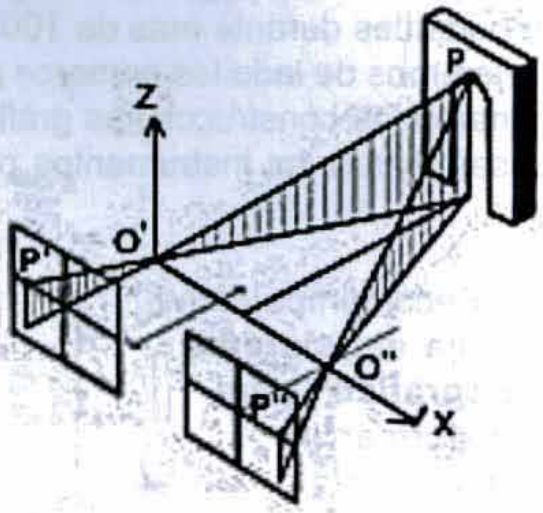
Hablar del "terreno" es hablar del espacio objeto 3D.

04. Luego procede a **proyectar ortogonalmente** cada punto sobre un plano de referencia (X Y u otro) y, uniéndolos entre sí (antes con una regla, hoy con algún sistema CAD)



hasta rearmar la verdadera forma y posición de los objetos naturales y artificiales que se encuentran sobre el terreno.

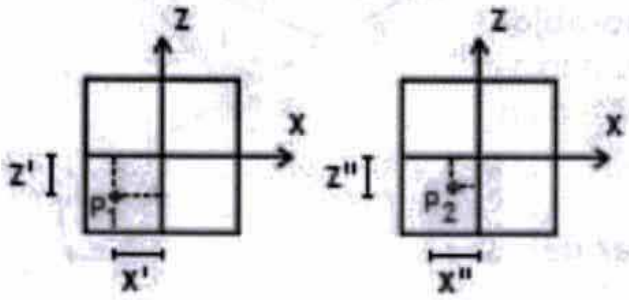
05. El **sistema fotogramétrico** en su origen (caso terrestre) es conceptualmente similar al método topográfico de intersección hacia delante. El caso terrestre general fue resuelto con la obtención de dos perspectivas fotográficas o imágenes bidimensionales desde los extremos de una "base", registradas en principio con un fototeodolito.



06. Si consideramos un caso particular terrestre, como lo es ubicar en cada uno de los extremos de la base una cámara métrica con su eje óptico horizontal y perpendicular a la base, tendremos una situación particular, llamada **"caso normal"**.

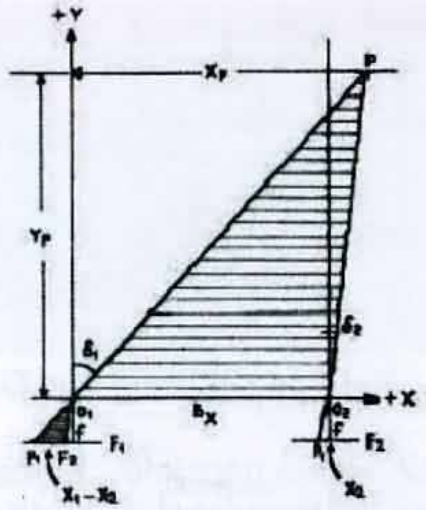
Estas fotografías que se superponen y que muestran en su parte común "el mismo objeto" permiten, al ser observadas estereoscópicamente, crear un **"modelo tridimensional"** del objeto, como así también medirlo y representarlo.

07. Cada "punto singular P del objeto" estará determinado geométricamente por **la intersección de dos rayos perspectivos**, los que, al atravesar los centros de proyección O_1 y O_2, originarán **los puntos imágenes p_1 y p_2** cuyas posiciones (x', z'; x", z") quedarán ubicadas si con las "marcas fiduciales" de los fotogramas establecemos **dos sistemas de coordenadas planas** con origen en O_1 y O_2 respectivamente.



08. Para el "caso normal" utilizado, elegimos un **"sistema de coordenadas objeto tridimensional X Y Z"**, cuyo origen coincida con "el centro de proyección izquierdo, de los dos que forman el par", y así tendremos las primeras "relaciones que permiten calcular las coordenadas X Y Z del **espacio-objeto**, en función de las coordena-

das x' z' x'' z'' de los puntos p_1 y p_2 del **espacio-imagen".**



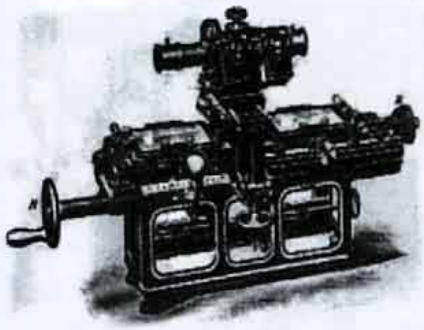
"Fórmulas fundamentales"

$$Y_p = \frac{f \cdot B_x}{x_1 - x_2} \quad (1)$$

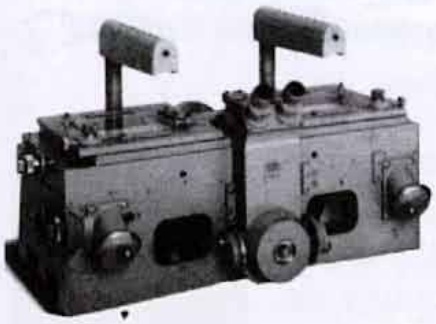
$$X_p = \frac{x_1 \cdot Y_p}{f} \quad (2)$$

$$Z_p = \frac{z_1 \cdot Y_p}{f} \quad (3)$$

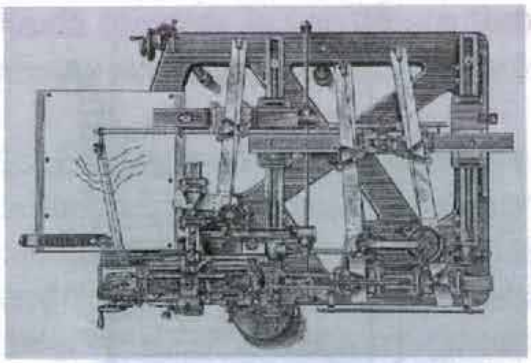
09. En 1901 Carlos Pulfrich proyecta un tipo de estereoscopio métrico, conocido como **"estereocomparador"** para identificar los "puntos imágenes correspondientes p_1 y p_2" y medir sus coordenadas x' z' x'' z'' sobre el espacio imagen, utilizando el principio de la marca flotante (**convirtiéndose en la base de todas las herramientas de la fotogrametría moderna**).



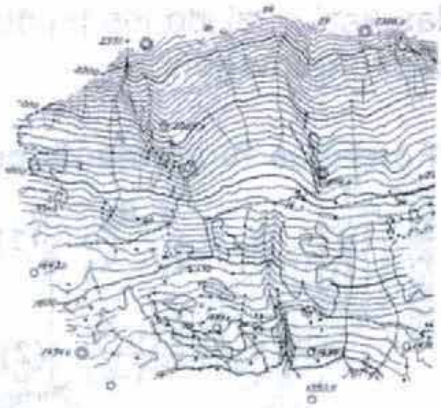
10. De la presentación estereoscópica del **"caso normal"** en este aparato, se pasará con el tiempo al caso aéreo (casi "normal" ya que durante el vuelo se aceptan pequeñas inclinaciones κ, φ, ω) y nuevamente hoy en día a la **"normalización del par de imágenes"** en las estaciones digitales modernas (**algo así como preparar un estereograma digital**).



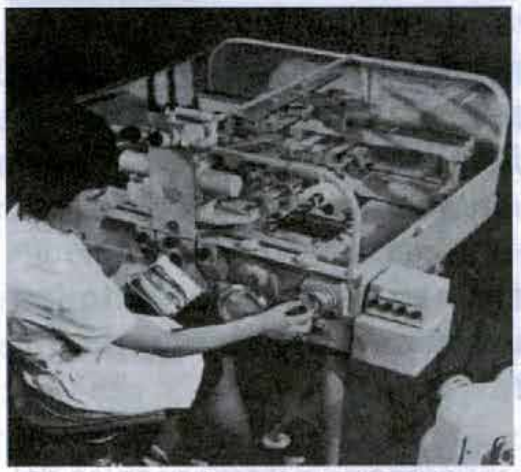
11. En 1909 Eduardo Von Orel propone transmitir los movimientos de "los portaplacas del estereocomparador" a varillas planas, que resolvían mecánicamente las fórmulas fundamentales, ubicando a "cada punto del modelo tridimensional" en su "posición georreferenciada" sobre la hoja de dibujo, posibilitando así **"el trazado continuo de las líneas planimétricas y, por vez primera, el trazado automático y simultáneo de las curvas de nivel"**.



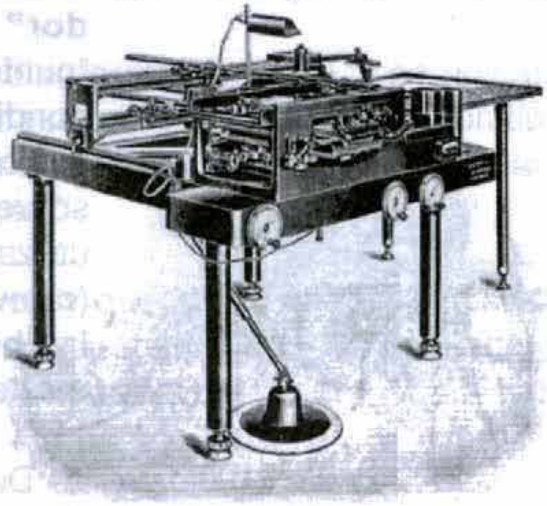
Estereoautógrafo Von Orel



12. Había nacido el **"estereoautógrafo de Von Orel"**, precursor de los "instrumentos de restitución" utilizados por décadas, para confeccionar la representación gráfica del territorio con todos sus detalles.



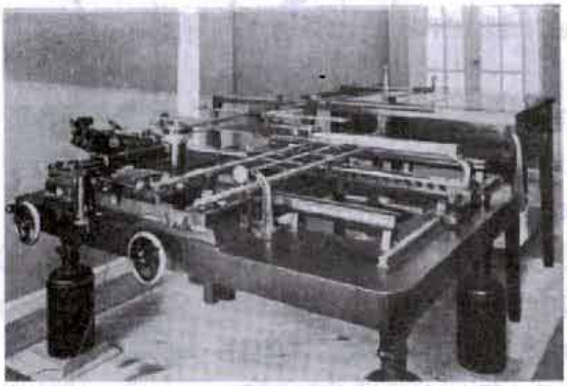
Estereoautógrafo 1318 Zeiss Jena (último en fabricarse en la década del '60)



Estereoautógrafo Ordovas

Debido a las dificultades por la primera guerra mundial, en 1916, en los talleres de la casa Boglietti (Bs. As.) se construyó el primer estereoautógrafo según indicaciones de J. Limeses y G. Pacchioni y fue instalado en la empresa IFTA, fundada por Antonio Saralegui.

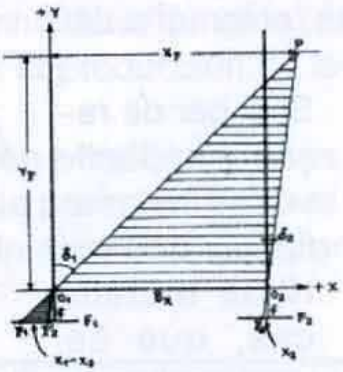
A. Saralegui



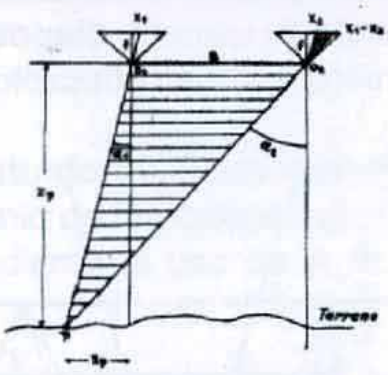
Estereoautógrafo construido para el IGM

Más tarde, en 1922 y 1926, el IGM encargó a la citada firma dos aparatos más como el que aquí mostramos.

13. Al pasar del **caso terrestre** al **caso aéreo**, también podemos observar que a partir de "los puntos imágenes p_1 y p_2", los rayos luminosos que atraviesan O_1 y O_2 se intersectan, reconstruyendo el punto P del terreno.



Caso terrestre



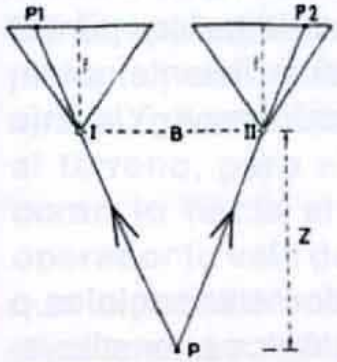
Caso aéreo

14. Si no consideramos las pequeñas oscilaciones y desplazamientos del avión en O_1 y O_2, a semejanza de lo que ocurre con el caso normal, también podríamos establecer las coordenadas X_p Y_p Z_p para cada punto del terreno.

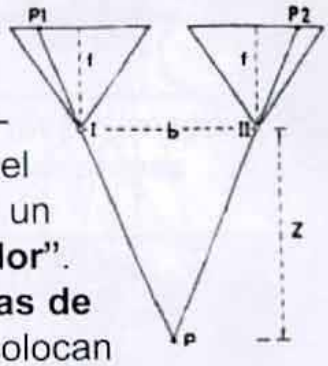
$$Y_p = \frac{z \cdot y_1}{f} \quad (1')$$

$$X_p = \frac{z \cdot x_1}{f} \quad (2')$$

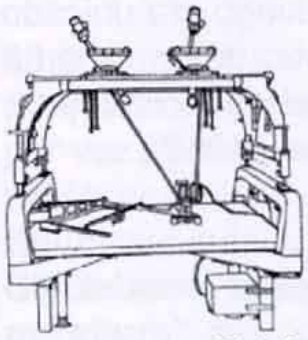
$$Z_p = \frac{f \cdot B}{x_1 - x_2} \quad (3')$$



15. Durante el vuelo fotográfico, imágenes superpuestas en un 60% son registradas con una **cámara métrica de focal f**, la cual se halla distanciada en una longitud llamada "base B" y **a una altura relativa de vuelo Z**; con esta disposición, cada punto del terreno P aparecerá en p_1 y p_2, respectivamente.



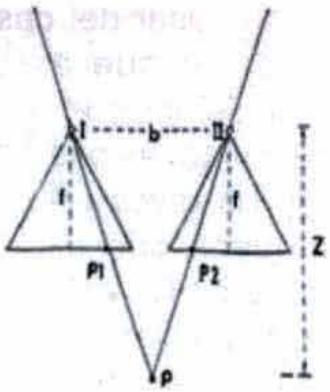
16. Para reproducir en gabinete (dentro de parámetros estándar del vuelo) la posición, desplazamientos y rotaciones de la cámara métrica en el instante de las dos tomas consecutivas, se crea un **simulador óptico-mecánico, llamado "restituidor"**.

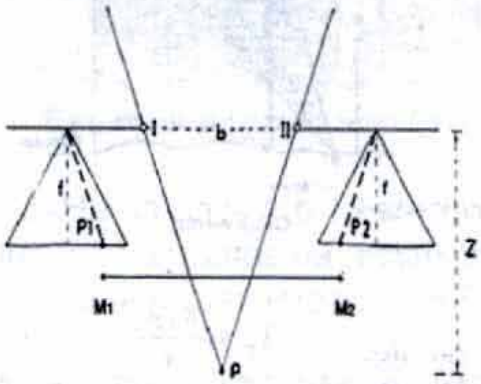


Instrumento Kelsh

Dos **proyectores o cámaras de restitución** (en donde se colocan las **diapositivas** y se provoca la distancia focal f) materializan la cámara original y son ubicados a una **"altura o distancia de proyección Z"**. (Z = 2f aproximadamente) y separados a una distancia horizontal b (mucho menor que B).

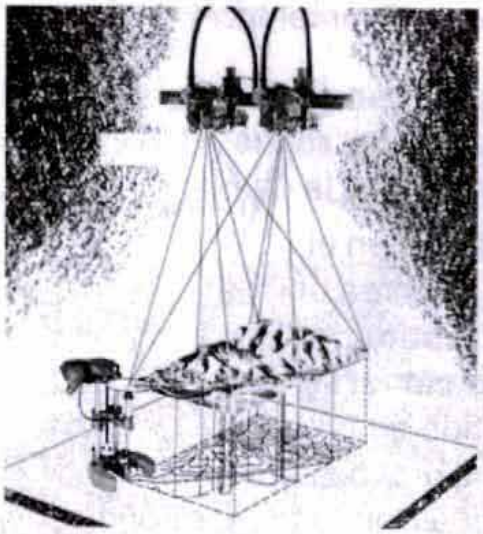
17. **La relación b/B será la escala del modelo tridimensional del terreno a reconstruir.** Si usamos **diapositivas**, el tamaño del restituidor **se reduce**.





Si el par de rayos perspectivos se materializa por **dos varillas metálicas**, que se mueven libremente alrededor de una unión cardánica, ello obliga a desplazar las diapositivas hacia fuera, tal que podamos colocar dos microscopios M_1 y M_2 para observar frontalmente cada punto imagen p_1 y p_2.

18. Cada microscopio contiene una "marca de medición" y está conectado a cada varilla, de modo tal que pueda observarse a través de "**un camino óptico que conduce a los binoculares**" los puntos imágenes homólogos conjuntamente con la marca flotante, mientras se va explorando el modelo según las direcciones X, Y o Z (a mano libre o con manivelas).



19. Estos **simuladores espaciales o restituidores analógicos** constituyeron la herramienta principal de la fotogrametría para reconstruir óptica o mecánicamente **"un espacio tridimensional reducido"** (maqueta del espacio-objeto) a partir de dos registros bidimensionales situados en el espacio-imagen, que luego era ubicado o referenciado dentro de un sistema de coordenadas del espacio-objeto, nacional (GK) o local (X Y Z).

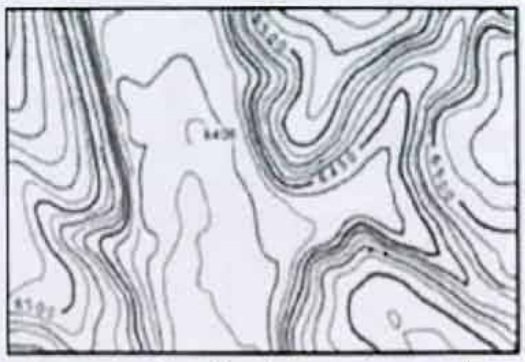
20. Durante más de 60 años, a partir de esta maqueta o modelo 3D del terreno se podía:

- Medir las coordenadas X Y Z de cualquier punto singular
- Recorrer continuamente todos los detalles planialtimétricos, para ir representándolos (on line)
- Controlar la producción de las ortofotos.

21. **Cómo se fueron clasificando los restituidores**. (Esta historia merece ser contada para reconocer el ingenio de los colegas en el desarrollo de los instrumentos que antecedieron al uso de la PC actual).

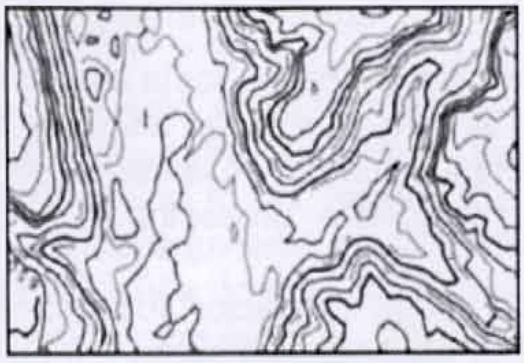
1. Analógicos	a. Con reconstrucción por proyección óptica directa (topográficos o plotters)	Usaban diapositivos sobre placas
	b. Con reconstrucción mecánica u óptico - mecánica 1. Topográficos 2. De precisión. 3. Universales.	Usaban diapositivos sobre película
2. Analíticos	a. Puros b. Convertidos o híbridos	
	c. Digitales (DPW)	Usan imágenes digitalizadas

22. El **operador de restitución** comenzaba a ocupar un lugar importante y era a quien se le presentaba **"un modelo tridimensional virtual, geométricamente exacto al terreno, pero a diferencia de como lo hacía el topógrafo, el operador lo veía desde arriba"**, lo que le permitía controlar en forma permanente y manual **"dónde colocaba la marca flotante, y así ir transfiriendo de una manera continua todos los detalles planimétricos al papel, como si los estuviera calcando con absoluta fidelidad"**.



Curvas de nivel que aparecían en los mapas

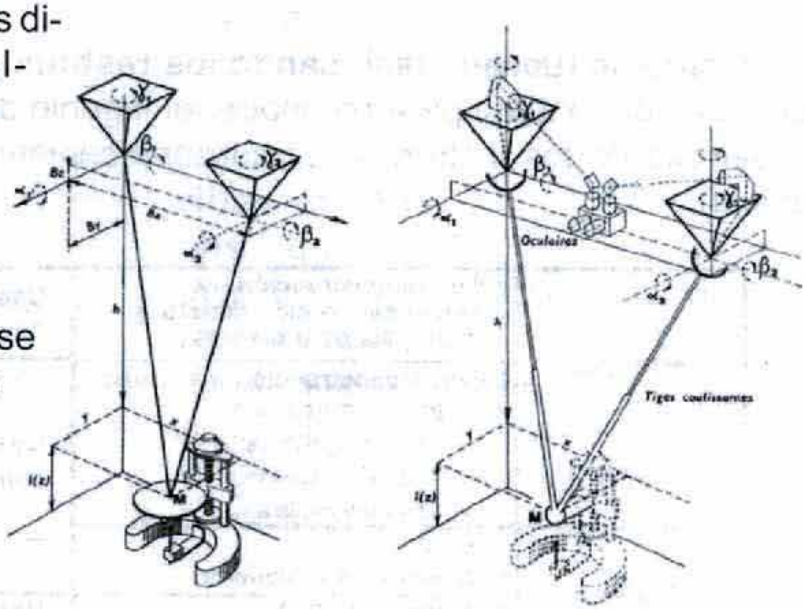
23. Con este modo de operar, la curva de nivel se podía materializar por vez primera, en lo que su definición anunciaba: **"una línea continua que une todos los puntos del terreno situados a una misma altura"**, reproduciéndola con su

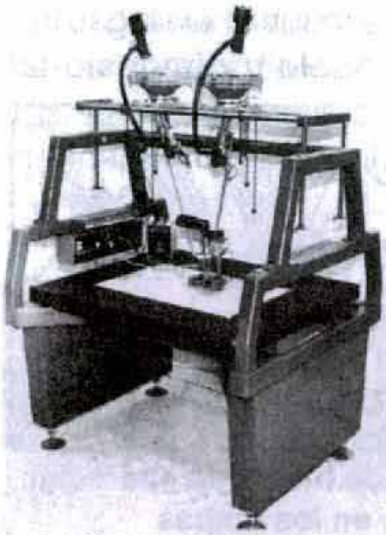


Curvas obtenidas por un operador de restitución

forma más angulosa y menos suave (que la interpolada por cartógrafos), pero mucho más objetiva y realmente fiel a la morfología del terreno.

24. Los instrumentos diseñados especialmente para **"plotear un mapa a escala pequeña"** eran conocidos como **"topográficos"**, de los cuales se desarrollaron dos versiones, **los que reconstruían los rayos perspectivos en forma óptica o en forma mecánica**.



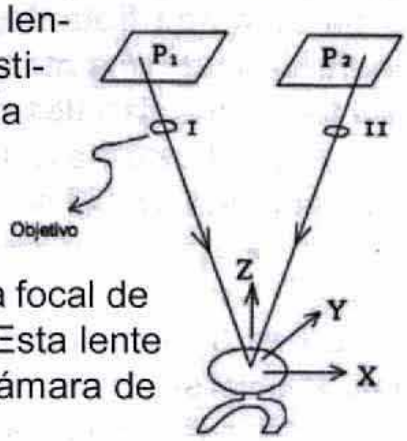


Keuffel & Esser CP500

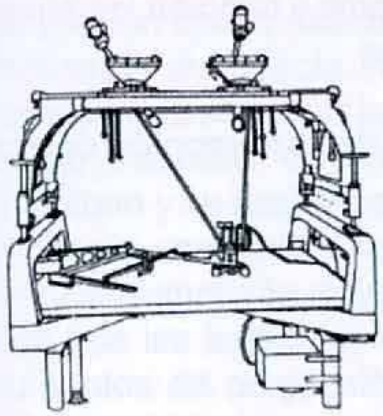
25. **Los instrumentos de proyección óptica directa**

Generalmente se utilizaban diapositivas sobre placas emulsionadas, formatos 23 x 23 cm o reducidos, algunos pocos utilizaban diapositivas sobre película 23 x 23 cm.

26. El centro de proyección estaba materializado por una lente, de características parecidas a la de la cámara aérea gran angular, por lo cual en la mayoría se podía ajustar la distancia focal de 150 mm ± un rango adicional de 5 mm. Esta lente estaba situada en la parte inferior de la cámara de restitución o "proyector".

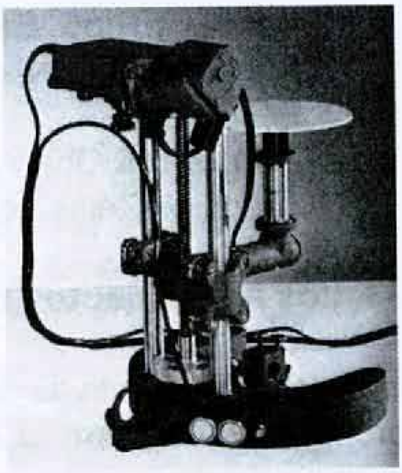


27. Cada "proyector" (o cámara de proyección, propiamente hablando) era colocado sobre un "puente de suspensión", apoyado sobre la mesa de proyección, mediante cuatro tornillos nivelantes. Común-



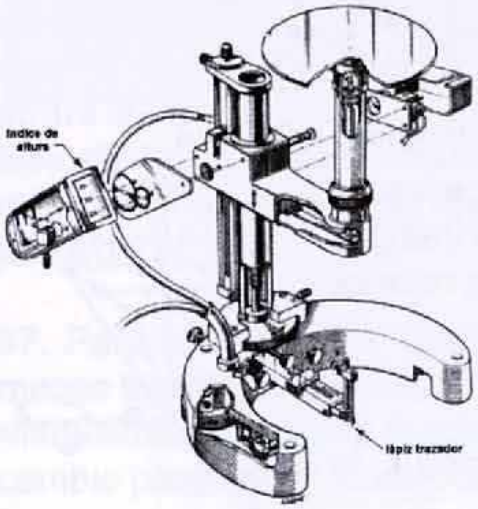
mente a cada proyector se le asignaban cinco grados de libertad (By; Bz; κ; φ; ω) para realizar la orientación relativa. La separación entre proyectores (Bx) se realizaba manualmente o mediante un tornillo central, en el caso de usarse varios proyectores, o solamente los dos, respectivamente.

28. Al puente de suspensión se lo podía inclinar alrededor de dos ejes perpendiculares (X e Y), mediante los tornillos nivelantes, y así se puede realizar "la nivelación del modelo".



29. La iluminación se realizaba por lo general dentro de un área circular de 4 a 5 cm de diámetro y guiada por lámparas con un brazo-guía, para poder recorrer las imágenes homólogas dentro de la zona estereoscópica. En otros aparatos, se iluminaba toda la imagen.

30. La proyección óptica de sectores circulares conjugados (que correspondían al entorno de los puntos imágenes correspondientes) se realiza sobre una **placa circular** con un punto iluminado en su centro (marca flotante) y ajustable en altura mediante un contador Z. Exactamente debajo de la marca flotante se ubicaba un **porta-minas**. Estos elementos de medición y trazado constituían la parte fundamental de la **"mesa trazadora"**, con la cual se podían fijar las alturas y controlar el trazado de las curvas de nivel, así como también los detalles planimétricos, sobre la **"mesa interna de dibujo"**.



31. Por supuesto, estos tipos de instrumentos requerían trabajar en un lugar oscurecido (o acortinado). En Estados Unidos tuvieron muchísima aceptación y uso, lo cual motivó su construcción local además de la europea.

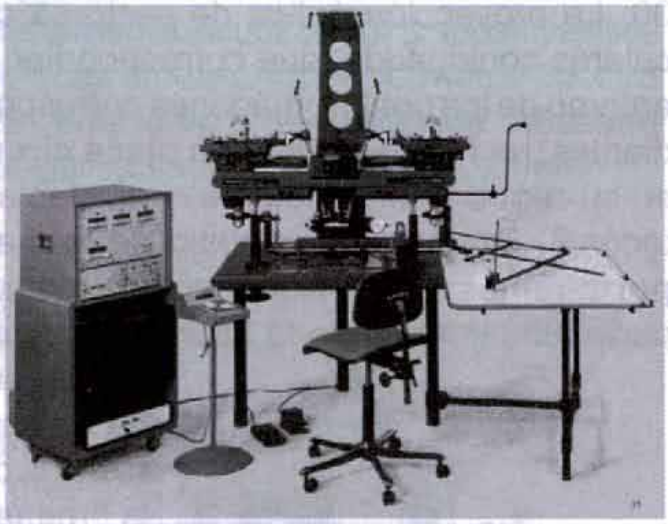
Estados Unidos construyó este tipo de aparatos y también los analíticos, **nunca** los de reconstrucción mecánica.

32. **Ejemplos de restituidores analógicos de "proyección óptica directa"**

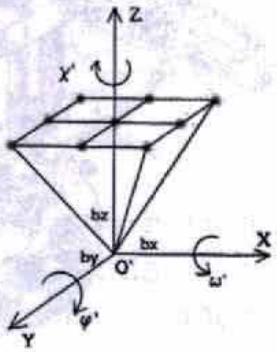
Multiplex, Zeiss Jena
Multiplex, Williamson
Multiplex, Bausch & Lomb
Fotomúltiplo D III, OMI-Nistri
KPP3 B, Kelsh
5030 B, Kelsh
CP 500, Keuffel & Esser
AMS-2, Belfort
Balplex ER 55, Bausch & Lomb
Photomapper, Nistri
PG1, Kern
DP1, Zeiss Oberkochen
Topoflex, Zeiss Jena

33. **Los instrumentos de proyección mecánica**

Utilizaban diapositivas sobre la película, formato 23 x 23 cm (unos pocos usaron placas formato 18 x 18 cm), colocadas en los portaplacas de la "materialización mecánica de la cámara aérea" (denominada cámara de restitución), en la cual podía ajustarse la distancia focal entre 85 y 305 mm, pudiendo usar fotografías obtenidas con cámaras de distintos fabricantes. Por lo general a cada cámara se le asignaban solamente tres grados de libertad correspondientes a las rotaciones (κ; φ; ω).



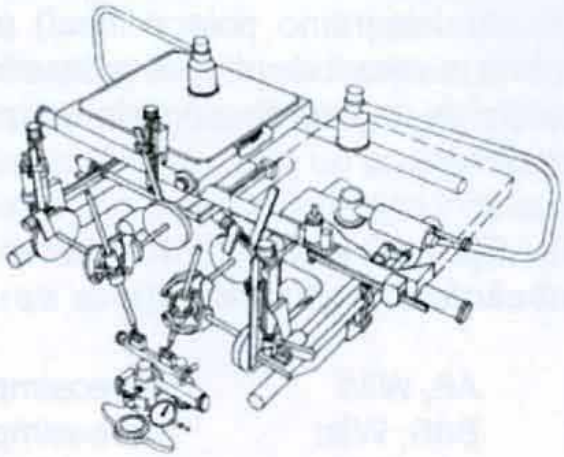
Aviografo AG1 Wild



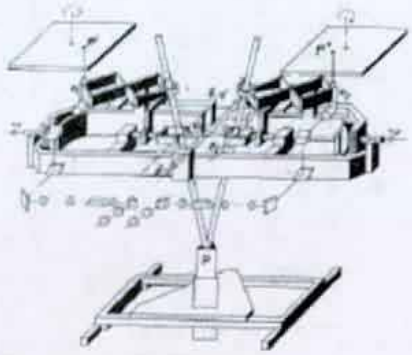
34. En esta versión netamente europea, la

proyección óptica directa era reemplazada mecánicamente por dos varillas, lo cual hacía innecesario trabajar en cuartos oscuros. La cortina se usaba para la protección del aparato.

Estas **varillas espaciales** pivotaban y se deslizaban alrededor de una **unión cardánica** (que cumplía la misma función que las lentes en los instrumentos de proyección óptica) la cual representaba los centros de proyección en la parte superior del instrumento, mientras que en la parte inferior se unían en una "mesa o carro-base", para materializar la intersección de pares de rayos.



35. El sistema de observación consiste en "dos caminos ópticos" (compuestos por lentes, espejos y prismas) que vinculan los dos sectores circulares o campos de imágenes homólogas y sus respectivas marcas de medición con los binoculares, para percibir el modelo estereoscópico y la marca flotante.



36. La "mesa de barrido o carro-base" puede desplazarse según X e Y, y con ello mover las varillas que están conectadas a los **"microscopios de observación"** situados frente a las diapositivas, para así observar simultáneamente los campos visuales de las imágenes homólogas (citadas en el párrafo anterior). **Cuando el par está orientado, cada «punto del modelo"** (intersección de las varillas) **está vinculado con sus puntos imágenes sobre las fotos izquierda y derecha** (microscopios) **mediante este tipo de "calculadora analógica", en lugar de resolverlo matemáticamente, como con los instrumentos analíticos** (*Módulo VII, párrafo 72*).

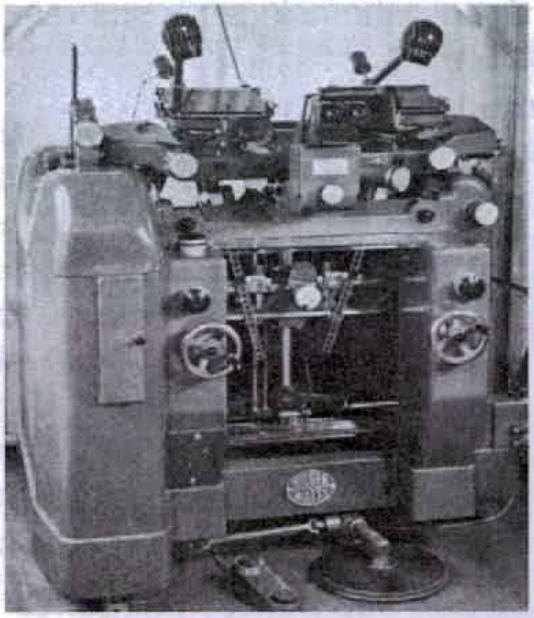
37. Para instrumentos mecánicos destinados a la confección de mapas topográficos, los movimientos X e Y se ejecutan desplazando manualmente la mesa trazadora (y sin registro de sus valores); en cambio para acotar, controlar o fijar la altura de las curvas de nivel,

como en el caso de los instrumentos de proyección óptica, siempre se dispone de un contador o escala para las Z.

38. Es muy común en este tipo de instrumento usar un pantógrafo (de paralelogramo, polar o lineal), para dibujar el "mapa en borrador" sobre la mesa de dibujo, adosada al aparato (o en otros casos, mediante un coordinatógrafo horizontal estable o mesa automática de dibujo).

39. **Ejemplos de restituidores analógicos de "proyección mecánica" (topográfica)**

A6, Wild	Stereosimplex II/C, Galileo
B8S, Wild	Stereosimplex G6, Galileo
B9, Wild	Stereophot, SOM
AG1, Wild	Planitop, Zeiss Oberkochen
PG2, KERN	Topocart B, Zeiss Jena
RA2, OMI	Stereoplot, Zeiss Jena



Thompson & Watts plotter

40. Existen otros restituidores del mismo tipo, pero destinados a confeccionar restituciones a escalas grandes, para obras de ingeniería y catastro, con extensión a la medición y registros de perfiles transversales y longitudinales, que exigen una mayor exactitud, y son los denominados **"restituidores de precisión"**.

41. En ellos, las varillas convergen hacia el "carro-base", descomponiéndose en pequeñas componentes By y Bz (con las cuales se podría medir las paralajes verticales con el primero y se podría inclinar el modelo alrededor del eje Y, para nivelarlo utilizando los movimientos particulares de φ' y φ'' con el segundo).

42. Este carro-base se comandaba mediante dos manivelas para trasladarlo según X e Y, y un disco pedal para controlar el movimiento de la Z. En los tres casos siempre contaban con un tambor, dial o escala,

para leer los valores de las tres coordenadas de cualquier punto sobre el modelo (todos los equipos contaban con un registrador de coordenadas con salida a máquina de escribir, cinta perforadora, cinta magnética, etc.).

43. Además de registrar las coordenadas de puntos discretos, al mover las manivelas para recorrer el modelo, sus movimientos planimétricos se iban transmitiendo (vía mecánica o eléctrica) a un coordinatógrafo de precisión horizontal y estable o a una mesa automática inclinable.

44. **Ejemplos de restituidores analógicos "mecánicos" de precisión**

A8, Wild
A10, Wild
Aviomaph AMH, Wild
Planicart, Zeiss Oberkochen
Planimat., Zeiss Oberkochen
PG3, Kern
Pressa 224, Sopelem
Estereometrógrafo F, Zeiss Jena
Stereosimplex III D, Galileo
Stereotopograph B, Poivilliers-SOM
Stereotopograph D, Poivilliers-SOM
Thopson & Watts II, Hilger & Watts

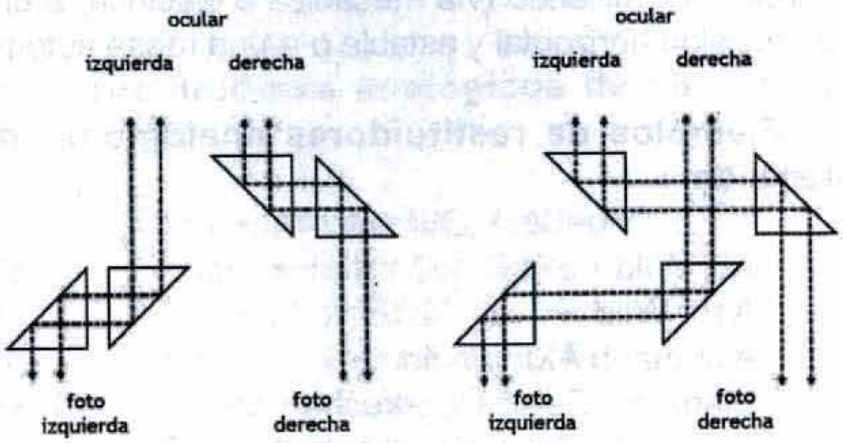
45. Una tercera clase de restituidores analógicos, con reconstrucción **mecánica u óptico-mecánica** de los rayos perspectivos, eran los **universales**. Básicamente fueron diseñados **para restituir fotografías terrestres y efectuar la aerotriangulación analógica** (método del polígono aéreo), para suministrar **"los puntos de control"** necesarios para la orientación absoluta del modelo en los instrumentos topográficos o de precisión antes citados. El hecho de poder explotar imágenes terrestres y aéreas les valió en principio ser considerados como de aplicación "universal".

Autógrafo A7 Wild

46. Tenían mucho en común con los restituidores de precisión, pero disponían también de las siguientes posibilidades:

Cada cámara de restitución tenía 5 grados de libertad (by, bz, κ; φ; ω) para la orientación relativa que requería una sola cámara (**durante la aerotriangulación**).

47. Posibilidad de alternar el camino óptico para seguir viendo estereoscopía cuando la foto izquierda estaba a la derecha y la derecha, a la izquierda, según el método de triangulación analógico (**así se evitaba la pseudoscopía en instrumentos con solo dos cámaras de restitución**).



48. Posibilidad de cambiar de "base interna" a "base externa" mediante el paralelogramo de Zeiss, a efecto de lograr la intersección de varillas espaciales. Todos los instrumentos fabricados por Wild utilizaron la varilla completa, en cambio los otros fabricantes de este tipo de aparatos adoptaron el sistema óptico-mecánico para reconstruir los rayos (del centro de proyección o lente hacia la imagen, era óptico; y hacia el modelo, era mecánico).

49. **Ejemplo de instrumentos analógicos "universales"**

A2, Wild	C8, Stereoplanigrafo, Zeiss
A5, Wild	Beta 2, OMI
A7, Wild	Stereocartógrafo V, Galileo
A9, Wild	

50. **Los restituidores analíticos**

A principios de la década del '50, mediante propuestas de Helmut Schmid y Uki Helava se comienza a dar forma al restituidor analítico, el cual sustituye a los calculadores analógicos óptico-mecánicos

por el cálculo numérico de la relación entre coordenadas imágenes x´; y´; x´´ y´´ con su correspondiente X Y Z en el terreno, auxiliado por las computadoras, en las que todas las operaciones de rutina (orientaciones interna, relativa y absoluta) eran resueltas en pocos minutos.

SD 2000 Leica

51. Este nuevo tipo de restituidor, con proyección analítica, compensó varias limitaciones "mecánicas" de los analógicos y permitió ampliar su capacidad operativa, como por ejemplo:

1) La corrección de los errores sistemáticos sobre las imágenes (inestabilidad dimensional, distorsión radial y tangencial) o sobre el modelo (curvatura y refracción)

2) Ampliación del rango de distancias focales (prácticamente infinito)

3) Ampliación del rango de ampliación escala foto-escala mapa (antes supeditados a los engranajes y límites mecánicos)

4) Posibilidad de explotar fotos verticales, oblicuas y terrestres, panorámicas, orbitales, de scanner y radar

5) Posicionamiento automático sobre los puntos imágenes, modelo, terrestres y también en las marcas fiduciales

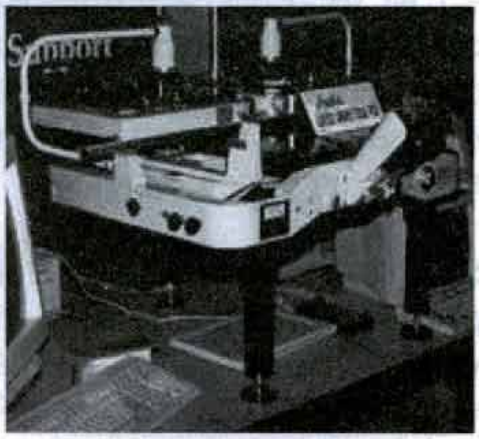
6) Extracción de datos sobre modelos digitales, puntos, perfiles, curvas de nivel, etc.

7) La representación se realiza sobre un plotter, asistido por una computadora.

52. **Ejemplos de restituidores analíticos**

- APC-APC3, OMI
- APC4, OMI
- AP 5-III, OMI
- Digicart, Galileo
- Planicomp C 100, Zeiss Oberkochen
- Planicomp P 3, Zeiss Oberkochen
- Dicomat, Zeiss Jena
- Avyolit AC 1, Wild
- Avyolit BC 1, Wild
- SD 2000-3000, Leica
- ASP, Adam
- DSR 1, Kern
- Anaplot, Marconi
- Autoplot, Systemhouse
- US 2 Bendix, Helava
- DSC 3/80, Keuffel & Esser
- Qasco SD 4, Qasco
- Alpha 2000, I²S
- Traster T2/T5, Matra
- APPS IV, Autometric

En la década del '80 alcanzaban sus mayores costos, pero también se convertían en la herramienta más utilizada en el mundo cartográfico, **dejando casi en absoluta obsolescencia a los procedimientos analógicos**.



PG2 Kern

53. Fue un gran golpe para las pequeñas empresas o las universidades, quienes no dudaron en convertir sus analógicos en analíticos (llamados híbridos) como así a profesionales independientes, que encontraron una salida utilizando los **"pequeños restituidores analíticos de escritorio"**, como los siguientes:

- Stereobit, Galileo
- MPS, Adam
- SFS-3, Ross (UK)
- Carto AP 190, United Kingdom
- Mako 35/70, Dell Foster
- Stereocord G, Zeiss
- Visopret, Zeiss

Stereobit Galileo

54. **Las estaciones de trabajo digitales**

En la última década del siglo pasado, la unión tan consolidada entre el trazado automático de la representación, los algoritmos fotogramétricos asistidos por computadora y el procesado digital de las imágenes dan lugar a los **"restituidores video digitales"**.

Z/I Image Station

55. Desaparecen absolutamente todos los componentes óptico-mecánicos y electrónicos que quedaban, para dar lugar al "software" como cerebro de la estación.

56. El hardware consiste en una **unidad central de procesado** (CPU) convencional (sistema operativo Windows 98/NT/2000/XP, memoria RAM de 256/512 Mb, Capacidad 40 Gb como mínimo, tarjeta gráfica 128/256 Mb); en **monitor** (17/19´´ y

resolución 1280 x 1024 aconsejable), **periféricos** como el mouse, teclado, impresora o plotter, scanner A3.

57. Se da lugar al uso de la imagen digital, **obtenida directamente o a través del uso de un scanner**. Los pares de imágenes son incorporados a la computadora como archivos digitales, presentados en el monitor y observados estereoscópicamente mediante dispositivos de separación espacial, temporal o radiométrico (anaglifos).

58. En esta estación de trabajo fotogramétrico digital (DPW) se pueden realizar las mismas tareas que en su predecesor (no deja de ser analítico) e incorpora la aerotriangulación automática, la generación de modelos de elevación digitales (DEM) y la confección de ortoimágenes, aprovechando el concepto de correlación de imágenes (con el cual **dejan de ser utilizados instrumentos y accesorios clásicos, como transferidores y marcadores de puntos; los mono o estereocomparadores; los ortofotoscopios)**.

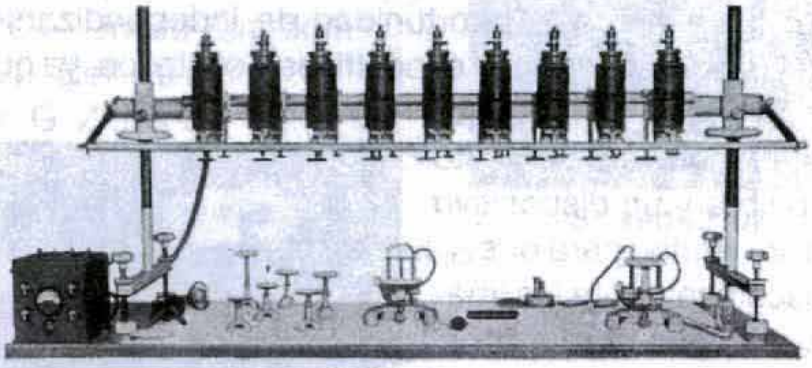
59. El lector tiene ahora la oportunidad de independizarse de los instrumentos (y operadores) tan específicos y costosos, ya que puede reemplazarlos con su computadora personal, un software de costo moderado o libre y un dispositivo (que puede ser gratis) para observar estereoscópicamente las imágenes mostradas en el monitor.

60. **Esta nueva oportunidad debe ser bien aprovechada para entrar en el mundo de la fotogrametría actual**.

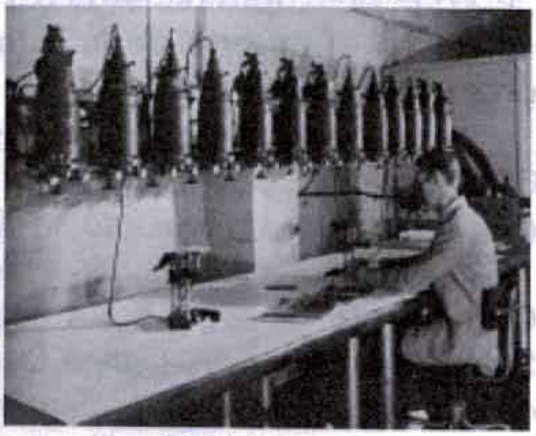
61. **Sitios web de estaciones fotogramétricas**
(*Ver cuadro en la siguiente página*)

Comentario: Gracias a las gestiones realizadas por Ángel Pérez Salas, Juan Abecian, Carlos Decaroli y el autor, se montó una sala de exposición en el Departamento de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería de la UNLP, con los siguientes instrumentos:
A2 y A6 (Wild), Beta 2, Photomapper, Fotomúltiplo DIII, RAII (Nistri), DP1 (Zeiss), trianguladores radiales, cámaras claras y otros accesorios, con el propósito de crear un museo en el futuro próximo.

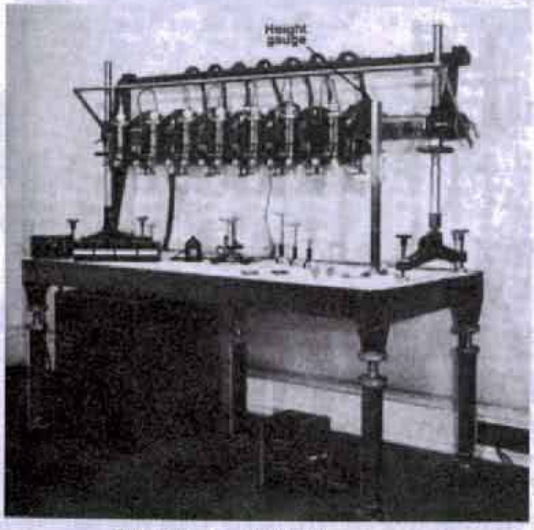
Estación	Sitio web
ImageStation o SSK SocetSet	www.zimaging.com www.lh-systems.com
DIAP Atlas DSP	www.askism.com www.kltassoc.com
Delta DPV	www.vinnitsa.com/geo www.dvp.ca
Photopol DMS	www.topol.cz www.rwel.com
Pictran E	www.technet-gmbh.com
Phidias	www.phocad.de
DTMaster	www.infho.de
Photomod Strabo	www.racurs.ru www.orbitgis.com
Summit PC Ortho GIS	www.datem.com www.vexcel.com



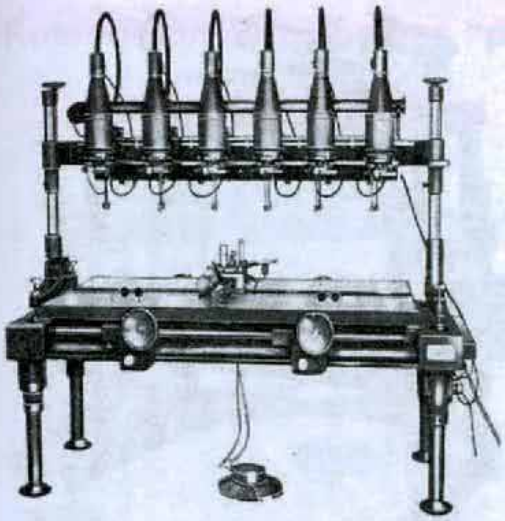
Multiplex Zeiss Jena



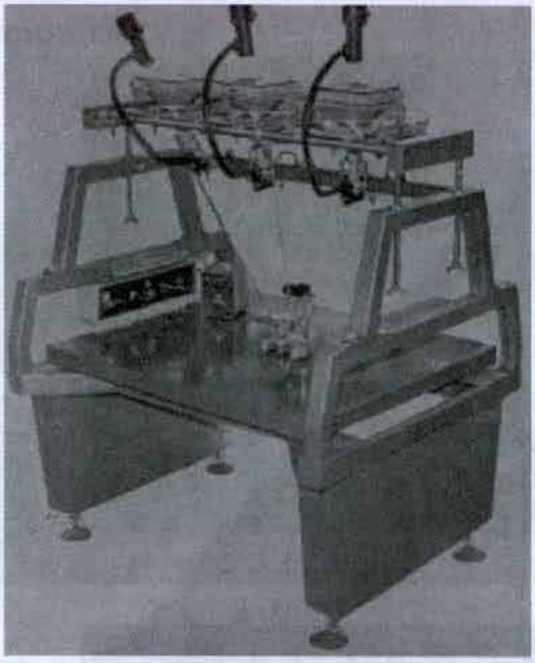
Multiplex B&L



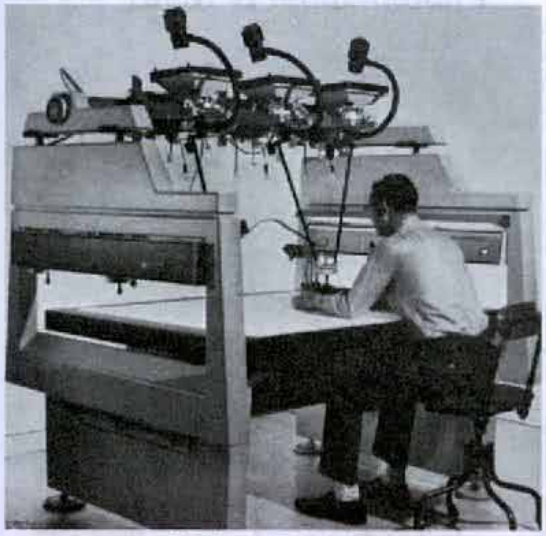
Multiplex Williamson



Fotomúltiplo DIII Nistri

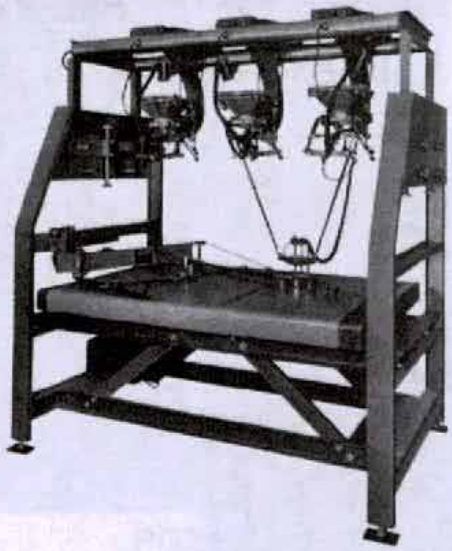


Kelsh KPP3 B

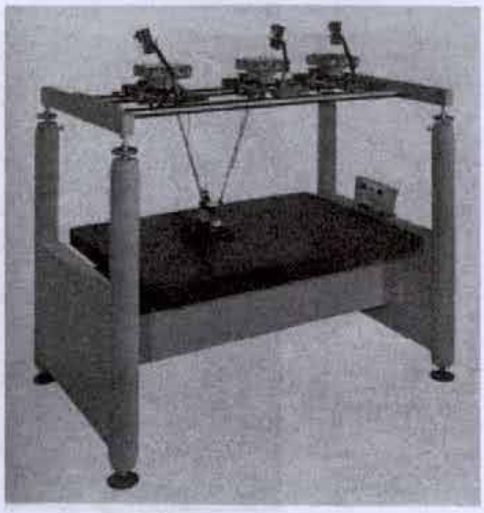


Kelsh 5030B

Keuffel & Esser CP500

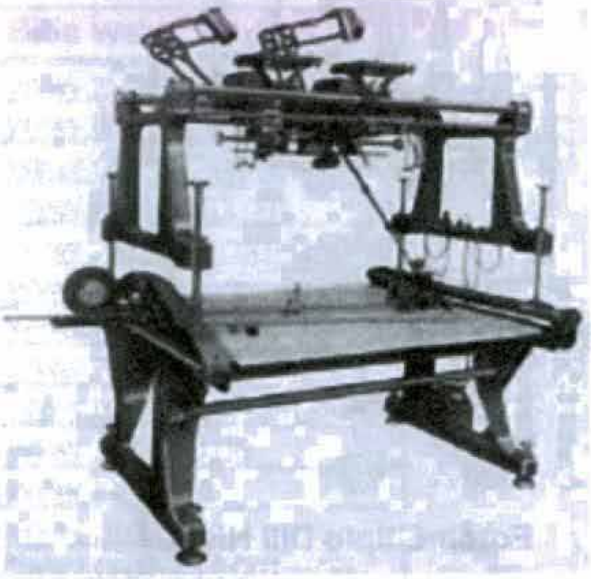


AMS-2 Belfort

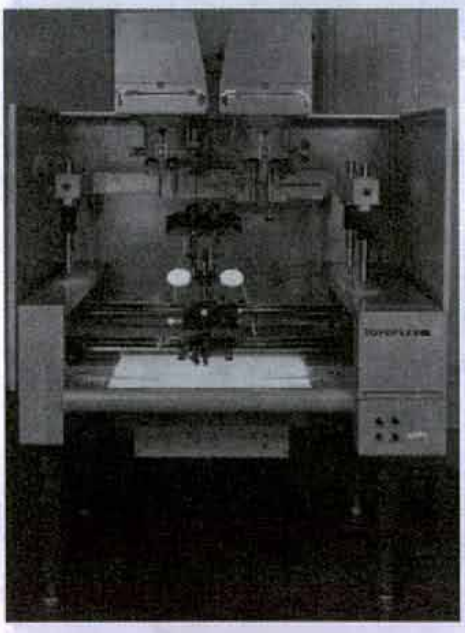


OGM Stereoplotter

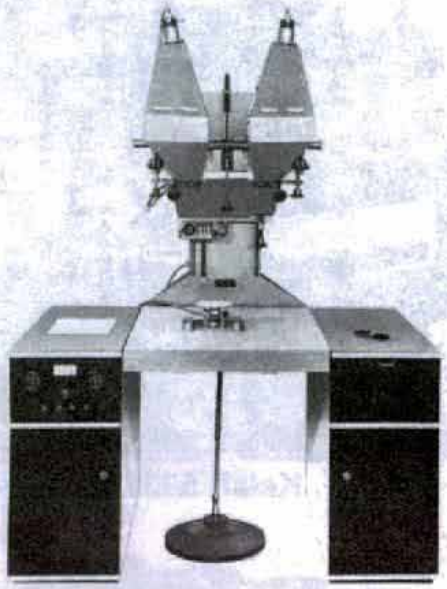
Balplex ER 55



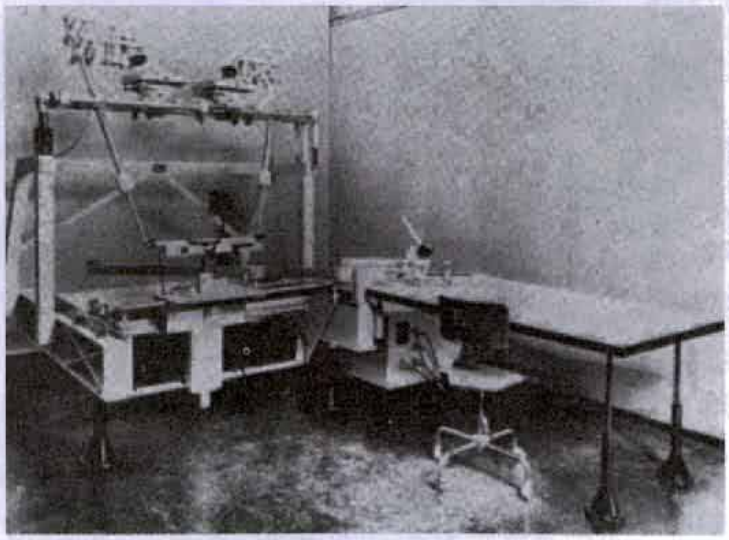
Photomapper IV Nistri



Topoflex Zeiss Jena

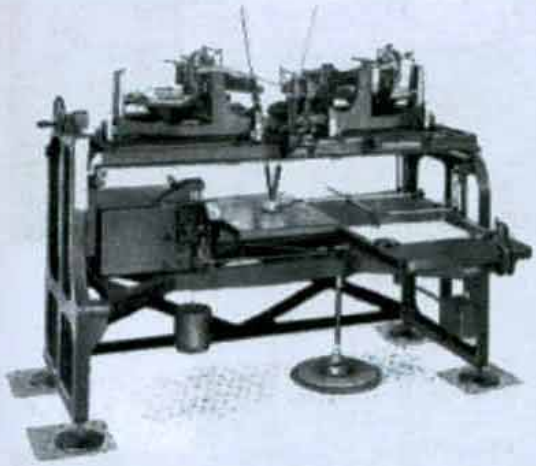


DP1 Zeiss Oberkochen

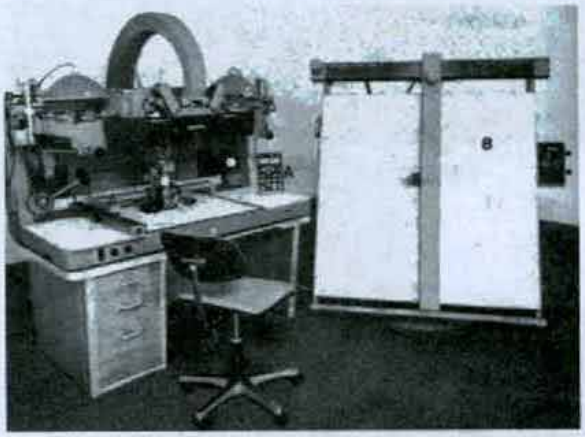


PG1 Kern

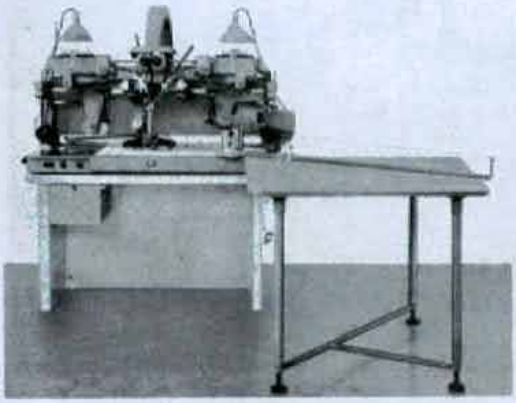
Restituidores analógicos "proyección óptica"



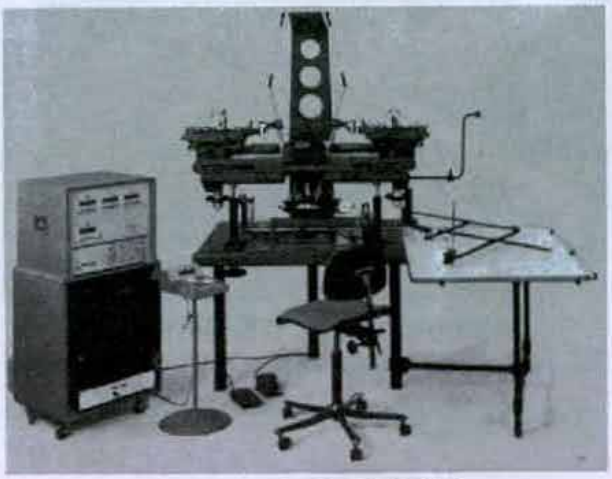
Autógrafo A6 Wild



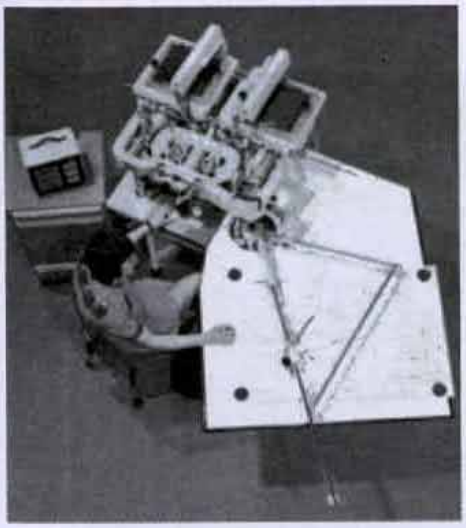
B8 - S Wild



B9 Wild

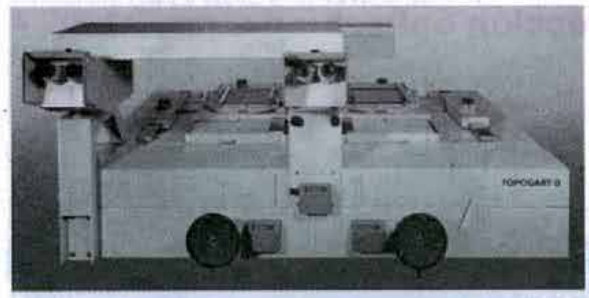


Aviografo AG1 Wild



PG2 Kerm

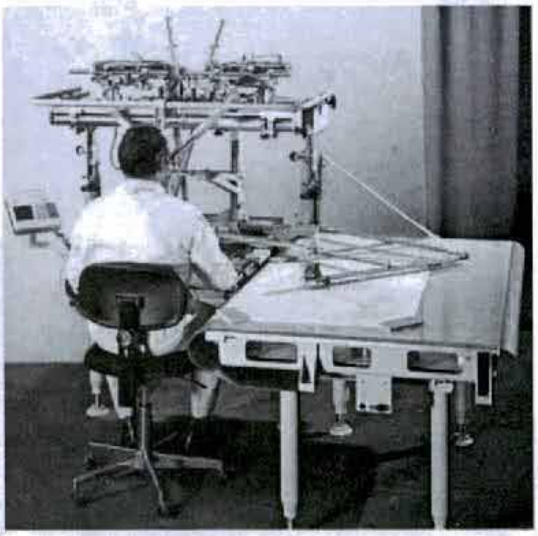
RAll Omi-Nistri



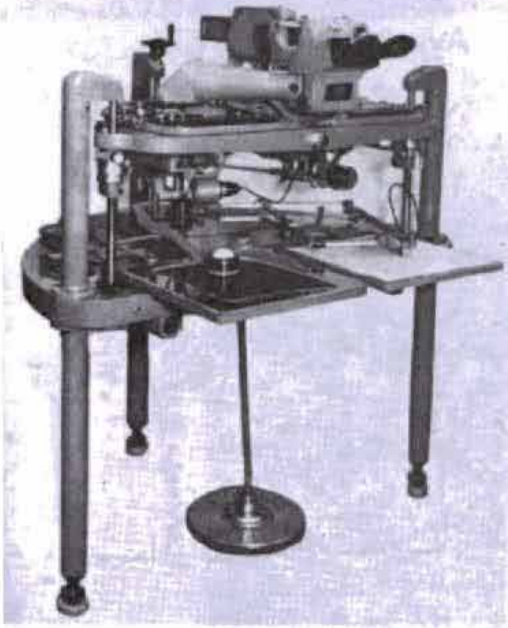
Topocart D Zeiss Jena

Stereoplot Zeiss Jena

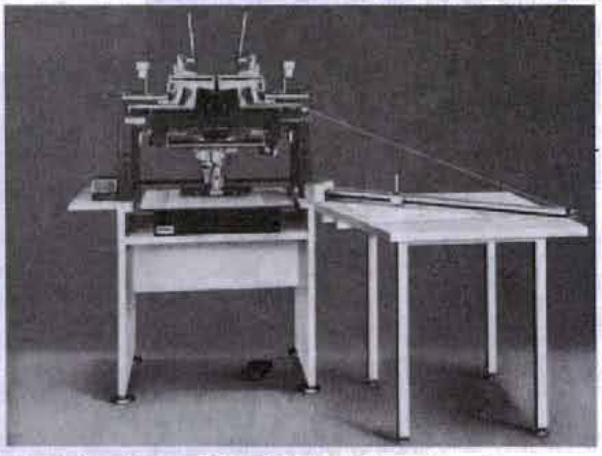
Stereosimplex G6 Galileo



Stereosimplex II C. Galileo

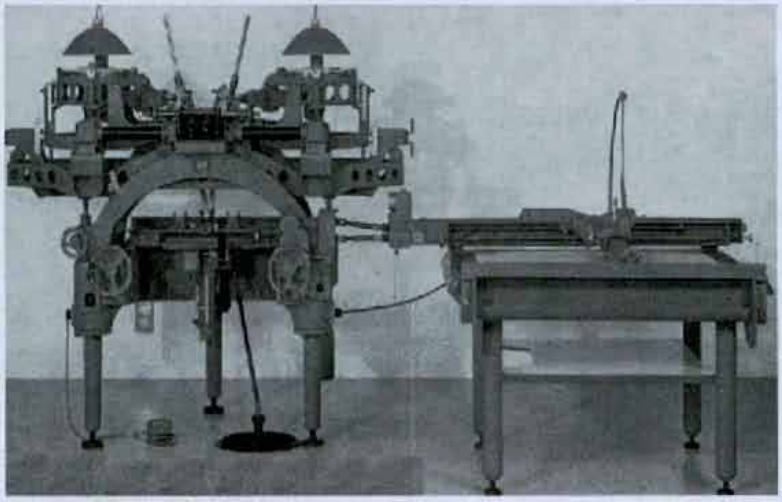


Stereophot SOM

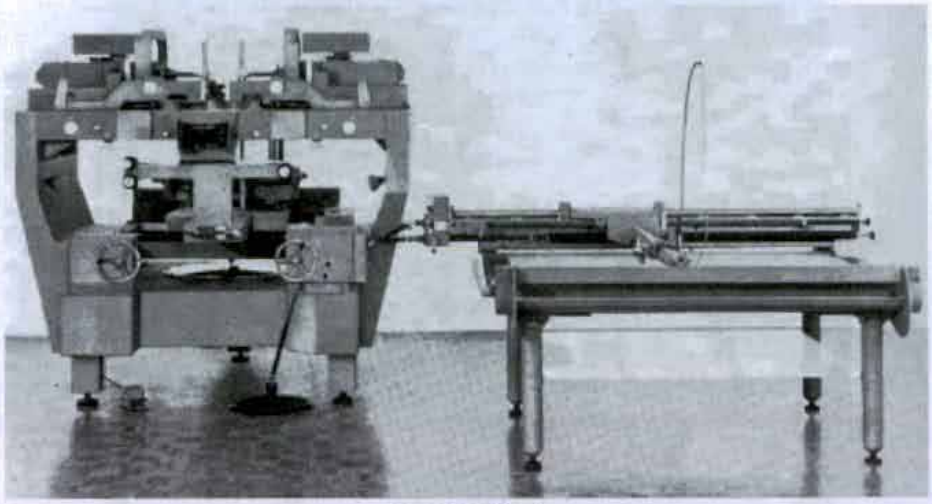


Planitop F2 Zeiss Oberkochen

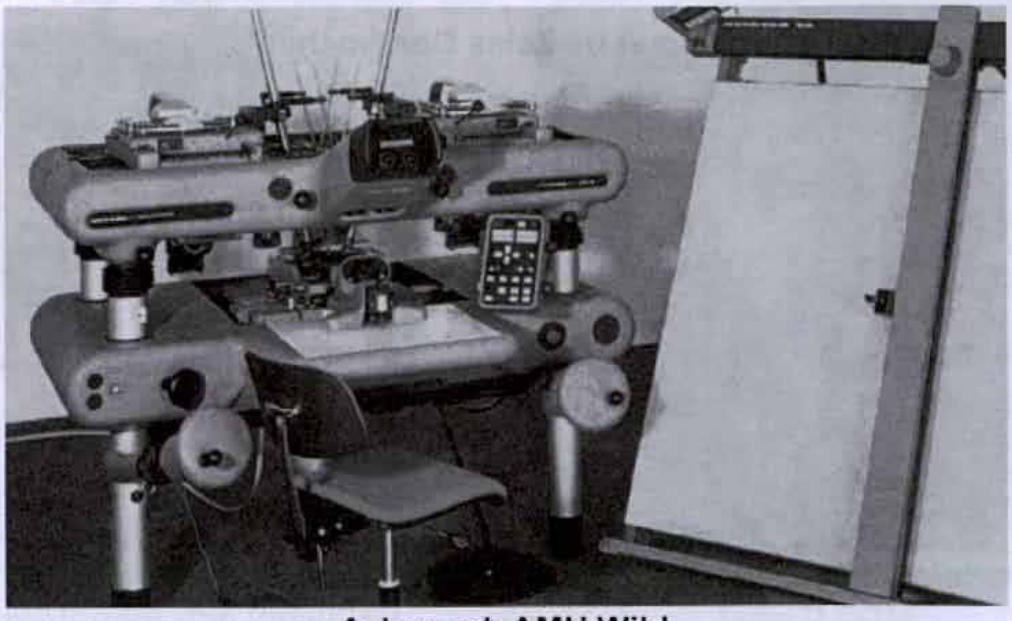
Restituidores analógicos "proyección mecánica"



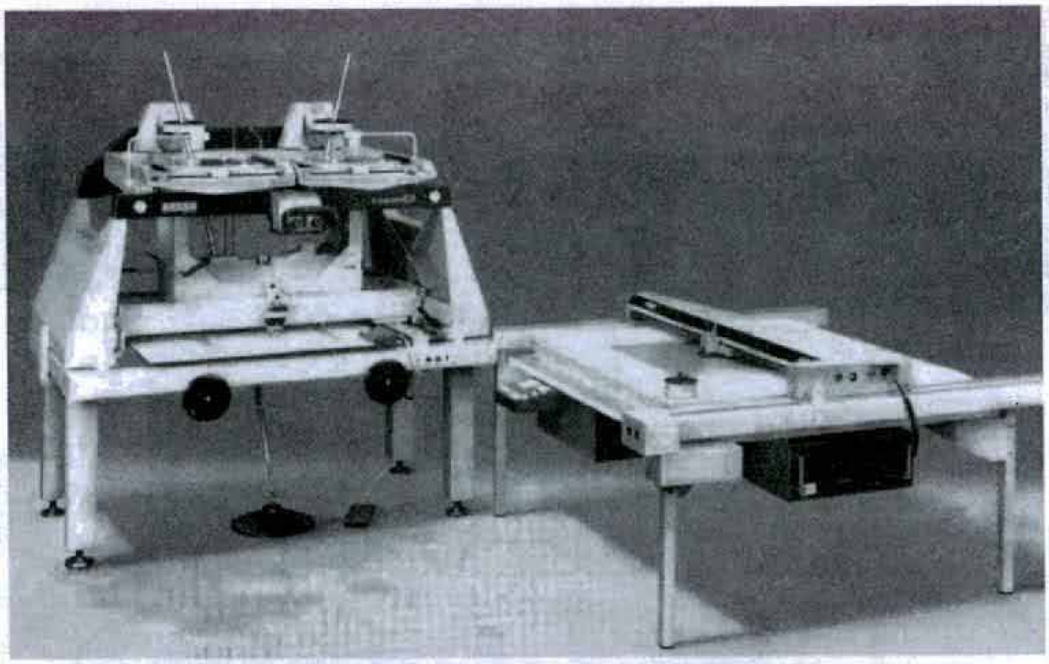
A8 Wild



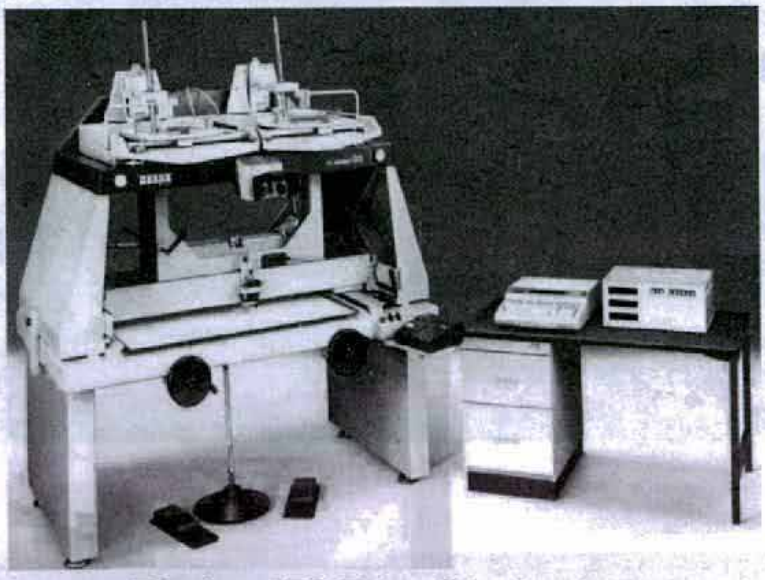
A 10 Wild



Aviomaph AMH Wild

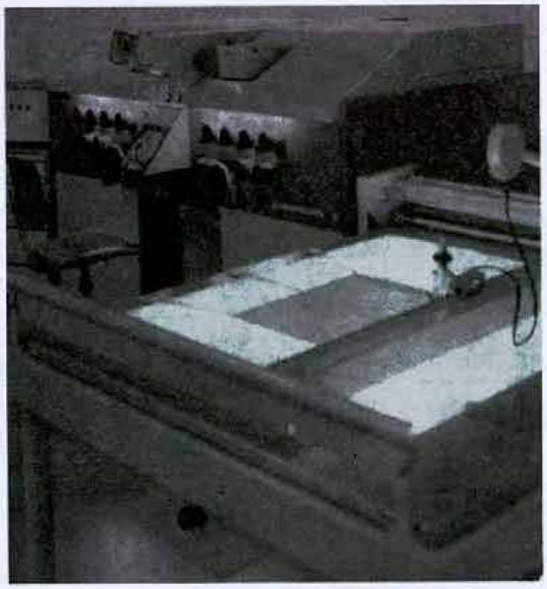


Planicart E3 Zeiss Oberkochen

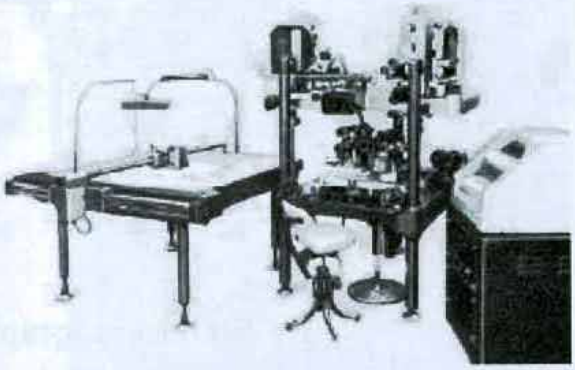


Planimat D3 Zeiss Oberkochen

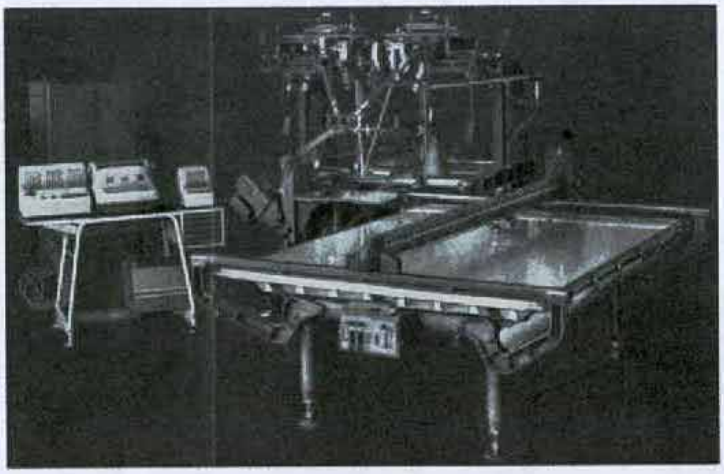
PG3 Kern



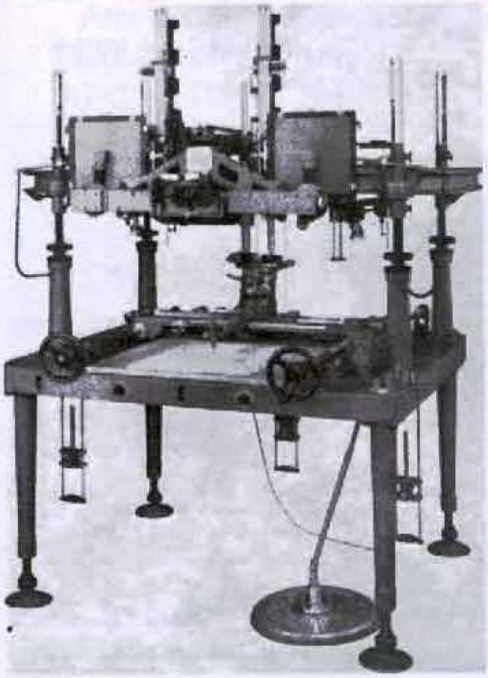
Estereometrógrafo F Zeiss Jena



Pressa 224 SOM

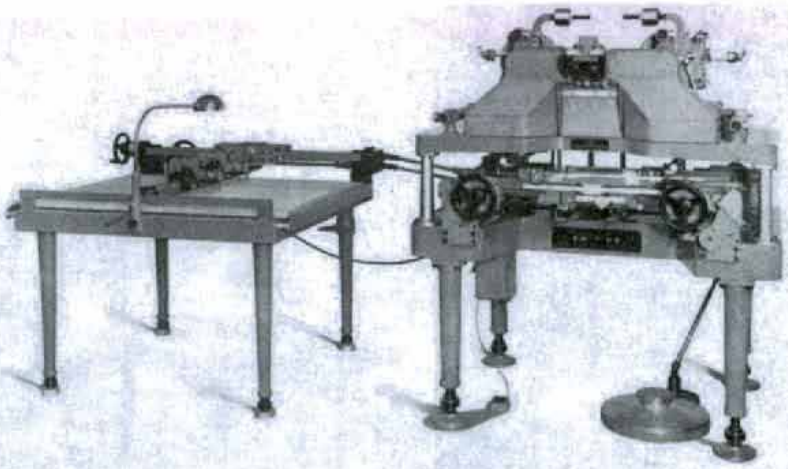


Stereosimplex IIID Galileo



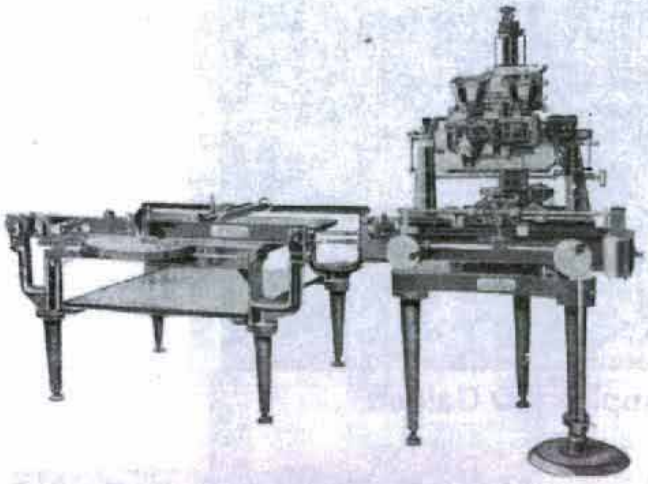
Stereotopografhe Poivilliers

Thompson & Watts plotterII
Type D SOM

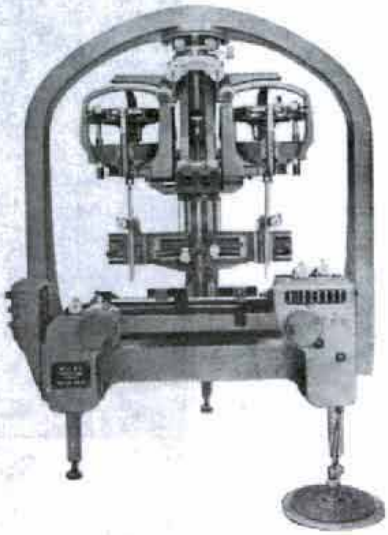


Stereotopograph Type B SOM

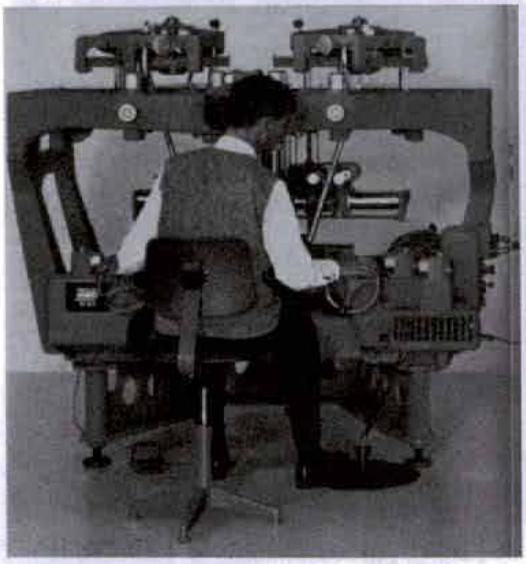
Restituidores analógicos "proyección mecánica" de precisión



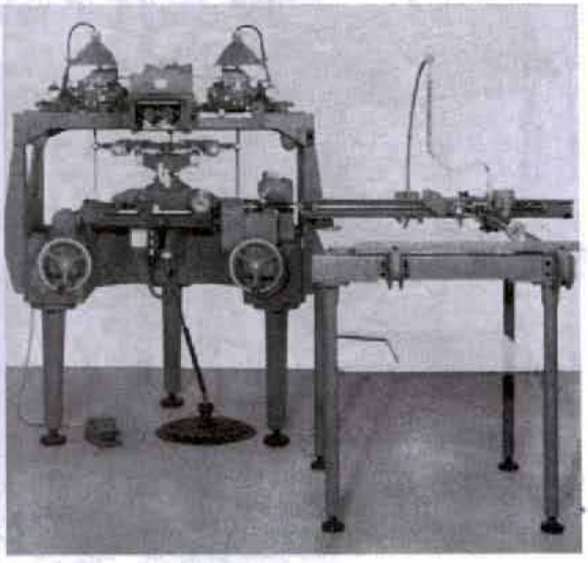
Autografo A2 Wild



Autografo A5 Wild

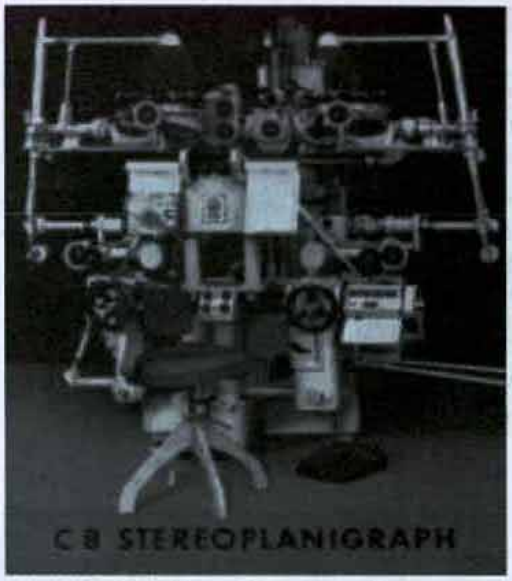


Autografo A7 Wild



Autografo A9 Wild

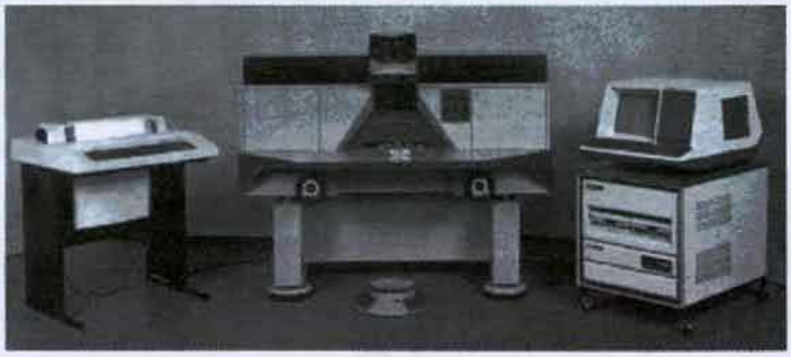
Beta II OMI



C8 Zeiss Oberkochen

Instrumentos universales

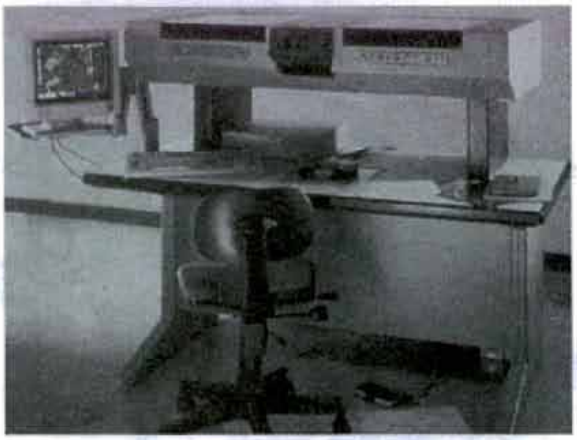
Analitical Stereoplotter APC3-1 OMI



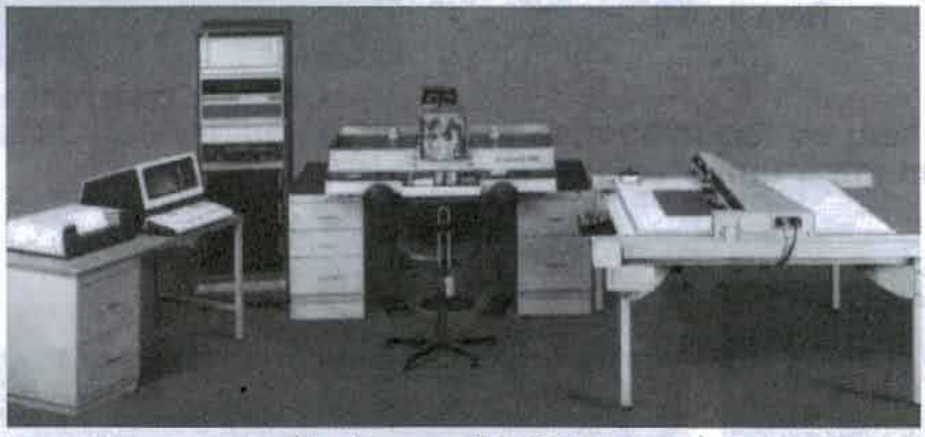
Analitical Stereoplotter APC-4 OMI

Analitical Stereoplotter APC5-MKIII OMI

Digicart Galileo



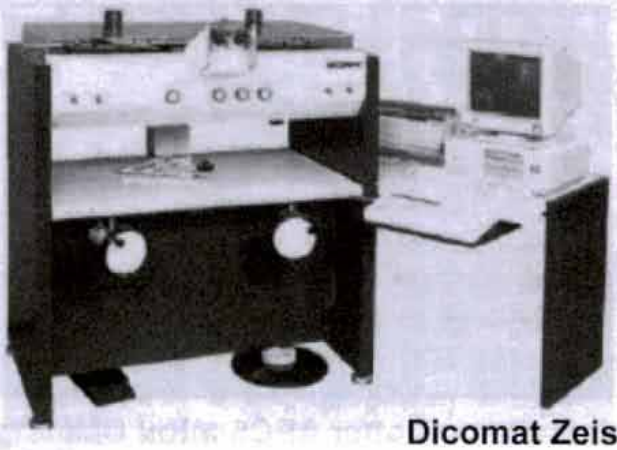
Stereocart 40 - 40Z Galileo



Planicomp C100 Zeiss

Planicomp C100 Zeiss

Planicomp P3 Zeiss



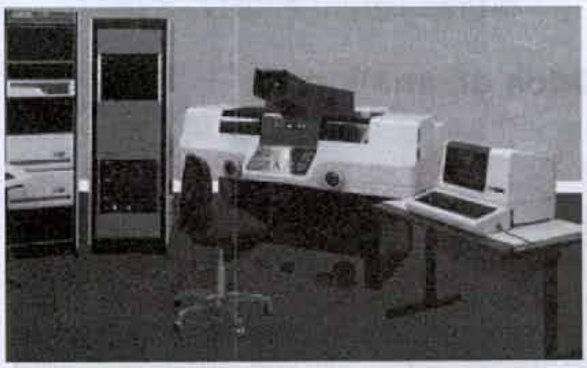
Dicomat Zeiss Jena

Aviolyt AC1 Wild

Aviolyt AB1 Wild

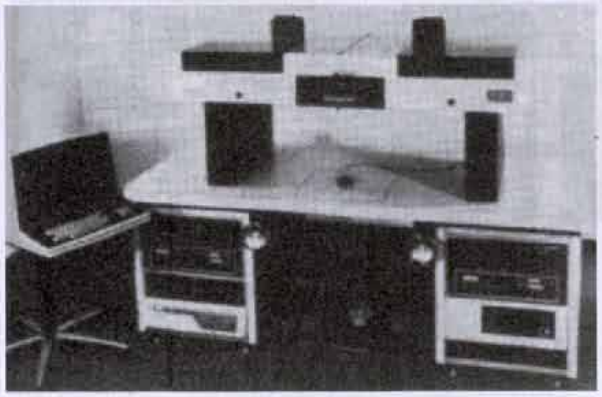
SD 2000 Leica

DSR1 Kern

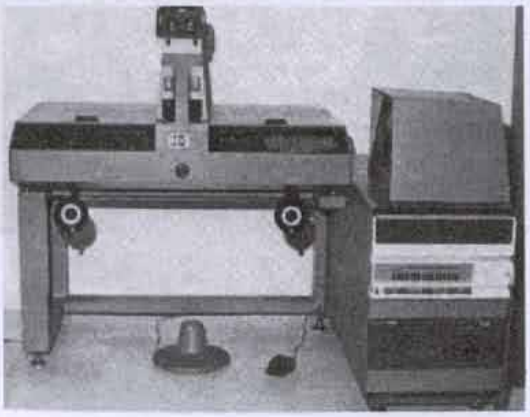


Anaplot Marconi CMA-758

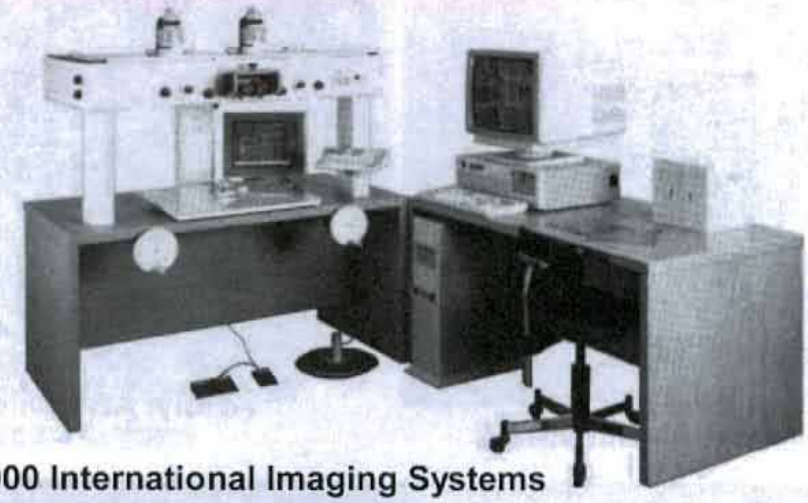
Autoplot Systemhouse



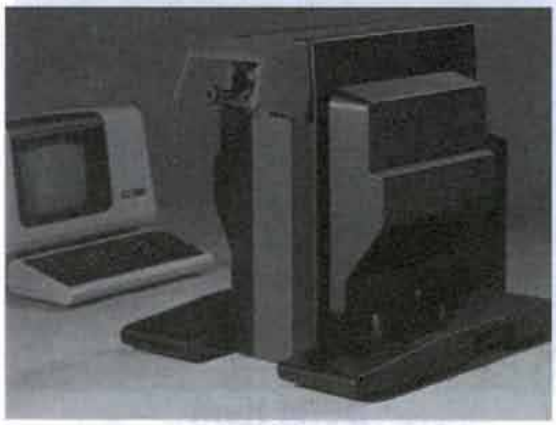
US2 Bendix Helava



Keuffel & Esser DSC 380



Alpha 2000 International Imaging Systems

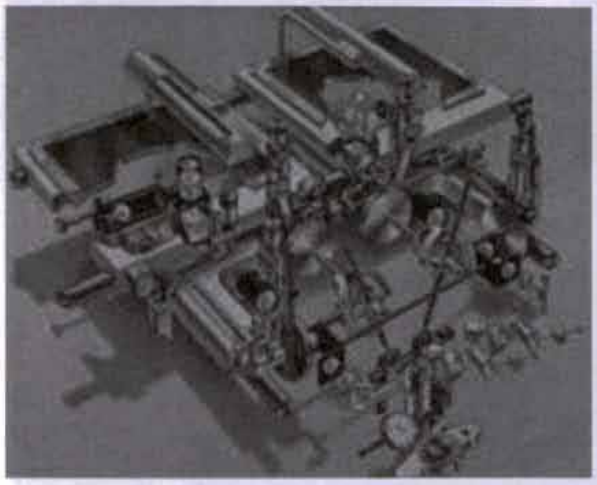


Qasco SD - 4

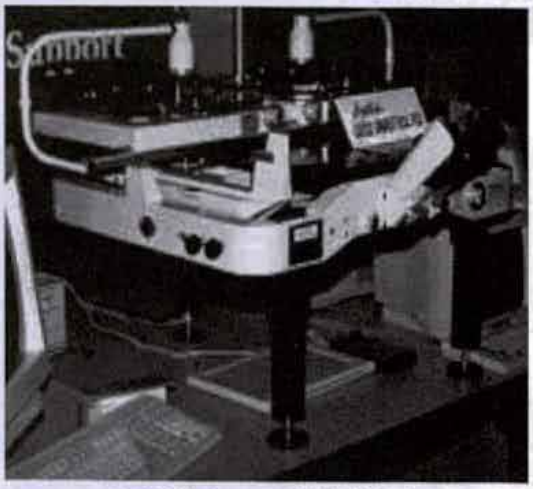
Restituidores analíticos
Otros:

- APPS IV Autometric (EE. UU.)
- ASP Adam (Australia)
- Traster T2/T5 MATRA (Francia).

Restituidores híbridos (convertidos en analíticos)



PG2 Kerm (analógico)

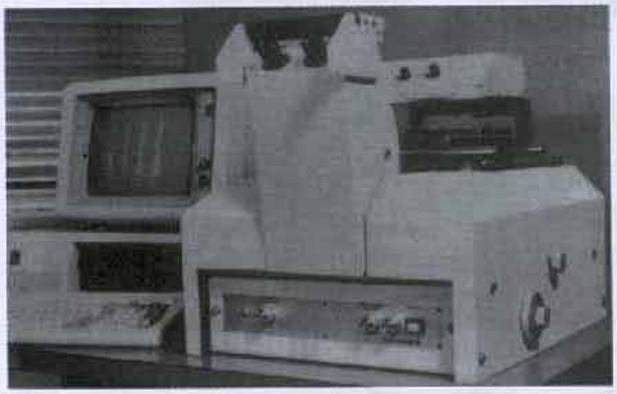


PG2 Kern (híbrido)

Restituidores analíticos de sobremesa

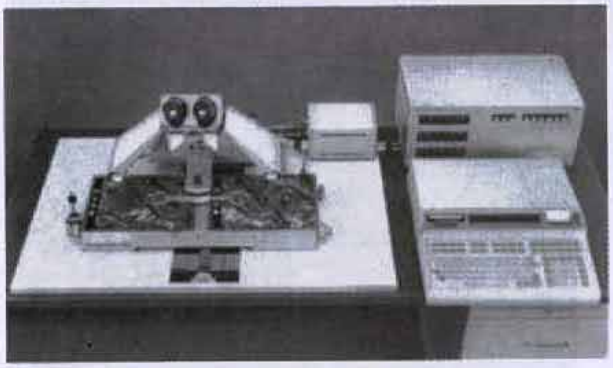
Stereobit Galileo

MPS Adam



SFS-3 Ross Instrumental

Carto AP190



Stereocord G.3 Zeiss Ob.

Visopret

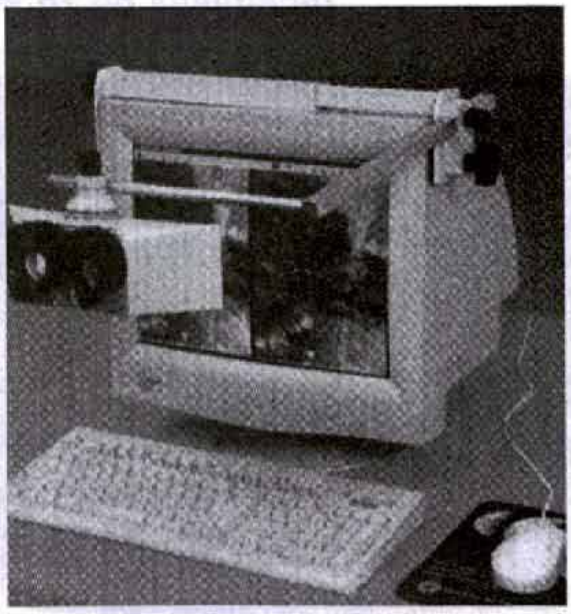
Otros:

- Mako 35/70 Dell Foster (EE. UU.).

Estaciones de trabajo digitales

Estación fotogramétrica digital
Zeiss Intergraph

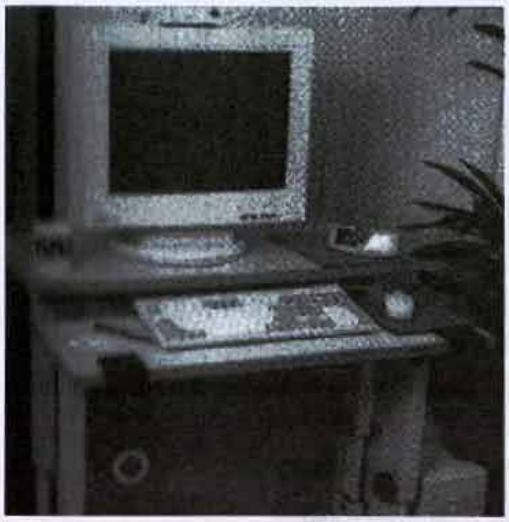
DVP



3D Mapper´s DDPS

Leica

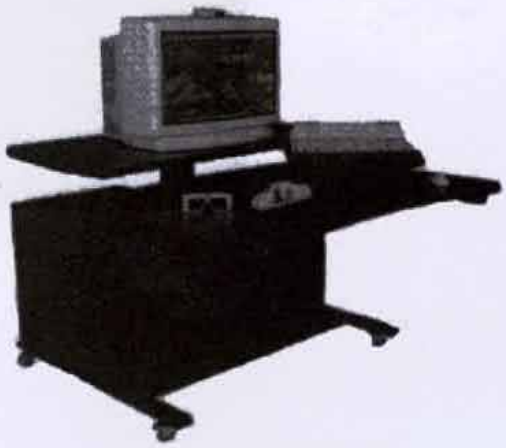
Summit PC



ISM´s DiAP

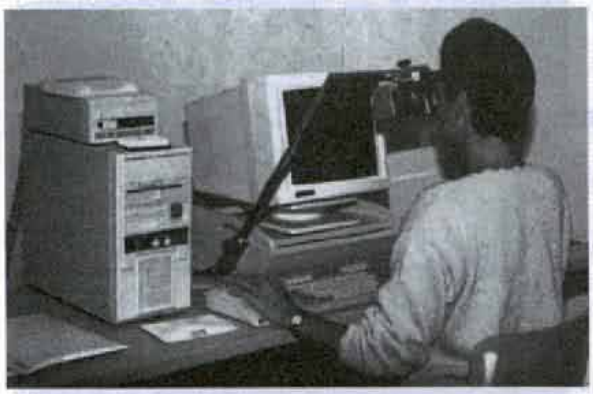
LH Systems SOCET SET

KLT (DSP)



Z/I ImageStation 2000

Restituidores digitales de bajo costo



Módulo IX

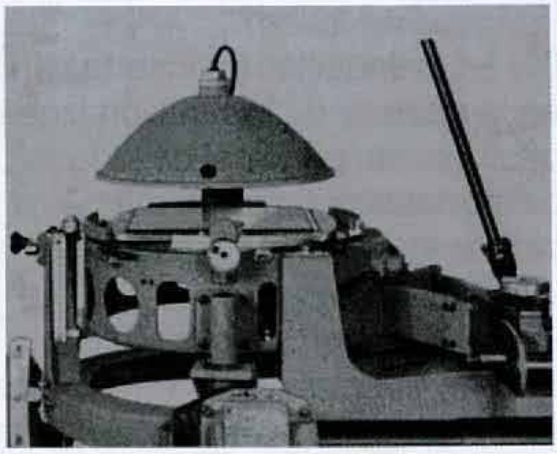
Cómo se trabaja con pares de imágenes

01. El propósito de este módulo consiste en **explicar en qué se basan las "rutinas" a seguir en un simulador espacial, para reconstruir un objeto tridimensional** (en nuestro caso, cómo crear un modelo 3D del terreno y georreferenciarlo). Conviene recordar los conceptos del *Módulo VII*.

02. Para crear este modelo, se deben realizar las siguientes operaciones de rutina:

- La **orientación interna**
- La **orientación relativa**
- La **orientación absoluta**.

03. **La orientación interna** tiene por objeto **reconstruir la forma que tenía el haz de rayos, dentro del cono de la cámara**, en el instante de la toma.
Otra definición más actualizada sería:
"Colocar el sistema de coordenadas de la imagen x y, que se encuentra libre en el espacio (sistema inicial), dentro del sistema de coordenadas interno X Y Z de la cámara aérea (sistema final), utilizando para ello las cámaras de restitución, los porta-imágenes o el certificado de calibración".



Cámara de restitución

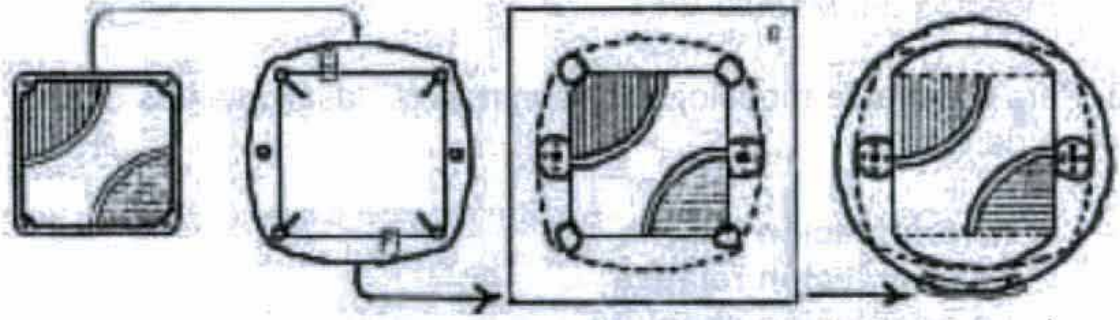
Portaplacas

04. **La primera solución**: fue utilizada en la época analógica, con **restituidores con reconstrucción mecánica de los rayos** (utilizando cámaras de restitución).

Centrado

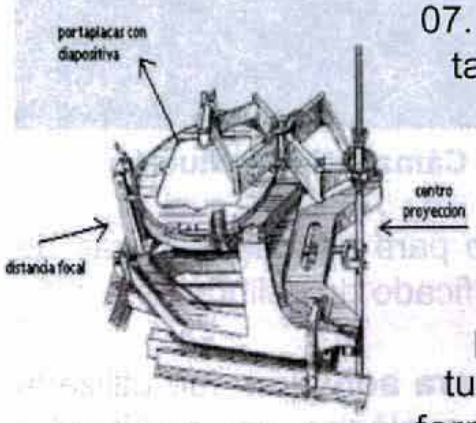
05. Primero se extrae de cada cámara de restitución su "portaplacas". Se coloca en una mesa luminosa y sobre él se pone "la diapositiva" haciendo coincidir sus marcas fiduciales con las mar-

cas grabadas sobre el portaplacas (llevar a coincidir el centro fiducial con el centro del portaplacas implicó dos desplazamientos, ΔX y ΔY, más una rotación de la diapositiva θ).



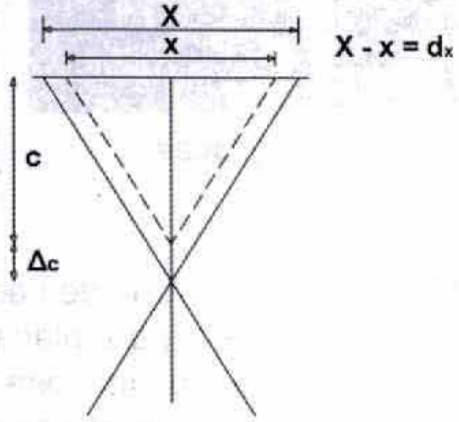
Diapositiva **Portaplacas** **Mesa luminosa** **Cámara de restitución**

06. A continuación se inserta cada "portaplacas (con su diapositiva)" en la cámara de restitución izquierda (o derecha), con ello se logra que el punto principal de la foto (coincidente con el centro mecánico del portaplacas) quede automáticamente ajustado "sobre la perpendicular al centro de proyección" (sobre el eje óptico).

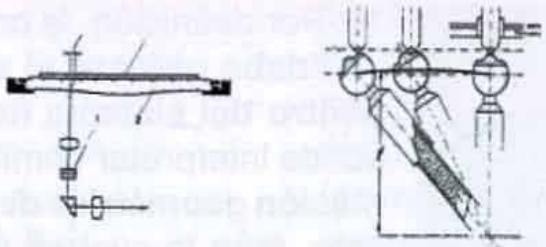


07. Luego se ajusta la distancia entre el portaplacas y el centro de proyección (materializado con la unión cardánica) al mismo valor que tenía la cámara utilizada (o sea, su distancia focal calibrada). En los restituidores con reconstrucción mecánica de los rayos perspectivos (varillas), las cámaras de restitución permitían colocar diapositivas de formato hasta 23 x 23 cm y distancias focales comprendidas entre 84 y 310 mm.

08. Por último se podían completar las "correcciones a pequeñas anomalías" (distorsión del objetivo de la cámara usada, dilatación o contracción de la diapositiva), mediante dispositivos ópticos o mecánicos, y variando la distancia focal ($\pm \Delta c$).



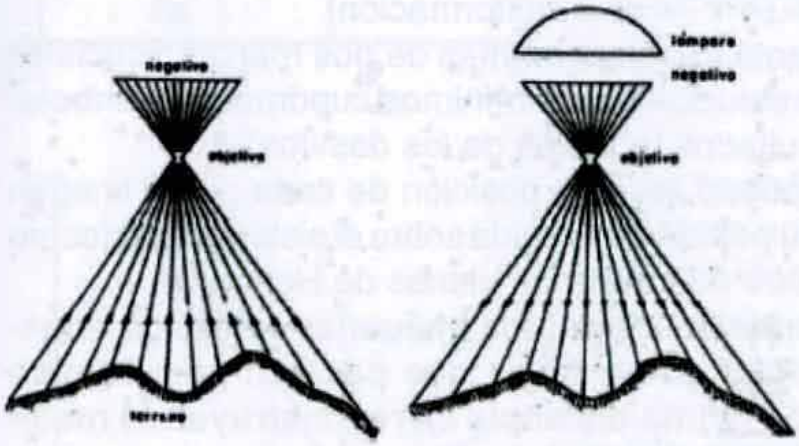
Compensación de inestabilidad del film



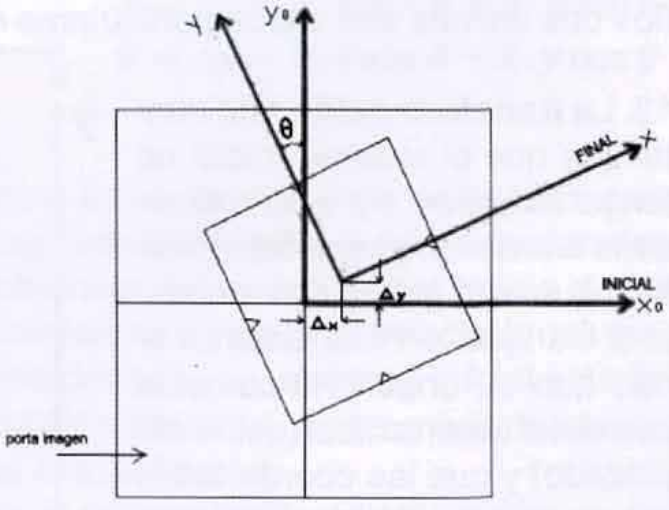
Solución óptica de Wild Solución mecánica de Santoni

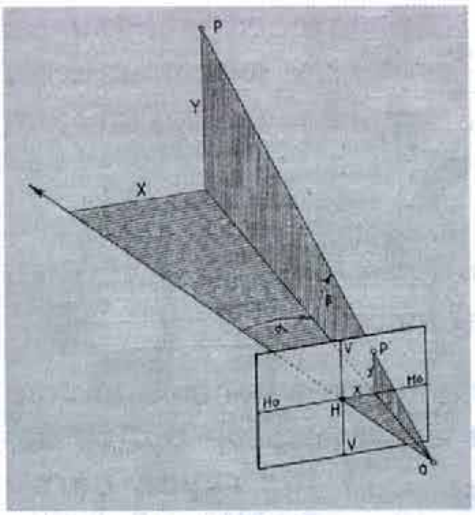
Compensación de distorsión

09. Uno puede imaginar que los pasos anteriores también fueron realizados en **"un restituidor que usa la proyección óptica de los rayos perspectivos"** (utilizando sus cámaras o "proyectores"). Entonces sí, al colocar una fuente de luz por encima de la diapositiva, el haz de rayos que atraviesa "la lente" (que materializa al centro de proyección), tendrá la misma forma que el haz formado durante la toma.



10. **La segunda solución**: viene con los tiempos analíticos. Las diapositivas son colocadas en los "portaimágenes" (especie de portaplacas más grandes) **casi** centradas y con sus lados **casi** paralelos a los bordes del portaimágenes. El operador se encarga de medir y almacenar en la computadora **las coordenadas planas x-y de cada marca fiducial** (4 u 8) en su propio sistema instrumental (**el sistema inicial**). Pero también la computadora es alimentada con los datos de las coordenadas de las marcas fiduciales del "certificado de calibración" (la cámara intelectual que reemplaza a la cámara original, nuestro **sistema final**).





11. Por definición, la orientación interna **"debe colocar al sistema inicial dentro del sistema final"**, lo cual se puede interpretar como una **transformación geométrica de un sistema en otro**, para lo cual se requieren "puntos" (lo único que tenemos son las marcas fiduciales) cuyas coordenadas sean conocidas en ambos sistemas. Lo que resta es calcular "los parámetros o coeficientes" de las expresiones de transformación.

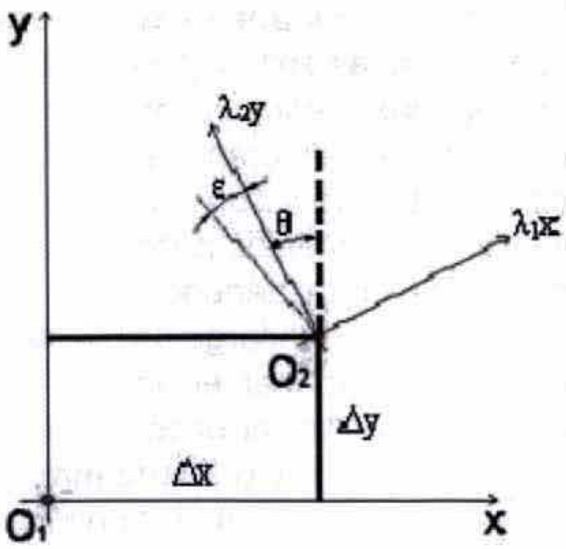
Siempre es conveniente trabajar con más de dos marcas fiduciales para poder aplicar la solución de los mínimos cuadrados y controlar la bondad de los resultados (a través de los desvíos).

De esta manera se puede llevar la posición de cada punto imagen del sistema inicial a su posición corregida sobre el sistema final (como en la transformación de coordenadas planas de Helmert).

Las nuevas posiciones de los puntos imágenes serán los orígenes de todas las rectas proyectivas que pasarán por el único centro de proyección (a una distancia c), reconstruyendo matemáticamente el "haz de rayos original".

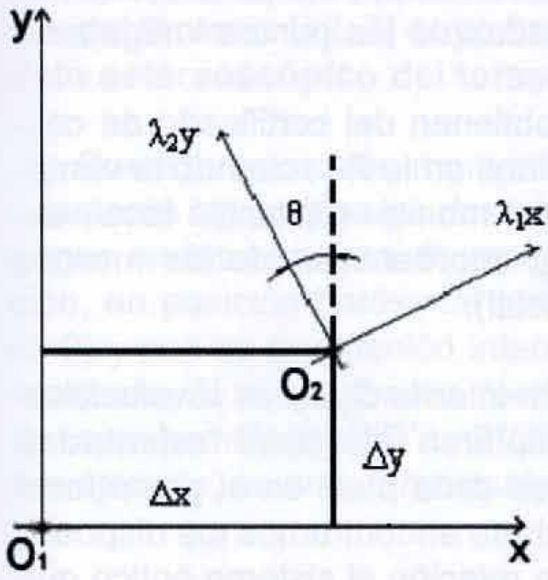
12. En general se pueden aplicar tres tipos de "transformaciones de coordenadas bidimensionales": la **afín**, la **ortogonal** y la **isogonal** (los dos últimos son casos particulares del primero).

13. La **transformación afín** contempla que el sistema inicial no tenga sus ejes x-y perpendiculares entre sí (no sean ortogonales); que esté girado con respecto a los ejes X-Y del sistema final; que su origen no coincida con el del sistema final (esté desplazado) y que las coordenadas **x** e **y** estén en distintas escalas. Su expresión contiene 6 parámetros (ε, θ, Δx, Δy, λ_1, λ_2).



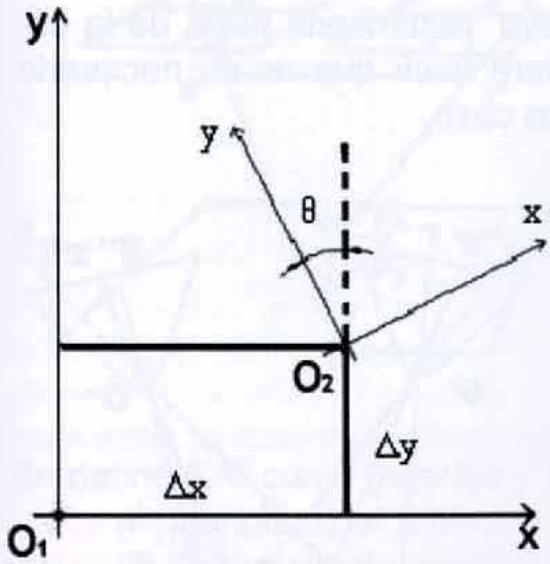
$$X = \Delta x + \lambda_1 . x \cos\theta + \lambda_2 . y[\sin\theta + \sin\varepsilon . \cos\theta]$$

$$Y = \Delta y - \lambda_1 . x \sin\theta + \lambda_2 . y[\cos\theta - \sin\varepsilon . \cos\theta]$$



14. La **transformación ortogonal**, variante de la anterior y en donde los dos sistemas (inicial y final) tienen sus ejes ortogonales (se mantiene el giro **θ** de un sistema respecto del otro; los desplazamientos del origen y la doble variación de escala). Su expresión contiene 5 parámetros (**θ, Δx, Δy, λ_1, λ_2**).

$$X = \Delta x + \lambda_1 . x \cos\theta + \lambda_2 . y \sin\theta$$
$$Y = \Delta y - \lambda_1 . x \sin\theta + \lambda_2 . y \cos\theta$$



15. La **transformación isogonal** considera solamente la rotación entre los dos sistemas y el desplazamiento de sus orígenes. El factor de escala es constante o conforme (muy conocida como transformación de Helmert, y requiere determinar 4 parámetros (**θ, Δx, Δy, λ**).

$$X = \Delta x + \lambda . x \cos\theta + \lambda . y \sin\theta$$
$$Y = \Delta y - \lambda . x \sin\theta + \lambda . y \cos\theta$$

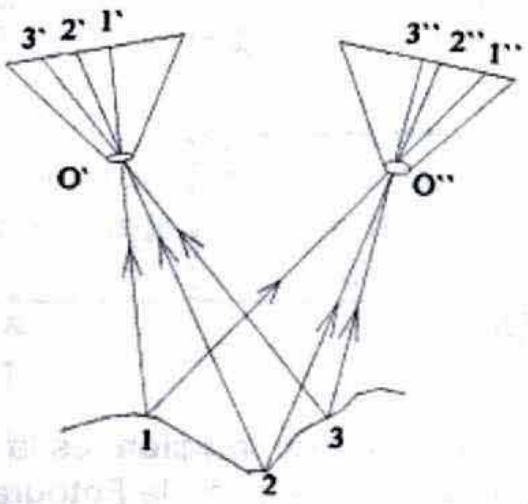
16. **La tercera solución**: es la actual al momento de escribir esta publicación, es decir, la **Fotogrametría Digital**, y se presentan dos casos: si la imagen fuese obtenida indirectamente a través de un scanner (foto convencional rasterizada), **se procede de igual manera que la analítica**. Las coordenadas del **sistema inicial** estarán basadas en "cliquear" la posición del píxel (línea y columna) que representa el centro de cada marca fiducial.
El **sistema final** sigue siendo el del certificado de calibración, cuyos datos se cargan en la computadora (en unidades expresadas en milímetros). Como otros puntos del terreno están expresados en unidades métricas, para mantener uniformes las medidas se convierten los píxeles en milímetros.

17. Durante la orientación interior son utilizados los parámetros necesarios para obtener las "coordenadas de los puntos imágenes", corregidos de los errores sistemáticos.
Actualmente estos parámetros se obtienen del certificado de calibración de la cámara y son introducidos en la PC, cuando la ventana "orientación interna" aparece en el monitor (distancia focal, excentricidad del punto principal x_0y_0, coordenadas de las marcas fiduciales, distorsión radial y tangencial).

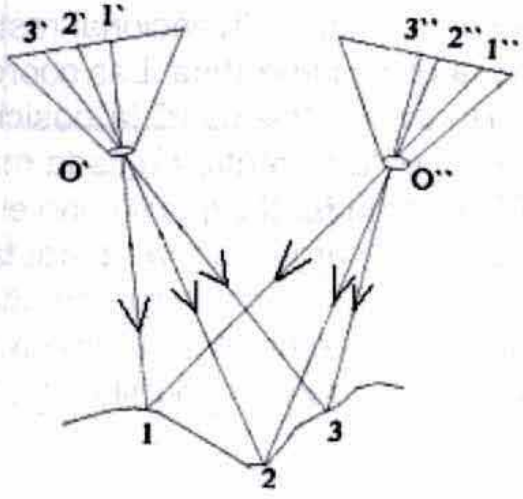
18. El segundo caso de la orientación interna digital es revolucionario, ya que las cámaras digitales capturan imágenes "**orientadas interiormente**", o sea, la posición de cada píxel en el plano focal (donde antes estaba el negativo y ahora encontramos los dispositivos CCD) es conocida y estable con relación al sistema óptico que dio origen a la imagen.
Antes, considerábamos la "diapositiva" rasterizada fuera de la cámara, ahora coincide con ella. Quiere decir que no es necesario realizar la orientación interna en este caso.

19. **La orientación relativa**

Durante la toma de dos fotografías consecutivas que se superponen un 60%, la cámara aérea presenta pequeñas inclinaciones κ, φ, y ω en cada estación O' y O''.
Aquellos rayos de luz provenientes de varios puntos del terreno (1, 2, 3), ubicados en la zona de superposición, dan lugar a la formación de los puntos imágenes (correspondientes u homólogos 1'-1''; 2'-2''; 3'- 3''...).

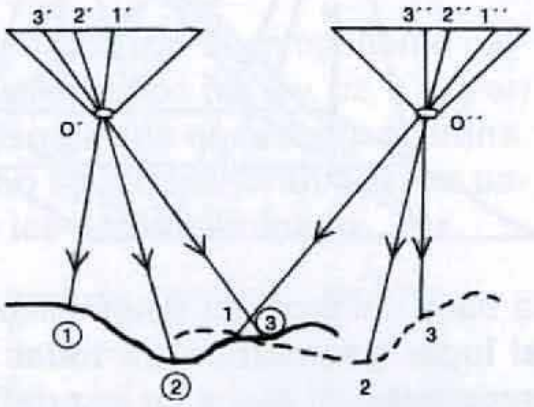


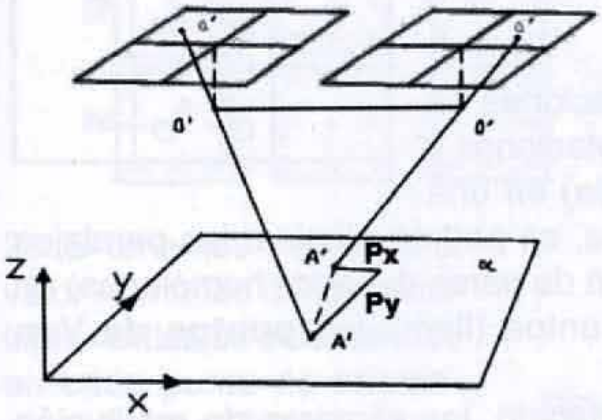
20. Imaginemos que podemos congelar la situación de cada cámara en O' y O'' con sus respectivas inclinaciones (**es decir, estaríamos manteniendo la orientación angular relativa entre ellas**).
Invirtiendo el sentido de los rayos de luz, observamos que **los pares**



de rayos perspectivos darán lugar "por intersección" a los puntos del terreno 1, 2, 3, cuyo lugar geométrico contendrá el "modelo estereoscópico del terreno".

21. Consideremos que momentáneamente colocamos las dos imágenes en las cámaras de restitución, en posición horizontal ($\varphi=0$; $\omega=0$) y con su orientación interna realizada. Al proyectar los "pares de rayos homólogos 2'O'2 y 2"O"2, por ejemplo, no se intersectarán".





22. Tomemos uno de los tres puntos anteriores, lo llamaremos A (a' y a" serán sus puntos imágenes sobre las fotos horizontales). Si a través de O' y O" los proyectamos sobre un plano (α) horizontal, vemos que los rayos perspectivos homólogos no se intersectarán en A, sino que lo harán en A' y A".

Se define A'A" como paralaje y se la descompone en:

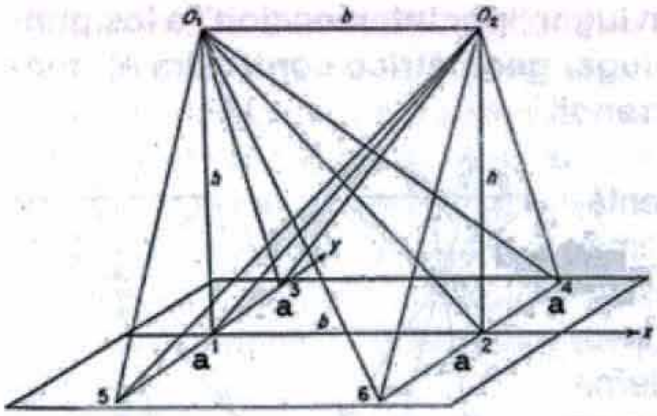
($\mathbf{P_x}$) longitudinal u horizontal

($\mathbf{P_y}$) transversal o vertical.

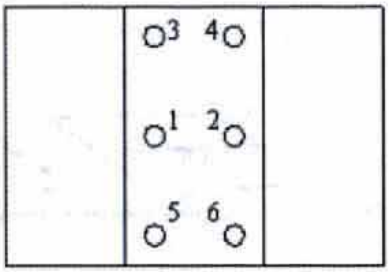
23. Observando la figura anterior, es obvio que subiendo o bajando el plano α (o modificando su distancia de proyección Z) la paralaje A' A" puede cambiar su **magnitud y orientación**. Siempre existirá una elevación para el plano α en la que A' A" sea perpendicular a la base O' O" (o al eje X), para la cual:

$$X_{A'} - X_{A''} = P_x = 0$$
$$Y_{A'} - Y_{A''} = P_y \neq 0$$

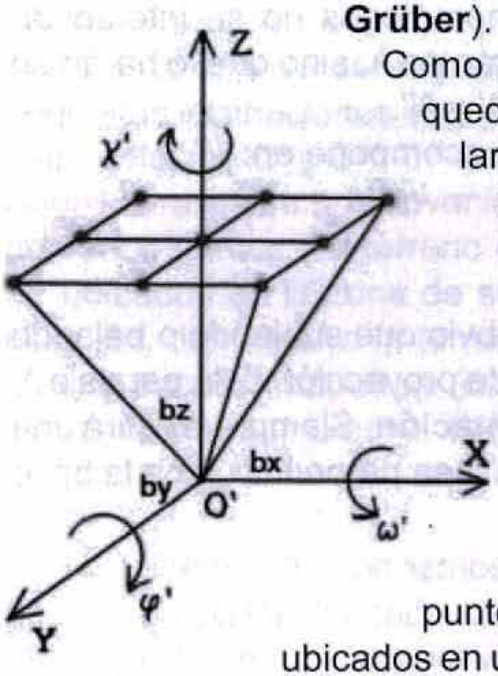
La paralaje horizontal desapareció, lo único que queda es lograr que el par de rayos A' O' y A" O" se intersecten en un solo punto A, para que $P_y = 0$.



24. Si se logra la intersección de pares de rayos en cinco puntos elegidos convenientemente sobre la zona estereoscópica (más un sexto, como control), cualquier otro par de rayos también se intersectará.
Esta propuesta de la Geometría Analítica constituye la base del proceso sistemático que utilizaremos para **determinar el lugar geométrico de todas las intersecciones, el que a su vez define el modelo tridimensional del terreno (maqueta)**.



25. Introduciendo pequeñas rotaciones en cada cámara de restitución (o rotaciones y traslaciones en una sola de ellas) en una secuencia operativa determinada, se podrán eliminar las paralajes verticales (o lograr la intersección de pares de rayos homólogos) en estos cinco puntos (llamados **puntos de Von Grüber**).



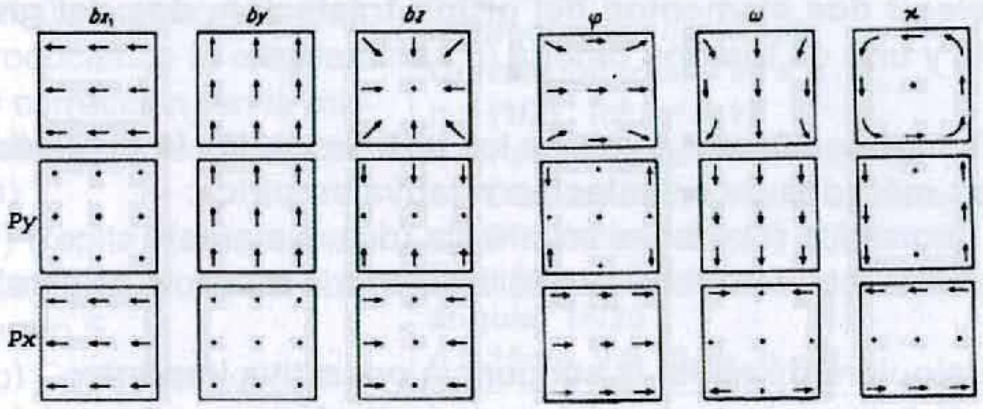
Como resultado, las cámaras de restitución quedarán con la misma orientación angular relativa que tenían en el momento de la toma y, **con ello, como consecuencia práctica, queda formado un modelo tridimensional, geométricamente igual al terreno**.

26. Para eliminar las paralajes verticales en los puntos de Von Grüber, veamos cómo se comporta la proyección de nueve puntos (simétricamente ubicados en una imagen ficticia), cuando se introducen pequeñas traslaciones (b_x, b_y, b_z) y rotaciones (κ, φ, ω) en cada proyector o cámara de restitución. La figura de Jean Hurault es lo suficientemente didáctica.
En el mundo real, el operador observará, en las

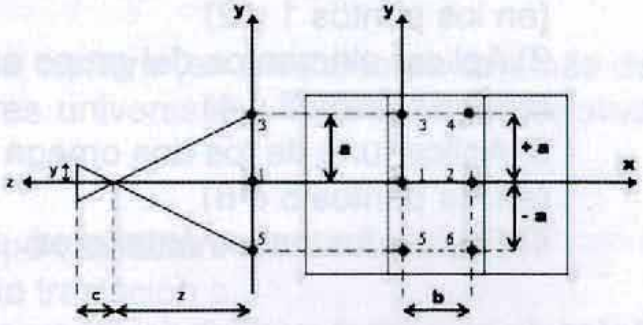
O. Von Grüber

proximidades de los cinco puntos, detalles del terreno de carácter puntual (cruce de caminos, vértices de azoteas, etc.)
(*Ver imágenes en páginas 257 y 258*).

27. Conceptualmente era necesario memorizar la componente vertical del efecto de cada elemento de orientación (bx, by, bz, κ, φ y ω) sobre cada punto de Von Grüber y **seguir una secuencia o rutina, tal que al ir eliminando paralajes no se introdujeran nuevas paralajes en puntos donde antes se las había eliminado**.



28. Si tenemos en cuenta el valor numérico de las paralajes verticales introducidas en cada punto de orientación de Von Grüber, podemos establecer el siguiente cuadro:



	x	y	dx_1	dx_2	$d\varphi_1$	$d\varphi_2$	$d\omega_1$	$d\omega_2$	dy_1	dy_2	dz_1	dz_2
1	0	0	0	+b	0	0	$-z$	$+z$	+1	−1	0	0
2	+b	0	+b	0	0	0	$-z$	$+z$	+1	−1	0	0
3	0	+a	0	+b	0	$+\frac{ab}{z}$	$-z\left(1+\frac{a^2}{z^2}\right)$	$+z\left(1+\frac{a^2}{z^2}\right)$	+1	−1	$-\frac{a}{z}$	$+\frac{a}{z}$
4	+b	+a	+b	0	$+\frac{ab}{z}$	0	$-z\left(1+\frac{a^2}{z^2}\right)$	$+z\left(1+\frac{a^2}{z^2}\right)$	+1	−1	$-\frac{a}{z}$	$+\frac{a}{z}$
5	0	−a	0	+b	0	$-\frac{ab}{z}$	$-z\left(1+\frac{a^2}{z^2}\right)$	$+z\left(1+\frac{a^2}{z^2}\right)$	+1	−1	$+\frac{a}{z}$	$-\frac{a}{z}$
6	+b	−a	+b	0	$-\frac{ab}{z}$	0	$-z\left(1+\frac{a^2}{z^2}\right)$	$+z\left(1+\frac{a^2}{z^2}\right)$	+1	−1	$+\frac{a}{z}$	$-\frac{a}{z}$

Nota: dx_1= k' dx_2=k'' dy_1= by' dy_2= by'' dz_1= bz' dz_2= bz''

29. Observando "el efecto producido sobre los puntos de Von Grüber 1/6", los **elementos de orientación** pueden agruparse de la siguiente manera:

Grupo de traslación b_y' b_y'' κ' κ''
Grupo de escala b_z' b_z'' $\varphi'\varphi''$
Grupo omega ω' ω''

Hay 50 posibilidades para combinar estos elementos. De ellas **hay que elegir dos elementos del grupo traslación, dos del grupo escala y uno de los dos omega** (5 parámetros).

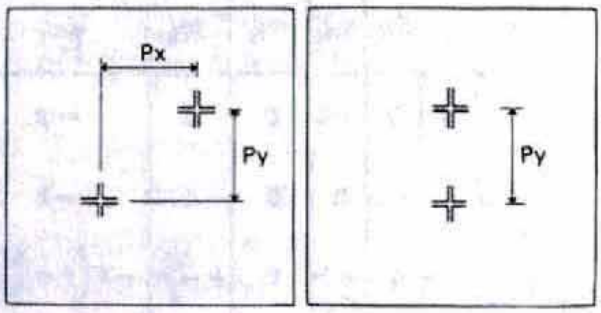
30. Es muy común encontrar en los textos clásicos **la explicación de dos métodos de orientación relativa empírica**:

a) usando rotaciones solamente (dos cámaras).
b) usando rotaciones y traslaciones (de una sola cámara).

En cualquiera de ellos, la secuencia operativa impone:

1) Aplicar elementos del grupo traslación
(en los puntos 1 y 2)
2) Aplicar elementos del grupo escala
(en los puntos 3 y 4)
3) Aplicar uno de los dos omega
(en los puntos 5 ó 6)
4) Repetir los pasos anteriores.

Antes de comenzar cualquier método, el operador recorrerá los puntos de Von Grüber y se concentrará en "detalles puntuales naturales o artificiales del terreno", los que aparecerán "desdoblados según las componentes **x** e **y**".
Si observa la distancia vertical entre las marcas de medición izquierda y derecha, tiene una idea de la magnitud de la paralaje vertical (expresada en número de diámetros de la marca flotante usada).



31. **Ejemplo**: orientación relativa empírica en un instrumento con rotaciones solamente (κ', κ'', φ', φ'', ω).

a) Elimine P_1 con κ'' } Grupo de
b) Elimine P_2 con κ' } traslación

c) Elimine P_3 con φ'' } Grupo de
d) Elimine P_4 con φ' } escala

e) Observe el valor de P_5, elimínelo con omega y continúe sobrecorrigiendo (introduciendo la mitad de P_5 = corrección) en la misma dirección (sobrecorrección)

f) Repita los pasos a/e hasta no tener paralaje en el punto 5

g) Controle si queda paralaje en 6.

Corrección = P_5
Sobrecorrección = $n \cdot P_5$
Corrección total = $P_5 + n \cdot P_5$
$n = (1/2) \cdot (c^2 / y^2 - 1)$
n = Factor de sobrecorrección
c = Distancia focal de la cámara (cms)
y = Distancia entre (1) y (5) (cms)
Para fotos obtenidas con cámara gran angular 15/23
c = 15cm, y = 10cm, n ~ 0,5

32. Si se puede usar solo una cámara (en restituidores con más de una cámara o en restituidores universales), la orientación relativa empírica se realiza así:

a) $P_1 = 0$ con $b_{y'}$ } Grupo traslación
b) $P_2 = 0$ con κ' } (1º la traslación $b_{y'}$)

c) $P_3 = 0$ con $b_{z'}$ } Grupo escala
d) $P_4 = 0$ con φ' } (1º la traslación $b_{z'}$)

e) $P_5 = 0$ con ω' y sobrecorrija con ω'
f) Repetir los cinco pasos anteriores hasta que $P_5 = 0$
g) Verificar P_6

33. Hemos resuelto la orientación relativa mediante "métodos empíricos", o sea, hemos logrado ajustar (sin ningún cálculo) el valor final de los grados de libertad del restituidor analógico (x', x'', φ', φ'', ω o b_y, b_z, x', φ', ω') (*ver párrafo 25*).

34. La expresión matemática general de la paralaje vertical ($P_y = y_1 - y_2$) será si tenemos en cuenta las rotaciones solamente (x_1, x_2, φ', φ'', ω) – cuadro 28 en el espacio-imagen.

$$P_y = +x_1.\partial k' - x_2.\partial k'' + \left(\frac{x_1.y_1}{c}\right).\partial\varphi' - \left(\frac{x_2.y_2}{c}\right).\partial\varphi'' + \left(\frac{c+y_2}{c}\right).\partial\omega''$$

(Asumimos que los restantes valores para la orientación son by' = by'' = bz' = bz'' = ω' = 0. Además si se pueden medir las coordenadas x-y en milímetros sobre 6 o más puntos del par de imágenes, y si tenemos en cuenta que las paralajes Py se obtienen restando y_1-y_2, podremos armar 6 ó más ecuaciones con 5 incógnitas), y de esta manera **calcular los elementos de orientación** como alternativa del método empírico.

35. Ejemplo numérico:

Datos:

Fotocoordenadas, en mm, de los puntos 1 a 8 para orientación relativa				
Punto	**x1**	**y1**	**x2**	**y2**
1	93,176	5,89	6,072	5,176
2	-27,403	6,672	-112,842	1,121
3	83,951	107,422	-4,872	105,029
4	-11,659	101,544	-99,298	95,206
5	-110,326	-97,8	34,333	-99,522
6	-12,653	-87,645	-96,127	-93,761
7	37,872	40,969	-48,306	37,862
8	41,503	-37,085	-42,191	-40,138

El sistema de ecuaciones de observación será:

A . x = m +v

A					x	=	m	v
-93,176	6,072	3,595	-0,206	152,845	x1		0,714	0,005
27,403	-112,842	-1,198	0,829	152,678	x2		5,551	0,008
-83,951	-4,872	59,07	3,352	224,924	Φ1		2,393	0,001
11,659	-99,298	-7,755	61,923	212,041	Φ2		6,338	-0,002
-110,326	34,333	-70,675	22,381	217,546	ω2		1,722	0,002
12,653	-96,127	7,264	-59,036	210,253			6,116	0
-37,872	-48,306	10,163	11,98	162,06			3,107	-0,005
-41,503	-42,191	-10,081	-11,092	163,223			3,053	-0,01

36. La solución para n incógnitas (x) según el criterio de los mínimos cuadrados será:

$$\bar{x} = (A^T A)^{-1}.A^T.m$$

Dará como resultado (x^{-1})

$$\kappa' = \kappa_1 = 1.3715$$
$$\kappa'' = \kappa_2 = -0.8231$$
$$\varphi' = \varphi_1 = -0.3446$$
$$\varphi'' = \varphi_2 = 0.0451$$
$$\omega'' = \omega_2 = 1.3960$$

Los residuos (v) se calculan según:

$$v = A \cdot \bar{x} - m$$

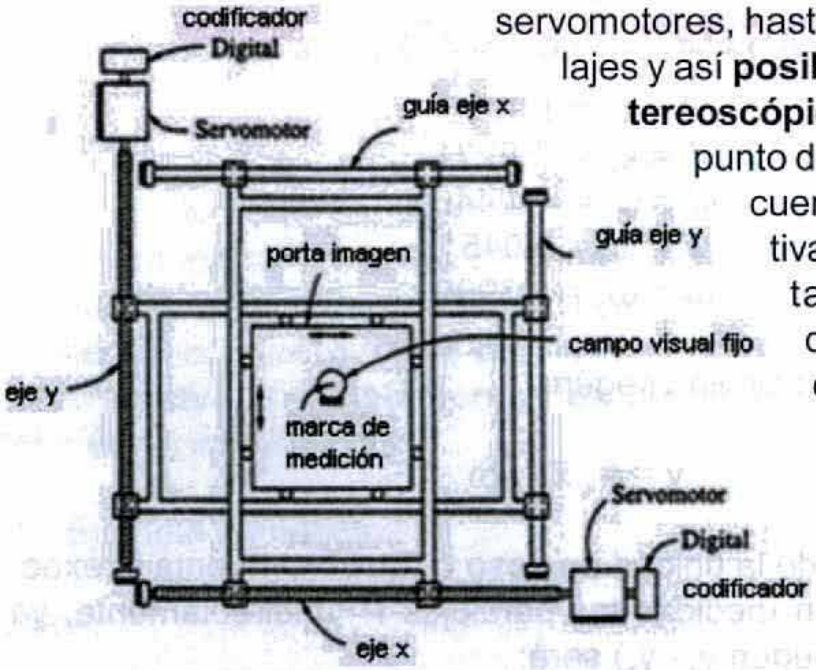
El desvío estándar de la unidad de peso σ_0 que representa la exactitud con que fueron medidas las paralajes P_y (indirectamente, ya que se calcularon según $y_1 - y_2$) será:

$$\sigma P_y = \sigma_o = \sqrt{[(v^t v)/(n-i)]} = 0.009 \text{ mm.} = 9\mu$$

Donde n es el número de ecuaciones e i, el de incógnitas. La experiencia práctica usa σP_y = 5 a 10 µ.
Esta propuesta para resolver la orientación relativa numérica se puede aplicar también al caso analítico y digital **(este último no deja de ser analítico)**.

37. La orientación relativa en restituidores analíticos

Estos equipos cuentan con dos portaimágenes a los cuales se les asigna su propio sistema de medida y registro para las coordenadas planas x-y (son dos monocomparadores).
Luego de realizada la orientación interna, el operador mide a través de codificadores las coordenadas $x_1\, y_1\, x_2\, y_2$ de por lo menos 6 puntos (de Von Grüber), para obtener suficientes observaciones y así aplicar el método de los mínimos cuadrados.
Significa que coloca manualmente la marca de medición izquierda y derecha en forma individual sobre cada imagen homóloga del mismo punto (para eliminar las paralajes movió las x-y y las registró).
Con estos datos construye el sistema de ecuaciones de observación que le permite **determinar los parámetros de la orientación relativa**.
Con tales parámetros, se calculan en tiempo real las **paralajes puntuales** según **x** e **y**, en consecuencia los portaimágenes son desplazados permanentemente según estos valores p_x - p_y con los



servomotores, hasta eliminar las paralajes y así **posibilitar la visión estereoscópica** en cualquier otro punto del modelo (tener en cuenta que las diapositivas no pueden orientarse físicamente como en los restituidores analógicos, ya que no tienen rotaciones x, φ, ω ni desplazamientos según b_z). Nuevamente el programa calcula los "residuos de las paralajes", permitiendo al operador aceptar, eliminar o remedir viejos puntos.
En caso de aceptarse esta orientación, los elementos de orientación serán almacenados en la computadora.
Nota: se aplicó el concepto de orientación relativa numérica, para facilitar la comprensión del problema.

38. **La orientación relativa digital** es muy semejante a la analítica, en cuanto a su formulación matemática, pero también existen otras relaciones matemáticas que pueden ser usadas para resolver este problema (ecuaciones de colinealidad o coplanaridad).
El operador selecciona en el menú la ventana "orientación relativa" y cliquea. Por lo general se despliegan las dos imágenes del par en la pantalla, una al lado de la otra, y se procede a medir (cliquear) en los seis puntos.
En los restituidores videodigitales, hay dos posibilidades:

1) Las marcas de medición (píxeles coloreados) quedan fijas mientras la imagen del terreno se mueve bajo control del operador
2) La segunda es al revés.

Esta técnica también está asistida por el método de igualar o hacer coincidir patrones **(la correlación automática que identifica los mismos puntos homólogos en las dos imágenes que forman el par)** en los puntos de Von Grüber, con lo cual las paralajes son calculadas automáticamente.

Es muy común, por conveniencia, fijar los parámetros de la orientación externa de una foto.

$$(x' = \varphi' = \omega' = x_{01} = y_{01} = 0;\ z_{01} = c;\ X_{02} = b)$$

Son aplicadas las ecuaciones de colinealidad para calcular los 5 parámetros de la cámara derecha ($x''\ \varphi''\omega''\ y_{02}\ z_{02}$) y las **3 coordenadas en el espacio-modelo** (X Y Z) de cada punto medido (considerados como incógnitas).
El cálculo exige como mínimo 5 pares de puntos homólogos. Por cada punto se generan 4 ecuaciones. Lo ideal es medir las coordenadas planas en 9 puntos. El proceso es iterativo y se resuelve por el ajuste de mínimos cuadrados.
Cada programa indica la manera para realizar esta operación, con la que, una vez finalizada, el software crea una ventana con todos los resultados de la orientación relativa (**coordenadas modelo de todos los puntos**; los residuos de las paralajes, el desvío estándar de la paralaje y los elementos de orientación).
Ejemplo:

Resultados de la orientación relativa (mm) del modelo : Q5049				
Punto	**x**	**y**	**z**	**δPy**
1	-2,46	-1,51	-154,77	0,004
2	-0,43	94,05	-149,96	-0,002
3	84,3	93,72	-150,22	0,002
4	100,68	-0,5	-154,3	-0,004
5	106,26	-102,98	-156,59	0,002
6	-10,72	-101,33	-157,5	-0,002

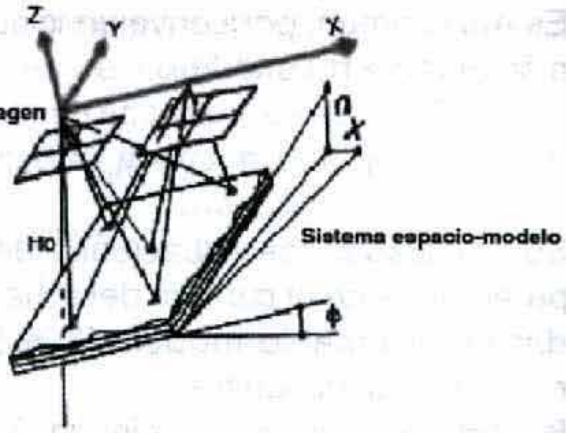
Desviación estándar δPy = 0,009 mm.

bx = 93.82 by = 3.11 bz = 0.20
ω = -0.41 φ = 0.28 κ = 0.81

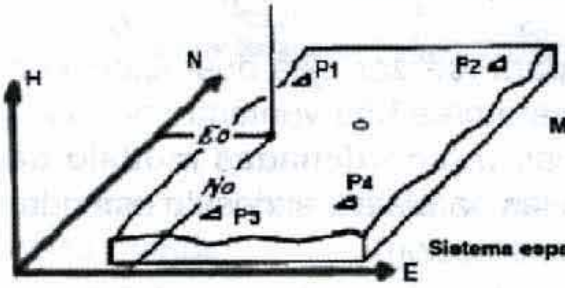
39. **La orientación absoluta analógica**

Es importante reiterar que, al ir actuando sobre los elementos de orientación para eliminar las paralajes verticales en los cinco puntos de Von Grüber (empírica o numérica) en los restituidores analógicos, tendremos como consecuencia práctica "**un modelo estéreo del terreno**" (piénsese en una maqueta virtual u óptica) **el cual estará referenciado a un sistema de coordenadas arbitrario**. Tal

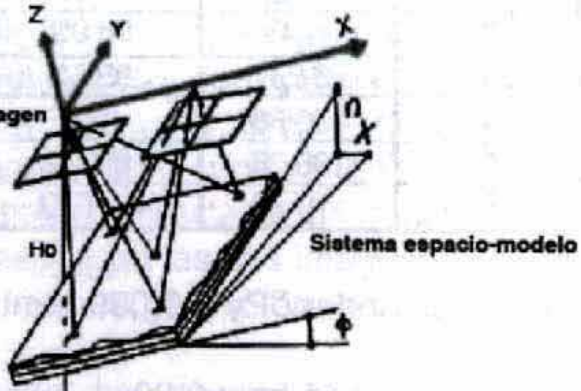
sistema es denominado "**sistema de coordenadas tridimensional del espacio-modelo**".



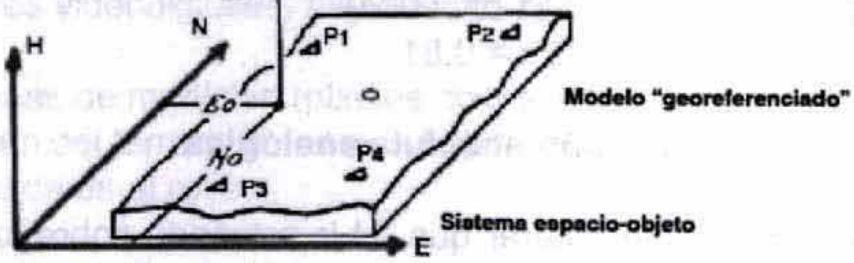
Dentro de este sistema, los detalles artificiales y naturales que aparecen en la maqueta tendrán su verdadera forma y ubicación relativa entre ellos, pero **se desconoce su escala, el origen de sus coordenadas, su orientación con respecto al norte y su inclinación con respecto a un plano horizontal de referencia** (una casa ubicada al lado de un lago aparecerá con sus paredes no verticalizadas y las aguas estarán en un plano inclinado).



De esta forma, todos los detalles artificiales y naturales sobre este modelo no podrán ser medidos ni servir para confeccionar un plano topográfico, porque **no están georreferenciados con respecto a un sistema de coordenadas del espacio-objeto** (coordenadas nacionales o locales).



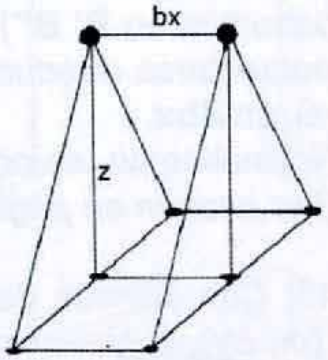
40. **La orientación absoluta**, próximo paso, **tiene por objeto establecer la relación entre el sistema de coordenadas del modelo y el sistema de coordenadas del espacio-objeto**, a través de puntos identificados en el modelo y cuyas coordenadas X Y Z puedan ser determinadas por topografía convencional, GPS o aerotriangulación (*ver Módulo X*).



Este procedimiento en un restituidor analógico requiere realizar tres pasos:

a) Seleccionar y **ajustar la escala del modelo**
b) **Orientar el modelo** con respecto al norte
c) **Nivelar el modelo**.

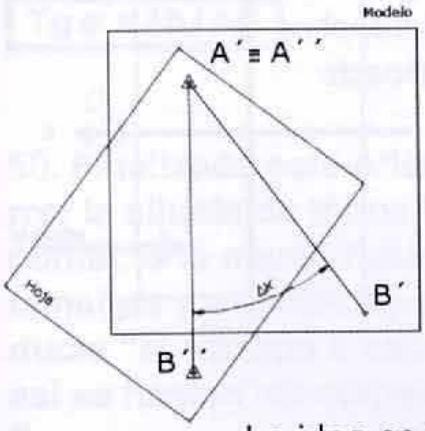
41. La escala del modelo por lo general se fijaba en forma aproximada antes de la orientación relativa, teniendo en cuenta "la escala de la representación final" (antes se conocía como el manuscrito o borrador del mapa), la escala de la fotografía utilizada y las posibilidades que tenía el instrumento para modificar la distancia entre las cámaras de restitución (base instrumental $\mathbf{b_x}$), simultáneamente con la distancia de proyección **Z** (volumen útil del restituidor).



Volumen útil del restituidor

42. Era costumbre elegir para la escala del modelo el doble de la escala de la fotografía.
La práctica era desplazar el centro de proyección derecho **(Ab_x)** sin cambiar la "orientación angular del haz". De esta manera todos los rayos proyectantes, al desplazarse, también se mantienen dentro de los triángulos **O' O'' A'** y **O' O'''A''** contenidos dentro de los "**planos epipolares**" y, con ellos, sus puntos de intersección **A' (A'')** y **B' (B'')**, cambiando el **tamaño del modelo** (su escala) (*ver imagen en página 258*).

43. La puesta en escala y orientación del modelo requiere contar con dos puntos de control terrestres (cuyas coordenadas **XY** en el espacio objeto sean conocidas), perfectamente identificados sobre el modelo.

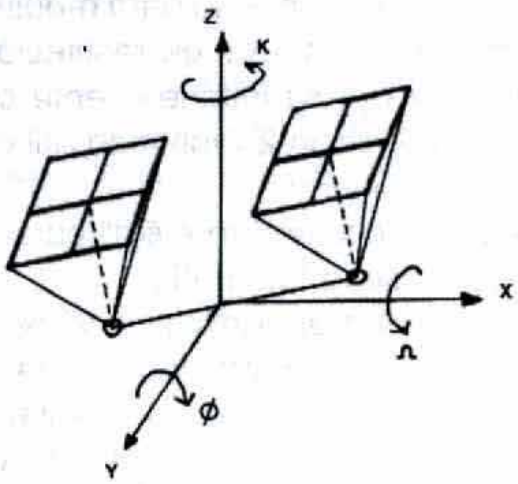


A', **B'** puntos control identificados en el modelo.
A'', **B''** los mismos puntos de control, identificados y ubicados sobre la hoja de restitución y a escala final (en la mesa de dibujo).

La idea es hacer coincidir la posición de los puntos **A' B'** del modelo con la de los mismos en la hoja de restitución (**A'' B''**).

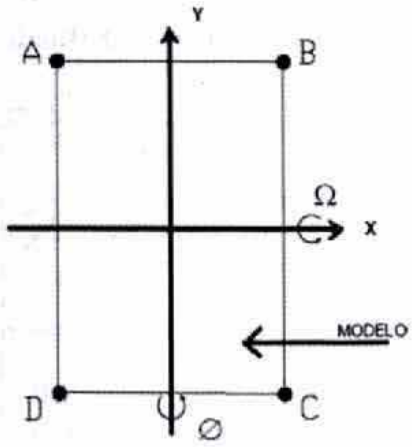
44. El operador coloca la marca flotante en el punto **A'** del modelo, luego desplaza la hoja según **Δx** y **Δy**, hasta que el lápiz trazador del pantógrafo o del coordinatógrafo esté sobre el mismo punto **A"** (en esta situación, los puntos **A'** y **A"** coinciden).
Oprimiendo la hoja con un dedo colocado en **A' ≡ A"**, se gira la hoja (**Δk**) hasta que la línea sobre **A" B"** sea colineal con **A' B'** sobre el modelo. Aparecerá una discrepancia (nos quedamos cortos o nos pasamos en **B' B"**), lo cual indica que la escala del modelo debe aumentarse o reducirse, y se modifica para ello la base instrumental, en **Δbx**.
Normalmente, se controla con un tercer punto graficado en la hoja (*ver imagen en página 258*).

45. Con los dos desplazamientos (**Δx, Δy**), el giro acimutal alrededor de **Z** (**Δk**) y la modificación de la base instrumental **Δbx se han puesto en escala y orientado al modelo** (*ver párrafo 40, pasos a y b*).



46. Para el tercer paso, **nivelar el modelo**, el operador deberá inclinar simultáneamente las dos cámaras de restitución (**consideradas como un conjunto único y rígido**), es decir, el par de haces de rayos, o el modelo por ellos formado, alrededor de los ejes **X** e **Y** del instrumento.

47. Para calcular la inclinación y provocar el giro de ambas cámaras, se necesita conocer al menos tres puntos de control altimétrico (**Z**) distribuidos sobre el modelo y formando un triángulo. En la práctica se aconsejan cuatro puntos ubicados casi en las esquinas del modelo (y su posición debe estar graficada en la hoja de restitución).

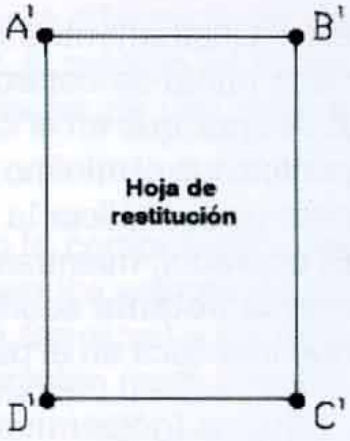


48. Con cuatro puntos, se procede así:

a) Ir al punto **A** del modelo y posar la marca flotante. Luego

provocar en el contador de altura el valor de Z_A

b) Trasladar la **marca flotante** al punto D. Leer en el contador "la altura indicada" y compararla con el valor Z_D terrestre. La diferencia Δh indica el sentido de la inclinación y permite calcularla



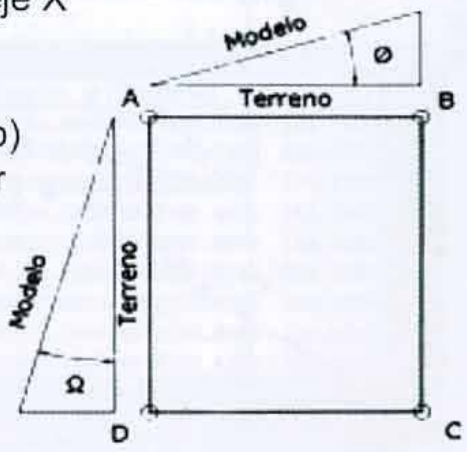
$$\left(\tan \Omega = \frac{\Delta h}{AD}\right)$$

c) Repetir los pasos anteriores hasta que en los puntos A y D se lean las alturas Z_A y Z_D terrestres (habremos trasladado el origen de las cotas (ΔZ) y nivelado alrededor del eje X (ΔΩ)

d) Repetir paso a)

e) Ir al punto **B** y repetir el paso b) para calcular la inclinación **Δø** y nivelar alrededor del eje **Y**

f) Repetir pasos d) y e), para verificar si las alturas leídas en el contador coinciden con sus valores terrestres Z_A, Z_B y Z_D



g) Chequear en el punto **C** (si hay diferencia puede calcular nuevamente la inclinación alrededor de **X** con **Δh** y **BC)**.

49. Por lo general, en los instrumentos analógicos estas operaciones realizadas sobre el modelo (ponerlo en escala, trasladar su origen planimétrico, orientarlo acimutalmente, ajustar el origen de sus cotas y nivelarlo alrededor de **X** e **Y**) **se realizaban empíricamente para satisfacer los siete parámetros de la orientación absoluta.**

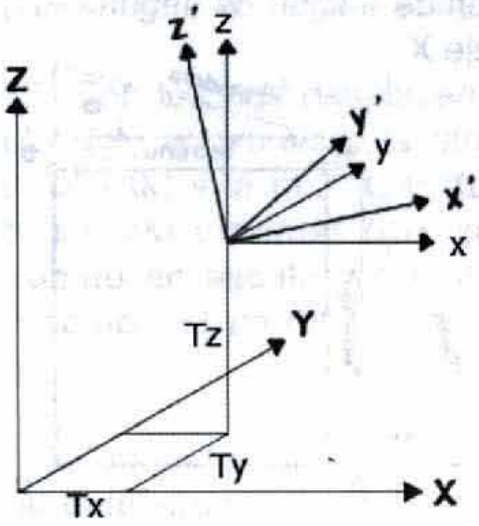
Tg Ω = Δh / BC

Tg ø = Δh / AB

50. **Finalizada esta orientación, el operador comenzaba a recorrer la silueta de todos los detalles del modelo manteniendo en contacto la marca flotante con ellos, transfiriendo sus formas, tamaños y orientaciones a la mesa de dibujo, en donde se producía "el trazado a escala de los documentos cartográficos" y así se hacían los mapas en los restituidores, llamados topográficos.**

51. **La orientación absoluta numérica**

En los instrumentos analíticos se crea un "archivo" con el número de cada punto de control terrestre y sus respectivas coordenadas **X Y Z**. Al igual que en el caso analógico se recomienda trabajar con más puntos que el mínimo necesario (dos planimétricos y tres altimétricos) para poder aplicar la solución de los mínimos cuadrados.
El operador, mientras va observando estereoscópicamente, posa la **marca flotante** sobre la imagen de cada punto de control terrestre que identifica en el par y registra las coordenadas x, y, z del modelo.



52. La computadora realiza la transformación de coordenadas "del modelo al terreno", utilizando una **transformación de coordenadas tridimensionales conforme**.
Los dos sistemas, si bien están a distinta escala, mantienen sus tamaños, de allí que es conocido como conforme.
Ellos no son paralelos (tienen inclinación κ, φ, ω). Sus orígenes tampoco coinciden (están desplazados en **Tx, Ty, Tz**).

La relación de transformación que contienen estos parámetros puede expresarse en forma **compacta**,

$$\mathbf{X = \lambda \, . \, M \, . \, x + T}$$

o matricial

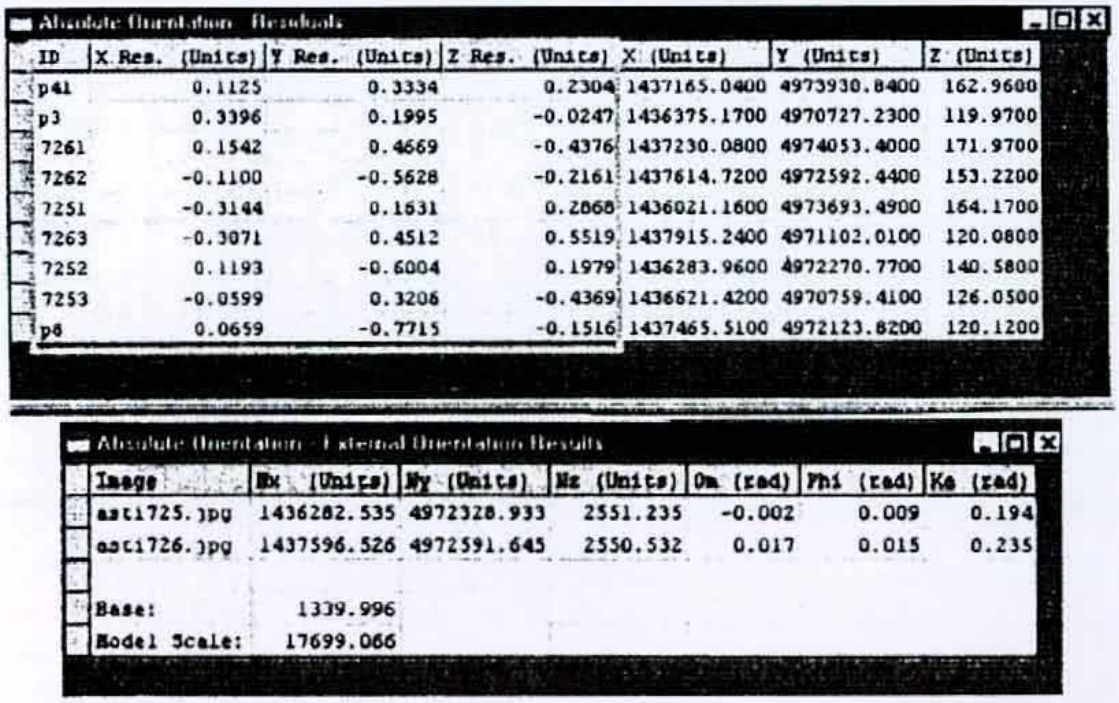
$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \lambda \, . \, [M] \, . \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \end{bmatrix}$$

53. **Observaciones**:

Si se usa el mínimo de puntos de control terrestre, se obtendrá una única solución. Si se usan más de siete coordenadas conocidas en ambos sistemas, se pueden tener más ecuaciones que incógnitas, y así utilizar el método de los mínimos cuadrados.
La expresión anterior necesita ser "linealizada" usando la serie de

Taylor, la cual requiere conocer para cada una de las siete incógnitas sus valores aproximadamente, (por lo general adoptamos $\varphi = \omega = 0$), para determinar el valor κ lo sacamos por la diferencia de las líneas de base entre las dos fotos que forman el modelo, el factor escala lo determinamos comparando las distancias de una misma línea...

54. Luego de esta transformación realizada en la computadora del instrumento analítico, el operador podrá observar los valores de las coordenadas finales (transformadas al sistema terrestre) y los desvíos o residuos que le permitirán evaluar la operación (para aceptar, eliminar o remedir puntos para una nueva transformación) conjuntamente con los siete parámetros de la orientación absoluta.



ID	X Res. (Units)	Y Res. (Units)	Z Res. (Units)	X (Units)	Y (Units)	Z (Units)
p41	0.1125	0.3334	0.2304	1437165.0400	4973930.8400	162.9600
p3	0.3396	0.1995	-0.0247	1436375.1700	4970727.2300	119.9700
7261	0.1542	0.4669	-0.4376	1437230.0800	4974053.4000	171.9700
7262	-0.1100	-0.5628	-0.2161	1437614.7200	4972592.4400	153.2200
7251	-0.3144	0.1631	0.2868	1436021.1600	4973693.4900	164.1700
7263	-0.3071	0.4512	0.5519	1437915.2400	4971102.0100	120.0800
7252	0.1193	-0.6004	0.1979	1436283.9600	4972270.7700	140.5800
7253	-0.0599	0.3208	-0.4369	1436621.4200	4970759.4100	126.0500
p6	0.0659	-0.7715	-0.1516	1437465.5100	4972123.8200	120.1200

Image	Mx (Units)	My (Units)	Mz (Units)	Om (rad)	Phi (rad)	Ka (rad)
asti725.jpg	1436282.535	4972328.933	2551.235	-0.002	0.009	0.194
asti726.jpg	1437596.526	4972591.645	2550.532	0.017	0.015	0.235
Base:	1339.996					
Model Scale:	17699.066					

55. En forma distinta a los analógicos, estos restituidores analíticos (verdaderos digitalizadores tridimensionales) van capturando coordenadas imágenes y transformándolas en terrestres; cada vez que se interroga un punto en el par de fotos, con tales valores crea un archivo de elementos gráficos almacenándolos como líneas o vectores compatibles con un software de edición gráfica (CAD) y puede proceder al "ploteo" por ejemplo de los mapas lineales (planimétricos o planialtimétricos).

56. **La orientación absoluta digital**

Conceptualmente el operador trabaja de la misma manera que el

caso numérico anterior.

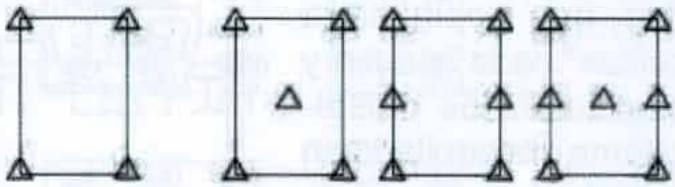
57. Una particularidad del sistema digital se presenta al **almacenar los parámetros finales de las orientaciones interna, relativa y absoluta de cada modelo, ya que con ellos podremos reconstruirlo automáticamente sin tener que reorientarlo**.

58. En general, para la reconstrucción analítica del espacio-objeto, a partir de un par de imágenes, debemos recordar el diagrama que ilustra las rutinas a llevar a cabo, y ello está indicado en el *Módulo VII, párrafo 21*.

Módulo X

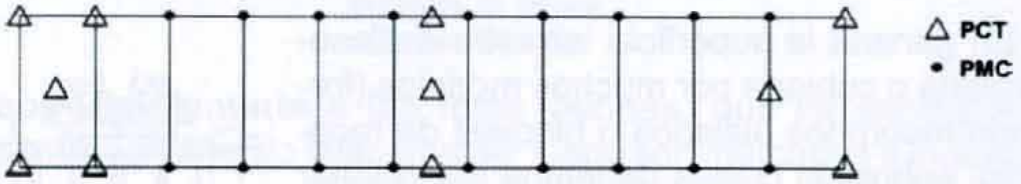
La triangulación fotogramétrica

01. **La determinación de las coordenadas X Y Z de puntos fotoidentificados**

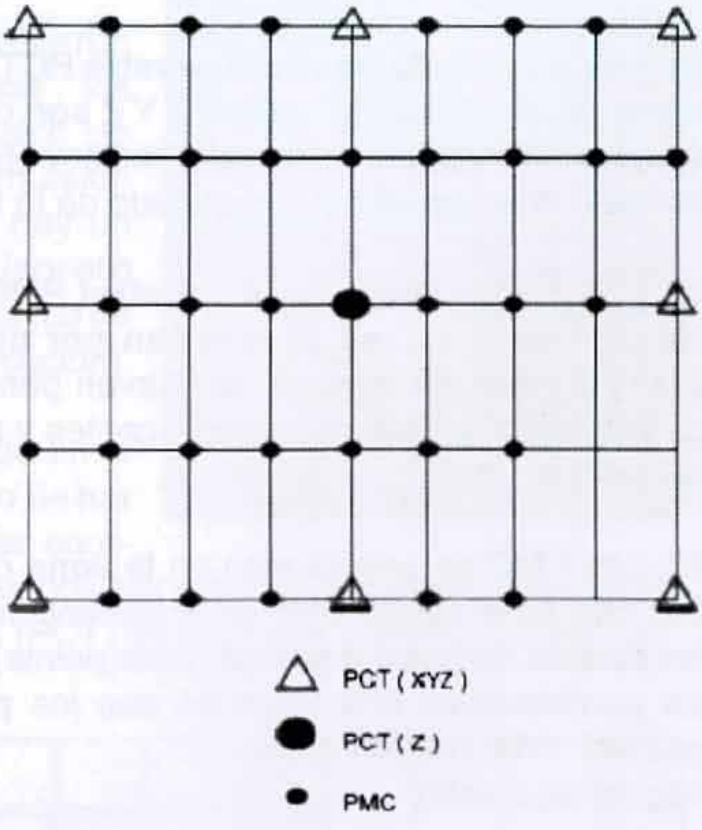


Esta historia comenzó cuando había que orientar absolutamente cada modelo, ello implicaba contar con las coordenadas X Y Z de más de tres puntos identificados sobre él (*ver Módulo IX, párrafo 39*).

02. Si multiplicamos la cantidad de modelos en un recorrido o en un bloque de recorridos por esta cantidad de puntos, a los cuales hay que darles coordenadas X Y Z mediante métodos topográficos, sería una tarea que acobardaría a cualquiera.

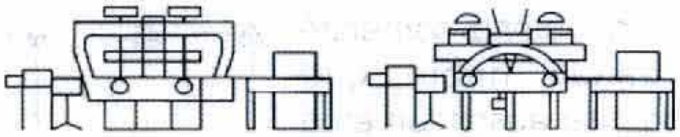


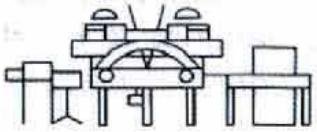
03. Desde sus inicios, los fotogrametristas desarrollaron ingeniosas materializaciones instrumentales, elegantes soluciones matemáticas y procedimientos de laboratorio, para reducir drásticamente las operaciones topográficas de campo, tanto en tiempos como en costos.



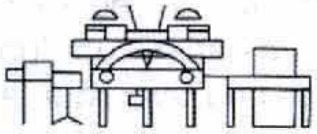
04. Básicamente el procedimiento de laboratorio que suministraba las coordenadas X Y Z de puntos fotoidentificados en cada modelo, para su orientación absoluta, fue llamado (quizás inapropiadamente) **triangulación espacial o aerotriangulación**.

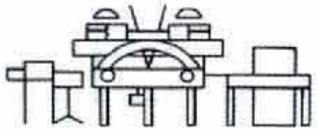
05. También existía una inquietud paralela: la **triangulación radial**, la cual solo suministraba las coordenadas X Y (o posición planimétrica sobre un soporte), que posibilitaba "rectificar" cada imagen y confeccionar los mosaicos, tema desarrollado en el *Módulo V*.





06. Entre las materializaciones ingeniosas estaban los "**restituidores universales**" (comúnmente uno de ellos alimentaba a cuatro restituidores topográficos, para confeccionar la cartografía a escala 1:50.000 o menor, en cualquier instituto cartográfico oficial).



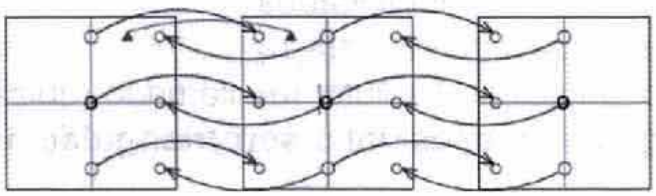


07. En general la superficie terrestre está sobrevolada o cubierta por muchos modelos (formando recorridos aislados o bloques de recorridos), sobre los cuales debemos seleccionar "**puntos**".

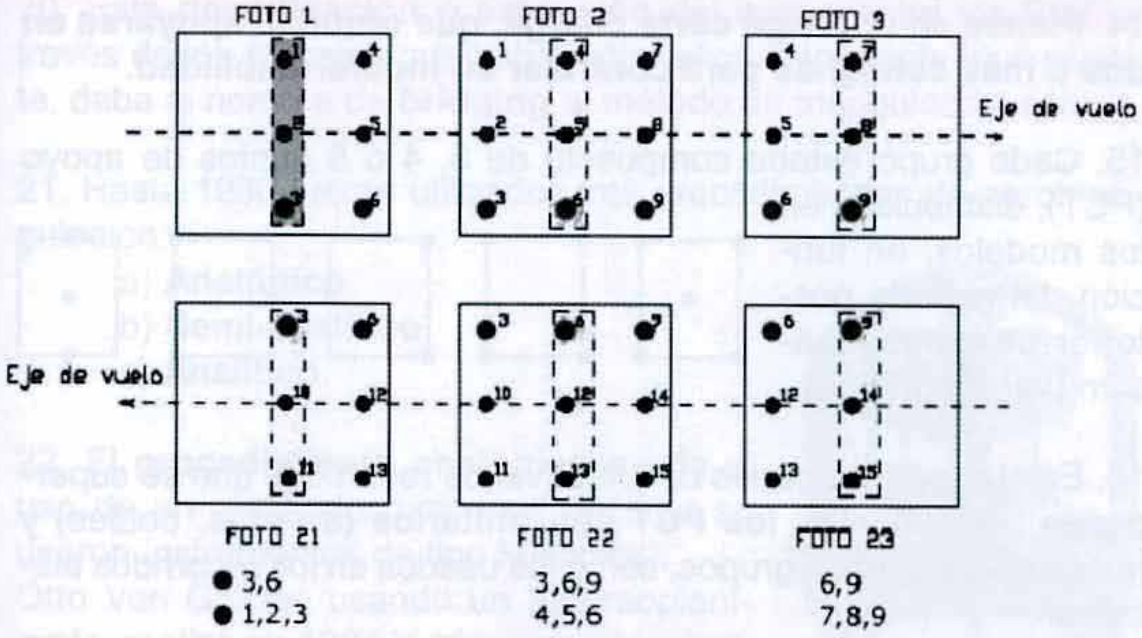
08. Los **puntos de control terrestre PCT** (vulgarmente conocidos como puntos de apoyo), cuyas X Y Z **son determinadas topográficamente**, sirven para georreferenciar el bloque de fotos (algunos, también, para controlar el resultado de la triangulación).

09. Los **puntos menores de control PMC** (o puntos fotogramétricos), cuyas X Y Z **se determinan por procedimientos de aerotriangulación en laboratorio**, sirven para orientar absolutamente cada modelo, unir modelos adyacentes y unir recorridos sucesivos (de un bloque)

10. Los PMC se seleccionan en **la zona de triple superposición**, uno casi en el centro y los otros por encima y por debajo de él; son los **puntos de paso o pasaje** (pass points) y sirven para unir modelos consecutivos (los laterales son los **puntos de enlace o tie points**). (*Ver imagen en la página siguiente*)



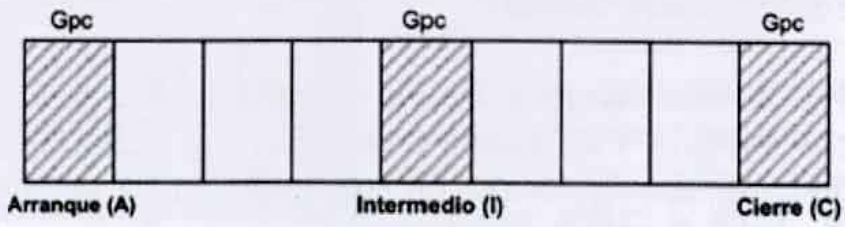
11. Estos puntos de paso y enlace se **transfieren es-**



tereoscópicamente a las fotos vecinas, que se superponen longitudinalmente y/o lateralmente, luego son marcados e individualizados.

12. Para ello se desarrollaron "**transferidores de puntos**", los cuales producen "un agujero sin imagen" al destruir la emulsión (puntos artificiales), y si hay un error no se puede corregir, (por ello se recomienda al mejor técnico de la organización para su ejecución).

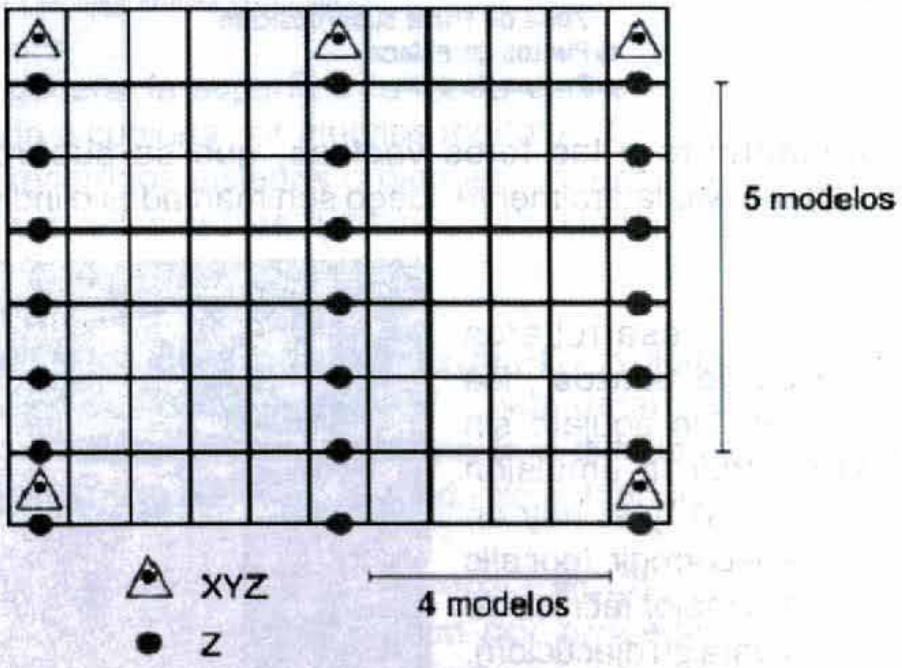
13. La estrategia formulada en el laboratorio fue para el **caso de los recorridos**; identificar y dar coordenadas terrestres (por métodos topográficos convencionales) a **grupos de puntos de apoyo** (PCT) en el primer y último modelo; adicionalmente se agregaban grupos intermedios, si el recorrido era largo.



14. **Piense en una viga corta o larga, que requiere apoyarse en dos o más columnas para controlar su indeformabilidad**.

15. Cada grupo estaba compuesto de 3, 4 ó 5 puntos de apoyo (PCT), distribuidos en los modelos, en función del método posterior de compensación (*ver párrafo 50*).

16. En el caso de bloques de fotos (varios recorridos que se superponen lateralmente), **los PCT son unitarios** (a veces, dobles) y nunca constituyendo grupos, como los usados en los recorridos aislados.



17. Los PCT planimétricos se distribuyen a lo largo del perímetro del bloque, uno (o dos) en cada esquina y separados de los demás cada 3 ó 4 modelos.

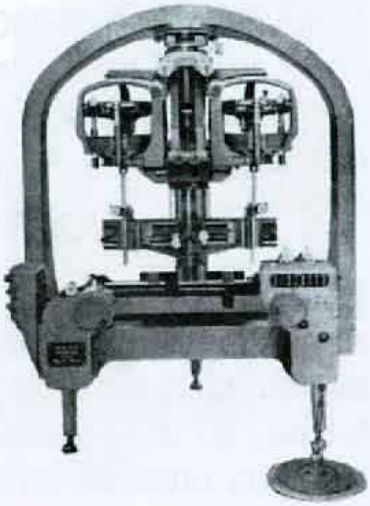
18. Los PCT altimétricos se ubican en sentido perpendicular a los recorridos y alineados con los planimétricos, pero en la zona de superposición lateral.

19. La determinación de las coordenadas de los PMC en el espacio-objeto (X Y Z) a partir de los PCT fue el primer y principal motivo de la aerotriangulación, en sus comienzos.

20. Esta **densificación o extensión** del apoyo entre los PCT, a través de los modelos que había entre ellos, semejante a un puente, daba el nombre de **bridging** al método de triangulación aérea.

21. Hasta 1980 fueron utilizados tres procedimientos de aerotriangulación:

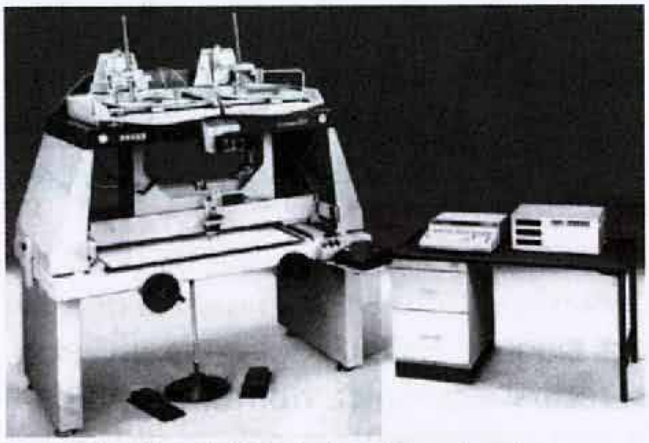
a) **Analógico**
b) **Semi-analítico**
c) **Analítico.**



Autógrafo A5 Wild

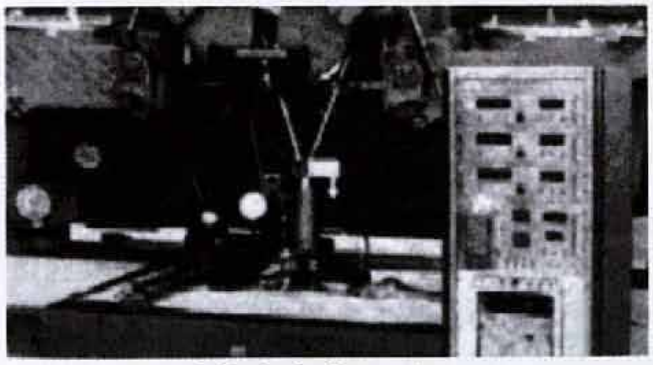
22. El **procedimiento analógico** exigía el uso de un restituidor universal (incluso se usaron instrumentos de tipo Multiplex).
Otto Von Grüber, usando un Estereoplanígrafo, realizó en 1924 la triangulación aérea de un recorrido de 13 modelos, mediante el procedimiento llamado del "**polígono aéreo**".

23. El **procedimiento semi-analítico** fue presentado por Gerhard Schut en el Congreso Internacional de Fotogrametría de Lausana (Suiza) en 1968, y se lo conoció como "**método de los modelos independientes**".



Planimat D3 Zeiss Oberkochen

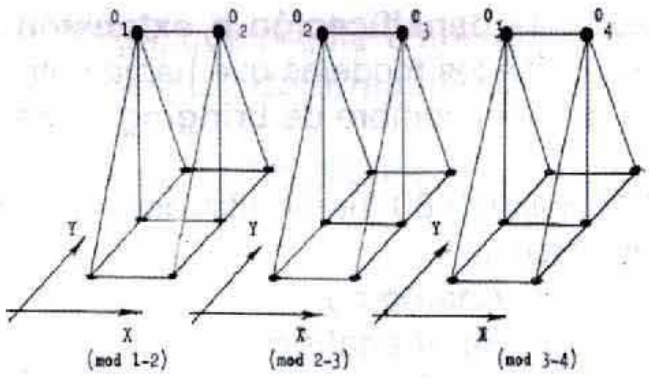
24. Consistía en realizar la orientación interna y relativa de cada modelo en un "restituidor de precisión" (**por ejemplo, A-8 de Wild, Estereometrógrafo F de Zeiss, Planimat D3**, más tarde se extendió a restituidores topográficos codificados, por ejemplo B-8 con triaxis locator).



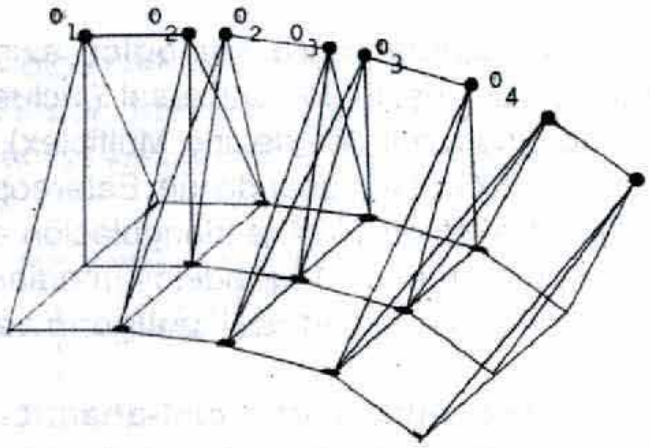
Tri-Axis Locator

25. Concluida la orientación relativa de cada modelo, se leían las coordenadas instrumentales (espacio-modelo) **de todos los puntos PMC y PCT, y**

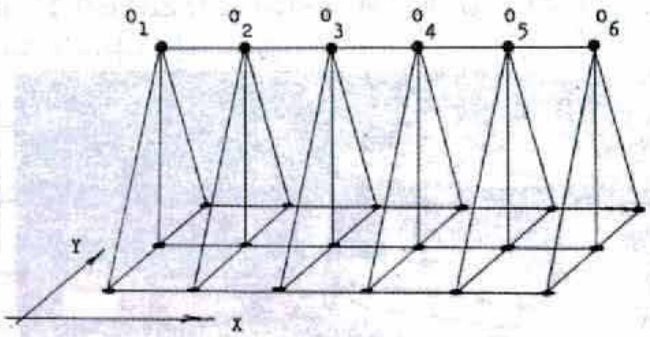
también de los "centros de proyección" (directa o indirectamente), como si se tratase de otro PMC.



26. Si solo se usaban los puntos de paso (PMC) no podríamos controlar la transferencia de los elementos de la orientación absoluta.



27. Posteriormente, mediante **la transformación de coordenadas 3D conforme**, se conectaban los modelos entre sí (era una forma de transferir los elementos de la orientación absoluta de un modelo al siguiente. (Recordar la matriz de orientación. *Apéndice* del *Módulo VII*).



28. G. Schut desarrolla dos programas: el primero, para conectar los modelos (y formar el recorrido) y el segundo, para conectar los recorridos adyacentes (y formar el bloque). Estos programas sirvieron para procesar recorridos formados analógicamente, semianalíticamente e incluso analíticamente.

29. El tercer **procedimiento analítico** requería aparatos más simples, destinados exclusivamente a medir las **"coordenadas de puntos fotoidentificados, en el plano de las imágenes que los contienen** (e incluso a las marcas fiduciales)" llamados comparadores, mono o estéreo (*ver Apéndice B*).
Usar monocomparadores implicaba marcar estereoscópicamente

sobre las diapositivas la posición de los puntos a observar y registrar. Señalizarlos antes del vuelo era inviable, por tal razón era necesario usar un transferidor de puntos (*ver Apéndice A*).

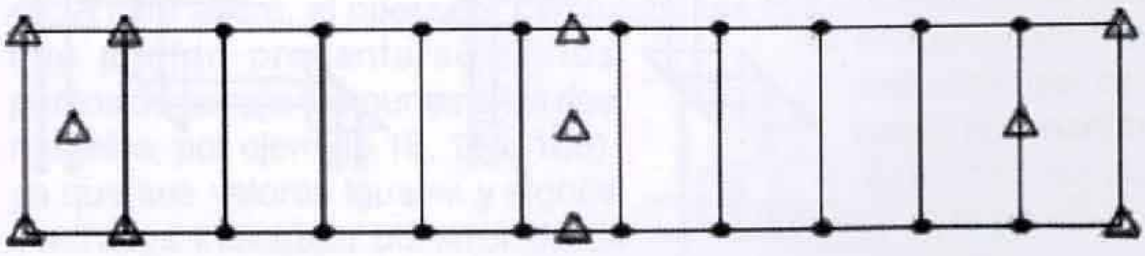
30. **Esto de medir las coordenadas planas x' y' x" y" para los puntos PCT, PMC y marcas fiduciales constituye la base de los actuales métodos digitales** (existían estereocomparadores que medían x', y', Px, Py).

Estereocomparador Zeiss Stecómetro

31. Como ejemplo ilustrativo, trataremos el **método del polígono aéreo** (*ver párrafo 22*), que requería la máxima intervención del operador, aplicándose a recorridos según las siguientes consideraciones y "pasos":

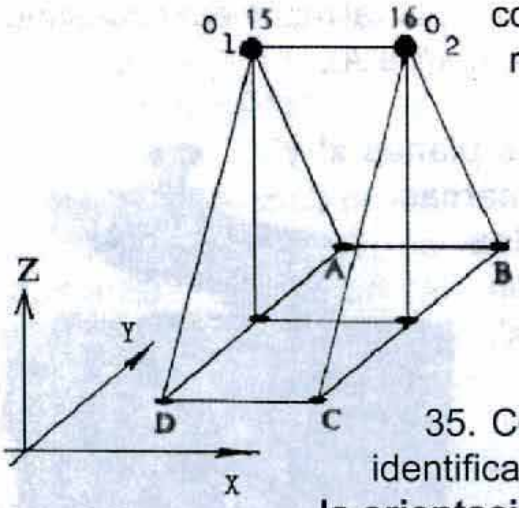
32. En los restituidores universales, cada cámara de restitución tiene cinco grados de libertad (by, bz, χ, φ, ω), se puede variar el "camino óptico" para observar en los binoculares las fotos orientadas pseudoscópicamente, y se cuenta con la "base interna y externa", además de contadores de coordenadas (tipo reloj, escalas, tambores).

33. También se asume que el recorrido está compuesto por una cantidad de fotos consecutivas que se superponen en un 60% y, si bien no existían los sistemas GPS e INS, el eje de todo el recorrido no debía alejarse mucho del eje X del instrumento y así uno podía mantenerse dentro del "rango de by" y, si se mantenía la altura relativa constante, no habría problemas con el "rango de bz".



△ **PCT**
• **PMC**

Aerotriangulación recorrido aislado

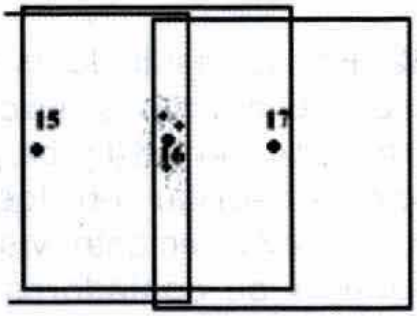


34. Habiéndose tenido en cuenta las consideraciones previas, el operador recibía las diapositivas, copias con monografías y coordenadas de puntos de control terrestre PCT (*ver párrafos 13 y 15*), pertenecientes a los "grupos de apoyo", y comenzaba con la **orientación interna y relativa del primer par**.

35. Con los PCT del grupo de arranque, identificados en el primer modelo, ejecutaba **la orientación absoluta.**

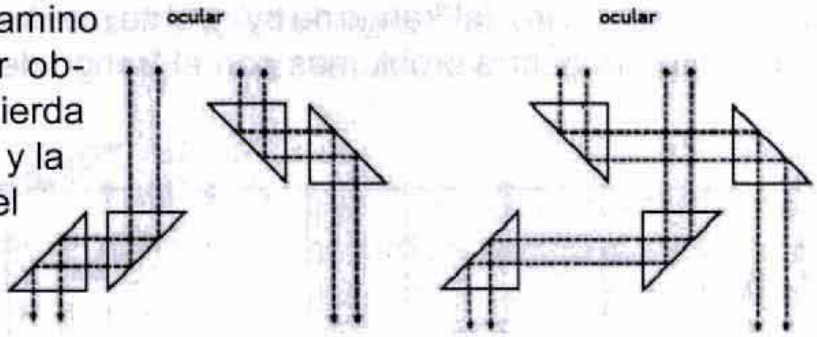
36. Se leían y registraban las coordenadas instrumentales de todos los puntos (PCT y PMC).

37. En las cercanías del punto de pasaje más cercano al centro de la fotografía derecha (supongamos el punto 16), y dentro de la zona de triple superposición, se eligen tres puntos (se realiza una monografía) y se procede a leer y registrar sus alturas (z).



38. Se retira la foto del portaplacas izquierdo, se la reemplaza por la tercera foto del recorrido, centrándola en el portaplacas (parte de la orientación interna), mientras en la cámara de restitución derecha permanece fija la foto dos.

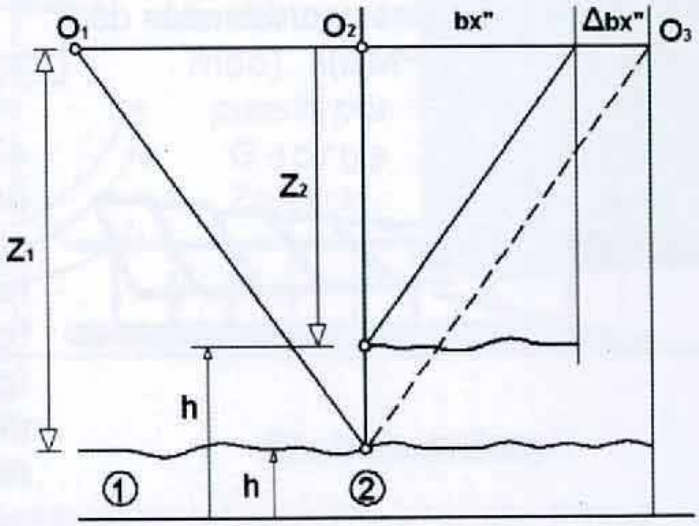
39. Se invierte el camino óptico para poder observar la foto izquierda con el ojo derecho y la foto derecha con el ojo izquierdo (eliminando el efecto pseudoscópico, citado en el *párrafo 32*).



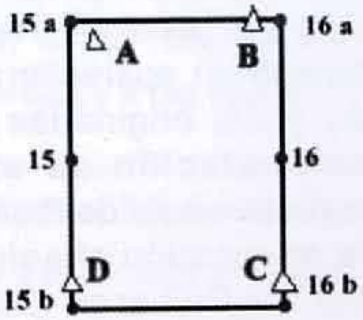
40. Se cambia de base interna a base externa (paralelogramo de Zeiss).

41. Se procede a realizar la **orientación relativa, usando los elementos de la cámara izquierda** (la foto dos queda fija).
Teóricamente estamos orientando **absolutamente** la tercera foto con respecto a la dos. **Esta última mantiene su orientación externa y la transfiere al nuevo modelo**.

42. Se vuelve a los tres puntos de la zona de triple superposición (*ver párrafo 37*) y, accionando bx, se provoca en cada uno de ellos la altura Z registrada (*ver párrafo 37*), promediándose **bx final**. Hemos logrado dos cosas: **trasladar el origen de la coordenada Z** y además hemos **transferido la escala** del modelo 1 al modelo 2.

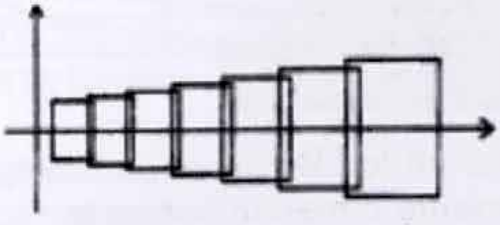


43. En el punto de pasaje 16, provocamos el mismo valor en los contadores X e Y (leídos y registrados en el *párrafo 36*).
En estos tres últimos pasos, **hemos transferido empíricamente los elementos de la orientación absoluta del primer modelo al segundo**.



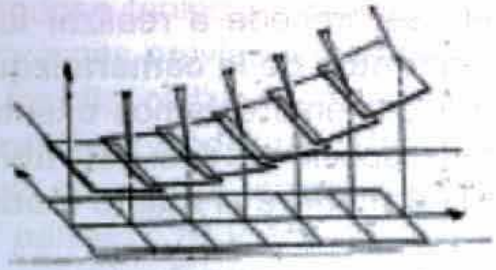
44. Se repite el paso (*ver párrafo 36*) leyendo y registrando las coordenadas instrumentales de todos los puntos existentes en el segundo modelo (algún PCT y los nuevos PMC).

45. A esta altura, el operador controlaba las diferencias Δx, Δy, Δz, que podían presentarse en los puntos de pasaje (comunes a los dos modelos, por ejemplo 16, 16a, 16b), ya que sus valores iguales y signos contrarios indicaban un error en la transferencia de ΔK, ΔΩ y Δλ. Lo más difícil de controlar era Δφ.

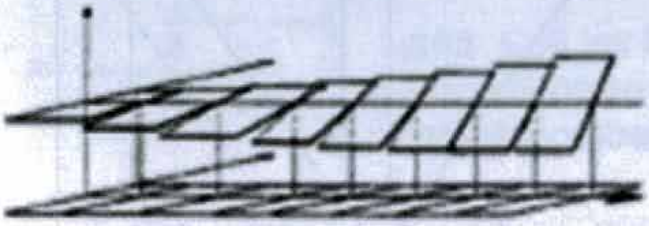


Transferencia de escala λ

46. Ahora se retira la foto dos del portaplacas derecho, en su lugar se coloca y centra la foto cuatro (como en el paso del *párrafo 38*) y se repiten los pasos del *párrafo 39 al 45* hasta el último modelo del recorrido, leyendo y registrando las coordenadas de todos los PCT y PMC).



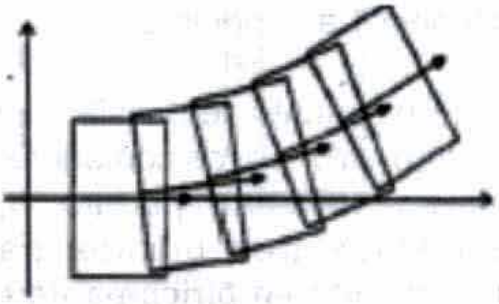
Transferencia de φ



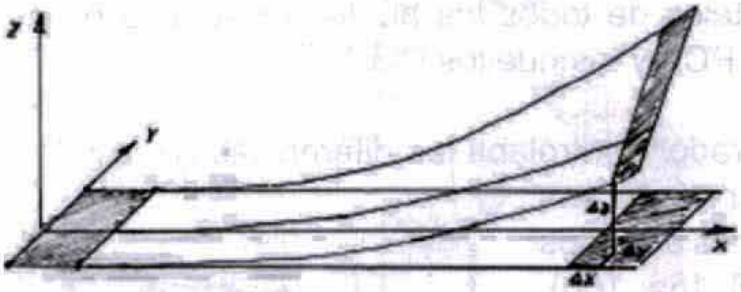
Transferencia de ω

47. Como resultado, tendremos un listado con las coordenadas instrumentales x y z (provisorias) de todos los PMC y PCT (grupos arranque, intermedio y final), **en el sistema del primer modelo**.

48. Al ser transformadas nuevamente, pero al sistema del espacio-objeto, y al comparar "las coordenadas de los PCT" (provisorias y terrestres), aparecían diferencias Δx, Δy y Δz, originadas por la **doble acumulación de errores en la transferencia de los elementos de la orientación absoluta** (detectada por Von Grüber en 1930 y G. Zarzycki en 1955).



Transferencia de χ

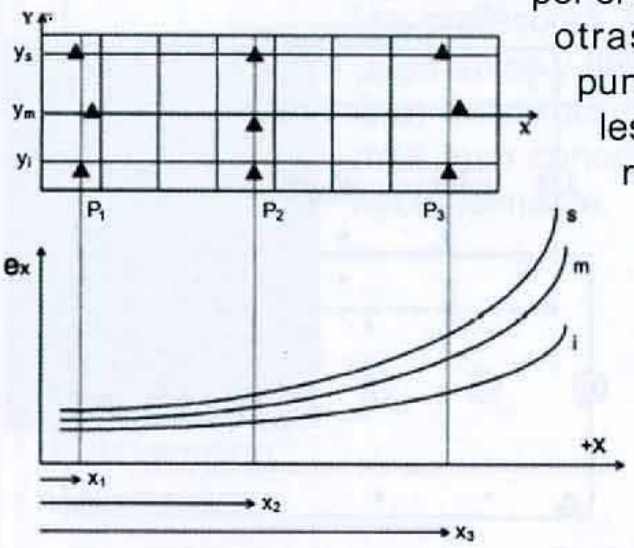


49. Estos errores, al sumarse sus efectos, producen un **curvado y torsionado de cada recorrido**, o sea, una superficie de 2º orden, por lo que las diferencias Δx, Δy, Δz en los PCT podían "compensarse" **gráficamente, numéricamente o mecánicamente**.

50. Los métodos de compensación de las coordenadas provisorias,

durante la primera etapa de la triangulación, eran:

51. **Método de interpolación gráfica**, utilizando 3 parábolas (una por el centro y las otras, por los puntos laterales del recorrido). Propuesto por George Zarzycki.



52. **Método numérico**, usando polinomios de 2° y 3° grado. Propuesto por Gerhard Schut.

$$\Delta X = a_0 + a_1x + a_2x^2 + (a_3 + a_4x)y + (a_5 + a_6x)z$$
$$\Delta Y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + (b_3 + b_4x)y + (b_5 + b_6x)z$$
$$\Delta Z = c_0 + c_1x + c_2x^2 + (c_3 + c_4x)y + (c_5 + c_6x)z$$

$$\Delta X = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x3 - (b_1 + 2b_2x + 3b_3x^3)y$$
$$\Delta Y = b_0 + b_1x + b_2x^2 - (a_1 + 2a_2x + 3a_3x^3{}_3 + a_4x)y$$
$$\Delta Z = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c3x3 - (c_4 + c_5x + c_6x^2)y$$

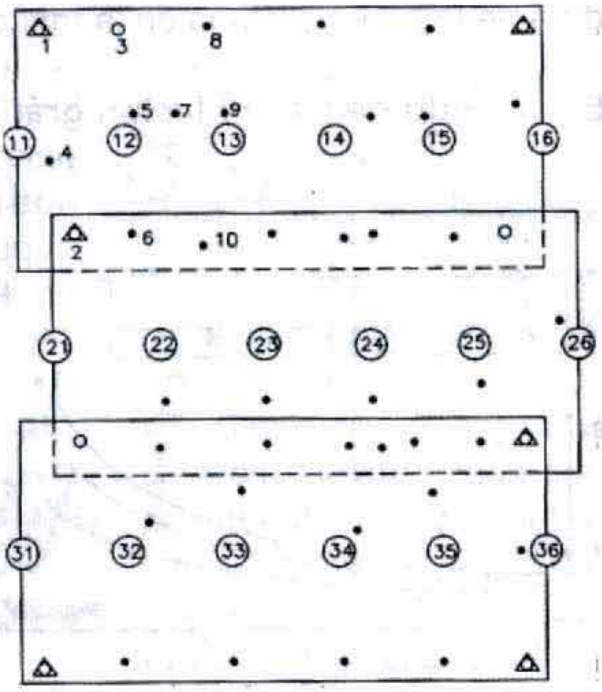
53. **Método mecánico**, usando el computador analógico. Propuesto por Hans Jerie.

54. En los tiempos actuales, dentro del ambiente digital (**que también es analítico**) los métodos más utilizados para la triangulación y compensación simultánea de bloques fotográficos se llaman:

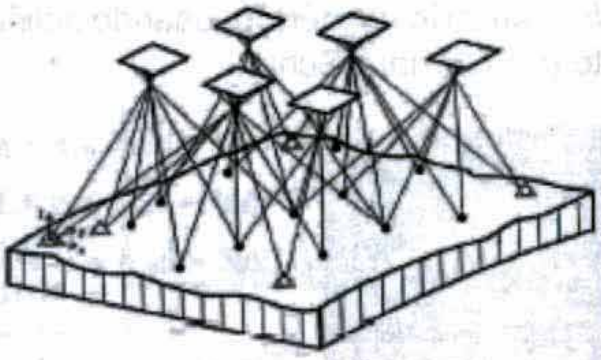
1) **Compensación por modelos independientes**
2) **Compensación por haces perspectivos**.

55. En el primero, la unidad es **el modelo** y en el segundo, es **la**

foto; a pesar de esta diferencia los dos métodos presentan una novedad: **además de determinar las coordenadas X Y Z en el espacio-objeto de todos los puntos PCT y PMC, también determinan los parámetros de orientación externa de cada haz o foto** del bloque.



56. Hablaremos del segundo método, ya que es el único que puede ser considerado totalmente analítico (y usado en la mayoría de los restituidores analíticos y digitales).



57. Básicamente **este método usa la resección espacial, simultáneamente con la intersección espacial**, de un bloque de imágenes, posibilitando determinar los parámetros de la orientación externa que ellas tenían en el instante de la toma; determinar las coordenadas en el espacio-objeto de todos los puntos (PCT y PMC) medidos en la zona de superposición de múltiples imágenes; y también, reducir los errores producidos por las perturbaciones en la imagen y en las mediciones de las coordenadas-imagen.

58. Recordemos que las ecuaciones de colinealidad relacionan las coordenadas x y (medidas u observadas) de puntos en el espacio-imagen con sus correspondientes X Y Z en el espacio-objeto (incógnitas en nuestro caso).

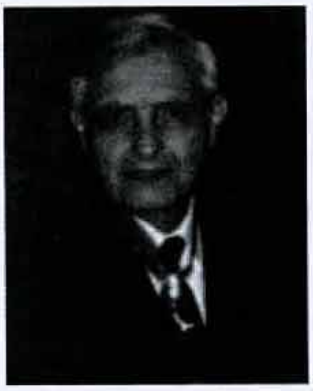
$$x' = x_o - c\,\frac{a_{11}(X-X_o)+a_{12}(Y-Y_o)+a_{13}(Z-Z_o)}{a_{31}(X-X_o)+a_{32}(Y-Y_o)+a_{33}(Z-Z_o)}$$

$$y' = y_o - c\,\frac{a_{21}(X-X_o)+a_{22}(Y-Y_o)+a_{23}(Z-Z_o)}{a_{31}(X-X_o)+a_{32}(Y-Y_o)+a_{33}(Z-Z_o)}$$

59. Finalmente "se ajustan" todas las mediciones con los valores X Y Z de los PCT en una simple solución, llamada "compensación de bloques de haces" que produce la intersección de los rayos perspectivos homólogos en los PCT y en los PMC.

F. Ackermann

Los profesores Ackermann (Alemania) y Juliá (Argentina) desarrollaron programas muy conocidos internacionalmente.



J. E. Juliá

60. Considerando bloques con 60% y 20% de superposición, uso de restituidor analítico, la mejor exactitud a lograr con este método está en el siguiente orden, según Karl Kraus.

1) Para **puntos señalizados**:

Planimetría $\sigma x,y = \pm 3\mu . Df$
Altimetría $\sigma z = \pm 0.03/0.04$ ‰Z

2) Para **puntos artificiales**:

Planimetría $\sigma x,y = \pm 10/12\mu . Df$
Altimetría $\sigma z = \pm 0.05/0.12$ ‰Z

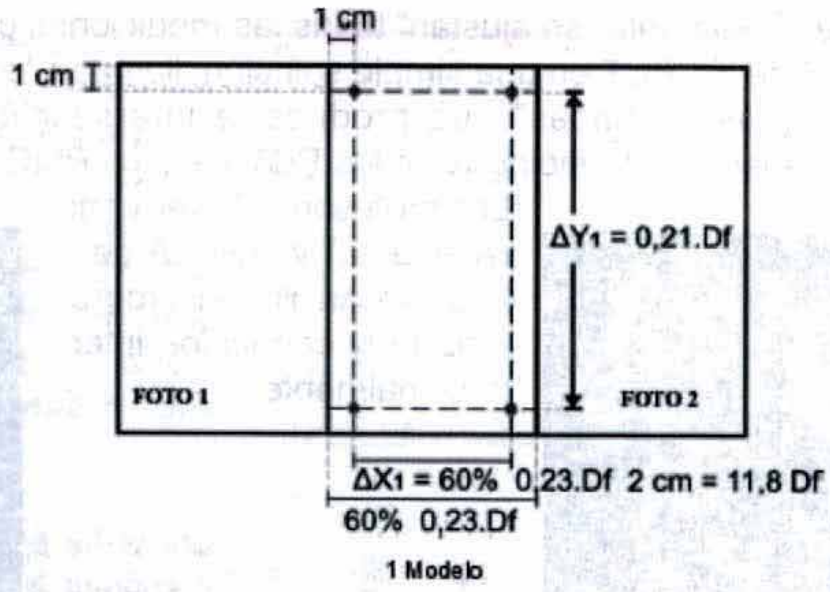
3) Para **puntos naturales**:

Planimetría $\sigma x,y = \pm 15/18\mu . Df$
Altimetría $\sigma z = \pm 0.05/0.12$ ‰Z

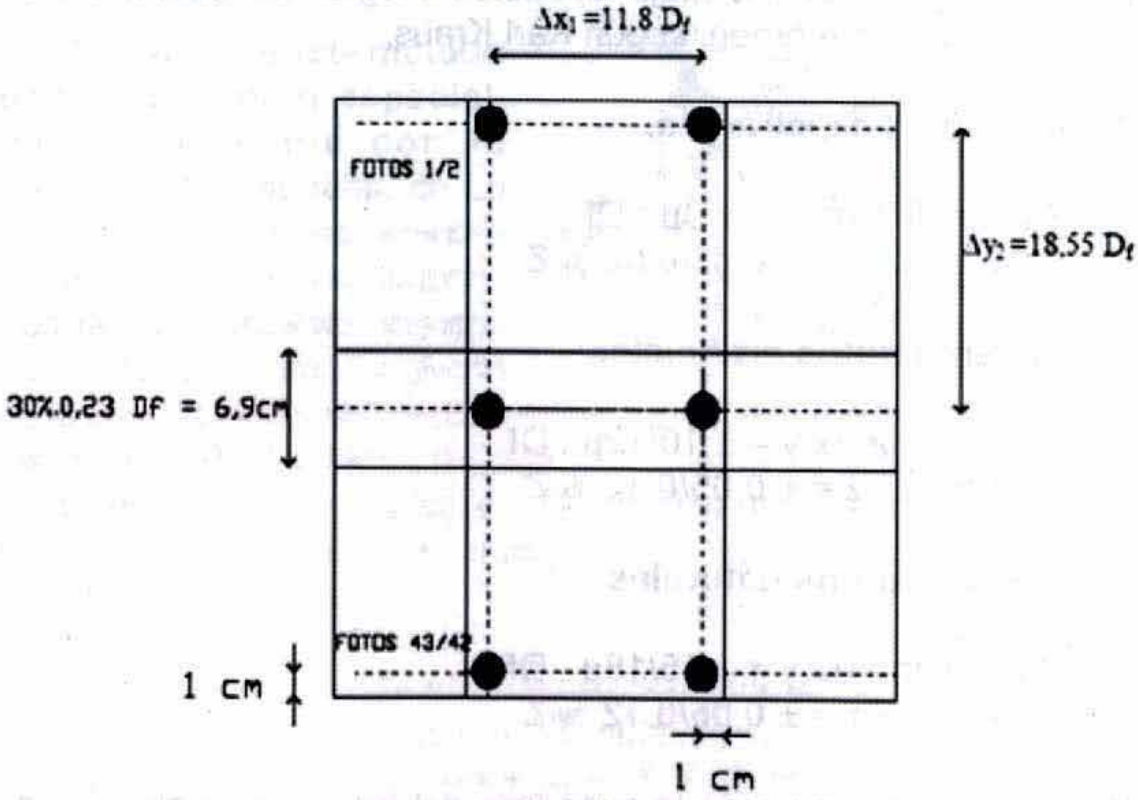
61. En algunas ocasiones la superficie del terreno que abarca un proyecto está cubierta por pocos modelos (y si no se tiene "el programa"), la determinación de las coordenadas X Y Z de 4 ó 5 PCT por modelo se realizará por métodos topográficos (poligonación, radiación, GPS). **Estará "apoyando par por par"**.

62. Se distribuyen los PCT formando un cuadrilátero, de forma tal

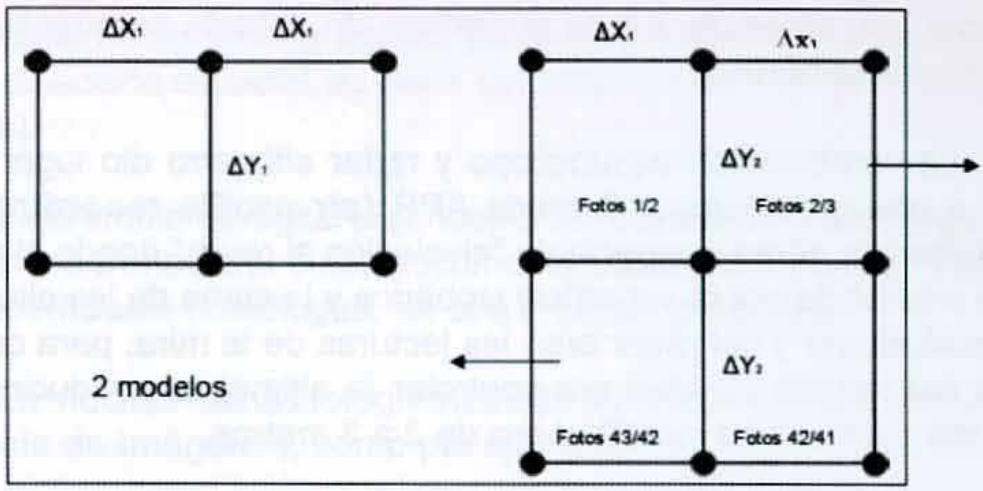
que la zona estereoscópica quede dentro del perímetro formado por ellos (se eligen los PCT a un centímetro de los bordes del modelo).



63. Cuando se trata de dos o más modelos adyacentes, se elegirán **en la mitad de la zona de superposición lateral**, o sea a casi 3,5 centímetros.



64. Con estas consideraciones, el lector podrá proyectar su trabajo topográfico al conocer la escala de la foto, y calcular la distancia de las visuales o lo que tendrá que trasladarse con su GPS. (*Ver imagen y cuadro en la siguiente página*)



Distancia entre puntos	ESCALA DEL VUELO		
	1: 5000	1: 8000	1: 10000
ΔX1 = 11.8cm.Df	590m	944m	1180m
ΔY1 = 21cm.Df	1050m	1680m	2100m
ΔX1 = 11.8cm.Df	590m	944m	1180m
2ΔX1 = 23.6cm.Df	1180m	1888m	2360m
ΔY2 = 18.55cm.Df	927.5.	1484m	1855m
2ΔY2 = 37.1cm.Df	1855m	2968m	3710m

65. Habitualmente la exactitud con que deben medirse los PCT corresponde que sea tres a cuatro veces mejor que la exactitud de puntos reconstruidos estereoscópicamente (recordar planificación de vuelo).

mp = (1/3 a 1/4) (± 20μ . Df)

mh = (1/3 a 1/4) (± 0.20 o/oo Z)

66. En el siglo pasado, se intentó usar datos capturados durante la aeronavegación para mejorar la exactitud final y disminuir los PCT, pero su elevado costo y lo difícil de su procesado hizo que su aplicación no prosperara, por ejemplo se utilizó:

a) La **cámara de horizonte** para controlar las diferencias de inclinación $\Delta\varphi$ y $\Delta\omega$ entre exposiciones consecutivas

b) El **radar altímetro**, que enviaba pulsos de microondas verticalmente hacia el terreno, a lo largo de la línea de vuelo (solo coincidente con la base aérea) y calculaba la distancia entre estación de toma y el terreno; esta **pseudoaltura relativa de vuelo (o clearance)** servía para controlar la escala y su transferencia ($\Delta\lambda$).

c) El **estatóscopo** medía la variación altimétrica de cada estación

de toma con respecto a una superficie de presión constante (**la superficie isobárica**).

Nota: La combinación estatóscopo y radar altímetro dio lugar en 1950 a una metodología llamada APR (**air profile recording o perfilometría aérea**), especie de "nivelación al revés" donde el plano de referencia era la superficie isobárica y la suma de las alturas del estatóscopo y del radar eran las lecturas de la mira, para cada punto del terreno (la idea era controlar la altimetría y reducir los PCT altimétricos); su exactitud era de 2 a 3 metros.

67. La novedad más reciente e impactante incluye el uso del **GPS diferencial cinemático** (una antena en el fuselaje del avión y la otra en algún lugar del terreno, de coordenadas X Y Z conocidas y no necesariamente dentro de la zona cubierta por el vuelo).

68. Su uso implica dificultades que inciden en los resultados, como por ejemplo:

- La **excentricidad** o desplazamiento de la antena con respecto al punto nodal imagen (centro de proyección o estación de toma) de la cámara
- El **asincronismo** entre el registro del GPS y la toma fotográfica
- Las **interrupciones** de la señal del GPS
- Los **diferentes sistemas de referencia** (geocéntrico WGS 84 del GPS y el "local o nacional" que usa la fotogrametría).

69. La exactitud con que se determinan las coordenadas para posicionar la cámara **es una a dos veces** tan precisa como el desvío estándar de la unidad de peso (σ_o a escala de foto) en la triangulación fotogramétrica.

Escala	$\sigma = 5\mu$		$\sigma = 10\mu$	
	1x	2x	1x	2x
1:5000	25	50	50	100
1:8000	40	80	80	160
1:20000	100	200	200	400
1:30000	150	300	300	600

70. Si al GPS le agregamos al mismo tiempo una **unidad de medición inercial** (IMU por su sigla en inglés), se puede determinar la orientación angular (K, φ, ω) de cada imagen, con lo cual se

completan íntegramente los seis parámetros de la orientación externa (sin resección espacial, es decir, sin recurrir a los PCT para determinarla).

71. En el ambiente digital el concepto de "**correlación de imágenes**" se refiere a encontrar automáticamente entidades lineales, puntuales o superficiales homólogas, en una o varias imágenes.

72. En muchas rutinas fotogramétricas se requiere **esta correspondencia de imágenes**, como por ejemplo:

Orientación interna (ubicación y medición de marcas fiduciales), **orientación relativa** (ubicación y medición simultánea de puntos homólogos), **en la triangulación** (selección, transferencia, medición de puntos homólogos); **en la generación de modelos digitales del terreno**.

73. Todo este grado de automatización conduce al **proceso de triangulación automática**, módulo incorporado en algunas estaciones digitales.

74. **Características de los puntos de control terrestre (PCT)**. Este tema debe ser tenido muy en cuenta para quienes hagan "apoyo fotogramétrico".
Si bien estos puntos, identificados sin ninguna duda sobre las imágenes y a los cuales sus coordenadas X Y Z serán determinadas por métodos topográficos de campo (poligonación, trilateración, triangulación, GPS, etc.), **también tendrán que ser medidos durante la ejecución de la aerotriangulación**.

75. Ellos servirán para transformar las coordenadas instrumentales (de imagen o modelo) de los puntos menores de control al sistema de coordenadas del terreno, y su posterior compensación o ajuste.

76. Los puntos de control terrestre muy raramente coinciden con la posición de algún punto perteneciente a la red planialtimétrica del país, pero sí en algunos casos pueden coincidir con la ubicación de algún punto menor de control.

77. Se seleccionan generalmente dentro de la zona estereoscópica de "ciertos modelos", evitando sus bordes (elegirlos a más de 1 cm

de estos), y se debe tener en cuenta su correcta identificación (**cuando el operador los examina estereoscópicamente desde arriba**), mientras que al mismo tiempo el topógrafo resuelve los problemas de acceso e intervisibilidad, para determinar sus coordenadas (**cuando los observa desde abajo y en forma casi horizontal**).

78. Se necesita tener en cuenta "las características que deben cumplir estos puntos".

79. **Una vez seleccionados en gabinete y posteriormente verificados o reemplazados por otros en el terreno (por la comisión de campo) se marcan con un suave pinchazo o flecha para su identificación; asimismo en el reverso de la foto se confecciona una monografía (para facilitar su ubicación).**

80. **Características de los puntos menores de control (PMC)**

Los "**puntos naturales**" son aquellos que existen en el terreno y pueden identificarse nítidamente en todas las imágenes en que aparecen (la zona circundante será lo más llana posible y de preferencia horizontal). **Son los más utilizados**.

81. **Deben ser seleccionados bajo la observación de un estereoscopio**, de manera que su posterior medición (también estereoscópica) en los instrumentos que se utilicen sea lo más correcta posible. Para su perfecta identificación y medición, muchas veces se requiere una monografía en la parte posterior de la fotografía.

82. Los detalles naturales a veces son engañosos, ya que pueden presentar distintos aspectos al ser observados desde distintos ángulos (fotos diferentes). Hay que chequear siempre las "condiciones estereoscópicas de los puntos naturales", cuando se usan como puntos de pasaje (o paso) y también como puntos de enlace.

83. A veces es conveniente separar los puntos naturales planimétricos de los altimétricos (en muchos casos un mismo punto no satisface ambas condiciones).

84. Los "**puntos artificiales**" deberán ser elegidos y transferidos estereoscópicamente a las fotos adyacentes con la máxima precisión, ayudados por "**dispositivos transferidores y marcadores de**

puntos". Estos puntos se deberán elegir en donde no existen detalles naturales claramente identificables (**zonas densamente forestadas, desérticas o cubiertas de agua**).

85. A veces, dentro de conos de sombra, se dispone de "**puntos auxiliares o artificiales**" cuyas distancias a otros puntos naturales sean conocidas, con lo cual **se pueden derivar indirectamente las coordenadas de puntos invisibles**.

86. En otros casos, aunque existan en el terreno, si se requiere una gran precisión en la medición fotogramétrica del punto o si existe otra razón para pensar que ese punto natural no es satisfactorio (cerca o debajo de la sombra proyectada por un árbol; terrenos monótonos y extensos en donde pueden faltar detalles que sean identificables, tanto naturales como artificiales), **se procede a señalizarlos antes del vuelo**. Ahora tenemos otro tipo de punto, los "**puntos señalizados**".

87. En trabajos a "escala grande" se aprovecha a preseñalizar todo otro punto de interés para el proyecto. Por ejemplo, para replantear una obra de ingeniería, para materializar vértices de manzanas o parcelas en un catastro, etc.

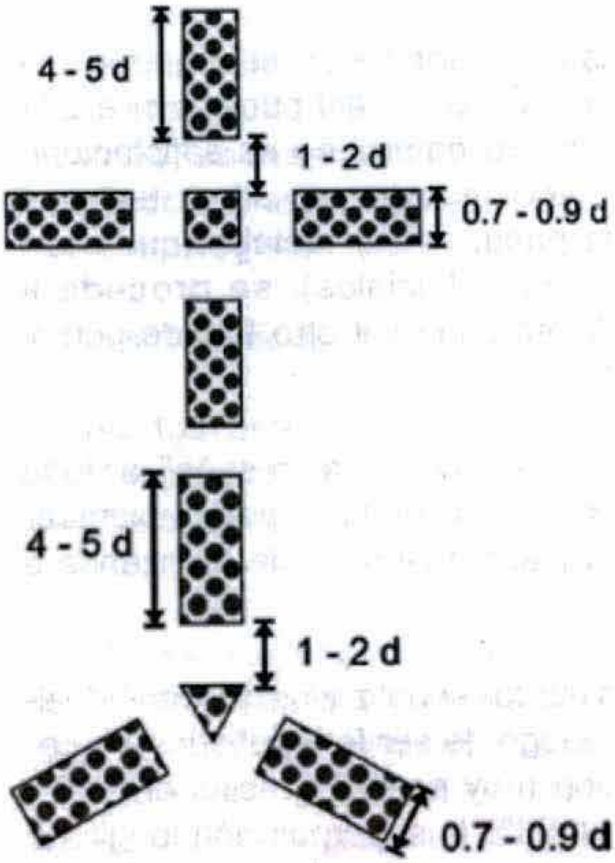
88. Con el objeto de lograr que los puntos señalizados queden "idealmente ubicados en los modelos" luego de ser fotografiados, se requiere una muy buena navegación (hoy posible gracias al GPS); otra alternativa es aumentar en un 90% la superposición longitudinal, y hasta distribuyendo los puntos de pasaje a intervalos iguales a 2/3 de la base aérea.

89. Las señales se construyen con un material que sea fácil de transportar, y tienen formatos cuyas dimensiones guardan estricta relación con el **denominador de la escala de vuelo** (a veces, con el diámetro de la marca flotante del instrumento a usar para la medición).

90. Esta señalización pre-vuelo presenta a veces más problemas que soluciones cuando se tiene en cuenta "**la oportunidad de realizar el vuelo**"; o sea, cuando hay urgencia el vuelo debe demorarse si no se terminó con la preseñalización (y se pierden días fotográficos óptimos).

91. Si se preseñalizó en término y las condiciones climáticas postergan el vuelo se corre el riesgo del deterioro en las marcas por distintas causas (lluvias, animales, tránsito, etc.).

92. Cuando se tiene planificado realizar vuelos a distinta escala sobre la misma zona, se usarán señales de distintos tamaños o se adoptarán señales más grandes y que sirvan a las dos escalas.



93. Para facilitar su identificación, se remarcan con "**prolongaciones en forma de aspas**" (favoreciendo su interpretación al operador, inclusive en mediciones automáticas sobre imágenes digitales).

94. Una regla de oro para fijar el valor "d" de una señal está dada por:

d (cm) = Df / 300 a 600

El rango de 300 a 600 depende del "**contraste**".

95. Las señales generalmente se pintan de blanco, cuando el terreno es oscuro (asfalto, césped, etc.) o de negro si el suelo es claro (salinas, médanos, etc.).

96. Como resultado de la "**irradiación**", el tamaño original de la señal se verá en una imagen fotográfica **1,5 a 3 veces mayor**, dependiendo del contraste.

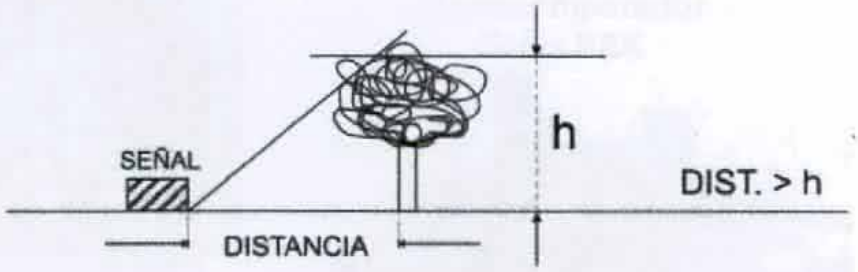
a) Para poco contraste (señal bajo la sombra) el factor de irradiación puede ser 1,5 y el denominador 300 será aplicable en la fórmula.

b) Para gran contraste, el factor a aplicar es 3 y el denominador, 600.

97. Las señales deben aparecer levemente mayores que el diámetro de la **marca flotante sólida**, o levemente más pequeña que el diámetro de una **marca flotante anular**. (Esto le hará recordar el uso de los trazos dobles y simples del retículo en los anteojos de observación que normalmente producen los fabricantes de teodolitos, cuando el jalón estaba lejos o cerca).

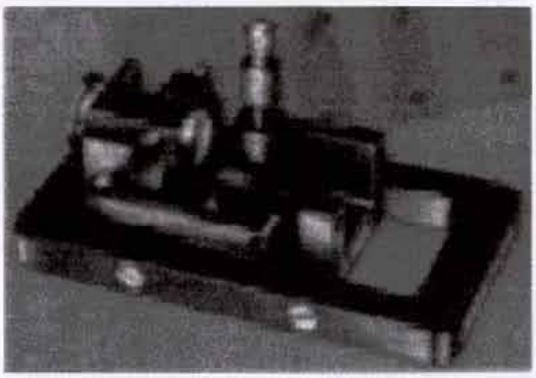
98. A veces se pide que el panel central "aparezca con cierta dimensión sobre la imagen fotográfica". Por ejemplo, si deseamos que el tamaño de la señal sea de 0,05 mm x 0,05 mm en las fotos de un vuelo a escala 1:8.000, su dimensión en el terreno será de 0,40 m x 0,40 m.

99. Con el fin de que las señales no aparezcan enmascaradas por las sombras arrojadas por objetos elevados del terreno (árboles, edificios, etc.), deberán estar distanciadas con respecto a ellos (en un valor un poco mayor que la altura de ese terreno).

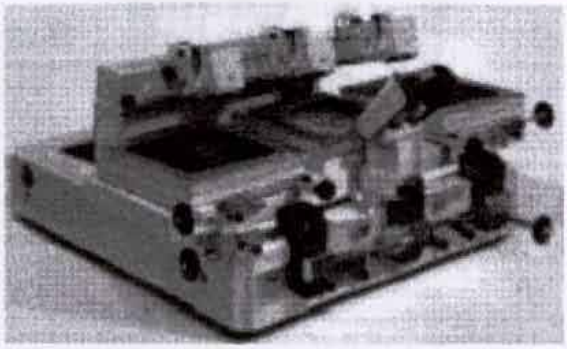


Apéndice

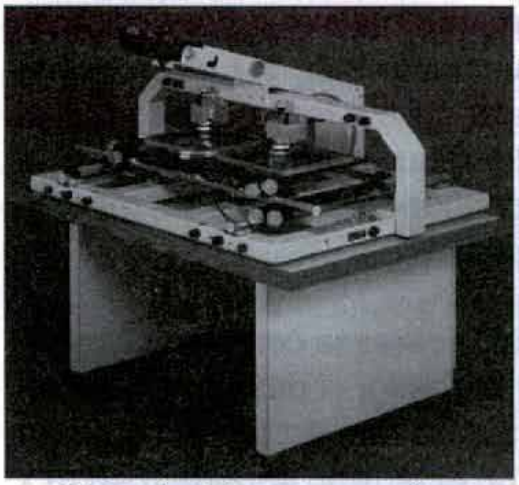
A) Transferidores y marcadores de puntos



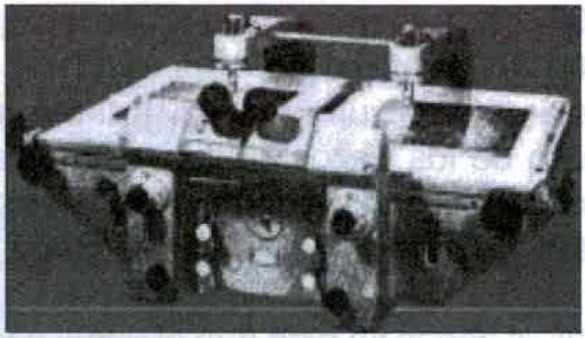
Marcador de puntos Zeiss



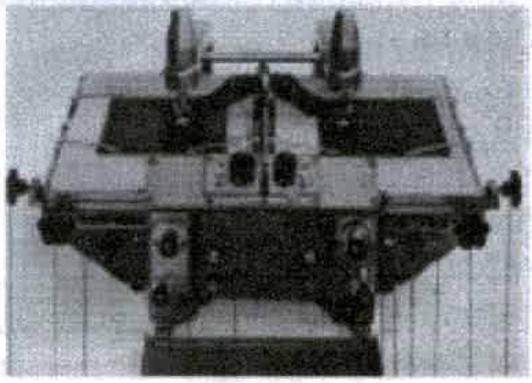
Transferidor y marcador Kern PMG 1



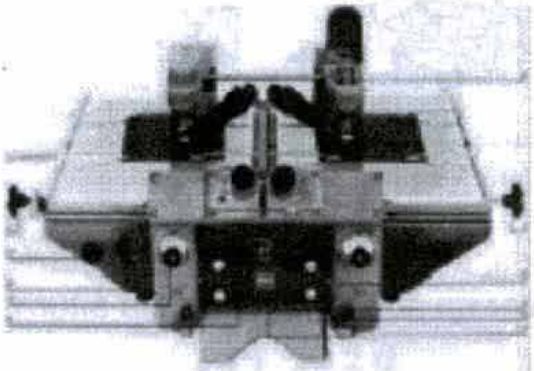
Transferidor y marcador
Kern PMG2



Transferidor y marcador
Wild Pug1



Transferidor y marcador
Wild Pug4



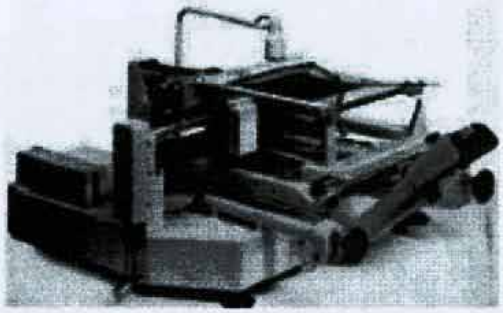
Transferidor y marcador
Wild Pug3

Detalle de dispositivo
marcador PUG4

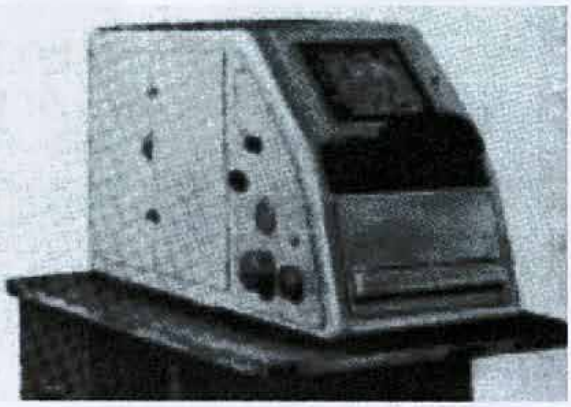
Transferidor y marcador
Wild Pug 5

Transmark Zeiss

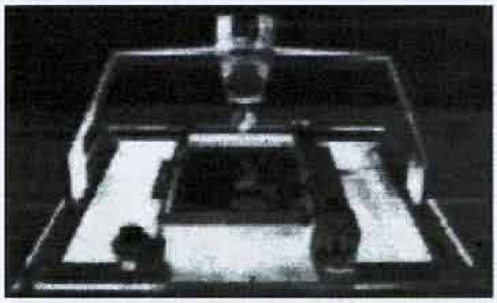
B) Comparadores mono y estéreos



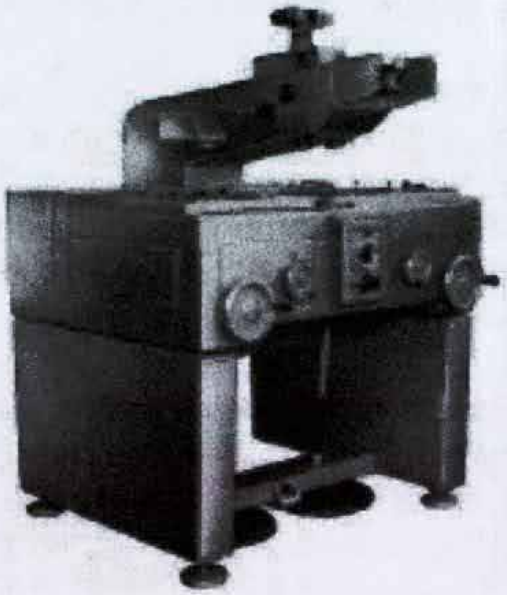
Monocomparador Kern (MK1)



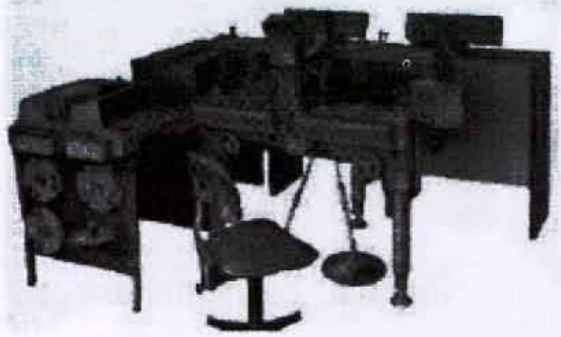
Monocomparador Zeiss PEK



Monocomparador Kern (MK2)



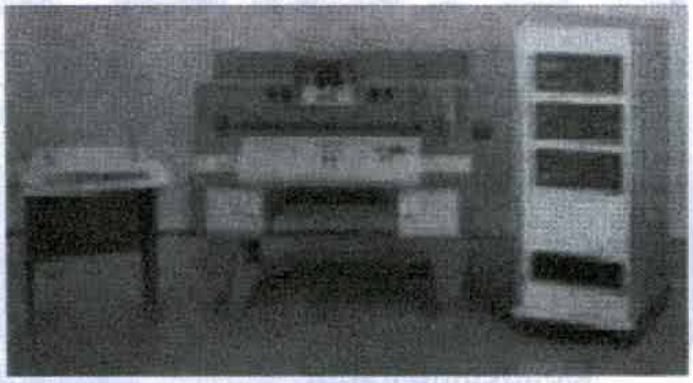
Estereocomparador Estecómetro Zeiss-Jena



Estereocomparador Galileo-Santoni

Estereocomparador PK1

Estereocomparador Hilger & Watts

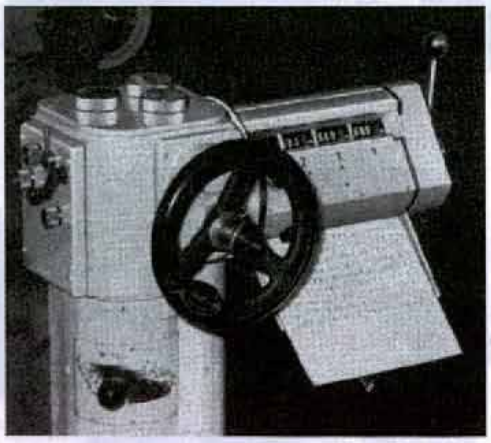


Estereocomparador AS2 OMI

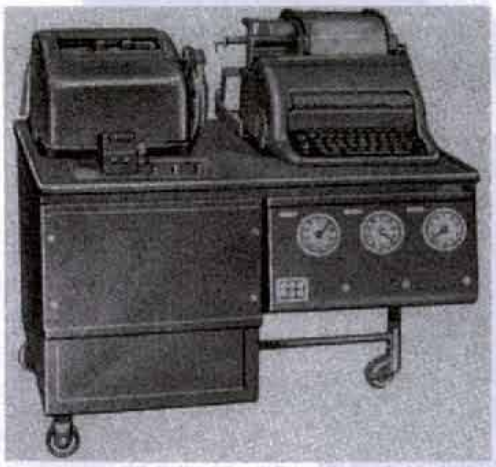
C) **Registradores de coordenadas**

En los primeros tiempos, las coordenadas instrumentales fueron medidas exclusivamente leyendo sobre escalas lineales, tambores graduados, discos tipo reloj y, posteriormente, se anotaban en planillas.

Para simplificar este proceso y reducir al mínimo los errores de lectura y anotación, se desarrollaron "registradores semi y totalmente automáticos".



Registrador/impresor "manual" Zeiss (histórico)



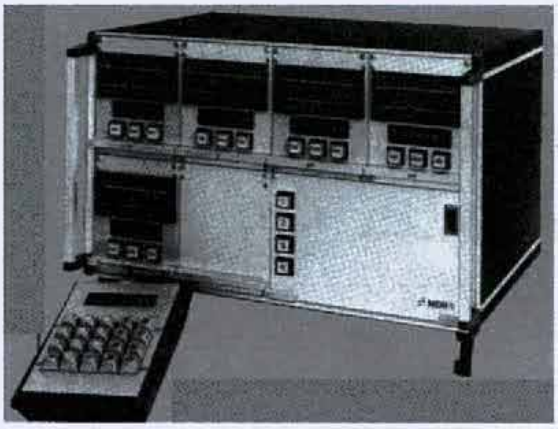
Registrador/impresor OMI - Nistri

Su evolución también tiene su historia.

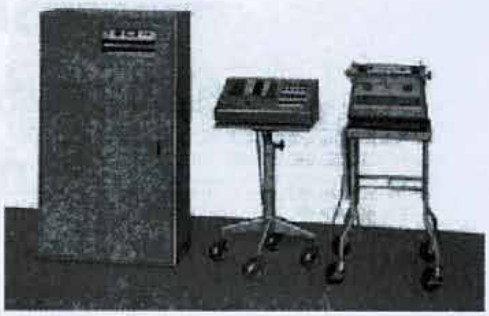
Adicionalmente, fueron usados para codificar las mediciones sobre cintas y tarjetas perforadas, cintas magnéticas y otros soportes.

Lo mínimo a registrar con estos aparatos son las mediciones de las coordenadas en el espacio-modelo (x

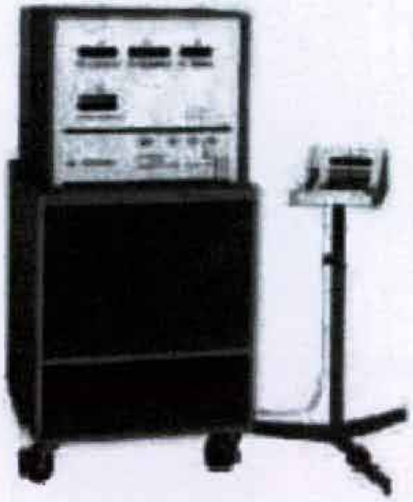
y z) o las coordenadas en el espacio-imagen (x' y' x" y", o bien, x' y' px py) y además, la numeración de cada punto.



Registrador/impresor MDI – Zeiss



Registrador/impresor EK 3 Wild



Registrador/impresor EK 8 Wild

Registrador/impresor Ecomat 12 Zeiss

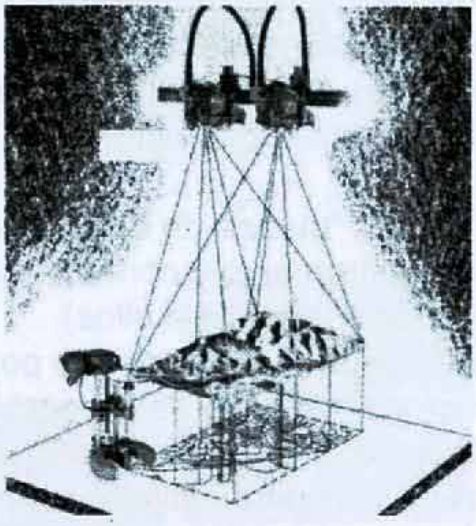
Registrador/impresor Direct 1 Zeiss

Módulo XI

La representación gráfico-numérica del espacio-objeto

01. Hasta 1930, la representación cartográfica era producida por agrimensores, que usaban el método topográfico de "**la plancheta**".

02. Luego de esa fecha el método fotogramétrico fue considerado como la opción más confiable para reemplazar la plancheta.



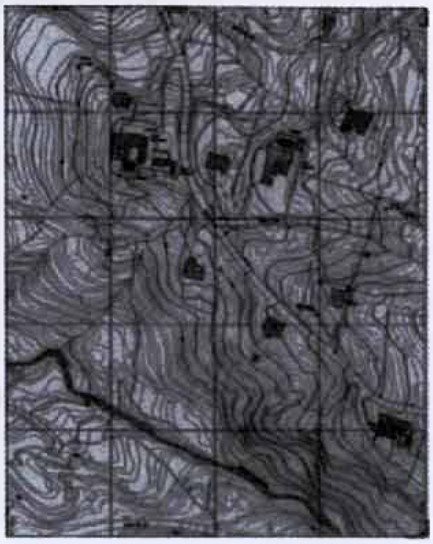
03. En la fotogrametría siempre se priorizó la automatización de las rutinas de trabajo, por ejemplo:

04. La producción gráfica directa del "**borrador del mapa**" en tiempo real (**la restitución**).

05. Este grado de automatización comenzó a demostrarse desde la creación del primer estereoautógrafo de Von Orel.

06. Al mismo tiempo que el operador iba recorriendo los detalles topográficos sobre el modelo espacial georreferenciado (con la clásica marca flotante), se iba trazando directamente sus líneas, sobre un "soporte" ubicado en la mesa de dibujo.

07. El "**ploteo**" (o plotting en EE.UU.) se realizaba sobre material de dibujo estable (papel con alma de aluminio, luego reemplazado por poliéster de dibujo), **con el portalápiz del pantógrafo o del coordinatógrafo**, y se obtenía un borrador que luego se pasaba en tinta (convirtiéndose en el **original reproducente**).

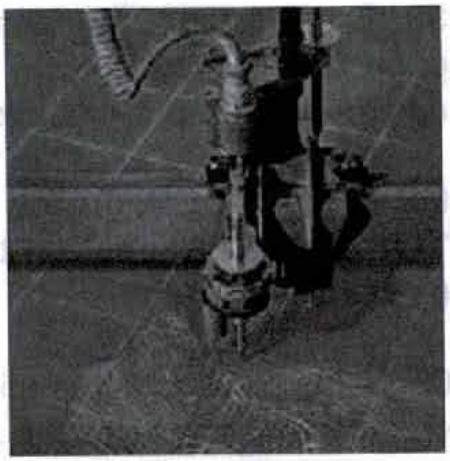


08. Los organismos del Estado, responsables de la cartografía oficial, usaban la técnica del "scribing". Es decir, del borrador se iban grabando sobre un poliéster emulsionado los originales de la planime-

tría, la vegetación, hidrografía, etc., que posibilitaban (posteriormente) su impresión en distintos colores (layers).

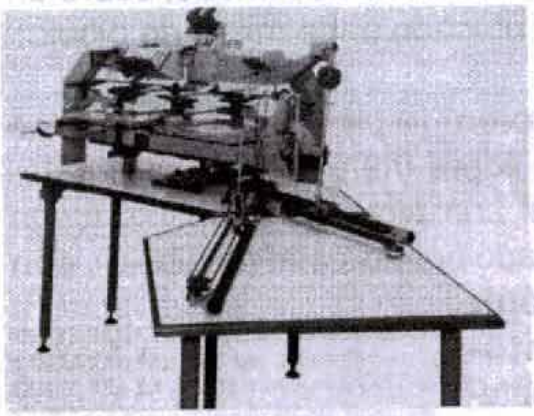
09. La "restitución" **(transformación de la información topográfica que contiene el modelo georreferenciado, en las correspondientes líneas rectas y/o curvas del mapa en borrador)** requería adosarles a los restituidores los dispositivos de graficación.

10. Las "**mesas de dibujo**" (como parte del instrumento o conectadas mecánica o eléctricamente a ellos).
Las "**mesas internas**" se popularizaron con los restituidores "topográficos" mientras que los "**coordinatógrafos**" lo hicieron con los restituidores de precisión y universales, tiempo más tarde las "**mesas automáticas**" reemplazaron a ambas salidas y hoy son los **plotters**.

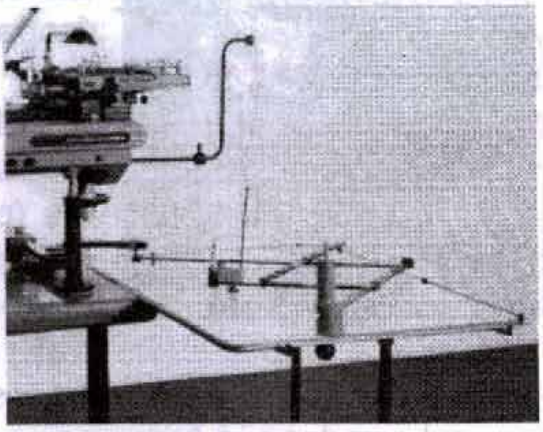


11. Sobre estas mesas, se instalaban los "**útiles para el trazado**, a distinta escala del modelo explorado", ya fuese:

12. **Pantógrafos** (de paralelogramo o polares).



Pantógrafo polar



Pantógrafo de paralelogramo

13. Brazos ortogonales **(o coordinatógrafos)**, compuestos por dos carros X e Y, con sus deslizadores correspondientes.
Un desembrague permitía desplazarlo a mano libre sobre la mesa. Contadores apropiados permitían leer las coordenadas X-Y en milímetros. El cambio de escala se realizaba mediante engranajes intercambiables. (*Ver imágenes en la siguiente página*).

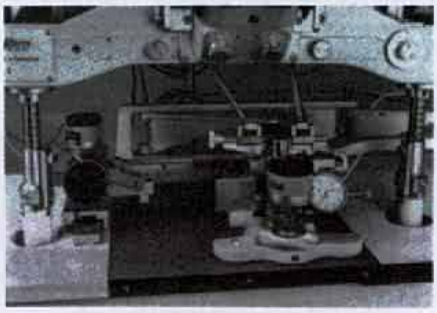
Mesa coordinatógrafo de precisión

Engranajes

Cabezales de dibujo

14. Cada pantógrafo o coordinatógrafo tenía un "**cabezal de dibujo**" con un "portaminas" como mínimo o "varios útiles de dibujo".

15. En la década del '80, se insertan los **"codificadores incrementales"** dentro del "espacio del modelo" y conectados a la **"mesa trazadora"** o **"carro-base"** de los restituidores convencionales.
Los desplazamientos según los ejes X, Y, Z eran convertidos en impulsos o señales eléctricas, que se transformaban en dígitos dentro de un microprocesador.



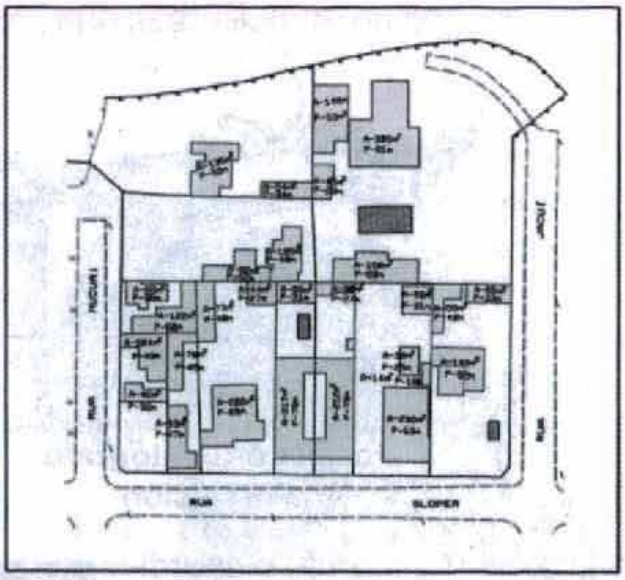
Codificadores

16. Este microprocesador, ubicado en la mesa automática de dibujo, activaba los servomotores que conducían al "cabezal de dibujo" con sus respectivas herramientas útiles para graficar (lápiz, tinta, bolígrafo, grabado, etc.).

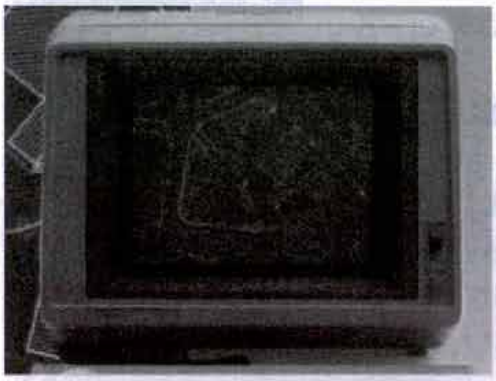
Mesa automática

Mesa automática de dibujo

17. Había comenzado la época de **la restitución asistida por computadora**, en donde los restituidores se habían convertido en "**verdaderos digitalizadores tridimensionales**", y a medida que se recorrían los detalles topográficos se iban creando "archivos de datos" (líneas rectas o curvas, modo continuo, símbolos y arcos), mediante puntos, líneas o polígonos.



18. En la época de los "**manuscritos**" realizados en los restituidores analógicos y sus pantógrafos o coordinatógrafos, **se tenía en cuenta la escala final** (recordar que la escala de la foto estaba vinculada con la escala del mapa, cuando vimos planificación de vuelo: **cambiar el contenido y la escala era impensable**).



19. Uno de los aspectos más ventajosos que ofrece tener todos los datos en un "archivo" es su flexibilidad para poder explotarlos off line. Uno puede observarlos en la pantalla, elegir totalmente o parcialmente lo que quiere plotear, independientemente de la escala de representación. Otro aspecto (de interés empresarial y operativo) es la posibilidad de transmitir electrónicamente los archivos a terceros dentro y fuera del país.

20. El operador de restitución continuaba y los dibujantes iban siendo reemplazados por un software, al mismo tiempo que aparecía otro personaje: el **editor o revisor**, antes de su ploteo (hard copy).

21. La **descripción altimétrica del terreno** tuvo su historia peculiar, hemos visto en viejos libros de Topografía y Cartografía que

estas representaciones comenzaron siendo **pictóricas** (las montañas eran dibujadas con ondulaciones verticales, tal cual eran vistas intuitivamente).

Reproducción pictórica

22. A fines del Siglo XVIII y principios del XIX, **Lehmann** proponía el "**achurado o trazos de pendiente**", que consistía en dibujar líneas de máxima pendiente bastante adosadas, y recomendaba que los trazos fuesen más gruesos cuanto mayor era la pendiente.

Achurado con iluminación oblicua E = 1:10.000

Achurado con iluminación vertical E = 1:75.000

23. En algunos casos, también se usó "**el esfumaje con iluminación cenital u oblicua**", donde la intensidad más oscura estaba vinculada con la mayor pendiente y opuesta a la fuente de luz, para obtener un mayor efecto de "plasticidad artística".

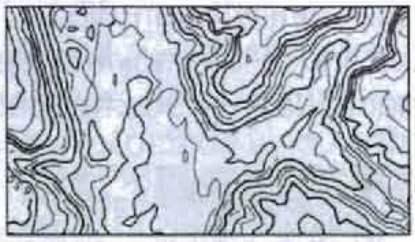
24. **Charles Hutton** (matemático inglés) propuso en 1777 las "**curvas de nivel**", y también a mitad del siglo XVIII un ingeniero holandés, **N. Cruquins**, traza las líneas de igual profundidad, para apreciar el relieve submarino del río Merwede.

25. Para mapas de países a escala pequeña, se usó "**pintar los intervalos entre ciertas alturas, cada tantos metros**" (por ejemplo cada 100, 500 ó 1.000 mts.) con colores que van desde el verde

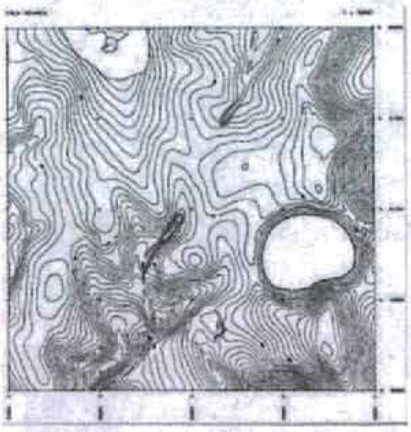
claro, verde intenso, amarillo, marrón, y cuanto más alto, más oscuro, llegando al blanco para las nieves perpetuas. (Se las llamó **"capas hipsométricas"** al contrario de las batimétricas, referidas a profundidades del mar).

26. El trazado de **isaritmas o líneas de contorno**, que unían puntos ilimitados, cuyas alturas se podían medir y eran constantes (en nuestro medio, conocidas como **curvas de nivel**), al principio presentaban un aspecto redondeado (el cartógrafo tenía sus recursos técnicos y artísticos).

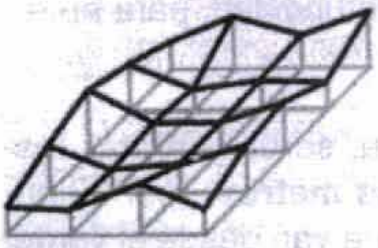
27. Mientras que **las curvas trazadas en los restituidores** siempre fueron más angulosas, menos suaves, pero siempre más fieles a la morfología del terreno. Ello requería, y aún requiere hoy, mucha práctica del operador (**la experiencia no la dan los libros**).



28. Este **trazado directo de las curvas de nivel**, tanto en los antiguos restituidores como en las actuales estaciones de trabajo fotogramétricas (restituidores videodigitales), **mantiene su vigencia**, si bien se presenta otra alternativa para deducirlas (el modelo matemático del terreno, más conocido como **modelo digital del terreno** o DTM).

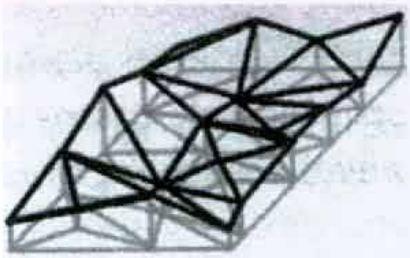


Curvas de nivel



Malla regular

29. **El DTM es una disposición de puntos, espaciados a intervalos regulares (como una malla cuadriculada) cuyas alturas son conocidas.**
Al conocer las tres coordenadas X Y Z de todos los puntos de la grilla, se está representando matemáticamente las variaciones continuas del relieve (**en 1950 era conocido como modelo matemático del terreno**).



TIN

30. Aún haciendo que el intervalo de la cuadrícula fuese lo más pequeño, otros puntos en su interior que pudiesen manifestar cambios abruptos en las formas del terreno (acantilados, barrancos, etc.) podrían perderse, como a veces ocurre con las curvas de nivel convencionales.

31. Entonces conectamos entre sí todos los puntos del DTM con estos puntos en donde se produce un quiebre de la morfología, obteniendo las **líneas de ruptura (breaklines), configurando una "red de triángulos casi equiláteros" llamada TIN** (triangulated irregular network), la que realmente se aproxima, o se adapta mucho mejor, a la verdadera superficie terrestre (topográficamente pelada).

32. Estos pequeños triángulos pueden ser considerados como "**facetas planas**" que se van ajustando, según las pendientes, en el espacio tridimensional.

33. La densidad de puntos del DTM (intervalo del cuadriculado) será función de la naturaleza del terreno y del grado de resolución topográfica requerida.

34. Habitualmente se establece **un punto cada 3 ó 4 milímetros, a escala de la representación** (ejemplo: a 1:2.500, tendríamos un punto cada 7,5 ó 10 metros).

La exactitud altimétrica del DTM alcanza en metros los 0,1 - 0,3 ‰ de la altura relativa de vuelo.

35. La **captura de las "cotas"** para cada punto del **DTM** ha sido a través de:

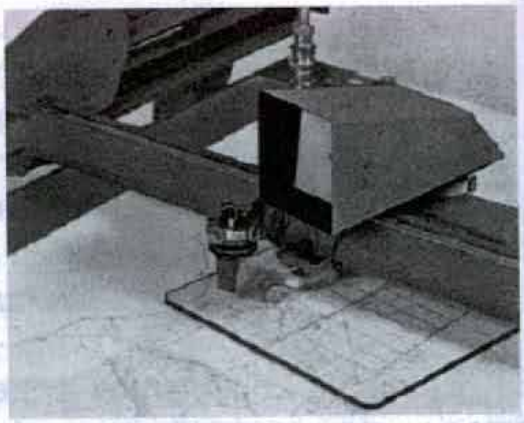
a) La digitalización de curvas de nivel de cartografía existente
b) Vía GPS (incluso con estación total)
c) Usando un modelo tridimensional georreferenciado (fotogramétricamente).

36. En este último caso, existen tres variantes:

- **Manualmente**, el operador va ajustando (con manivelas y disco pedal) la marca flotante en puntos elegidos del modelo (para

ello se usa una cuadrícula transparente y un perfiloscopio)

- Mediante el **barrido de "perfiles sobre el modelo" a predeterminados valores de espacio o tiempo** (controlado por un dispositivo automático)
- Durante el barrido del modelo, al confeccionar on-line la ortofotografía (**calco hipsométrico o dropped lines**, *ver Módulo XII*).



Perfiloscopio

37. En el modelado de la superficie del terreno, es muy común confundir el DTM con el **DEM (Digital Elevation Model)**, que no solo se refiere a las elevaciones naturales de la superficie terrestre desnuda, sino que **incorpora las alturas que sobresalen (o se adentran) en el DTM**, por ejemplo azoteas, copa de los árboles, puentes, etc.

38. Hay quienes al DEM lo llaman **DSM (Digital Surface Model) o DBM (Digital Building Model)**.

39. La **captura de las "cotas" para el DEM** hoy en día presenta dos alternativas:

a) Mediante el proceso de **"correlación automática" (image matching)** de pares de fotos orientadas en un restituidor digital (reemplaza las tres variantes expuestas en el *párrafo 36*).

b) Mediante el **sistema aéreo de perfilamiento láser (ALTM en inglés)** o sistema láser aerotransportado (SLA), conocido simplemente como **LIDAR** (Light Detection And Ranging).

40. El LIDAR merece su atención. A partir de la necesidad de contar con un DEM en poco tiempo, una empresa canadiense (Optech Inc.) desarrolló el hardware, y otra alemana, TopScan (GMBH), suministró

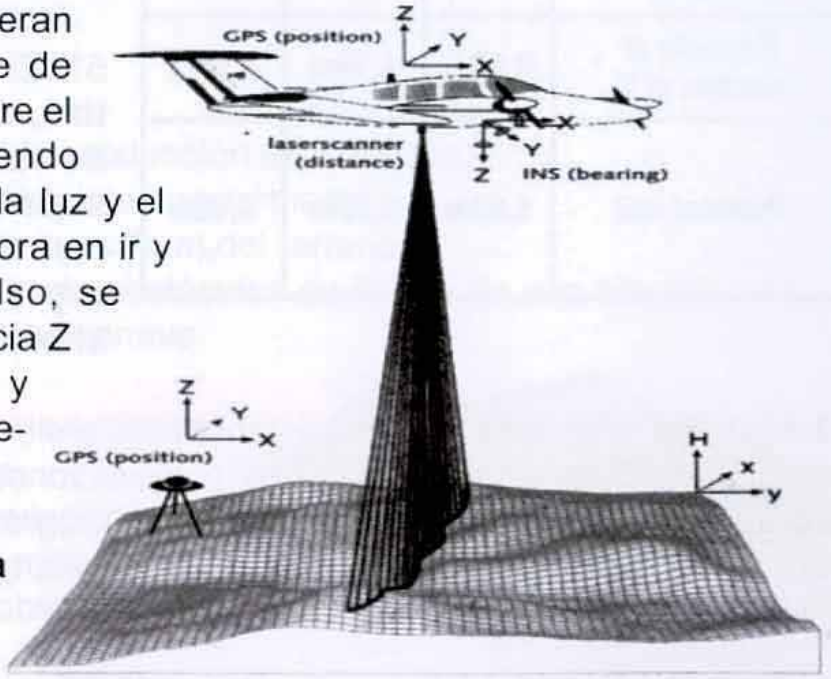
el software, para poner a punto este "**sensor no óptico aerotransportado**", el LIDAR.

41. El sistema conocido originalmente como ALTM (Airborne Laser Terrrain Mapper) tiene la ventaja de atravesar el follaje y la copa de los árboles, y ya en 1974 el U. S. Geological Survey (de Estados Unidos) lo había desarrollado y utilizado.

42. Los componentes de este sistema, ubicados a bordo del avión, son: (*ver párrafos 45 y 49*).

43. El propio **sensor láser** (con toda la electrónica para generar hasta 150.000 pulsos por segundo, transmitirlos hacia el suelo mediante un conjunto óptico móvil, que barre el terreno en forma transversal a la dirección del vuelo, en un patrón zigzag o diente de serrucho, receptarlos y almacenarlos).

44. Los miles de pulsos por segundo generan una densa nube de puntos X Y Z sobre el terreno (conociendo la velocidad de la luz y el tiempo que demora en ir y volver cada pulso, se calcula la distancia Z entre el escáner y los puntos del terreno).



45. Un **sistema de navegación inercial INS**, que permite determinar la orientación angular del sensor, con respecto a un sistema de referencia terrestre (K,φ,ω).

46. Un **GPS**, para registrar los valores del punto estación aérea, (X_0,Y_0,Z_0) desde donde se emiten los pulsos (por lo general, en forma diferencial con otro GPS en tierra).

47. Una **computadora**, que almacena y procesa los datos obteni-

dos anteriormente y que pueden ser considerados como un DEM.

48. Los recorridos son planificados para tener una superposición lateral entre un 30 y 50%, a los efectos de evitar los huecos que hubiese en terrenos muy abruptos.

49. Este sistema puede operar tanto de día como de noche, y desde 500 a 6.000 metros de altura por encima del suelo (para helicópteros, los valores típicos van de 150 a 300 metros).

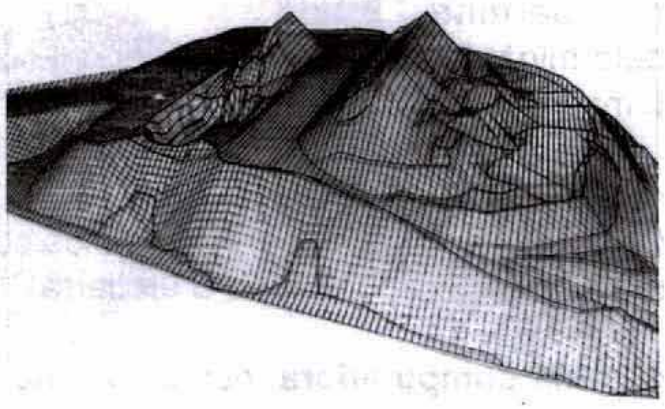
Altura de vuelo	500m	1000m	2000m
Ancho de faja	360m	720m	1440m
Espacio e/ puntos s/ X	1,10m	1,19m	1,69m
Espacio e/ puntos s/ Y	0,63m	1,18m	1,66m
Puntos/ m2	1,40m	0,70m	0,40m

50. En el cuadro adjunto, se puede observar la combinación de parámetros a tener en cuenta, para determinar la densidad de puntos por metro cuadrado de terreno.

51. **El sistema garantiza, según la altura de vuelo, exactitudes superiores a los 0,50 metros en planimetría y 0,25 metros en altimetría.**

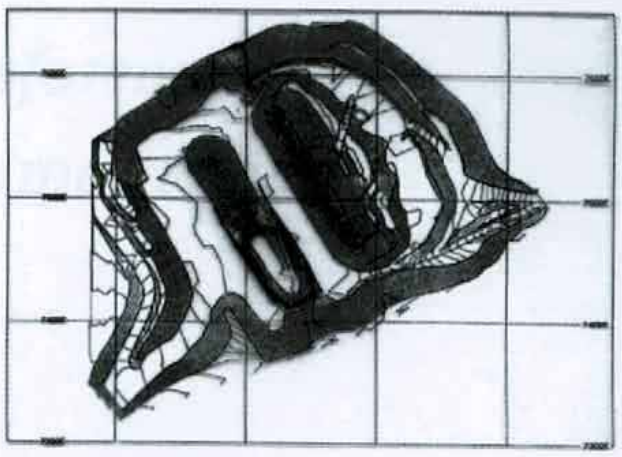
52. Un DEM producido por este sistema requiere siempre un trabajo adicional para incorporar breaklines o elevaciones adicionales en forma manual, para así poder aplicar algún programa de interpolación de curvas de nivel, sobre una malla de triángulos equiláteros (TIN).

53. **El DEM** por lo general "**no es un producto final en sí mismo**", pero constituye una etapa muy importante dentro del proceso fotogramétrico, ya que el conocimiento y las variaciones del relieve siempre constituyó una información



valiosísima en diversas aplicaciones, tales como:

54.



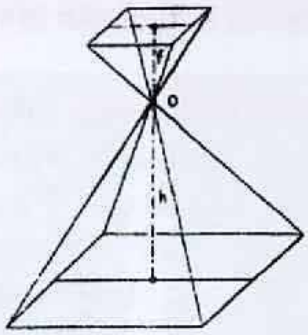
- Curvas de nivel, de equidistancia a elegir
- Perfiles en cualquier dirección (longitudinales o transversales)
- Monitoreo de variación de volúmenes de material, en minas a cielo abierto
- Apreciar el volumen de material faltante o sobrante en problemas ambientales (riesgos de avalanchas, inundaciones, etc.)
- Capturar datos topográficos para obras de ingeniería de desarrollo lineal, en particular líneas de alta tensión (para reducir tiempos y costos).

55.

- Controlar la producción de ortofotos
- Trazado de vistas isométricas
- Modelado superficial del terreno
- Problemas de obstáculos en líneas de alta tensión, telecomunicaciones y aeronavegación
- Para construir cartas de pendientes
- Para simulación y adiestramiento militar
- Para problemas hidráulicos.

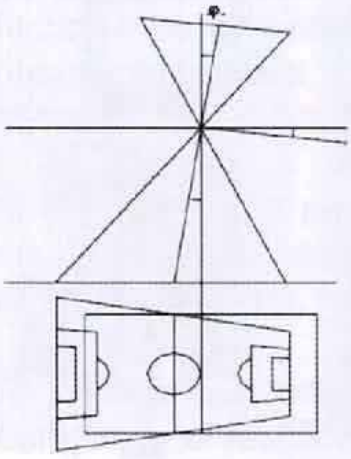
Módulo XII

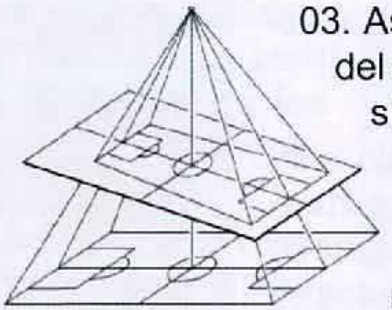
La transformación de las imágenes



01. Desde sus comienzos, al contar con las primeras fotografías aéreas, muchos consideraron que estas podían asumir el papel de "**plano substituto**" si se las obtenía con el eje de toma exactamente vertical y si el terreno era llano y horizontal.

02. Pero, aunque el terreno fuese llano y horizontal, por muchos años no se pudo impedir ni disminuir las inevitables oscilaciones del avión que transportaba la cámara, lo que provocaba **cambios en la forma y tamaño de cada imagen** registrada.





03. Así surgió, a principios del siglo pasado, la necesidad de transformar las imágenes inclinadas en otras, como si se hubiesen tomado con el eje óptico de la cámara casi exactamente perpendicular al terreno registrado.

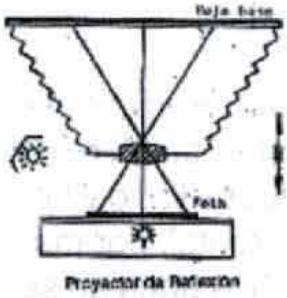
04. Durante años se desarrollaron técnicas para comenzar a reducir estos desplazamientos proyectivos, y darles así a las nuevas imágenes una metricidad similar a la del plano, que recibió el nombre de **rectificación o enderezamiento**.

05. En otras palabras, "**rectificar**" es generar una nueva imagen, sin los desplazamientos proyectivos introducidos por la inclinación de

la cámara durante el registro de la toma.

06. Desde el punto de vista geométrico, la rectificación es una **transformación proyectiva** que relaciona dos planos no paralelos (uno, el de la imagen negativa original, y el otro, el soporte sobre el cual se proyectará la nueva imagen).

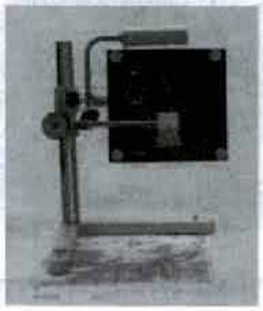
Pantógrafo Óptico

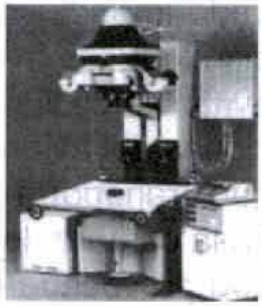


Proyector de Reflexión

07. Esta rectificación de objetos planos (o casi planos) fue materializada de varias formas:

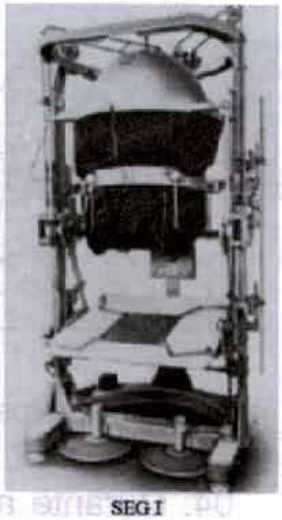
- Gráficamente
- Ópticamente
- Numéricamente
- Fotográficamente.





08. La última propuesta fue la más utilizada, por muchos años, mediante un transformador óptico-mecánico (**rectificador o enderezador**).

09. La rutina de trabajo consistía en "**lograr empíricamente**" que la proyección de cuatro puntos identificados en el negativo coincidiera con la posición planimétrica de estos, ubicados en el tablero de proyección.



SEG I

K&E

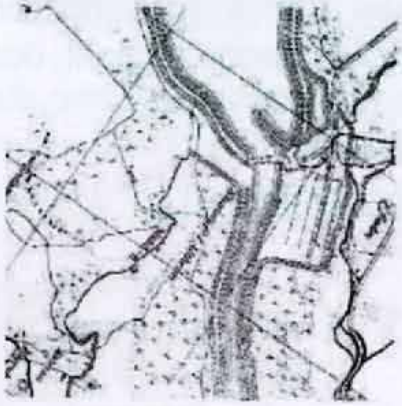
10. Lograda la coincidencia, mediante la proyección **se impresionaba simultáneamente toda la superficie del negativo** sobre el papel fotográfico colocado en el tablero.

11. Esta nueva copia fotográfica constituiría la **copia enderezada o rectificada**.

12. Repitiendo esta rutina para todos los negativos adyacentes que eran necesarios, **se procedía a ensamblar las copias rectificadas** (superponiendo detalles comunes), para **formar el "mosaico controlado"**.

13. Si a este mosaico controlado le agregamos una cuadrícula, toponimia, escala gráfica, etc., lo convertiremos en un **fotoplano**.

14. El valor de detalles fotográficos, enriquecidos con la metricidad de un plano, convierte al fotoplano en una "**verdadera planimetría fotográfica**".

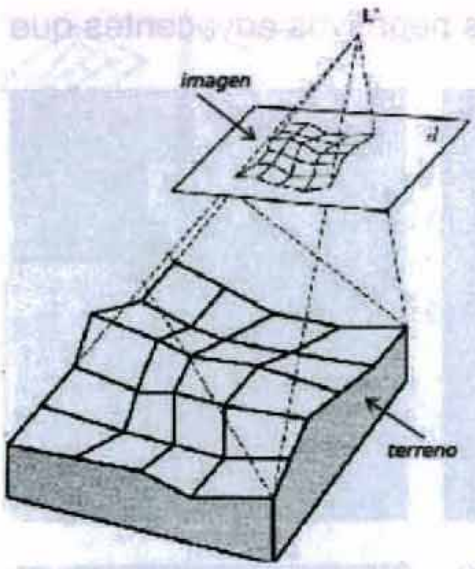


15. Este nuevo producto comenzaba a ser el substituto cartográfico de aquellos lugares que por alguna razón no contaban con mapas (incluso se prefería como base para muchos proyectos, reemplazando a los métodos topográficos de levantamiento).

16. Mientras tanto, seguíamos cautivos de una organización técnica que tuviera laboratorio, rectificador, fotógrafos, lo cual implicaba tiempos y costos.

17. En la actualidad, se le presenta al agrimensor la posibilidad de reemplazar el rectificador y el cuarto oscuro por una sala iluminada con una PC y software apropiado de bajo costo, para realizar la rectificación sobre imágenes escaneadas.

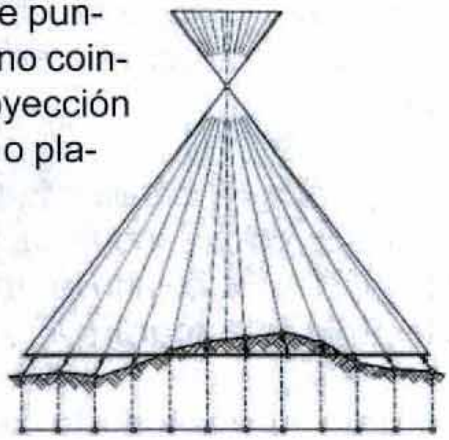
18. Podrá también empalmarlas y retocarlas y, así, presentar en su monitor un "**mosaico controlado digital**", que podrá bajarlo en un plotter a la escala deseada o vectorizarlo.



19. Esta transición del enderezamiento de imágenes análogas a la rectificación digital ofrece una alternativa moderna para nada desdeñable en **aplicaciones aéreas y terrestres**.

20. En forma paralela a este producto bidimensional, existía la preocupación con relación a **cómo transformar las imágenes de terrenos accidentados en verdaderas proyecciones ortográficas**.

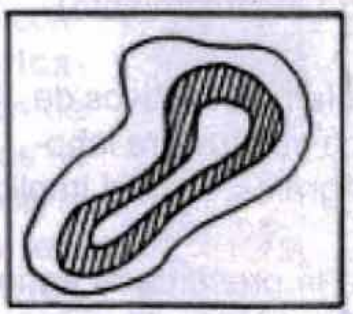
21. Es sabido que la proyección central de puntos del terreno que están a distinta altura no coincide con la posición de estos en la proyección ortogonal (en la que se basan los mapas o planos).



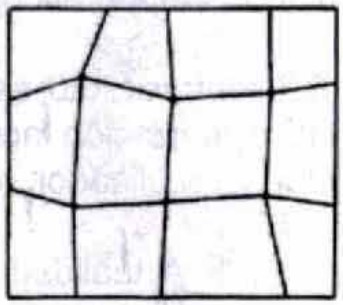
22. El ingenio y creatividad de colegas propuso la "**rectificación parcial**", o sea, transformar sucesivamente partes de la imagen original, donde cada parte es considerada como plana.

23. Existieron varias propuestas de esta "**rectificación por partes**", como:

- **Por facetas** (Catastro francés, 1945)
- **Por interpolación** (Suecia, 1973)
- **Por zonas** (Honolulu, EE.UU., 1958).



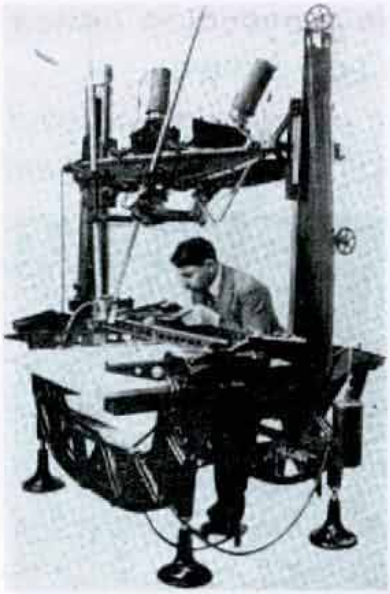
Por Zonas



Por Facetas

24. El siguiente paso fue "**reducir el tamaño de cada parte a rectificar**" al utilizar una ranura de 1 a 5 mm de ancho por 10 a 50 mm de largo sobre el modelo reconstruido en un restituidor.

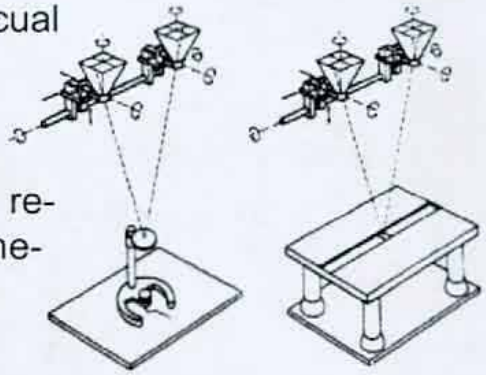
25. Esta modalidad, conocida como "**rectificación por pequeñas partes o diferencial**", fue concebida allá por 1930 (Lacman y Ferber)



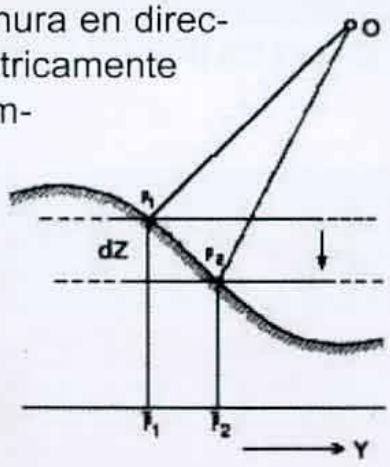
Gallus-Ferber

y operativa recién en 1955 (Russel Bean, EE. UU.).

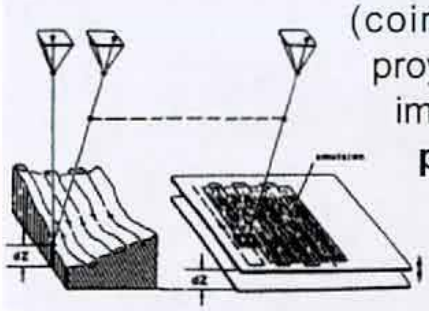
26. Se reemplazaba la "**mesa trazadora con su marca flotante**" por una bandeja (que en su interior contenía una película) cubierta por una cortina, sobre la cual se desplazaba "**una ranura de exposición**" en recorridos tipo meandro, para barrer o escanear todo el modelo.



27. Mientras un motor hacía desplazar la ranura en dirección de las Y, el operador iba ajustando altimétricamente la bandeja con la ranura, en forma tal que siempre estaba "**posada sobre el perfil que se iba acariciando sobre el modelo**".

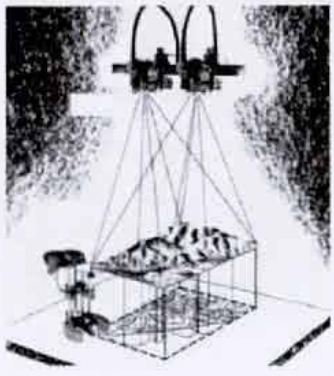


28. En cada lugar por donde pasaba la ranura, la proyección central de la imagen (coincidente con su proyección ortogonal) impresionaba "**esta pequeña superficie**" sobre la película.



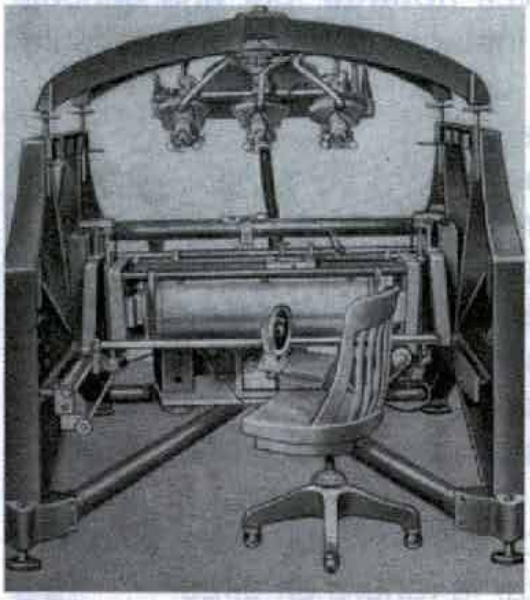
29. Al terminar de recorrer una faja, la ranura era desplazada lateralmente en todo su ancho y se invertía el sentido del barrido, para proyectar las pequeñas superficies de la nueva faja, y así hasta integrar toda la imagen del modelo estéreo.

30. Para materializar esta idea se necesitó como aparato de mando **un restituidor analógico**, en cuyo volumen útil se instalaba **la mesa de exposición sobre el modelo** (que reemplazaba a la mesa trazadora).

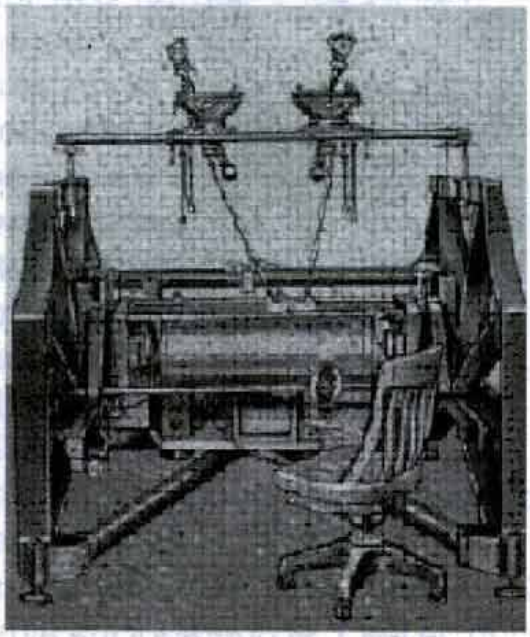


31. Este fue el caso de los **instrumentos de proyección óptica directa**, que operaban en la oscuridad, como por ejemplo:

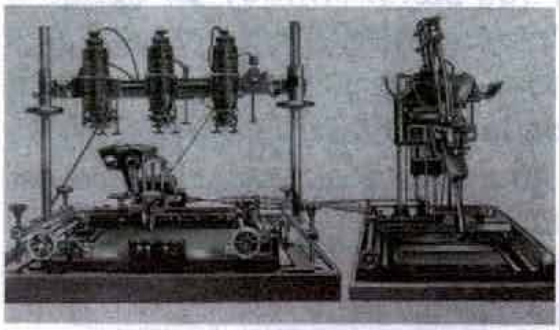
32.



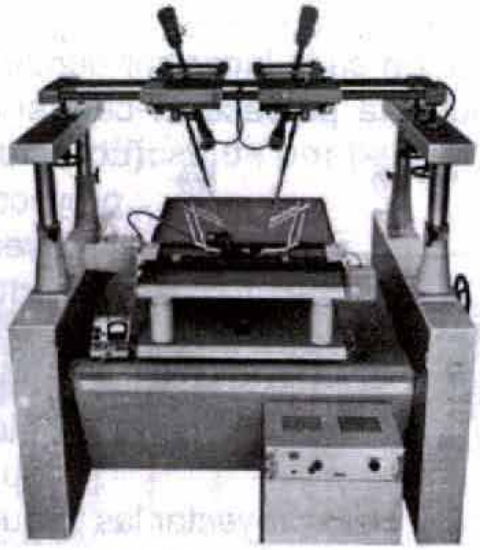
BALPLEX (Russel Bean, 1955)



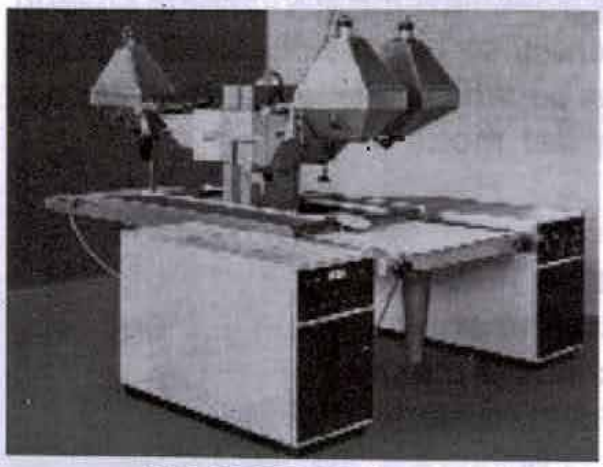
KELSH (Russel Bean, 1964)



FT-SCHTSCH (1959)



SFOM 693 (1960)

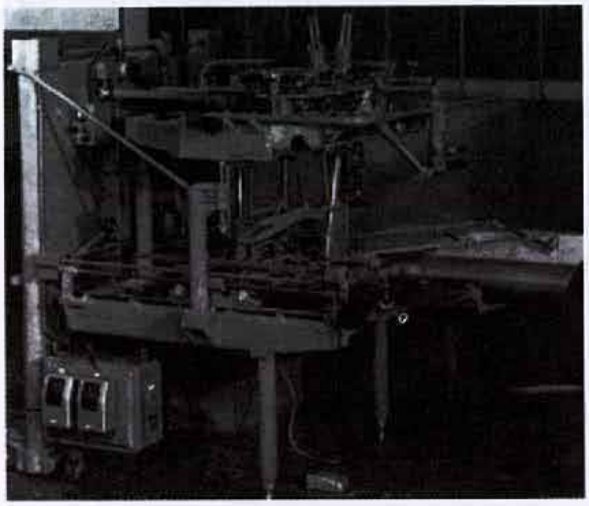


DPI ORTO 3P (1967)

33. También fueron **usados instrumentos de restitución de proyección mecánica acoplados a dispositivos** (llamados **ortofotoscopios**), a los cuales se transferían "vía camino óptico" las pequeñas superficies que iba barriendo la ranura.

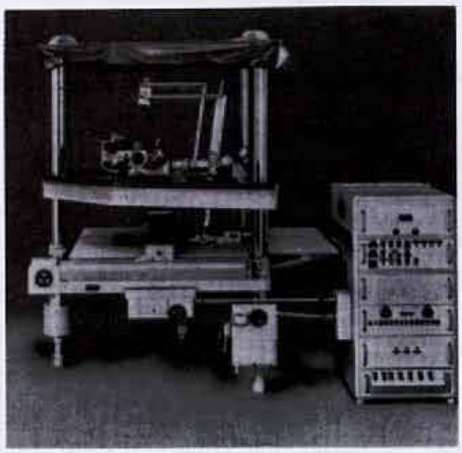
34. Topocart D-Ortofot D (Zeiss Jena, 1965)

35. Estereosimplex - Ortosimplex (1970)



36. Todas estas configuraciones trabajaban en tiempo real (**el barrido, el ajuste altimétrico sobre el perfil y la proyección se realizaban al mismo tiempo**), produciendo un "ortonegativo", conocido como **ortofoto**.

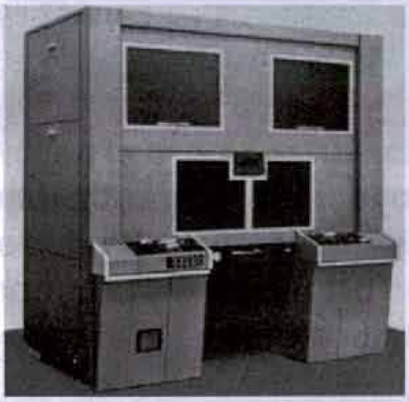
37. Una propuesta muy interesante fue la del **ortoproyector Gigas-Zeiss** (1964), que permitía almacenar los perfiles barridos, y posteriormente se los podía leer y así comandar en forma automática y diferida una tercera cámara, para producir la ortofoto.



38. El **ensamble de "ortofotos"** de modelos adyacentes constituye el **producto textural** final conocido como "**ortofotoplano**"

39. Este desarrollo también alcanzó a **restituidores analíticos**, para reconstruir matemáticamente el modelo e ir transformando un **elemento lineal** (más fino que la ranura), provocando su rotación, ajuste de escala y desplazamiento, y así transferir el contenido de cada cuadrícula deformada.

40. Stereomal A 2000 (Wild, 1968).

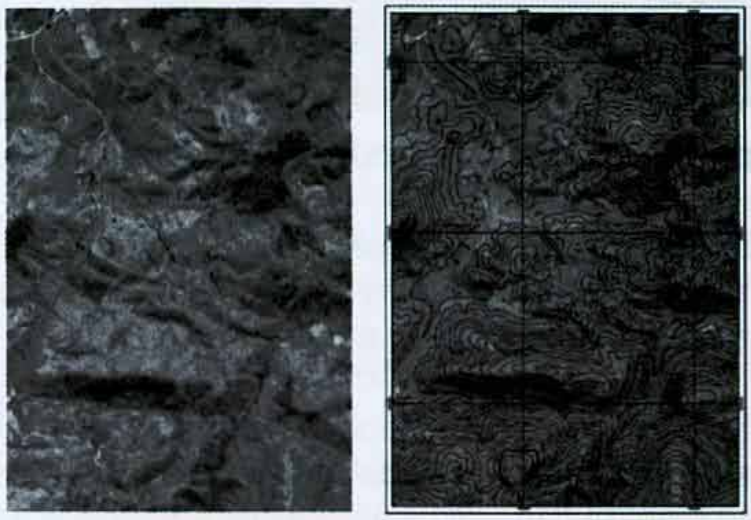


41. Ortocomp Z-2 (Zeiss, 1976).

42. Avioplan OR-1 (Wild, 1976)

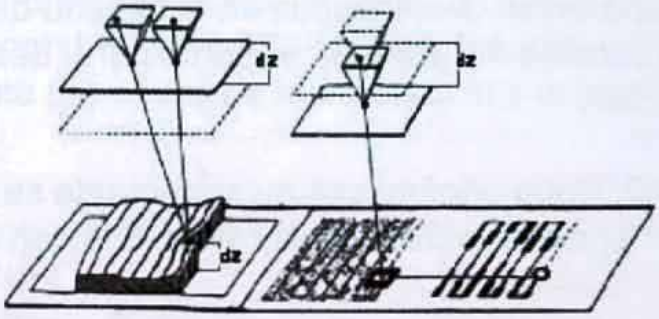
43. En las décadas del '60 y '70 fueron desarrollados casi todos los ortofotoscopios. A nuestro país llegaron el Ortoprinter de la OMI, el Orto 3P de la Zeiss Oberkochen y el Ortofot B de la Zeiss Jena, el SFOM 693 y el Avioplan OR1 de la Wild.

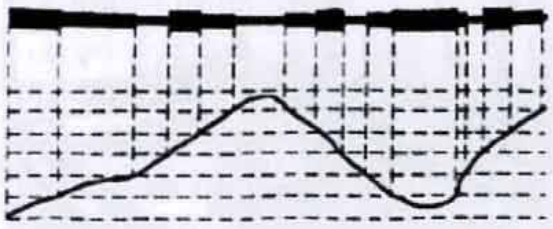
44. En principio, **las ortofotos como producto final no brindaban información altimétrica** (era muy común superponer curvas de nivel, obtenidas en un restituidor convencional, sobre la imagen de la ortofoto).



Cortesía EMBRAERO

45. Esta situación no duró mucho, ya que **en algunos sistemas de ortofotoproyección se incorporó un mecanismo** muy ingenioso, con el cual se producía, sin costo operativo alguno y en forma simultánea con el barrido de cada perfil, **la posibilidad de inferir o producir la representación altimétrica del modelo**.

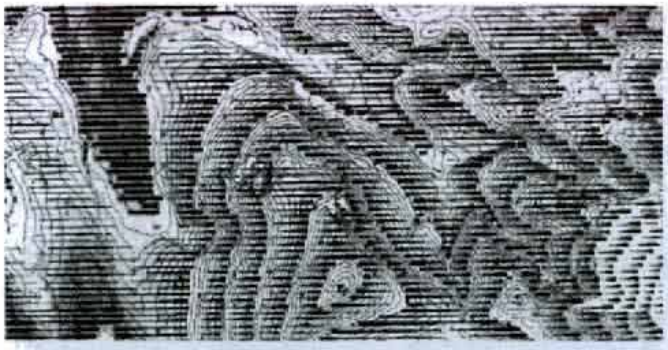




46. A medida que se iba barriendo cada perfil, este mecanismo producía "**líneas, cuyo grosor cambiaba, al pasar una altura prefijada**" (como si pasase de una equidistancia a la siguiente).

47. Tres grosores (**grueso, mediano, fino**) eran suficientes para trazar estas líneas.

48. Luego de barrer todo el modelo, se obtenía un "**patrón de líneas paralelas segmentadas y de diferente grosor**", conocido como calco **hipsométrico o dropped lines**.



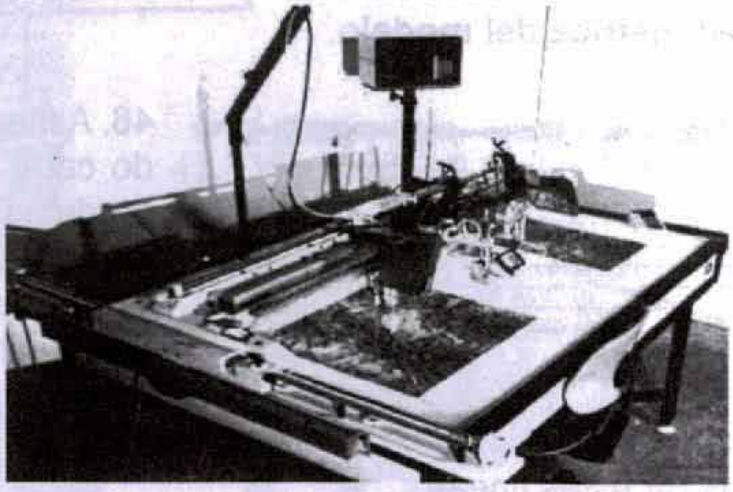
49. Este calco hipsométrico, achurado o dropped lines, solamente almacenaba una información altimétrica en forma dinámica. **Al unir aquellos puntos en donde se producía el cambio de grosor, uno podía visualizar las curvas de nivel convencionales**.

50. Si bien se estaba produciendo un modelo matemático del terreno (precursor del futuro DEM), solamente era utilizado para complementar la información altimétrica (curvas de nivel) de las ortofotos.

51. También en esa época, **algunos deseaban tener una impresión tridimensional de la ortofoto** (aparentemente imposible). Ello se logró al generar una "**segunda ortofoto artificial**" (que fue conocida como **stereomate**).

52. En el stereomate, las imágenes de todos los detalles del terreno aparecían desplazadas en el sentido de las X, en una magnitud Px (paralaje horizontal), proporcional al desnivel (*ver imagen en página 258*).

53. Cada ortofoto con su stereomate se podía armar como un "estereograma clásico" y ser observado con el estereoscopio de espejos (inclusive con el sistema anaglifo).



54. Hasta este punto, hemos asistido a la evolución de propuestas para producir una ortofoto, ya fuese mediante la proyección de pequeñas partes de un negativo o a través de una ranura o línea que se desplazaba sobre el modelo reconstruido a partir de un par de imágenes.

55. Una ortofoto que representase con mayor rigor el terreno **podría**

producirse solamente si pudiésemos ir reduciendo el tamaño de la ranura o línea al mínimo. ¿Por qué no punto por punto de la imagen?

56. Esta realidad se puede producir en casa, sin restituidores ni ortofotoscopios, ni otros accesorios, pero en **el mundo digital**.

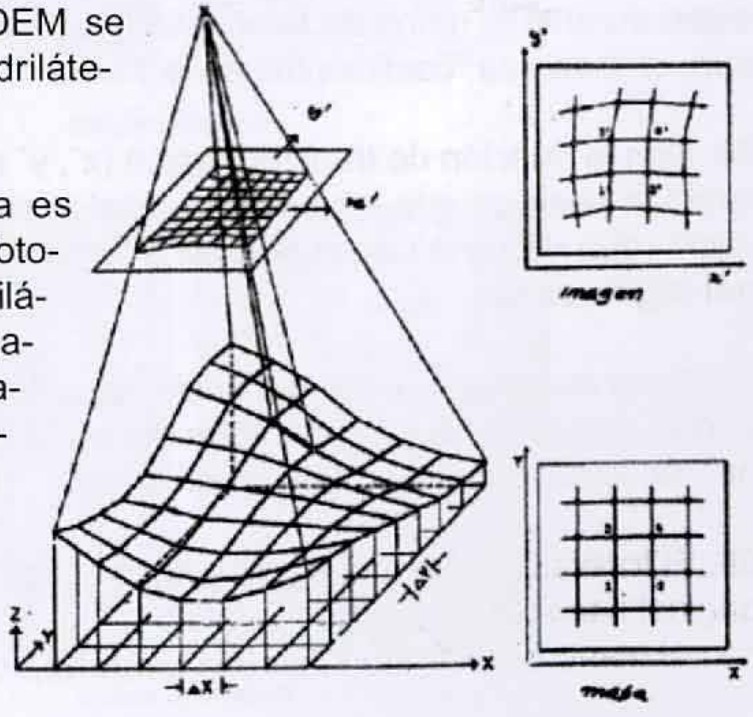
57. Necesitaremos, además del software y la PC, contar con:

- La imagen escaneada que deseamos transformar
- Un DEM de la superficie que abarca la superficie anterior
- Los datos del certificado de calibración de la cámara que registró la foto
- Conocer los datos de la orientación externa durante la toma.

58. Es decir, material y datos que hemos adquirido en rutinas anteriores y son parte de un paquete de programas o módulos en softwares libres o comerciales.

59. Para tener una idea de la ortofoto en el mundo digital, imaginemos el terreno fotografiado representado por un DEM. A cada intersección de la grilla le corresponderá su punto imagen (desplazado proyectiva y perspectivamente por causa de la inclinación y el relieve).

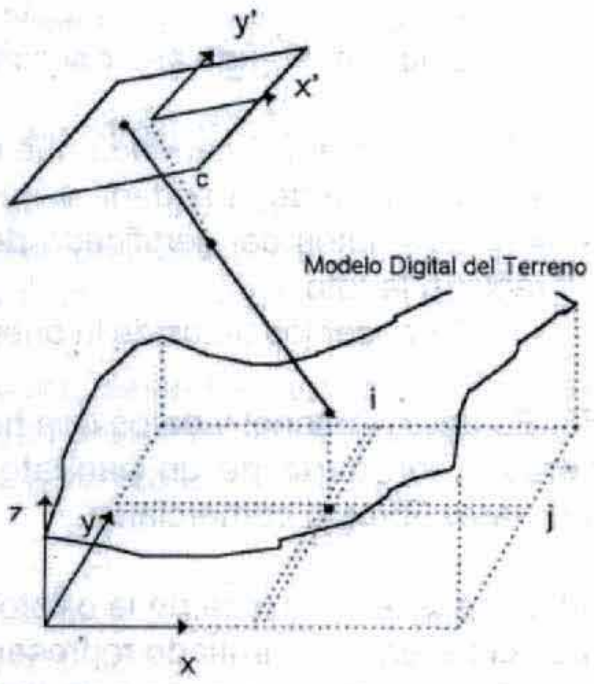
60. Todos estos puntos imágenes deformarán la figura del terreno que capturó la cámara (los cuadrados o celdas del DEM se transformarán en cuadriláteros sobre la imagen).



61. Nuestro problema es transferir el contenido fotográfico de cada cuadrilátero deformado a su cuadrado o celda proyectado ortogonalmente (sobre una cuadrícula imaginaria, también llamada imagen digital vacía u ortomatriz vacía).

62. Nuevamente estamos ante un problema de rectificación (0,5), o sea, generar una nueva imagen (donde la unidad de rectificación no es más la ranura ni la línea sino el tamaño que ocupa un píxel en la cuadrícula imaginaria) sin los desplazamientos introducidos en los cuadriláteros.

63. A cada píxel central de cada celda se le asignan sus coordenadas X Y Z del DEM, más los parámetros de la imagen original (x_0, y_0, c) y los de su orientación externa; se introducen sistemáticamente en la ecuación de colinealidad (*ver Módulo VII, párrafo 59*), para calcular sus coordenadas x´ y´ en el espacio imagen.



64. Téngase en cuenta que estamos determinando (una por una) la posición x´ y´ de cada píxel (rectificado) dentro del sistema de coordenadas fiduciales. Necesitamos transformarlas a su vez al sistema de coordenadas digitales (columna, línea).

65. Con las coordenadas de las marcas fiduciales (del certificado de calibración de la cámara) y cliqueándolas en la imagen digitalizada como durante la rutina de la orientación interna, tenemos los datos para calcular los "coeficientes de la transformación 2D afín".

66. Con la relación de transformación (x´, y´ en c, l) estamos calculando la posición que ocupa cada píxel rectificado en la ortomatriz vacía (**que debería corresponder a uno solo de la imagen original digitalizada**).

67. En la realidad, el píxel calculado "se ubica entre varios píxeles", lo cual puede producir una alteración en la "geometría de la escena", al desplazarse los puntos imágenes.

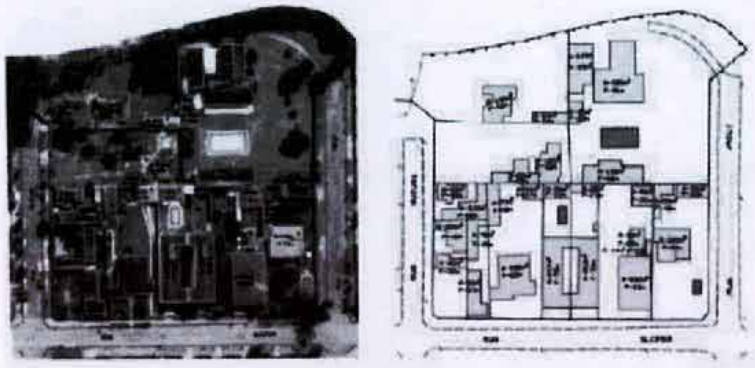
68. El trasvase del nivel de gris (ND) a cada píxel (desde la imagen original escaneada a la nueva imagen digital rectificada) se conoce con el nombre de remuestreo (**resampling**), que puede ser aborda-

do según tres métodos (**vecino más próximo, interpolación bilineal, o cúbica**).

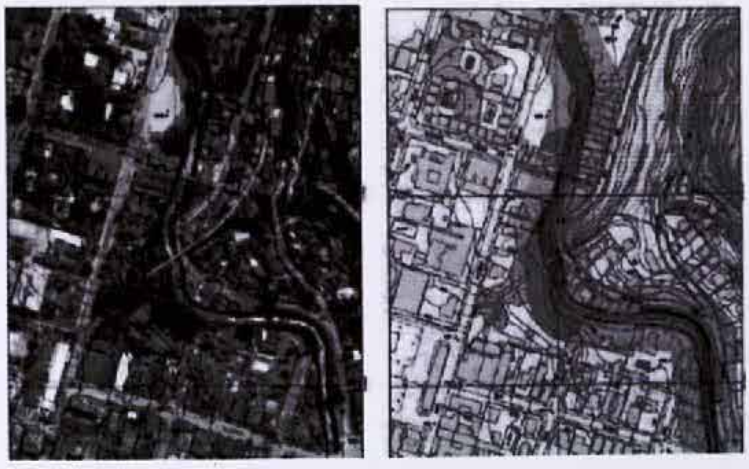
69. El proceso es completado cuando todos los píxeles en la ortomatriz reciben el valor radiométrico que les corresponde y así se reproduce "la textura o la imagen del terreno" (dejó de ser una imagen ciega), sobre el plano de referencia X Y (puede ser otro).

70. Para evitar el desplazamiento de los detalles que se alejan del modelo digital adoptado (edificios, puentes, etc.) originando ángulos muertos, se toman ciertas precauciones durante la planificación del vuelo (usos de distancias focales grandes; aumento en el porcentaje de superposición 60-60, 80-60; uso de la parte central de la imagen, por ejemplo).

71. Al existir softwares para obtener el DTM mediante la correlación automática, se abren nuevas posibilidades para producir **cartografía textural** (cartas imágenes) o la **tradicional representativa** (carta de líneas), mediante la vectorización manual sobre el monitor, (**la llamada restitución monoscópica**).



Cortesía EMBRAERO



Cortesía EMBRAERO

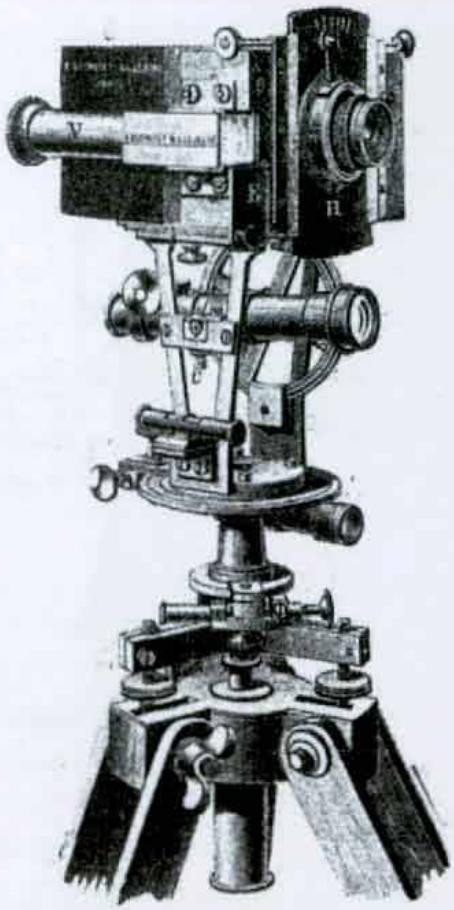
72. Algunos softwares para generar ortoimágenes:

- Ermapper: http://www.ermapper.com
- PCI Ortho Engine: http://www.pcigeomatics.com
- Erdas Ortho-imagine: http://www.erdas.com
- Vexcel Orthogis: http://www.vexcel.com

Módulo XIII

La fotogrametría en el rango cercano

01. **Introducción**



02. En los comienzos de la fotogrametría, cuando no existían vehículos aéreos desde donde se pudiese registrar secuencialmente la imagen del terreno, la única posibilidad que había era instalar los "**fototeodolitos**" sobre trípodes.

03. La especialidad era conocida como **fotogrametría terrestre**; en los últimos años se la clasificó en **cartográfica**, si los objetos son registrados a más de 300 metros, y **en el rango cercano** a menos de esa distancia, y para aplicaciones especiales donde se requiere medir y representar objetos diferentes al terreno clásico.

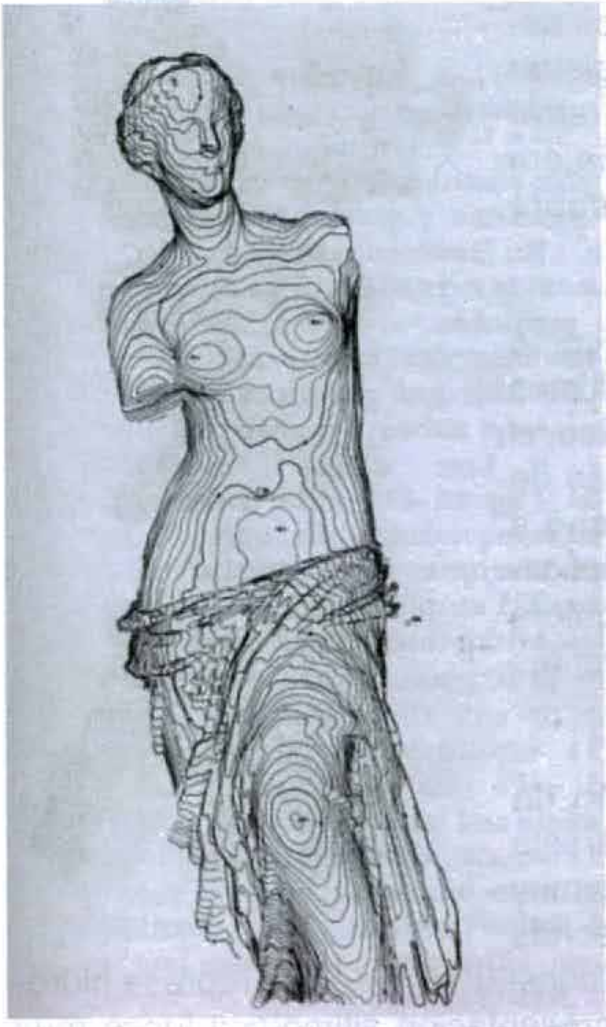
04. En un rincón muy pequeño de nuestra memoria, podría aplicársela excepcionalmente para barrancas muy profundas, cañadones muy estrechos en donde pudiese proyectarse la construcción de una represa hidroeléctrica y la exigencia de la representación altimétrica fuese muy elevada (hoy los DTM, DEM y LIDAR son alternativas quizás más interesantes).

05. Lo que pocos saben es que, desde los inicios de la fotogrametría, su primera (y permanente) aplicación fue **documentar el patrimonio arquitectural y arqueológico**, seguida de peritajes forenses y accidentología, control de grandes estructuras, componentes navales, aéreos o terrestres antes de su empalme o unión, por citar algunas otras aplicaciones.

06. La divulgación de esta aplicación fue fuertemente eclipsada por la aparición de la **fotogrametría aérea**, ya que no hubo país que no la adoptara para representar su cartografía oficial, y la difusión de aquella quedó en un segundo plano.

07. Es importante que el lector advierta que **su uso en el rango**

cercano se ha vuelto casi imprescindible (y a veces, único) en donde se necesita registrar, medir y/o representar:



08. **Objetos que son prácticamente inaccesibles** (por su valor económico, cultural o por el lugar hostil donde están ubicados).

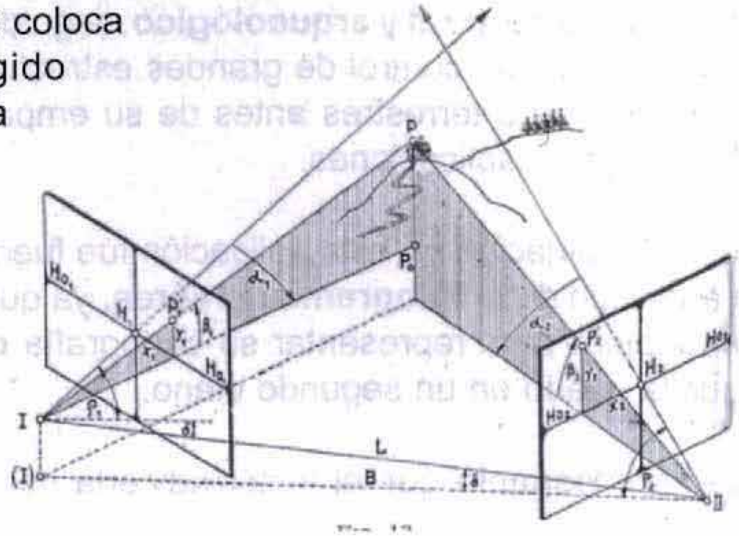
09. **Objetos que sean visibles por tiempos muy breves** (excavaciones, derrumbes, etc.).

10. En donde uno pretende **congelar la acción de un hecho dinámico, durante un tiempo** (desplazamiento de vigas sometidas a esfuerzos, colisiones, etc.).

11. **Los conceptos generales** esbozados en el presente módulo (específicamente aplicados a la documentación del patrimonio cultural edificado) **pueden servir como referencia para las otras aplicaciones**.

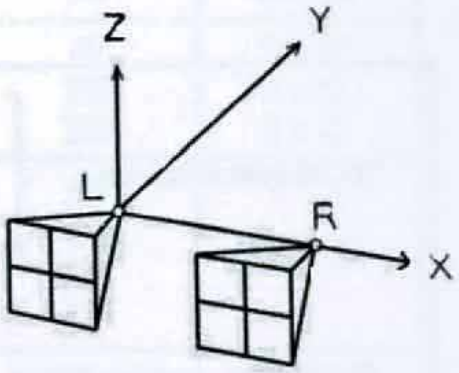
12. **El caso de la fotogrametría terrestre en sus inicios**

13. En I y II tenemos los puntos estación en los que se coloca el fototeodolito, elegido convenientemente para dominar la mayor extensión del terreno, y cuya distancia horizontal no debía ser inferior a 1/3 de la distancia a la que de ella se encuentre el objeto.



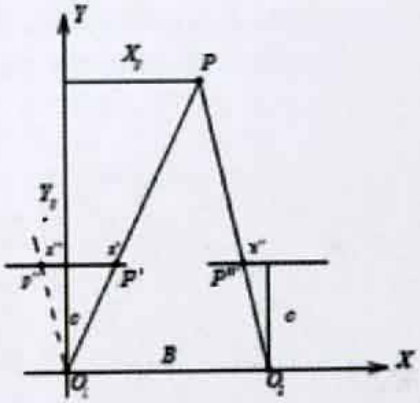
14. Por lo general el desnivel entre las estaciones debía ser nulo, y se recomendaba que los ejes de toma se cortasen bajo ángulos comprendidos entre 60° y 90° (por analogía con los métodos topográficos).

15. Los conceptos usados en fotogrametría se basan en "modelos" que de una manera práctica permiten simplificar las relaciones matemáticas.



16. Por ejemplo, el modelo clásico es el llamado **"caso normal", en el que los dos ejes de toma son horizontales y perpendiculares a la base de toma (por ende, paralelos entre sí)**.

17. En la actualidad, esta **presentación estereoscópica de un par de imágenes** mantiene su vigencia, ya que al trabajar con los restituidores videodigitales se hace necesario "**normalizar las imágenes**", para que se pueda garantizar que los puntos conjugados no presenten paralajes verticales, y lo único a resolver sean las paralajes horizontales (*ver Módulo VII, párrafo 99*).



18. Elegido un sistema de coordenadas con origen en el punto de estación izquierdo, cuyo eje X coincida con la "base" y cuyo eje Z sea la vertical que pasa por su origen, cualquier punto en el espacio-objeto producirá sus imágenes (p´ y p´´), determinando las coordenadas x´ z´ x´´ z´´.

19. Si conocemos la longitud de la base B, la distancia focal de la cámara usada (c) y la suma algebraica de las abcisas (x´ y x´´), podemos establecer las coordenadas imágenes con las coordenadas terrestres de cada punto.

$$p = x' + x''$$

$$Yp = \frac{B.c}{p}$$

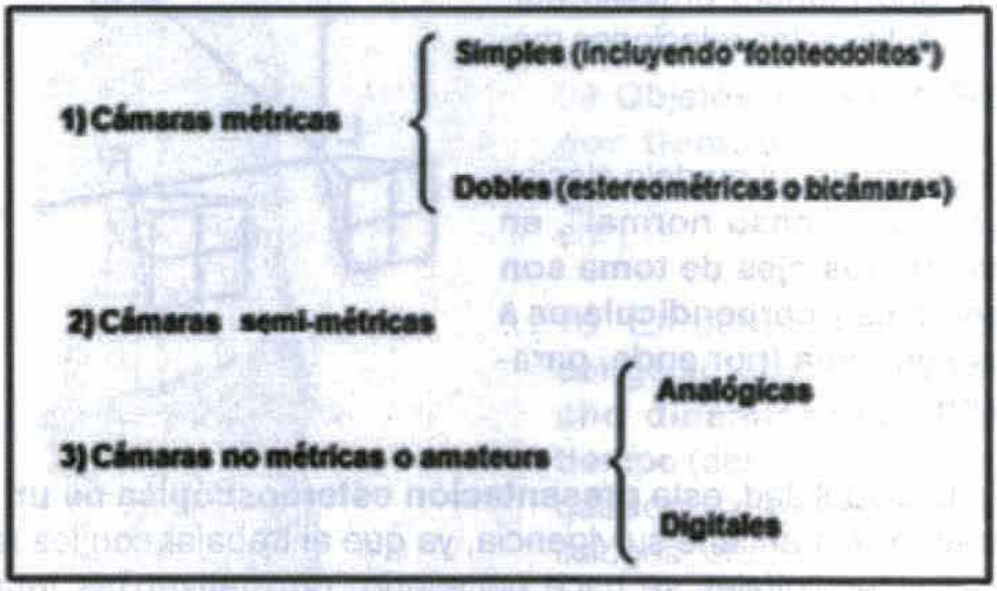
$$Xp = \frac{Yp}{c} . x' = \frac{B.x'}{p}$$

$$Zp = \frac{Yp}{c} . z' = \frac{B.z'}{p}$$

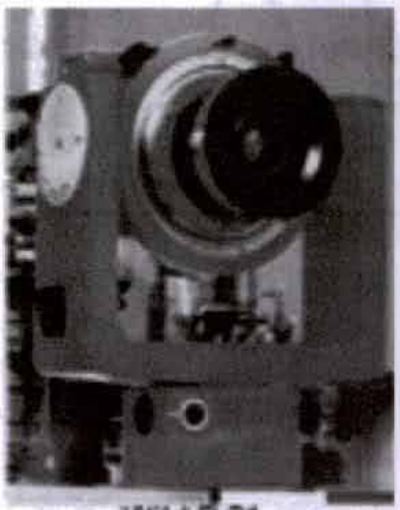
20. **La adquisición de datos**

21. Por lo general, el **registro de las imágenes** se ha realizado con cámaras muy particulares, las que podemos agrupar de la siguiente manera:

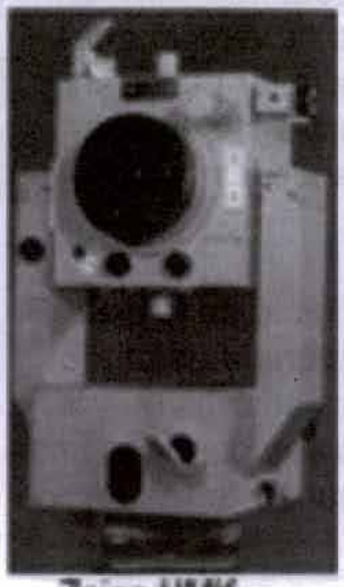
22.



23. Las **cámaras métricas simples** se caracterizaban por su orientación interna estable; su sistema de coordenadas materializado por las marcas fiduciales; su distancia focal calibrada para cada objetivo intercambiable que se usase, mientras que los formatos variaban entre 6 x 9; 9 x 12 y 13 x 18 cm.



Wild P 31



Zeiss UMK

Veroplast Galileo

24. Algunos ejemplos:

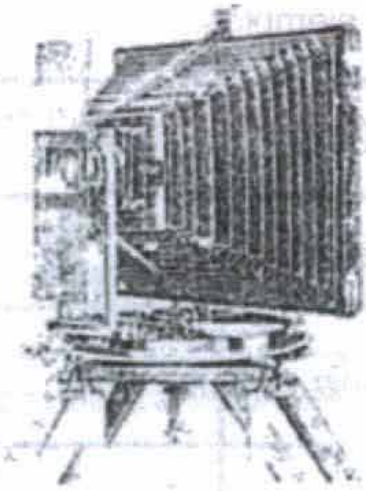
Fabricante	Modelo	Focal (mm)	Formato (cm)
Galileo	Verostat Veroplast	100 150	9 x 12 13 x 18
Wild	P 31	45 100 200	9 x 12 9 x 12 9 x 12
Zeiss Jena	UMK	65 100 200 300	13 x 18
Zeiss Oberkochen	TMK 6 TMK 12	60 120	9 X 12 9 X 12
Kelsh	K-470	90	9 X 12

25. Imágenes obtenidas con cámaras métricas simples.

P 31

UMK

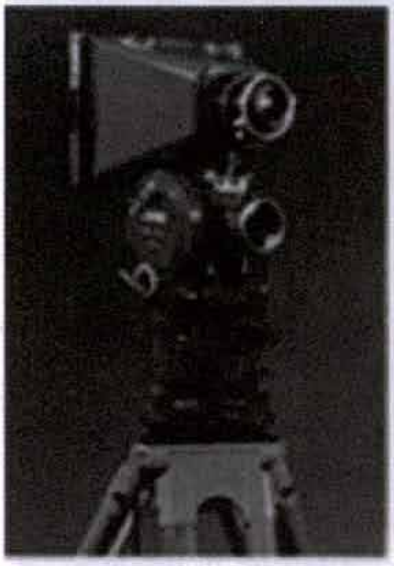
26. Las primeras cámaras simples que se fabricaron fueron los fototeodolitos (aplicados a la estereofotogrametría terrestre cartográfica) y para levantamientos arquitecturales (ver imágenes en la página siguiente).



A. Meydenbauer y su cámara

27. Los últimos aparatos del siglo pasado pueden observarse en el cuadro siguiente:

Galileo	FTG-1b	155 150	10 x 15 13 x 18
Wild	P 30 (*) P 32	165 64	10 x 15 6 x 9
Zeiss Jena	Photeo	190	13 x 18

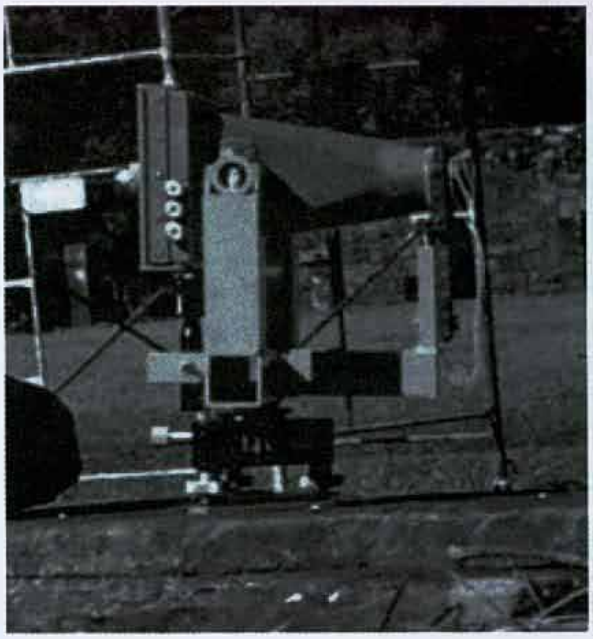


Galileo FTG 1B

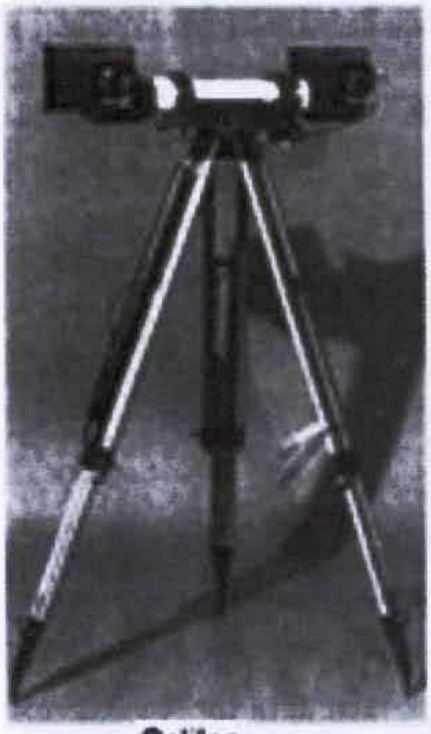
Wild P30

Zeiss Photheo

28. Con el propósito de desarrollar aplicaciones arquitecturales, a mediados de la década del '80 solo teníamos entusiasmo e ideas, pero no dinero, y con partes de teodolitos y fototeodolitos existentes configuramos la CAMULP (primera Cámara Métrica Universal La Plata).



29. Estas cámaras analógicas ya son historia, dejaron de fabricarse y su lugar fue ocupado por la cámara métrica digital de pequeño formato (Rollei D7, por ejemplo en el año 2000, o la actual Rollei p3210).



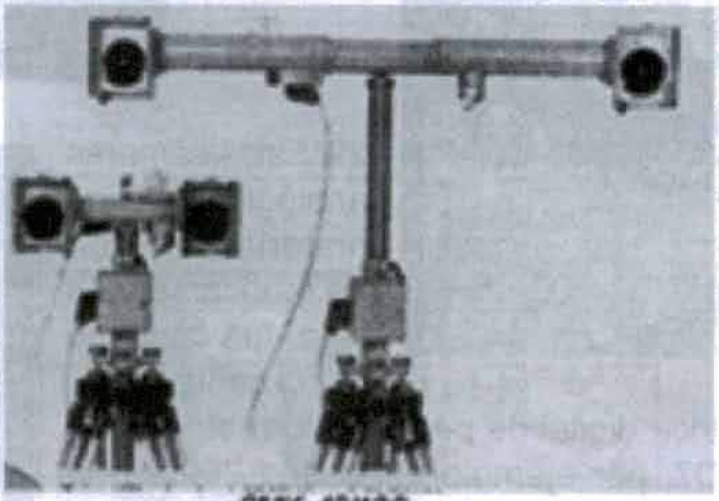
Galileo

30. Las **cámaras métricas dobles (estereométricas o bicámaras)** en esencia están compuestas por dos cámaras rígidamente montadas a un soporte horizontal (base) de longitud bien definida (0,40 ó 1,20 m), el que descansa en una columna deslizable verticalmente.

31. Algunos ejemplos:
(*Ver cuadro en la siguiente página*)

Fábrica	Modelo	Focal mm	Formato cm	Base mts
Wild	C 40 C 120 2P32	64 64 64	6 x 9 6 x 9 6X9	0.40 1.20 0,20 – 0,40
Zeiss Occid.	SMK 40 SMK120	60 60	9X 12 9X 12	0.40 1.20
Zeiss Jena	SMK 40 SMK120	56 56	9X 12 9X 12	0.40 1.20

32. Los ejes ópticos de la cámara están dispuestos en forma horizontal y a ángulos rectos con la base; al ser paralelos entre ellos, **materializan la geometría del caso normal**.

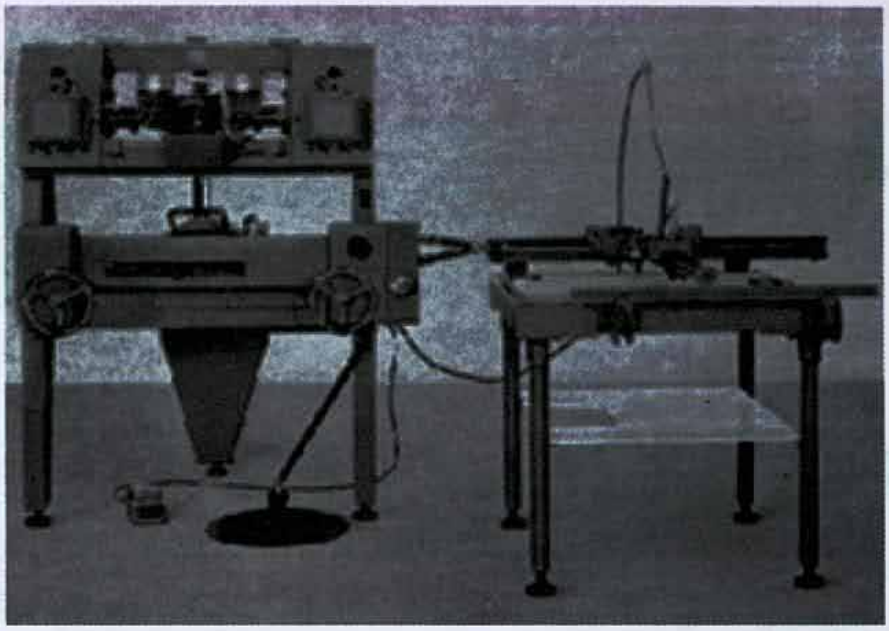


SMK 40/120

33. La sincronización del disparo de ambas cámaras permitía fotografiar objetos en movimiento y, en el caso de objetos estáticos, permitía fotografiarlos bajo las mismas condiciones de iluminación.

34. A fines de la década del '70, la Policía Federal adquirió un "combo", dos cámaras dobles de 0,40 y 1,20 m y un restituidor A-40, para

aplicarlas a accidentología. El entusiasmo duró muy poco al no existir presupuesto para adquirir "las placas" y se ordenó desmantelar el servicio.

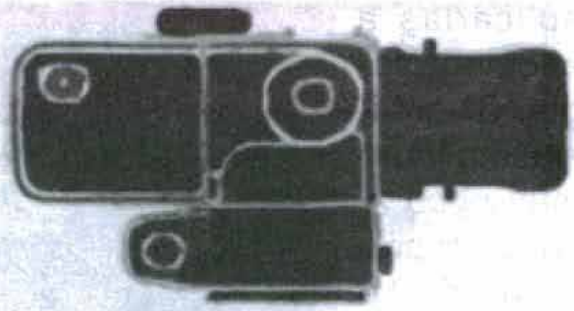


35. Mientras que las cámaras métricas simples o dobles dejaban de fabricarse, aparecían en el mercado las **semimétricas**, de formato mediano o chico, que se distinguían por colocar una placa de cristal con el grabado de cruces, dispuestas según una cuadrícula (reseau) por delante del plano de la película.

36. Ejemplos de algunas cámaras semimétricas:

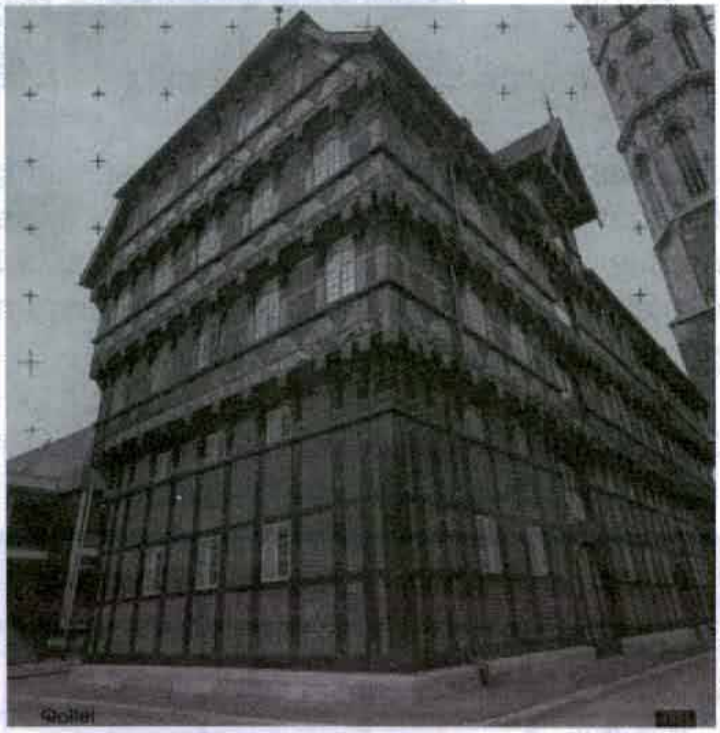
Cámara	Formato	Película	Transporte	Reseau	Objetivo
Hasselblad MK70	6x6	70 mm.	Motor	5x5	Biogon 60mm Planar100mm
Rolleiflex 6008	6x6	70 mm.	Motor	11 x 11	Zeiss de 40 a 500 mm.
Pentax Pano 645	5x4	70 mm.	Motor	5	C=45 mm.
G.S.I CRC3	6x9	70 mm.	Motor	13	C=47 mm.
Rolleiflex 3003	24 x 36	35 mm.	Motor	5x7	Zeiss de 15 a 135 mm.
Leica R5	24 x 36	35 mm.	Motor	5x7	Varios
Rolleiflex 35 Metric	24 x 36	35 mm.	No	5x7	Foco Fijo

Leica



Mk 79 Hasselblad

Rolleiflex 6008



37. Al tratarse de cámaras convencionales, apenas modificadas con el reseau, su precio era mucho menor que el de las métricas; también su uso fue favorecido por el procesado en restituidores analíticos, ya que los errores sistemáticos eran corregidos por cálculos.

38. **Las cámaras no métricas o amateurs**

39. Desde hace varios lustros, profesionales y técnicos encargados de realizar proyectos de bajo presupuesto han tenido que usar cámaras del tipo réflex, accionadas manual o automáticamente, a pesar de no haber sido diseñadas para propósitos fotogramétricos.

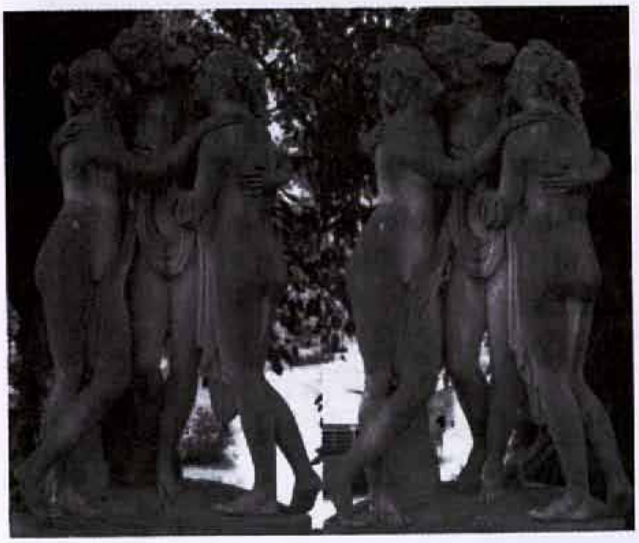
Pentax SLR

40. El desconocimiento de sus elementos de orientación interna y distorsiones fue resuelto de varias maneras y con softwares apropiados.

41. La aparición en el mercado de las **cámaras digitales** ha ampliado y mejorado las posibilidades de las anteriores cámaras. La adquisición y su directa descarga a la PC y el observar inmediatamente la imagen nos permite controlar su calidad para aceptarla o repetirla.

42. El lector debe tener en cuenta que todas las cámaras digitales (y los scanners) disponibles en el comercio **ofrecen suficiente resolución** para la mayor parte de las aplicaciones arquitecturales o arqueológicas.

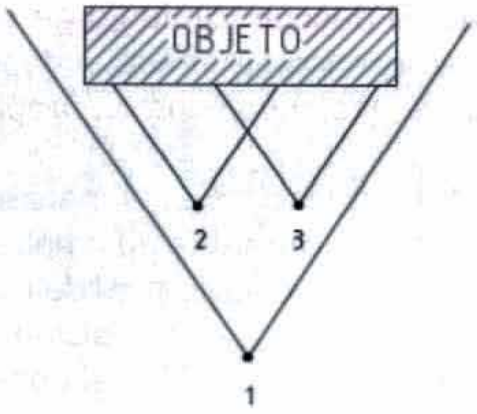
43. La necesidad de registrar **estereogramas digitales** (para el catastro tridimensional de las estatuas bajo riesgo, patrimonio edilicio de la ciudad, etc.) nos llevó a colocar una cámara rígidamente montada a un soporte deslizable sobre una guía horizontal, de longitud (base) conocida, ubicada sobre un trípode.



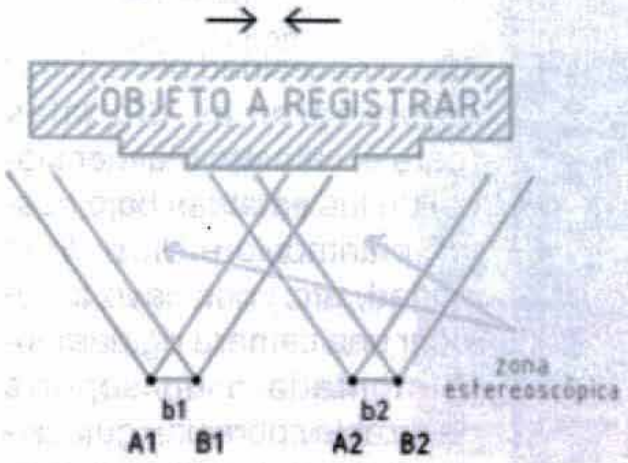
44. **La cobertura fotográfica**

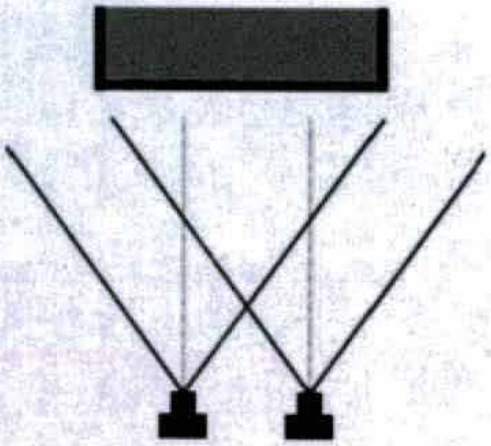
45. La disposición está vinculada a **la forma como van a ser procesadas** en laboratorio, en función del tamaño y forma del objeto registrado.

46. Objetos planos (o que puedan descomponerse en varios planos) son registrados con una **imagen aislada o varias** que se superponen mínimamente (20% es suficiente), preferentemente en forma perpendicular y tratando de evitar "oclusiones perspectivas"; su procesado posterior se basa en la **rectificación, armado del mosaico digital y posterior vectorización**.



47. Objetos que presentan diferencias de relieve apreciables o formas no representables geométricamente deben ser registrados con **un par o varios pares estereoscópicos** (incluso multi-imágenes no estereoscópicas).



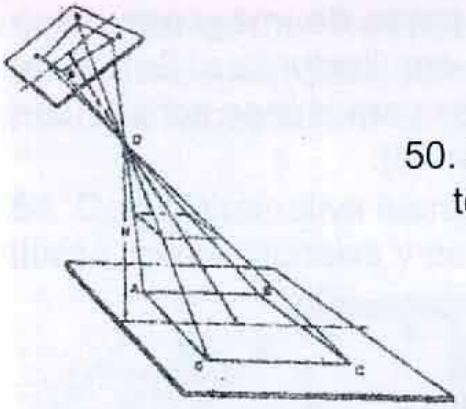


48. **El procesado de datos**

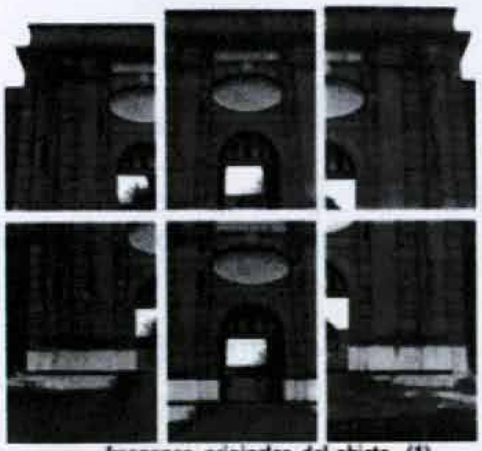
49. La explotación monoscópica de las imágenes aisladas impone la aplicación de la **rectificación** (antes fotográfica, hoy digital), basada en la **transformación proyectiva** que relaciona dos planos no paralelos entre sí (*ver imagen en la página siguiente*).

$$\frac{a_1x + a_2y + a_3}{c_1x + c_2y + 1}$$

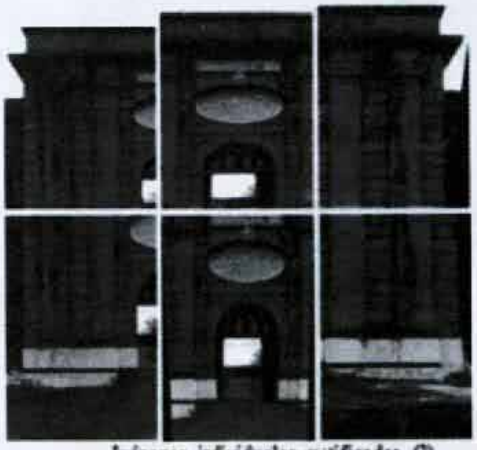
$$\frac{b_1x+b_2y+b_3}{c_1x+c_2y+1}$$



50. Una PC y un software apropiado permiten la rectificación de las imágenes, ajustarlas a una escala final y empalmarlas en un mosaico digital controlado, que será usado para vectorizar las líneas.

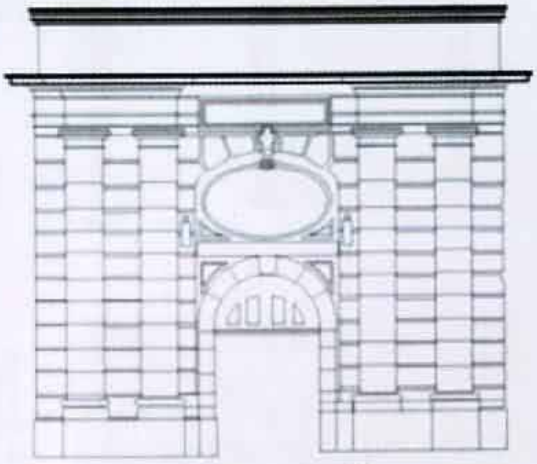


Imagenes originales del objeto (1)



Imágenes individuales rectificadas (2)

Mosaico Controlado (3)

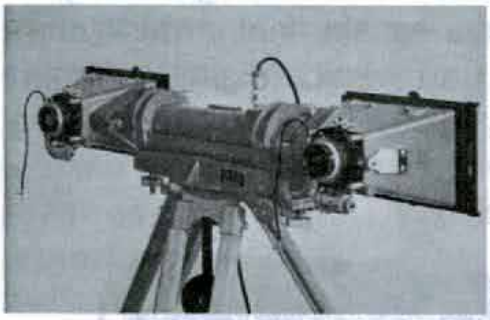


Vectorización (4)

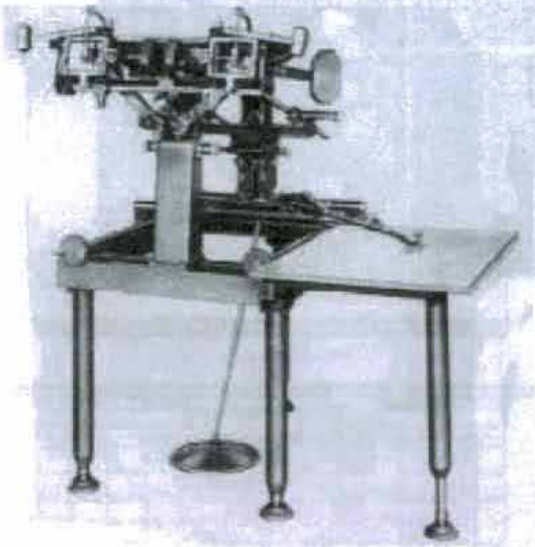
51. **Softwares para rectificación monoscópica**

- PICTRAN – E (www.technet-gmbh.com)
- ARCHIS (siscam@siscam.it)
- EDDI – 2D (www.fokus-gmbh-leipzig.de)
- ROLLEI MSR (www.rolleimetric.de)
- ELSP (www.pms.com.at)
- PHOTOPLAN (www.photoplan.net)

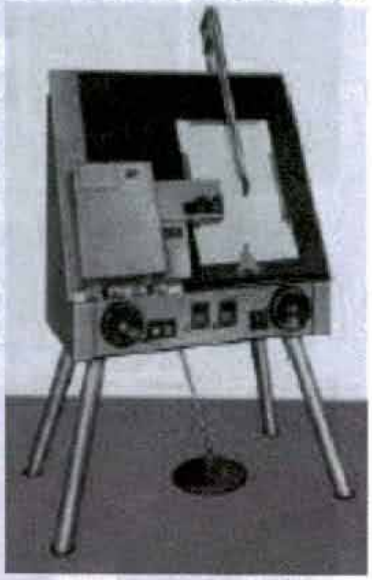
52. **La explotación estereoscópica de pares de imágenes** dominó desde los inicios los levantamientos arquitecturales. Se utilizaban restituidores especialmente diseñados para el caso normal (con cámaras compatibles y del mismo fabricante).



Configuración Galileo-Santoni



Configuración Zeiss-Oberkochen

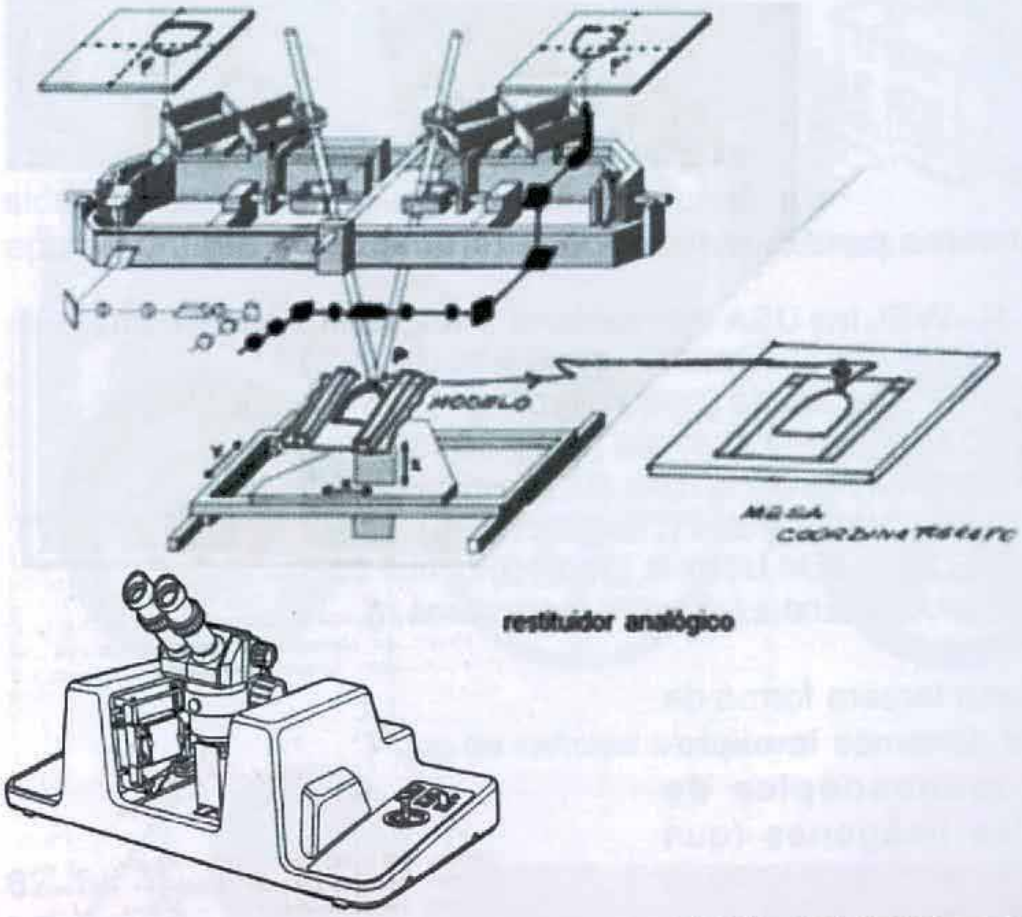


53. Algunos ejemplos:

Fábrica	Modelo	Focal (mm)	Formato (cm)	Rango Y (mm)	Rango?	Bases
Galileo	Verostat	100	9 x 12	60/400	±90	Bx
Nikon	T.R.2	56/68	9 X 12	80/500	+60	Bx
Sokisha	ST 65	59/70	9 X 12	55/500	no	Bx,y,z
Kelsh	K 480	90/120	11 x 13	No	no	
Zeiss Occ	Terragrafo	52/67	9 x 12	60761	±63	Bx
Wid	A40	54/100	9 x 12	40/400	±60	Bx,y, z
Zeiss Or	Tecnocart	50/305	23 x 23	35/350	±45	Bx,y, z

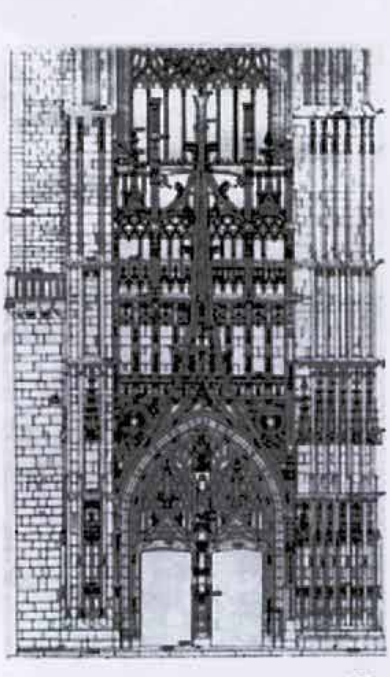
Comentario: Una mención especial merece el Profesor Agrim. Antonio Saralegui, quien construyó el "estereoconversor" para desarrollar la fotoescultura en nuestro país.

54. Como alternativa fueron usados restituidores analógicos y analíticos convencionales y de escritorio.

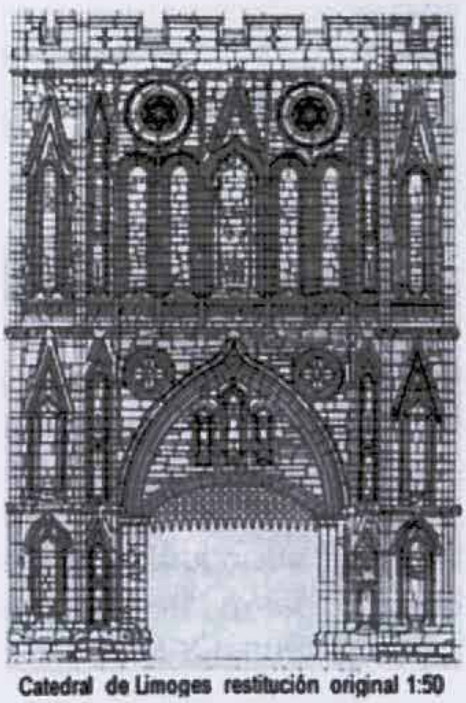


restituidor analógico

55. Ejemplos de restituciones analógicas



Abadía St. Edmunds restitución original 1:50



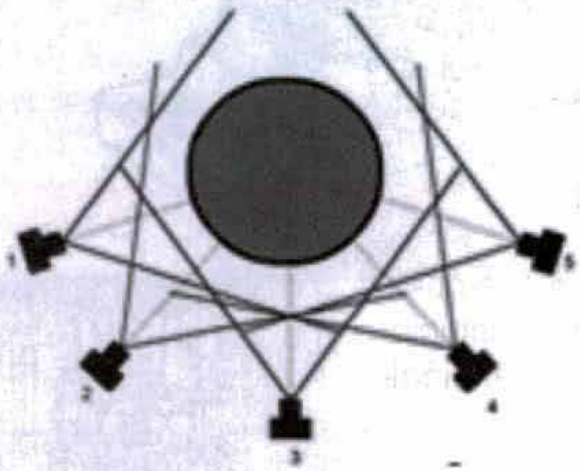
Catedral de Limoges restitución original 1:50

56. Con el advenimiento de la fotografía digital se desarrollaron softwares de bajo costo para PC, que requieren algún sistema de observación estereoscópica.

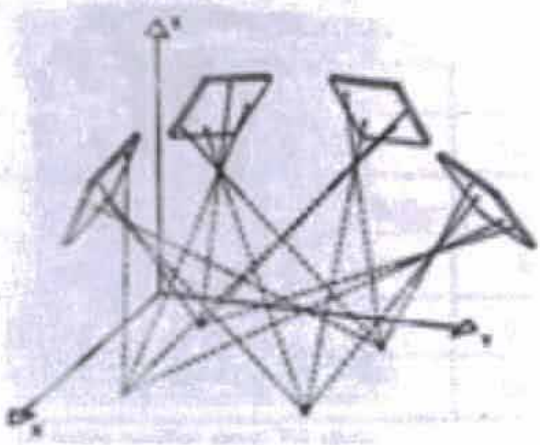
57. **Softwares para la restitución estereoscópica digital**:

- R-WEL Inc USA Internacional (rwel@compuserve.com)
- Systemap ISM Canadá (info@ismcorp.com)
- DVP GS Canadá (jacques@dvp.ca)
- 3D Mapper Pty Australia (info@3dmapper.com)
- SISCAM Florencia Italia (siscam@siscam.it)
- PHOTOMOD Rusia (info@racurs.ru)
- GEOSYSTEM Ucrania (geo@sovamua.com)
- ESPA Finlandia (espa@espasystems.fi)

58. Y como tercera forma de procesar, tenemos **la explotación monoscópica de múltiples imágenes** (que envuelven el objeto con una superposición mínima tal que pueda ser identificado en más de dos fotos).

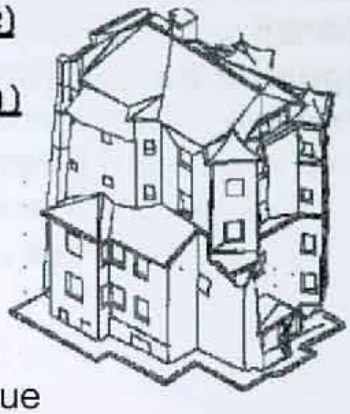


59. Este tipo de restitución monoscópica impone la medición de coordenadas imágenes (del mismo punto en varias fotos que se superponen), y un programa de "compensación de un bloque de haces de rayos" (fototriangulación) determina sus coordenadas finales, unidas posteriormente por un sistema CAD.

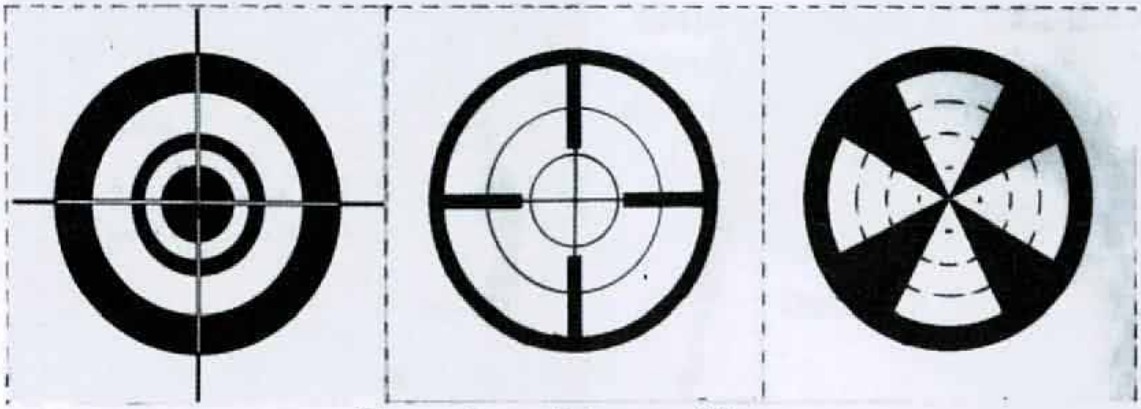


60. **Softwares para la restitución digital de multi-imágenes**:

- Elcovision 12 (http://www.elcovision.com)
- Rollei MSR 3D (http://www.rolleimetric.com.de)
- Phidias (http://www.phocad.de)
- Pictran – E (http://www.technet-gmbh.com)
- Photomodeler (http://photomodeler.com)



61. Todas las formas de procesado mencionadas (desde 48 a 60) no escapan a la necesidad de **establecer un control dimensional**, que aparezca impresionado en las imágenes fotográficas.



Tipos de señales a utilizar

62. Su objetivo es controlar las formas, tamaño y posición de cada elemento registrado, y hasta para tener una apreciación de la bondad en los procedimientos y productos finales realizados.

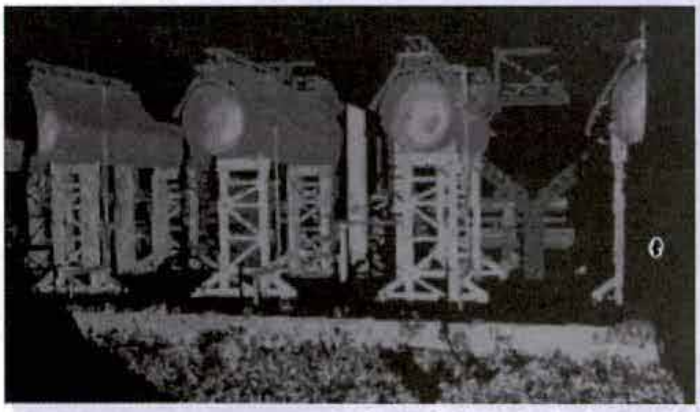
63. Este control puede materializarse de variadas formas según el método de procesado.

64. A veces, ubicando objetos, reglas, señales, cuadrículas **de dimensiones conocidas**, en lugares apropiados y visibles.

65. A veces hay que elegir puntos característicos, señalizarlos y determinar sus coordenadas (**puntos de control terrestre**).

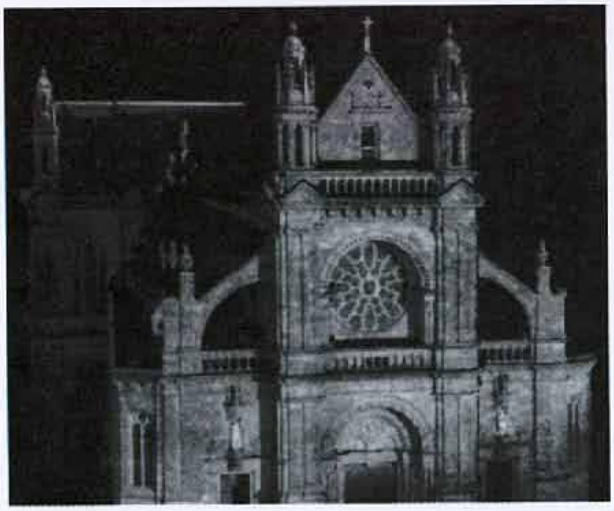
Marco cuadriculado de referencia (1m. x 1m.)

66. Una alternativa para "**reconstruir el espacio-objeto**" mediante una nube de puntos consiste en usar el sistema de perfilamiento terrestre (BLT).



67. El tema de los **barredores láser terrestres** (BLT) es uno de los más investigados en ámbitos académicos, seminarios y congresos de es-te siglo.

68. Esta moda tiene algo de "**estación total sin prisma**", los BLT miden 5.000 distancias por segundo contra apenas entre 4 y 5 de las estaciones totales.



69. En poco tiempo se cubre un objeto con millones de puntos, cuyas coordenadas X Y Z pueden descifrarse y **ofrecer una descripción particular de la geometría superficial del elemento** (pero no la textura, el verdadero color ni algunos de sus detalles).

70. Esta especie de "modelo digital de la superficie externa del objeto" se aconseja que sea **complementada con imágenes digitales**, obtenidas simultáneamente, para poder producir una ortoimagen digital.

Leica HDS 3000

Optech ILRIS-3D

Riegel LMS-Z 420

Trimble GS 200

71. Existe un interés comercial muy fuerte para imponer esta técnica y su tratamiento en los congresos, y hoy está de moda; **por el momento los equipos son caros, como lo fue la fotogrametría analógica y analítica cuando era la única posibilidad y su uso solo se justificaba en casos muy especiales**.

Bibliografía consultada

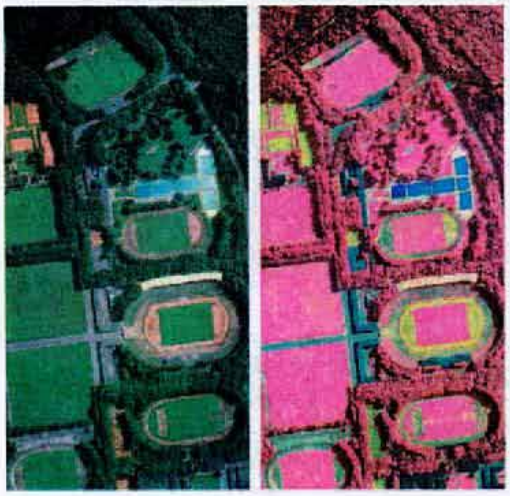
- Fotogrametría Terrestre y Aérea. R. Müller. 1950.
- La Fotogrametría aplicada a la topografía. R. Daniel. 1952.
- Manual de Fotogrametría (Sociedad Americana de Fotogrametría). 1952.
- La Fotogrametría aérea. P. Chombart de Lauwe. 1956.
- Manual de Fotogrametría I y II. Jean Hurault. 1956.
- Fotogrametría. G. Lehman. 1959 .
- Fotogrametría. B. Hallert. 1960.
- Elementos de Fotogrametría. W. Baker. 1960.
- Introducción a la Fotogrametría. A. Saralegui y otros. 1960.
- Apuntes Fotogrametría ITC (Holanda). 1964-1979.
- Manual de Fotogrametría (Sociedad Americana de Fotogrametría). 1965.
- Fotogrametría. W. Rüger. 1973.
- Aplicaciones geográficas de la foto aérea. C. P. Lo. 1976.
- Fotogrametría aérea elemental. W. K. Kilford. 1979.
- Cartografiando con fotografías aéreas. C. B. Burnside. 1979.
- Manual Fotogrametría no topográfica. E. Karara. 1979.
- Fotogrametría en el rango cercano. K. Atkinson. 1980.
- Guía fotogramétrica de bolsillo. Albertz & Kreiling. 1989.
- Fotogrametría. P. Fagundes y P. Tavares. 1992.
- Tratado de Fotogrametría urbana. M. Fondelli. 1992.

- Fotogrametría. Vol. I. K. Kraus. 1993.
- Restitución aérea. E. Falkner. 1994.
- Notas de Fotogrametría. G. Fangi. 1996.
- Fotogrametría aérea de pequeño formato. Graham y otros. 1996.
- Fotogrametría. Vol. II. K. Kraus. 1997.
- Elementos de Fotogrametría. P. Wolf-B. Dewit. 2000.
- Fundamentos de Fotogrametría Digital. ISM-Vancouver. 2000.
- Introducción a la fotogrametría moderna. Mickhail y otros. 2001.
- Relevamientos aéreos digitales. Graham-Koh. 2002.
- Fotogrametría Digital. Kasser-Egels. 2002.
- Fotogrametría Digital. Brito-Coelho Filho. 2002.
- Manual de Relevamientos del patrimonio cultural. A. Cheli. 2004.
- Archivos Congresos Internacionales de la ISPRS. 1964 hasta 2004.
- CIPA (1969/82/84/87/88/90/91/92/97/2001/03).
- Comission V ISPRS (2000/01/02/03/04).
- Fotogrametría Digital. W. Linder. 2006.
- Guía Fotogramétrica. Albertz & Kreiling. 2008.

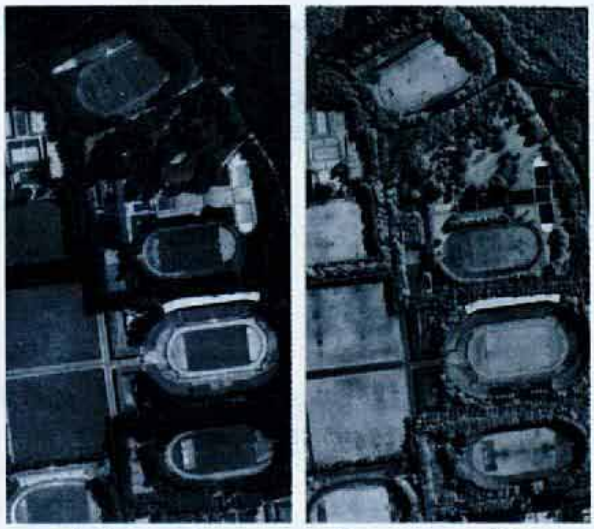
Anexo: imágenes en colores

Imágenes provenientes de página 34, párrafo 28 ▶

▼



Color **Infrarrojo**



Infrarrojo pancromático **Pancromática**

Imagen proveniente de página 56, párrafo 25 ▶

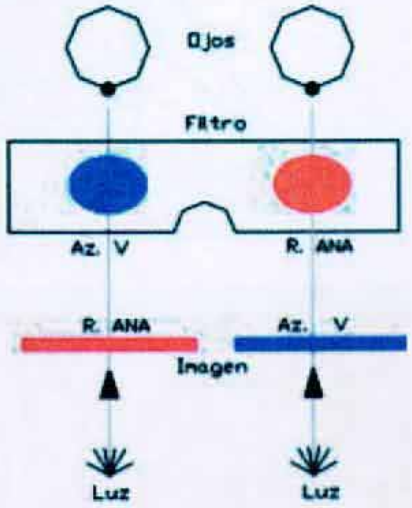
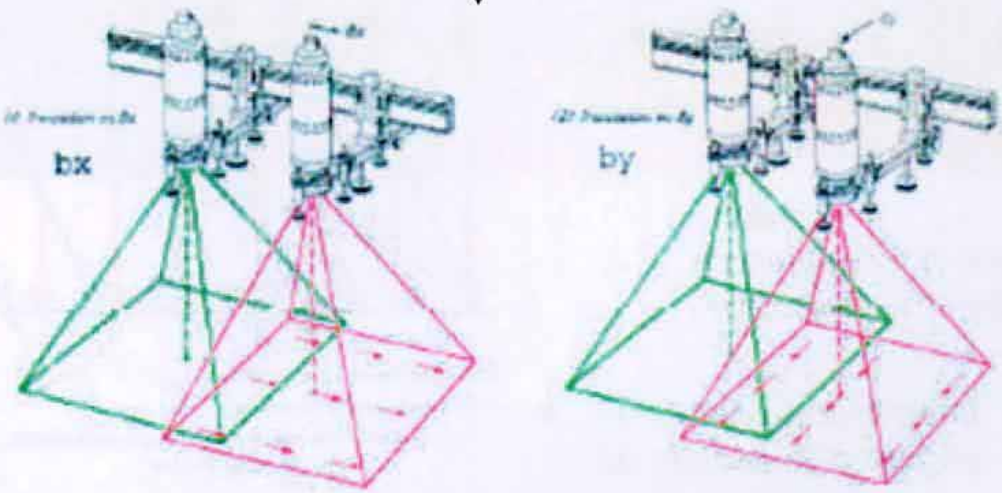
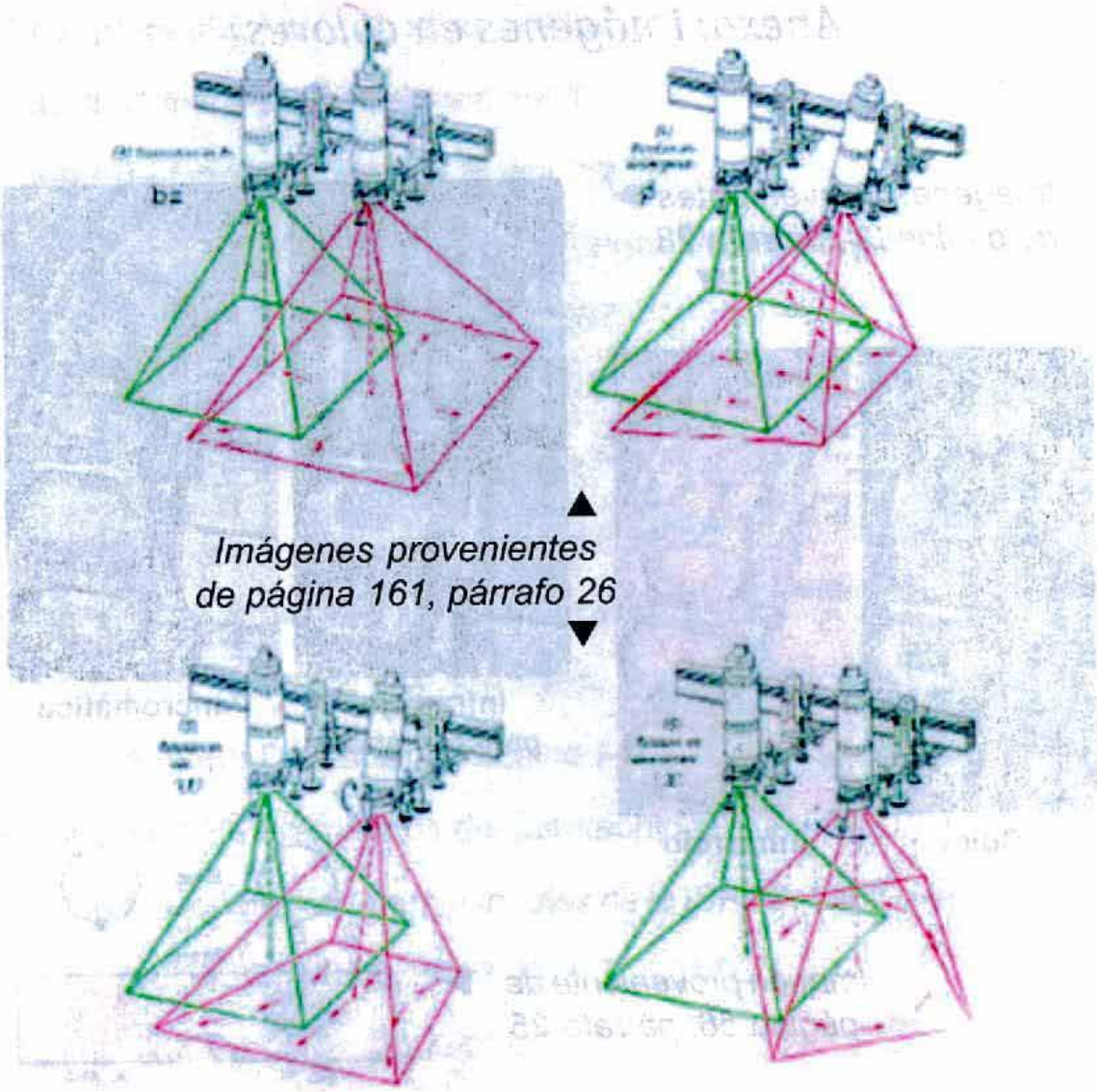


Imagen proveniente de página 161, párrafo 26

▼





Imágenes provenientes
de página 161, párrafo 26

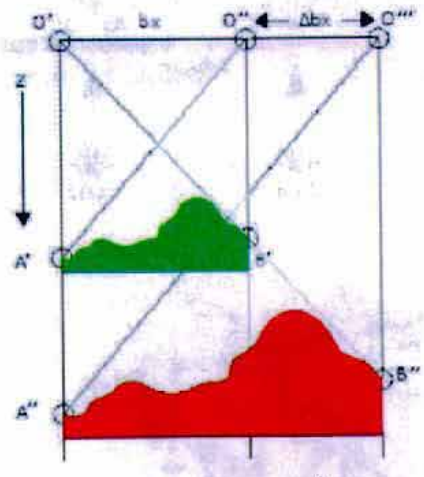


Imagen proveniente de
página 169, párrafo 42

Imagen proveniente de
página 170, párrafo 44

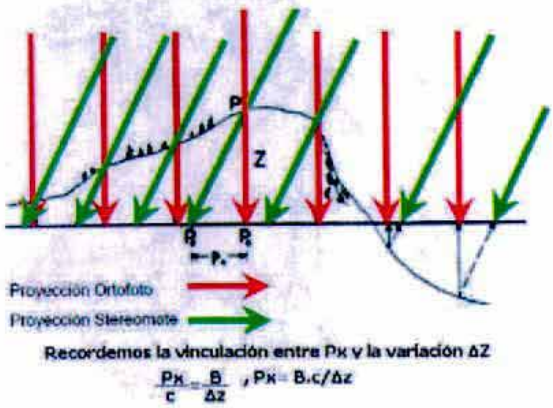


Imagen proveniente de
página 228, párrafo 52

Integrantes de las primeras promociones de la Cátedra de Fotogrametría

Año 1960

45 años después

Se terminó de imprimir en VCR Impresores,
de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires,
con una tirada de 1.000 ejemplares,
en marzo de 2012

ISBN 978-987-1844-04-3