ROBERTO MÜLLER

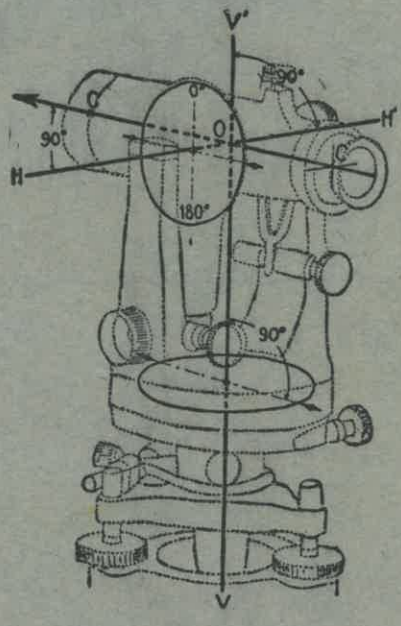
Compendio de Topografía

Tomo II, Volumen 2:

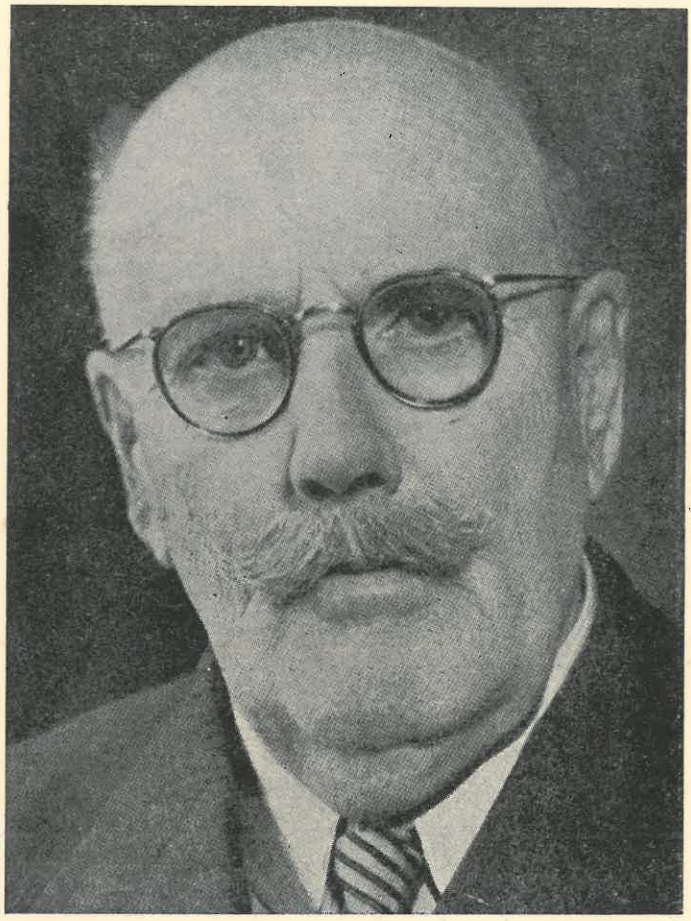
TEODOLITOS Y POLIGONACION

terrestre, subterránea y aérea

QUINTA EDICION



BUENOS AIRES
1955



Dr. h. c. H. WILD
(1877 — 1951)

MARTIN D. HOURCADE
INGENIERO AGRONOMO

Compendio General de Topografía Teórico Prática

por **ROBERTO MÜLLER**

AGRIMENSOR NACIONAL
EX-GEODESTA DEL INSTITUTO GEOGRAFICO MILITAR ARGENTINO
EX-PROFESOR DEL CURSO LIBRE DE TOPOGRAFIA
EN LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

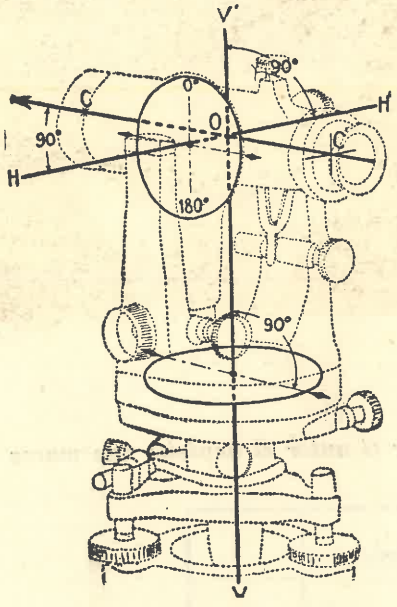
Tomo II, Volumen 2:

TEODOLITOS Y POLIGONACION

TERRESTRE, SUBTERRANEA Y AEREA

Obra premiada con Mención Especial en Ciencias Físicas, Químicas y Matemáticas por la Comisión Nacional de Cultura
(22 de agosto de 1945)

QUINTA EDICION
ACTUALIZADA Y MODERNIZADA
CON 334 FIGURAS INSERTAS EN EL TEXTO
Y UN SUPLEMENTO SOBRE CATASTRO URBANO
Por el Dr. J. METTLER



Biblioteca CPA
9-595 - La Plata

Editorial ROBERTO MÜLLER
Amenábar 1526 - T. E. 73 - 5331
Buenos Aires, 1955 (mayo 12)

528.521

OBRAS DEL MISMO AUTOR:

Ver Sección Avisos Técnicos, pág. XI

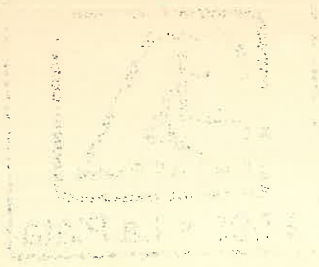
Queda hecho por el autor el depósito que marca la ley Nº 11723

Don: Marvin Hourcade
Fecha: 28/03/13
Inv.: 00768
MÜL
T.II
V.II

528.521

En memoria del Dr. h. c. H. Wild

Homenaje póstumo al más genial y fecundo constructor de teodolitos de todos los tiempos.



Biblioteca CPA
9-595 • La Plata

Dr. h. c. HENRI WILD

Falleció el 26 de diciembre de 1951, en Baden (Suiza), a la edad de 74 años, HENRI WILD, uno de los más geniales constructores de instrumentos geodésicos de los últimos tiempos. Su influencia en los trabajos de levantamiento en nuestro país fue tan grande que sentimos el deber de trazar sucintamente una semblanza del gran hombre. Son numerosísimas las innovaciones que introdujo Wild en los instrumentos de medición, desde el simple nivel de anteojo hasta los más complicados de fotogrametría.

El que, como el autor, tuvo la felicidad de conocerlo en la intimidad, pudo apreciar su excepcional espíritu, penetrado por un gran amor a la naturaleza, el que no se limitaba a los objetivos de su inmediata preocupación, sino que con amplia visión consideraba todos los problemas de la vida en general, llevándolo a interesarse hasta por las cuestiones filosóficas de las religiones y de la Biología.

Henri Wild nació en el pequeño pueblo suizo de Mitlödi. Sus grandes dotes naturales se manifestaron ya en su más tierna edad. En la escuela elemental de su pueblo, en el cantón de Glarus, salteó dos clases en la Escuela Técnica de Winterthur, donde cursó sus estudios de Agrimensura, aventajaba a todos sus compañeros.

Ya antes de su ingreso a esa Escuela Técnica, a la edad de 15 años, participó con una empresa topográfica en trabajos de nivelación, levantamiento a plancheta y otros, despertándose así ya entonces en él la intuición de las reformas que a su criterio reclamaba ese instrumental.

Luego de graduarse, entró como ingeniero de 3ª clase en el Servicio Topográfico Federal de Berna, ascendiendo rápidamente a la categoría de ingeniero de 1ª clase por sus relevantes cualidades, reconocidas ya en esa época por el director del mencionado servicio.

Numerosos trabajos de triangulación fueron ejecutados por Wild. En el último cargo desempeñado en el mencionado servicio topográfico, le fué confiado el estudio de los instrumentos geodésicos, lo cual marca el punto de partida de su carrera como constructor de instrumentos.

A principios del presente siglo entró en relaciones con la casa de mayor capacidad óptico-mecánica de esa época, CARL ZEISS de Jena (Alemania).

En el año 1908, Wild fue nombrado jefe del departamento de instrumentos de precisión de esa casa, iniciándose con ese nombramiento un período de extraordinaria actividad y fecundidad. Los nuevos instrumentos de nivelación, por él ideados, se construyeron por primera vez en serie. Significó la introducción de ese nuevo tipo de instrumento de nivelación una completa revolución con respecto a los modelos anteriores: eje cilíndrico en reemplazo del eje cónico, enfoque con lente interior en lugar de hacerlo mediante tubo ocular, centrado del instrumento con lectura por medio de un prisma de coincidencia en lugar de observación por un espejo, etc.

Cae también, en ese período de Jena el estudio y la construcción del primer modelo de teodolito óptico (1); construcción que fué interrumpida por la primera Guerra Mundial. Recién en 1919 pudo terminarse esa construcción.

---

(1) Ver figura correspondiente en la cubretapa del presente volumen.

En el año 1920 Wild abandona la casa ZEISS y funda sus propios talleres de óptica y mecánica de precisión en Heerbrugg (Suiza). En 1923 esa firma fué transformada en la *Sociedad Anónima Henri Wild*, razón social que subsiste hasta el día de hoy.

En estos nuevos talleres Wild prosigue los estudios instrumentales creando nuevos modelos basados en los originalmente ideados por él en Jena, nuevos instrumentos de nivelación y triangulación, niveles y teodolitos, que pronto se difundieron en todos los países del mundo. También construyó en esa época un gran aparato de restitución fotogramétrica.

En 1930, en ocasión de celebrarse la Asamblea General de la Sociedad Internacional de Fotogrametría, en Zürich, le fué otorgado el título de doctor honoris causa en ciencias técnicas, por sus grandes méritos como constructor de instrumentos geodésicos.

En el año 1932 abandona la casa de Heerbrugg. Después de una estada de 3 años en Zürich se establece como constructor independiente en Baden (Suiza), vinculándose finalmente en 1935 con la casa KERN de Aarau, Suiza) como colaborador.

Son tres nuevos modelos de teodolitos las principales creaciones de Wild en este tercer y último período de su vida tan fecunda: los teodolitos DKM 1, DKM 2 y DKM 3.

Caracterízanse los dos primeros por el doble círculo graduado, el nuevo eje de rotación a bolillas y un nuevo tipo de trípode. Estos dos modelos encontraron tan favorable aceptación en nuestro país, que huelga mencionar mayores detalles.

El tercer modelo, DKM 3, constituye un teodolito de triangulación y un instrumento astronómico de alta precisión y rendimiento excepcional.

Su gran novedad lo constituye un nuevo tipo de anteojo de observación con lentes y espejos. Este modelo marca la iniciación de un nuevo camino constructivo.

La obra de Wild ha influenciado la técnica instrumental en todos los países del mundo. Lo que realizó lo debió a sus excepcionales dones naturales, a una gran potencia de trabajo y a su capacidad de discernir claramente los puntos esenciales del objetivo a alcanzar hallando los medios más adecuados para la mejor solución en cada caso sin dejarse trabar por los recursos existentes.

Empero, cabe ser destacado especialmente que para Wild, profundo conocedor de los inconvenientes de los instrumentos geodésicos y topográficos de construcción antigua, sus finalidades constructivas no existían sólo por sí mismas, sino principalmente como indispensables elementos de trabajo de campo, para un más fácil manejo y máximo rendimiento y precisión del mismo; ésto constituyó para Wild la meta superior de sus esfuerzos, el postulado de su filosofía técnica que podríamos expresar así: "El ingeniero geodesta o topógrafo obligado por el desempeño de sus funciones a soportar todas las inclemencias del tiempo, tiene derecho de exigir que el trabajo con el instrumento signifique para él un placer por su cómodo y fácil manejo

o sea una compensación de las penurias soportadas para obtener la precisión y rendimiento deseados".

La aceptación universal de este postulado la debemos a Wild, porque fue él el que por primera vez lo formuló con toda claridad y lo hizo posible en su aplicación universal.

Los ingenieros argentinos que ya desde la segunda década del presente siglo venimos aplicando esta nueva filosofía de trabajo de campo, debemos honrar la memoria de Wild, el que en realidad no murió, siendo sus ideas innovaciones de tal trascendencia que su influencia perdurará mucho tiempo más allá de su desaparición.

Roberto Müller.

ADVERTENCIA PREVIA AL LECTOR

La primera línea de la página XII pertenece a la página siguiente, XIII, de la que es segunda línea; con su traslado quedaría corregida la página XII. Al principio de página XIII se leerá entonces:

..."por ello que ha de constituir el equipo básico de preparación e iniciación el día que nuestro gobierno resuelva el establecimiento de un Instituto Fototopográfico en cada una de las 6 universidades..." con lo cual quedará también corregida esta página.

Prefacio del Autor a la 5a. Edición

Hemos dedicado la 5ª edición del presente Volumen "**Teodolitos y Poligonación**" a la memoria del **Dr. h. c. H. Wild** como lógica consecuencia de nuestra manera de pensar y sentir, por ser el más genial y más fecundo constructor de teodolitos de todos los tiempos, cuyas extraordinarias creaciones produjeron una verdadera revolución instrumental, con frutos e influencias que siguen creciendo en todos los países del mundo.

El cálido homenaje póstumo que le tributamos lo merece no sólo por los grandes triunfos técnicos que logró, sino también, y no en último término, por el carácter trascendental con que los ideó y ejecutó: Wild quiso y supo influir sobre el alma del operador, animando sus energías, despertando su entusiasmo y amor al trabajo de campo, haciéndose por ello acreedor a una enorme deuda nuestra, la que seguiremos pagando con nuestro eterno recuerdo y veneración.

Teodolitos de construcción clásica y teodolitos ópticos

Una rápida mirada del lector a nuestra galería de teodolitos, compuesta del teodolito de construcción clásica y 11 teodolitos ópticos (ver págs. 73 a 84), le impresionará por el aumento de la importancia que el teodolito óptico ha logrado conquistar frente al teodolito de construcción clásica, lo que podría conducirlo a las siguientes conclusiones erróneas:

1º) que la importancia didáctica del teodolito clásico ha sufrido una muy sensible pérdida, y

2º) que el teodolito de construcción clásica ha caído casi en desuso.

Nuestro afán de contribuir a la formación del buen criterio de nuestro lector, y de su acertada orientación, nos obliga a manifestar sobre estos dos importantes puntos lo siguiente:

1º El teodolito de construcción clásica sigue siendo aún, al igual que antes, un instrumento utilísimo al ingeniero agrimensor y de catastro, al arquitecto o ingeniero constructor, al ingeniero agrónomo, al ingeniero de vías de comunicación, al ingeniero de minas, al ingeniero hidráulico, al geólogo, etc.

Y si en consecuencia de un uso inadecuado, de un mal trato, o de un acidente en el trabajo, el instrumento se descompone, cosa que no siempre se puede evitar, será indudablemente más fácil en nuestro país su compostura cuando se trate de un teodolito clásico, y no de uno óptico.

Hay más: el día (ojalá que sea muy pronto) en que nuestro gobierno decida la introducción del teodolito en la enseñanza media, como importante recurso didáctico para la práctica de la Trigonometría y la Cosmografía, seguramente se elegirá como "teodolito escolar" un modelo de construcción clásica, por sus mejores condi-

ciación el día que nuestro gobierno resuelva el establecimiento de ciones didácticas. Esto último lo prueba el hecho de que así se procede en nuestras Universidades, pese a tenerse en ellas también modelos ópticos.

2º) Tratándose en cambio de trabajos de gran envergadura, triangulaciones fundamentales, catastrales o poligonaciones de regiones de gran extensión, ejecutadas por el Estado o Empresas Contratistas, en todos estos casos se impondrá el empleo del teodolito óptico, por imperiosa exigencia de la economía del trabajo de campo.

Finalmente, cuando se trate de la adquisición de un teodolito por un profesional particular que se inicia, también aconsejamos decidirse por un modelo óptico de buena procedencia, porque le permite obtener un rendimiento máximo en calidad y cantidad, con un gasto mínimo de energías físicas y espirituales.

Poligonación catastral terrestre.

Según queda indicado en pág. 7 del Suplemento al Tomo I en la 5ª Edición, el Gobierno Nacional ejecutará por mandato de la Ley Nº 14.159 (Ley de Catastro), el catastro parcelario de todo el territorio de su jurisdicción. Como la poligonación catastral terrestre, previa al catastro parcelario, deberá ser realizada en concordancia con las Instrucciones Técnicas Oficiales, es decir, con prolija marcación de los puntos poligonales, y por ende, con cierta inevitable lentitud, creemos hacer obra de colaboración al aconsejar que se contemple la posibilidad de su inmediata iniciación en todas las zonas a catastrar. Encontraríase así el terreno técnicamente preparado para las mediciones de catastro parcelario, facilitándole el más eficiente desarrollo con el máximo rendimiento en el terreno.

Actualización de nuestra obra de Topografía

Entre los temas de la Primera Parte que tuvieron que sufrir una profunda revisión técnica y didáctica para su actualización, deben ser destacados:

Trípodes de Teodolitos,
Galería de Teodolitos,
Distanciómetros de Precisión (de doble imagen),

con cuya modernización creemos haber expresado la última palabra, fehaciente y previsora, para la hora actual.

Es también la rapidez del desarrollo instrumental de la Fotogrametría Aérea, con los últimos triunfos realizados, así como las halagüeñas perspectivas de su inmediata aplicación en nuestro país, lo que nos hizo publicar el Suplemento al Tomo I, y el último párrafo del presente, en el que luego de una brevísima explicación de los fundamentos de la fotogrametría, se da una sucinta exposición sobre Poligonación Catastral Aérea de aplicación en terrenos rurales.

Se trata en este nuevo párrafo con cierta detención al Aeroproyector Múltiplex, por su gran valor didáctico, y porque creemos

por ello que ha de constituir el equipo básico de preparación e ini- un Instituto Fototopográfico en cada una de las 6 universidades nacionales.

Y no ha de estar lejano el día en que los Institutos Geodésicos, Topográficos, Fotogramétricos y Cartográficos —algunos ya funcionando aisladamente en distintas universidades de nuestro país—, serán coronados por un Instituto Cartográfico Nacional, instituto cumbre, en el que se pondrá en evidencia que todos los esfuerzos de los geodestas —Ingenieros Geodestas, Geógrafos y Agrimensores— tienen por superior finalidad la eficaz representación gráfica de los resultados de sus trabajos: la Carta.

En esta moderna concepción de la Carta, que tiende a generalizarse, la Carta es ciencia-arte, más arte que ciencia, el producto del alma de un pueblo, en cuya elaboración todas las fuerzas espirituales se unen para una más eficiente representación del suelo patrio.

Y no es por cierto una casualidad que el pequeño pueblo suizo, universalmente conocido por su ferviente amor al suelo natal, lograra establecer en su famosa Escuela Superior Técnica Federal de Zürich, el renombrado Instituto Cartográfico, alto centro de estudios del cual irradian ideas renovadoras de gran fecundidad, instituto al que por ello acuden profesores de cartografía de todas partes del mundo, para informarse, conocer, aprender y practicar los últimos adelantos de la técnica cartográfica.

Cabe ser destacada como más hermoso fruto de esta cultura de alto nivel, la obra "Gelände und Karte" ("Terrain et Carte"), por el profesor E. Imhof, obra de extraordinaria belleza, cuya costosísima publicación sólo fue posible por la generosa ayuda del Departamento del Ejército Suizo, ayuda por la que nosotros, al igual que todos los amigos de la Carta en el mundo, estamos profundamente agradecidos.

En un Suplemento al presente Volumen, publicamos un meritorio trabajo, redactado por el Dr. J. Mettler, de gran actualidad para los intereses catastrales argentinos, salvándolo así de un injustificable olvido, y como cordial recordación y merecido homenaje a nuestro compañero y buen amigo prematuramente desaparecido.

Agradecemos por su colaboración al señor Agrimensor **Carlos A. Kroll**, el que, en su calidad de secretario privado nuestro y según nuestra instrucción especial, redactó (entre otras cosas de menor importancia), en base a las extensas citas y las adecuadas figuras sacadas de nuestro trabajo del tomo IV, un resumen sobre la poligonación aérea (ver págs. 259-275), un somero vistazo de actualidad, con el cual quedó modernizada también la Segunda Parte del presente Volumen 2 del Tomo II de nuestro Compendio de Topografía.

También agradecemos al señor Prof. Cartógrafo **José Romano** por su desinteresado dibujo de las figuras del Suplemento.

Antes de cerrar esta nueva edición, y antes de emprender con ella el gran viaje por los diversos países del mundo, quisiéramos expresar y delinear a nuestros lectores nuestro último propósito, nuestro último plan de trabajo: el de escribirles "cartas de viaje", informándoles sobre las más interesantes novedades relativas a Topografía, Geodesia, Cartografía, Catastro, Planes de estudios comparativos de nuestras materias, etc., etc. Estas "cartas" serán publicadas en forma de revista, que llamaríamos "**Revista Carto-topográfica Argentina**". En la realización de este plan, nos proponemos dedicar todas las energías y nuestra última voluntad de acción, porque lo juzgamos de gran importancia, no sólo para la Argentina, sino también para los demás países latinoamericanos.

La periodicidad de este nuevo órgano informativo, reclamado por los grandes progresos que se vienen realizando en esta segunda mitad del siglo y por los grandes intereses técnicos, económicos y culturales que los mismos involucran, dependerá principalmente de los votos de adhesión y de las manifestaciones de apoyo, de aliento y estímulo que tengamos la suerte de recibir de nuestros lectores, del comercio, de la industria, y de las entidades técnicas interesadas.

Al finalizar el presente Prefacio, quizás nuestro último, nos vemos obligados a confesar a nuestro lector que un importante complejo de ideas quedó en el tintero, sin manifestar hasta este momento.

Nuestro lector, al que nunca hemos guardado durante el largo curso de nuestro trabajo ningún secreto de valor técnico, al que, por el contrario, siempre hemos transmitido los necesarios conocimientos técnico-prácticos por el camino más fácil y más ameno, al que, de cuando en cuando, hemos venido contando de nuestras alegrías profesionales vividas y de las penurias y amarguras sufridas, a fin de prepararlo para la vida de campo del ingeniero, llena de sacrificios, este lector, así acostumbrado y guiado, no nos perdonaría nunca si guardáramos silencio sobre un importante asunto técnico, de cuyo efecto podría depender su futura felicidad profesional.

Es que existen en nuestra mente complejos de ideas de un carácter especial, que titubeamos en manifestar, porque su destino de triunfar o de fracasar no es materia de discusión, sino que depende exclusivamente de la coincidencia o no, en el momento oportuno, de las aspiraciones del alma del que las manifiesta, con las de un núcleo de almas afines, iluminadas todas por una poderosa estrella guía. Creemos con fe que este momento oportuno ha llegado: es en el presente Prefacio que nos sentimos en el más inmediato contacto con ese núcleo de fuerzas colaboradoras. Pasemos entonces, resuelta y patrióticamente, a manifestar lo que nos preocupa:

La detenida lectura de la Ley Nº 14159, del Catastro Nacional, de reciente sanción por nuestro Congreso, ha venido madurando en nosotros el siguiente juicio:

Para que esa Ley represente una solución definitiva y duradera

del trascendental problema del catastro, a la cual se podrán adherir pronta y jubilosamente todas las Provincias, debería ser completada por una *Ley Nacional de Ayuda Federal,* con los tres siguientes puntos principales: a los gastos que demanda el levantamiento catastral de terrenos de la más alta cotización, el Gobierno Nacional ayudará a la Provincia con el 60 por ciento (1), a los de mediana cotización, con el 70 por ciento (2), y a los de cotización más baja con el 80 por ciento (3) de los respectivos costos, encargándose además el Gobierno Nacional, del contralor y de la verificación de los trabajos ejecutados.

Este canon de ayuda o subvención nacional es el que se introdujo en Suiza hace varias décadas, y que se mantiene en vigor con los excelentes resultados internacionalmente reconocidos. Su fundamento revela una profunda psicología de Estado, y su aplicación un principio democrático ejemplar.

Hay más: esa Ley de Ayuda Federal tendría una fuerte repercusión cultural, promoviendo un verdadero movimiento en favor de la Carta, la que en breve tiempo llegaría a ser un bien de cultura común del pueblo argentino.

Cada ciudadano argentino llegaría así pronto a saber "leer" (interpretar) la Carta con la misma facilidad que leer un periódico, con la ventaja que la lectura de la Carta proporciona al lector placeres puros sin reserva, despertando en él el interés de ver el paisaje en la naturaleza, para conocerlo mejor y quererlo más.

Es la escuela quien enseña esa lectura, la que se ve perfeccionada en el ejército por las magistrales lecciones de aplicación práctica que le ofrece la vida militar, constituyéndose la Carta en el principal elemento de orientación del soldado.

En este orden de ideas cabe ser mencionado un meritorio trabajo: el primer Atlas Oficial Argentino, artísticamente impreso en el Instituto Geográfico Militar, bajo la dirección del Gral. de Brigada Carlos A. Levene, trabajo que constituye un hermoso fundamento y punto de partida para un moderno desarrollo de la cartografía escolar argentina.

Este hecho y algunos otros más, no menos honrosos, que no detallamos aquí, agregan una fuerte dosis adicional a nuestro optimismo nativo, el que nos hace decir las siguientes palabras testamentarias finales:

Si nuestra "revelación de secreto" pudiera ser apreciada como modesto aporte en favor de la aprobación de la Ley de Ayuda Federal, habríamos con ello logrado la satisfacción íntima del deber cumplido, con la felicidad de quien pudo ver realizado el ideal más hermoso de su vida para bien de todos y cada uno.

Roberto Müller,
Agrimensor Nacional

Indice de materias

Primera parte: Teodolitos

§ 1. Primera orientación relativa al teodolito y su uso general

Nº		pág.
1.	Etimología del término "teodolito" ..	1
2.	Objeto del teodolito. Astrolabio y teodolito	1
3.	Angulos horizontales y ángulos verticales, definiciones	1
4.	Funciones de los principales órganos de un teodolito. Condiciones a cumplir para la medición de ángulos horizontales ..	2
5.	Primera y segunda posición del anteojo	4
6.	Tipos de teodolito	5
7.	Recapitulación	5

§ 2. Limbos metálicos y limbos de cristal

Nº		pág.
1.	Limbo o círculo graduado	6
2.	Limbos de cristal. Teodolitos ópticos ..	6
3.	Graduación y numeración de los limbos	7
4.	Generalización del sistema centesimal ..	8
5.	Protección de los limbos	9
6.	Precisión de la graduación	9

§ 3. Efecto de la excentricidad del eje de alidada y de la no-diametralidad de los índices

Nº		pág.
1.	Definición de la alidada de círculo ..	9
2.	Definición del error de excentricidad..	9
3.	Caso de existir un solo índice (nonio)	10
4.	Eliminación del error de excentricidad en un teodolito dotado de un solo índice	11
5.	Caso de leer en dos índices	11
6.	Falta de diametralidad de los índices	12
7.	Recapitulación	12
8.	Aumento de la precisión por la lectura de los dos nonios	12

§ 4. Nonios y microscopios de lectura de teodolitos de construcción clásica

Nº		pág.
1.	Lectura de limbo. Dos operaciones de que se compone. Nonios y microscopios	13
	Nonios	
2.	Valor del ángulo en el centro del limbo correspondiente a dos trazos consecutivos. Objeto del nonio	13
3.	Sentido de la graduación del nonio. Trazo suplementario anterior al índice del nonio	14
4.	Principio del nonio. Ejemplo de aplicación práctica	14
5.	Reglas prácticas de la lectura de nonio.	15
6.	Dos distintos criterios en la construcción y lectura de nonios	15
7.	Rendimiento de las lupas lectoras de nonios	16
8.	Cuadro demostrativo de las relaciones adoptadas en la construcción de nonios	17
9.	Modo de efectuar las lecturas del nonio. Inconvenientes y paralaje del nonio..	18
10.	Nota histórica sobre el nonio	18
	Microscopios Lectores de Limbos	
11.	Característica del microscopio lector de círculo	19
12.	Descripción del microscopio a trazo o microscopio a estima. Condición exigida	19
13.	Graduación del limbo. Explicación de las lecturas con trazo fijo; precisión	19
14.	Microscopio a escala	20
15.	Explicación de las lecturas	20
16.	Condiciones que debe llenar un microscopio a escala; ajuste del mismo	21
17.	Microscopio a nonio	21
18.	Descripción del microscopio a tornillo micrómetrico	22
19.	Lectura del microscopio a tornillo micronométrico supuesto libre de "run".	23
20.	Ajuste del microscopio a tornillo: diametralidad de los índices; posición del cero del tambor; examen y corrección del "run"	23

§ 5. Diversos tipos de microscopios de lectura de limbos de cristal de los teodolitos ópticos. Micrómetros ópticos

Nº		pág.
	a) Sin eliminación del error de excentricidad	
1.	Indice fijo, o índice con nonios fijos en el plano focal del microscopio de lectura	24
2.	Trazo índice fijo y escala óptica de lectura de gran aumento	24

Nº		pág.
3.	Doble trazo índice fijo e imágenes de limbos desplazables mediante micrómetro óptico	25
	b) Con eliminación del error de excentricidad.	
4.	Teodolito óptico Zeiss (modelo primitivo) con sistema Wild. Dos métodos de lectura	26
5.	Teodolito óptico de doble limbo, con lectura a estima	27
	c) Sistema Wild-Zeiss de coincidencias, con micrómetro óptico.	
6.	Teodolito Zeiss II, como ejemplo de teodolito de coincidencia	28
7.	Explicación de la imagen (del limbo horizontal) formada en el ocular del microscopio lector del teodolito Zeiss II	29
	d) Sistema Wild Kern con limbo a doble graduación y micrómetro óptico.	
8.	Teodolito Wild-Kern DKM2, como ejemplo de teodolito óptico con limbo a doble graduación y micrómetro óptico	30

§ 6. Tornillos de presión y tornillos de aproximación

Nº		pág.
1.	Función del tornillo de presión de un sistema de eje de teodolito	31
2.	Función del tornillo de aproximación o tornillo de coincidencia	31
3.	Diversos sistemas micrométricos	32
4.	Funcionamiento del sistema micrométrico en los movimientos horizontales	32
5.	Paso muerto	32
6.	Movimientos verticales de un anteojo de teodolito	33

§ 7. Ejes verticales cónicos

Nº		pág.
1.	Tipos de ejes verticales considerados desde diversos puntos de vista	34
2.	Forma cónica del eje vertical; su descarga. Inconveniente	35
3.	Eje vertical de teodolito simple	35
4.	Eje vertical de teodolito reiterador	36
5.	Dobles ejes verticales de los teodolitos de repetición. Utilidad práctica del doble sitema micrométrico	36
6.	Ventajas e inconvenientes del sistema de dobles ejes verticales. Error de inclinación entre ambos ejes; tolerancia. Sistema de Borda. Arrastre	38

§ 8. Eje cilíndrico; su evolución hacia el eje con cojinetes a bolillas

Nº		pág.
1.	Eje cilíndrico para nivel de anteojo, primera etapa de un desarrollo mecánico	39
2.	Condición constructiva exigida: gran precisión de su fabricación	40
3.	Ventaja e inconvenientes del eje cilíndrico	40
4.	Sistema de ejes verticales cilíndricos del teodolito Zeiss IV	40
5.	Sistema de ejes verticales en el teodolito Wild 2; doble misión de las bolillas	41
6.	Nuevo sistema de eje vertical Wild-Kern, con cojinetes a bolillas	42

§ 9. Eje secundario

Nº		pág.
1.	Unión del eje secundario con la alidada horizontal	43
2.	Unión del eje secundario con el anteojo	44
3.	Condición a cumplir	44
4.	Dispositivos de corrección del eje secundario	44

§ 10. Niveles de burbuja

Nº		pág.
1.	Observaciones generales	45
2.	Importantes conceptos y definiciones	45
3.	Sensibilidad de un nivel tubular, su determinación práctica	48
4.	Probeta o examinador de niveles	50
5.	Precisión del calado y de la lectura de un nivel tubular	51
6.	Niveles montados	51
7.	Nivel esférico	52
8.	Precisión de la vertical obtenida con nivel esférico, su importancia práctica	53
9.	Observaciones previas de carácter general sobre la verticalización, corrección y uso de un nivel. Lectura de un solo borde de burbuja	53
10.	Nivelación de un plano (''horizonte artificial'') con nivel de regla	54
11.	Verticalización del eje principal de un teodolito por medio de un nivel fijo de alidada horizontal	55
12.	Nivel de caballete, su uso. Corrección del error de cruce	57
13.	Concepto del punto de verticalidad de un nivel; su utilización para verticalizar un eje de rotación (se le supone previamente determinado)	58
14.	Teorema fundamental de la técnica instrumental	61

§ 11. Excentricidad del anteojo del teodolito excéntrico

Nº		pág.
1.	Característica del teodolito excéntrico, su inconveniente	62
2.	Ventaja de la disposición excéntrica del anteojo	62
3.	Eliminación del efecto de la excentricidad del anteojo	63
4.	Cálculo del ángulo paraláctico	63

§ 12. Trípodes

Nº		pág.
1.	Dos postulados didácticos de la topografía práctica	64
2.	Objeto y función del trípode	65
3.	Condiciones a llenar	65
4.	Tipos de trípodes	65
5.	Plataforma	65
6.	Patas (pies de trípode)	66
7.	Sistema de unión entre las patas y la plataforma	66
8.	Unión de la plataforma con la base del trípode	67
9.	Primer tipo de nuevo trípode Kern (construcción Dr. h. c. H. Wild)	68
10.	Rápida nivelación y centración de un teodolito. Diversos tipos de plomadas en uso	69
11.	Trípode centrador de Kern	70
12.	Modo de transportar un teodolito montado	72

§ 13. Importantes modelos de teodolitos, de construcción clásica y del tipo óptico

Nº		pág.
1.	Breves observaciones generales de carácter histórico y constructivo	73
	Modelos de Breithaupt	73, 74
	" " Salmoiraghi	75
	" " Zeiss	76, 77, 78
	" " Wild (Heerbrugg)	79, 80, 81
	" " Kern	82, 83, 84
2.	Tamaño de los teodolitos	76
3.	Terminología Técnica	78

§ 14. Rectificación o corrección general de un teodolito

Nº		pág.
1.	Observación previa de carácter general	85
2.	Condiciones que conviene sean satisfechas en un teodolito listo para el trabajo	85
3.	Colocación en posición vertical del eje principal y corrección del nivel de alidada	86
4.	Corrección del error de colimación	86
5.	Corrección del error de inclinación del eje secundario	88
	a) Primer método con plomada	89
	b) Segundo método con "horizonte artificial"	90
	c) Tercer método con doble proyección	91

§ 15. Influencia de los errores instrumentales sobre la medición de ángulos horizontales

Nº		pág.
1.	Generalidades	92
2.	Influencia del error de colimación	93
3.	Influencia del error de inclinación del eje secundario	95
4.	Influencia del error de verticalidad del eje principal	97
5.	Acción de conjunto de los 3 errores instrumentales sobre la proyección horizontal de una visual	100
6.	Efecto de los errores instrumentales sobre la proyección de un ángulo medido en una sola posición del anteojo	100
7.	Efecto de los errores instrumentales sobre la proyección de un ángulo medido en ambas posiciones del anteojo	101
8.	Discusión de la fórmula (7). Consecuencias prácticas para la medición de ángulos poligonales	102
9.	Conclusión	103
10.	Resumen de fórmulas sobre los errores de proyección	103
11.	Errores instrumentales y errores de medición angular	103

§ 16. Medición de ángulos horizontales. Coeficiente de rendimiento de un teodolito. Influencia de los errores de observación

Nº		pág.
1.	Distintos métodos de medición de ángulos horizontales	104
2.	Estacionamiento de un teodolito	104
	a) Medición de ángulos aislados.	
3.	Medición de ángulo en la forma más simple, sin compensación	105
4.	Medición de ángulo con compensación (regla de Bessel)	105
5.	Medición de ángulo por reiteración y compensación	108
6.	Precisión práctica de la medición de un en ambas posiciones del anteojo	101
7.	Característica del método de repetición.	109
8.	Procedimiento operatorio	109
9.	Eliminación de los errores instrumentales	110
10.	Conveniencias prácticas	111

Nº		pág.
	b) Método de las direcciones o giros horizontales.	
11.	Características del método de las direcciones o giros horizontales	111
12.	Arrastre del limbo. Rapidez de las mediciones en serie. Cantidad máxima de direcciones	113
	c) Coeficiente de rendimiento de un teodolito.	
13.	Definición	113
14.	Condiciones normales de trabajo de campo y condiciones de gabinete	114
15.	importancia técnica del coeficiente de rendimiento. Tendencia hacia su adopción general	114
16.	Indicaciones generales sobre la aplicación del método de determinación del coeficiente	114
17.	Explicación del método de determinación, con un ejemplo numérico	115
	d) Influencia de los errores de observación.	
18.	Errores de observación; su influencia sobre la medición angular	118
	Error de bisección	118
	Error de lectura	119
	Influencia de los errores medios α y β sobre un ángulo medio una sola vez	119
	Influencia de lo serrores medios α y β sobre un ángulo medido según la regla de Bessel	120
	Recursos para aminorar un desequilibrio de influencia de errores:	
	a) el doble trazo índice	120
	b) el principio de la coincidencia	121
	Influencia de los errores medios α y β sobre un ángulo medio por el método de reiteración	121
	Influencia sobre los errores medios α y β sobre un ángulo medido por el método de repetición	123

§ 17. Distanciómetros de precisión, su creciente importancia para el catastro urbano y poligonación de minas

Nº		pág.
I —	Principios fundamentales, etc.	
1.	Consideraciones de carácter general	123
2.	Principio de taquimetría. Teodolito taquímetro	126
3.	Diversos aparatos que pueden ser empleados para la medición indirecta de distancias	126
4.	Anteojo distanciómetro. Deducción de las correspondientes fórmulas	126
5.	Mira horizontal. Ventajas e inconvenientes	128
6.	Influencia de la paralaje filar sobre la medición óptica de distancias	129
II —	Distanciómetros de doble imagen.	
7.	Micrómetros. Micrómetro filar; sus inconvenientes. Micrómetro óptico, su ventaja	130
8.	Archibald Barr, William Stroud y Roberto H. Richard	132
9.	Distanciómetro a dobles imágenes Aregger-Kern	133
10.	Pareja de cuñas girables según Boscovich	137
11.	Distanciómetro autorreductor Bosshardt-Zeiss	137
12.	Distanciómetro autorreductor Wild RDH (Heerbrugg)	143
13.	Distanciómetro autorreductor Kern DK-RT (Aarau)	145
14.	Accesorios instrumentales para la medición de distancias por el método de dobles imágenes	146
15.	Recapitulación sobre el método y halagüeñas perspectivas del mismo	148

§ 18. Teodolitos de minas

Nº		pág.
1.	Introducción y primera orientación	151
2.	Señales luminosas. Centración forzosa, su característica	155
3.	Teodolitos de minas, su descripción	156

§ 19. Trato general, limpieza y conservación de teodolitos y otros instrumentos de medir

Nº		pág.
1.	Lugar de conservación	161
2.	Precauciones a tomar al alojar el instrumento en su caja, y al sacarlo de la misma	161
3.	No se debe forzar ningún órgano del teodolito	161
4.	Limpieza de las partes mecánicas. Marcha dura del eje de rotación	161
5.	Aceitado del teodolito	162
6.	Limpieza de las partes ópticas, empañado de las lentes	162
7.	Precauciones a tomar en el trabajo de campo	163
8.	Limpieza anual	163
9.	Cintas metálicas	163
10.	Jalones	163

Segunda Parte

Poligonación Terrestre, Subterránea y Aérea

§ 1. Explicaciones previas de carácter general y relativas al cálculo de coordenadas

Nº		pág.
1.	Definiciones: punto fijo, nuevo punto, observaciones sobrantes o de contralor, deteminación simple y determinación múltiple	167
2.	Crcterísticas de los 5 principales métodos para la determinación de nuevos puntos	168
3.	Reglas prácticas y normas para el cálculo numérico. Tablas	171
4.	Sistema general de coordenadas rectangulares. Disposición de los ejes y cuadrantes	172
5.	Sistemas locales de coordenadas	172
6.	Rumbo	173
7.	Uso práctico de las tablas logarítmicas para las funciones trigonométricas en el segundo, tercer y cuarto cuadrante	174
8.	"Angulo para el cálculo" de la planilla oficial "Coordenadas y Superficies"	174
9.	El acimut como base para la determinación de rumbos	175
10.	Convergencia de meridianos	176
11.	Problemas fundamentales del cálculo de coordenadas. Regla de Lalande. Coordenadas parciales y coordenadas totales	178
12.	Ventajas del empleo de formularios para el cálculo logarítmico y la máquina de calcular. Ventajas de la máquina	181

§ 2. Determinación de puntos de detalle por medio de poligonales rectas (alineaciones)

Nº		pág.
1.	Concepto del procedimiento. Tolerancia.	182
2.	Sobre la corrección de las cantidades medidas	183
3.	Cálculo de las coordenadas parciales de los puntos de detalle	183
4.	Puntos de detalle situadas sobre transversales rectangulares o prolongación de la alineación. Signo de las distancias h y l	184
5.	Ejemplo numérico	185
6.	Ventajas e inconvenientes del método	189

§ 3. Determinación de puntos poligonales. Detalles sobre marcas, medición, tolerancias y cálculo de compensación

Nº		pág.
1.	Definiciones e importancia de la poligonal	190
2.	Objeto de las poligonales y clasificación de las mismas	190
3.	Normas para la elección de puntos poligonales principales y puntos de poligonales secundarias en la poligonación terrestre	193
4.	Marcación de puntos poligonales, terrestres y subterráneos	193
5.	Reglas prácticas sobre la medición de ángulos en la poligonación catastral	194
6.	Recapitulación sobre la medición angular en la poligonación catastral	195
7.	Medición lineal en la poligonación terrestre	197
8.	Observaciones sobrantes; contralores de medición (cierres)	197
9.	Inconvenientes de los grandes polígonos cerrados	200
10.	Error de cierre angular, su compensación	201
11.	Errores de cierres de coordenadas y error de cierre lineal, su representación gráfica	201
12.	Tolerancias que rigen en la medición poligonal	203
13.	Compensación de los errores de cierre de coordenadas	205
14.	Error longitudinal y desviación acimutal de una poligonal	206
15.	Disposiciones oficiales para salvar el inconveniente de distintas unidades lineales empleadas	208
16.	Criterio sobre la precisión de la medición angular	208
17.	Errores groseros en poligonales cerradas; su localización	208
18.	Influencia sobre la medición angular de la falta de verticalidad del punto visado (jalón) e influencia del error de centración del teodolito	209
19.	Error medio de un ángulo poligonal, error medio de la suma de n ángulos o sea error de cierre angular de una poligonal estimado a priori	211
20.	Peso de un rumbo terminal en una poligonal abierta	211
21.	Peso de un rumbo de poligonal cerrada	212
22.	Monografías de los puntos poligonales	212
23.	Poligonales concurrentes a un punto central	213
24.	Enlace de una poligonal con un punto trigonométrico inaccesible ("bajar un punto trigonométrico inaccesible")	213
25.	Densidad de puntos poligonales	215
26.	Planeamiento de una red poliginal. Normas generales para la ejecución del trabajo	215

§ 4. Tres típicos ejemplos prácticos

Nº		pág.
	a) Polígono cerrado.	
1.	Angulos poligonales y error de cierre angular	217
2.	Precisión alcanzada en la medición angular	218
3.	Compensación del error de cierre angular	218
4.	Rumbo de arranque	218
5.	Cálculo de los rumbos de los lados del polígono	218
6.	Medición de los lados del polígono	219
7.	Cálculo de las coordenadas parciales	219
8.	Cierre lineal; precisión alcanzada	219
9.	Compensación de los errores de cierre de coordenadas	222
10.	Coordenadas del punto de arranque del polígono	222
11.	Formulario ''Cálculo de coordenadas y superficies''	223
	b) Poligonal principal.	
12.	Condición para el cierre angular	223
13.	Coordenadas de los puntos básicos	224
14.	Rumbo de arranque	224
15.	Angulos poligonales medidos	224
16.	Error de cierre angular y su compensación	224
17.	Tolerancia angular y clasificación del trabajo realizado	226
18.	Cálculo de los rumbos y contralor final	226
19.	Medición lineal	226
20.	Errores de cierre de coordenadas	226
21.	Tolerancia para el error de cierre lineal. Error medio relativo. Compensación de los errores de cierre de coordenadas	227
	c) Poligonal secundaria.	
22.	Característica de las poligonales secundarias (sin cierre angular)	228
23.	Angulos medidos	228
24.	Rumbo de arranque arbitario y rumbo provisional de los lados de la poligonal	228
25.	Medición lineal	229
26.	Cálculo de las coordenadas provisionales	229
27.	Rumbo provisional de la diagonal	229
28.	Coordenadas de los puntos extremos de la poligonal dadas en el sistema general y rumbo definitivo de la diagonal	229
29.	Orientación definitiva de la poligonal	231
30.	Coordenadas parciales definitivas	234
31.	Errores de cierre de coordenadas y error de cierre lineal. Tolerancia	234
32.	Compensación de los errores de cierre de coordenadas	234

§ 5. Poligonación de precisión

Nº		pág.
1.	Efecto de la excentricidad de las señales y del teodolito. Necesidad de la precisión del centrado	235
2.	Dos tipos de plomadas ópticas	237
3.	¿Cual de los dos tipos es más ventajoso para la economía del trabajo?	238
4.	Aplicación práctica del equipo de poligonación con centración forzosa	239
5.	Preparación de un trabajo futuro	240
6.	Medición lineal	240

§ 5. Poligonación subterránea

Nº		pág.
1.	Nuevos ambientes de trabajo	241
2.	Importantes conceptos y nociones de minería	241
3.	Diferencias entre la poligonación terrestre y la poligonación subterránea	245
4.	Orientación de los trabajos de levantamiento de minas	246
5.	Influencia de la convergencia de la plomada	250
6.	Ejecución práctica de la proyección con la plomada	251
7.	Medición angular	253
8.	Ejecución práctica de la medición de una poligonal secundaria, con teodolito de suspensión	254
9.	Medición lineal; su ejecución	255
10.	Dos importantes fuentes de error a tener en cuenta en la poligonación de precisión. Tolerancias	256
11.	Error de pandeo de la medición con cinta suspendida	257
12.	Influencia total de los errores de la medición poligonal. Tolerancias	258

§ 7. Poligonación aérea

Nº		pág.
	PREPARACION DEL TEMA	
1.	Introducción a los nuevos ambientes de trabajo y conceptos fundamentales de fotogrametría	259
2.	Fotogrametría Aérea	262
3.	Conclusiones: Tarea de la Fotogrametría	263
	TRIANGULACION RADIAL	
4.	Teoría de la triangulación (poligonación) radial	264
5.	Procedimientos de restitución de los fotogramas de triangulación radial	266
	TRIANGULACION AEREA	
6.	Triangulación Aérea Estereoscópica	268
7.	El problema de la triangulación aérea; 2 métodos	269
	POLIGONACION AEREA Y AEROPROYECTOR ''MULTIPLEX''	
8.	Poligonación Aérea de enlace	270
9.	Comparación entre la Poligonación Terrestre y la Aérea	273
10.	Recapitulación	275
	Indice alfabético	277
	APENDICE	
Dr. J. Mettler,	El levantamiento de los límites de propiedad en trabajos catastrales argentinos	

PRIMERA PARTE

Teodolitos

Sumario

pág.

§ 1. *Primera orientación relativa al teodolito y su uso general* 1

§ 2. *Limbos metálicos y limbos de cristal* 6

§ 3. *Efecto de la excentricidad del eje de alidada y de la no diametralidad de sus índices* 9

§ 4. *Nonios y microscopios de lectura de teodolitos de construcción clásica* 13

§ 5. *Diversos tipos de microscopios de lectura de limbos de cristal de teodolitos ópticos. Micrómetros ópticos* 24

§ 6. *Tornillos de presión y tornillos de aproximación* 31

§ 7. *Ejes verticales cónicos* 34

§ 8. *Eje cilíndrico, su evolución hacia el eje con cojinete a bolillas* .. 39

§ 9. *Eje secundario* 43

§ 10. *Niveles de burbuja* 45

§ 11. *Excentricidad del anteojo del teodolito excéntrico* 62

§ 12. *Trípodes* 64

§ 13. *Importantes modelos de teodolitos, de construcción clásica y del tipo óptico* 73

§ 14. *Rectificación o corrección general de un teodolito* 85

§ 15. *Influencia de los errores instrumentales sobre la medición de ángulos horizontales* 92

§ 16. *Medición de ángulos horizontales. Coeficiente de rendimiento de un teodolito. Influencia de los errores de observación*..... 104

§ 17. *Distanciómetros de precisión; su creciente importancia para el catastro urbano y poligonación de minas* 123

§ 18. *Teodolitos de minas* 151

§ 19. *Trato general, conservación y limpieza de teodolitos y otros instrumentos de medir* 161

— —

§ 1.

Primera orientación relativa al teodolito y su uso en general.

1. Etimología del término "teodolito".

La etimología del término *"teodolito"* es dudosa. Se admite generalmente una composición del artículo inglés *"the"* con la palabra árabe *"alhidade"*. En el año 1571, el término *"Theodelitus"* se encuentra por primera vez en la obra de Leonard *Digges: "Geometrical Practice* named *Pantometría"*.

El primer teodolito fué construído en 1787 por *Ramsden* para el general *Roy* (ver cubretapa).

2. Objeto del teodolito. Astrolabio y teodolito.

Mientras que el *astrolabio* de los árabes sólo permitía medir *ángulos inclinados* situados en planos que pasaban por el ojo del observador y los objetos lejanos a medir, el *teodolito,* en cambio, debe servir, en primer lugar, para la medición de *ángulos horizontales.* El astrolabio, que consistía en su parte principal, de un círculo graduado y un brazo-índice sólo movible paralelamente a ese círculo, no podía servir para la medición directa de ángulos horizontales sino en el caso particular de hallarse los objetos a medir en el horizonte del aparato. Para la medición de ángulos horizontales entre objetos situados fuera del horizonte, es necesario (además de la posición horizontal del círculo y de la movilidad de un brazo-índice paralelamente a ese círculo), que el aparato visor pueda ser movido también en sentido vertical. De acuerdo con estas exigencias, los órganos constitutivos del teodolito deben ser los que más adelante indicaremos.

3. Angulos horizontales y ángulos verticales, definiciones.

El **ángulo horizontal** en el punto **P** (fig. 1), entre los puntos **A** y **B** de la superficie terrestre, es el que forman entre sí los dos planos verticales

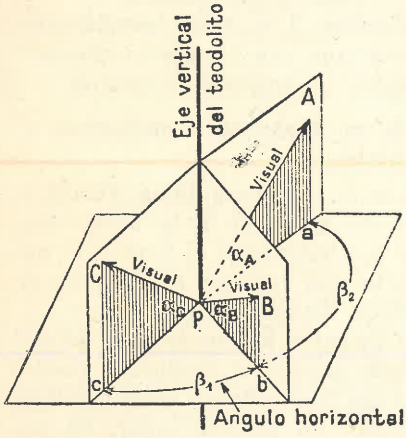


Fig. 1.

Se ilustra esquemáticamente el concepto de los ángulos horizontales β_1 *y* β_2, *con vértice en el centro* P *del teodolito y visuales a los puntos* A, B *y* C *del terreno; así como el concepto de los ángulos verticales* α_A, α_B *y* α_C *a esos mismos puntos.*

Se supone el plano del limbo levantado hasta la altura del centro *P* del teodolito.

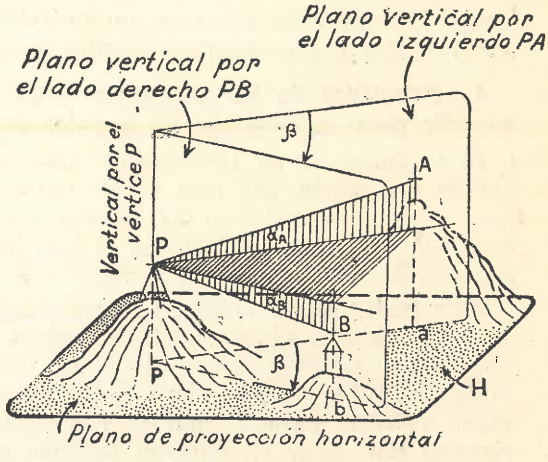


Fig. 2.

Se ilustra (en perspectiva) los conceptos del ángulo horizontal β *y de los ángulos verticales* α_A *y* α_B, *así como la proyección del ángulo* β *sobre el plano* H, *paralelo al plano horizontal por* P.

1. — Müller, **Compendio de Topografía**; Volumen 2 del Tomo II,

que pasan por **A** y **B** y la vertical del centro **P** del teodolito. En otros términos: Es el ángulo que forman entre sí en el plano del limbo del teodolito o un plano paralelo al mismo (fig. 1) las proyecciones horizontales **Pa** y **Pb**, **Pb** y **Pc** de las visuales **PA**, **PB** y **PC**, obteniéndose así los **ángulos horizontales** β_2 y β_1, respectivamente.

El **ángulo oblicuo APB**, que puede ser medido directamente con el **astrolabio** y el **sextante** (ver pág. 58 del Tomo I) no tiene importancia en Topografía.

El **ángulo vertical** α_A (fig. 1 y 2) en el vértice **P** hacia el punto **A** es el formado por la línea inclinada **PA** con el **plano horizontal** que pasa por **P**; o en otros términos: Es el ángulo formado por la recta **PA** y la línea de intersección del plano vertical que pasa por **P** y **A** con el plano horizontal por **P**.

El ángulo vertical es **positivo (ángulo de elevación)** cuando el punto **A** está situado arriba del plano horizontal por **P**, siendo **negativo (ángulo de depresión)** en el caso contrario (α_B, fig. 2).

Cuando el lado fijo, al cual queda referido el ángulo vertical, no es la horizontal sino la **vertical** o cenit del punto **P**, se le llama a ese ángulo "**distancia cenital**". Se la designa por **z**. Entre la distancia cenital z_A (no indicada en las figuras 1 y 2) y el ángulo de altura α_A, referidos a un mismo punto **A**, existe la siguiente relación sencilla:

$$z_A = 90° - \alpha_A \tag{1}$$

Estableceremos ahora con ayuda de las figuras 3 y 4 las **condiciones** que deben ser satisfechas en un teodolito para que con el mismo puedan ser medidos correctamente ángulos horizontales y ángulos verticales.

4. Funciones de los principales órganos de un teodolito. Condiciones a cumplir para la medición de ángulos horizontales.

El teodolito es un instrumento visor a anteojo. Llámase **línea visual** o **eje de colimación CC'** (fig. 4) de un anteojo de teodolito a la recta que pasa por el centro óptico del sistema objetivo del anteojo y el punto de intersección del hilo vertical con el hilo horizontal del retículo tendido en el plano focal del anteojo. (Ver para más detalles: **Optica**, pág. 155.)

Para poder medir entonces con el teodolito ángulos horizontales y ángulos verticales, el eje de colimación debe poderse dirigir a cualquier punto del terreno visible desde el punto de estación del teodolito, y debe ser movible alrededor de dos ejes: Debe poderse girar, en primer lugar, en un plano vertical, para lo cual se vincula el anteojo fijamente con el **eje horizontal HH'** (fig. 3), llamado también **eje secundario (transit axis**, en inglés, **Kippachse**, en alemán).

Es decir, debe ser:

$$CC' \perp HH' \tag{2}$$

Girando el eje de colimación alrededor del eje secundario, describirá un plano vertical cuando este segundo eje es horizontal.

Para la medición de **ángulos horizontales** es necesario, además, que ese eje de colimación pueda ser colocado en cualquiera de los infinitos planos verticales que pasan por el punto **P** (figs. 1 y 2). Esta segunda condición

principal se realiza con hacer girable el eje de colimación (anteojo), conjuntamente con el eje horizontal, alrededor de otro eje (perpendicular a éste), llamado **eje vertical VV'** (figs. 3 y 4).

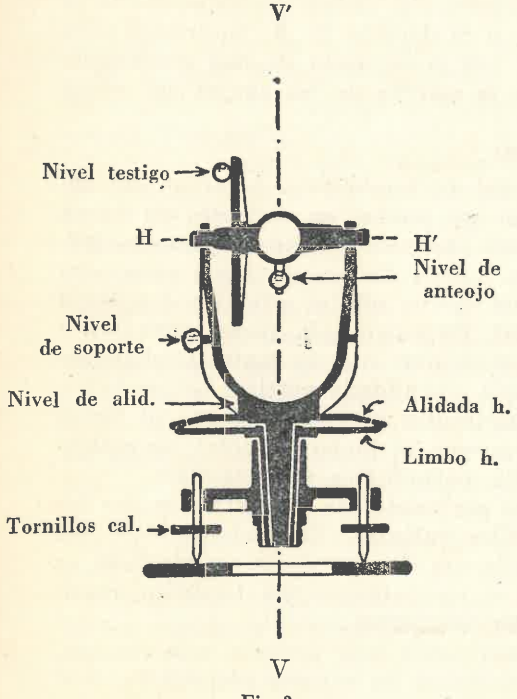


Fig. 3.

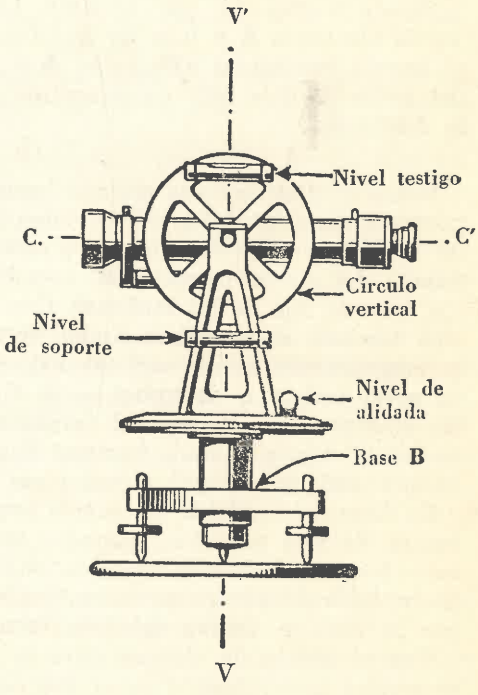


Fig. 4.

Corte esquemático y vista lateral de un teodolito repetidor.

Es decir, debe ser:

(3) $$VV' \perp HH'$$

Se llama al eje vertical también **eje principal, eje de alidada** o simplemente **eje de rotación.** Su posición debe ser **vertical,** lo que es la 3ª **condición** a cumplirse en el teodolito. Ver fig. 2, pág. 90.

Girando en tales condiciones el anteojo alrededor del eje vertical, se podrá llevar su eje de colimación al plano vertical de cualquier punto **Q** del terreno, girando luego el anteojo alrededor del eje horizontal hasta que su eje de colimación bisecte exactamente ese punto **Q.**

Con el objeto de poder determinar la **magnitud de un ángulo horizontal** se halla fijado sobre un robusto buje de la base **B** (figs 3 y 4) un círculo horizontal, llamado **limbo horizontal** o **limbo acimutal.** Y para poder señalar sobre este limbo el lugar correspondiente a una posición del eje de colimación dirigido a cualquier punto **Q** del terreno (en la forma que acabamos de indicar), el eje de rotación debe estar vinculado con un **brazo portaíndice** marcador de ese lugar. Este brazo-índice del teodolito susceptible de muy notables y variados perfeccionamientos, ha dado a toda la parte girable alrededor del eje vertical el nombre genérico de **alidada** (del árabe al-**idhada,** brazo).

(A los efectos de una cómoda eliminación del error de excentricidad del eje de alidada se dispone generalmente de **dos índices diametralmente opuestos,** ver pág. 11.)

Siendo **a** (fig. 1), por ejemplo, la lectura del índice correspondiente al punto bisectado **A** y **b** la de **B,** situado a la derecha de **A,** tendremos para el ángulo horizontal **aPb** entre **A** y **B** (en el supuesto de una graduación del limbo de 0° a 360° en el sentido de la marcha de las agujas del reloj) la **diferencia:**

$$(b - a)$$

Sobre el **platillo** de la alidada horizontal del teodolito se levantan dos **soportes** o **montantes,** los que terminan en sus puntas en cojinetes en forma de **Y,** en los cuales descansan los extremos (pequeños cilindros llamados **muñones**) del eje horizontal **HH'** (ver figs. 3-5). Llámase por eso a veces este eje también **eje de los muñones.** Con este eje no sólo es solidario el anteojo sino también el **círculo** o **limbo vertical.** En cambio, la pieza porta-índice correspondiente al eje vertical, así como el nivel que lo controla, el llamado **nivel testigo o de índice,** están fijados a la **alidada vertical** del teodolito. No obstante esta diversidad (alidada horizontal movible respecto al limbo horizontal fijo y alidada vertical fija respecto al limbo movible), se entiende por alidada vertical a esa pieza fija porta-índice y porta-nivel.

La base del teodolito tiene tres brazos perforados en sus extremos por las roscas de tres tornillos, llamados **tornillos calantes.** El teodolito descansa sobre las puntas de esos tornillos, pudiendo con ellos el mismo ser **nivelado,** es decir, ser colocado en posición vertical el eje principal del teodolito, razón por la cual se llaman también **tornillos nivelantes.**

Con el objeto de obtener para la observación una posición más cómoda, se emplea generalmente en el uso del teodolito un soporte especial llamado **trípode.**

Angulos horizontales y ángulos verticales: sus puntos de referencia.

Los *ángulos horizontales* no son generalmente referidos a un punto de referencia común o dirección fija dada en la naturaleza, exceptuados sólo los casos en que para eso se utilice el *Norte verdadero* o el *Norte magnético.* En cambio, los *ángulos verticales* son referidos siempre ya sea a la dirección del *cenit* (nadir) o la dirección del *horizonte verdadero* (ver fig. 2), ambas direcciones controladas por un nivel, el *nivel testigo* o *nivel de alidada vertical.* Por esta diferencia fundamental resulta conveniente considerar por separado la *medición de ángulos horizontales* (tema del presente Volumen), y la *medición de los ángulos verticales* (Volumen 1 del Tomo III).

5. Primera y segunda posición del anteojo.

El **círculo vertical** solidario con el anteojo, puede ocupar en la medición angular dos distintas posiciones: la llamada "posición I" o "círculo vertical a la izquierda" (ver figs. 3 y 4) y la llamada "posición II" o "círculo vertical a la derecha".

Con los teodolitos usados en topografía se puede pasar de la posición I a la posición II con girar el anteojo alrededor del eje horizontal y un segundo giro de 180° (en acimut) alrededor del eje vertical, quedando así lo que antes se hallaba arriba del anteojo (como por ejemplo el nivel de anteojo) debajo del mismo. Por esta razón las dos posiciones se diferencian también y muy comunmente por los términos "**primera**" y "**segunda posición del anteojo**".

6. Tipos de teodolitos.

La disposición de los tres ejes de un teodolito es generalmente tal que ellos se cortan en un mismo punto llamado **centro** del teodolito; es decir, el eje de colimación pasa por el punto de intersección del eje horizontal con el eje vertical (**P**, figs. 1 y 2). Esta clase de teodolitos se denominan **teodolitos céntricos**. Ver también fig. 2, pág. 90.

En el tipo de teodolito llamado **teodolito excéntrico**, en cambio, el eje de colimación del anteojo es excéntrico (ver fig. 5, pág 76). Es de escaso uso en Topografía.

Según la construcción mecánica se distinguen: **teodolitos de un solo eje vertical**, que pueden ser **teodolitos simples** de construcción muy sencilla, con limbo **LL** solidario con el buje de la base (fig. 5), y reducida precisión, o **teodolitos reiteradores**, con limbo movible a fricción, llamados también **teodolitos de triangulación** (de tercer y cuarto orden hasta los de la más alta precisión, de primer orden).

Otro tipo de teodolito, el llamado **teodolito repetidor**, posee **dos ejes verticales**, el **eje del limbo** y el **eje de la alidada**, dispuestos, por ejemplo, en la siguiente forma: Dentro del macizo buje se aloja un cono hueco, que es el eje del limbo. Dentro de este cono hueco del eje del limbo gira el eje de alidada. La figura 3 ilustra esquemáticamente esta disposición de los dos ejes verticales del teodolito repetidor, que permite sumar sucesivamente, sobre el limbo, el resultado de una medición de ángulo horizontal cada vez al resultado de la medición anterior (o suma de las mediciones anteriores).

Por último pueden distinguirse: **teodolitos de construcción clásica** con **limbos metálicos** y **teodolitos ópticos** con **limbos de cristal**.

7. Recapitulación.

La figura 5 representa un corte de un **teodolito simple**. El epígrafe que la acompaña da una breve **recapitulación de lo expuesto**.

El limbo *LL* está dividido de 0° a 360° y numerado de tal forma que *visto desde arriba* los números crecen en el mismo sentido en que se mueven las agujas del reloj, que es el sentido en que hacemos crecer también los *rumbos*. Para el trabajo del limbo *LL* debe hallarse en posición horizontal.

Concéntricamente con el mismo gira alrededor del eje vertical *V* la alidada *AA*. Un nivel esférico sirve para establecer la posición vertical del eje *V*. Dos soportes fijados al platillo de la alidada dan apoyo al eje horizontal *HH'*, al rededor del cual gira el anteojo, pudiendo así el eje de colimación del mismo describir un plano vertical en cualquier posición de la alidada, en caso de ser:

$CC' \perp HH'$ y $HH' \perp VV'$ (fig. 2, pág. 90).

Bisectando con el anteojo (eje de colimación) diversos puntos del terreno, en orden sucesivo de izquierda a derecha, *el índice de la alidada irá describiendo sobre el limbo los mismos ángulos que los que forman entre sí los correspondientes planos visuales verticales por esos puntos*. Con un teodolito corregido listo para el trabajo (en el cual se hallan satisfechas las

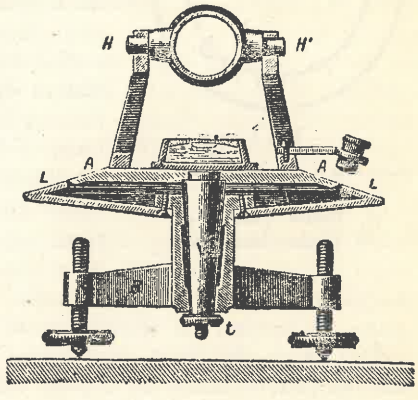


Fig. 5.
Teodolito simple.
t, tornillo de seguridad.

condiciones de ejes exigidas) es entonces muy fácil la medición de un *ángulo horizontal:* Se bisecta con el anteojo el punto de la izquierda (lado izquierdo del ángulo), luego el punto de la derecha (lado derecho) efectuando para cada bisección la correspondiente lectura de limbo con un solo índice (usando lupa). La diferencia de las mismas nos da la magnitud del ángulo a medir.

§ 2.

Limbos metálicos y limbos de cristal.

1. Limbo o círculo graduado.

Llámase **limbo** o **círculo graduado** (horizontal o vertical) a la corona circular, cuyo contorno está dividido con trazos finos.

Para los teodolitos económicos se graba la división directamente sobre el borde de un disco de bronce porta-limbo (ver fig. 5, pág. 5), plateando luego la parte ocupada por la división.

En los teodolitos de calidad, la corona porta-limbo es una lámina de plata.

2. Limbos de cristal. Teodolitos ópticos.

En el año 1924, el ingeniero suizo **H. Wild** (ver retrato, pág. 22 de nuestra **Optica**) logró construir en los talleres ópticos de la casa Carl **Zeiss** (Jena, Alemania) y más tarde en los talleres de **Heerbrugg** y **Aarau**, (Suiza) **círculos divididos sobre cristal.**

Llámanse **teodolitos ópticos** a los dotados de limbos de cristal, con complicados sistemas de lentes y prismas para facilitar su lectura, y **teodolitos ópticos de dobles limbos** a los provistos de **dobles limbos** (fig. 1), un **limbo exterior,** normalmente dividido y un **limbo interior** a intervalos grandes y uniformes, que hace el rol de índice para el primero.

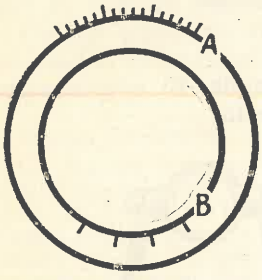


Fig. 1.
Círculo con doble limbo, según Wild.
A, limbo exterior.
B, limbo interior.

La **tendencia actual** en la construcción de teodolitos es en favor de los teodolitos ópticos, de muy pequeñas dimensiones y reducido peso.

No existe material que se preste más que el **vidrio óptico** para los limbos. Debido a la homogeneidad de este material, la graduación puede ejecutarse sobre el mismo con gran fineza y nitidez; y debido a la transparencia del vidrio es posible hacer pasar a través del limbo los haces de luz, obteniéndose así para la observación de la graduación una claridad de las imágenes tal que permite emplear aumentos mucho más fuertes que los que resultan practicables para la lectura de limbos metálicos.

Por causa del bajo coeficiente de dilatación del vidrio, el montaje de los anillos porta-limbos de cristal ofreció al principio ciertas dificultades, puesto que el centro del limbo debe coincidir en todo momento con el eje de rotación (eje de alidada) del teodolito. Ajustando el anillo de cristal a la temperatura media (20° C), por ejemplo, sobre un armazón de bronce, quedaría el limbo flojo con temperatura baja, y con tensión a elevada temperatura. Se ha sabido salvar completamente este inconveniente con montar los

anillos de cristal sobre armazones metálicos (aleaciones de **acero**) con coeficientes de dilatación aproximadamente iguales al del cristal.

Los anillos de cristal tienen un espesor de varios milímetros, siendo por ello suficientemente resistentes y casi imposible su rotura aún en el caso de una caída del teodolito.

3. Graduación y numeración de los limbos.

Los círculos se gradúan en 360° sexagesimales ó 400^g centesimales.

Consideramos en nuestro Compendio solamente la división sexagesimal, por ser la única actualmente en uso general en nuestro país y demás países americanos.

El número 60, con sus factores 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, se presta mejor para la división del círculo que el número 100, que tiene mucho menos factores.

El valor del ángulo en el centro correspondiente a dos trazos consecutivos, varía entre 1/12° y 1°.

La numeración de los trazos de división debe ser llevada a tal punto que sea fácil la rápida lectura del limbo con ayuda de la lupa o del microscopio. Debido a la pequeñez del campo visual que resulta con el fuerte aumento del microscopio, es necesario, para la comodidad de la lectura, **numerar todos los grados enteros** de la graduación del limbo.

En la actualidad (*), los finos **trazos** de división de sólo unos 8 μ (= 0,008 mm) de espesor, así como los **números** de grados enteros [que por el fuerte aumento del microscopio (hasta 50 y más aún, ver fig. 2, pág. 25) no pueden exceder de 0,1 a 0,15 mm de altura] son grabados con diamante directamente sobre el cristal.

Según se ve en la figura 1, la graduación interior del doble limbo no lleva numeración alguna.

El sentido de la **numeración de los limbos horizontales** (vista desde arriba) es el de la marcha de las agujas del reloj.

El sentido de la **numeración de los limbos verticales,** en cambio, es más variable.

Si la graduación y numeración es por **cuadrantes** (figs. 2 y 3) y con la línea de los ceros paralela a la dirección del eje de colimación del anteojo (ver fig. 2), las lecturas de ambos brazos-índices (el situado cerca del ocular y el diametralmente opuesto) expresan directamente **ángulos verticales,** ángulos de altura o ángulos de depresión, según que el eje de colimación esté dirigido hacia arriba o hacia abajo del horizonte.

Siendo, en cambio, la línea de los ceros perpendicular a la dirección del eje de colimación del anteojo (fig. 3), se leerán en ambos índices los complementos a 90° de los ángulos de elevación y ángulos de depresión, o sea las llamadas **distancias cenitales** o **distancias nadirales** correspondientes.

Con el segundo tipo de graduación, o sea la **graduación corrida** de 0° a 360° en el sentido de la marcha de las agujas del reloj (vista de frente), y con la línea 0° — 180° paralela al eje de colimación del anteojo se obtiene el

(*) **El procedimiento fotográfico que se empleó al principio, no dió resultados muy satisfactorios.**

ángulo de altura o ángulo de depresión con formar el complemento a 360° ó 180° de las lecturas efectuadas (ver fig. 4).

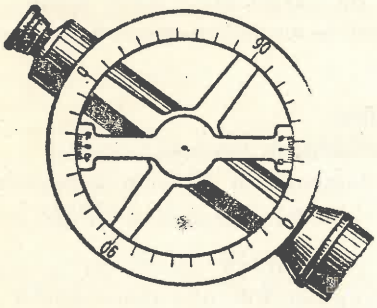


Fig. 2.

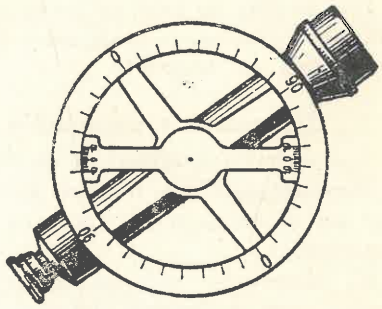


Fig. 3.

Graduación y numeración por cuad...

En cambio, si con división corrida la línea 0° — 180° está situada en dirección perpendicular al eje de colimación del anteojo (fig. 5), los ángulos

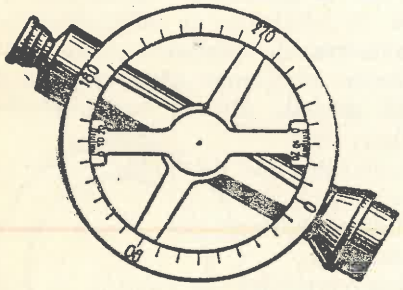


Fig. 4.

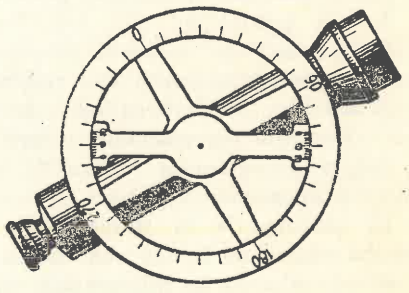


Fig. 5.

Graduación y numeración corrida.

de elevación o ángulos de depresión se obtienen con formar los complementos a 90° y 270°.

Para más detalles sobre esta cuestión ver Volumen 1 del Tomo III, pág. 189.

4. Generalización del sistema centesimal.

Respecto a la generalización del sistema centesimal podemos decir lo siguiente: Mientras los astrónomos sigan dividiendo el día en 24 horas (y hay profundas razones para que lo hagan siempre), división con la cual la división sexagesimal está estrechamente vinculada (ver cuadro en págs. 14 y 15 del Tomo I), y no obstante algunas ventajas que tiene el sistema centesimal para el cálculo de las observaciones que hablaría en su favor, el mismo no podrá tener, a nuestro juicio, el éxito completo de ser universalmente adoptado, a pesar de todos los esfuerzos y fuerzas que para ello se pongan en juego.

Y si algún día con medidas de fuerza se lograra una cierta universalidad del sistema centesimal sin haber logrado al mismo tiempo un adecuado cambio de nuestro "reloj", no sería un triunfo ampliamente satisfactorio, porque se habrían sacrificado en aras de la *utilidad* o *economía* del trabajo *valores de cultura técnica de orden superior*, la *armonía*, la *homogeneidad* y, por ende, la estética del conjunto.

El hecho de que recién ahora se vuelva a discutir y reglamentar sobre la cuestión de la división centesimal en países en que hasta hace poco tiempo se empleaba con preferencia la división sexagesimal, nos demuestra claramente que no pueden ser muy notables esas "ventajas", sinó el sistema centesimal se hubiera impuesto mucho antes y con más lógica, en la época de la adopción universal del sistema métrico decimal.

Para que una innovación o un nuevo sistema técnico pueda triunfar sobre otro sistema generalmente adoptado (y que no es malo), como lo es el sistema sexagesimal, es necesario que ofrezca ventajas fundamentales y no sólo ventajas económicas; deben ser ventajas con las que no se sacrifiquen en lo más mínimo aquellos valores de orden superior antes mencionados. Todo ello queda ampliamente satisfecho con la introducción del teodolito óptico, por ejemplo, lo cual le garantiza un éxito completo de verdad (ver pág. 103, Vol. 1 del Tomo III).

5. Protección de los limbos.

Para la protección de los limbos contra posibles daños, va unida a la alidada (horizontal y vertical) una cubierta metálica provista de ventanillas para efectuar las lecturas.

Los limbos de los teodolitos ópticos están completamente blindados.

6. Precisión de la graduación.

Las graduaciones de los círculos de los instrumentos topográficos (ejecutadas con máquina de dividir) son obtenidas hoy con tanta precisión (error medio de división menor de medio segundo), que los limbos de esos instrumentos pueden ser considerados prácticamente **exactos.**

§ 3.

Efecto de la excentricidad del eje de alidada y de la no-diametralidad de sus índices.

1. Definición de la alidada de círculo.

Llámase **alidada de círculo** a toda esa parte de un instrumento (teodolito por ejemplo) destinada a la fijación de la dirección de una visual (ver **definición más completa,** pág. 118, Vol. 2, Tomo III). Consta para ello siempre de un **aparato visor** más o menos perfeccionado (en el teodolito es el **anteojo**). La alidada de círculo, que lleva en los extremos de un diámetro uno o dos índices, puede ser girada alrededor de un eje, el llamado **eje de alidada** (ver figs. 3 y 4, pág. 3).

2. Definición del error de excentricidad.

El constructor de teodolitos tratará siempre que el eje de alidada pase exactamente por el **centro del limbo.** Realizada esta exigencia, el arco recorrido por el índice corresponde al ángulo de igual magnitud con centro en **L** (fig. 1). Pero cuando esto no ocurre, cuando la alidada gira alrededor de otro punto **A**, el arco leído en el limbo no corresponde al ángulo de giro de la alidada alrededor de **A**. Llámase **excentricidad de la alidada** a la falta de coincidencia del centro **L** del limbo con el eje de giro de la alidada (porta-índice o porta-índices). En los teodolitos modernos esa excentricidad

generalmente no llega al valor de 0,05 mm. Pero, si a consecuencia de un accidente en el trabajo, esa excentricidad se presentara en forma pronunciada, bastaría un valor relativamente pequeño de la misma para que resulten sensiblemente afectadas las mediciones de ángulos.

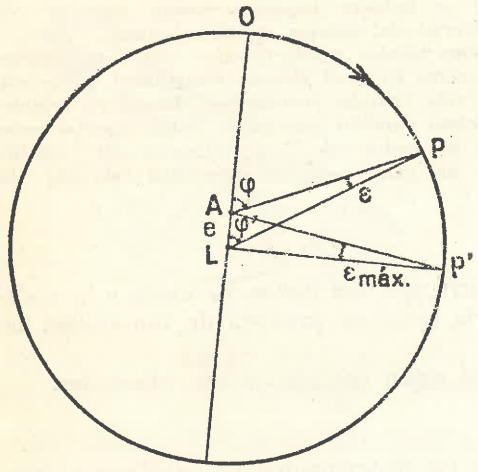


Fig. 1 *Alidada con un solo índice.*
AL = e, magnitud lineal de la excentricidad.
ε, error de excentricidad.

3. Caso de existir un solo índice (nonio).

Sea **L** (fig. 1) el centro del limbo y **A** el punto del plano del limbo por el cual pasa el eje de giro de la alidada. Sea **O** el origen de la graduación del limbo, indicándose por la flecha el sentido de la misma.

Suponemos que se ha efectuado alrededor de **A** el giro angular **OAP** = φ, el que corresponde al ángulo en el terreno que se trata de medir con el teodolito.

Pero, en las circunstancias indicadas en fig. 1, en lugar de leer en el limbo el arco correspondiente al ángulo φ con centro **A**, se lee el arco de otro ángulo φ′ con centro **L**:

$$OLP = \varphi'$$

La diferencia $\varphi - \varphi' = \epsilon$ expresa el error que se comete en la medición del ángulo **OAP** debido a la excentricidad, cuyo efecto ε se llama **error de excentricidad.**

Para la **determinación numérica** de este error tenemos:

(1) $$\operatorname{sen} \epsilon = \frac{e}{r} \cdot \operatorname{sen} \varphi$$

o sea: $$\epsilon = \frac{e}{r} \operatorname{sen} \varphi \text{ (en radianes)}$$

(2) $$\epsilon'' = \frac{e}{r} \cdot \rho'' \cdot \operatorname{sen} \varphi \text{ (en segundos)}$$

donde **r** expresa el radio del limbo.

La fórmula (2) nos dice que el error de excentricidad crece con aumentar el ángulo φ hasta llegar a un **valor máximo** con $\varphi = 90°$, es decir cuando

$$PL \perp LA$$

En el ejemplo colocado en fig. 1 el punto **P′** señala esa posición de **efecto máximo de la excentricidad.**

Tenemos entonces para este caso particular:

(3) $$\epsilon''_{max} = \frac{e}{r} \cdot \rho''$$

Siendo por ejemplo, $e = 0{,}1$ mm, $r = 6$ cm, tenemos:

$$\epsilon''_{max} = \frac{0{,}1}{60} \cdot 206\,265 = 344'' = 5'44''$$

Es decir, la alidada no podría tener una excentricidad de 0,1 mm, ni siquiera de 1/100 mm (daría 34"), si se pretendiera leer con el instrumento con la aproximación de 10" (ver **sextante**, pág.62, Tomo I).

4. Eliminación del error de excentricidad en un teodolito dotado de un solo índice.

Cuando en un teodolito existe un solo nonio (índice) puede, sin embargo, ser eliminado el efecto de un error de excentricidad con medir los ángulos en **ambas posiciones del anteojo** (ver pág. 4). Nos convencemos fácilmente de este hecho con sólo inspeccionar la fig. 2, imaginando pue **I** y **I'** signifiquen las lecturas de nonio en la primera posición del anteojo, **II** y **II'** las lecturas de nonio correspondientes a la segunda posición del mismo.

También se explica la eliminación del error de excentricidad con inspeccionar la figura 1 y de la consideración de la fórmula (2). En efecto, para una primera posición tendríamos el ángulo y para una segunda el ángulo $\varphi + 180°$, cuyo seno es igual al de φ, con signo contrario; por lo cual se comprende esa eliminación del efecto de un error de excentricidad con formar la **media aritmética de los resultados obtenidos en ambas posiciones del anteojo.**

Todo lo que antecede vale para el caso de tratarse de una **alidada con un solo índice** (sextantes, alidadas de planchetas, círculo vertical de modernos taquímetros, etc.).

5. Caso de leer en dos índices.

Cuando la alidada está provista de **dos índices diametralmente opuestos,** se podrá eliminar este tan temible error de excentricidad por las **lecturas de ambos índices y la formación del promedio,** como a continuación demostraremos.

Admitimos primero que la línea de unión de los dos índices es una recta matemática, la que, en vez de girar alrededor de **L** (fig. 2), lo hace alrededor de **A.**

La alidada lleva los dos índices **I** y **II** diametralmente opuestos.

En la medición angular, la alidada sigue exactamente todo movimiento del an-

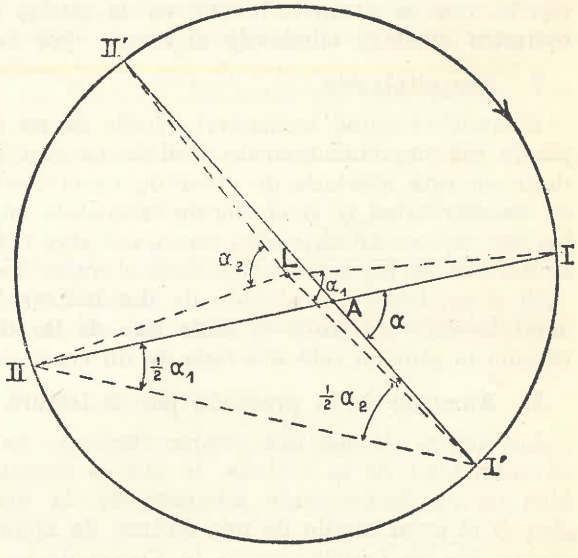


Fig. 2. *La alidada excéntrica está dotada de los 2 índices* I y II.
Se explica la medición del ángulo IAI' = α con eliminación del error de excentricidad.

teojo, de tal modo que el ángulo **IAI′ = α formado por las dos posiciones** de la alidada **I-II y I′-II′**, es efectivamente el ángulo en el terreno que se trata de medir.

Pero en el limbo se leerán los 2 arcos **I-I′ y II-II′**, a los cuales corresponden los ángulos α_1 y α, en el centro.

Según conocidos teoremas de la Geometría sabemos que el ángulo **I-II-I′** = ½ α_1 y el ángulo **II-I′-II′** = ½ α_2, y que por otra parte el ángulo α es el ángulo exterior del triángulo **I′AII**; por lo que resulta para el ángulo α **(libre de excentricidad)** buscado:

$$\alpha = \tfrac{1}{2}\alpha_1 + \tfrac{1}{2}\alpha_2 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \tag{3}$$

Es decir, el ángulo α es igual a la **media aritmética de los ángulos** α_1 y α_2 leídos en el limbo.

6. Falta de diametralidad de los índices.

Suponemos ahora que los dos índices no formen una línea recta que pase por **A**, es decir, que exista la llamada **falta de diametralidad de los dos índices.** Es éste un **error constante** que también se elimina en la media de la doble lectura del limbo.

La condición de estar dos índices diametralmente opuestos respecto al eje de alidada, no necesita por tanto ser cumplida rigurosamente.

En efecto, siendo el ángulo entre el cero del nonio (trazo índice) I y el cero del nonio (trazo índice) II, por ejemplo:

$$180^\circ + \delta \text{ ó } 180^\circ - \delta \text{ según el caso,}$$

se tendrá, por consiguiente, entre el cero de II y el cero de I:

$$180^\circ - \delta \text{ ó } 180^\circ + \delta$$

con lo que se comprende que **en la media de ambas lecturas de índices opuestos quedará eliminado el error por falta de diametralidad.**

7. Recapitulación.

Estando el limbo horizontal dotado de **un solo índice** (nonio), el ángulo puede ser convenientemente medido en una posición del anteojo si la alidada no está afectada de error de excentricidad. Si la alidada tiene error de excentricidad, y si el ángulo es medido en **ambas posiciones del anteojo,** los dos valores así obtenidos van a ser algo diferentes entre sí, pero la media aritmética de los mismos nos dará el valor libre de error con excentricidad.

Si el teodolito está dotado de **dos índices** (nonios), un ángulo puede ser medido correctamente en **cada una de las dos posiciones del anteojo** aun cuando la alidada esté afectada de un error de excentricidad.

8. Aumento de la precisión por la lectura de los dos nonios.

La lectura de los dos nonios (índices) no sólo elimina el efecto de la excentricidad de la alidada, lo que es esencial, sino que proporciona también un no despreciable **aumento de la precisión** del resultado-promedio Sea β el **error medio de una lectura de nonio.** La media de las lecturas de ambos nonios tendrá, según la Teoría de los Errores, un error medio de:

$$\frac{\beta\sqrt{2}}{2} = \pm\frac{\beta}{\sqrt{2}}$$ [ver 1er Fascículo, 2ª ed., (35), Cp. II]

Siendo, por ejemplo, en un teodolito de 20″, $\beta = 10''$, tendremos para el **error medio de la media de los dos nonios:**

$$\frac{10}{\sqrt{2}} = \underline{7''.}$$

En los siguientes dos párrafos explicaremos el uso de los diversos **aparatos lectores de limbos** de los teodolitos de **construcción clásica** y de los llamados "**teodolitos ópticos**".

§ 4.

Nonios y microscopios de lectura de teodolitos de construcción clásica.

1. La lectura del limbo. Dos operaciones de que se compone. Nonios y microscopios.

En la lectura de la posición del índice de la alidada con respecto a la división del limbo, trátase siempre de efectuar **dos operaciones,** consistiendo la primera en averiguar delante de qué trazo del limbo el índice corta la división del limbo. La lectura que corresponde a dicho trazo la llamaremos "**lectura grosera**". La segunda consiste en la medición de la distancia que separa al índice de aquel trazo; es la llamada "**lectura fina**". Cuando se trata de operaciones de poca precisión, esta segunda operación muchas veces se hace **por estima** a simple vista. Se obtendría así el décimo de grado cuando el limbo está dividido en grados enteros. Esta precisión es insuficiente para la mayor parte de las operaciones topográficas ejecutadas con teodolito. Era necesario entonces encontrar medios que permitieran determinar con precisión mayor esa fracción del intervalo más pequeño de la división del limbo. Se logró realizar este aumento de precisión de la lectura del limbo con introducir aparatos lectores especiales, **nonios** y **microscopios.**

Para satisfacer las exigencias topográficas relativas a la precisión de la lectura del círculo, el nonio bastaría siempre. Pero debido a las innegables ventajas que tiene el microscopio ante el nonio (ver "**Optica**", pág. 148), se va generalizando cada día más el uso del microscopio, principalmente por la creciente difusión de los llamados "**teodolitos ópticos**", que lo emplean.

Nonios.

2. Valor del ángulo en el centro del limbo correspondiente a dos trazos consecutivos. Objeto del nonio.

Las graduaciones de círculos de teodolitos topográficos suelen ser, como anteriormente dijimos, de doceavos de grados de sextos, de grado, tercios de grado, medios grados o de grados enteros, unidades de división de las cuales todavía pueden apreciarse hasta un **treintavo,** un **cuarentavo** o un **sesentavo** con ayuda de una división auxiliar llamada **nonio** o **vernier** (ver pág. 18, **Nota histórica**).

3. Sentido de la graduación del nonio. Trazo suplementario anterior al índice del nonio.

La graduación del nonio comienza con el **trazo índice** marcando 0, y aumenta en el mismo sentido que la división del limbo (ver fig. 1).

La costumbre adoptada por algunos constructores de teodolitos de colocar uno o dos trazos suplementarios anteriores al trazo índice (ver fig. 1) no ofrece ventaja real, dando lugar, por el contrario, a frecuentes errores groseros de lectura.

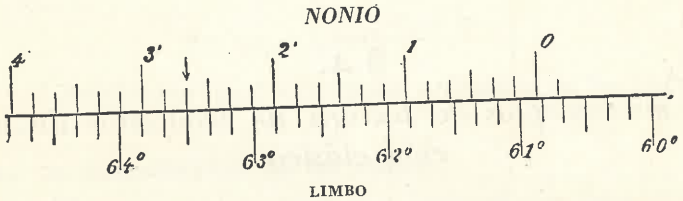


Fig. 1. *Nonio sexagesimal* 59/60 *con* a = 10".
Lectura de nonio: 2' 40", contando desde la derecha hacia la izquierda.
Lectura total: 60° 52' 40"

4. Principio del nonio.

El nonio está basado en el siguiente **principio**: Imaginemos trazada una división sobre una regla (fig. 2). Con el objeto de construir un nonio para esta división se toma una regleta **MN**, a la cual se da la longitud de 9 de las divisiones del limbo y se divide la longitud resultante en 10 partes iguales. Esta disposición se llama **nonio**. Es evidente que en estas condiciones cada una de las divisiones del nonio vale 9/10 de una división de la regla. Estando entonces en coincidencia los ceros de ambas divisiones, el primer trazo del nonio quedará 1/10 (de la división de la regla) detrás del primer trazo de la regla, el segundo trazo del nonio 2/10 detrás del segundo trazo y así sucesivamente. El último trazo del nonio quedará 10/10 o sea 1 división entera detrás del décimo trazo de la regla.

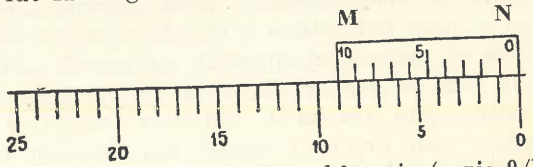


Fig. 2. *Se ilustra el principio del nonio* (nonio 9/10 con a = 1/10).

Sea, en forma general, **L** el valor de la unidad de una división del limbo, **N** el valor de la unidad del nonio y **n** un número entero; tenemos entonces sucesivamente:

$$(n-1)\,L = n\cdot N \qquad nL - nN = L$$
$$nL - L = nN \qquad n(L-N) = L$$

Luego:

$$(1) \qquad \boxed{L - N = \frac{L}{n} = a}$$

o sea en palabras: **la diferencia entre un intervalo del limbo y un intervalo del nonio es igual a la n-ésima parte de la división del limbo, diferencia que se denomina apreciación del nonio.** La designaremos por **a**.

Divídense, para hallar la apreciación a, (n—1) divisiones del limbo **L** en **n** intervalos del nonio **N**, por ejemplo 9 divisiones **L** en 10 divisiones **N** (ver fig. 2), 59 divisiones **L** en 60 divisiones **N** (ver fig. 1).

Ejemplo 1. 29 partes de 1° del limbo están divididas en 30 partes (n = 30).

Resulta:

Apreciación **a** = 1/30 de 60′ = 2′.

Ejemplo 2 (fig. 3). **L** = 30′, nonio 14/15, es decir, 14 intervalos del limbo corresponden a 15 del nonio; resulta: **a** = 30′/15 = 2′.

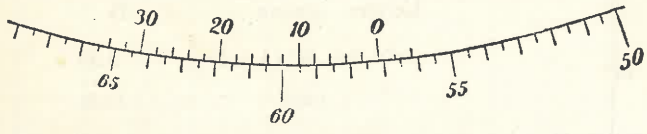


Fig. 3 *Lectura:* 57° 12′, en un nonio de 14|15 con $a = 2'$.

Si un trazo cualquiera del limbo coincide con un trazo del nonio (como el indicado con flecha en fig. 1), existirá para el par de trazos de limbo y nonio inmediatamente próximos, anterior a esa coincidencia (60° 52′ 30″ de fig. 1), así como para el par que le sigue (60° 52′ 50″ de la misma figura) la diferencia de **1a**, para los dos siguientes, de **2a**, etc.

El número que expresa el lugar de coincidencia indica entonces la diferencia que existe entre el índice (cero) del nonio y el trazo del limbo inmediatamente anterior.

En el ejemplo de la figura 1, el nonio aprecia 1/60 de 10′ = 10″. Luego:

lectura grosera = 60° 50′
" **fina** = 2′ 40″
lectura total = 60° 52′ 40″

5. Reglas prácticas de lectura de nonio.

Tenemos entonces las siguientes **reglas prácticas:**

1º: Hágase primero la **lectura grosera,** fijándose todavía si el trazo índice del nonio corta al intervalo del limbo en la primera o la segunda mitad del intervalo.

2º: Búsquese, en dirección de la numeración ascendente, el trazo de coincidencia, haciendo la **lectura fina.**

3º: Súmense las lecturas grosera y fina, obteniéndose así la **lectura total.**

6. Dos distintos criterios en la construcción y lectura de nonios.

Cuando en la construcción de nonio se ha elegido la apreciación demasiado pequeña, sucede frecuentemente el caso de que no existe un solo trazo de coincidencia, sino dos o más, lo que quita seguridad a la lectura.

En cambio, cuando la apreciación del nonio es relativamente grande, sucede a menudo que ningún trazo del nonio coincide exactamente con un trazo del limbo. Si dos trazos consecutivos del nonio **C** y **D** (fig. 4A) están comprendidos ambos dentro de dos trazos **C′** y **D′** consecutivos del limbo (o de una regla graduada) en tal forma que el exceso sobre el trazo anterior del limbo es igual a lo que falta hasta el trazo siguiente del limbo, se

concluye que es en la **media aritmética** de ambos pares de trazos donde se produciría la verdadera coincidencia (ver fig. 4A y fig. 4B). Llamaremos

Fig. 4A. *Principio de la "media coincidencia".*

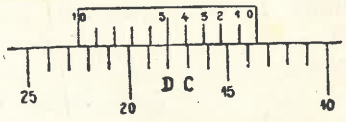


Fig. 4B). *Ejemplo de lectura de "media coincidencia" en un nonio de 9/10.*

Lectura grosera 13

" fina ½ $(4+5)\frac{1}{10}$ = 0,45

" total 13,45

"estimar la media coincidencia" cuando en esta forma se saca provecho de la precisión que da el nonio. En este orden de ideas se comprende que, en caso de no existir la relación de simetría de los trazos del nonio con respecto a los del limbo (ilustrados en fig. 4A y 4B), es decir, cuando el exceso del trazo del nonio relativo al del limbo es, por ejemplo, menor que la falta relativa al trazo siguiente o viceversa, se llega fácilmente a **"estimar tercios o cuartos de coincidencias"**, o sea a estimar, por ejemplo, los 5" con nonios de 20". Se llegaría así a leer (con más precisión) en el nonio de fig. 3: 57° 11' 45".

Por lo que antecede quedan sintetizados dos **tendencias** o **criterios** en la construcción y lecturas de nonios: Siendo suficientemente grande la apreciación del nonio, se evitará el inconveniente de los trazos de coincidencias múltiples (primera tendencia), pero el operador se verá obligado a estimar rápidamente a ojo la correspondiente fracción ($^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$), cuando tiene interés de sacar toda la precisión que el nonio es capaz de dar.

Haciendo, en cambio, el valor de la apreciación del nonio muy pequeño (segunda tendencia), el operador tendrá que fijarse si existe una o varias coincidencias, siendo en este último caso necesario tomar la media para obtener un valor más exacto.

7. Rendimiento de las lupas lectoras de nonios. Montaje y cuerpo iluminador.

En las lecturas de nonio úsanse generalmente lupas de moderado **aumento,** obteniendose así un campo visual relativamente grande.

Con una lupa de 3 a 4 aumentos, pueden todavía distinguirse diferencias de 10 μ a 7μ (1/100 a 1/150 mm), con una lupa de 5 aumentos todavía 5 μ (1/200 mm).

Para el **montaje** de la lupa lectora de nonio y la fijación del **cuerpo iluminador i,** prefiérese una disposición como la que se ilustra en la figura 5.

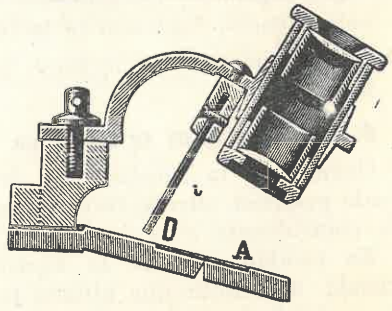


Fig. 5 *Se ilustra la ubicación del cuerpo iluminador, i, y las condiciones constructivas para evitar la paralaje del nonio.*

8. Cuadro demostrativo de las relaciones adoptadas en la construcción de nonios.

Desde los puntos de vista indicados en el Nº 6, son recomendables las **relaciones para la construcción de nonios** que se muestran en el siguiente cuadro:

Nº	Diámetro limbo cm	Valor de 1 div. °	n =	Apreciación del nonio a =	en μ	Largo del nonio mm
1	9	1/3°	40	30″	6,5	10
2	9	1/2	30	1′	13,1	11
3	12	1/3	60	20″	5,8	21
4	12	1/3	40	30″	8,7	14
5	15	1/6	60	10″	3,6	13

Ejemplo explicativo 1 (fig. 6). En un círculo de 12 cm de diámetro (Nº 4 del cuadro) deben obtenerse lecturas de nonio de 30″ de aproximación. Se pregunta: *¿Cuáles serán las relaciones pertinentes?*

Si subdividimos el limbo en tercios de grados (ver fig. 6), tendremos para un nonio de 39/40 la apreciación $a = 1/40 \,.\, 20' = 30''$. Se subdividirá entonces el intervalo de 39 partes del limbo en 40 partes iguales.

El nonio así resultante abarca un arco correspondiente a un *ángulo* de $\left(\frac{39}{3}\right)^\circ = 13^\circ$, *en el centro* del limbo y tiene una *longitud* de $\frac{13}{57{,}3} \cdot 60 \text{ mm} = 14 \text{ mm}$.

Para determinar la apreciación del nonio en μ tendremos: $\frac{30}{206\,265} \cdot 60\,000\,\mu = 8{,}7\,\mu$

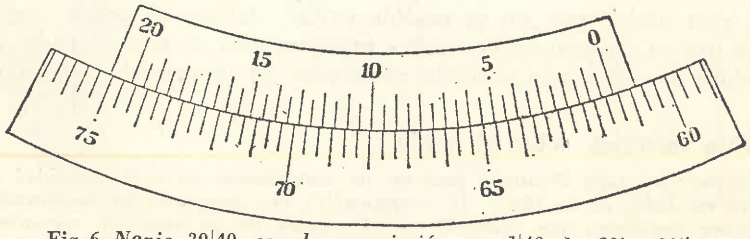


Fig. 6 *Nonio* 39|40 *con la apreciación* $a = 1|40$ de $20' = 30''$
Lectura: 61° 25′ 30″.

Según hemos visto en el Nº 26, pág. 129 de la *Optica*, el ojo desnudo es capaz de notar un desplazamiento de una raya del limbo respecto a otra del nonio cuando dicho desplazamiento aparece al ojo bajo un ángulo de unos 30″ o sea $\left(\frac{30''}{206\,265''} =\right) 0{,}000\,147$, el que da, para la distancia del punto próximo de 125 mm (ver Nº 15, pág. 120 de la *Optica*) *la magnitud de:*

(3) $0{,}000\,147 \times 125 \text{ mm} = 18{,}4\ \mu$ o sea $20\ \mu$ en cifra redonda

para el desplazamiento lineal que el ojo desnudo es capaz de distinguir fácilmente.

Resulta entonces que para el nonio en cuestión será necesario emplear una lupa de $20 : 8{,}7 \sim$ (*) 2 ó 3 aumentos.

Ejemplo 2: Nonio 59/60 (Nº 5 del cuadro).

Apreciación, $a = 1/60 \,.\, 10' = 10''$.

Tenemos que subdividir un intervalo de 59 partes del limbo en 60 partes del nonio.

Al nonio corresponde un ángulo de $\left(\frac{59}{6}\right)^\circ$ en el centro, y tiene una longitud de $\frac{59}{657{,}3} \cdot 75 \text{ mm} = 12{,}9 \text{ mm}$.

(*) $\sim$ significa: *aproximadamente igual.*

Apreciación del nonio en μ $\frac{10''}{206\,265''} \cdot 75\,000\mu = 3{,}6\mu$ necesitándose entonces para la lectura de este nonio de acuerdo con la (3) una lupa de 6 aumentos.

9. Modo de efectuar las lecturas del nonio. Inconveniente y paralaje.

En las lecturas de nonio con lupa, se debe empezar por colocarla de acuerdo a la **distancia de visión clara del operador,** llevándola luego, con su soporte, a una posición tal que el trazo de coincidencia aparezca aproximadamente en el **medio del campo visual** de la lupa; es decir, se evitará de buscar la coincidencia mirando oblicuamente hacia la izquierda o derecha.

En una buena construcción de teodolito, la línea **AD** (fig. 5) debe formar la generatriz de una superficie troncocónica, coincidiendo la superficie del nonio con la del limbo. Como esta exigencia no es posible llenarla con todo rigor, existirá siempre un pequeño resalto en la unión de los contornos de limbo y nonio.

Al no verificarse la condición establecida para la recta **AD** y existiendo un intervalo notable entre limbo y nonio, se produce fácilmente un **error de paralaje** muy fuerte, especialmente cuando no se toma la precaución de efectuar la lectura conforme a la **regla práctica** que acabamos de indicar.

Sabido es que el nonio común constituye en cierto sentido uno de los órganos más delicados de un teodolito, y un tratamiento poco cuidadoso hace rápidamente disminuir la precisión del instrumento. El rozamiento entre el nonio y el limbo, que no es posible evitar, debido al polvo que siempre hay, hace que el espacio entre ambos aumente con el tiempo cada vez más, originándose con ello una sensible reducción de la precisión del nonio.

10. Nota histórica sobre el nonio.

Pedro Núñez (en latín *Nonius*), profesor de matemáticas en la Universidad de Coimbra, publicó en 1542, en su libro "*De crepusculis*", una propuesta de mejoramiento para las mediciones angulares, que consistió en el trazado de 46 arcos de circunferencia de cuadrante divididos, el más exterior en 90 partes de 1°, el más próximo interior en 89 partes de $\left(1\,\frac{1}{89}\right)^\circ$, etc., hasta llegar al más interior dividido en 45 partes iguales de 2°.

Para medir un ángulo se hacía coincidir un lado con el radio del cuadrante, fijándose en qué división y arco quedaba el segundo lado del ángulo. Tablas auxiliares facilitaban las lecturas. Este invento no tuvo éxito.

El matemático Clavius (1558 - 1612) dividió una regla en 100 partes iguales. A una *regleta auxiliar separada* transportó un trozo de 9 partes de la división de la regla, que dividió en 10 partes iguales. Aplicando esta escala auxiliar a la división de la regla, pudo medir con la precisión del décimo de la división de la misma.

Faltaba sólo la aplicación del invento de Clavius a la *alidada circular de un instrumento*, lo que realizó en 1631 Pierre Vernier (1580 - 1637), para obtener el aparato lector llamado hoy *nonio* o *vernier*, el que, según indicamos, viene a representar la última etapa de un desarrollo iniciado por Núñez y terminado por Vernier.

Microscopios lectores de limbo.

Usanse en los diversos modelos de teodolitos de construcción clásica los siguientes tipos de microscopios lectores de limbo:

microscopio a trazo o microscopio a estima,
" " escala,
" " nonio,
" " tornillo micrométrico.

11. Característica del microscopio lector de círculo.

Por lo visto en págs. 146-148 de nuestra **Optica** sabemos que el microscopio difiere del anteojo astronómico por el hecho de que en el microscopio el objeto se sitúa entre la simple y la doble distancia focal del objetivo. Se produce entonces de un objeto (división del limbo) una imagen agrandada (3 ó 4 veces), real, invertida, la que el ocular aumenta más todavía, resultando así una imagen virtual e invertida a la distancia de la visión clara del observador.

Los aumentos que se usan en los microscopios lectores de círculos de instrumentos topográficos y geodésicos oscilan entre 10 y 40.

12. Descripción del microscopio a trazo o microscopio a estima. Condición exigida.

El **microscopio a trazo fijo** o **microscopio a estima,** el más simple de todos los aparatos lectores de círculo, es un microscopio compuesto común, de mediano aumento.

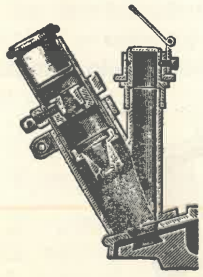


Fig. 7A. *Microscopio a trazo, de Fennel*

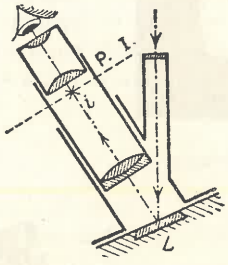


Fig. 7B. *Corte vertical por el microscopio*

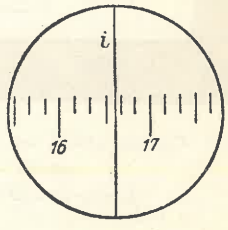


Fig. 8. *Campo visual en el microscopio a trazo.*
Lectura: 16° 37'.

En el plano de la imagen **P. I.** (fig.7 B) aparece, además de los trazos de división del limbo, la imagen de un hilo de telaraña o un fino trazo-índice grabado sobre una plaquita de cristal (ver fig. 8).

El aumento del microscopio varía de 15 a 20.

Las **condiciones** que debe cumplir este microscopio son: El trazo-índice debe ser paralelo a los trazos de división del limbo y poderse ver ambos con toda claridad y sin paralaje.

13. Graduación del limbo. Explicación de las lecturas con trazo fijo; precisión.

La graduación del limbo está dispuesta de tal modo que se pueden efectuar por estima a ojo las lecturas al minuto. Por eso cada grado está dividido en 6 partes (fig. 8).

La **lectura grosera** es, como siempre, la que corresponde al trazo de división del limbo inmediatamente anterior al índice (16° 30, en el ejemplo

de la figura 8), siendo la **lectura fina** la que se obtiene por estima del décimo, entre los dos trazos vecinos (= 7'). Luego, **lectura total**: 16° 37'.

Según el Profesor REINHERTZ, quien en 1902 propuso a la casa FENNEL la construcción de este aparato lector, puede admitirse **un minuto sexagesimal** como **error máximo de lectura**, o sea ± 20" **como error medio.**

14. Microscopio a escala.

En el plano visual del **microscopio a escala** hállase grabada sobre una plaquita de cristal una **escala** auxiliar constituída por 11 trazos (10 intervalos), siendo el primero, el **trazo-índice**, generalmente caracterizado por su mayor longitud (ver fig. 9).

Las rayas de división del limbo terminan en puntas finas, evitándose así el inconveniente de tener que trazarlas finamente en toda su extensión, lo que dificultaría la lectura. Es sobre estas finas puntas que se efectúa la lectura y estima en la escala del microscopio.

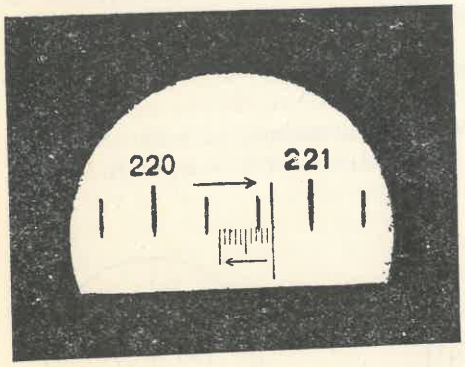


Fig. 9. *Campo visual en un microscopio a escala.*
Lectura: 220° 45' 0"

15. Explicación de las lecturas.

El intervalo más pequeño del limbo en fig. 9 es de 20', pudiendo leerse entonces directamente en la escala los **dobles minutos** y por estima los **dobles décimos de minutos**, o sea 12".

La **lectura grosera** correspondiente al ejemplo representado en fig. 9, es: 220° 40', **lectura fina**: 2 . 2' + medio intervalo de la escala (= 1'), siendo entonces la **lectura total** = 220° + 40' + 4' + 1' = 220° 45' 0".

Vemos que la graduación de la escala aumenta en sentido contrario a la del limbo.

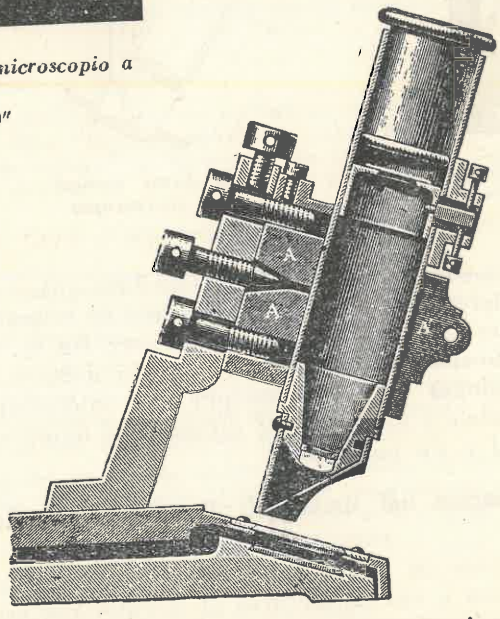


Fig. 10. *Corte vertical por el microscopio a escala, según* Vogler: *"Lehrbuch der praktischen Geometrie".*

Fig. 10*A*. *Corte por la escala montada en el diafragma.*

Pero para que el microscopio a escala sea un aparato lector preciso, debe responder a ciertas **condiciones** que pasaremos a detallar.

16. Condiciones que debe llenar un microscopio a escala; ajuste del mismo.

1º Las imágenes de las divisiones del limbo y los trazos de la escala deben verse nítidamente y libres de paralaje.

2º La distancia entre el trazo índice o el trazo 0 y el último de la escala debe ser exactamente igual a la distancia entre dos trazos consecutivos del limbo.

Se empieza para el examen de estas condiciones por enfocar el ocular exactamente de tal modo que el operador vea claramente los trazos de la escala.

Seguidamente se enfocarán los trazos del limbo, deslizando todo el microscopio en su abrazadera **AAA'** (fig. 10) y girándolo al mismo tiempo hasta que los trazos de la escala aparezcan paralelos a los del limbo.

Si la distancia entre los trazos consecutivos del limbo es mayor que la que media entre los trazos extremos de la escala (sin tener en cuenta eventuales trazos suplementarios), es necesario reducir el aumento del objetivo, lo que se realiza acercando el objetivo a la escala; si, en cambio, resultase que la distancia entre los trazos consecutivos del limbo fuera menor que la que separa los trazos extremos de la escala, sería menester agrandar el aumento del objetivo, lo que se consigue con mover el objetivo hacia el limbo.

Con este desplazamiento del objetivo, se habrá sacrificado la claridad de la imagen del limbo, notando una fuerte paralaje.

Se deberá entonces enfocar nuevamente la graduación del limbo, deslizando el conjunto del microscopio en sus abrazaderas **AAA'**, y estas operaciones se repetirán tantas veces cuantas sean necesarias hasta conseguir el buen ajuste, de acuerdo a las condiciones arriba indicadas.

17. Microscopio a nonio.

Ejemplo explicativo.

El **microscopio a nonio** se diferencia del microscopio a escala sólo en que, en vez de la escala, lleva un **nonio** grabado sobre una plaquita de cristal montada en el diafragma.

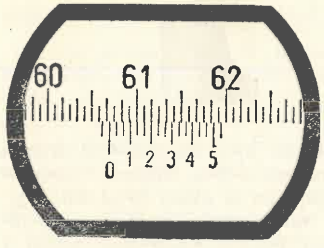


Fig. 11. *Campo visual en el microscopio a nonio.*
Lectura: 60° 41' 50".

La figura 11 muestra el **campo visual de un microscopio a nonio** de un limbo de 12 cm con el siguiente ejemplo práctico:

Nonio 14/15; $\mathbf{L} = {}^1/_{12}{}^\circ = 5'$.

Luego: $a = 1/15$ de $5' = 20''$.

Este nonio, al que corresponde el ángulo $\left(\frac{14}{12}\right)^\circ = 1{}^1/_6{}^\circ$ en el centro, tiene una longitud de sólo $\frac{14}{12 \cdot 57{,}3} \cdot 60\,\text{mm} = 1{,}2\,\text{mm}$.

Apreciación del nonio en μ:

$\mu = \frac{20''}{206\,265''} \cdot 60\,000\,\mu = 6\,\mu$, por lo cual debe emplearse un aumento 4, por lo menos.

En el microscopio a nonio se evitan los inconvenientes indicados en el N° 9 relativos al nonio común.

Además, no hay necesidad en el uso del mismo, como sucede en el nonio común, de recorrer con la lupa el nonio en busca del trazo de coincidencia: En el microscopio a nonio aparece éste todo completo, lo que permite leer más rápidamente.

18. Descripción del microscopio con tornillo micrométrico.

En el teodolito dotado de *microscopio con tornillo micrométrico* (ver fig. 5, pág. 76), se ejecuta la medición del segmento comprendido entre la marca-índice y el trazo anterior del limbo con ayuda de un *tornillo micrométrico*.

El *microscopio a tornillo* puede tener, por ejemplo, la disposición que pasamos a describir:

En el lugar donde se forma la imagen objetiva, se halla fijamente unida al microscopio una pequeña caja *C* (figs. 12 y 13). Dentro de esta caja, un tornillo *t* finamente tallado (micrométrico), está vinculado con dicha caja mediante la pieza *R* (fig. 13), de tal modo que, apoyando siempre en *R*, lleva el tornillo consigo (como una tuerca) a la corredera *B* (fig. 13).

Girando el tornillo *t* una vuelta entera, la corredera *B* se mueve longitudinalmente en una cantidad igual a la altura de un paso de la rosca.

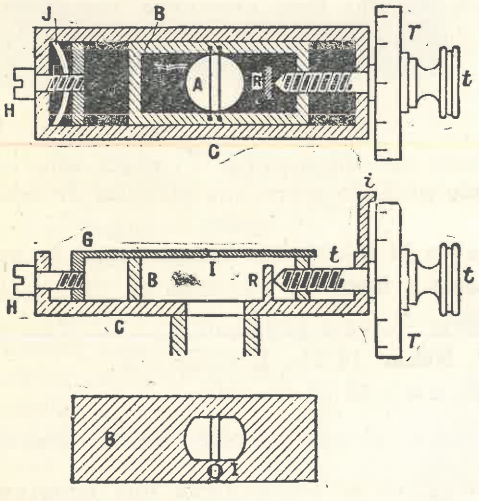
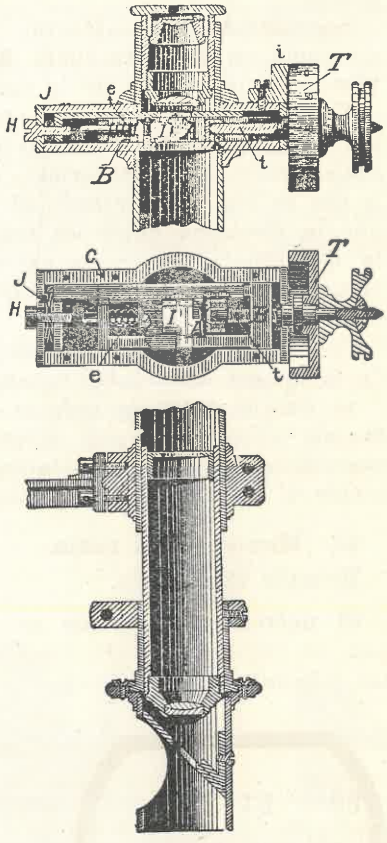


Fig. 13 *Corte esquemático, según* WERKMEISTER, *por un dispositivo de tornillo micrométrico*

C, caja; *t*, tornillo micrométrico; *T*, tambor de tornillo micrométrico; *R*, pieza de vinculación entre tornillo y caja; *B*, corredera; *A*, par de hilos paralelos fijos en la corredera; *G*, cubierta de la caja; *I*, marca índice (agujero redondo en este modelo); *H*, tornillo de corrección; *J*, muelle.

Fig. 12 *Corte por un microscopio con tornillo micrométrico.*



Un par de hilos paralelos *A* fijados a la corredera, deben hallarse colocados exactamente en el plano focal del objetivo del microscopio, para que así dichos hilos puedan observarse nítida y simultáneamente con la imagen de la división del limbo.

Independientemente de la corredera *B* hállase practicada, en la cubierta *G* de la caja *C*, una marca-índice I (parte media de fig. 13), constituída por un agujero redondo.

El tornillo está provisto de un tambor T, que lleva una graduación de

acuerdo a la unidad de división del limbo. Valiendo ésta 1 ° de grado, por ejemplo, y estando el tambor dividido en 30 partes, se podrán leer directamente las veintenas de segundos y, por estima, los dobles segundos.

Esta disposición presenta la *ventaja* de poder simplemente sumar las lecturas de los dos microscopios para obtener directamente la media aritmética de ambas lecturas expresada en segundos simples. Siendo, por ejemplo, 2,3 y 2,5 los dobles segundos leídos en los dos microscopios, la suma: $2{,}3 + 2{,}5 = 4{,}8$ es el valor promedio en segundos.

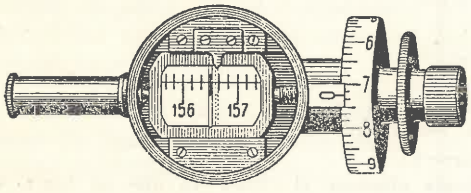


Fig. 14. *Dispositivo lector en el microscopio a tornillo micrométrico.*

Lectura: 156° 37′ 14″.

Otra disposición análoga se halla representada en fig. 14: División más pequeña del limbo = 10′; tambor dividido en 60 partes, estando numeradas las unidades de minuto. Pueden leerse así cómodamente las decenas de segundos y por estima los segundos según se ilustra en la mencionada figura

Explicación de la lectura de fig. 14. Al haber bisectado con el anteojo un determinado punto objeto, se supone que el doble hilo (trazo punteado) se halle en la marca-índice, posición a la cual corresponde la *lectura grosera* 156° 30′. Desplácese ahora con girar el tornillo, el doble hilo (trazo lleno) sobre la raya de división anterior y hágase sobre el tambor la correspondiente *lectura fina* 7′ 14″. Luego, *lectura total:* 156° 30′ + 7′ 14″ = 156° 37′ 1 ″

Para evitar el *paso muerto* del tornillo, se girará siempre en el mismo sentido de izquierda a derecha.

19. Lectura del microscopio a tornillo micrométrico, supuesto libre de "run" (*).

Suponemos primeramente que la distancia entre dos trazos consecutivos sea exactamente igual a la altura de un paso de la rosca del tornillo. Necesítase entonces una revolución entera del tambor para llevar el par de hilos desde una división hasta la próxima.

Para poder medir en esas condiciones la distancia entre el índice *I* (fig. 13) del micrómetro y el trazo inmediatamente anterior (en el sentido de la numeración del limbo), se colocará el doble hilo sobre el respectivo trazo, haciendo la correspondiente lectura de tambor.

Luego se trasladará el doble hilo a la marca-índice *I*, haciendo una nueva lectura de tambor. La diferencia entre ambas nos representa la lectura buscada *(lectura final)*.

20. Ajuste del microscopio a tornillo; diametralidad de los índices; posición del cero del tambor; examen y corrección del "run".

Si procuramos que la lectura del tambor sea igual a cero cuando el doble hilo se halla sobre la marca-índice, se ahorraría la lectura en esta última. Y aunque esa condición no fuese llenada con mucha precisión, no sería esto un inconveniente práctico para las mediciones con tornillo, puesto que se determinan con el mismo siempre *diferencias de lecturas* correspondientes a distintas posiciones de la alidada, quedando por tanto un pequeño error eliminado en dicha diferencia.

Conviene entonces que la lectura del tambor sea igual a cero, aproximadamente, cuando el doble hilo está sobre *I*, lo que fácilmente se consigue. Por estar montado el tambor a fricción, puede girar sobre su eje independientemente del tornillo *t* (ver fig. 13).

Antes de corregir la posición del tambor, conviene verificar la diametralidad, o sea la distancia angular de los índices de los dos microscopios, que debería ser de 180°. Si hubiese una fuerte diferencia, se movería en uno de los dos microscopios el índice *I* con la tapa *G*, tangencialmente al limbo, por medio del tornillo *H* y muelle *J* (figs. 12 y 13).

(*) *Run*, palabra inglesa que equivale a *correr, corrimiento*, significando que el recorrido del doble hilo, con una vuelta entera del tambor, puede ser mayor (o menor) que el correspondiente intervalo de la división del limbo.

Run. Si el microscopio debe funcionar con exactitud, deberá corresponder a una revolución exacta del tornillo micrométrico el desplazamiento del doble hilo desde un trazo de división del limbo hasta el siguiente.

Se puede examinar fácilmente si esta condición está satisfecha, colocando el doble hilo sobre el trazo a la izquierda del índice *I*. Se hará en el tambor la lectura L_i. Llevando el doble hilo sobre el trazo siguiente, a la derecha del índice, se hará la lectura L_d.

Estando cumplida la mencionada condición, se tendrá:

$$L_i = L_d$$

Siendo en cambio:

$$L_d \leqq L_i$$

o sea:

$$L_d - L_i \leqq 0$$

se dice que el microscopio está afectado de "*run*", siendo:

$$Run = L_d - L_i$$

Para mediciones de precisión es conveniente eliminar el "*run*", lo que se logra en gran parte con determinar la magnitud de los segmentos *a* y *b*, el segmento *a* hasta el trazo anterior y el segmento *b* hasta el trazo posterior, promediando luego los resultados obtenidos.

La corrección o reducción del "run" se consigue mediante un ajuste análogo al explicado para el microscopio a escala.

Es necesario producir una completa claridad de los hilos y de la división del limbo antes de proceder a la medición, de tal modo que el ojo vea simultánea y nítidamente una imagen inmóvil de ambos objetos.

Cuando esta condición no se cumple, la vista sufre por ver el ojo con acomodación continuamente variada, ora nítidamente los hilos, ora nítidamente la división, quedando, en estas condiciones de observación, además, disminuída la precisión debido a la paralaje que se origina. Ver Nº 16, pág. 122 de nuestra "*Optica*".

§ 5.

Diversos tipos de microscopios de lectura de limbos de cristal de los teodolitos ópticos. Micrómetros ópticos.

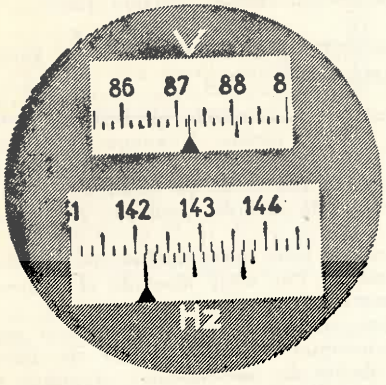


Fig. 1. *Campo visual en el ocular del microscopio de lectura.*
(Tamaño natural de la imagen)
Lectura *V*: 87° 13′
" *Hz*: 142° 8,5′

a) Sin eliminación del error de excentricidad en una sola posición del anteojo.

1. Indice fijo, o índice con nonio fijos en el plano focal del microscopio de lectura.

En el ejemplo de figura 1, el que representa el campo visual del microscopio de lectura del **teodolito F** de **Zeiss** (fig. 10, pág. 81), se leen en el limbo vertical, **V**, por medio de un índice las decenas de minutos y por estima los minutos, y en el limbo horizontal, **Hz**, por medio de un nonio, directamente los minutos y por estima los décimos de minutos.

2. Trazo índice fijo y escala óptica observada con microscopio de lectura de gran aumento.

En el ejemplo de figura 2, el que representa el campo visual del microscopio de

lectura del **teodolito Zeiss IV** (ver fig. 11, pág. 82), de gran aumento y fuerte iluminación y que por ello permite la subdivisión del grado del limbo (horizontal y vertical) en **sesenta** partes, pueden leerse directamente los minutos y por estima los décimos de minutos.

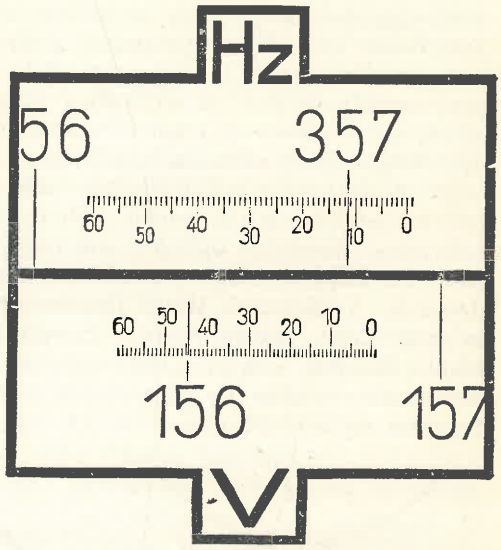


Fig. 2. *Campo visual en el ocular del microscopio de lectura, para división sexagesimal.* (¾ del tamaño de la imagen)
Limbo horizontal, Hz: 357° 11,5′
" vertical, V: 156° 44,6′

3. Doble trazo-índice fijo e imágenes de limbos desplazables mediante micrómetro óptico.

En el ejemplo de figura 3, que representa el campo visual del microscopio de lectura del **teodolito Wild T 1** (Heerbrugg), se realiza la lectura, luego de desplazar la división del limbo mediante el botón del micrómetro óptico (fig. 8, pág. 79), hasta conseguir que el trazo del limbo más próximo al doble trazo-índice, bisecte el espacio blanco del mismo (el trazo 87° en el ejemplo de fig. 3). El valor angular correspondiente a ese giro (lectura fina) se obtiene por medio de la escala óptica del micrómetro (rectángulo superior de la figura), leyendo en la misma directamente los minutos y por estima los décimos de minutos (en el caso de la figura para el limbo vertical).

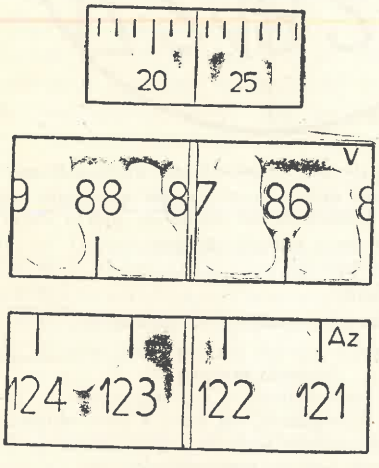


Fig. 3. *Campo visual en el ocular del microscopio de lectura.*

Lectura	grosera, V:	87°
"	fina	22,4′
"	total	87° 22,4′

Cuando con los 3 tipos de teodolitos ópticos que acabamos de caracterizar, se busca mayor precisión, se podrá alcanzarla con medir los ángulos en ambas posiciones del anteojo, con lo cual se eliminan eventuales **errores de excentricidad de la alidada.**

b) Eliminación del error de excentricidad de la alidada mediante la reflexión de partes de limbo diametralmente opuestas y la correspondiente lectura de la media aritmética, por estima.

Cuando se trate de mediciones de precisión (trabajos de triangulación, por ejemplo), es necesario efectuar lecturas de lugares de limbo diametralmente opuestos, a fin de eliminar los **errores de excentricidad de la alidada** (ver pág. 11).

Existía naturalmente siempre el deseo que esa eliminación fuera realizable sin moverse

alrededor del instrumento para leer en los nonios o microscopios opuestos (perdiendo con ello más tiempo), y sin peligrar la precisión de las lecturas por posibles leves movimientos del aparato durante ese mayor tiempo transcurrido, o por involuntarios golpes contra el trípode del teodolito; en suma, el deseo que esa eliminación fuera posible en una sola posición del observador y en un solo microscopio de lectura para ambos círculos.

En el año 1919 salió de los talleres de la casa Carl **Zeiss** (Jena) el primer modelo de un nuevo tipo de teodolito, con limbos de cristal, que llamamos "**teodolito óptico**", con cuya construcción ideada por el ingeniero suizo H. **Wild**, (entonces colaborador de la casa **Zeiss**, más tarde miembro de la S. A. **Heinrich Wild**, Heerbrugg, Suiza, actualmente colaborador de la casa **Kern**, Aarau, Suiza) fueron satisfechos esos deseos de un modo ideal, dándose con la misma origen a uno de los más fecundos y más brillantes períodos de florecimiento que registra la historia de la construcción de teodolitos.

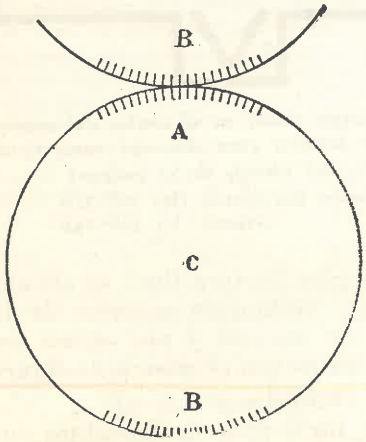


Fig. 4. *Se ilustra la reflexión de la parte del limbo* B *arriba de la parte* A, *diametralmente opuesta.*

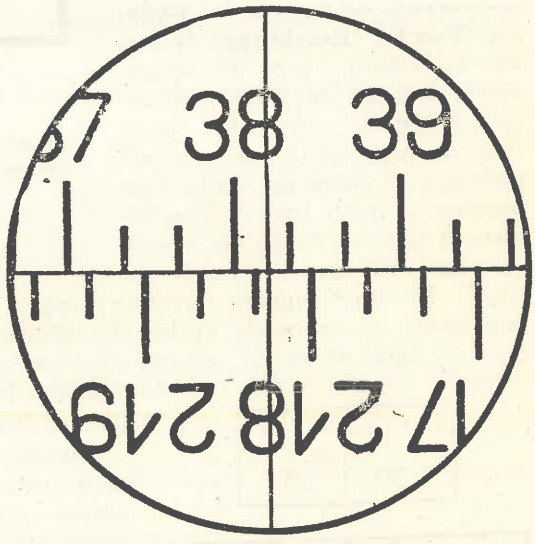


Fig. 5. *Imágenes de las divisiones de círculo diametralmente opuestas vistas en el campo visual de un microscopio de lectura de un teodolito óptico Zeiss.*

Primer método de leer:

División *A* (arriba)	38° 12′
" *B′* (abajo)	218° 16′
Promedio (dando preferencia a los grados de la división A)	38° 14′

Segundo método:

Atribúyase por conveniencia a los intervalos de 20′ el valor de 10′. Efectuando, en base a este supuesto valor de 10′, nuevamente la lectura por estima de la posición del trazo índice, tendremos:

División *A*	38° 6′
División *B′*	218° 8′
	396 14′

Es decir, con sumar simplemente los minutos, tendremos el promedio *38° 1′* buscado.

4. Teodolito óptico Zeiss (modelo primitivo); con sistema de Wild. Dos métodos de lectura.

Mediante la reflexión realizada por medio de un sistema de prismas, las imágenes de lugares de limbo diametralmente opuestos quedan encimadas (ver fig. 4), la parte **A** directamente vista, derecha, arriba de la parte **B′**, invertida, con numeración de sentido contrario.

Explicamos en fig. 5 **dos métodos** para obtener la **lectura promedio libre de error de excentricidad** en un teodolito óptico sencillo.

5. Teodolito óptico de doble limbo, con lecturas a estima.

En el teodolito de doble limbo, con lecturas a estima, construído por **Wild**, éste dió una nueva solución al problema de **lectura directa del promedio libre de error de excentricidad**. En lugar de reflejar lugares de limbo diametralmente opuestos de una misma división de círculo (ver figs. 4 y 5), **Wild introdujo**, como nuevo paso hacia el progreso, una **segunda graduación de limbo** (**B**, fig. 6 y fig. 17, pág. 87), un **limbo auxiliar** (sin numeración) a intervalos grandes, iguales entre sí (múltiplos del más pequeño del limbo principal), que se refleja debajo del limbo horizontal, **Az**, y arriba del limbo vertical, **V** (ver fig. 7). Los limbos horizontales y vertical son normalmente numerados y divididos en intervalos de 20′ y 4′. Los trazos de **B** (de 20′ en 20′ en el ejemplo de fig. 7) hacen el papel de **índices** para la **lectura fina a estima**, mientras que la **gruesa raya-índice** nos sirve para la **lectura grosera** en ambos limbos, o sea la rápida averiguación del intervalo de 20′ inmediatamente anterior.

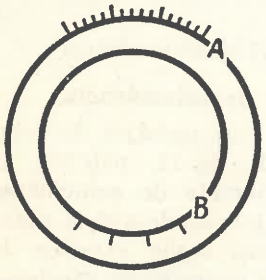


Fig. 6 *Principio del limbo de doble graduación*

A, división básica a intervalos pequeños.

B, división auxiliar, a intervalos grandes (sin numeración).

Compare fig. 17, pág. 87.

Obtenemos así las siguientes **lecturas groseras**:

limbo horizontal, Az .... 225° 40′
" vertical, V .... 131° 20′

Para efectuar la **lectura fina** conviene emplear el **segundo método** de lectura explicado en el epígrafe de fig. 5: Atribúyese entonces a los intervalos de 20′ y 4′ del limbo **A**, respectivamente, los valores de 10′ y 2′, obteniéndose así (con apreciar los décimos del intervalo de 2′, o sea los **décimos de minutos pares**) para las **lecturas finas**:

en el limbo horizontal, Az ..... 6,8′
" " " vertical, V ..... 13,6′

Cada vez que la gruesa raya-índice incida en la segunda mitad de un intervalo de 20′ (ver fig. 7, **V**), se cuenta primero, para la rápida lectura fina, el intervalo entero de 10′ (de acuerdo al segundo método de lectura), apreciando luego, mediante el trazo de **B**, sobre **A**, el **remanente** a agregar (en nuestro ejemplo una división de $2' + {}^{8}/_{10} \cdot 2'$ o sea 3,6′), todo lo cual nos da para la lectura fina: 13,6′.

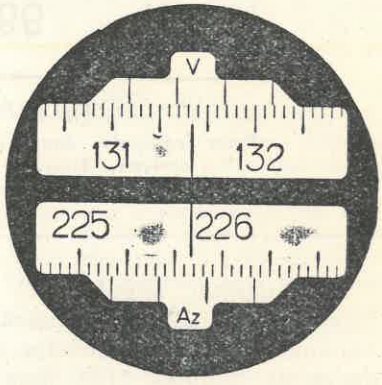


Fig. 7. *Lectura de círculo en el teodolito Kern DK 2.*

(Tamaño natural de la imagen)

Az. Lectura grosera: ..... 225° 40′
fina: $(3 \times 2' + {}^{1}/_{10} \cdot 2)$ 6,8
Lectura total: ..... 225° 46,8′

V. Lectura grosera: ..... 131° 20′
fina: $(10' + 2' + {}^{8}/_{10} \cdot 2)$ .... 13,6′
Lectura total: ..... 131° 33,6′

Es decir, la **estima** se hace con la **precisión** de 0,2′ (dobles décimos de minutos), o sea de 12″, resultando entonces para las **lecturas totales:**

Az: ..... 225° 46,8′
V: ..... 131° 33,6′

lecturas **promedios libres del error de excentricidad.**

Ver pág. 84, con la correspondiente explicación del modelo actual.

c) Sistema Wild-Zeiss de coincidencia, con micrómetro óptico.

6. Teodolito Zeiss II, como ejemplo de teodolito de coincidencia.

En los modelos de teodolitos ópticos destinados a los trabajos de triangulación, como por ejemplo en el teodolito **Zeiss II** (fig. 12, pág. 83), las lecturas se efectúan al segundo por medio del **principio de coincidencia** (ver pág. 23 de nuestra **Optica**). Con ayuda de dos placas de vidrio planoparalelas, las que se mueven con accionar sobre un botón exterior, las imágenes de las dos partes de división diametralmente opuestas se desplazan, en el sentido de la numeración creciente de cada una, hasta que los trazos más próximos al índice se hallen en coincidencia (ver fig. 8).

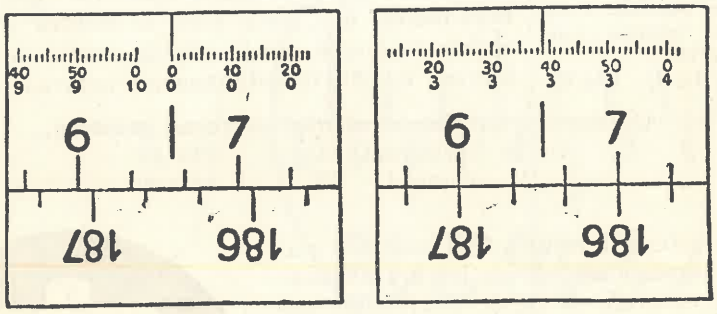


Fig. 8. *Principio de la coincidencia.*
Parte izquierda: Antes de producirse la coincidencia.
" *derecha:* Después de producida la coincidencia, siendo la *correspondiente lectura promedio:*
$6^{o}\ 30' + 3'39'' = 6^{o}\ 33'\ 39''$

La magnitud angular del giro para producir esa coincidencia se lee directamente sobre una **escala óptica** (la que en fig. 8 se ve arriba, hallándose en otros modelos colocada abajo), cuyos números indican unidades de minutos (fila baja), las decenas de segundos (fila alta). Las unidades de segundos son leídas en la división de la escala.

La escala óptica nos proporciona así la **lectura fina** a agregar a la **lectura grosera** para obtener la **lectura total, promedio libre de error de excentricidad.** Llámase **micrómetro óptico** a ese conjunto de elementos ópticos y mecánicos que nos da la lectura fina.

La figura 9 nos muestra el campo visual del microscopio de lectura del **teodolito Zeiss II,** en su forma actual, con **trazos dobles** en el limbo horizontal.

7. Explicación de la imagen (del limbo horizontal) formada en el ocular del microscopio lector del teodolito Zeiss II.

La figura 10 nos indica la óptica de lectura en el teodolito Zeiss II y nos sirve para la explicación de la imagen del limbo horizontal representada en fig. 9.

La luz que entra por el espejo iluminador *1* pasa por el prisma *2* y luego al sistema colector *3;* va proyectada por éste sobre la *parte derecha* del limbo horizontal (sombreado en la figura), indicada por el número *4.* Luego los rayos pasan por el prisma *5,* doblan varias veces para evitar la perforación del eje vertical. Llegan así al *primer sistema objetivo 6.* Este sistema produce, luego de haber los rayos doblado en el prisma *7,* de la parte del limbo *4,* sobre la *izquierda 8* del limbo (diametralmente opuesta a la *4*), la correspondiente imagen real (números invertidos, en la imagen superior de la fig. 9), iluminando al mismo tiempo esta zona de círculo.

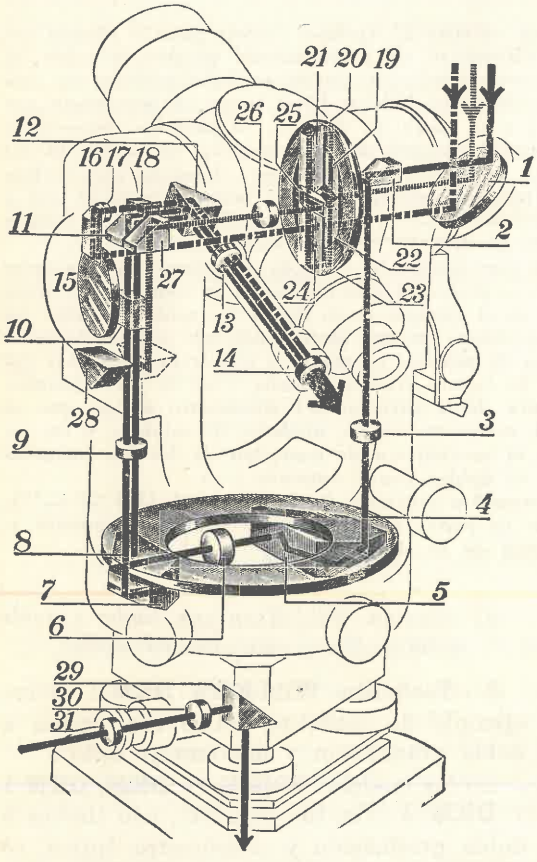


Fig. 10 *Se ilustra la óptica de lectura del teodolito* Zeiss *II.* Se indica con *trazo lleno el camino* de los rayos para la *lectura del limbo horizontal.*
Participan en ella los elementos ópticos:
1 hasta *14.*
Trazo rayas y puntos: Camino de los rayos para la *lectura del micrómetro óptico* (limbo horizontal y limbo vertical). Elementos ópticos:
1, 15 hasta *18*
y *12* hasta *14.*
Trazo rayado. Lectura del limbo vertical. Elementos ópticos: *1, 19* hasta *28*
y *11* hasta *14*
29, 30 y 31 son elementos de la *plomada óptica.*

"Zeiss II", modelo actual.

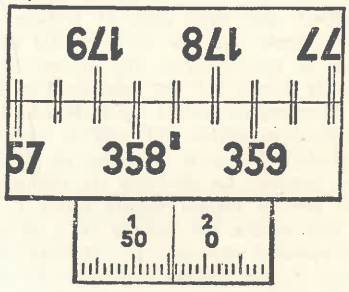


Fig. 9. *Lectura grosera:* 358° 20′
" *fina:* + 1′ 55,7″
Lectura total: 358° 21′ 55,7″

El *segundo sistema objetivo 9* produce sobre el prisma *11* la imagen de la parte *8* (números derechos de la fig. 9), conjuntamente con la imagen de *4.* Se indica por esta circunstancia a partir de *8* con trazo lleno doble el camino de los dos haces de rayos correspondientes a estas dos imágenes hasta su llegada al ocular *14.* En el trayecto *8 - 11* hállase intercalado el *micrómetro óptico 10.*

Dichos dos haces de rayos adosados que corresponden a las partes de limbo diametralmente opuestas entran cada uno en una de las dos placas de vidrio planoparalelas girables, de que se compone el micrómetro. El giro de esas placas se realiza con accionar sobre un tambor dispuesto en un soporte del teodolito.

Mediante apropiadas cuñas de vidrio, y el llamado *prisma separador 11,* dichos haces son conducidos de

tal manera que resultan dos imágenes reales y nítidamente delineadas y separadas por una fina línea. En el plano de estas imágenes se ve un *grueso trazo índice* (grabado sobre vidrio) que sirve para la lectura grosera del limbo. Estas dos imágenes, su índice, conjuntamente con la división del micrómetro (trazo de rayas y puntos) son proyectadas, con la intervención del prisma *12 y el tercer sistema objetivo 13* al campo visual del ocular lector *14* del microscopio, situado a la izquierda del anteojo (ver fig. 10).

Micrómetro óptico (par de placas planoparalelas). Cuando se gira el tambor del micrómetro, con ayuda del cual se acciona, según dijimos, sobre las placas planoparalelas antes mencionadas, gira también el *disco circular* graduado *15*, montado sobre el mismo eje del tambor. La división de dicho disco, que es la del llamado *micrómetro óptico*, recibe luz por la misma fuente única 1.

Por medio del prisma *16* y el sistema objetivo *17* (primer sistema para la imagen del micrómetro óptico) la división del micrómetro va primeramente proyectada sobre la cara *18* del prisma separador *11* antes mencionado, en donde se halla grabado un *fino trazo índice*, que sirve para la lectura sobre esta división. Llega luego conjuntamente con las imágenes de las partes del limbo *4* y *8*, como ya dijimos, después de atravesar el *sistema objetivo 13* (segundo sistema para la imagen del micrómetro), al ocular *14* del microscopio. En la ventana superior se ve entonces: la imagen (formada por 3 sistemas objetivos) de la parte izquierda (números invertidos) y la imagen (formada por 2 sistemas) de la parte derecha *8* (números derechos), y en la ventanilla inferior la imagen derecha (formada por dos sistemas) de la división del micrómetro óptico.

Lectura grosera. Después de producir por medio del giro de las placas planoparalelas la coincidencia de dobles trazos opuestos, se procederá a la lectura: A la izquierda del trazo índice se leen los grados enteros (358° en el ejemplo de la figura 9), contando luego los intervalos enteros que median entre los dobles trazos correspondientes (que difieren en 180°), intervalos que expresan las decenas de minutos a agregar a la lectura de grados (20' en el ejemplo), con lo cual se obtiene la *lectura grosera* buscada (358° 20' del ejemplo).

Lectura fina y lectura total. La lectura de la división del micrómetro óptico, que se ejecuta con ayuda del trazo índice del mismo indica las unidades de minutos y los segundos (1' 55,7", fig. 9) necesarios para el movimiento de traslación de las dos imágenes del limbo hasta lograr la coincidencia de dobles trazos opuestos.

Agregando esa lectura fina a la grosera, se obtendrá la *lectura total* (358° 21' 55,7"), la que expresa el promedio de lecturas de partes del limbo diametralmente opuestas y, por ende, libre de error de excentricidad de la alidada.

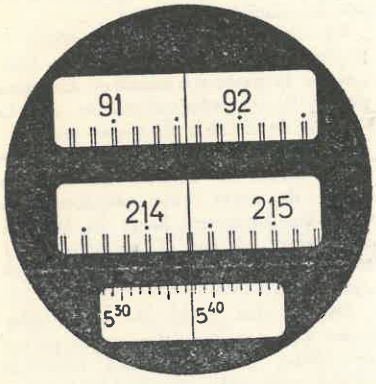


Fig. 11. *Lectura del limbo horizontal (ventanilla del medio) en el campo visual del microscopio de lectura del teodolito Wild-Kern DKM 2.*
(Tamaño natural de la imagen.)

Lectura grosera	214° 20'
" fina	5' 37,6"
Lectura total	214° 25 37,6"

d) Sistema Wild-Kern con limbo a doble graduación y micrómetro óptico.

8. Teodolito Wild-Kern DKM 2, como ejemplo de teodolito óptico con limbos a doble graduación y micrómetro óptico.

En los modelos **Wild-Kern DKM, DKM 1 y DKM 2** (fig. 15, pág. 84), con limbos a doble graduación y micrómetro óptico, se observa en el **campo visual del microscopio de lectura** (ver fig. 11) **pares de trazos** parecidos a los **dobles trazos** del teodolito Zeiss II. Pero mientras los dobles trazos del teodolito Zeiss son las imágenes de trazos dobles materialmente grabados sobre el limbo (horizontal), tenemos aquí pares de trazos cuyos originales no existen como pares de trazos, sino que son producidos por la reflexión de trazos simples (diametralmente opuestos) de **dos graduaciones iguales** (con intervalos de 10'), numerada

la primera (la principal) y sin numeración la segunda, formándose así las imágenes de pares de trazos que llamaremos "**parejas de trazos**" (para diferenciarlas de los **dobles trazos** del teodolito Zeiss II).

Acción del micrómetro óptico. Con mover el botón del micrómetro (fig. 15, pág. 84) se podrá desplazar la imagen del conjunto de parejas del limbo horizontal (o limbo vertical) hasta que el trazo-índice fijo bisecte exactamente el más próximo **espacio blanco de parejas de trazos.** En tal situación de la imagen del limbo se podrá efectuar sobre el mismo directamente la lectura de grados y decenas de minutos (**lectura grosera** en la ventanilla del medio de fig. 11) y, sobre la división del micrómetro óptico las unidades de minuto, los segundos y por estima la fracción de segundo (**lectura fina** en la ventanilla inferior de fig. 11).

Es decir, la lectura del micrómetro óptico nos da en medida angular, la magnitud del movimiento de traslación necesario para que la pareja de trazos más próxima quede bisectada por el trazo-índice fijo.

Sumando la lectura fina a la lectura grosera (en el ejemplo de la figura para el **limbo horizontal**), se obtendrá la **lectura total, libre de error de excentricidad.**

(Respecto a la gran precisión de la bisección de estrechas fajas blancas, ver pág. 130 de nuestra **Optica.**)

§ 6.

Tornillos de presión y tornillos de aproximación.

1. Función del tornillo de presión de un sistema de eje de teodolito.

Para poder efectuar con el teodolito las operaciones a las cuales está destinado, según queda someramente indicado en el párrafo 1, deben existir en el mismo dispositivos cuya función consiste en la fijación de ciertas partes móviles en una determinada posición. Esta posición varía de un caso al otro. El dispositivo que llena esta función se llama **tornillo de presión.**

2. Función del tornillo de aproximación o tornillo de coincidencia.

La obtención de la bisección exacta de un punto objeto apuntado con un teodolito con la sola ayuda del tornillo de presión sería una operación muy engorrosa: Apretando dicho tornillo, fácilmente se produciría un pequeño desplazamiento involuntario del eje de colimación, lo que daría lugar a un nuevo aflojar y apretar del mismo hasta lograr finalmente la bisección exacta del punto objeto apuntado.

Con el fin de facilitar esta operación, intercálase entre el sistema móvil y la parte fija (tornillo de presión apretado), un mecanismo de movimiento lento y fino. Estos movimientos lentos se realizan con ayuda de un sistema micrométrico llamado **tornillo de aproximación** o **tornillo de coincidencia.**

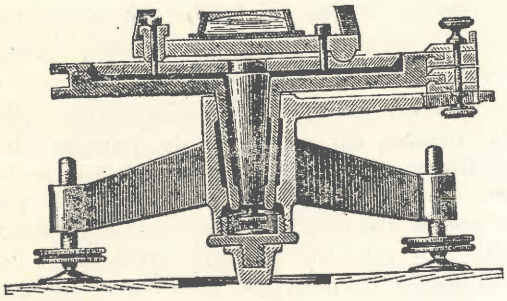


Fig. 1. *Corte de un teodolito provisto de sistema periférico.*

Se ilustra además, la ubicación del nivel esférico, el resorte de descarga del eje, el tornillo de seguridad y la unión de la base del teodolito con el trípode.

3. Diversos sistemas micrométricos.

Distínguense tres principales sistemas micrométricos:

a) El sistema periférico, ilustrado en figura 1, está casi fuera de uso en la construcción de teodolitos modernos. Se le utiliza todavía en los **sextantes** (ver fig. 8, pág. 58 del Tomo I).

b) El sistema anular (ver fig. 2). También este sistema se va usando cada día menos.

c) El sistema central (figs. 3 y 4). Es éste el sistema en uso casi exclusivo en la construcción de instrumentos topográficos.

4. Funcionamiento del sistema micrométrico en los movimientos horizontales.

Para poder fijar la alidada de un teodolito en una determinada posición del limbo (que se supone fijo), la alidada está provista de un tornillo de presión **T** (ver figs. 2, 3 y 4; ver también fig. 1, pág. 72) y de un tornillo de aproximación **t**; con este último se pueden dar todavía a la alidada pequeños movimientos de giro horizontal, no obstante estar apretado el tornillo de presión.

El tornillo de presión **T** aprieta la **zapata z** (figs. 3 y 4) contra el pivote del eje de la alidada impidiendo su movimiento libre. Esa zapata está constituída de un metal blando. El tornillo de aproximación **t**, de rosca muy fina, se apoya en la pieza **A**, sobre la que actúa el resorte en espiral **e**, formando así un sistema rígido, mientras no se accione el tornillo **t**.

5. Paso muerto.

El dispositivo del tornillo micrométrico (tornillo de aproximación) destinado a producir los movimientos lentos, tiene que estar construído con mucha exactitud para conseguir que los más leves giros que se le dé tengan por efecto un movimiento inmediato de la parte del instrumento sobre la cual acciona. Cuando esto no ocurre, se dice que el tornillo de aproximación tiene "**paso muerto**". Este efecto constituye un **inconveniente** para mediciones de precisión.

Sabemos que los tornillos de paso fino se desgastan en el uso con relativa rapidez,

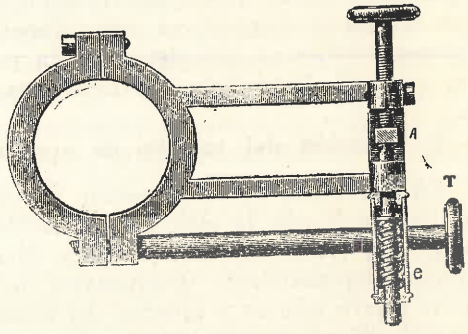


Fig. 2. *Sistema anular.*

A, pieza de vinculación entre la alidada y el sistema de aproximación,
e, resorte,
T, tornillo de presión,
t, " de aproximación.

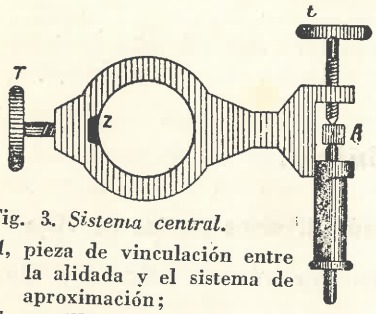


Fig. 3. *Sistema central.*
A, pieza de vinculación entre la alidada y el sistema de aproximación;
T, tornillo de presión;
t, tornillo de aproximación;
z, zapata (pieza de metal blando).

no pudiéndose muchas veces corregir el "paso muerto" sinó reemplazando las piezas gastadas por otras nuevas. En los instrumentos modernos se contrarresta el efecto del "paso muerto" por medio de resortes que mantienen una presión constante entre la parte del instrumento que debe ser movida (*A*, fig. 3) y el tornillo micrométrico (*t*, fig. 3).

Con el objeto de examinar si un tornillo de aproximación de un teodolito tiene o no "paso muerto", se apretará primeramente el tornillo de presión, apuntando con el anteojo un punto bien definido. Se desplazará luego lateralmente un poco el hilo vertical del retículo, por medio del tornillo de aproximación, en una determinada dirección y luego en la dirección contraria. Si entonces en el preciso momento de cambiarse el sentido del movimiento del tornillo, el hilo del retículo no ha cambiado inmediatamente de movimiento, tendremos comprobada la existencia de un "*paso muerto*".

Conviene observar en el uso práctico de un tornillo micrométrico la **regla de ejecutar el último movimiento siempre con tornillo entrante.**

Todo lo que antecede se refiere a los **giros horizontales** en el teodolito.

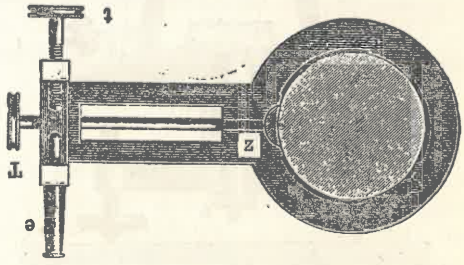


Fig. 4. *Sistema central.*
T, tornillo de presión,
t, tornillo de aproximación,
z, zapata,
e, espiral.

6. Movimientos verticales del anteojo de teodolito.

Para bisectar un punto cualquiera en el terreno es necesario poder fijar el anteojo también en sus **movimientos verticales**, lo que se realiza mediante un sistema análogo al del limbo y alidada horizontales. En efecto: el tornillo de presión **T** (fig. 5), una vez apretado, permite que se varíe todavía un poco la inclinación del anteojo por medio del tornillo de aproximación **t** (ver también fig. 2, pág. 73, donde el tornillo de presión para el movimiento vertical lleva la designación **T**″, siendo **t**″ el correspondiente tornillo de aproximación).

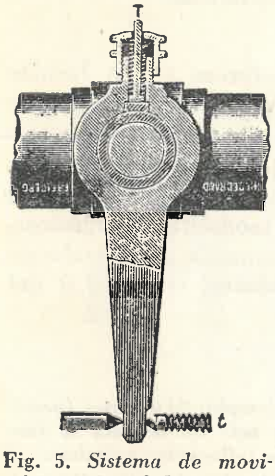


Fig. 5. *Sistema de movimiento vertical del anteojo.*
T, tornillo de presión,
t, „ de aproximación.

El tema de los sistemas micrométricos que acabamos de exponer, nos conduce lógicamente al estudio del eje de rotación, el que puede ser de forma cónica o de forma cilíndrica. La creciente importancia que ha venido adquiriendo el eje cilíndrico es tal que nos ha parecido didácticamente ventajoso la consideración por separado de cada tipo, para poder así destacar mejor la sorprendente evolución del eje cilíndrico.

§ 7.

Ejes verticales cónicos.

1. Tipos de ejes verticales considerados desde diversos puntos de vista.

Puede primero distinguirse entre ejes verticales cónicos (fig. 1) y ejes **verticales cilíndricos** (fig. 2).

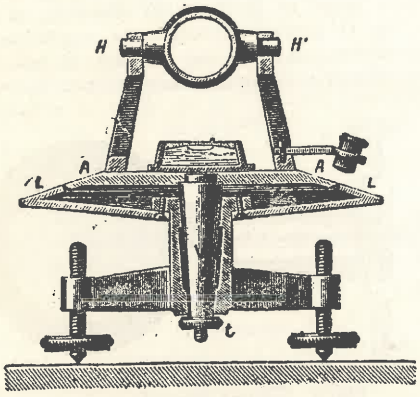


Fig. 1. *Corte vertical de un teodolito simple con eje cónico.*
AA, alidada,
LL, limbo,
HH', eje secundario.
Se ve que el limbo está rígidamente unido a la base del teodolito.

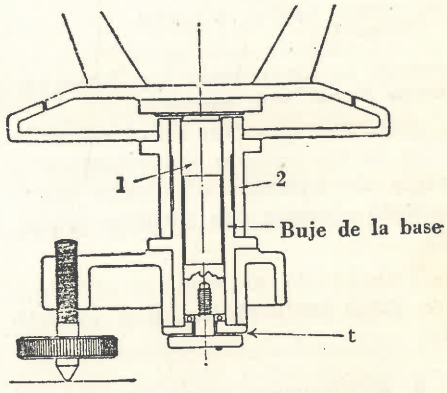


Fig. 2. *Esquema de ejes cilíndricos de teodolito* (Cooke, Troughton y Simms, York, Inglaterra).
1, eje de alidada } *tipo de ejes*
2, eje del limbo } *independientes*
t, tornillo de seguridad.

El pivote **V** (fig. 1) es generalmente de bronce fosforoso (1) o bronce cañón, el buje de bronce común (2), mientras que el pivote del eje cilíndrico es de acero.

Puede también distinguirse entre teodolitos de **un solo eje** como el modelo de fig. 1, y teodolitos a **dos ejes verticales** (figs. 2, 4 y siguientes). Pertenecen a los teodolitos de un solo eje vertical también los **teodolitos geodésicos**, céntricos o excéntricos, con eje de acero templado, destinados a los trabajos de triangulación. Son los llamados **teodolitos reiteradores** (ver fig. 3 del presente párrafo y figs. 5, 9 y 15 del § 13).

---

(1) *Bronce fosforoso*, aleación de cobre, fósforo y estaño, por ejemplo: 94,6 partes (peso) de Cu, 4,6 Ph y 0,8 Sn. El agregado de fósforo hace la mezcla más fluída para la fundición, dando al producto más dureza y mayor resistencia a las influencias químicas.

(2) *Bronce*, aleación de cobre y estaño. Un pequeño agregado de cinc contribuye a abaratar el producto, haciendo más flúida la mezcla para la fundición. Ejemplo: 82 Cu, 13 Sn y 5 partes Zn.

Entre los teodolitos de dobles ejes verticales puede todavía distinguirse entre el tipo de **ejes verticales adyacentes** (figs. 4 y 5) y el tipo de **ejes independientes,** que pueden ser **cilíndricos** (fig. 2) o **cónicos** (fig. 8).

2. Forma cónica del eje vertical; su descarga. Inconveniente.

La **forma cónica del pivote** del eje vertical fué elegida desde los primeros tiempos, porque permite por su propio peso un buen ajuste dentro del buje cónico de la base. Para evitar que en este ajuste se produzca una fricción demasiado fuerte, impidiendo el **suave giro del pivote,** se emplean muy **diversos recursos.** Se apoya, por ejemplo, la parte inferior del pivote sobre una **lámina elástica** (**m,** fig. 4) o un **resorte en espiral.** Pero es de observar que este **mecanismo de descarga** sólo debe aminorar hasta cierto grado la presión ejercida por la alidada, pero nunca compensarla o equilibrarla por completo, lo que produciría el llamado "**balanceo del teodolito**".

Con esta forma de descarga por medio de un resorte, que fué introducida en la mecánica instrumental a iniciativa de C. F. **Gauss** en 1844 (para la medición angular por el **método de repetición**), no sólo se consiguió una disminución de la presión del pivote dentro de su buje y con ello un suave giro del eje de alidada, sino también un aminoramiento del **arrastre del limbo** (ver Nº 6, pág. 38).

Otra forma de descarga, más sencilla que la anterior, se realiza mediante una simple **chapa horizontal** unida a la cabeza del pivote (ver figs. 2, 3 y 5). Gracias a la adecuada elección del **ángulo de conicidad,** el desgaste originado por el frotamiento de esa chapa sobre el buje de la base (figs. 2 y 3) resulta compensado por el desgaste de las superficies cónicas o cilíndricas; con lo cual queda garantizada una buena marcha del eje por mucho tiempo.

La finalidad del tornillo **t** en el extremo del pivote (ver figs. 1 y 2), es la de asegurar la buena unión de la parte superior del teodolito con la base del mismo. Lo llamaremos por eso **tornillo de seguridad.**

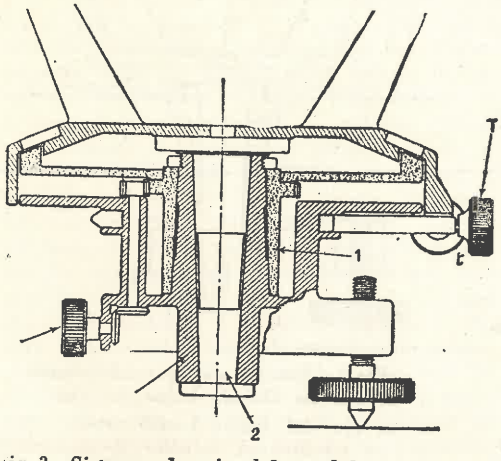


Fig. 3. *Sistema de eje del teodolito reiterador.*
1, **limbo movible por fricción,**
2, **pivote del eje vertical,**
3, **tornillo de presión,**
4, **cono hueco de la base.**

Se suelen interrumpir las superficies cónicas (y en ciertos casos también las cilíndricas, ver fig. 1, pág. 39, del § 8) mediante pequeñas **canaletas** para reducir el **inconveniente** que se produce cuando el aceite que lubrica la superficie entre el pivote y el buje se endurece y se deposita en capas desiguales y variables entre ambas superficies.

3. Eje vertical de teodolito simple.

La figura 1 representa según ya dijimos, un corte vertical de un **teodolito simple,** llamado así porque tiene un solo eje vertical.

Se ve en este corte que la alidada **AA** se prolonga hacia abajo en un **pivote cónico V,** llamado **eje de alidada** (**eje principal, eje**

de rotación o eje vertical) del teodolito, el que se aloja dentro del buje de la base **B** del mismo. El pivote termina en el tornillo de seguridad.

4. Eje vertical del teodolito reiterador.

Los **teodolitos reiteradores** (ver fig. 3) tienen un solo eje vertical propiamente dicho, dotado de **sistema micrométrico completo**. El eje es generalmente de acero. El limbo horizontal es **girable por fricción,** lo que constituye la **principal característica del teodolito reiterador.** Es girable (en lugar de ser fijamente unido a la base como en el teodolito simple) para poder **reiterar** la medición angular o sea medir los ángulos en diferentes posiciones del limbo, reduciéndose así los efectos de los **errores de graduación periódicos del limbo.**

A veces el buje del limbo puede ser fijado a la base por medio de una mordaza o de un tornillo de presión especial (fig. 3) o una palanca (ver fig. 3 de pág. 41).

El **inconveniente** de los dobles sistemas micrométricos de los **teodolitos repetidores** (ver N° 5) es que cada vez que se pretenda realizar la **máxima precisión,** como ocurre con los teodolitos de triangulación de primer orden, se prefiera el sistema de un solo eje vertical, que solamente permite la medición angular por el **método de reiteración.**

Pero cuando no se aspire a esa gran precisión y cuando se trate de **trabajos topográficos,** se prefiere generalmente el **teodolito repetidor,** cuyas ventajas y utilidad práctica destacaremos en el próximo número.

5. Dobles ejes verticales de los teodolitos de repetición. Utilidad práctica del doble sistema micrométrico.

El llamado **teodolito repetidor** tiene **dos ejes verticales** (figs. 4 y 5), cada uno con su respectivo sistema micrométrico, el **eje de alidada** y el **eje del**

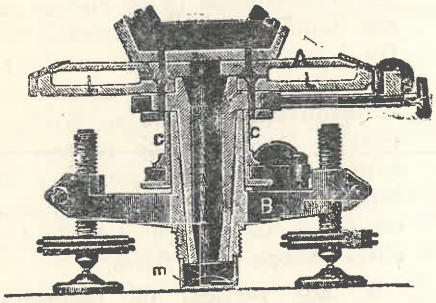


Fig. 4 *Sistema de ejes de teodolito repetidor.*

AA, alidada, *B*, base,
cc, buje de la base, *LL*, limbo,
m, muelle de descarga.

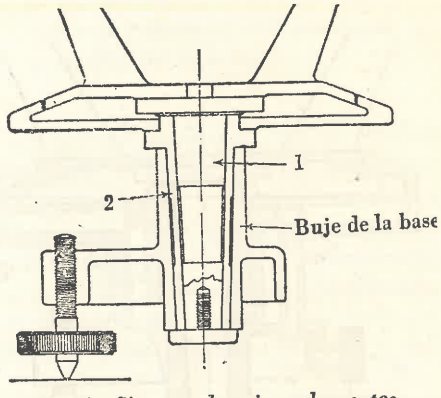


Fig. 5. *Sistema de ejes adyacentes.*
1, eje de alidada } *tipo de ejes*
2, eje del limbo } *adyacentes.*
Se ve también el *tornillo de seguridad,* que caracteriza a este modelo.

limbo. Se ve en fig. 4 que el limbo **LL** se asienta en la base **B** mediante un buje cónico **cc**. Dentro de ese buje **cc** de la base gira el **doble cono hueco**

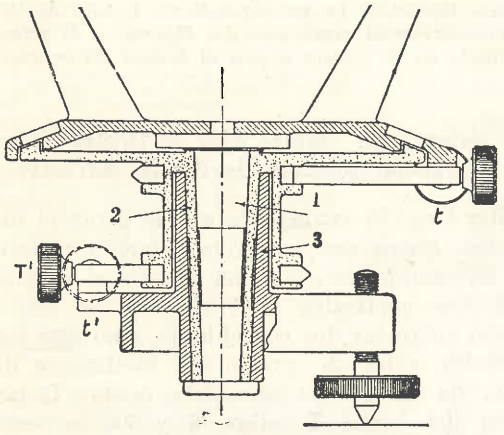


Fig. 6. *Esquema de ejes de un teodolito repetidor de Cooke, Troughton y Simms.*

l, eje de la alidada; *2*, eje del limbo (punteado); *3*, buje de la base (rayado).
T, tornillo de presión de la alidada.
t, " " aprox. " " "
T', " de presión del limbo.
t', " " aprox. " "

del eje del limbo (con conicidades paralelas), y dentro de ese cono hueco del limbo gira el macizo **pivote cónico del eje de la alidada,** teniendo así ambos ejes una **superficie de contacto común.** De ahí la designación de **ejes adyacentes** que se ha dado a este sistema de ejes (en contraposición al tipo de ejes **independientes**). Es decir, en el teodolito repetidor gira el pivote del eje de alidada dentro del buje que le ofrece el cono hueco del eje del limbo, pudiendo entonces este último girar conjuntamente con el eje de la alidada (y, por ende, con el anteojo) dentro del buje de la base.

Ambos ejes verticales (el del limbo **LL** y el de la alidada **AA**) tienen cada uno, como ya dijimos, su tornillo de presión y su tornillo de aproximación (figs. 6 y 7).

La **principal característica del teodolito repetidor** consiste entonces en que el limbo puede ser vinculado no sólo con la alidada (para que giren ambos unidos dentro del buje de la base), sino también por sí solo con la base (dejando libre la alidada), fundándose en esta propiedad una **utilísima aplicación práctica,** la que pasamos a describir.

Se puede colocar el limbo en cualquier lectura inicial (previamente elegida), la que puede ser la lectura 0° 0′ 0″, o el valor de un *acimut de arranque.* Se fijará para ello primero el tornillo *T'* del sistema del limbo, girando luego la alidada hasta que el índice marque esa lectura deseada (utilizándose el tornillo *t* para conseguir la máxima precisión). Luego se apretará el tornillo *T* de la alidada (que vincula la alidada al limbo) y se afloja el tornillo *T'* del limbo, pudiendo girar así el conjunto *"limbo-alidada"* (dentro del buje *cc*, fig. 4) alrededor del eje del limbo. Se apuntará ahora (sin destruir ese acoplamiento) el primer punto objeto (al que debe corresponder la *lectura inicial* 0° 0′ 0″, o la lectura del *acimut de arranque*), aumentándose la precisión de la bisección con el tornillo de aproximación *t'*. Dejando bien *apretado* el tornillo de presión *T'* del limbo, se aflojará el tornillo de presión *T* de la alidada, quedando así el anteojo en condiciones de poder observar el segundo punto que nos interese. Una vez que éste se halle en el campo visual del anteojo, se apretará el tornillo de presión *T* de la alidada y se utilizará el tor-

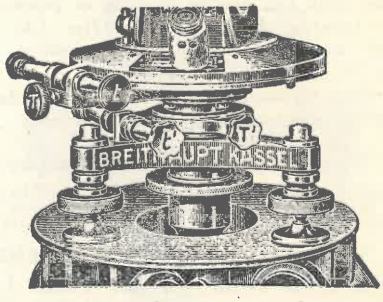


Fig. 7. *Sistema de ejes verticales de un teodolito repetidor "Breithaupt".*

Se nota la *distinta forma* de las cabezas de los tornillos *T'* y *t'* del sistema del limbo para así más fácilmente distinguirlos de los tornillos *T* y *t* del sistema de la alidada.

nillo de aproximación *t* para la más exacta bisección. La correspondiente lectura de limbo nos da directamente el valor del *ángulo horizontal* entre esos dos objetos, o el *acimut del segundo punto*, en caso de haberse fijado en el primer objeto el *acimut de arranque* (en lugar de la lectura 0° 0′ 0″).

6. Ventaja e inconveniente del sistema de dobles ejes verticales. Error de inclinación entre ambos ejes; tolerancia. Sistema de Borda. Arrastre.

El sistema de los dos ejes verticales tiene la **ventaja** de que al girar el instrumento alrededor del eje del limbo, queda sin variar la posición relativa del limbo y la alidada. Pero tiene, en cambio, este sistema de ejes el inevitable **inconveniente** de que los dos ejes verticales generalmente no coinciden, por no existir paralelismo exacto entre las dos conicidades, sinó que forman un pequeño ángulo ϵ, cuyo doble valor 2ϵ puede ser fácilmente determinado (en divisiones de escala de nivel) del siguiente modo: Dejando apretado el tornillo de presión del limbo **T′** (figs. 6 y 7), se verticaliza (dejando flojo el tornillo de presión **T**) el eje de la alidada, según el procedimiento explicado en los números 13 y 14 del § 10, obteniéndose así el **punto de verticalidad P** (lectura de extremo de burbuja) para ese eje. Luego se aprieta el tornillo de presión **T** de la alidada y se afloja el tornillo **T′** del limbo. Gírese ahora el conjunto "**limbo - alidada**" en 180° alrededor del eje del limbo, en cuyo movimiento el eje de alidada describe un semicono con ángulo de 2ϵ en el vértice, llegando en ello el eje de la alidada a la inclinación máxima de 2ϵ, con respecto a la vertical. Un pequeño valor de ϵ generalmente no afecta sensiblemente la precisión de las mediciones; no debería, sin embargo, el ángulo ϵ exceder la **tolerancia** de 5″.

Arrastre del limbo. Se produce el llamado **arrastre del limbo** (o sea un co-movimiento de este último) cuando al girar la alidada, el tornillo de presión del limbo no se halla **bien apretado.**

Pero es de observar que se ha podido comprobar prácticamente y de un modo inequívoco que el pequeño movimiento de arrastre se produce en cierta medida siempre en el sistema de ejes adyacentes; es decir, cualquiera que sea la presión de ese tornillo (bien apretado), no se puede con ello *evitar por completo* el co-movimiento del limbo. Parece que cada vez que la alidada es puesta en movimiento, o cada vez que es vencida la fuerte fricción de la posición fija (de reposo), pasando al estado de débil resbalamiento del suave giro, se ejerce automática e involuntariamente un leve empuje sobre el limbo en el sentido del movimiento de la alidada.

Esta circunstancia es tenida debidamente en cuenta en los *métodos de medición angular*, como más adelante veremos.

El **procedimiento sencillo** para poner de relieve prácticamente el arrastre del limbo consiste en la medición de ángulos de 360°, para lo cual se necesita elegir un solo punto objeto.

En el llamado **sistema de ejes francés o sistema de Borda** (ver pág. 217, Indice de Nombres del Tomo I), un doble cono hueco de la base con conicidades opuestas), recibe, por su parte exterior, el buje del eje del limbo (fig. 8) y, por su parte interior, el pivote del eje de la alidada; girando así el limbo alrededor del eje de un "cono exterior" y la alidada alrededor del eje de un ' cono interior" ejes que deberían coincidir, según queda indicado anteriormente. Para el trabajo de campo, se verticaliza siempre primero el eje de la alidada. Ni el movimiento del limbo solo, ni el mo-

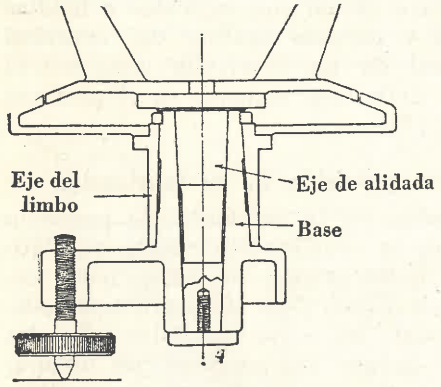


Fig. 8. *Sistema de ejes según Borda, o sistema francés* (tipo de ejes independientes).

vimiento de "limbo y alidada acoplados" podrá variar entonces la posición del eje de la alidada.

En la **medición angular por series o giros horizontales** (ver § 16) el sistema se comporta como el de figs. 6 y 7, y no produciéndose generalmente arrastre del limbo.

En la **medición angular por el método de repetición**, en cambio, se ha observado de modo inequívoco la existencia de una pequeña variación de la lectura del limbo, la que debe ser atribuída, en este caso, al efecto de la **excentricidad de los ejes del limbo y de la alidada.**

§ 8.

Eje cilíndrico, su evolución hasta el eje con cojinete a bolillas.

1. Eje cilíndrico para nivel de anteojo, primera etapa de un desarrollo mecánico.

Es en el año 1908 que el ingeniero suizo H. **Wild**, eficazmente coadyuvado por los poderosos recursos de todo orden que le ofreció la casa Carl **Zeiss** (Jena), pudo comenzar en gran escala la construcción de **ejes cilíndricos** para un nuevo tipo de **nivel de anteojo** (fig. 1), la que en seguida se extendió también a los teodolitos que esa casa entonces empezó a construir.

Grandes esfuerzos fueron realizados para reducir a un mínimo la fricción en ese nuevo sistema de ejes, esfuerzos que condujeron lógicamente a la introducción del **cojinete a bolillas.**

Con esa construcción de eje cilíndrico **Wild** no sólo dió una solución muy satisfactoria a uno de los más difíciles problemas de la mecánica de precisión, sinó que inició la primera etapa de un desarrollo mecánico, desde el eje cilíndrico simple con cojinetes sobre extensas **superficies cilíndricas verticales** (fig. 1), pasando por una segunda etapa caracterizada por **cortos cilindros-guías y cojinetes a bolillas sobre**

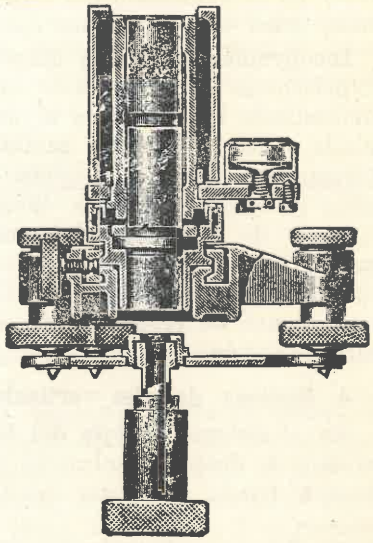


Fig. 1. *Eje cilíndrico del nivel de anteojo "Zeiss".*

superficies inclinadas (fig. 4) hasta la forma actual con **cojinetes a bolillas entre macizas chapas planas horizontales y cojinete auxiliar de seguridad** (fig. 6). Parece marcar ésta la **etapa final de un desarrollo** constructivo del eje vertical de teodolito, cuya forma definitiva, empero, en el presente momento, apenas puede ser vislumbrada (*).

2. Condición constructiva exigida: gran precisión de su fabricación.

Los grandes perfeccionamientos realizados en la mecánica de precisión en los últimos decenios, han hecho posible la construcción exacta y relativamente económica de ejes cilíndricos, con sus respectivos bujes, para teodolitos. Tanto los ejes como sus bujes son construídos de acero templado. Es de observar, empero, que si esos ejes y sus bujes no responden a la alta precisión exigida, deben ser rechazados, porque no permiten un mejoramiento posterior de los mismos después de su examen; lo que, en cambio, es posible con los ejes cónicos.

3. Ventaja e inconveniente del eje cilíndrico.

El eje cilíndrico, bien construído y debidamente ajustado, garantiza una marcha uniforme aún después de mucho tiempo de uso, y con desfavorables condiciones de temperatura del ambiente, mientras que sabemos que la marcha del eje vertical de forma cónica varía con la temperatura, lo que puede traer un **inconveniente** para la precisión de los trabajos.

A la buena marcha del eje cilíndrico contribuye también el hecho de que el aceite permanece más adherido al mismo y no es expulsado del buje por presión, como ocurre con los ejes cónicos.

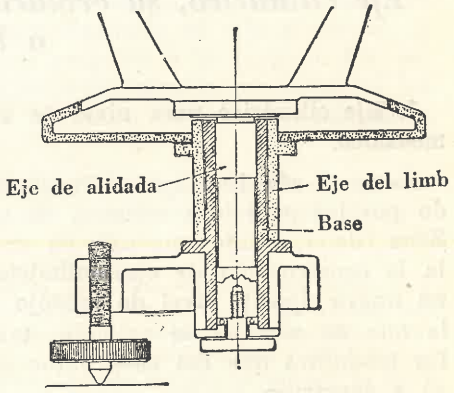


Fig. 2. *Esquema de ejes cilíndricos de Cooke, Troughton y Simms.*

Inconveniente del eje cilíndrico. Las experiencias de taller y de campo han demostrado que a veces el acero templado acusa **pequeños cambios o deformaciones mínimas** después de varios años de uso, debidos a leves relajamientos de la **tensión interna del material,** producidos por el diferente tratamiento a que fueron sometidas las diversas piezas, leves cambios éstos que, sin embargo, pueden llegar a ser una fuente de error cuando se trate de operaciones geodésicas de la más alta precisión.

4. Sistema de ejes verticales cilíndricos del teodolito "Zeiss IV".

En el **sistema de ejes del teodolito "Zeiss IV"** (ver fig. 3), el eje de la alidada **6**, descansa sobre un punto de apoyo **7**. Ese eje tiene como guía el buje **4**, fijado a la base del teodolito.

(*) Referente a la *tendencia contraria al eje cilíndrico*, ver artículo de D. L. *Parkhurst: "New Theodolite for Primary Triangulation"*, Nº 133 de la revista: *The Military Engineer*, Enero-Febrero 1932, Washington, D. C.

El limbo de cristal, con armadura de acero **1**, está colocado en tal forma sobre su soporte **3**, que puede girar a **fricción** alrededor del buje **4**. No tiene entonces este sistema de ejes un tornillo especial para los movimientos (groseros y finos) del limbo, es decir, **no es un teodolito repetidor** propiamente dicho.

Cuando haya necesidad de mover el conjunto "**limbo-alidada**", se apretará la palanca 9, pudiendo así girar ambos al mismo tiempo sin que en ello se modifique la lectura del limbo. Podemos luego, si queremos, nuevamente independizar el limbo, haciendo zafar la palanca **9** con la palanca **8**. Quedará así sin moverse el limbo debido a la fricción a que está sujeto el soporte **3** del mismo; el tornillo de la mordaza **10** lo fija.

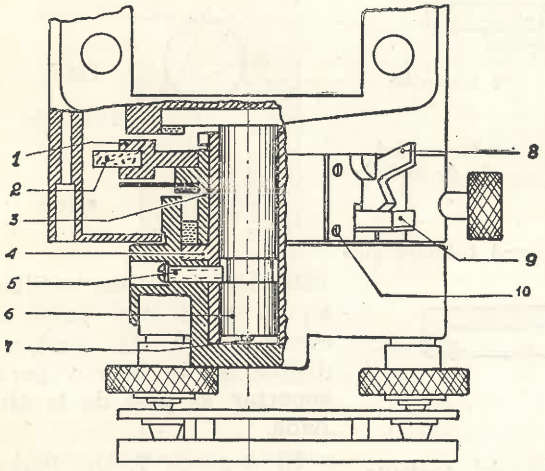


Fig. 3. *Sistema de eje vertical del teodolito Zeiss IV.*

1, armadura del limbo, *2*, limbo de cristal, *3*, buje-soporte del limbo, *4*, buje-guía del eje de alidada, *5*, tornillo de seguridad, *6*, eje de alidada, *7*, apoyo de la alidada, *8*, palanca para soltar el limbo, *9*, palanca para fijar el limbo, *10*, tornillo de mordaza del limbo.

En el *teodolito repetidor Zeiss II*, en cambio, existe un mecanismo a engranaje para el desplazamiento del limbo horizontal. El *botón de mando* está dotado de un dispositivo de seguridad contra desplazamientos involuntarios.

Vemos entonces que la parte interior del buje **4** (solidario con la base) ofrece alojamiento al eje de alidada **6**, mientras su parte exterior da apoyo al soporte **3** del limbo, de modo que **no hay contacto metálico directo** entre el eje de la alidada y el eje del limbo. Con esta disposición de ejes llamados **ejes independientes** o **ejes separados** se evita que un movimiento de la alidada **arrastre** involuntariamente también el limbo.

Sirve este modelo de teodolito para la colocación de una lectura inicial (0° 0′ 0″ ó un **acimut de arranque**) y para la medición de ángulos horizontales por el **método de giros horizontales** (ver Nº 11 del § 16).

5. Sistema de ejes verticales en el teodolito Wild 2; doble misión de las bolillas.

La parte inferior del **buje del eje de la alidada, 1**, está unida, de un modo inseparable, a una placa fija de la base (fig. 4).

La parte superior de este buje cilíndrico se ensancha en forma **cónica, 2**. En la parte inferior del mismo, en un corto trecho de sólo unos 3 mm, quedó reducido el diámetro del cilindro, resultando así un pequeño buje 3, de sólo 3 mm de altura, que sirve de **guía** al **pivote 4**, del eje de alidada. Hállase unida a la parte superior del pivote una **placa horizontal, 5**, cuya cara inferior es perfectamente plana. Este plano descansa sobre **bolillas** de acero templado **6**, intercaladas entre esa parte cónica, la placa horizontal y el pi-

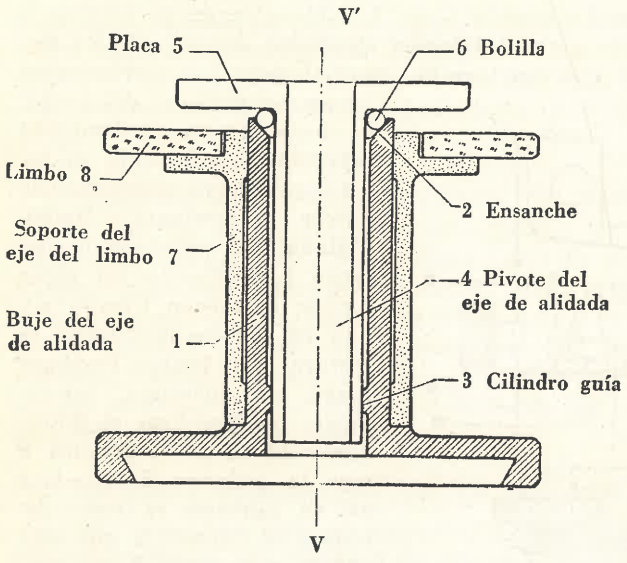


Fig. 4. *Esquema del eje cilíndrico del teodolito Wild 2 (Heerbrugg, Suiza).*

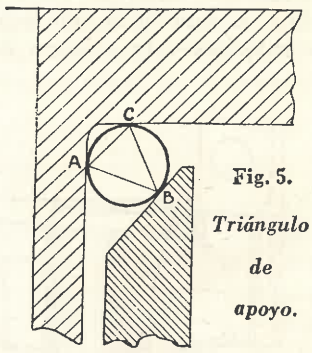


Fig. 5. *Triángulo de apoyo.*

vote del eje. Estas bolillas sirven a la vez para el centraje del eje vertical dentro de su buje y para **soportar el peso de la alidada.**

El soporte, **7**, del limbo horizontal, **8**, puede girar alrededor de su buje, con entera independencia del sistema de eje de la alidada.

Las bolillas de cojinetes de ejes de teodolitos tienen entonces una **doble misión**, la de proporcionar **apoyo** y la de facilitar el **centraje exacto** y el **giro suave** del eje vertical.

Tal como estas bolillas se hallan dispuestas en este modelo de teodolito, ellas apoyan en los lugares *B* (fig. 5) sobre un plano inclinado, presionando en los puntos *A* contra el pivote del eje y sostienen en los puntos *C* a la placa horizontal de la alidada.

Constituye así el conjunto de esos "**triángulos de apoyo**" un cojinete de un nuevo tipo, el que por la reducida fricción, la mayor precisión del centrado y el suave giro del eje significa un **notable progreso en el desarrollo del eje cilíndrico.**

6. Nuevo sistema de eje vertical "Wild", con cojinetes a bolillas.

Los nuevos modelos de teodolitos representados en figs. 13, 14 y 15 del § 13, llevan un **nuevo sistema de eje vertical,** en el cual mediante una nueva concepción de eje vertical quedó suprimido casi por completo lo que hasta hoy se entendía por eje vertical de teodolito.

Consta este eje, en su esencia, de un cojinete formado por **dos macizas chapas horizontales, exactamente planas,** llamadas **pistas,** de acero templado (**1** y **2**, fig. 6), entre las cuales van colocadas una serie de pequeñas **esferas 3,** también de acero templado, (análogas a las conocidas bolillas de los "cojinetes a municiones"), sujetas en su posición por medio de un **aro porta-bolillas.** La alidada, **5,** gira por arriba de esas bolillas sobre el pequeño **cilindro-guía 4.** El **limbo de cristal 6,** con soporte **7,** gira a fricción sobre la superficie **8.** Las piezas **1** y **7,** unidas entre sí, están fijas a la base **9,** resultando así un **sistema de ejes independiente** (sin contacto directo entre el "eje de alidada" y el "eje del limbo").

Para **evitar la separación de las bolillas 3,** de las pistas **1** y **2,** del cojinete del eje vertical, lo que perjudicaría la precisión del instrumento, existe en el centro del mismo **otro cojinete a bolillas, 10, 11** y **12,** en el cual una de las pistas, la **12,** lleva una serie de **resortes en espiral,** que cumplen esa fi-

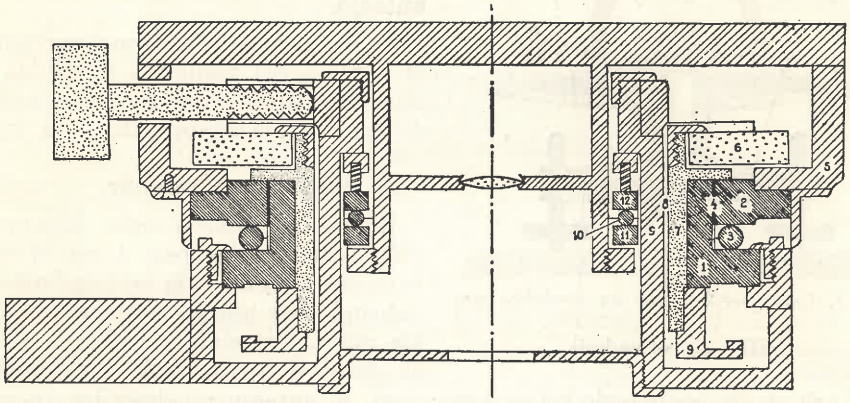


Fig. 6. *Corte vertical por el nuevo sistema de eje vertical Wild-Kern (Aarau, Suiza).*
1, 2, **pistas del cojinete a bolillas,**
3, **bolilla del cojinete principal,**
4, **cilindro-guía del eje vertical,**
5, **alidada,**
6, **limbo de cristal,**
7, **soporte del limbo,**
8, **superficie sobre la cual gira el limbo a fricción,**
9, **base del teodolito,**
10, **bolilla del cojinete auxiliar,**
11 **y** *12,* **pistas del cojinete auxiliar.**

nalidad, teniendo en cuenta que la pista **12** está unida a la pista **1** por intermedio de la base **9,** y la **11** a la pista **2** del cojinete del eje vertical.

Este eje, según **Wild,** supera en exactitud y rendimiento práctico en mucho a cualquier otro tipo de eje vertical conocido, ofreciendo una **marcha uniforme con cualquier temperatura.**

Nota de recapitulación. Es dable observar aquí que el continuo perfeccionamiento constructivo del eje vertical de teodolito que acabamos de esbozar, no tuvo por móvil un simple afán de superación mecánica, sino que respondió a una lógica consecuencia o necesidad impuesta por la creciente exigencia relativa a la **precisión de la medición angular** y, principalmente, por el deseo de una **cómoda y rápida realización** de esa precisión.

§ 9

Eje secundario

1. Unión del eje secundario con la alidada horizontal.

Sobre el platillo de la alidada horizontal se levantan dos soportes (ver fig. 1) en horquilla. Es ventajoso cuando esos soportes forman con el platillo de la alidada una sola pieza de fundición (ver fig. 4, pág. 75) que termina en sus partes superiores en dos cojinetes en forma de **Y,** en los que descansan los extremos del **eje secundario.**

El eje secundario tiene en sus extremos dos rebajos cilíndricos, llamados **muñones,** los que apoyan en los cojinetes, razón por la cual a este eje a veces

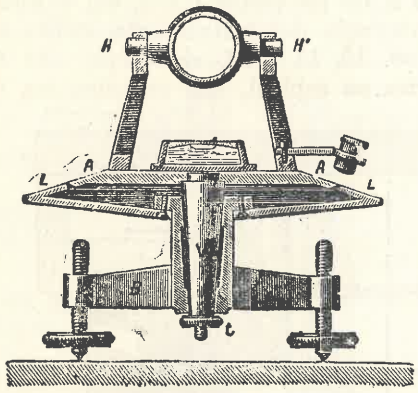


Fig. 1. *Corte vertical por un teodolito simple.*

HH', eje secundario.

se le llama también **eje de los muñones.**

2. Unión del eje secundario con el anteojo.

El eje secundario forma cuerpo con el anteojo del teodolito, pudiendo por ello este último ser girado alrededor de un **eje horizontal HH'** (fig. 1).

3. Condición a cumplir.

El eje secundario debe formar, según ya dijimos en pág. 3, con el eje de rotación de la alidada un ángulo de 90°, debiendo por eso ser horizontal cuando ese eje de rotación es vertical. De ahí su nombre popular de "**eje horizontal**". Si el eje secundario no es horizontal, el anteojo no describe, en su giro alrededor del mismo, un **plano vertical,** como debería suceder (pasando por el cenit y nadir). Es lógico entonces que, debido a una falta de perpendicularidad entre esos ejes, se produzca un error, al medirse en tales condiciones del teodolito y en una sola posición del anteojo, ángulos horizontales entre objetos situados a diferentes alturas.

4. Dispositivos de corrección del eje secundario.

Para poder corregir una eventual falta de perpendicularidad entre el eje secundario y el eje de rotación, muchas veces uno de los soportes del eje está dotado de un dispositivo que permite variar la altura de uno de los extremos del eje.

Las figuras 2 y 3 muestran dos dispositivos en uso: Actúan en los mismos el tornillo **e** como **tornillo de presión** y el tornillo **t** como **tornillo de tracción.**

En vista de la gran perfección a que se llegó en la construcción de teodolitos, muchas veces los modelos actuales, principalmente los teodolitos ópticos, carecen de dispositivo de corrección del eje secundario, habiéndose dado a éste una posición fija en altura, prácticamente exacta. Esta circunstancia, sin embargo, no priva al ingeniero del deber de verificar una vez por todas si en el teodolito que usa ese desideratum del constructor se halla efectivamente realizado.

Dos dispositivos de corrección del eje secundario.

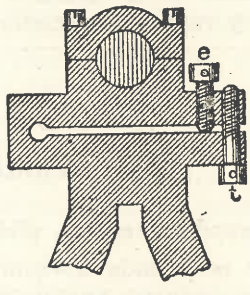


Fig. 2.
e, tornillo de presión,
t, „ de tracción.

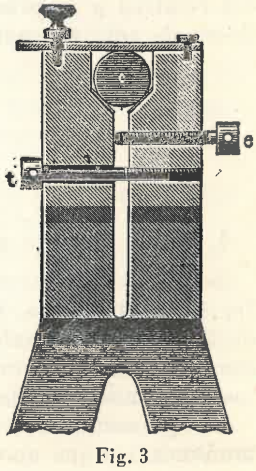


Fig. 3

§ 10

Niveles de burbuja.

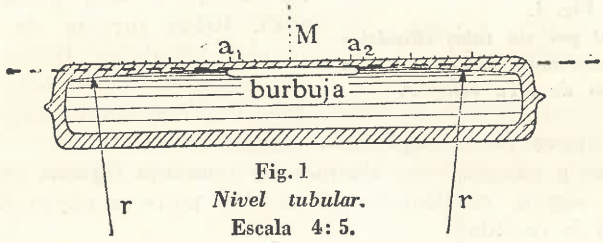


Fig. 1
Nivel tubular.
Escala 4: 5.

1. Observaciones generales.

Para situar verticalmente una recta, hemos utilizado hasta ahora la **plomada** (ver fig. 7, pág. 24 del Tomo I), en cierto sentido el más fundamental de los instrumentos geodésicos. Recordamos aquí también el **nivel esférico** (ver fig. 8, pág. 25 del Tomo I), que nos sirvió para verticalizar un jalón. La precisión con que se logra realizar la posición vertical mediante estos dos instrumentos es relativamente pequeña.

El **nivel de burbuja** (fig. 1) es el más importante de los instrumentos destinados a obtener con toda la precisión que se exija la horizontalidad de una recta. En otros términos: Sólo con ayuda de un nivel de burbuja se puede colocar en posición **horizontal**, con gran precisión, el **eje secundario HH′** de un teodolito e, indirectamente, **vertical** el **eje principal VV′** del mismo, en caso de ser **VV′** perpendicular sobre **HH′** y este último horizontal.

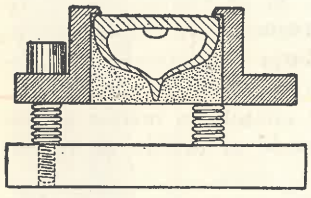


Fig. 2. *Nivel esférico.*

Distinguimos dos tipos de niveles de burbuja: el **nivel tubular** (fig. 1) y el **nivel esférico** (fig. 2). El primero fué inventado por el físico francés **Thévenot** (París, 1661), mientras que el uso del segundo empezó a generalizarse recién en época relativamente moderna imposible de precisar.

El **nivel reversible** (fig. 3) fué ideado por Tobías **Mayer** antes de 1800, pero construído recién en 1859 por **Amsler**.

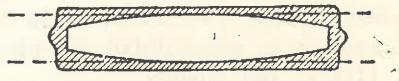


Fig. 3. *Nivel reversible.*

Es un inconveniente que el término castellano *"nivel"* (del mismo modo que los correspondientes términos *"niveau"*, en francés, y *"level"*, en inglés) designen no sólo el nivel de burbuja sino también el instrumento de nivelación, el cual por eso en castellano necesita ser llamado *nivel de anteojo* para mayor claridad.

Para designar el nivel de burbuja, los franceses han introducido muy convenientemente el término "nivelle", y los ingleses emplean el término "spirit level" para designar el nivel de burbuja.

2. Importantes conceptos y definiciones.

La forma ideal de un nivel tubular que se trató de realizar, es la de un **huso** o de un **tonel** (fig. 4), en caso de cortarse simétricamente los dos extre-

Fig. 4.
Corte longitudinal por un tubo cilíndrico para ilustrar el esmerilado del mismo según un segmento de arco circular.

mos del mismo. Esta clase de superficie se engendra por el esmerilado de un tubo cilíndrico de vidrio, con girar un segmento circular alrededor de su cuerda (o una paralela a la misma). Estas formas de tonel de los niveles tubulares tienen generalmente radios de curvatura relativamente grandes, resultando así un "abovedamiento" muy suave de la superficie esmerilada. Para fines didácticos nos vemos obligados a exagerar en algunas de nuestras figuras explicativas ese abovedamiento suave, resultando así niveles teóricos cuyas formas ya no imitan en nada la realidad.

La longitud de los niveles tubulares varía entre 4 y 18 cm, variando el diámetro exterior entre 8 y 25 mm.

El interior del tubo está casi lleno de un líquido muy fácilmente movedizo o sea muy poco viscoso, **éter** por ejemplo para los niveles de calidad, y **alcohol** para los niveles ordinarios.

El tubo del cilindro está cerrado por fusión del vidrio (ver fig. 1). Como el líquido no llena totalmente el tubo, se forma en el mismo una **burbuja** (figs. 1 y 2), la que en virtud de la ley del equilibrio o la acción de la gravedad, tiende a ocupar siempre el lugar más alto del tubo. Esta burbuja, llamada vulgarmente "**burbuja de aire**", consiste en vapores del líquido mezclados con aire.

La **viscosidad** del líquido con que se llena el tubo del nivel debe tener una adecuada relación con la **sensibilidad** del nivel. Si la viscosidad del líquido es demasiado grande, la burbuja parece "**perezosa**". En caso contrario, si la viscosidad es demasiado pequeña, la burbuja será demasiado movediza y tardará demasiado tiempo para llegar a la posición de reposo.

Llámase **perezosa** la burbuja de un nivel tubular, cuando la misma se para en un sitio antes de llegar al lugar que corresponde al estado de equilibrio.

El largo de la burbuja **varía** algo con la temperatura: aumentando ésta la burbuja se acorta, e inversamente.

El **largo más favorable** de la burbuja es generalmente la mitad de la longitud de la división del tubo (fig. 5). Una burbuja muy corta da resultados poco seguros. Teóricamente, la burbuja debería ser tanto más larga cuanto mayor es la sensibilidad del nivel o cuanto mayor es el radio de curvatura **r** (fig. 1) del mismo.

Nivel de cámara. Con el objeto de poder **regular el largo** de la burbuja, en los niveles tubulares más finos que se emplean para diversos trabajos de precisión de todo orden (ver fig. 5), se les provee en un extremo del tubo, de una pequeña "**cámara**", la que comunica mediante una abertura inferior con el interior del tubo (fig. 5 A).

Nivel de burbuja constante. Los talleres ópticos de **Watts** (Londres) lograron construir en 1926, niveles tubulares de sección elíptica, con "burbuja constante" (fig. 6), los que ofrecían, según las indicaciones del fabricante, ventajas en sus aplicaciones en grandes instrumentos destinados a trabajos de levantamiento en climas con fuertes cambios de temperatura.

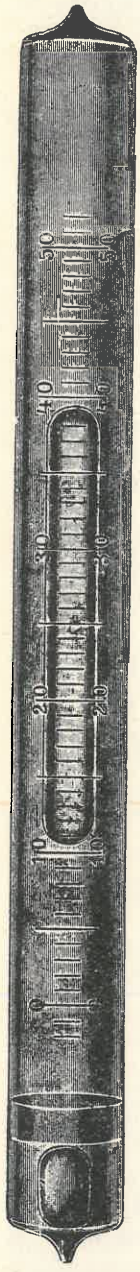


Fig. 5. *Nivel de cámara para trabajos de alta precisión*, con división y numeración corrida en 2 mm. Escala 1:1.

Las **secreciones** que a menudo se van depositando en el interior de niveles tubulares, ocasionan una **marcha irregular** de la burbuja.

Prescindiendo de la adhesión en las paredes del tubo, la superficie del líquido forma en cualquier posición del tubo un **plano horizontal**, el que corta la sección longitudinal del tubo en una **recta horizontal**. Cuando el esmerilado de la superficie interior del nivel es exacto o sea ejecutado según un

Fig. 5 *A. Corte de un nivel de cámara.* Escala 1: 3,5.

Fig. 6. *Nivel "Watts" con "burbuja constante"*, con división en líneas de París (2,256 mm). Escala 14: 23.

arco circular, la tangente a ese arco, en el punto medio de la burbuja, es **horizontal**.

Necesidad de la escala del nivel tubular. A fin de poder indicar la posición de la burbuja y con ello la de esa tangente horizontal, la parte superior del tubo (ver figs. 1, 5 y 6) y en el nivel reversible (ver figs. 3 y 15) también la parte inferior, llevan una serie de trazos transversales (fig. 7), equidistantes entre sí. Es la **escala** del nivel. Puede ser corrida (fig. 5) o interrumpida (figs. 6 y 7). En los niveles modernos los trazos distan entre sí **2** mm (fig. 5), en los niveles muy sensibles (fig. 6) **y los** antiguos **2,256** mm (línea de París). En los niveles tubulares con división interrumpida, no se halla marcado el punto medio **M** de la escala. Llámasele a veces a ese punto **M** "**punto normal**" del nivel tubular. Esta designación no nos parece muy feliz, razón por la cual no la usaremos más.

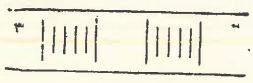


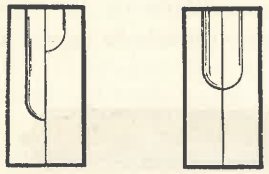
Fig. 7. *Escala interrumpida.* Escala 7: 10.

Eje del nivel tubular. Llámase **eje del nivel tubular** a la **tangente en el punto medio de la escala** (ver fig. 1). El **nivel reversible**, con dos superficies de tonel opuestas (fig. 3), tiene entonces **dos ejes**, que se suponen prácticamente **paralelos** entre sí. El pequeño ángulo que esos dos ejes forman entre sí se llama **ángulo de convergencia.** La moderna mecánica óptica logra construir niveles reversibles tan perfectos que sus ángulos de convergencia son despreciables, adoptándose por ejemplo, la **tolerancia** de 0,2″ para la falta de ese paralelismo de ejes.

Nivel centrado. Cuando el punto medio de la burbuja coincide con el punto medio de la escala del nivel, marcado (fig. 5) o no marcado (fig. 6), se dice que la **burbuja** está **centrada** o, más simplemente, que el **nivel** está **centrado**, siendo en este caso, la **tangente en el punto medio de la burbuja** al mismo tiempo **tangente-eje** del nivel.

Nivel de coincidencia. (ver **Optica**, págs. 21 y 22). El **nivel de coincidencia** no tiene graduación. El centrado de la burbuja se realiza con hacer coincidir las imágenes de ambos extremos de burbuja (fig. 8), con ayuda de un sistema de prismas.

Fig. 8.



Nivel de coincidencia no centrado, centrado.

3. Sensibilidad de un nivel tubular, su determinación práctica.

El concepto más importante para caracterizar la calidad de un nivel es su **sensibilidad.** Es el pequeño ángulo que llamaremos α, por el cual debe ser variada la inclinación del eje de un nivel para que la burbuja se desplace en **una división entera** de 2 mm o de 2,256 mm (línea de París). En otros términos: es el **valor angular de una división del nivel.** Cuanto más pequeño el ángulo α, o cuanto más grande el radio de curvatura **r** (ver fig. 1) tanto más sensible es el nivel, y viceversa. Se comprenderá entonces que es indispensable consignar, conjuntamente con el valor del ángulo α, la magnitud lineal de una división de nivel (2 mm o 2¼ mm).

Determinación práctica del valor de la sensibilidad. Puede determinarse prácticamente el valor de la sensibilidad con vincular el nivel a examinar, con el anteojo de un teodolito o de un nivel de anteojo (fig. 9), que permita variar la inclinación del eje del nivel por medio de un tornillo calante o un tornillo de elevación (fig. 9).

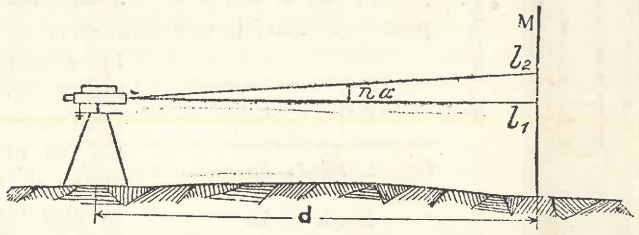


Fig. 9. *Determinación práctica de la sensibilidad α de un nivel tubular por medio de un nivel de anteojo.*

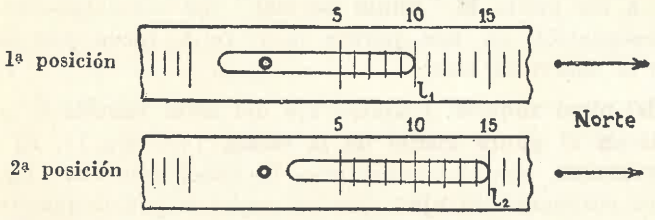


Fig. 10. *Se ilustran las lecturas de burbuja (l_1= 10 y l_2=15) para la determinación de la sensibilidad α de un nivel tubular.*

"Norte" significa que tanto en la 1ª como en la 2ª posición se hace la lectura de extremo de burbuja dirigido hacia la misma dirección, que puede ser Norte, Sur, o cualquier otro rumbo del cuadrante.

Efectúase para esa determinación sobre una mira centimetrada **M**, colocada a la distancia **d** del instrumento, las lecturas l_1 y l_2, correspondiendo:

l_1 (lectura de mira inicial) por ejemplo al **borde derecho de la**

burbuja en coincidencia con un trazo de división (trazo **10**, fig. 10), y l_2 (lectura de mira final) para el mismo borde, después de desplazada la burbuja **n** divisiones hacia la derecha (trazo **15**), accionando sobre el tornillo de elevación o el tornillo calante.

La diferencia de lecturas de mira (**lectura mayor — lectura menor**) o sea $(l_2 - l_1)$, expresa la magnitud lineal del segmento rectilíneo (interceptado por la mira **M**), a la distancia **d**, correspondiente al ángulo $n\alpha$ (ver fig. 9) a determinar.

Tenemos entonces para la sensibilidad α:

(1) $$\alpha = \frac{1}{n} \cdot \frac{l_2 - l_1}{d} \text{ (en radianes)}$$

o sea:

(2) $$\alpha'' = \frac{1}{n} \cdot \frac{l_2 - l_1}{d} \cdot \rho'' \text{ (en segundos)}$$

Siendo, como en el ejemplo de fig. 10, $n = 5$, y $l_1 = 1{,}383$ m, $l_2 = 1{,}407$ m. $d = 40$ m, resulta:

$$\alpha'' = \frac{1}{n} \cdot \frac{1{,}407 - 1{,}383}{40} \cdot 206\,265'' = \underline{25''}$$

Clases de niveles según la sensibilidad. Un nivel de $2'$ $\left(r = \frac{2\text{mm}}{\frac{2'}{3438'}} = 3{,}4\text{ m}\right)$, es considerado **nivel grosero**; un nivel de $20''$ $\left(r = \frac{2\text{mm}}{\frac{20}{200000}} = 20\text{m}\right)$ hasta $60''$ $\left(r = \frac{2\text{mm}}{\frac{1}{3438}} = 7\text{m}\right)$ es considerado de **sensibilidad mediana**, y un nivel de $5''$, como el de fig. 5, $\left(r = \frac{2\text{mm}}{\frac{5}{200\,000}} = 80\text{ m}\right)$ hasta $15''$ ($r = 27$ m) es considerado un **nivel fino** o **nivel muy sensible**, desde el punto de vista topográfico.

Podemos decir, resumiendo, que para la práctica topográfica los radios de curvatura varían entre 1 ó 2 metros y 50 metros.

La sensibilidad de los niveles debe estar siempre de acuerdo con el fin a que sirven. Una sensibilidad exagerada dificulta muchísimo la ejecución de las operaciones: la más leve variación de la inclinación hace saltar la burbuja de un extremo al otro. Se dice que la burbuja está "loca". En cambio, un nivel demasiado poco sensible no daría la precisión del calado que se busca.

Teóricamente, el radio de curvatura, y, por ende, la sensibilidad de un nivel tubular es una **constante** del instrumento. **Prácticamente**, debido a la imperfección inherente a todo instrumento de precisión, la sensibilidad de un nivel tubular **cambia** un poco con el tiempo. De ahí la necesidad de un aparato capaz de poner de relieve esos pequeños cambios, obteniéndose así un verdadero **contralor** del nivel. Este aparato se llama **probeta** (del francés **éprouvette**) o **examinador de niveles.**

4. Probeta o examinador de niveles.

Cuando se trate de determinar el valor de la sensibilidad de un nivel fino no montado (fig. 11), o de obtener resultados más precisos muchas veces necesarios para ese contralor que acabamos de mencionar, se emplea la *probeta* o *examinador de niveles*. La figura 11 nos permite reducir la descripción de la probeta a breves indicaciones. Sean t el *tornillo micrométrico* (tornillo de gran precisión), T la cabeza graduada del mismo, llamada *tambor*, p la altura de su *paso* e i el *índice* marcador de una posición que ocupe el tambor. Sean, además, l la longitud del brazo y P el plano de apoyo, sobre el cual se sitúa el nivel a examinar.

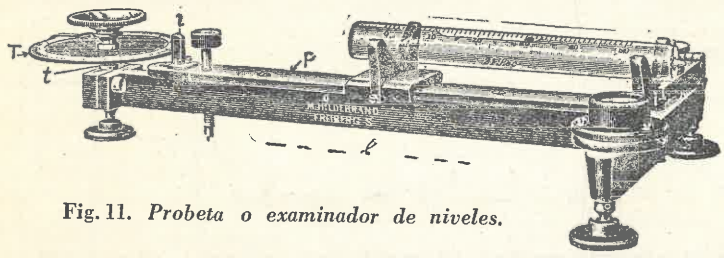


Fig. 11. *Probeta o examinador de niveles.*

Girando ahora el tornillo de precisión, con ayuda del tambor T y del índice i, un paso p entero (o sea una revolución completa del tambor T), se modificará la inclinación del plano P, conjuntamente con todo lo que sobre el mismo se encuentra (el eje del nivel a examinar, por ejemplo) en la cantidad angular γ:

(3) $$\gamma = \frac{\text{altura del paso p}}{\text{longitud del brazo } l} \quad \text{(en radianes)}$$

o sea:

(4) $$\gamma'' = \frac{\text{altura del paso p}}{\text{longitud del brazo } l} \cdot \rho'' \text{ (en segundos)}$$

Siendo, por ejemplo, $p = 0{,}5$ mm y $l = 0{,}5$ m, tenemos para el ángulo γ'':

$$\gamma'' = \frac{0{,}5}{500} \cdot 206\,265 = 206{,}3''$$

Y en caso de hallarse el tambor T dividido en *100* partes, se podría leer en el mismo directamente *2″* y por estima *0,2″*.

En el uso de la probeta, se podría girar el tambor T siempre por igual cantidad de divisiones o igual cantidad angular, 5 divisiones de 2″ o sea 10″, de nuestro ejemplo, leyendo para cada nueva posición del índice i la correspondiente posición de la burbuja. Es éste el procedimiento que hemos empleado en el *examen de un nivel de precisión* de unos 5″/2¼ mm, en una probeta de 1″ (en lugar de 2″), con los resultados que se consignan en planilla (5). En ese modelo de probeta el valor de una revolución del tambor $\left(\frac{p}{l} \cdot \rho''\right)$ es de *180″* y el perímetro del tambor dividido en *180* partes, valiendo por eso 1 división del mismo 1″.

Examen de un nivel de 5″/2¼ mm (para nivelación de alta precisión y astronomía, ver fig. 5) en una probeta de 1″.

(5)

Tornillo (1 div = 1″)	Burbuja izq.	Burbuja der.	Desviación izq.	Desviación der.	Largo burbuja
(1)	(2)		(3)		(4)
0″	24,3	39,2			14,9
10″	22,3	37,2	2,0	2,0	14,9
20″	20,0	35,0	2,3	2,2	15,0
30″	17,7	32,8	2,3	2,2	15,1
40″	15,5	30,5	2,2	2,3	15,0
50″	13,4	28,5	2,1	2,0	15,1
60″	11,1	26,2	2,3	2,3	15,1
70″	8,8	24,0	2,3	2,2	15,2
80″	6,6	21,8	2,2	2,2	15,2
90″	4,6	19,8	2,0	2,0	15,2
100″	2,4	17,7	2,2	2,1	15,3
110″	0,2	15,5	2,2	2,2	15,3
			24,1	23,7	
			23,9		

Vemos en la planilla (5) que ya el primer giro del tambor desde 0″ hasta 10″ y el correspondiente desplazamiento de la burbuja de 39 hasta 37 (borde derecho), nos reveló un buen valor aproximado de 5″ para la sensibilidad del nivel. El examen completo nos dió para un giro de 110″ del tambor un desplazamiento total (promediando lecturas de bordes izquierdo y derecho) de *23,9* divisiones, con lo que obtenemos para una división del nivel o sea la *sensibilidad* α del mismo el valor:

$$\alpha = \frac{110}{23,9} = \underline{4,6''}$$

El hecho de que el valor de la desviación consignado en columna (3) ha quedado prácticamente igual en todos los giros sucesivos del tambor (variando sólo de 2 a 2,3) nos demuestra que el esmerilado del nivel examinado representa una *superficie esférica prácticamente exacta.*

Se ha supuesto en este examen que los pasos del tornillo micrométrico son *regulares*, suposición ésta que podría ser verificada fácilmente mediante un nivel de precisión de calidad, como el que acabamos de estudiar, colocando un extremo de burbuja sucesivamente sobre los trazos de división del nivel y leyendo cada vez el correspondiente valor del tambor.

5. Precisión del calado y lectura de un nivel tubular.

A raíz de muchas experiencias se encontró para la **precisión del calado y lectura de un nivel** tubular el **error medio**:

(6) $$0,2\sqrt{\text{sensibilidad } \alpha''}$$

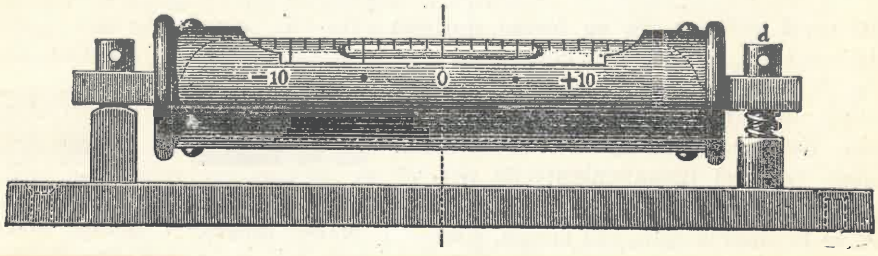


Fig. 12. *Nivel de regla.*
Escala 1: 1.

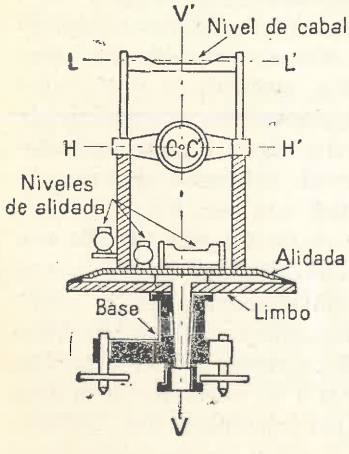


Fig. 13. *Se ilustra la ubicación de los niveles tubulares en el teodolito.*

6. Niveles montados.

Según el objeto a que se destine un nivel tubular, será distinta la clase de **armadura** o **montura** de que se le provee, facilitando su uso. Esta montura, que protege el nivel, en primer lugar, contra la rotura consiste

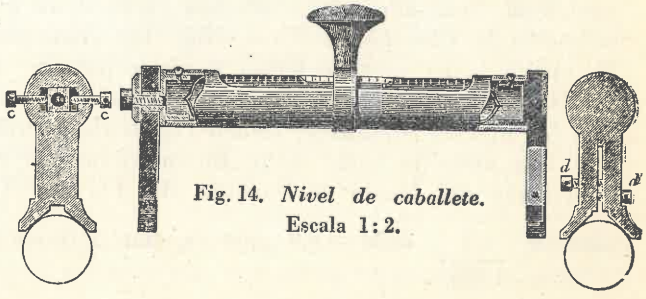


Fig. 14. *Nivel de caballete.*
Escala 1: 2.

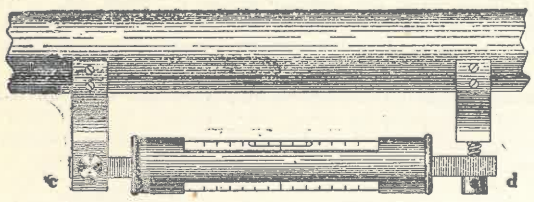


Fig. 15. *Nivel reversible.*
Escala 5:6

generalmente en un **tubo metálico,** con ventana alargada en la parte superior [en los niveles reversibles (fig. 15) también en la parte inferior], que hace posible la observación de la burbuja en conjunto y la lectura de sus bordes en la escala. Muchas veces el nivel está protegido, además, por otro **tubo de vidrio exterior.** Esa armadura del nivel sirve también para vincularlo con las más diversas partes de un teodolito (fig. 13), o permite su empleo como **nivel independiente.** Puede para ello estar fijamente unido a una regla o base, llamándose entonces **nivel de base** o **nivel de regla** (fig. 12). El **nivel de caballete** (fig. 14) es otro tipo de nivel con una finalidad determinada, que se muestra en figura 13. Los llamados **niveles de alidada** (ver fig. 13) y **nivel de soporte** (ver también figs. 3 y 4, § 1) derivan su designación de las respectivas partes del teodolito que los sostienen.

7. Nivel esférico.

El **nivel esférico,** en su forma antigua (fig. 16), consta de una pequeña caja metálica, sobre cuyo borde superior se aplica una **tapa esférica** de vidrio, fijada con mástico. Se llena de alcohol, cerrando luego la caja desde abajo por medio de un tornillo. Este modelo tiene el **inconveniente** de perder fácilmente líquido, razón por la cual se lo emplea cada vez menos, siendo sustituído por el modelo moderno tipo **Mollenkopf** (construído por éste por primera vez en 1904, en Stuttgart).

Fig. 16.
Nivel esférico.
Modelo antiguo.

Fig. 17.
Nivel esférico.
Modelo moderno, según *Mollenkopf.*

Consta este nuevo tipo de nivel esférico de un recipiente de vidrio, cuya parte superior está esmerilada en forma de un casquete esférico, estando el fondo cerrado por fusión del vidrio (fig. 17). Como el líquido no llena completamente el recipiente, se forma una **burbuja circular,** la que ocupa siempre el punto más alto del casquete. En la superficie externa de la tapa (fig. 16) o la parte superior del recipiente (fig 17) se hallan grabados varios círculos concéntricos, separados sea por el intervalo de una línea de París (= **2,256** mm) u hoy más frecuentemente en 2 ½ mm, con centro **M** (marcado o no). Muchas veces se ve grabado **un solo círculo** con diámetro de (2 × 2,5 =) 5 mm (fig. 18). Este círculo facilita el centrado de la burbuja del nivel esférico y sirve para la determinación de la sensibilidad del mismo. Los niveles esféricos son generalmente menos sensibles que los niveles tubulares; tienen radios de curvatura desde 0,5 m, 1 m, 2 m, 3 m, 5 m hasta lo sumo 10 m. En un nivel con $r = 1$ m, corresponde a una desviación del borde de burbuja de 2 ½ mm (por ejemplo) una inclinación de $\frac{2,5}{1000} \cdot 3438' = 8,6'$ que es, por definición, la **sensibilidad del nivel**

esférico. (A un intervalo de 2 ¼ mm y un radio **r** de 10 metros correspondería una inclinación o sea una sensibilidad de $\frac{2{,}25}{10000} \cdot 3438' = 0{,}8'$.)

Llámase **plano principal** de un nivel esférico al plano tangente en el centro **M** del círculo grabado (fig. 18). Cuando el plano horizontal tangente en el centro de la burbuja coincide con el plano principal tangente en **M**, **se dice que el nivel esférico está centrado** (caso de fig. 18). Será también horizontal el **plano de apoyo** del nivel a condición de que exista **paralelismo** entre el mismo y el plano principal. De existir ese paralelismo, se dice que el nivel esférico está **corregido**. Para su **corrección** (ver ejemplo práctico 2, pág. 58) sirven tres tornillos (ver fig. 18). Niveles esféricos de poca sensibilidad no tienen tornillos de corrección; salen ya suficientemente corregidos de la fábrica.

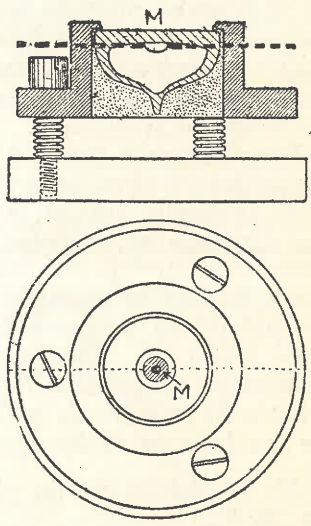


Fig. 18. *Nivel esférico.*

Arriba: Corte vertical con la traza del plano principal.

Abajo: Vista desde arriba. Se ve el nivel en posición centrada, un solo círculo grabado con diámetro de (2×2½=) 5 mm. El nivel está dotado de 3 tornillos de corrección.

8. Precisión de la vertical obtenida con nivel esférico, su importancia práctica.

La mayor parte de los modernos teodolitos, así como de los modernos niveles de anteojo, aparte de los niveles tubulares están dotados de niveles esféricos. Y esto significa un progreso, porque la **precisión de la vertical de 30″** o de 1′, suficiente para muchos fines de la **medición de ángulos horizontales,** es facil de conseguir por medio de un nivel esférico de 5 m (sensibilidad de $\frac{2{,}5}{5000} \cdot 3438' = 1{,}7'$) o sea de 2′/2 ½ mm.

9. Observaciones previas de carácter general sobre la verificación, corrección y uso de un nivel. Lectura de un solo borde de burbuja.

Llámase **corregido** un nivel cuando su eje es **paralelo** o **perpendicular** a su **línea de aplicación** (**línea de apoyo** o **eje**). Para su **verificación** se emplea el método de la **inversión, inversión directa** o **inversión indirecta**; inversión directa cuando el nivel es invertido directamente sobre su **línea de apoyo** [= línea de intersección de un plano perfecto, sobre el cual descansa el nivel de regla (ver fig. 12), con un segundo plano perpendicular al primero que pase por el eje del nivel] o una paralela a la misma; e **inversión indirecta** cuando se trate de un **nivel de alidada** (fig. 13 y fig. 4 de § 1) fijo al platillo o a un soporte, que puede ser girado alrededor del **eje de alidada,** el que es menester ser llevado a la **posición vertical** por medio de ese nivel. Llega así el nivel a ocupar una **segunda posición** por medio de un giro de 180° en acimut.

Si se centra el nivel en posición I y si en posición II se notara una desviación de la burbuja de **n** divisiones o **n**. α segundos, mitad de esa desviación es debida al **error del nivel** y mitad a que aun no se ha logrado el objetivo

deseado: ni la **horizontalidad de la línea de apoyo** o del plano, ni la **posición vertical del eje de alidada.** Debe por ello corregirse sólo la mitad de la desviación por medio del tornillo de corrección del nivel y la otra mitad por medio de los tornillos calantes, con los cuales se puede variar la inclinación de la base del nivel o la posición del eje de alidada.

En el ejercicio práctico: **Determinación de la sensibilidad de un nivel tubular**, explicado en pág. 48 nos hemos limitado a leer **un solo borde de burbuja** (el borde de numeración más alta o "**borde positivo**"), método que en la práctica conviene seguir siempre, porque permite aumentar considerablemente la rapidez de la operación, pudiendo, por ello, admitirse con razón mayor que permanece constante durante la misma la longitud de la burbuja. Pero, naturalmente, sólo es posible proceder así cuando sean **visibles** ambos extremos de la burbuja.

Para indicar la posición del centro de una burbuja, en realidad, son necesarias dos lecturas, lectura de borde izquierdo y lectura de borde derecho, cuyo promedio nos da la lectura correspondiente al centro de la misma. Esta manera de proceder, si bien más correcta que el método abreviado (por no cumplirse con toda exactitud esa suposición de temperatura constante durante la operación), retardaría considerablemente el trabajo, lo que redundaría en detrimento de la precisión del mismo.

Se comprende también que (bajo esa suposición de longitud de burbuja constante) la posición del centro de burbuja queda fijada mediante una lectura de extremo de burbuja prácticamente tan bien como con el promedio de dos lecturas de los extremos.

10. Nivelación de un plano ("horizonte artificial", fig. 19), con nivel de regla.

Considérase **corregido** un nivel de regla (fig. 12) cuando el **eje del mismo es paralelo a la línea de apoyo.** Trátase de poner en posición horizontal el plano **P** (placa de **vidrio de espejo** perfectamente plana, que descansa por medio de los tornillos calantes C_1, C_2 y **C** sobre una sólida base, un pilar de mampostería, por ejemplo). Los tornillos calantes permiten inclinar el plano en cualquier dirección dentro de ciertos límites. Llámase una disposición como la ilustrada en fig. 19 un "**horizonte artificial**", el que a veces presta buenos servicios en la corrección del **eje horizontal de un teodolito** (fig. 12, pág. 94). Para **horizontalizar un plano** (como por ejemplo ese "horizonte artificial"), es necesario horizontalizar **dos rectas** o familias de rectas, g_1 y g_2 (fig. 19), aproximadamente **perpendiculares entre sí**, que se hallen situadas en ese plano. Elegimos para esas rectas las direcciones g_1 "**paralelas a dos tornillos calantes C_1C_2**" y las g_2 "**normales a esas**". Para ello, colocaremos primero el nivel en posición I (fig. 20), quedando en la misma el eje del nivel en dirección paralela a la línea C_1C_2. Se centra en la misma la burbuja siguiendo la instrucción indicada en figs. 21 y 22: Se giran los tornillos en iguales cantidades hacia adentro

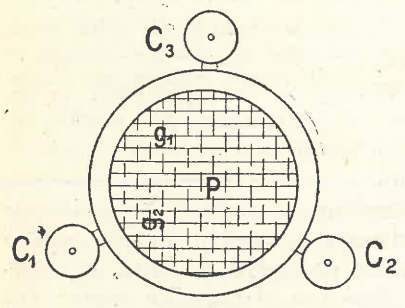


Fig. 19. *Horizonte artificial.*

(fig. 21) o hacia afuera (fig. 22), siguiendo entonces la burbuja siempre el dedo índice de la mano derecha. Trátase primero de averiguar si el nivel está corregido. Para ello se lleva el nivel a la **posición II,** girando el nivel en 180° (ver fig. 20). La mitad de la descentración de la burbuja es debida a la **falta de paralelismo** entre el eje del nivel y la línea de apoyo; se la corrige accionando sobre el tornillo de corrección **c** en el extremo derecho del nivel. La segunda mitad es debida a la **falta de horizontalidad** de la línea de apoyo, la que se elimina actuando sobre los tornillos C_1 y C_2. Se repite la operación.

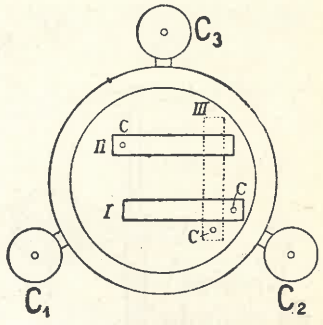


Fig. 20.

Luego se coloca el nivel en la **posición III** (ver fig. 20), con eje perpendicular a las posiciones I y II. En esta posición III se centra la burbuja por medio del tornillo C_3. En esta forma se ha conseguido la horizontalidad del

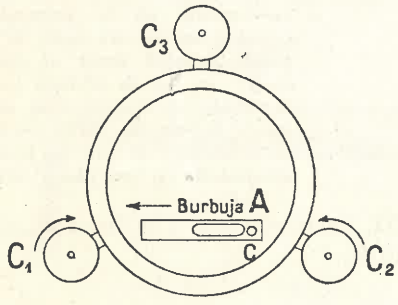


Fig. 21.

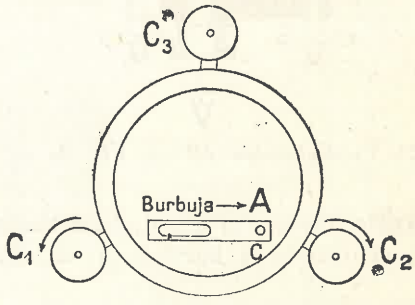


Fig. 22.

plano **P** (son horizontales las rectas g_1 y horizontales también las rectas g_2, todas pertenecientes a un mismo plano), con una precisión concordante con la sensibilidad del nivel empleado.

11. Verticalización del eje principal de un teodolito por medio de un nivel fijo de alidada horizontal.

El procedimiento operatorio que acabamos de explicar y que nos permite horizontalizar un plano con toda la precisión deseada, ese mismo procedimiento es aplicable en forma casi indéntica cuando se trate de **verticalizar el eje principal VV'** (fig. 23) **de un teodolito.** En este caso el nivel tubular no es independiente sino fijo sobre el platillo (alidada) solidario con el pivote del eje principal, girando por ello, alrededor del mismo conjuntamente con toda la parte superior del teodolito (fig. 23). Las figuras 24, 25 y 26 representan el platillo con nivel de alidada fijo en el mismo en las tres posiciones del nivel, en la posición de partida (posición I), con nivel sobre la dirección paralela a C_1C_2 (fig. 24), en la posición II con nivel girado en 180° (fig. 25) y en posición III con nivel sobre una dirección perpendicular a C_1C_2 (fig. 26). **E** designa el punto de intersección del platillo con el eje de alidada, alrededor del cual gira el platillo.

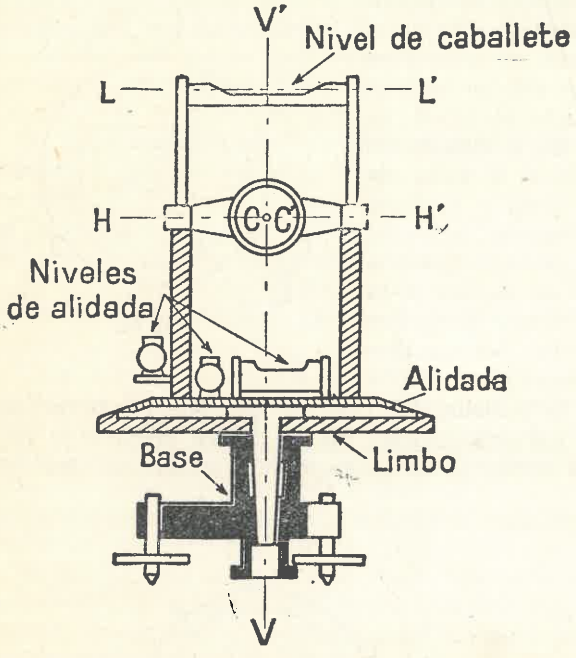


Fig. 23. *Verticalización del eje VV' de un teodolito.*

Para la **verticalización del eje de alidada de un teodolito** conviene seguir las siguientes **reglas prácticas:**

1ª regla: Colóquese el nivel en la dirección paralela a la línea de unión de dos tornillos calantes, centrando la burbuja. Se gira la alidada en 180° (a ojo). La desviación de la burbuja que se observara se elimina **mitad** con el tornillo de corrección del nivel y **mitad** con los tornillos calantes.

Es de observar que se ha conseguido con la primera corrección según esta regla la *perpendicularidad entre el eje del nivel y el eje de alidada* (se ha corregido el nivel). Con la segunda corrección según esa regla se enderezó el eje de alidada, situándolo en un plano vertical $\perp C_1C_2$.

2ª regla. Llévese el nivel a la **posición III,** perpendicular a la línea de unión C_1 C_2, centrando la burbuja en el tornillo C_3.

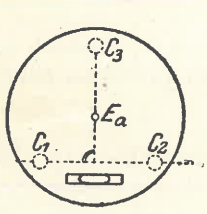


Fig. 24.
Posición I

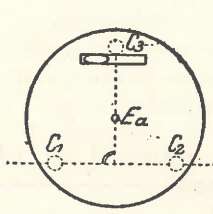


Fig. 25.
Posición II

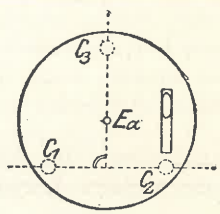


Fig. 26.
Posición III

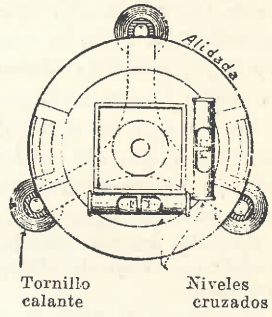
Como ya estaba corregido el nivel, la desviación de la burbuja que se notara, en esta posición III, sólo podría provenir de que el eje de alidada, si bien se hallaba ya situado en un plano vertical $\perp C_1C_2$, que pasa por E_a (en consecuencia de la aplicación de la regla 1ª), no era todavía completamente vertical, faltando su enderezamiento en dirección perpendicular a la primera, es decir, faltaba situarlo en un plano vertical $\parallel C_1C_2$ (que pase también por E_a). Para conseguir esto se eliminó toda la desviación por medio del tornillo C_3. Se ha logrado así la *verticalidad del eje de alidada en todas las direcciones.*

Se repite la operación. Al girar ahora el teodolito alrededor de su eje de rotación, la burbuja permanece centrada. Para obtener la máxima precisión de la posición vertical con un nivel de alidada de 30″/2 mm, por ejemplo, se repetiría la operación varias veces, pudiendo así alcanzar una reducción de

la desviación hasta de $^1/_5$ de división, es decir una precisión de la vertical de $\frac{1}{5} \cdot 30'' = 6''$.

Esta precisión de la vertical no depende sólo de la sensibilidad del nivel, sino muy especialmente de la construcción mecánica del sistema del eje vertical, construcción ésta que encontró en la actualidad su máxima perfección en el sistema del **nuevo eje vertical de Wild con cojinetes sobre bolillas**, el que permitió llevar la **precisión de la vertical**, según **Wild**, (*) al valor de 1″ de arco.

Fig. 27. *Niveles cruzados.*



Niveles cruzados. En lugar de un solo nivel, muchas veces se dispone de un par de niveles para verticalizar el eje de alidada de un teodolito. Se le llama a menudo al conjunto "*niveles cruzados*" por la posición "*en cruz*" que generalmente se les da (ver fig. 27).

Cuando los dos niveles estén corregidos, se puede colocar el instrumento muy rápidamente en posición de trabajo con sólo centrar esos niveles según se muestra en la figura.

Se llama a veces también *niveles cruzados* al conjunto de nivel de soporte y un nivel fijo sobre el platillo (ver fig. 23 y fig. 3 de § 1).

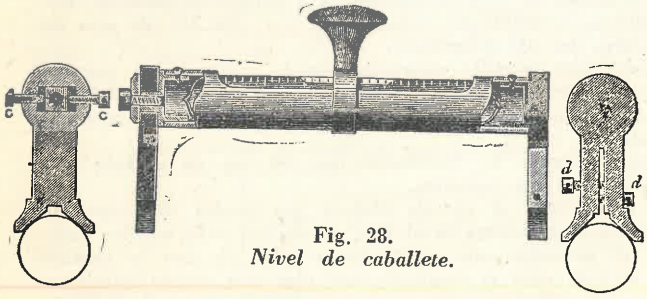


Fig. 28.
Nivel de caballete.

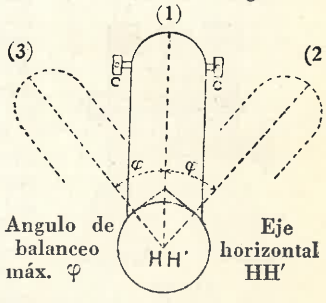


Fig. 29. *Giros de magnitud angular φ que se efectúan para poner de manifiesto un eventual error de cruce del nivel de caballete, colocado sobre el eje horizontal*

12. Nivel de caballete, su uso. Corrección del error de cruce.

El nivel de caballete (fig. 28) es un caso particular del nivel de base, que sirve para poner en posición horizontal el eje secundario **HH'** (fig. 23) de un teodolito (ver ejemplo práctico 2, pág. 58). Deberá para ello primeramente verificarse si el eje del nivel está en condición de trabajo, es decir, si la línea de apoyo (ver pág. 53) y el eje del nivel se encuentran en un mismo plano. Si no se cumple esta condición, existe en el nivel el llamado **error de cruce**. Al balancear el nivel en la forma indicada en fig. 29, se produce, visto de arriba, un movimiento de la burbuja que se explica en fig. 30.

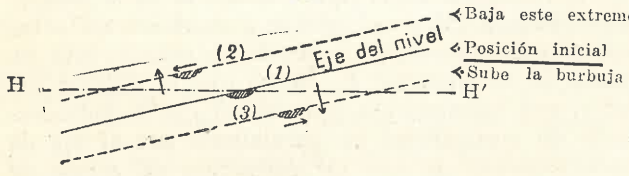


Fig. 30. *Se muestran los movimientos de la burbuja a consecuencia del balanceo que se da al nivel de caballete según fig. 29.*

Si hay error de cruce en la forma indicada en

(*) Ver *H. Wild*: "*Entwicklung einiger geodætischer Instrumente*", pág. 8, Baden (Suiza), 1939.

fig. 30, se desplazará la burbuja hacia la izquierda con el movimiento de balanceo hacia (2), por inclinarse cada vez más el extremo derecho del eje, sucediendo todo lo contrario con el movimiento de balanceo hacia el lado opuesto, hacia la dirección (3); baja el extremo izquierdo, moviéndose la burbuja hacia la derecha.

Se corrige el **error de cruce** por medio del tornillo **c** (figs. 28 y 29), que actúa en sentido horizontal. Vistas ahora desde arriba, ya no se cruzan más la proyección del eje del nivel y la línea de apoyo del nivel; son paralelas o coinciden.

Ejemplo práctico 1: **Establecer la perpendicularidad entre el eje secundario de un teodolito y el eje de alidada, por medio de un nivel de caballete (para la corrección del teodolito).**

Se colocará el nivel de caballete sobre el eje secundario (ver figs. 13 y 14), centrándolo por medio de los tornillos calantes. Luego se levanta el nivel, girando por debajo del mismo el eje secundario en 180°, de tal modo que el extremo izquierdo de este eje viene a ser ahora el extremo derecho, e inversamente. Para obtener con mayor exactitud este giro de 180°, puede efectuarse la correspondiente lectura en el círculo horizotnal. Colocando ahora nuevamente el nivel de caballete sobre el eje secundario, se observará generalmente una desviación de la burbuja, la que expresa (en divisiones de la escala) el *doble efecto de la falta de perpendicularidad* entre el eje secundario y el eje de rotación (eje de alidada). Mitad de esta desviación será entonces eliminada por medio de los tornillos de corrección *e* y *t* (fig. 31) de uno de los cojinetes del eje secundario.

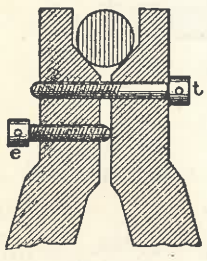


Fig. 31

Sistema de corrección del eje secundario.

Mediante esta sencilla operación queda realizada la perpendicularidad entre el eje secundario y el eje de alidada del teodolito, que es una de las condiciones a cumplir para la corrección del mismo.

Ejemplo práctico 2: **Verticalización del eje de alidada por medio del nivel de caballete.**

Para *verticalizar el eje de alidada por medio del nivel de caballete,* se le considera nivel fijo de alidada y se emplea exactamente el procedimiento explicado en pág. 55, con la ventaja de que en este caso el resultado será algo más exacto debido a la mayor sensibilidad (20″) que generalmente tiene el nivel de caballete comparada con las de los niveles de alidada (30″ ó 60″). La *corrección del nivel* se efectúa por medio del tornillo *d* (fig. 28), que actúa en sentido vertical.

Se aprovecha la buena verticalización del eje de alidada para *corregir el nivel esférico* del teodolito (ver Nº 7, pág. 52).

13. Concepto del punto de verticalidad de un nivel; su utilización para verticalizar un eje de rotación (se lo supone previamente determinado).

Llámase **punto de verticalidad** P_v de un nivel (fig. 32) al punto más alto de la burbuja cuando el eje de rotación **VV′** se halle en posición **vertical**. En nuestro caso, el eje del nivel (tangente en el punto medio **M** de la escala) forma con el eje de rotación el ángulo $(90° - \epsilon)$, donde ϵ es el ángulo entre el eje del nivel y la tangente al punto medio de la burbuja, cuando éste es, como en nuestro caso, el punto de verticalidad P_v. Se ve que el radio **r** del punto P_v es también vertical y, por consiguiente, **paralelo** al eje de rotación. Conserva el radio **r** del punto de verticalidad su **paralelismo con el eje de rotación** cualquiera que sea la posición de éste (**1ª definición del punto de verticalidad**). La **2ª definición** va consignada en el epígrafe de fig. 32.

Si en las condiciones indicadas en fig. 32 se gira el teodolito alrededor de su eje de rotación **VV′** (vertical), **la burbuja no se mueve,** lo que constituye una **comprobación** para la correcta verticalización del eje de rotación. A esa

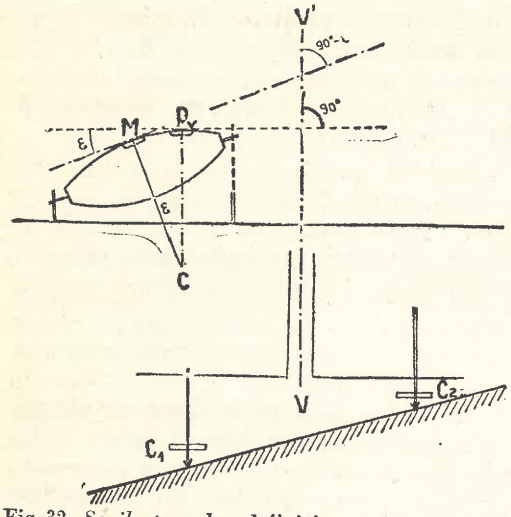


Fig. 32. *Se ilustran las definiciones del punto de verticalidad:*

Llámase punto de verticalidad P_V al punto más alto de la burbuja cuando el eje de rotación VV' es vertical:

1ª def.: el punto más alto P_V del radio r paralelo al eje de rotación;

2ª def.: el punto de contacto P_V de aquella tangente al medio de la burbuja que es perpendicular al eje de rotación.

verticalización del eje de rotación se puede imaginar haber llegado con ejecutar las operaciones completas descritas en el Nº 11. Pero también se hubiera alcanzado ese mismo resultado con una notable simplificación de ese procedimiento operatorio (ver fig. 32). Al inspeccionar más detenidamente esta figura nos damos cuenta de que **no** era necesaria la eliminación de la primera mitad de la desviación de la burbuja por medio de los tornillos de corrección del nivel (la que condujo a la llamada "**corrección del nivel**" o sea el establecimiento de la **perpendicularidad entre el eje del nivel y el eje de rotación**), sino tan sólo la eliminación de la segunda mitad de la desviación por medio de los tornillos calantes C_1 y C_2 (fig. 32), lográndose con la misma situar el eje de rotación en un primer plano vertical:

$$\top\ C\ C_2$$

La **regla operatoria** se transformará entonces en la siguiente **forma simplificada**:

Regla 1ª: Colóquese el nivel en dirección paralela a la línea de unión de los tornillos calantes C_1 y C_2. Efectúese la lectura del extremo positivo (+), habiéndose previamente **centrado la burbuja**. Esta operación del centrado de la burbuja en posición I **no** es necesario que se ejecute (ver ejemplo de lectura en fig. 33, para el caso de **no** centrarse previamente la burbuja).

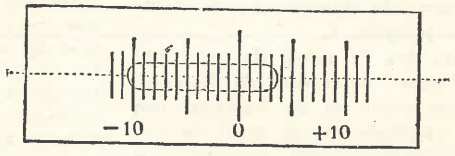


Fig.33. *Ejemplo explicado de la lectura de extremo (+) de la burbuja sin centrado previo de la misma en posición I, para la determinación del punto de verticalidad.*

Lectura en posición I (fig. 33) ..... + 3.7
Lectura supuesta para posición II ..... + 5.9 } + 4,8
Luego, lectura extremo (+) para el punto de verticalidad P_V ..... + 4,8

Gírese ahora la alidada en 180°. La desviación de la burbuja que se notara en esta posición II con respecto al lugar que ocupó en posición I, será eliminada **mitad** con los tornillos calantes C_1 y C_2, fijándose con mucha atención [contando las divisiones (y fracción) de la escala] en el punto a que llegó así la burbuja, cuya posición puede ser suficientemente bien determinada

con sólo leer un extremo, por ejemplo el extremo **positivo** (de mayor numeración, ver fig. 33) de la burbuja. A ese punto medio de burbuja P_v (fig. 32), o a su reemplazante, ese punto extremo de burbuja (en este caso algo impropia pero muy convenientemente) lo llamaremos **punto de verticalidad.** (Los alemanes lo llaman "**Spielpunkt**" con respecto al eje de rotación.)

Regla 2ª Colóquese el nivel en posición III, perpendicular a la dirección C_1 C_2. Llévese ahora por medio del tornillo calante C_3 la burbuja a esa **lectura punto de verticalidad** (extremo positivo) antes determinada, con la cual se ha situado el eje de rotación en **2 planos verticales perpendiculares entre sí,** es decir, se lo ha verticalizado por completo en el mínimo de tiempo posible.

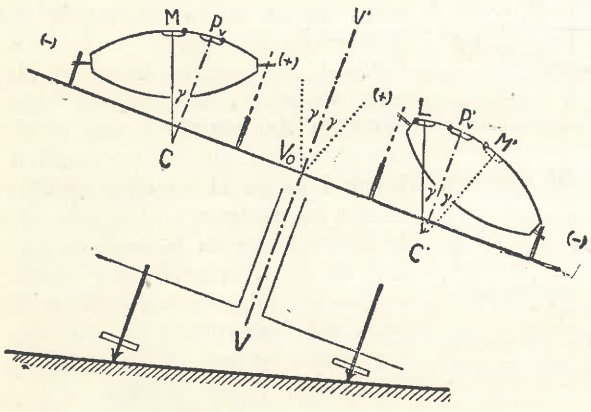


Fig. 34 *Se ilustra la demostración del teorema fundamental de la técnica instrumental.*

Se trata de verticalizar el eje de rotación *VV'* por medio de un nivel descorregido, formando ese eje el ángulo de inclinación γ con la vertical.

Por razones didácticas se han dispuesto en esta figura los diversos elementos en 2 mitades separadas, los correspondientes a la posición I, a la izquierda del eje *VV'*, y los correspondientes a la posición II corridos a la derecha de ese eje, haciendo figurar en esta mitad también lo observado en posición I.

Se muestra en la figura que la mitad del segmento de arco que separa los lugares de lectura de extremos de burbuja (marcados con punto en las burbujas con centros *M'* y *L*) señala efectivamente el lugar de lectura del borde de burbuja (marcado también con punto) que corresponde al buscado punto de verticalidad P_v. Producida esta lectura por medio de los tornillos calantes, se habrá logrado la posición vertical del eje *VV'* a realizar (fig. 34).

[1]En verdad, tendría que ser dibujada, empleando diversos colores, la parte derecha sobre la parte izquierda y ambas simétricamente con respecto al eje de rotación *VV'*, es decir, CP_v sobre $C'P'_v$ y ambos coincidentes con *VV'*. Sería éste un dibujo en dos colores, cuya ejecución, por su gran utilidad didáctica, recomendamos al estudiante encarecidamente.

Se estima que la determinación del punto de verticalidad y su utilización para **verticalizar un eje,** requiere sólo 2 minutos, los que con un poco de práctica pueden ser fácilmente reducidos a 1 ½ minutos, operación que nunca sería posible ser ejecutada en tan breve tiempo con el procedimiento completo.

Este *renunciamiento a la corrección del nivel* (y el centrado de la burbuja en posición I), así como la no - corrección exacta de otros errores instrumentales (de que trataremos más adelante) nos da motivo para la siguiente *observación:* Sabemos que la corrección de un nivel es siempre un trabajo más o menos laborioso y hasta algo ingrato o infructuoso, puesto que el estado de corrección de un nivel *no* se conserva por mucho tiempo. El ingeniero práctico no debe por eso tener siempre la preocupación de mantener los niveles de su teodolito bien corregidos o los demás errores instrumentales cuidadosamente reducidos a sus valores mínimos. Debe, por el contrario, más bien empeñarse en usar siempre métodos de trabajos capaces de eliminar esos errores o reducir sus efectos a valores despreciables.

Desde este moderno punto de vista de la **economía del trabajo técnico,** el tópico constituye uno de los más importantes temas o **teoremas de la técnica ins-**

trumental, del cual nos ocuparemos con más detención en el siguiente número y en base a la fig. 34 de pág. 60.

14. Teorema fundamental de la técnica instrumental.

Sea **VV'** (fig. 34) el eje de rotación de un teodolito, con el cual se halla rígidamente vinculado un nivel de alidada con centro de curvatura **C**. Se imagina llevado ese eje **VV'** al plano de nuestra figura, el que contenga también el eje del nivel, a la izquierda en posición I y a la derecha en posición II.

He aquí el procedimiento operatorio para la **determinación del punto de verticalidad** $\mathbf{P'_v}$: Céntrese el nivel (en posición I), coincidiendo entonces el centro de la burbuja con el punto medio **M** de la escala. Sea $\mathbf{P_v}$ el punto de verticalidad (cuya posición real aún se desconoce) y γ el ángulo que su radio $\mathbf{CP_v}$ forme con el radio **CM**. Gírese ahora la alidada en 180°. El radio **CM** de la primera posición del nivel, viene así a situarse en **C'M'** de la posición II, formando con la vertical **C'L** (radio del centro de burbuja en la segunda posición del nivel), el doble valor 2γ del ángulo de inclinación γ del eje **VV'**, como fácilmente se desprende de la figura. En efecto: Con trazar por $\mathbf{V_0}$ paralelas a los radios **CM** y **C'M'** vemos que el radio $\mathbf{C'P'_v}$, a determinarse, es bisectriz del ángulo 2γ, y, por consiguiente, **paralelo** al eje de rotación, siendo, por tal causa $\mathbf{P'_v}$ el **punto de verticalidad** buscado, de acuerdo a la primera definición del mismo (ver fig. 32 y pág. 58). A este punto de verticalidad corresponde entonces la mitad de la desviación de la burbuja, que se haya notado en posición II a raíz de la inversión, mitad ésta que expresa (en divisiones de la escala) el valor de ángulo γ.

En figs. 35 y 36 se ilustran dos **casos particulares.**

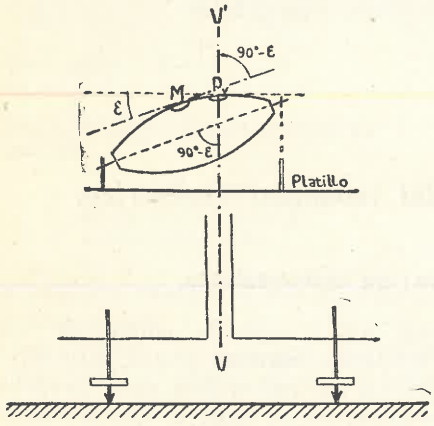


Fig. 35. *El eje VV' es vertical.*

Se ha hecho desaparecer mitad de la desviación por medio de los tornillos calantes del teodolito y con ello eliminado el ángulo de inclinación γ, o sea, verticalizando el eje *VV'* en una dirección. Se está entonces en el caso de la fig. 32: se conoce la lectura (borde de burbuja) del punto de verticalidad, la cual nos sirve ahora para verticalizar el eje en otra dirección perpendicular a la primera, con lo cual se ha logrado el objetivo

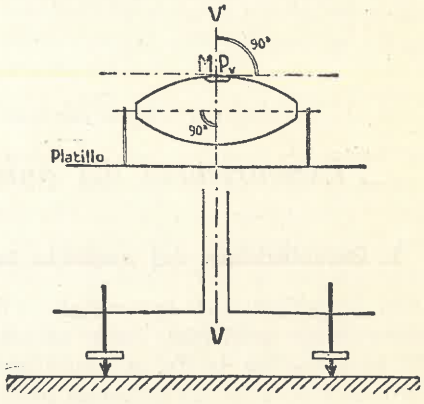


Fig. 36. *El eje de rotación VV' es vertical y horizontal el eje del nivel.*

Se ilustra el *trabajo adicional* vulgarmente llamado *"corrección del nivel"*:

Elimínase la segunda mitad de la desviación antes observada por medio del tornillo de corrección del nivel, con lo cual se ha desplazado el punto *Pv* hasta su coincidencia con *M*, es decir, se ha convertido al punto medio de la escala en punto de verticalidad Pv del mismo.

Fúndase el uso práctico de instrumentos topográficos, geodésicos y astronómicos con tanta frecuencia en el teorema que acabamos de demostrar, que nos parece justificado el llamarlo **teorema fundamental de la técnica instrumental** ($P'_v = \frac{1}{2}(L - M')$), el que puede enunciarse así:

Cuando un nivel de alidada es girado de la posición I a la posición II, la burbuja recorre un segmento de arco igual a 2γ, siendo γ el ángulo de inclinación del eje de rotación con respecto a la vertical (vista en dirección perpendicular a la extensión longitudinal del nivel).

Caso del **nivel de base** o **nivel de regla.**

Imagínese en este caso el nivel rígidamente unido a la **normal** de su base. Cuando se invierte el nivel de regla en tal forma que el extremo izquierdo venga a ocupar el extremo que antes ocupó el extremo derecho, esta inversión puede ser considerada como un giro en acimut en 180° alrededor de la normal de su base, con lo cual se obtiene el siguiente **corolario del teorema fundamental:**

Cuando se invierte un nivel de regla sobre su línea de apoyo (o una paralela a la misma), la burbuja recorrerá un segmento de arco igual a 2γ, siendo γ el ángulo de inclinación de la línea de apoyo con respecto a la horizontal.

Aconsejamos al estudiante a ejercitarse en la determinación del punto de verticalidad y su utilización para verticalizar u horizontalizar ejes, hasta que se haya familiarizado con el significado del procedimiento. Llegará así a la convicción, con las evidentes pruebas o comprobaciones de los resultados a la vista, de que la operación con punto de verticalidad proporciona la más fácil y más rápida y, por ende, mejor solución de uno de los más importantes y más frecuentes problemas de la práctica topográfica.

§ 11.

Excentricidad del anteojo del teodolito excéntrico.

1. Característica del teodolito excéntrico; su inconveniente.

Si el teodolito es **excéntrico** (fig. 5, pág. 76), el eje de colimación no corta el eje principal, como sucede en el teodolito **céntrico** (fig. 2, pág. 90). El giro que se le da al plano vertical del eje de colimación para llevarlo de una a otra de las infinitas posiciones posibles, no es igual al que se daría si dicho plano pasase por el eje principal. No se obtiene por eso en una sola posición del anteojo una medida más o menos exacta para el ángulo formado por dos visuales en el punto de estación del teodolito excéntrico, lo que constituye un **inconveniente.** La citada figura 5, pág. 76, representa un **teodolito universal excéntrico** moderno.

2. Ventaja de la disposición excéntrica del anteojo.

La ventaja que ofrece la construcción excéntrica del anteojo estriba en el hecho de que la medición de ángulos en ambas posiciones del anteojo

se puede pasar de "círculo vertical a la izquierda", C_i, a "círculo vertical a la derecha", C_d sin que para ello sea necesario que el anteojo se encuentre montado sobre soportes relativamente altos. Además esta disposición facilita una muy cómoda colocación de los microscopios para el círculo vertical.

3. Eliminación del efecto de la excentricidad del anteojo.

Elimínase el **efecto de la excentricidad del anteojo** en las medidas de ángulos horizontales con medir cada vez en las dos posiciones, una vez con círculo vertical a la izquierda y otra vez con círculo vertical a la derecha, tomando luego la media de ambas posiciones.

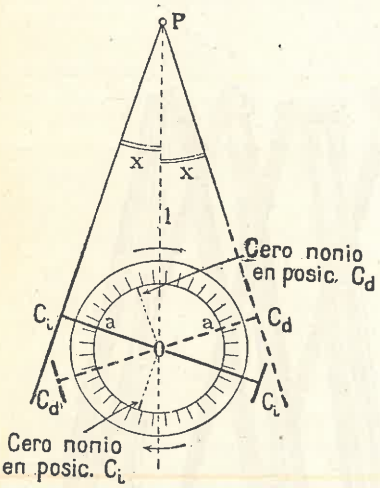


Fig. 1. *Se ilustra la excentricidad del anteojo.*

a, **excentricidad del anteojo,**
l, **distancia del punto P,**
x, **ángulo paraláctico.**

En efecto: Siendo **a** (fig. 1) la magnitud lineal de la excentricidad del anteojo de un teodolito, los ejes de colimación representan, en la proyección horizontal, las tangentes a la circunferencia trazada con radio **a** alrededor del centro **O**. Sea **P** un punto objeto; **PO** será entonces la dirección central. Las tangentes desde **P** serán los ejes de colimación del anteojo excéntrico en sus dos posiciones, C_i y C_d.

Las desviaciones angulares **x** (ver fig. 1) de esas tangentes con respecto a la dirección cenral **PO** son iguales y de signo contrario. Se deduce de ello directamente la **regla práctica:** la media de las dos direcciones excéntricas da la dirección central **PO**, la que se trata de determinar.

4. Cálculo del ángulo paraláctico x.

Se supone colocado el cero del nonio a una posición angular de 90° con respecto a la dirección del eje de colimación (ver fig. 1). Se ve entonces en seguida que en la posición designada por C_i (círculo vertical a la izquierda) se tendrá una lectura mayor y en la posición C_d (con círculo vertical a la derecha) una lectura menor que la que correspondería a la dirección central, y que las diferencias en ambos casos son iguales al ángulo **x** (+ **x** en el primer caso y — **x** en el segundo).

La magnitud del ángulo paraláctico x se calcula fácilmente:

$$\operatorname{sen} x = \frac{a}{l}$$

donde l significa la distancia horizontal entre el punto estación **O** y el punto observado **P**.

En vista de la pequeñez del ángulo paraláctico x, se podrá **poner** el arco en lugar del seno, con lo que tenemos:

$$x'' = \frac{a}{l} \cdot \rho''$$

Siendo, por ejemplo, $a = 0{,}1$ m, $l = 100$ m, resultaría para x:

$$x'' = \frac{0{,}1}{100} \cdot 206\,265'' = 206'' = 3'\,26''.$$

Es decir: prescindiendo de la diferencia de 180° de la lectura en la segunda posición C_d y del efecto de un eventual error de excentricidad de la alidada, la lectura en posición C_d difiere en ($2x'' =$) 6' 52" de la que correspondería a posición C.

Para una distancia l del punto objeto 10 veces mayor, esta diferencia se reduciría al valor 10 veces menor o sea a 41".

§ 12.

Trípodes.

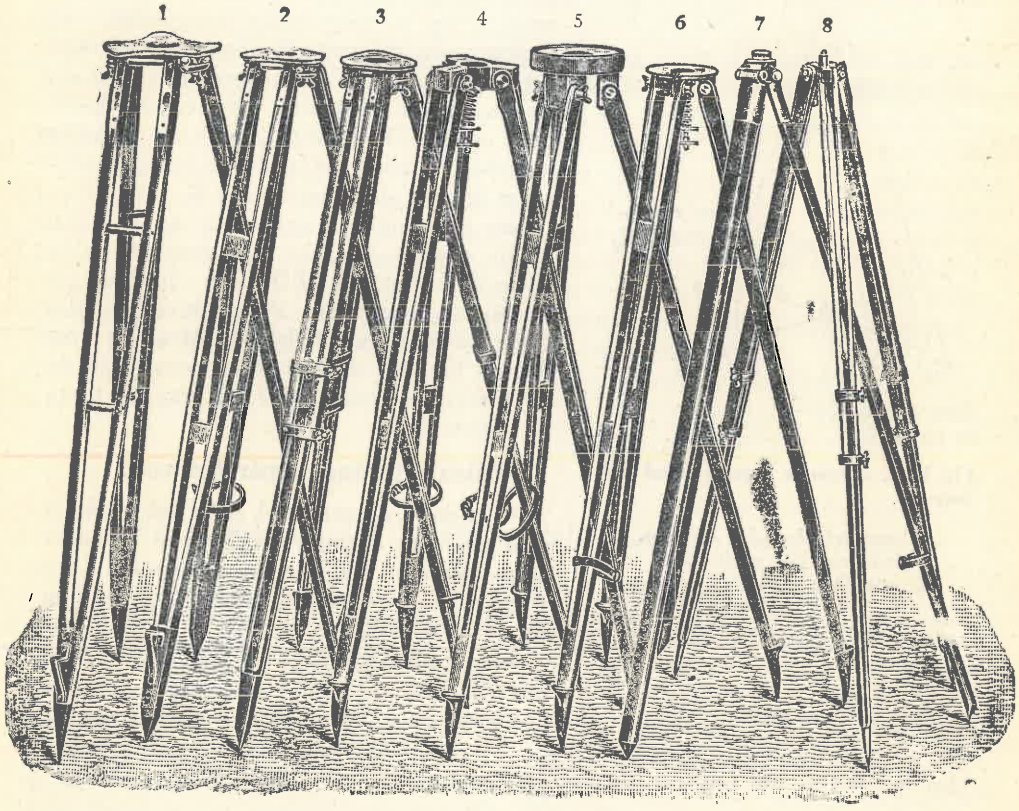


Fig. 1. *Modelos de trípodes de construcción clásica.*

1. Dos postulados dodácticos de la Topografía Práctica.

A raíz de las consecuencias de la última guerra mundial se ha venido produciendo entre nosotros una intensa escasez de teodolitos, de teodolitos clásicos y teodolitos ópticos. El gran éxito de este último modelo y su rápida difusión en todos los países del mundo, originaron una sensible y deplorable declinación del prestigio del teodolito clásico, a la cual nos referimos ya en nuestro Prefacio a la presente edición y la que nos

obliga a declarar nuevamente que el teodolito clásico es y seguirá siendo por mucho tiempo más, un objeto didáctico de primer orden: La sucinta explicación y descripción de los órganos visibles del mismo, contenida en los párrafos que anteceden, deja en la mente del alumno una impresión mucho más profunda y duradera que la más extensa e ilustrada descripción de los correspondientes órganos cubiertos u ocultos del teodolito óptico.

Al echar una mirada retrospectiva sobre todos los progresos realizados en la construcción de teodolitos, cabe notar un cierto retraso con que se realizó la correspondiente evolución del trípode. Este retraso no significa que fuera dicha evolución de secundaria importancia; pero sí, por diversos motivos, mucho menos visible su necesidad. Las ventajas detenidas en el empleo de los nuevos trípodes los hacen resaltar brillantemente sobre los antiguos a los ojos de los topógrafos expertos.

Podemos entonces establecer, sin temor de equivocarnos, los dos siguientes postulados didácticos:

1º Sólo quien domine a fondo el teodolito clásico podrá valorar y apreciar en toda su amplitud los progresos realizados con la introducción del teodolito óptico.

Del mismo modo:

2º Sólo podrá valorar debidamente las ventajas que ofrece el uso de los nuevos trípodes Kern (construcción Dr. h. c. H. Wild), quien conozca los principales modelos de trípodes de etapas evolutivas anteriores.

A la breve descripción de estos últimos dedicaremos las siguientes líneas.

2. Objeto y función del trípode.

El objeto del trípode de teodolito es proporcionar un adecuado apoyo al instrumento.

Con el complemento de la platina basculante del *nuevo trípode del Dr. h. c. H. Wild* (ver pág. 69), se logró ampliar esencialmente la función del trípode.

3. Condiciones a llenar.

Para colocar un trípode de teodolito correctamente en condiciones de trabajo, deben ser primeramente bien enterradas sus patas en el suelo; esto no sólo para garantizar la necesaria estabilidad, sino para aminorar las vibraciones producidas por el viento. Se debe evitar también toda flojedad entre las patas y sus regatones y entre las patas y la plataforma.

De un trípode moderno se exige entonces *firmeza* y *estabilidad,* pero al mismo tiempo un *peso reducido.*

4. Tipos de trípodes.

La figura 1 muestra 7 diferentes modelos de trípodes (números 1 a 7) y un trípode de nivel de anteojo (número 8). Destácanse en la misma *diferentes tipos:* los modelos 4 y 5 con plataforma de madera pueden considerarse como trípodes anticuados, hoy casi fuera de uso.

El modelo *6* muy usado en nuestro país, se caracteriza por el macizo tornillo de fijación central, con resorte en espiral.

El número 7 es el llamado *trípode inglés.*

Los números *1, 2* y *3* representan trípodes de teodolitos de triangulación de primer, segundo y tercer orden, respectivamente.

5. Plataforma.

La plataforma del trípode, generalmente de metal duro (duraluminio o bronce fosforoso), tiene en su medio una perforación más o menos amplia, de unos 5 cm. de diámetro, para facilitar el centraje del teodolito sobre la estaca de la estación en que se ha de medir.

En el trípode inglés la plataforma es independiente, y va guardada en la caja del teodolito.

6. Patas (pies) de trípode.

Las patas de trípode se componen generalmente (con la sola excepción del trípode inglés) de dos ramas o vástagos cada una, de sección redonda u octogonal, los cuales en su extremidad inferior se reúnen en la base de un *regatón* de hierro. Este regatón

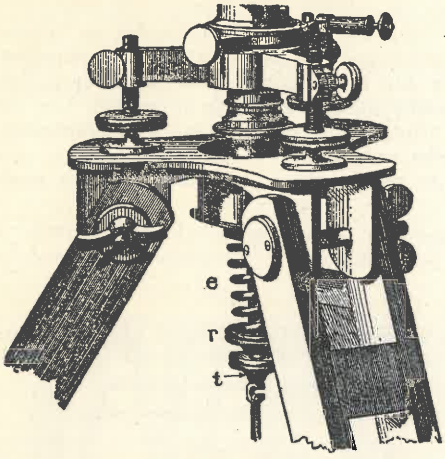


Fig. 2. *Trípode "Breithaupt" con tornillo de fijación central.*

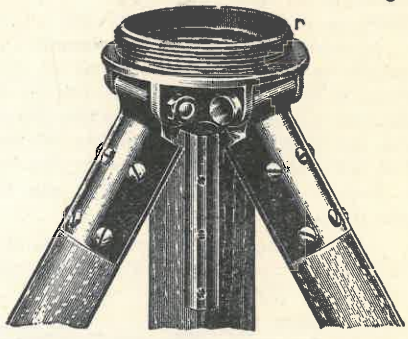


Fig. 3. *Cabeza de trípode inglés.*

está dotado generalmente de un *pedal*, sobre el cual se hace presión con el pie para enterrar la pata en el suelo.

La madera es el material más apropiado para las patas de trípode, por su bajo coeficiente de dilatación y porque proporciona la necesaria rigidez sin aumentar mucho el peso del trípode.

En las *operaciones subterráneas* (en las cuales reina temperatura más constante) son más ventajosos los *trípodes con patas de duraluminio*.

7. Sistema de unión entre las patas y la plataforma.

El sistema de unión entre las patas y la plataforma de trípode de modelo 6 e ilustrado con más detalles en fig. 2 (trípode *"Breithaupt"*) no necesita mayor explicación.

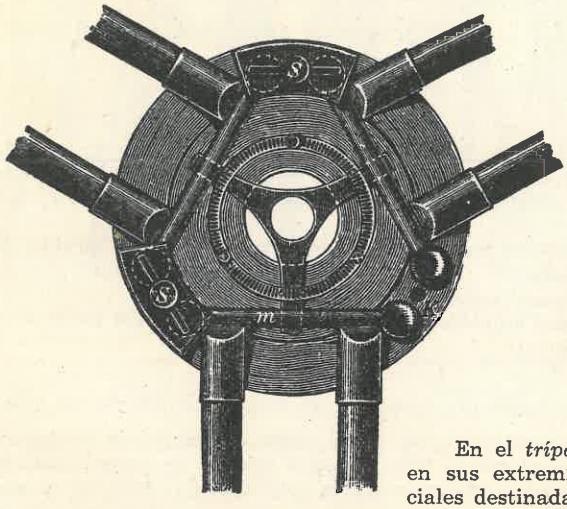


Fig. 4. *Vinculación de las patas con la plataforma del trípode a articulación esférica, según Wolz.*

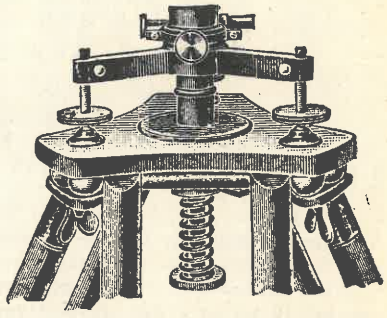


Fig. 5. *Trípode con articulación esférica según Wolz.*

En el *trípode inglés* (fig. 3) las patas llevan, en sus extremidades superiores, armaduras especiales destinadas a formar una sólida base para la plataforma del trípode. Los ejes de esas armaduras atraviesan tres juegos de orejas salientes de una fuerte chapa de bronce. Sobre esta chapa se le-

vanta un pequeño cilindro roscado *r* (fig. 3), que sirve para la unión de la *cabeza de trípode* con la *plataforma independiente* (fig. 6).

Para proteger esa rosca *r* contra golpes, se le atornilla un *sombrerete* cuando no se trabaja con el teodolito.

Unión mediante articulaciones esféricas. La *articulación esférica* (figs. 4 y 5) fué construída por primera vez por el mecánico Wolz (1850-1928) a iniciativa del profesor *Vogler*. Constituye esta articulación la *principal característica del trípode moderno* y el punto de partida para la sucesiva evolución y perfeccionamiento del mismo.

En la figura 5 se ilustra la vinculación de las patas con la plataforma del trípode. Esta vinculación se realiza por medio de un eje *m*, que termina en esferas a ambos lados. Estas esferas penetran en cavidades practicadas en la parte inferior de la plataforma del trípode. A cada par de esferas vecinas se halla aplicada una chapita, cuyas cavidades constituyen con las de la plataforma un *cojinete esférico*.

Por medio de un tornillo de mariposas *S* (fig. 4) se ejerce presión sobre este cojinete para una conveniente fijación de las patas a la plataforma del trípode.

Esta unión entre patas y plataforma de trípode por medio de articulaciones esféricas tiene la *ventaja* de poderse mantener fijamente establecida durante todo el tiempo que dure el trabajo diario, sin inconveniente alguno, lo que no puede hacerse con el trípode de fig. 2. En este último modelo es necesario apretar cada vez de nuevo los tornillos a mariposa antes de iniciarse las mediciones en una nueva estación de teodolito.

8. Unión de la plataforma con la base del teodolito.

El trípode debe formar con el teodolito, al que sirve de soporte, un conjunto más o menos rígido. La unión se halla establecida en los diferentes modelos de teodolito en las más diversas formas.

En el modelo de trípode de fig. 2 por ejemplo, esta unión está realizada por medio de un largo *tornillo central t*, que atraviesa la amplia abertura de la plataforma, encastrando en una rosca labrada en la parte interior de la base triangular del teodolito. Ver figs. 1 y 2 de § 13.

Una tuerca *r* corrediza a lo largo de la rosca del tornillo central *t*, oprime la espiral *e*, la que, al presionar contra la parte inferior de la plataforma, reacciona sobre la tuerca *r* y tira de la base del teodolito apretándola contra la plataforma.

El *inconveniente* de este sistema de unión de trípode e instrumento es el siguiente: Con presionar intensamente esa espiral *e* contra la parte inferior de la plataforma, se aprieta fuertemente la base del teodolito sobre los tornillos calantes, en cuyas condiciones los movimientos de dichos tornillos para verticalizar el eeje principal del teodolito, ocasionarían un rápido desgaste de las roscas de los mismos.

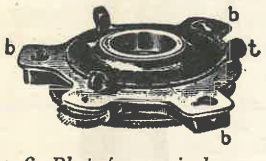


Fig. 6. *Plataforma independiente del trípode inglés.*
t, orejeta;
b, plancha.

Trípode inglés (ver Nº 7 de fig. 1). Se caracteriza este modelo de trípode por su *plataforma independiente* (fig. 3 y 6), la que se compone de una sólida plancha de bronce *b* (figs. 6 y 7) con un pequeño cilindro hueco en el medio y tres brazos fuertes. En los extremos de estos brazos se apoyan las puntas de los tornillos calantes dentro de ranuras de sección triangular. Sobre esta plancha gira otra chapa más delgada *c* (fig. 7) sólo en la medida para permitir que entren en sus respectivas ranuras los tornillos calantes. Un tornillo de presión *d* vincula dicha chapa con la plancha *b*, formando así ambas piezas un conjunto deslizable en un espacio reducido sobre el plano de la cabeza de trípode.

La *unión de la plataforma con el trípode* la establece una gran tuerca con tres orejas *t* (fig. 6 y 7), la que se atornilla en la rosca de la cabeza de trípode.

Inconvenientes del trípode inglés. Puede a veces aflojarse la buena unión entre la plataforma y el trípode y modificarse con ello la orientación del teodolito.

Otro *inconveniente* consiste en el desgaste de las roscas y la dificultad que a veces resulta para apretar convenientemente las orejas *t*, por impedirlo los tornillos calantes.

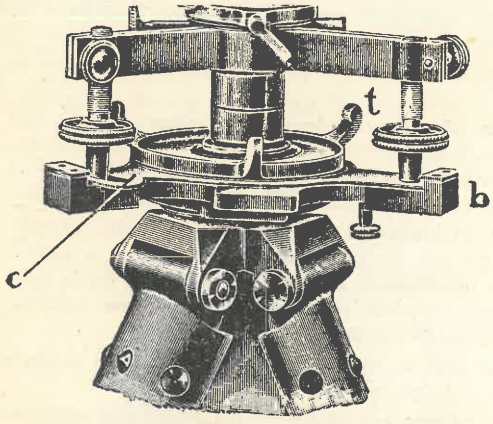


Fig. 7. *Trípode inglés con base de teodolito montada.*
b, plancha gruesa;
d, tornillo de presión;
c, delgada chapa movible;
t, *orejeta.*

Características del trípode moderno. El *inconveniente* de los modelos de trípodes de teodolitos representados en figs. 2 y 7 quedó eliminado en un nuevo sistema de unión entre trípode y teodolito. Esta unión está establecida por medio de un tornillo de fijación *G* (figs. 8 y 9), que penetra ya no en una rosca de la base triangular del todolito, sino dentro de la rosca practicada en el centro de una delgada *chapa elástica de acero B*, la que abraza los tornillos calantes del teodolito (ver fig. 9). El pequeño tornillo *C* vincula dicha chapa elástica con la placa fundamental *A*, pudiendo así todo el teodolito ser desplado sobre la plataforma *D* del trípode en la medida que lo permita la abertura central.

La *ventaja* de este sistema de unión entre plataforma e instrumento agregada a la otra *ventaja* que presenta la unión de las patas con la plataforma del trípode,. son tales que su construcción se va generalizando e imponiendo cada vez más.

A esta categoría de trípodes modernos pertenecen también los nuevos tipos de trípode de teodolito ideados por el Dr. h. c. H. Wild y construídos por la casa *Kern*, que pasamos a describir en sus principales características.

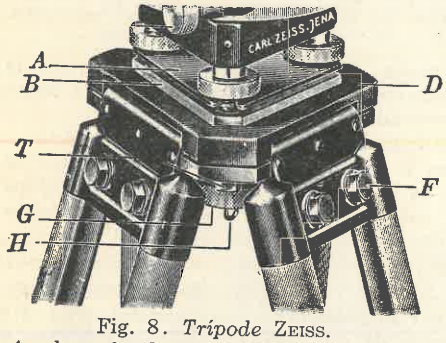


Fig. 8. *Trípode* ZEISS.
A, placa fundamental;
E, chapa elástica de acero;
D, plataforma del trípode;
F, tornillo para ajustar el juego de las patas;
G, tornillo central de fijación;
H, gancho para colgar la plomada;
T, tornillo regulador de la unión entre las patas de madera y la cabeza de trípode.

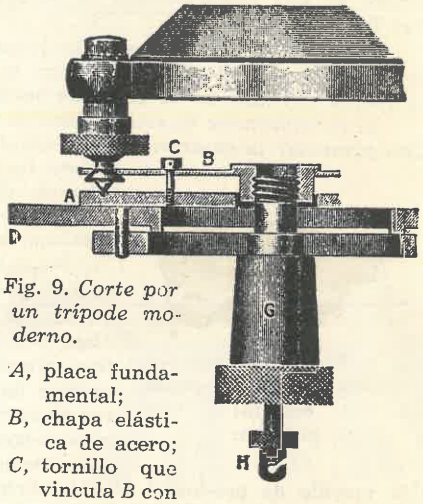


Fig. 9. *Corte por un trípode moderno.*
A, placa fundamental;
B, chapa elástica de acero;
C, tornillo que vincula *B* con *A*.

9. Primer tipo de nuevo trípode Kern (figs. 10, 11 y 12).

En este nuevo tipo de trípode de teodolito se halla interpuesta entre el teodolito y la plataforma de trípode una pieza destinada a una finalidad muy particular; es la pieza que llamaremos *platina basculante P* (figs. 11 y 12). Es una chapa gruesa que

sirve no sólo para establecer la unión del teodolito con la plataforma de trípode, sino también para una *nivelación previa* del teodolito. Mientras los trípodes hasta ahora considerados sirven a los teodolitos ante todo como *soportes*, no participando sus partes muy cómoda y muy eficazmente en las operaciones necesarias para poner el teodolito en condiciones de medir, este nuevo tipo de trípode permite ejecutar una *rápida verticalización (o nivelación)* del teodolito. Esta verticalización se *obtiene* con ayuda de *niveles cruzados y los movimientos de báscula*, que se realizan mediante esa platina (movible en todas las direcciones) con suma rapidez y comodidad, proporcionándonos una precisión tal en la operación que sólo falta dar leves movimientos a los tres calantes (que son los que tiene el modelo actual) para obtener la *vertical exacta*.

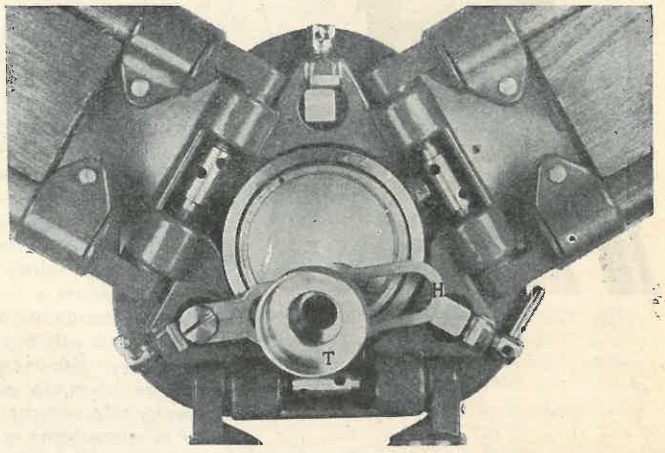


Fig. 10. *Trípode de teodolito* KERN *visto desde abajo.*
H, hornilla;
T, tornillo central de fijación.

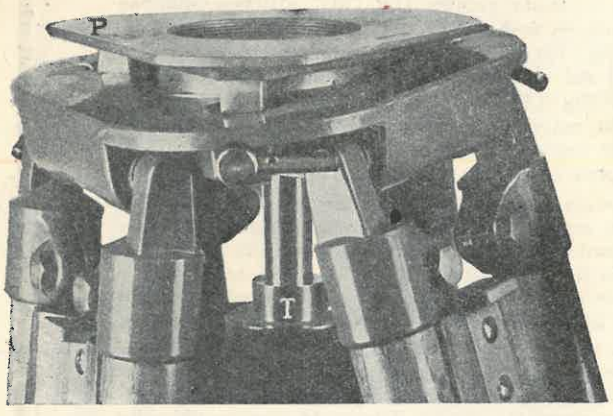


Fig. 11. *Cabeza de trípode* KERN *con la platina basculante* P.

En su parte central lleva la platina una gran abertura, por la cual pasa el *tornillo de fijación T* (figs. 10, 11 y 12) del teodolito. Corre este tornillo dentro de una *horquilla H* (fig. 10), que le permite moverse en cualquier sentido dentro del amplio orificio central, lo que es de gran ventaja para la rápida *centración del teodolito*. Dicho tornillo de fijación es hueco (ver fig. 10), permitiendo así el fácil centraje por medio de la llamada *plomada óptica* (ver fig. 12, pág. 31), cuyo empleo, que resultaba engorroso con los trípodes de cabeza fija, se lleva a cabo racionalmente por primera vez, con este nuevo modelo de trípode.

10. Rápida nivelación y centración de un teodolito. Diversos tipos de plomada en uso.

Para la *rápida nivelación* del teodolito se procederá del siguiente modo: Estando enterradas dos patas del trípode, se tomará la tercera, balanceándola de tal modo que la burbuja del nivel esférico quede centrada en la dirección de una paralela a la línea de unión de las puntas de las patas enterradas. Clávese ahora la tercera pata, procurando que la burbuja del nivel esférico quede centrada en la dirección perpendicular a la primera. Se tendrá así aproximadamente nivelado el teodolito. Accionando levemente sobre los tornillos calantes, se mejorará el centrado del nivel esférico, y se obtendrá con ello una nivelación del teodolito con regular precisión.

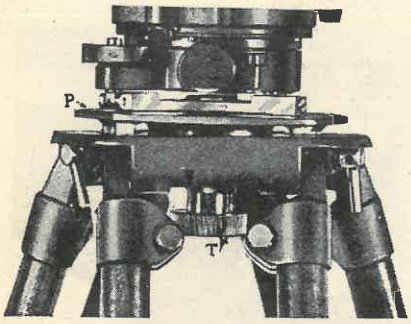


Fig. 12. *Cabeza de trípode* KERN *(primer modelo).*
(Este primer modelo tenía 2 calantes horizontales).

No existiendo en el teodolito nivel esférico, lo que constituye un inconveniente desde el punto de vista de la rapidez de las operaciones de campo, se colocará el nivel tubular de alidada en la dirección paralela a la línea de unión de las puntas de las dos patas, las que se apretarán convenientemente con el objeto de obtener un centrado aproximado de dicho nivel. Disponiéndose de niveles cruzados (ver fig. 27, pág. 57), sólo falta producir el centrado del segundo nivel, con apretar convenientemente la tercera pata, para tener el teodolito aproximadamente nivelado.

Nivelación y centración simultánea del teodolito. Cuando se trata de nivelar el teodolito y centrarlo al mismo tiempo con respecto a una estaca colocada en el suelo y con la ayuda de una *plomada común* (ver fig. 13), se empezará por colocar el instrumento en el medio de la plataforma y los calantes a la mitad de las alturas de sus roscas. Se desplazará luego el teodolito montado en la dirección "plomada-estaca", corrigiendo las pequeñas desviaciones verticales y horizontales con accionar sobre las patas del trípode y con desplazar convenientemente el teodolito sobre la plataforma del trípode. Esta nivelación y centración del teodolito es posible efectuarla con los nuevos *trípodes Kern* (en especial con el "trípode centrador' que describimos más adelante), de una manera muy expedita y cómoda.

Fig. 13. *Plomada común.*

En lugar de *plomada común* (fig. 13), utilízase muchas veces, especialmente en trabajos de catastro urbano, la llamada *plomada rígida* (fig. 15), la que indica directamente la altura del eje horizontal del teodolito sobre la estaca de la estación. La *plomada doble* (fig. 14) no da buenos resultados en nuestro clima, debido a la mayor influencia sobre ella de los fuertes vientos, la que se logra contrarrestar eficazmente con el uso de la plomada rígida.

Fig. 14. *Plomada doble.*

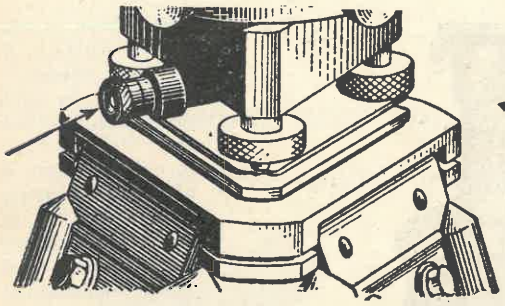
Cuando se busca una *precisión mayor* en la centración de un teodolito, se emplea la llamada *"plomada óptica"*, la que puede hallarse montada dentro del mismo teodolito (como en los teodolitos Zeiss II y *Kern* D K 1 y D K 2) según se ilustra en fig 16, o constituir un *equipo centración* por separado. Cuando se necesita, por ejemplo, centrar exactamente sobre puntos estacas del suelo (lo que ocurre en la poligonación de precisión), se emplearán los llamados *equipos de centración forzosa*, cuyo uso se explicará en la Segunda Parte del presente Volumen; y cuando se necesita centrar debajo de puntos ubicados en el techo de minas o sobre puntos del suelo, se puede emplear ventajosamente la *plomada óptica doble.*

Fig. 15. *Plomada rígida.*

11. Trípode centrador de Kern.

Antes de entrar a describir el nuevo *trípode centrador*, el cual debe ser considerado como el más moderno y práctico de los trípodes mencionaremos como preparación del tema, otro nuevo trípode, esquematizado en fig. 17 A, y que llamaremos trípode de cabeza articulada o también, *trípode a rótula.*

En efecto, la cabeza (2) del trípode tiene dos zonas esféricas concéntricas de diferentes radios *R* y *r*. Sobre la zona esférica superior, de pequeño radio *r*, se apoya la plataforma



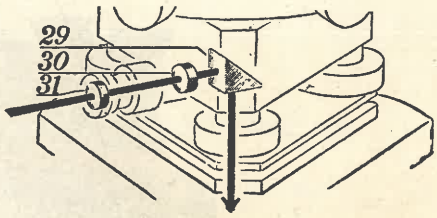


Fig. 16 A
(Compare también fig. 10, pág. 29.)

Fig. 16 y fig. 16 A. *Plomada óptica del teodolito Zeiss II.*

del trípode, cuyo mango de fijación (4), que emerge del otro lado de la cabeza, lleva en su extenso libre una plancha cóncava que, mediante el tornillo de fijación puede ser presionada contra la zona esférica inferior. Con este dispositivo se logra por un lado, una rápida horizontalización, y por el otro una muy firme fijación. El trípode a rótula se presta especialmente para instrumentos que, como el nivel o la plancheta, no requieren gran precisión en su centrado.

Para instrumentos medidores de ángulos, en especial teodolitos, en que el exacto centrado tiene un papel decisivo y fundamental, ha sido diseñado el *trípide centrador*, esquematizado en la fig. 17 B e ilustrado en figs. 18 y 19.

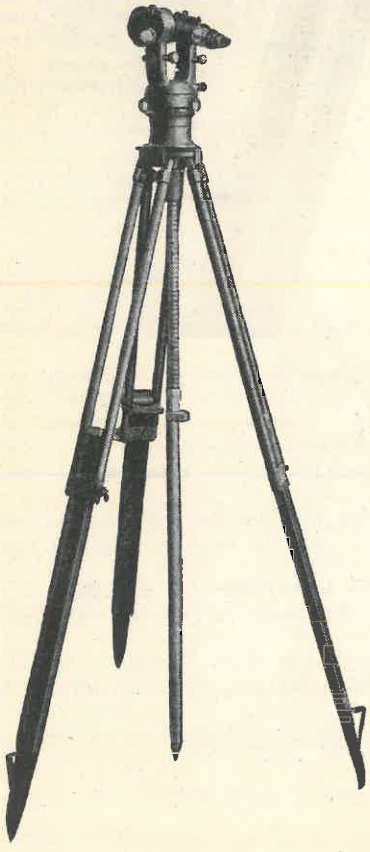


Fig. 18

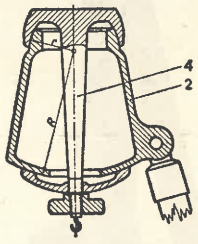


Fig. 17 A

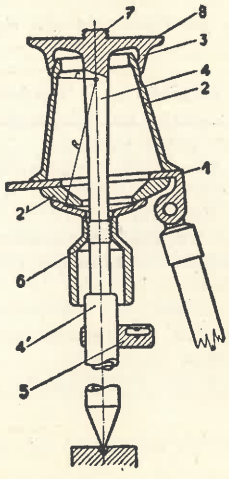


Fig. 17 B

Es éste por su construcción un trípode a rótula, cuya cabeza (2) ha sido bisectada de modo que sus partes sean deslizables sobre una plataforma común (1) de trípode. Además, el mango fijador (4) se prolonga hasta el suelo, constituyendo así una plomada rígida prolongable, provista de nivel esférico (5). Esta plomada rígida y la platina (3) del trípode se mueven pues solidariamente, al ser manejado el conjunto por la manija (6) que es la cabeza del tornillo ajustador.

El tornillo de fijación del instrumento (7) está centrado en la platina y es perpendicular a su superficie de apoyo (8). De este modo, un instrumento atornillado en (7) puede ser simultáneamente centrado y horizontalizado con sólo apoyar la punta de la plomada rígida (o bastón centrador) sobre el punto

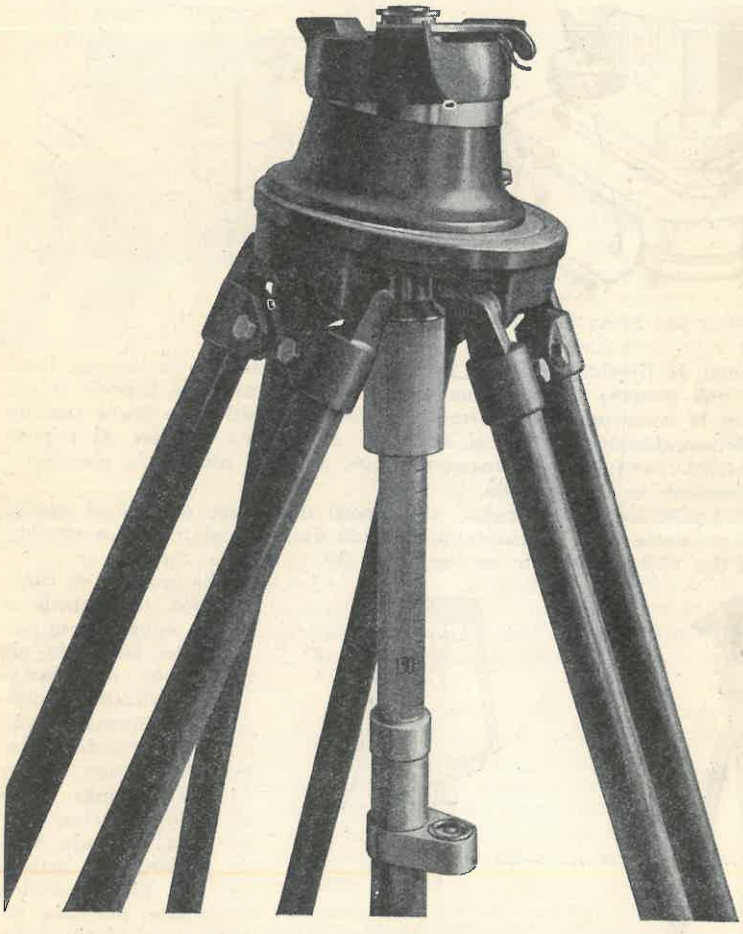


Fig. 19. *Trípode centrador de Kern. Detalle de la parte superior.*

de estación y centrar la burbuja de su nivel esférico.

La plomada rígida está centimetrada permitiendo así leer en cada instante la altura del instrumento. En los casos en que la superficie del suelo fuese demasiado alta o bien demasiado baja para ser alcanzada con la plomada rígida centradora, ésta puede ser quitada, y hacerse el centrado con una plomada óptica. El trípode centrador Kern se fabrica en 2 tamaños. La figura 18 muestra el modelo grande, que se usa con los teodolitos DKM 2, DKM 3, y taquímetro autorreductor de dobles imágenes DK - RT, y que detalla la figura 19.

10. Modo de transportar el teodolito montado.

Cuando se trata de transportar el teodolito montado sobre trípode de una estación a la siguiente a corta distancia (100 m, por ejemplo), como muchas veces ocurre en las mediciones poligonales catastrales, conviene proceder en una de las siguientes formas:

1º Quedando abiertas las patas y apretados los tornillos de mariposa, se tendrá una de las patas con la mano izquierda y la otra con la derecha, dejando que la tercera cabalgue sobre el hombro.

2º Se cierran las patas (aflojando previamente los tornillos de mariposa, cuando se trata de un trípode antiguo) levantando luego el trípode en posición casi vertical y apoyado contra un hombro.

Los llamados trípodes modernos, así como el trípode inglés, tienen ante los demás la *ventaja* de que pueden mantenerse apretadas las articulaciones durante todo el tiempo que dure un trabajo de campo.

Ver también: Nº 6 del § 19: *Precauciones a tomar en el trabajo de campo.*

§ 13.

Importantes modelos de teodolitos.

de construcción clásica y de tipo óptico.

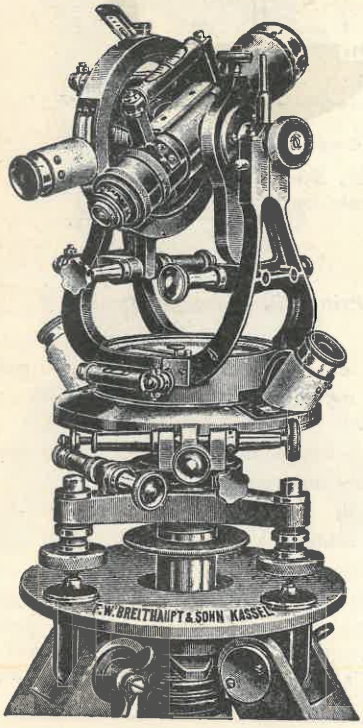


Fig. 1. *Teodolito repetidor Breithaupt N° 24 (Kassel), con nonios para poligonación y taquimetría.*

Principales características:

Abertura útil del objetivo	30 mm
Aumento del anteojo analático (k = 100)	25
Luminosidad del anteojo	1,44
Diámetro del círculo horizontal	120 mm
„ „ „ vertical..	100 „
Apreciación de nonios	20″
Nivel de alidada horizontal ..	40″/2 mm
„ „ „ vertical	20″
„ „ soporte	40″
„ „ anteojo (reversible)..	20″

El círculo horizontal tiene un *diametro de 12 cm.* el círculo vertical de 10 cm. Los dos círculos están completamente cubiertos. Los nonios de ambos limbos son de 20″. La división del círculo vertical es lateral (ver fig. 3, pág. 189, Volumen 1 de Tomo III), de tal modo que el primer nonio viene a quedar cerca del ocular, en posición muy cómoda para el observador. Asimismo el primer nonio del limbo horizontal puede ser leído por el observador sin cambiar la posición. Fuera de los dos niveles cruzados de la alidada, de 40″, el teodolito posee un nivel testigo de los nonios del círculo vertical de 20″, que puede ser observado desde el ocular mediante un espejo. Tiene, además, un nivel reversible sobre el anteojo. Otro importante accesorio es la brújula que se halla alojada en el medio del instrumento.

1. Breves observaciones generales de carácter histórico y constructivo.

Con las figuras 1 a 12 de este párrafo se ilustran importantes tipos de teodolitos de diversos grados de precisión, los que revisten interés desde el

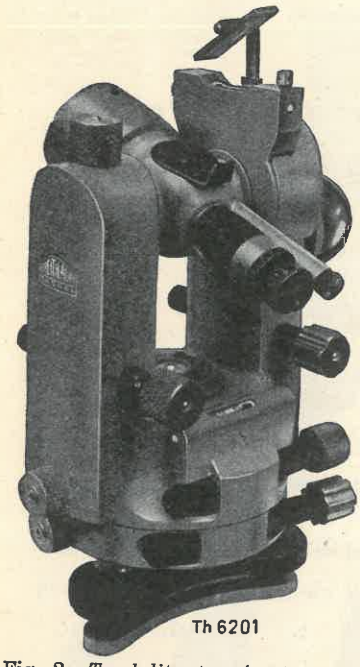


Fig. 2. *Teodolito taquímetro repetidor Breithaupt, mod. Theo I, con micrómetro para triangulación de IV orden.*
Escala aprox. 1/3 del tamañano natural.

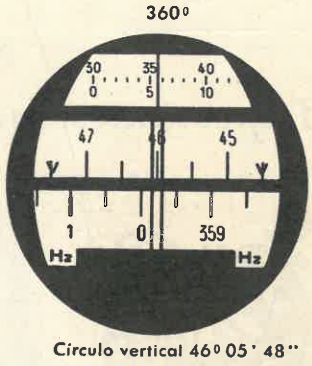


Fig. 2 *A. Ejemplo de lectura del círculo vertical: 46°05'48"*

Principales características:

Diámetro del objetivo	40 mm.
Aumento del anteojo analático (k = 100)	28
Diámetro círculo horizontal	78 mm.
Lectura por micrómetro óptico ..	1'
Apreciación	6"
Nivel de alidada vertical	30"

El instrumento puede ser provisto de los siguientes accesorios: plomada óptica para el anteojo y el centraje hacia arriba; brújula de orientación independiente; prismas oculares para el anteojo y el microscopio de lectura; equipo para poligonación de precisión, y de iluminación del campo visual. La altura del instrumento es de 200 mm, y su peso de 3,3 kg.

doble punto de vista del **desarrollo de la construcción de teodolitos** en general y de su **uso en la República Argentina.**

El modelo de fig. 1, con nonios, representa la última etapa de la evolución clásica de un teodolito topográfico introducido en nuestro país a principios del presente siglo. En los perfeccionamientos que paulatinamente fueron introducidos en ese instrumento, hasta llegar al modelo actual, óptico, de fig. 2, se reflejan los principales adelantos realizados en la construcción de teodolitos en los últimos 30 años.

Los modelos de figs. 2 a 12 permiten leer en un mismo microscopio de lectura, tanto el círculo horizontal como el vertical y, en la mayor parte de los mismos, directamente la media aritmética de partes del limbo diametralmente opuestas y, por consiguiente, libre de error de excentricidad de la alidada.

Los modelos de figs. 3, 4, 5, 7, 8, 10 y 11 son bien conocidos en nuestro país; el modelo catadióptrico de fig. 12, en cambio, representa una nueva construcción ideada por el Dr. h. c. H. Wild y realizada por la casa Kern, Aarau, Suiza. La principal característica de este instrumento cumbre

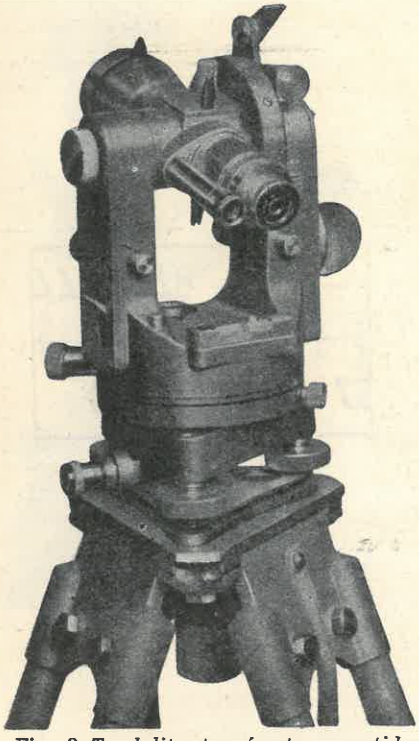


Fig. 3. *Teodolito taquímetro repetidor Mod. 4150, Optico, de Salmoiraghi, Milán.*

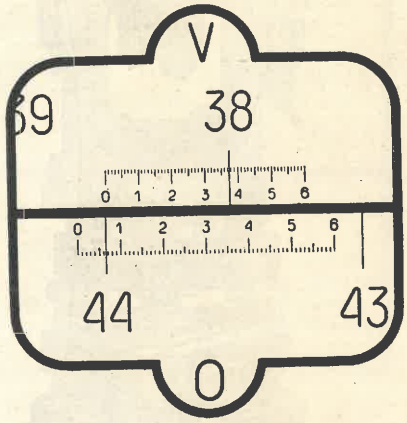


Fig. 3 *A. Lectura del limbo vertical, 38°37'30"; idem limbo horizontal, 44°6'36", (½ del tamaño aparente.)*

Principales características:

Abertura del objetivo	40 mm.
Aumento del anteojo	29
Diámetro del limbo horizontal	90 mm.
„ „ „ vertical	70 mm.
Lectura directa	1'
„ por estima	6"
Nivel de alidada vertical	30"/2 mm.
Peso del instrumento	4,4 kg.

óptico-mecánico en la rama de teodolitos, es el nuevo **anteojo catadióptrico,** combinación de lentes y espejos (ver Optica, pág. 237), que da una imagen **derecha** y completamente libre de aberración cromática. Su aumento es de 26 ó 45 según se desee. Debido al gran diámetro de su objetivo (de 72 mm) y su construcción antireflectora, la imagen es de una luminosidad extraordinaria.

Este anteojo resulta ser muy corto, de construcción muy compacta y, por consiguiente, muy estable.

La lectura de círculo que se efectúa según el principio de doble gradua-

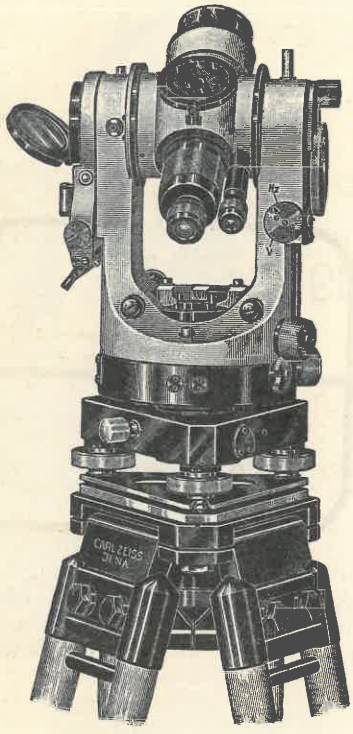


Fig. 4. *Teodolito Zeiss II (Jena) con micrómetro óptico para triangulaciones de tercer y cuarto orden.*
Escala: ¼ aprox. del tamaño natural.

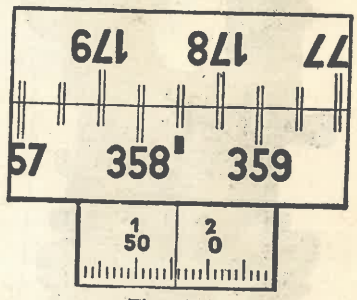


Fig. 4 *A.*
Lectura grosera: 358° 20′
„ *fina:* + 1′ 55,7″
Lectura total: 358° 21′ 55,7″

Principales características:

Abertura del objetivo	40 mm.
Diámetro de la pupila de salida	1,5 „
Aumento de anteojo	27
Luminosidad del anteojo	2,19
Diámetro del limbo horizontal	95 mm.
„ „ „ vertical	48 mm.
Lectura directa	1″
„ por estima	0,1″

ción de limbo (principio "DK"*), nos da automáticamente la media de lecturas de lugares de limbo diametralmente opuestos con una precisión de un décimo de segundo.

2. Tamaño de los teodolitos.

Al recorrer las págs. 75 a 86 del presente párrafo, nos damos cuenta de que generalmente los círculos verticales de los teodolitos son más peque-

* ("D K"): iniciales de Doppel-Kreis; doble círculo.)

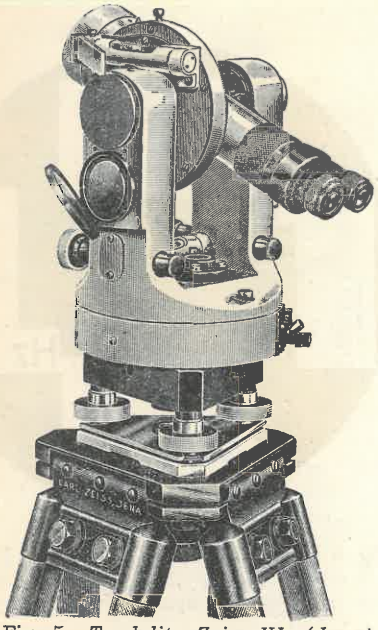


Fig. 5. *Teodolito Zeiss IV (Jena) con microscopio de lectura a escala para poligonación y taquimetría*
Escala: ¼ aprox. del tamaño natural.

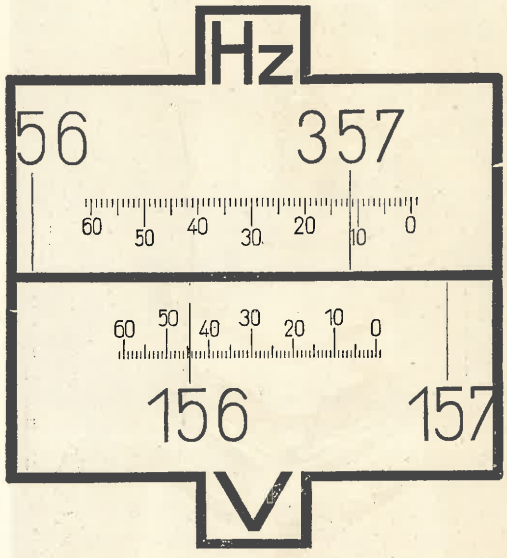


Fig. 5 *A*. *Lectura limbo horizontal:* 357° 11,5'
„ „ *vertical:* 156° 44,6'

Principales características:

Abertura del objetivo	35 mm.
Diámetro de la pupila de salida	1,3 „
Aumento del anteojo analático	27
Luminosidad del anteojo	1,68
Diámetro del limbo horizontal	90 mm.
„ „ „ vertical	70 „
Sensibilidad del nivel de alidada horizontal	30″/2 mm.
„ „ „ „ „ vertical	30″/2 mm.
Lectura directa	1′
„ por estima	0,1′ ó 6″

ños que los círculos horizontales, en concordancia con la precisión algo menor que, en la mayor parte de los casos, se exige para los ángulos verticales.

Nótase en la evolución de la construcción de los teodolitos una marcada tendencia a reducir los diámetros de los limbos y, por ende, el **tamaño y peso de los teodolitos**. Pero cabe observar que esta tendencia tiene su límite, determinado por múltiples fatcores mecánicos y ópticos. Admítese para los **limbos metálicos**, como límite inferior, **7 cm.** (ver fig. 10, pág. 157) y para los **limbos de cristal 5 cm.** (ver pág. 84).

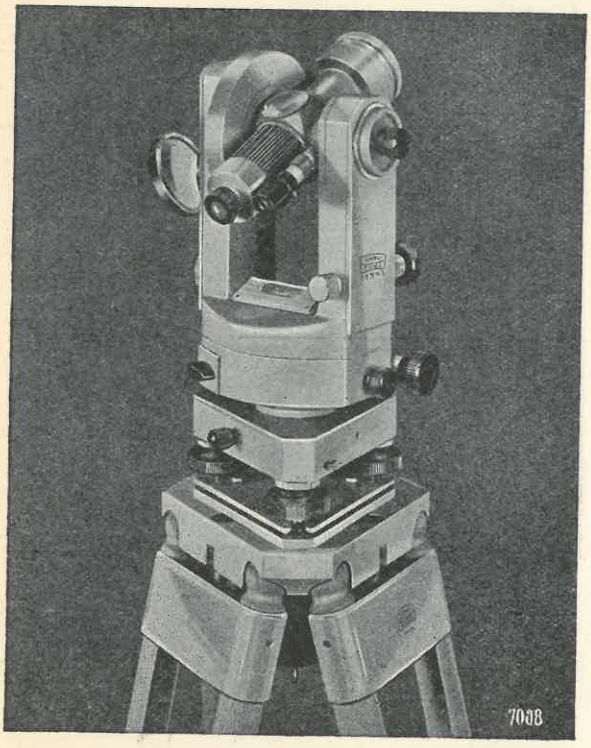


Fig. 6. *Teodolito taquímetro Zeiss Th 3 (Zeiss-Opton, Oberkochen/Württ.) para triangulación de III orden.*

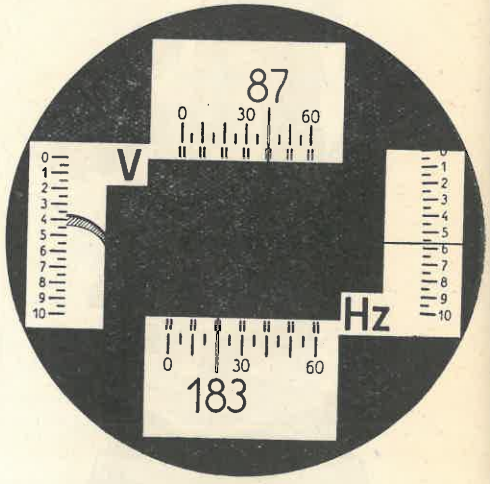


Fig. 6 *A*. *Lectura limbo horizontal* 183° 25,7'
„ „ *vertical* 87° 43,7'
Tamaño aperente natural.

Principales características:

Abertura del objetivo	35 mm
Aumento del anteojo	25 „
Lectura directa sin micrómetro..	30 „
Idem, con micrómetro	6 „

Principales novedades:

Tornillos micrométricos adicionados a los tornillos de enfoque y de movimientos acimutales, permitiendo así una rápida y más precisa bisección. Además, el nivel testigo, de burbuja constante, está dispuesto de modo que es visible en el campo visual del microscopio de lectura, en forma de nivel de coincidencia, con ambas semiimágenes de extremos de burbuja superpuestas (ver fig. 6 A); y una vez llevado a la coincidencia sirve de trazo índice de las lecturas del micrómetro vertical, evitándose así el posible olvido de su centrado en el instante de efectuar dichas lecturas. El instrumento posee un único espejo de nivelación para ambos círculos y micrómetros, y nivel testigo.

3. Terminología técnica.

Según que el anteojo esté montado en el centro del eje horizontal o en un extremo del mismo, se clasifican los teodolito en **céntricos** y **excéntricos.**

Cuando el anteojo es girable por el objetivo o por el ocular (haciendo la llamada "vuelta de campana"), el teodolito se llama **compensador.** Si puede dar una vueta completa alrededor del eje secundario, se lo llama **tránsito.**

Además, como sabemos, existen el teodolito **reiterador,** en el que el círculo es girable por fricción, y el **repetidor,** que se caracteriza por sus dos ejes verticales: el de la alidada y el del limbo, de modo que pueden girar conjunta o separadamente alrededor de sus ejes.

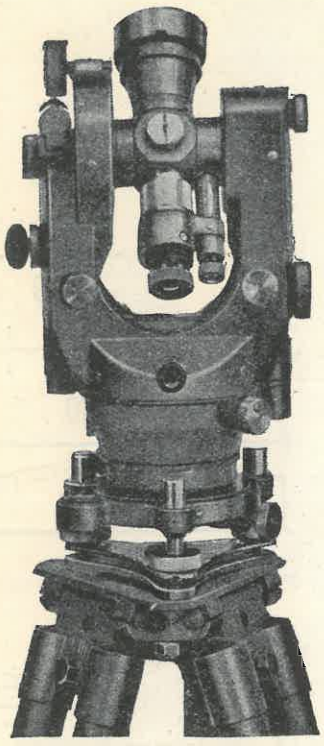


Fig. 7. *Teodolito Wild T 1 (Heerbrugg, Suiza).*

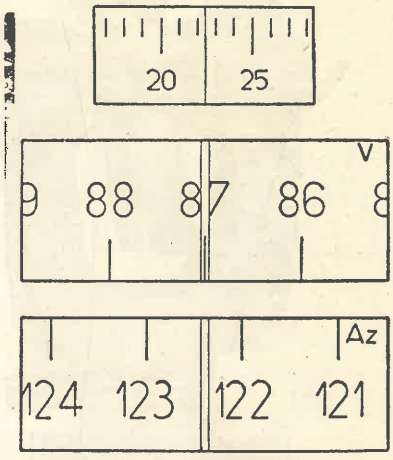


Fig. 7 A. *Campo visual en el ocular del microscopio de lectura.*

Limbo vertical (*V*), lectura grosera 87°
„ fina 22,4'
Lectura total 87° 22,4'

Principales características:

Diámetro del objetivo	40 mm.
„ de la pupila de salida	1,4 „
Aumento del anteojo	28
Luminosidad del anteojo	2,04
Lectura directa en el micrómetro	1'
„ por estima	6"
Nivel esférico de la base	8'
Sensibilidad del nivel de alidada horizontal	30"/2 mm.
„ „ „ „ „ vertical	30" „

Se llama **taquímetro** a todo instrumento capacitado para determinar distancias (mediante la observación de un segmento de mira, limitado por los lados de un pequeño ángulo paraláctico constante, dado por los trazos estadimétricos del retículo), además de los correspondientes ángulos de altura y acimutales de los puntos relevados.

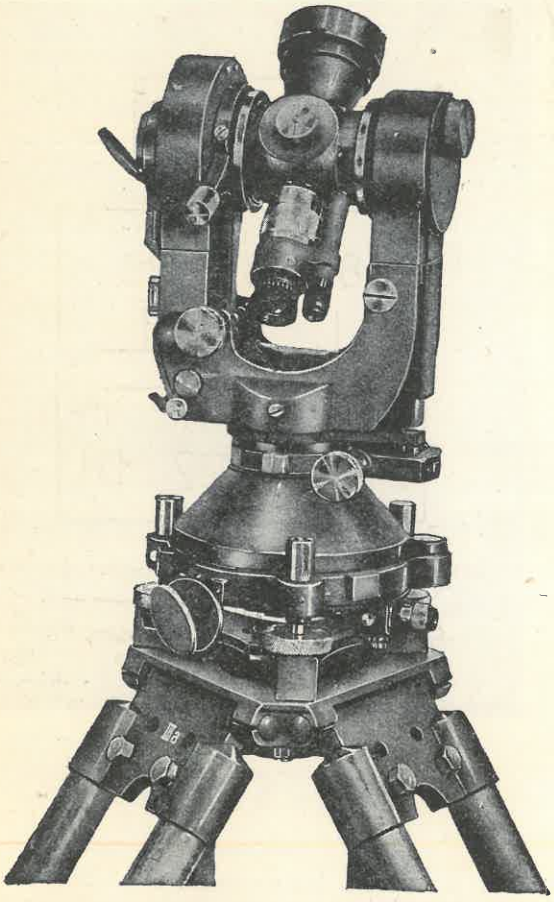
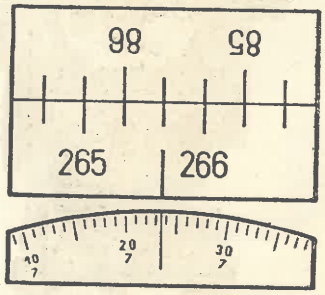


Fig. 8. *Teodolito Wild T II (Heerbrugg, Suiza) para triangulaciones de tercer y cuarto orden.*



Firg. 8 A. *Lectura del círculo horizontal:*

Lectura grosera:	265° 40′
„ fina:	7′ 23,6″
Lectura total:	265° 47′ 23,6″

Principales características:

Diámetro del objetivo	40 mm
„ de la pupila de salida	1,4 „
Aumento del anteojo	28
Luminosidad del anteojo	2,04
Diámetro del limbo horizontal	90 mm
Intervalo más pequeño del mocrómetro	1″
Lectura por estima	0,1″
Diámetro del limbo vertical	70 mm.
Sensibilidad del nivel de alidada horizontal	20″/2 mm
„ „ „ „ „ vertical	30″

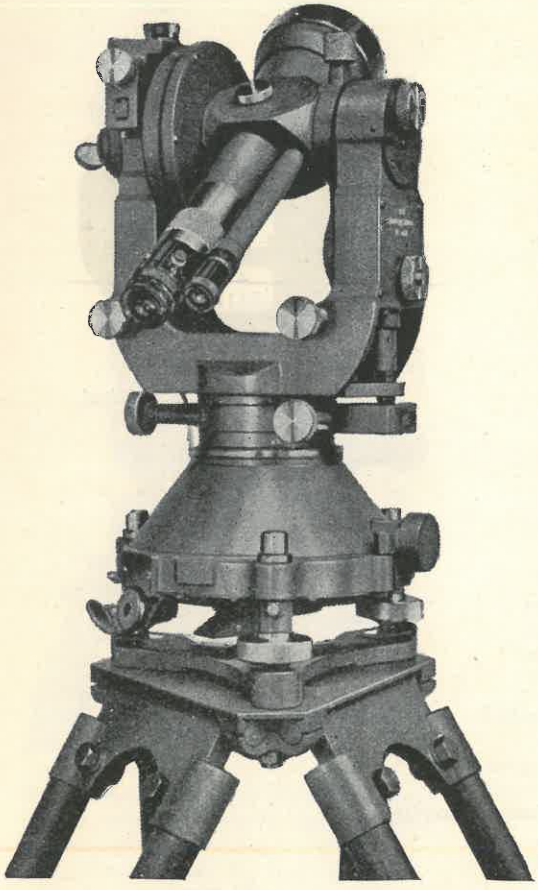


Fig. 9. *Teodolito Wild T3* (Heerbrugg, Suiza) para tringulación de primer orden.
1/4 de tamaño natural.

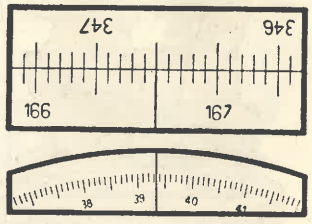


Fig. 9 A. *Limbo horizontal*
Lectura del círculo 166° 40′
1ª lectura micrómetro 39″,3
2ª „ „ 39″,4

Lectura total 166° 41′ 18″ 7

Con división de 360° hay que duplicar la lectura del micrómetro de segundos, de preferencia haciendo dos veces la coincidencia y sumando las lecturas correspondientes, para obtener más precisión.

Principales características:

Diámetro del objetivo	60 mm.
„ de la pupila de salida	1,4 „
Aumento del anteojo	24, 30 y 40
Luminosidad del anteojo	2,04
Lectura directa en el micrómetro	0,2″
„ por estima	0,1″
Nivel esférico de la base	8′
Sensibilidad del nivel de alidada horizontal	7″/2 mm.
„ „ „ „ „ vertical	12″

Por último, se llama teodolito **universal** a todo instrumento (especialmente usado en geodesia astronómica) en que las mediciones de ángulos ver-

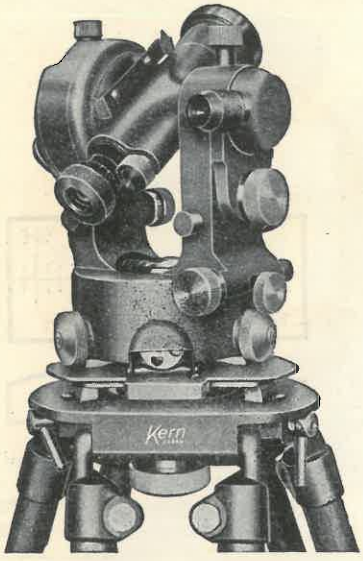


Fig. 10. *Pequeño teodolito DKM 1 Kern (Aarau, Suiza) con micrómetro óptico para triangulación topográfica. (Construcción Dr. h. c. H. Wild).*

Escala: 1/3 del tamaño natural.

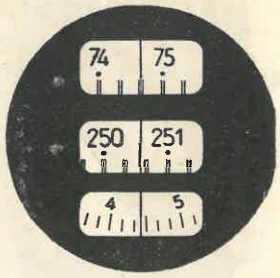


Fig. 10 A. *Limbo vertical.*

74° 40′
+ 4′ 26″
74° 44′ 26″

Principales características:

Diámetro del objetivo	30 mm
Pupila de salida	1,5 „
Aumento del anteojo	20
Luminosidad del anteojo	2,25
Diámetro de los círculos	50 mm
Lectura directa	10″
„ por estima	1″

ticales tienen aproximadamente la misma precisión que las horizontales, mientras que en los teodolitos de uso corriente en topografía son generalmente más precisas las lecturas de círculo horizontal, debido a las dimensiones más reducidas de los círculos verticales.

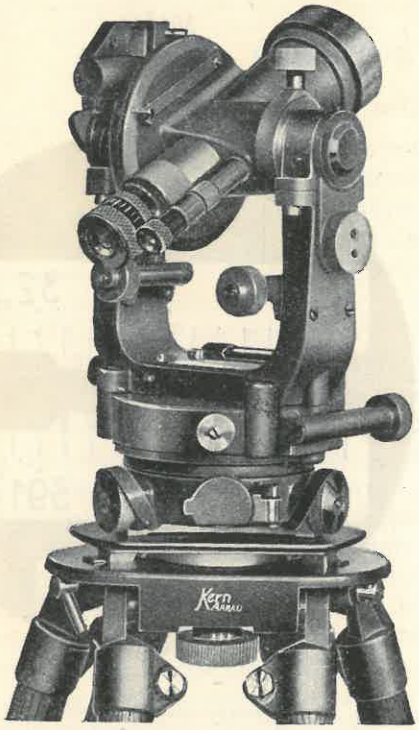


Fig. 14. *Teodolito DKM 2 Kern (Aarau, Suiza) con micrómetro óptico, para triangulaciones de tercer y cuarto orden. (Construcción Dr. h. c. H. Wild).*

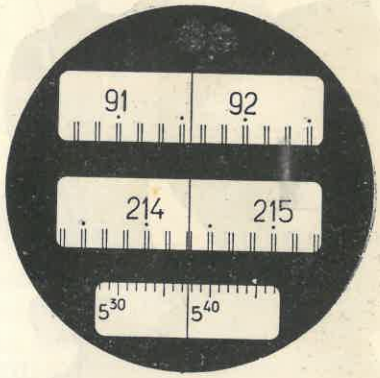


Fig. 11 A. *Limbo horizontal*

214° 20′
\+ 5 37,6″

214° 25′ 37,6″

Principales características:

Diámetro del objetivo	45 mm
„ de la pupila de salida	1,5 „
Aumento del anteojo	30
Luminosidad del anteojo	2,25
Diámetro del limbo horizontal ...	75 mm
„ „ „ vertical	70 „
Lectura directa	1″
„ por estima	0,1″

En el modelo DKM 2 de 1943, puede ser variada, con accionar sobre un tornillo de reglaje, la distancia entre los trazos de parejas (del limbo horizontal), para realizar la máxima precisión de que es capaz un observador.

Ver *Optica*, pág. 130: intervalo *a* de fig. 24 y Nº 12 en la misma página.

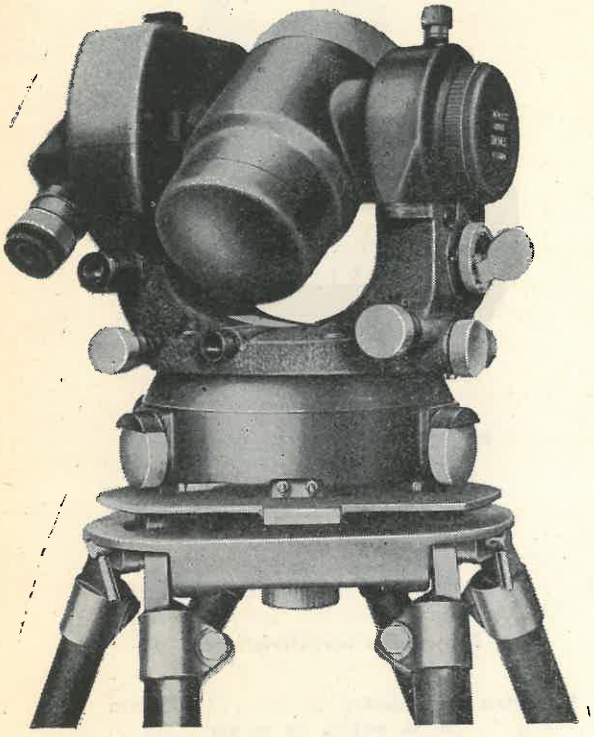


Fig. 12. *Teodolito de triangulación D K M 3 de Kern, Aarau, para triangulaciones de primer y segundo orden.*

EJEMPLO DE LECTURA:

$$\begin{array}{r} 391^{g},15 \\ 0^{g},03637 \\ \hline 391^{g},18673 \end{array}$$

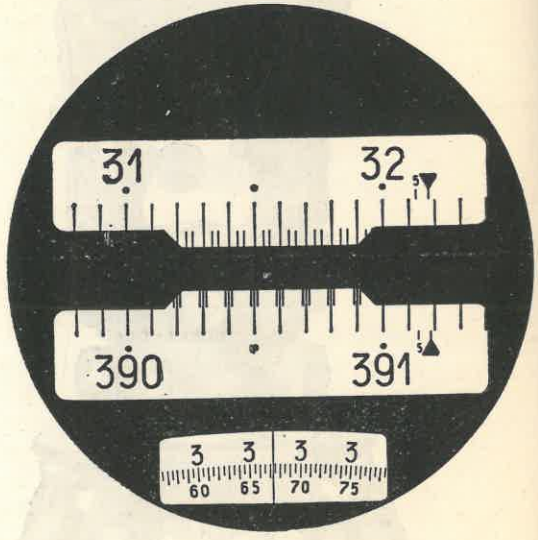


Fig. 13 A. *Campo visual aparente en tamaño natural. Se ilustra una lectura de limbo horizontal con división centesimal.*

Principales características:

Diámetro del objetivo	72 mm
Aumentos, (según el ocular)	26 y 45
Enfoque mínimo	30 m
Diámetro de los círculos graduados	100 mm
Lectura directa	0,5″
,, por estima	0,05″
Sensibilidad del nivel	10″/2 mm

Se puede adaptar al ocular del anteojo principal un visor, o anteojo secundario que permite reducir la distancia mínima de enfoque, de 30 m a 1,8 m.

§ 14.

Corrección de un teodolito.

1. Observación previa de carácter general.

En la **medición de ángulos horizontales** con el teodolito se exige siempre, según queda someramente indicado en el § 1, que las visuales dirigidas por medio del anteojo a puntos objetos en cualquier dirección y con cualquier inclinación sean **proyectadas verticalmente sobre un limbo horizontal,** céntricamente dispuesto con respecto al punto de estación del teodolito (ver fig. 1, en la cual el rayo **Op** es la **proyección horizontal** de la visual **OP**).

Para satisfacer correctamente esa exigencia deben cumplirse en el teodolito ciertas **condiciones**, que luego serán examinadas por separado. Este examen del teodolito y la consiguiente **rectificación** o **corrección general** implican un conjunto de manipulaciones con los diversos órganos del teodolito, a fin de reducir a valores mínimos prácticamente sin importancia los errores instrumentales. Esta rectificación se aconseja, sin embargo, efectuarla sólo de cuando en cuando, después de largos viajes, por ejemplo, para no someter a un desgaste inútil los diversos tornillos de correción que intervienen.

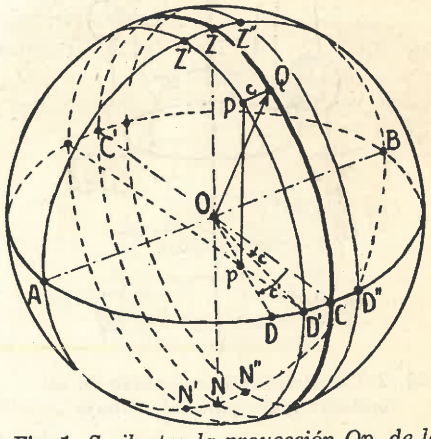


Fig. 1. *Se ilustra la proyección Op. de la visual OP (no trazada sobre) el limbo horizontal de un teodolito.*

Estas correcciones de errores instrumentales nos dan los primeros elementos para la teoría de los errores, así como los más adecuados métodos de medición capaces de eliminar la influencia de los mismos.

Por las razones indicadas en página 4 del presente volumen, se ha separado el estudio de las condiciones instrumentales para la medición angular horizontal (que se trata exhaustivamente en los siguientes números) del correspondiente a las condiciones para la medición de ángulos verticales y la corrección del error de índice o cenit, los cuales se tratan en Cap. II, § 1 y 2 del T. III, V. 1.

Allí pues, remitimos al lector que desee completar el estudio del teodolito.

2. Condiciones que conviene sean satisfechas en un teodolito listo para el trabajo.

De acuerdo a lo expresado en el § 1, las **condiciones** que deben ser o conviene que sean satisfechas en un teodolito listo para el trabajo de campo, son las siguientes:

a) el eje de rotación **VV'** debe ser vertical;

b) „ „ „ colimación **CC** debe ser perpendicular al eje secundario **HH'**;

c) „ „ secundario debe ser perpendicular al eje vertical **VV'**; condiciones éstas que se ilustran en fig. 2.

3. Colocación en posición vertical del eje principal y corrección del nivel de alidada.

Para colocar en **posición vertical el eje principal de un teodolito,** se sigue convenientemente el procedimiento operatorio explicado en pág. 59, al que podemos resumir así: Colóquese el nivel de alidada en la dirección de dos tornillos calantes, centrando la burbuja del mismo. Luego se gira la alidada en 180°. En esta segunda posición de la alidada se observará generalmente cierta desviación de la burbuja. Elimínese con los tornillos calantes mitad de esta desviación, obteniéndose así la lectura del punto de verticalidad del nivel. Sea **A** esta lectura. Luego se gira la alidada en 90°, llevando la burbuja a esa lectura **A** por medio del tercer tornillo calante. Terminada esta operación, el eje principal debería hallarse en posición vertical; pero debido a la circunstancia de que el giro de 180° no se efectúa sino sólo aproximadamente, resultará también sólo aproximadamente la posición vertical. Se repetirá por eso la operación por lo menos una vez, para mejorar el resultado. El buen resultado alcanzado se puede poner de manifiesto en la siguiente forma: Al girar lentamente el eje de rotación, la burbuja del nivel de alidada no debe moverse de su posición. El eje principal se halla entonces en posición vertical.

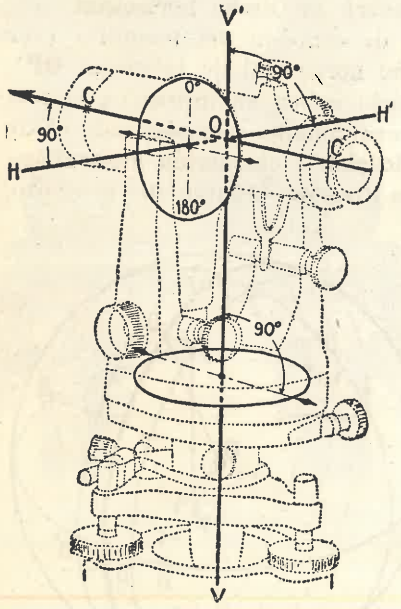
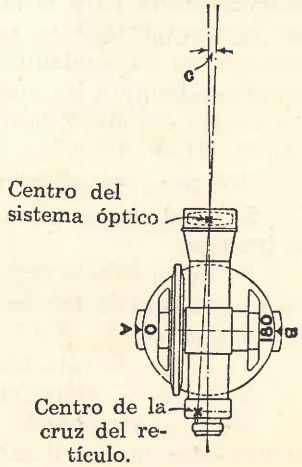


Fig. 2. *Condiciones a cumplirse en un teodolito listo para el trabajo*

Se puede aprovechar convenientemente esta posición del eje vertical para **corregir el nivel de alidada,** centrando la burbuja del medio del tornillo de corrección del nivel. Se ha llevado así el punto de verticalidad al punto medio de la graduación. Se tendrá con ello corregido el nivel o sea su eje perpendicular al eje de rotación del teodolito.

Si existe en el teodolito un **nivel de soporte** o un **nivel esférico**, se corregirán éstos al mismo tiempo por medio de sus respectivos tornillos de corrección.



4. Corrección de error de colimación.

Llámase **eje de colimación** de un anteojo a la línea recta que pasa por el centro óptico del objetivo y el punto de intersección del hilo vertical con el hilo horizontal de la cruz del retículo (figs. 2 y 3). Ver también pág. 155 de la **Optica.**

Según la condición **b**) del Nº 2 **y** fig. 2, el eje de colimación **CC'** debe ser perpendicular al eje secundario **HH**. La falta de perpendicularidad entre el eje de colimación y

el eje secundario es el llamado **error de colimación,** que designaremos por **c,** el que puede ser determinado de diversos modos. El más sencillo entre ellos es el que utiliza la división del limbo horizontal en la forma que pasaremos a explicar.

Elíjase un punto objeto **P** (fig. 4), bien definido, a unos 200 ó 300 metros de distancia y aproximadamente a la misma altura del instrumento (no teniendo entonces influencia un eventual error de inclinación del eje secundario). Después de verticalizar el eje de rotación, se bisectará ese punto **P** en posición I del anteojo, efectuando la lectura de limbo α_1, la que suponemos afectada del error de colimación **c.**

Pasando ahora el anteojo a la posición II (con círculo vertical a la derecha, C_d, fig. 4), se bisectará nuevamente el punto **P.** Se supone que en la misma se ha hecho la lectura α_2. Se supone, además, que tanto en la posición I como la II se han efectuado las lecturas de limbo en ambos nonios (para la eliminación del error de excentricidad de la aliada).

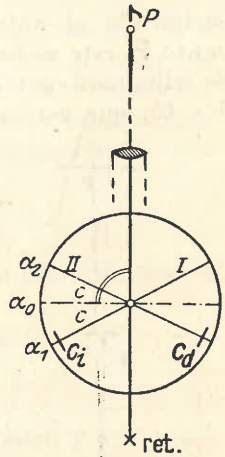


Fig. 4. *Corrección del error de colimación c. con ayuda del limbo horizontal y un punto objeto P, próximo al horizonte.*

La **diferencia** de las lecturas α_1 y α_2 (prescindiendo de los 180°) nos da el **doble valor 2c** del error de colimación, en medida angular:

$$(1) \qquad 2c = \alpha_2 - \alpha_1$$

$$\alpha_0 = \tfrac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)$$

La figura 4 nos muestra esquemáticamente que el **promedio** α_0 de los valores α_1 y α_2, es decir:

$$(2) \qquad \alpha_0 = \tfrac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)$$

corresponde a la **posición normal del eje de colimación buscada.**

Daremos un **ejemplo numúrico.**

Siendo: $\alpha_1 = 120° 15' 00''$ en posición I,

$\alpha_2 = 120° 11' 20''$ „ „ II,

tendremos: $\alpha_2 - \alpha_1 = - 3' 40'' = 2c$

o sea: $c = - 1' 50''$

Se ilustra el dispositivo de corrección del eje de colimación.

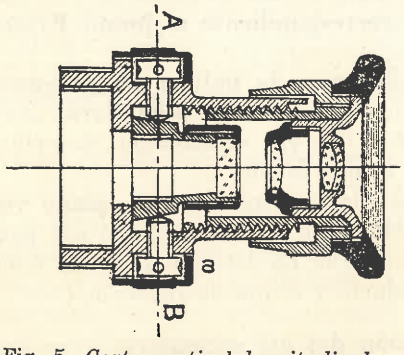


Fig. 5. *Corte vertical longitudinal.*

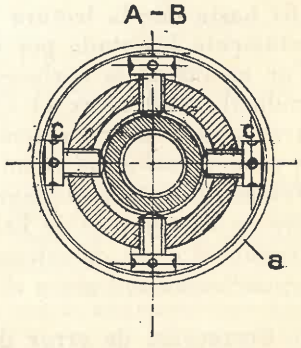
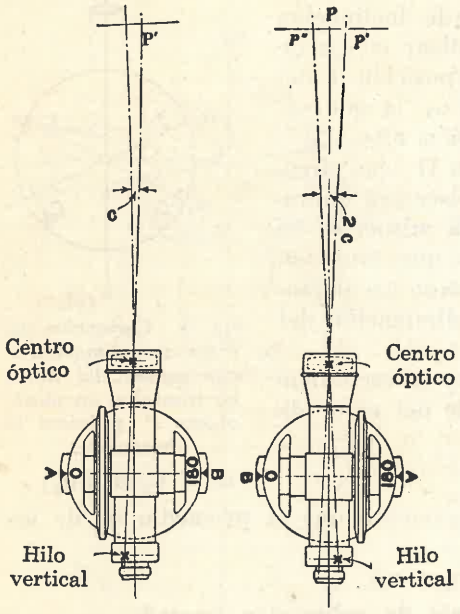


Fig. 6. *Corte vertical transversal A - B visto desde el ocular.*

cc, tornillos de corrección (figs. 5 y 6) que actúan en sentido horizontal.
a, anillo de protección, que se quita para tener acceso a los tornillos de corrección *cc.*

Para la **corrección del error c,** y en el supuesto de hallarse el anteojo en posición II, la lectura obtenida en la misma nos indica que es necesario aumentarla en 1′ 50″ (o disminuirla en posición I en esa misma cantidad). Dirigiendo el anteojo después de esta preparación, nuevamente hacia el punto **P,** éste se hallaría desplazado con respecto al hilo vertical del retículo. Se eliminará entonces la desviación por medio de los tornillos **cc** (figs. 5 y 6), que actúan en sentido horizontal sobre ese hilo.



Posición I Fig. 7 *a* — Posición II Fig. 7 *b*

Corrección del error de colimación c con ayuda deuna escala horizontal.

$$c = \tfrac{1}{2}\,\frac{P'P''}{\text{distancia}}\cdot\rho''$$

Otra forma de utilizar el limbo horizontal en unión con una escala horizontal (ver figs. 7, a y b).

Se supone ubicada a unos 50 metros del teodolito una **escala horizontal.**

Colóquese en posición I del anteojo (fig. 7 a), el nonio **A** en 0° 0′ 0″, y efectúese sobre esa escala la lectura correspondiente al hilo vertical.

Sea $l_1 = 115$ mm, el valor de la misma y **P′** el punto sobre la escala que la represente.

Pasemos ahora a la posición II (fig. 7b), y coloquemosc en la misma el nonio **A** en 180° 0′ 0″.

En esta nueva posición del anteojo el hilo vertical corta a la escala en otro punto **P″** con lectura $l_2 = 145$ mm. El punto medio del segmento **P′P″**, que designaremos por **P,** con lectura 130 mm, marca entonces el lugar en que la visual normal exacta o sea el eje de colimación sin error cortaría la escala.

A fin de corregir el error, se hará colocar una señal en ese punto P y se moverá el hilo vertical del retículo, por medio de los tornillos de correción **cc** (fig. 6) hasta que la lectura 130 mm (correspondiente al punto **P**) se halle perfectamente bisectada por dicho hilo.

Por medio de la corrección que acabamos de indicar se ha logrado la perpendicularidad entre el eje de colimación y el eje secundario. Al girar entonces el eje de colimación alrededor del eje secundario, describirá un **plano** y no ya un cono, como antes de la corrección.

Trátase ahora de conseguir que ese plano resulte ser un **plano vertical,** siempre en el supuesto de haberse previamente verticalizado el eje principal y corregido el error de colimación del anteojo. Es decir, se trata de conseguir la perpendicularidad entre el eje secundario y el eje de rotación (ver fig. 2).

5. Corrección de error de inclinación del eje secundario (ver fig. 10).

Según condición **c**) del Nº 2, y fig. 2, el eje secundario debe formar un

ángulo de 90° con el eje de rotación o eje principal del teodolito. La falta de perpendicularidad entre el eje principal y el eje secundario es el llamado error de inclinación del eje secundario, o simplemente, error del eje secundario.

Para poder verificar el ángulo que existe entre el eje principal y el eje secundario, es necesario establecer un plano que pase por el centro **O** del teodolito y que pueda ser verticalizado con toda la precisión requerida.

Los tres principales recursos o **métodos** de que disponemos para obtener ese **plano vertical,** o para obtener otros dos puntos que conjuntamente con el centro **O** lo determinen, son:

a) el largo hilo de una plomada colgante,
b) un espejo reflejante (''horizonte artificial''),
c) la doble proyección de un punto objeto con gran ángulo de altura, que puede ser positivo o negativo.

Trataremos cada uno de estos 3 métodos por separado.

a) *Primer método, con el uso de la plomada.*

Se supone, según ya dijimos, verticalizado el eje principal y corregido el error de colimación del anteojo.

Sea **G** (figs. 8 y 9) un gancho, en que está colgada una plomada (con largo hilo). En la parte más alta se halla señalado sobre ese hilo un punto objeto **P**. Se dirigirá primero la visual **OP** hacia ese punto **P**, bajando luego el anteojo hasta llegar a la dirección **OP'** (fig. 8), donde **P'** representa la **proyección horizontal exacta** (fig. 9) del punto **P**.

Se ilustra el primer método con el uso de la plomada.

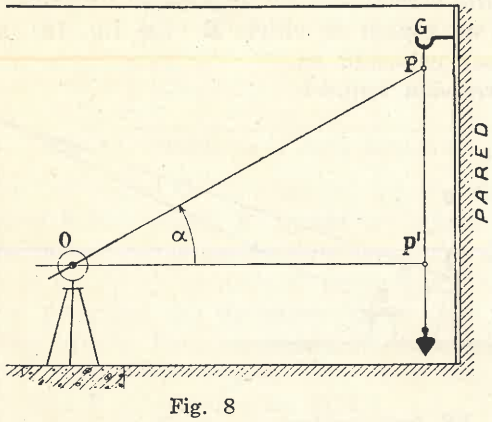


Fig. 8
Corte según el plano vertical por OPP'.

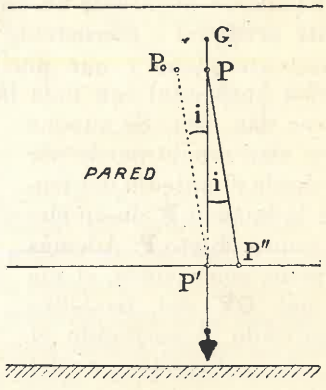


Fig. 9
Vista de frente.
PP'', traza de la visual bajada formando el ángulo *i* con la vertical *PP'*; *P'P₀*, traza de la visual levantada.
Se supone en el ejemplo un teodolito con extremo izquierdo del eje más bajo que la horizontal (ver fig. 10).

Si en esta dirección el hilo vertical del retículo ha permanecido en coincidencia con el hilo de la plomada, el eje secundario no tiene error de inclinación, es decir, que cumple la condición **c**): es horizontal cuando el eje principal es vertical.

En el caso contrario de nuestro ejemplo (ver figs. 9 y 10), el extremo izquierdo del eje secundario es demasiado bajo, y la traza de la visual bajada

aparece desviada hacia la derecha (en el anteojo inversor hacia la izquierda), formando la traza **PP″** sobre la pared (fig. 9).

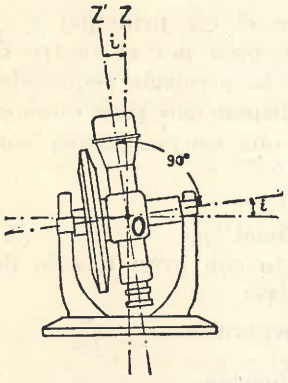


Fig. 10. *Concepto del error i o falta de perpendicularidad entre el eje secundario HH' y el eje de rotación.* Se supone este último dirigido hacia el cenit verdadero Z y corregido el error de colimación ($H'OZ' = 90°$).

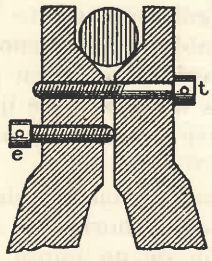


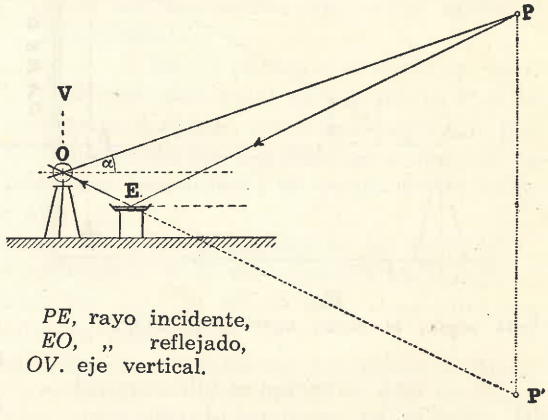
Fig. 11. *Dispositivo de corrección del error de inclinación i del eje secundario*
e, tornillo de presión,
t, „ „ tracción.

Si bisectamos ahora el punto **P'** de la plomada y si levantamos luego el anteojo hasta que **P** aparezca sobre el hilo horizontal del retículo, debido a la existencia del error **i**, ya no vereros más el punto **P** sobre el hilo vertical, sino desviado hacia la izquierda (en el anteojo hacia la derecha) hasta el punto P_0, resultando así la traza mural $\mathbf{P'P_0}$ (punteada) paralela a la traza**PP″**.

Para corregir el error de inclinación **i**, debe entonces ser eliminada esa desviación $\mathbf{PP_0}$, en toda su magnitud, mediante un dispositivo de corrección (ver fig. 11), de que muchas veces está dotado el teodolito.

b) *Segundo método: Superficie reflejante (''horizonte artificial'')*

Ubíquese delante de un teodolito a rectificar un dispositivo llamado ''**horizonte artificial**''. consistente en un espejo de vidrio **E** (ver fig. 12), suficientemente plano y que puede ser colocado en posición horizontal con toda la precisión requerida (ver pág. 54). Se supone que en este espejo puede ser vista desde el anteojo del teodolito la imagen **P'** de un elevado punto objeto **P**. Además se supone, como antes. el eje principal **OV** del teodolito verticalizado y corregido el error de colimación **c** del anteojo.



PE, rayo incidente,
EO, „ reflejado,
OV. eje vertical.

Fig. 12. *Se ilustra el segundo método de corrección, con el horizonte artificial.*

Un rayo luminoso emanado de **P** y que incida sobre el espejo horizontal **E** (con normal vertical), se hallará conjuntamente con el rayo reflejado **EO** en un mismo plano vertival. Inclinando ahora el anteojo, luego de bisectar con el hilo vertical el punto **P**, hasta ver en el espejo **E** la imagen **P'** del punto **P**, esa imagen aparecerá bisectada

también por el hilo vertical del retículo sólo a condición de ser horizontal el eje secundario, es decir, el eje secundario sin error de inclinación. En caso contrario, la imagen **P'** aparecerá desviada. Se corregirá, como antes, por medio de los tornillos de corrección **e** y **t** del eje secundario (ver fig. 11).

De lo que antecede se desprende que los métodos a) y b) exigen el uso del teodolito en una sola posición del anteojo.

Pero cuando no se disponga de los recursos necesarios para los mismos, se puede emplear ventajosamente el **método de la doble proyección** que pasamos a describir.

c) *Tercer método: Doble proyección de un elevado punto objeto P.*

Igual que en los métodos a) y b), se supone que el eje principal del teodolito se halla en posición vertical y corregido el error de colimación de anteojo. Se colocará a una conveniente distacia **d** (fig. 13), del instrumento, una mira horizontal **MM**, situada aproximadamente en el plano hori-

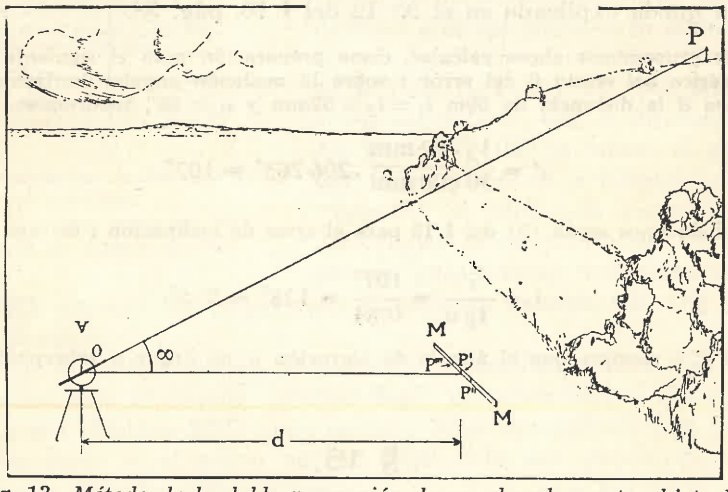


Fig. 13. *Método de la doble proyección de un elevado punto objeto P.*

zontal del centro **O** del teodolito. Se bisectará, con ángulo de elevación α, el elevado punto objeto **P**. Luego se bajará la visual **OP** sobre la mira MM, obteniéndose así la proyección horizontal **OP'** exacta de esa visual, a condición de que el eje secundario tenga una posición correcta o sea perpendicular al eje principal del teodolito. En el caso de nuestra figura se supone que esto no ocurre. Pero ese punto **P'** de la proyección exacta puede, sin embargo, ser encontrado también para este caso por medio de la doble proyección del punto **P** sobre esa mira **MM**.

En efecto: Siendo **P''** el punto proyección obtenido en posición I y l_1 la correspondiente lectura de mira, **P'''** la proyección en posición II y l_2 la lectura de mira, tendremos para el punto **P'** buscado la lectura de mira l:

$$l = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

Siendo: por ejemplo, $l_1 = 1{,}203$ m, $l_2 = 1{,}151$ m, tendremos:

$$l = \frac{1{,}023 + 1{,}151}{2} = \frac{2{,}354}{2} = 1{,}177 \text{ m.}$$

Con ayuda del tornillo de aproximación y del hilo vertical del retículo se bisectará la lectura de mira 1,177 correspondiente a ese punto **P'**. Girando luego el anteojo alrededor del eje horizontal, hasta que el punto **P** aparezca sobre el hilo horizontal del retículo, lo veremos lateralmente desviado con respecto al hilo vertical, hacia la izquierda, en nuestro ejemplo (en el anteojo, hacia la derecha), debiendo, en consecuencia, ser levantado el extremo izquierdo hasta conseguir que en ese giro el punto **P** aparezca sobre el hilo vertical.

Este método de la doble proyección con gran ángulo de altura α (el que puede ser también de signo negativo), es el **más práctico de los métodos de campo** (cuando no se disponga de un nivel de caballete) para poner de manifiesto y corregir un error de inclinación del eje secundario.

En caso de disponerse de un nivel de caballete, la corrección de un error de inclinación del eje secundario puede ser efectuada de un modo muy rápido, según queda explicado en el Nº 12 del § 10, pág. 58.

Si nos proponemos ahora calcular, como preparación para el siguiente párrafo, el valor numérico del efecto i' del error i sobre la medición angular horizontal, y suponiendo para d la distancia de 50m $l_1 = l_2 = 52$mm y $\alpha = 40°$, tendremos:

$$i' = \frac{\frac{1}{2} \cdot 52\,\text{mm}}{50\,000\,\text{mm}} \cdot 206\,265'' = 107''$$

de donde deducimos según (5) del § 15 para el error de inclinación i del eje secundario:

$$i = \frac{i'}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{107''}{0{,}84} = 128'' = 2'\,8''$$

es decir, $i' < i$, siempre que el ángulo de elevación α no llegue a sobrepasar 45°.

§ 15.

Influencia de los errores instrumentales sobre la medición de ángulos horizontales.

1. Generalidades.

Trataremos aquí de los **efectos** producidos sobre los ángulos horizontales por ciertos valores de los **errores instrumentales,** pudiendo en ello ocurrir:

1º) que el **eje de colimación,** en lugar de ser perpendicular al eje secundario (**CC'** $\perp$ **HH'**, fig. 1), forme con el mismo el ángulo $90^c - c$ (caso de figs. 2 y 3), donde **c** es la falta de perpendicularidad llamada **error de colimación;**

2º) que el **eje secundario,** en lugar de ser perpendicular el eje vertical (**HH'** $\perp$ **VV'**, fig. 1), forme con el mismo un ángulo de $90° - i$ (figs. 6 y 7), donde **i** es la falta de perpendicularidad llamada **error de inclinación del eje secundario** con respecto a la horizontal por el centro **O** del teodolito;

3º) que el **eje principal** no sea vertical como debería ser (ver fig. 1), designándose por **v** la **falta de verticalidad del eje principal.**

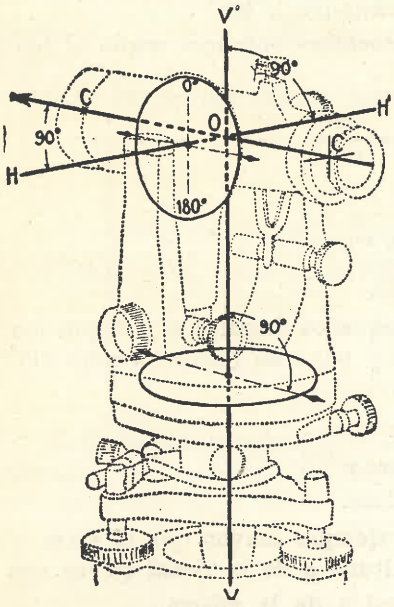


Fig. 1. *Condiciones de los ejes de un teodolito.*
Por *A* y *B* y que corta por eso a *Z C* bajo un ángulo de 90°.

Llámanse muchas veces **errores de proyección horizontal de una visual** a los **efectos c', i' y v'** producidos por la proyección de la visual **sobre el plano del limbo horizontal,** efectos que son originados por esos errores instrumentales **c, i y v.**

(En la fig. 5 se ilustra el **error de proyección c'** y en la fig. 8 el **error de proyección i'** para la visual **OP** a un elevado punto objeto P.)

2. Influencia del error de colimación.

Para facilitar las deducciones, imaginemos trazada una esfera alrededor del centro **O** del teodolito (punto de intersección de los 3 ejes del mismo). Se supone en ella levantado el limbo horizontal hasta el punto **O** (ver figs. 1 y 2). Sea **AB** (fig. 2) el eje secundario, **OZ'** la dirección al cenit del teodolito, **OP'** la visual al punto **P** y **OD'** la dirección de la misma luego de ser "bajada" al horizonte. Vemos que esas 3 direcciones están afectadas de un error, puesto que forman los ángulos **ZOZ' = QOP = COD' = c** con las respectivas **direcciones exactas OZ, OQ y OC** del eje de colimación.

Si el eje de colimación no tuviera error, describiría en su giro alrededor del eje secundario el círculo máximo **ZQC**, perpendicular a ese eje, el que coincidiría con el plano **ZPD** si no hubiera error de colimación **c.** Por existir empero ese error **c,** el plano normal **ZQC** debe ser girado en el ángulo **COD.** Es este ángulo entonces, por el cual debe ser girada la alidada, que representa el efecto **c'** del error **c,** cuya magnitud nos proponemos averiguar.

Considerando el asunto en otra forma podemos decir: Si *Q (fig. 5)* fuera una estrella de la cual conociéramos para un determinado instante el *acimut* (o sea el arco del horizonte entre el punto cardinal Sur y el círculo vertical de la estrella) y la *altura h* (ángulo de altura α), sobre ese vertical, entre el horizonte y la estrella, y si supusiéramos colocados en el teodolito ese acimut y el anteojo en esa altura, debido al error de colimación *c* no veríamos en ese instante el punto *Q,* sino otro punto *P.*

Sea **PQ** un trozo de círculo máximo (línea punteada, fig. 2) que pasa

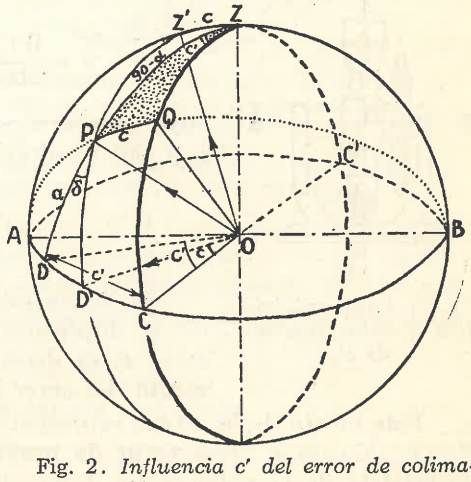


Fig. 2. *Influencia c' del error de colimación c:*
$c' = c \cdot \sec \alpha$.

por **A** y **B** y que corta por eso a **ZC** bajo un ángulo de 90°.

Del triangulito esférico rectángulo **ZPQ** sacamos entonces según el teorema de los senos:

$$\operatorname{sen} c' = \frac{\operatorname{sen} c}{\operatorname{sen}(90° - \alpha)} = \frac{\operatorname{sen} c}{\cos \alpha}$$

o sea:

(1) $$\boxed{\operatorname{sen} c' = \operatorname{sen} c \cdot \sec \alpha}$$

donde α puede crecer hasta $90° - c$ (ver fig. 5).

Mientras que $\alpha < 60°$, los senos de los **pequeños ángulos** c y c' pueden considerarse proporcionales a los **arcos** c y c' y por esto puede ponerse con muy buena aproximación:

(2) $$\boxed{c' = \frac{c}{\cos \alpha} = c \cdot \sec \alpha}$$

Es decir: **La influencia c' del error c es siempre mayor que el error y crece con la secante ($^1/\cos \alpha$) del ángulo de altura α de la visual (o sea con la cosecante [$^1/$ sen z] de la distancia cenital z de la misma.**

Para $\alpha = 0°$, la (2) nos da:

(3) $$c' = c$$

resultando según (1) para el **valor máximo** de α, o sea $90° - c$, **el valor máximo** de c' o sea **90°** (ver figs. 3 y 5).

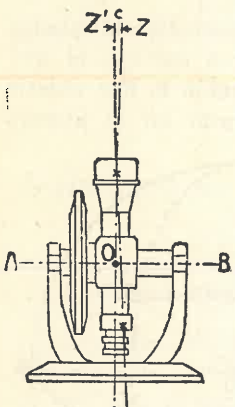


Fig. 3. *Valor máximo de α y valor máximo de c'.*

La **influencia del ángulo de altura de la visual es importante.** He aquí un **ejemplo numérico** ilustrativo:

Siendo en un anteojo de distancia focal de 30 cm., la desviación del hilo vertical de 0,1 mm., tendremos para el error de colimación **c**:

$$c = \frac{0{,}1 \text{ mm}}{300 \text{ mm}} \cdot \rho' = \frac{0{,}1}{300} \cdot 3438' = 1{,}15'$$

cuyo **efecto** c' según (2) y para una inclinación de $\alpha = 60°$ resultaría:

$$c' = \frac{1{,}15'}{\cos 60°} = \frac{1{,}15'}{1/2} = 2{,}3'$$

Se ve en este ejemplo que para un valor de α de 60° se duplicaría en el ángulo horizontal el efecto del error **c**, es decir, el ángulo de altura produjo un **aumento** del error igual al error mismo.

Este efecto de la altura representado en la fig. 2 por el segmento **DD'** = **c' — c**, llámase a veces **error de proyección propiamente dicho**, en el sentido estricto de la palabra. Lo designamos en fig. 2 por ϱ Es la parte de **c'** que se anula con bajar el anteojo hasta el plano del limbo.

Damos a continuación un cuadro con algunos valores ilustrativos de este efecto **c′ — c** de la inclinación **α** de la visual.

Efecto del ángulo vertical α sobre el error de colimación.

(4)

c	(c′ — c) para ángulos α.							
	1°	2°	3°	4°	5°	10°	20°	45°
10″	0,00″	0,01″	0,01″	0,02″	0,04″	0,15″	0,6″	4″
1′	0,01	0,04	0,08	0,15	0,23	0,93	3,9	25
2′	0,02	0,07	0,16	0,29	0,46	1,85	7,7	50
5′	0,05	0,18	0,41	0,73	1,15	4,63	19,3	2′ 4″
10′	0,09	0,37	0,83	1,46	2,29	9,26	38,5	4′ 9″

Todo lo que antecede se refiere a la posición I del anteojo. Repitiendo la operación en posición II (fig. 5), se comprenderá fácilmente que en este caso se producirá el mismo error, pero de signo contrario (en el sentido de

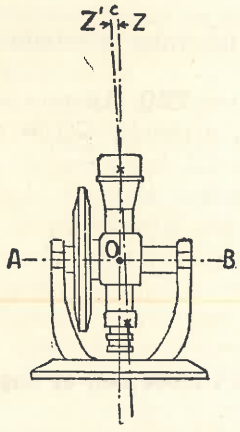


Fig. 4. *Valor máximo de α y valor máximo de c′.*

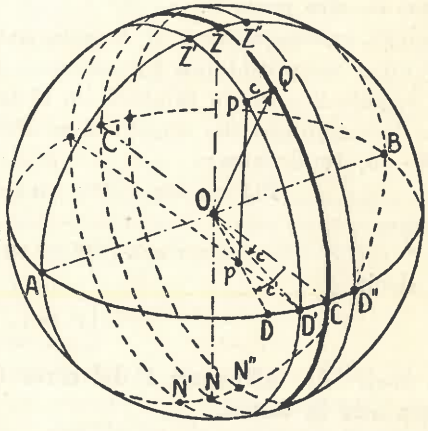


Fig. 5. *Compensación del error de colimación c por la medición en ambas posiciones del anteojo.*

Op, proyección horizontal de la visual OP. N, nadir verdadero; Z, cenit verdadero.

la numeración del limbo horizontal), debido a la posición simétrica del círculo paralelo por **N″Z″**, con respecto al plano normal **NCZ** por el nadir **N** y cenit **Z** verdaderos, y que por consiguiente **la medida aritmética de ambas posiciones quedará libre de error de colimación.**

3. Influenciadel error de inclinación del eje secundario.

Sea **AB** (fig. 6) la exacta posición del eje secundario a **A′B′** la posición falsa del mismo con ángulo de inclinación **i.** El eje de colimación (al cual se supone ahora corregido), se moverá entonces en su giro alrededor del eje se-

cundario en el plano **CPZ'**, en lugar de hacerlo en el plano **CQZ**, como debería suceder.

Cuando se bisecte un punto **P** con un anteojo en estas condiciones, quedará el mismo proyectado, en la lectura del limbo horizontal, desde **Z'** hacia **C**, en lugar de ser proyectado desde el cenit verdadero **Z** hacia **D**, siendo así el segmento:

$$CD = i'$$

el **efecto del error de inclinación** a determinar.

Considerando el asunto en otra forma podemos decir: Conociendo para una estrella *Q* (fig. 8) y un determinado instante el acimut y su ángulo de altura α y suponiendo colocados en el teodolito esos elementos, debido al error *i* del eje horizontal esa estrella no aparece en ese momento en *Q* sino en otro punto *P*.

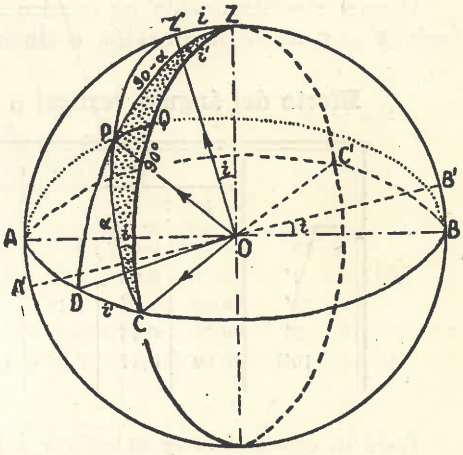


Fig. 6. *Influencia i' del error de inclinación i del eje secundario:* $i' = i \cdot \operatorname{tg} \alpha$

Resulta entonces para el ángulo acimutal de **P** un valor afectado del error **i'** cuya magnitud nos proponemos hallar.

El ángulo **i'** se halla también en el triángulo esférico **PZQ**. Aparece aquí también la magnitud del ángulo **i**, es decir: **PCQ** = **i**, y siendo $\underline{CQ} = \alpha$ y $QZ = 90 - \alpha$, tendremos:

$$PQ = i' \operatorname{sen} (90^\circ - \alpha); \qquad PQ = i \operatorname{sen} \alpha$$

Luego:

$$i' \operatorname{sen} (90^\circ - \alpha) = i \operatorname{sen} \alpha$$

Es decir:

$$\boxed{i' = i \cdot \operatorname{tg} \alpha} \tag{5}$$

Es decir: **La influencia i' del error de inclinación i crece con el ángulo de altura α de la visual.**

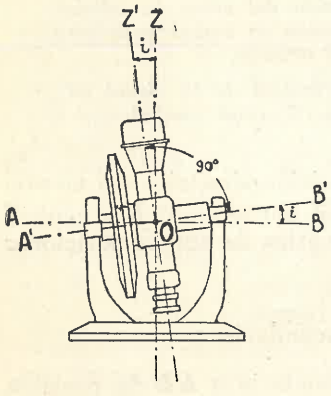


Fig. 7. *Valor máximo de α y valor máximo de i'.*

Con $\alpha = 0^\circ$, la (5) nos da $i' =$ **cero.**

Cuando α alcanza a su **valor máximo** 90°, la magnitud **i'** también llega a su **valor máximo** que el 90° — i (ver fig. 7).

Para valores muy grandes de **i**, la fórmula aproximada (5) no puede servir, debiendo aplicarse la más exacta:

$$\boxed{\operatorname{sen} i' = \operatorname{tg} i \cdot \operatorname{tg} \alpha} \tag{6}$$

la que puede ser fácilmente deducida del triángulo esférico **ZPC** con aplicar al mismo la **fórmula de la cotangente:**

$$\operatorname{sen} \gamma \operatorname{ctg} \beta = \operatorname{ctg} b \operatorname{sen} a - \cos a \cos \gamma \tag{7}$$

en la cual se coloca para:

$$\alpha = 90^\circ;\ \gamma = i',\ \beta = i;\ b = 90^\circ - \alpha$$

con lo que resulta:

$$\text{sen } i' \operatorname{ctg} i = \operatorname{ctg} (90^\circ - \alpha) \qquad \text{o sea:}$$

$$\text{sen } i' = \operatorname{tg} i \cdot \operatorname{tg} \alpha \tag{8}$$

Podemos decir aquí también:

Repitiendo la operación en posición II, se producirá el mismo error, pero de signo contrario (en el sentido de la numeración del limbo horizontal), quedando **la media aritmética de ambas posiciones libre del error de inclinación** (ver fig. 8), puesto que el círculo máximo que pasa por **N″ Z″** es simétrico del que pasa por **N′Z′** con respecto al **NZ,** que pasa por el nadir **N** y cenit **Z** verdaderos, siempre en el supuesto de que el eje principal no haya cambiado su posición vertical.

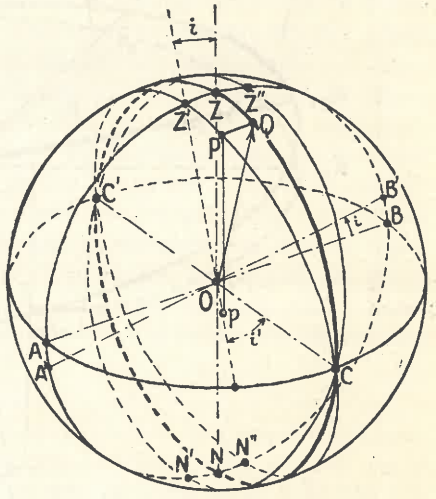


Fig. 8. *Compensación del error de inclinación i del eje secundario por la medición en ambas posiciones del anteojo. Op,* proyección horizontal de la visual *OP.*
N, nadir verdadero; *Z,* cenit verdadero.

Resumimos:

Las figs. 4, 5, 7 y 8 ilustran la principal ventaja del llamado **teodolito compensador:** Su anteojo es de giro vertical completo y permite una cómoda compensación de los errores de colimación y de inclinación del eje secundario.

En efecto: Suponiendo verticalizado el eje principal del teodolito, la visual puede elevarse hasta el cenit (figs. 4 y 7) y pasar al otro lado, a la posición II, obteniéndose en ella para un mismo objeto **la misma distancia cenital** (o altura) que en posición I. El limbo aparecerá entonces girado en 180° y cambiada la posición de los extremos del eje secundario. Pero lo más importante es que al mismo tiempo los errores **c** e **i**, sin variar de magnitud, cambian de signo. Por consiguiente, cambiarán también de signo los efectos **c′** e **i′** de esos errores en las dos posiciones del anteojo. Es decir, **en la media aritmética de las lecturas del limbo correspondientes a una misma dirección, efectuadas en ambas posiciones del anteojo, se hallan compensados por completo los errores de proyección c′ e i′.** Y en la misma forma resultará libre de esos errores la medición de un **ángulo,** como diferencia de dos direcciones observadas en ambas posiciones del anteojo.

4. Influencia del error de verticalidad del eje principal.

Falta todavía estudiar la influencia del error de verticalidad del eje principal sobre la proyección de un ángulo acimutal. Supongamos que **Z′** (fig. 9) es la dirección de dicho eje, la que forma un ángulo v con respecto a la dirección vertical **Z.** Suponemos, además, que ambas direcciones coinciden con el plano de la figura, quedando así determinado por **Z** y **Z′** un **plano vertical,** al que designaremos por **(ZZ′).** Este plano corta al disco de

la alidada (o plano del limbo) en el diámetro $\mathbf{A'_mA'_m}$, cuya inclinación con la horizontal $\mathbf{A_mA_m}$ es máxima e igual al ángulo v. Podemos llamar a este diámetro "**línea de caída**" del plano de la alidada.

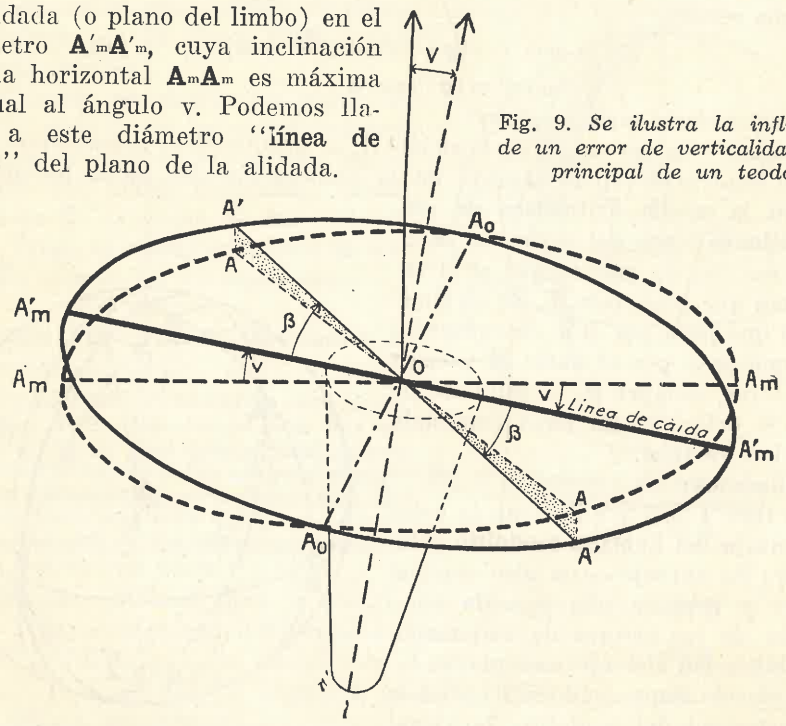


Fig. 9. *Se ilustra la influencia v' de un error de verticalidad del eje principal de un teodolito.*

Z, dirección vertical; v error del eje principal; $A'_mA'_m$, diámetro de la alidada de máxima pendiente; A_mA_m, proyección horizontal de la misma; A_oA_o, diámetro de la alidada de pendiente mínima; β, ángulo entre el diámetro $A'A'$ y el diámetro $A'_mA'_m$ como origen, o sea: el ángulo horizontal del plano visual de un punto cualquiera referido al plano vertical (ZZ') como origen, (el que contiene el ángulo de inclinación v del eje vertical).

Inclinación de $A'_mA'_m$: v
„ „ A_oA_o : 0
„ „ $A'A'$: $v \cdot \cos \beta$

La inclinación del diámetro $\mathbf{A_oA_o}$ perpendicular a $\mathbf{A'_mA'_m}$ es 0. Las inclinaciones de diámetros cualesquiera se hallan entonces comprendidas entre los valores 0 ($\mathbf{A_oA_o}$ y v $\mathbf{A'_mA'_m}$).

Designaremos por β el ángulo entre la dirección de un diámetro cualquiera $\mathbf{A'A'}$ y la línea $\mathbf{A'_mA'_m}$ como origen. Se deduce entonces de la figura que la inclinación del diámetro $\mathbf{A'A'}$ varía según $\mathbf{v \cdot \cos \beta}$ $\beta = 0$ da la inclinación del diámetro $\mathbf{A'_mA'_m} = \mathbf{v}$, y $\beta = + 90°$ de la inclinación 0 del diámetro $\mathbf{A_oA_o}$).

Suponemos hasta ahora que el **eje secundario del teodolito está libre de error,** es decir, que es exactamente perpendicular el eje principal, y que por eso puede llegar a ocupar una posición inclinada sólo porque el eje principal no es vertical. En otros términos: Se supone que el eje secundario es paralelo al plano del limbo horizontal. Estando situado entonces dicho eje en la dirección $\mathbf{A'_mA'_m}$, tiene la inclinación v; en la dirección $\mathbf{A_oA_o}$ la inclinación 0, y en la dirección $\mathbf{A'A'}$ la inclinación $\mathbf{v \cdot \cos \beta}$.

Un determinado error de verticalidad **v** del eje principal (que naturalmente no cambia) ocasiona entonces un error del eje secundario que **varía** entre los valores límites **0** y **v**, y que para una dirección acimutal cualquiera **A'A'** de ángulo β es:

(9) $$v \cdot \cos \beta$$

Si pasamos ahora a considerar el **eje de colimación** o **eje visual** del teodolito, el que es perpendicular al eje secundario, podemos decir que el plano vertical del mismo, en cuanto a su ángulo acimutal, difiere en 90° del plano vertical del eje secundario. Estando, por ejemplo, el eje secundario en dirección $A_o A_o$, el plano vertical del eje de colimación coincidiría con el plano vertical (**ZZ'**), [pudiendo dicho eje de colimación estar dirigido a cualquier punto del plano (**ZZ'**)]. Hallándose colocado el eje secundario en la dirección $A'_m A'_m$, el plano visual formaría en la proyección horizontal un ángulo de 90° con el plano vertical (**ZZ'**), o, en otras palabras, las intersecciones del plano visual y el vertical (**ZZ'**) con el plano horizontal, se cortarían en ángulo recto.

Sea de ahora en adelante (2ª definición) β el **ángulo horizontal del plano visual de pn punto cualquiera con respecto al plano vertical (ZZ') como origen.** Tenemos entonces para la correspondiente variación de la **inclinación** del eje secundario que llamaremos i_o :

(10) $$i_o = v \cdot \operatorname{sen} \beta$$

Aplicaremos esta ecuación considerando nuevamente **dos casos extremos:**

1) Sea $\beta = 0$ ó $\beta = 180°$. Esto significa que la visual está situada en el mismo plano vertical (**ZZ'**), quedando así el eje secundario en posición horizontal. Resulta entonces $i_o = 0$.

2) $\beta = \pm 90°$. Esto significa que la visual difiere en 90° en sentido acimutal de la dirección que tuvo según caso 1) y que, por lo tanto, el eje secundario tendrá su máxima inclinación $i_o = v$.

Consecuencia. Un error del eje principal tiene por consecuencia un error de proyección de la visual debido a la resultante inclinación del eje secundario, inclinación que **varía** entre **0** y **v**.

Designaremos por **v'** el **efecto del error de verticalidad v sobre la proyección horizontal** de la visual. En caso detener dicha visual, además la inclinación α, se obtendrá según (5) y (10) para el **efecto total v'**:

(11) $$\boxed{v' = v \cdot \operatorname{sen} \beta \operatorname{tg} \alpha}$$

Dedúcese de la (11) que para $\alpha = 0°$, la inclinación **v** del eje principal no tiene influencia sobre la proyección horizontal de la visual. Lo mismo ocurre con $\beta = 0°$ ó $\beta = 180°$, hallándose en este caso el plano visual en coincidencia con el plano vertical (**ZZ'**) y el eje secundario en dirección $A_o A_o$. El ángulo de altura α no tiene influencia entonces. Para $\beta = 90°$ tenemos:

$$v' = v \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Los valores extremos de **v'** para un determinado ángulo vertical α y todos los valores posibles de β son entonces **0** y $v \cdot \operatorname{tg} \alpha$. Para un determinado valor de β, en cambio, el valor de **v'** es proporcional a tg α,

Es de observar que el **signo de v' no cambia con medir la visual en ambas posiciones del círculo, no pudiendo por eso ser eliminado el error del eje principal como ocurre con los errores c' e i'.**

Dos casos particulares y el caso general.

a) Se supone **perfectamente verticalizado el eje principal** de un teodolito ($v = 0$), pero se admite que existe un error **i** del eje secundario, no formando éste entonces un ángulo de 90° con el eje principal. Girando en estas condiciones el teodolito alrededor de su eje de alidada, se notará por medio de un nivel de caballete colocado sobre el eje secundario, una **descentración constante** de la burbuja, es decir, el extremo de burbuja no se desplazará al girar lentamente la aliada alrededor de su eje.

b) Se admite que el teodolito no se halla verticalizado perfectamente, es decir, que existe un pequeño error **v**, pero se supone que el **instrumento es libre de error del eje secundario.** Es éste el caso que hemos supuesto en nuestro estudio de la influencia del error de verticalidad del eje principal, estudio que en **síntesis** nos ha dado el siguiente resultado: En una determinada dirección la inclinación del eje secundario resulta **0**; en otra, perpendicular a la primera, la inclinación del eje secundario resulta máxima e igual a **v**. Para direcciones que difieren en 180°, las inclinaciones son iguales pero de signo contrario cuando son referidas al mismo extremo del eje secundario.

Caso general. Se supone que existen simultáneamente los errores **v** e **i**. Se observará entonces también una dependencia de la inclinación del eje secundario de la dirección del mismo, pero ya no en la forma regular que indicamos para el caso b). La **verdadera inclinación del eje secundario,** la que designaremos por **(i)**, se compone de una parte **constante i** (error del eje secundario propiamente dicho) y de una parte i_o que es **variable** con la dirección de la visual, resultando así para la **inclinación total o verdadera** (i):

(12) $$\boxed{(i) = i + i_o = i + v \cdot \operatorname{sen} \beta.}$$

5. Acciones de conjunto de los 3 errores instrumentales sobre la proyección horizontal de una visual.

Cuando simultáneamente existen en un teodolito los tres errores **c, i** y **v**, la proyección horizontal de una visual a un punto **P**, con ángulo de altura α y ángulo horizontal β entre el plano visual a **P** y el plano vertical (ZZ') del teodolito, estará afectado de un **error total** δ:

(13) $$\delta = \frac{c}{\cos \alpha} + i \cdot \operatorname{tg} \alpha + v \cdot \operatorname{sen} \beta \operatorname{tg} \alpha$$

Designando por δ_I y δ_{II} los valores correspondientes de δ según (13) para posición del anteojo (I) y (II), respectivamente, destacamos que la **media aritmética de los valores δ_I y δ_{II} estará sólo afectada del efecto del error de verticalidad v del eje principal, puesto que, debido al cambio de los signos de c' e i', los efectos de los errores de colimación y del eje secundario se han eliminado.**

6. Efecto de los errores instrumentales sobre la proyección de un ángulo medido en una sola posición del anteojo.

Se supone que en un teodolito no se hayan corregido muy perfectamente los errores instrumentales y que, por el contrario, existen pequeños errores **c, i** y **v** en el mismo. Se supone, además, que se mide con este instrumento el ángulo horizontal entre el punto A, de la izquierda, con ángulo de altura α_A y el punto **B**, a la derecha, con ángulo de altura α_B. Sean, además, β_A y β_B

los ángulos horizontales que los planos visuales a los punto **A** y **B** forman, respectivamente, con el plano vertical (**ZZ'**) del teodolito.

La proyección horizontal de la visual al punto **A** está afectada del error δ_A:

$$\delta_A = c \sec \alpha_A + l \operatorname{tg} \alpha_A + v \operatorname{sen} \beta_A \operatorname{tg} \alpha_A \tag{14}$$

y, análogamente, la proyección de la visual **B** del error δ_B :

$$\delta_B = c \sec \alpha_B + i \operatorname{tg} \alpha_B + v \operatorname{sen} \beta_B \operatorname{tg} \alpha_B \tag{15}$$

El **ángulo horizontal** entre **A** y **B** o sea la **diferencia de las lecturas de nonios** estará entonces afectada de un error que llamaremos Δ:

$$\Delta = \delta_B - \delta_A$$

o sea, con tener en cuenta las ecuaciones (14) y (15):

$$\Delta = \underbrace{c\,(\sec \alpha_B - \sec \alpha_A)}_{\text{I}} + \underbrace{i\,(\operatorname{tg} \alpha_B - \operatorname{tg} \alpha_A)}_{\text{II}} + \underbrace{v\,(\operatorname{sen} \beta_B \operatorname{tg} \alpha_B - \operatorname{sen} \beta_A \operatorname{tg} \alpha_A}_{\text{III}} \tag{16}$$

En el caso particular de ser $\alpha_B = \alpha_A$, se tendrán los términos I y II de la ecuación (16) simultáneamente iguales a cero, con lo que la (16) nos da:

$$\Delta = v\,(\operatorname{sen} \beta_B \operatorname{tg} \alpha_B - \operatorname{sen} \beta_A \operatorname{tg} \alpha_A)$$

7. Efecto de los errores instrumentales sobre la proyección de un ángulo medido en ambas posiciones del anteojo.

Según queda expuesto en pág. 100 (parte marcada con rayas gruesas) se eliminan las partes **I** y **II** de la (16), [aun cuando no se verifique la condición $\alpha_A = \alpha_B$] con sólo medir las direcciones en ambas posiciones del anteojo (con círculo vertical a la izquierda y círculo vertical a la derecha). Es éste el llamado **procedimiento de compensación,** al cual se le denomina a veces **regla de Bessel,** de aplicación práctica general.

Tendremos entonces en este caso general para el **error de proyección total,** que designaremos por Δ' :

$$\boxed{\Delta' = v\,(\operatorname{sen} \beta_B \operatorname{tg} \alpha_B - \operatorname{sen} \beta_A \operatorname{tg} \alpha_A)} \tag{17}$$

De lo que antecede se puede deducir que el teodolito, en buenas condiciones de trabajo (*VV'* en posición vertical, *CC'* ⊥ *HH'* y *HH'* ⊥ *VV'*), representa un *excelente aparato de proyección vertical,* con el cual puede ser encarada, como ejercicio, la *demostración de desviación de la vertical de los cuerpos, en su caida, debida a la rotación de la Tierra.*

Se elige para ello un punto objeto *P,* nítidamente definido, situado sobre el parapeto de una torre a 100 metros de altura *h.* Sea *O* el centro de un teodolito corregido, ubicado a la distancia $d = 100$ m de la base de la torre.

Trátase de proyectar mediante el teodolito, para esa finalidad, el punto *P* sobre el plano horizontal de *O* con la precisión de 0,5 mm. Y se pregunta: *¿Con qué aproximación debe en este caso estar satisfecha la condición: HH' ⊥ VV'?*

[La plomada común (aún con la pesa sumergida en agua) no serviría, debido a la acción del viento, la que haría temer *errores constantes* superiores al valor de 0,5 mm exigido.]

Tenemos en este caso para el ángulo de altura:

$$\alpha = 45°$$

y, por ende, según (5) de página 96

$$i' = i$$

ángulo muy pequeño que puede ser calculado fácilmente con los datos del problema (0,5 mm y $d = h = 100$ m), a saber:

$$i = \frac{0{,}5 \text{ mm}}{100{,}000 \text{ mm}} \cdot 206\,265'' = 1''$$

Cabe observar aquí que en la práctica esa proyección será siempre efectuada en ambas posiciones del anteojo, con lo cual queda eliminado el efecto de los errores c e i.

Pero sabemos también que siempre quedará *subsistente* el efecto v' de un error v del eje vertical, y que para ese efecto v' tenemos:

$$v' = v \text{ sen } \beta \text{ tg } \alpha$$

Para el caso más desfavorable de nuestro problema se obtiene:

$$v' = v \text{ sen } 90^\circ \text{ tg } 45^\circ$$

o sea:

$$v' = v$$

La verticalización del eje principal con la precisión de 1" exigida en este caso, sólo se logra realizar mediante los sistemas más perfeccionados de ejes verticales explicados en el § 8.

8. Discusión de la fórmula (17). Consecuencias prácticas en la medición de ángulos poligonales.

Valor mínimo de Δ':

Con ser $\alpha_A = \alpha_B = 0^\circ$ ó aproximadamente horizontales ambas visuales, la ecuación (17) se anula. Lo mismo ocurre cuando β_A y β_B, son iguales a 0° ó 180° o próximos a esos valores. Es decir, en caso de hallarse las visuales de un **ángulo muy pequeño** o de un **ángulo cerca de 180°** en la proximidad del plano (**ZZ'**) del instrumento, la influencia del error **v** quedará prácticamente anulada, aun en el caso de ser considerable la magnitud de los ángulos verticales de las visuales.

En la **medición de ángulos poligonales** ocurre a menudo que los ángulos a tomar se hallan cerca de 180°. En caso de estar el nivel de alidada bien corregido, conviene fijarse siempre con especial cuidado en el buen centraje de dicho nivel colocado en dirección perpendicular sobre la dirección general del tiro poligonal [por quedar así el plano vertical **(ZZ')** del instrumento en la dirección de los lados del ángulo poligonal].

Valor máximo de Δ', con $\beta_A = \pm 90^\circ$ y $\beta_B = \mp 90^\circ$ (o sea diferente en 180°).

Es el caso de ser **perpendicular** el plano (**ZZ'**) con respecto a la dirección general de los lados del tiro poligonal e iguales los ángulos de elevación o de depresión. Sea entonces $(\beta_B - \beta_A)$ el ángulo horizontal a medir. Con $\beta_A = 90^\circ$ y $\beta_B = -90^\circ$ (270°) y $\alpha_A = \alpha_B = \alpha$ resultará el **efecto máximo $\Delta'_{máx.}$**:

$$\Delta'_{máx.} = 2\,v \text{ tg } \alpha \tag{18}$$

Este es el máximo error que puede afectar la proyección horizontal de un ángulo cuyos lados tienen la misma inclinación con respecto al horizonte.

Siendo, por ejemplo $\alpha = +20^\circ$ (ángulo hacia las dos laderas de un estrecho valle, con vértice del ángulo a medir en el fondo del valle, subiendo), o $\alpha = -20^\circ$ (visando hacia las dos laderas de una aguda dorsal, bajando), y suponiendo la indicada posición desfavorable (perpendicularidad de los lados del ángulo con respecto al plano (ZZ') del teodolito, resulta según (18), con un valor de $v = 2'$ para el *efecto máximo* $\Delta_{máx.}$:

$$\Delta'_{max.} = 240'' \cdot 0{,}364 = 87'' = 1'\,27''$$

aun cuando se hubiera empleado el procedimiento de compensación, midiendo el ángulo en ambas posiciones del anteojo.

Con **posición cualquiera del plano (ZZ') respecto a la dirección general** de los lados del ángulo, es especialmente **favorable** el caso de la **medición angular en tiros poligonales derechos y ángulos de pendiente uniformes.** Tenemos entonces: **sen** $\beta_B = -$ **sen** β_A y **tg** $\alpha_B = -$ **tg** α_A, con lo cual se anula la expresión encerrada en paréntesis de la ecuación (17).

9. Conclusión.

De lo que antecede sacamos la conclusión de que es de la mayor importancia para la medición de ángulos horizontales la buena verticalización del eje principal del teodolito, tanto más cuanto mayor sea la magnitud de los ángulos verticales de las visuales, puesto que sólo los errores del eje de colimación y del eje secundario quedan eliminados por medio de la medición en ambas posiciones del anteojo.

10. Resumen de fórmulas sobre los errores de proyección.

$$c' = \frac{c}{\cos \alpha} = c \cdot \sec \alpha$$ (ver pág. 94)

[efecto del error de colimación]

$$i' = i \cdot \operatorname{tg} \alpha$$ (ver pág. 96)

[efecto del error de inclinación del eje secundario]

$$v' = v \cdot \operatorname{sen} \beta \operatorname{tg} \alpha$$ (ver pág. 99)

$v' = v$ (caso particular, ver pág. 102)

[efecto del error de verticalidad]

$$\delta = c \cdot \sec \alpha + i \cdot \operatorname{tg} \alpha + v \cdot \operatorname{sen} \beta \operatorname{tg} \alpha$$

[error de proyección total que puede afectar a una visual, ver pág. 100]

$$\Delta = c\,(\sec \alpha_B - \sec \alpha_A) + i\,(\operatorname{tg} \alpha_B - \operatorname{tg} \alpha_A) + v\,(\operatorname{sen} \beta_B \operatorname{tg} \alpha_B - \operatorname{sen} \beta_A \operatorname{tg} \alpha_A)$$

[ángulo medido en una sola posición del anteojo, pág. 103]

$$\Delta' = v\,(\operatorname{sen} \beta_B \operatorname{tg} \alpha_B - \operatorname{sen} \beta_A \operatorname{tg} \alpha_A)$$

[ángulo medido en ambas posiciones del anteojo, ver pág. 101].

11. Errores instrumentales y errores de la medición angular.

Los **errores instrumentales** no tienen para las operaciones topográficas terrestres la gran importancia que se podría deducir de la extensión con que expusimos su teoría. Cuando los resultados de las mediciones son mediocres, no es dable buscar las razones, en primer lugar, en la actuación de los errores instrumentales (que siempre son pequeños), sino más bien en otras causas.

Sin embargo, **el estudio de la teoría es imprescindible**: Sólo quien la domine podrá en un determinado caso de la topografía terrestre y principalmente de la **topografía subterránea**, juzgar con criterio fundado cuáles de las condiciones rigurosamente exigidas pueden ser despreciadas, ahorrándose así muchas veces un considerable gasto inútil de trabajo y de tiempo.

Errores de la medición angular.

Como **preparación del siguiente párrafo** y del capítulo de la Poligonación, cabe destacar aquí que, fuera de los errores instrumentales tienen influencia sobre la medición angular los llamados **errores de medición.** Estos errores proceden principalmente de las pequeñas inexactitudes que afectan a la **centración** del punto de estación y del punto visado, así como de la bisección del punto objeto y de las lecturas del círculo.

Los **errores de centración** tienen tanto más influencia cuanto más cortas sean las visuales; siendo **máximo el efecto** de las excentricidades cuando ellas se hallen situadas en dirección perpendicular a las visuales, y **nulo su efecto** cuando sean paralelas a la dirección del anteojo.

Como en toda medición, tiene un importante papel aquí también la **pericia del observador.** Se puede, sin embargo, admitir que un **observador de sólo mediana práctica** podrá fácilmente obtener, con un teodolito de agrimensor (en buen estado de uso) y con una sola medición en ambas posiciones del anteojo, un ángulo horizontal con la **precisión** de 10″. A esta **precisión del ángulo** correspondería la **precisión** de $10'' : \sqrt{2} = 7''$ **de una dirección,** concepto que llamaremos "**coeficiente de rendimiento**" de un teodolito.

Este **coeficiente de rendimiento,** determinado en la forma que veremos más adelante, incluye además de los efectos de los **errores de bisección** y **errores de lectura,** otros errores no bien definibles, representando por ello un dato verdaderamente útil para la práctica.

§ 16

Medición de ángulos horizontales.

Coeficiente de rendimiento de un teodolito. Influencia de los errores de observación.

1. Distintos métodos de medición de ángulos horizontales.

Distínguese en Topografía para la medición de ángulos horizontales los siguiente métodos:

a) *medición de ángulos aislados:*

Medición de un ángulo en la forma más simple, sin compensación,
" " " " con compensación (regla de Bessel),
" " " " " " y reiteración
" " " " " " y repetición;

b) *medición de ángulos horizontales por el método de las direcciones, series o giros horizontales.*

2. Estacionamiento de un teodolito.

A cada medición de ángulo precede una operación llamada **estacionamiento del teodolito,** la que se compone de dos partes, su **verticalización** (o "**nivelación**") y su **centración** sobre el vértice del ángulo que se quiere medir.

El teodolito se llama **centrado** cuando la prolongación del eje vertical (formada por el hilo de una plomada) pasa por el punto de estación marcado en el suelo o cuando la dirección de la plomada colgada en el techo de una mina, pasa por el centro del teodolito.

Para el modo de efectuar esta operación previa, ver págs. 70 y 71 del presente volumen.

a) *Medición de ángulos aislados.*

3. Medición de un ángulo en la forma más simple, sin compensación.

Sea **P** el punto de estación, **O** el centro del teodolito, **A** el punto objeto situado a la izquierda y **B** el primer punto objeto situado a la derecha. Se trata de medir el ángulo horizontal $aOb = \beta_1$ correspondiente al ángulo **APB** del terreno (fig. 1).

Se fijará para eso el limbo en una posición cualquiera, colocando luego el eje principal en posición vertical. Se apunta al punto **A**, efectuando las correspondientes lecturas de limbo **a** (en lugares diametralmente opuestos).

Gírese ahora la alidada hacia la derecha para bisectar el punto objeto **B**, efectuando las lecturas de limbo **b**.

Con el fin de obtener la magnitud del ángulo **APB** buscado, se formará simplemente la **diferencia**:

lectura b de B menos lectura a de A,

con la cual queda determinada la medición simple del ángulo **APB** en una sola posición del anteojo.

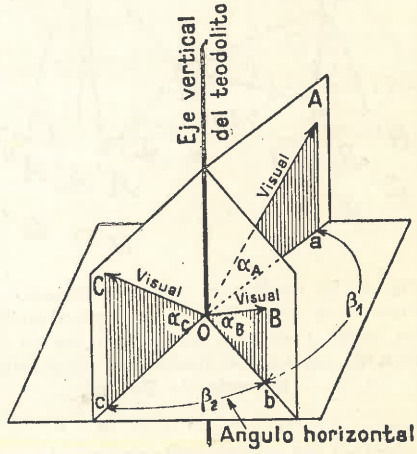


Fig. 1. *Se ilustra la medición de los ángulos horizontales* β_1 *y* β_2 *en el punto de estación P.*

Procediendo en la forma indicada, no se compensa sino el **error de excentricidad de la alidada,** pero no se compensa ni el error de colimación, ni el error de inclinación del eje secundario del teodolito.

Para obtener un resultado más exacto, se emplea un **método de compensación** que pasamos a describir.

4. Medición de un ángulo con compensación (regla de Bessel).

Con el objeto de protegerse en mayor grado contra errores de lectura, de eliminar los errores instrumentales y aumentar la precisión que representa una medición simple efectuada en una sola posición **I** del anteojo, se la repite en posición **II** (con círculo vertical a la derecha). Es ésta la **medición de ángulo con compensación** o la llamada **regla de Bessel** (ver pág. 105).

Se invierte para su ejecución el anteojo, girando la alidada en 180°. El anteojo llega así a la segunda posición. En esta posición se bisectará los dos puntos en **orden inverso,** primero **B** y luego el punto **A.**

Este *orden inverso* es seguido a fin de compensar el efecto de un posible pequeño *error de arrastre* del limbo (ver pág. 38).

Se hacen para cada punto, **A**, por ejemplo, en cada posición dos lecturas, en posición **I** las lecturas a'_1 y a'_2, en posición **II** las lecturas a''_1 y a''_2. El promedio general **a**, de los resultados a' y a'' correspondientes a ambas posiciones del anteojo [ver planilla explicativa (1)], representa un valor formado por 4 lectuas de limbo, el que se anota conforme se indica en la mencionada planilla. Explicamos a continuación esta regla más detalladamente.

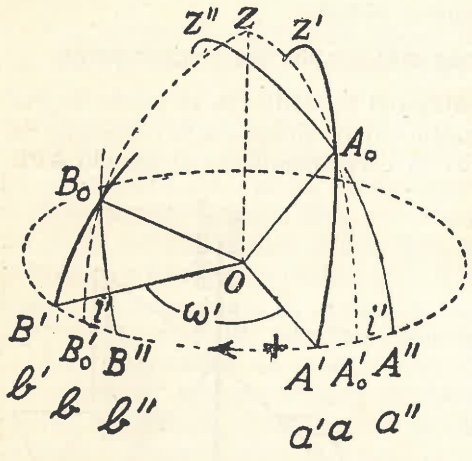


Fig. 2. *Se explica la regla de* BESSEL. — Se ilustra en esta figura la compensación de un error *i* del eje secundario en la medición de un ángulo horizontal ejecutada con la regla de BESSEL.

Se imagina trazada en la figura 2 una esfera con centro *O* y radio igual al del limbo horizontal de un teodolito. En este centro *O* se supone que se cortan los tres ejes del teodolito, el eje de colimación, el eje principal y el eje secundario (no indicado en la figura; compare fig. 1, pág. 93). Sea *OZ* la dirección del cenit, la que coincide con la dirección del eje vertical en el caso considerado en la figura.

Se supone que el eje de colimación va dirigido sucesivamente a los puntos *A* y *B* del espacio. Sean OA_0 y OB_0 las direcciones de las visuales a esos puntos objetos, siendo A_0 y B_0 los puntos de intersección de las mismas con la esfera. Los planos visuales están indicados, en cuanto a su situación, por los trozos de círculos máximos A_0A' y B_0B' para posición *I* y por los trozos de círculos máximos A_0A_0'' y B_0B_0'' para posición *II* del anteojo. OZA_0A_0' y OZB_0B_0' son sectores *de los respectivos planos verticales.*

Existiendo entonces en el teodolito un error de inclinación del eje secundario y suponiendo verticalizado el eje principal del mismo, sabemos por lo expuesto en pág. 101 que los planos visuales tienen con respecto a los correspondientes planos verticales siempre la misma inclinación *i* que tiene el eje secundario.

Sean **a' a, a , b' b y b** las lecturas de limbo correspondientes a los puntos en que los trozos de círculo $\mathbf{A_0A'}$, $\mathbf{A_0A'_0}$, $\mathbf{A_0A''}$, $\mathbf{B_0B'}$, $\mathbf{B_0B'_0}$, $\mathbf{B_0B''}$, cortan el limbo.

Para la primera medición del ángulo horizontal **AOB** se ha efectuado en posición **I** el giro de la alidada desde **A'** hasta **B'** (ver flecha que indica el sentido de la graduación) y se ha obtenido, con formar la diferencia de lecturas de limbo, para la magnitud del ángulo el valor ω':

$$b' - a' = \omega'$$

donde **a** 'y **b'** significan promedios de lecturas (de nonios) libres de error de excentricidad [ver planilla (1)].

En la segunda medición del ángulo horizontal **AOB** en posición II (e inclinación contraria de los planos visuales con respecto a los correspondientes planos verticales) se ha obtenido para la magnitud del ángulo el valor ω'':

$$b'' - a'' = \omega''$$

De las consideraciones que anteceden, así como de la inspección de la figura 2, se deduce que se obtiene la magnitud del ángulo $\mathbf{A'_0\,OB'_0} = \omega$ que se

busca con formar la **media de los resultados** ω' **y** ω'' **determinados en cada una de las dos posiciones del anteojo,** es decir:

$$\omega = \frac{\omega' + \omega''}{2} = \frac{b' - a' + b'' - a''}{2} = \frac{b' + b''}{2} - \frac{a' + a''}{2} = \underline{b - a}$$

Con medir entonces un ángulo según la **regla de Bessel** queda compensado el error de inclinación, el error de colimación del anteojo y el error de excentricidad de la alidada.

En la siguiente planilla explicativa (1) indicaremos una conveniente disposición de las diversas lecturas a efectuar, y en la planilla de cálculo (2) damos un ejemplo numérico de las mismas.

(1)

Estación	Punto visado	Posición I			Posición II			Promedio general
		Non. 1	Non. 2	Media	Non. 1	Non. 2	Media	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
P	A	a'_1	a'_2	$\underline{a'} = \frac{a'_1 + a'_2}{2}$	a''_1	a''_2	$\underline{a''} = \frac{a''_1 + a''_2}{2}$	$\underline{a} = \frac{a' + a''}{2}$
	B	b'_1	b'_2	$\underline{b'} = \frac{b'_1 + b'_2}{2}$	b''_1	b''_2	$\underline{b''} = \frac{b''_1 + b''_2}{2}$	$\underline{b} = \frac{b' + b''}{2}$
				$\omega' = b' - a'$			$\omega'' = b'' - a''$	$\omega = b - a$

Angulo ω **entre los objetos A y B:** $\omega = b - a$

Cuando se disponga de un **teodolito óptico,** sólo se anotan en el registro de campo los **valoers subrayados** en las columnas (5) y (8). Ver también planillas (3) y (12).

(2)

Punto estación	Punto visado	Posición I			Posición II			Promedio general	Angulo poligonal ω
		Nonio 1	Non 2	Media	Nonio 1	Non. 2	Media		
P_1	P_0	38° 26′ 40″	25′ 20″	26′ 0″	218° 24′ 20″	23′ 0″	23′ 40″	38° 24′ 50″	85° 6′ 0″
	P_2	123° 32′ 40″	31′ 20″	32′ 0″	303° 30′ 20″	29′ 0″	29′ 40″	123° 30′ 50″	
		85 6 0	6 0	6 0	85 6 0	6 0	6 0	85 6 0	

Angulo ω en P_1, entre los puntos P_0, a la izquierda, y P_2, a la derecha: 85° 6′ 0″

5. Medición de un ángulo por reiteración y compensación.

Es claro que la medición completa que acabamos de explicar puede **reiterarse**, obteniéndose así resultados más seguros y precisos.

En lo que antecede hemos supuesto que los círculos graduados no tienen errores de división. En realidad esto no ocurre en forma absoluta: los trazos de división están afectados de muy pequeños errores (pág. 9), cuyo efecto, aunque sea muy pequeño, puede ser reducido con desplazar, cada vez que se empieza una nueva medición, el cero del círculo, revisando también la buena nivelación del teodolito.

Con el objeto de obtener la más conveniente distribución de las lecturas sobre todas las partes del limbo, se lo desplaza cada vez en $\frac{180^\circ}{n}$, es decir en 90°, aproximadamente, cuando se trata de reiterar dos veces, en 60° cuando $n = 3$, etc. Ver: planilla siguiente en **Form. trig. 1.**

(3)

Punto estación	Punto visado	Posición I			Posición II			Promedio general	Angulo poligonal ω
		Nonio 1	Non. 2	Media	Nonio 1	Non. 2	Media		
P_1	P_0	62° 4′ 40″	5′ 50″	5′ 15″	242° 5′ 10″	6′ 15″	5′ 42″	62° 5′ 28″	176° 42′ 16″
	P_2	238° 47′ 0″	48′ 5″	47′ 32″	58° 47′ 20″	48′ 30″	47′ 55″	238° 47′ 44″	
P_1	P_0	153° 41′ 0″	42′ 15″	41′ 38″	333° 41′ 30″	42′ 35″	42′ 2″	153° 41′ 50″	176° 42′ 10″
	P_2	330° 23′ 20″	24′ 5″	23′ 42″	150° 23′ 45″	24′ 50″	24′ 18″	330° 24′ 0″	

Angulo ω en P_1 entre los puntos P_0, a la izquierda, y P_2, a la der. = 176° 42′ 13″

Form. trig. 1

6. Precisión práctica de la medición de un ángulo aislado.

El valor más probable de un ángulo **n** veces medido en la forma que acabamos de detallar, es la **media aritmética** de los **n** valores obtenidos.

La desviación de cada valor comparado con dicha media, nos da los errores **v**, con los cuales calculamos el **error medio cuadrático** $m\omega$ de una medición angular aislada:

(4) $$m\omega = \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}$$

siendo el **error medio** $M\omega$ de la media de los **n** valores obtenidos:

(5) $$M\omega = \frac{m\omega}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{[vv]}{n\,(n-1)}}$$ [ver Nº 8, pág. 58, **C. de C.** 2ª Ed.]

Para **ejemplos** sobre la precisión de un ángulo, ver "**C. de C.**", pág. 283 y el ejemplo pág. 284 en el que se ilustra el importante hecho de que un **error medio,** que se haya deducido en base a un pequeño número de valores **v merece poca fe.**

7. Característica del método de repetición.

Desde remotos tiempos hasta mediados del siglo XVIII, los astrónomos usaban el *astrolabio* (ver pág. 1) para la medición de las alturas de las estrellas y la medición de los ángulos comprendidos entre las mismas situados en planos inclinados cualesquiera.

Juzgamos interesante recordar aquí como dato histórico, que es mediante este atrolabio que el famoso médico francés *Fernel* midió en 1525 las latitudes geográficas de París y Amiens y dedujo, en combinación con la distancia París - Amiens por él medida (ver pág. 60, Tomo I), la *longitud del cuadrante de la Tierra* con sorprendente aproximación.

Pero debido a la imperfección de las graduaciones de esos instrumentos *(cuadrantes de círculo)* y los consiguientes fuertes errores de lectura era entonces muy laborioso obtener los ángulos con la precisión requerida. Este inconveniente sugirió al astrónomo *J. Tobías Mayer* en el año 1752 la idea de un método de medición especial, con el cual supo reducir a un mínimo las lecturas de limbo a efectuar.

Este método llamado *método de repetición* fué más tarde perfeccionado por C. F. Gauss en su aplicación a la medición de *ángulos horizontales* con el teodolito.

La **característica del método de repetición** consiste en que en lugar de reiterar la medición de un ángulo ω entre los objetos **A** (a la izquierda) y **B** (a la derecha) se mide directamente un múltiplo $2n\omega$ ($n\omega$ en posición I y $n\omega$ en posición II), por lo cual sería más correcto llamar al procedimiento **método de adición o de multiplicación.**

Conviene emplear este método cada vez que se quiere obtener resultados con la precisión de pocos segundos por medio de un pequeño teodolito, en el que la **precisión de las lecturas de nonio sea mucho menor que la de las bisecciones.** En las modernas mediciones angulares de precisión, ejecutadas con teodolitos provistos de aparatos lectores perfeccionados (tornillo micrométrico o micrómetro óptico), el método de repetición no se emplea generalmente.

8. Procedimiento operatorio.

Sea ω el ángulo a medir en **P**, entre los objetos **A** de la izquierda y **B** de la derecha.

Las **principales operaciones** parciales explicadas ya en parte en pág. 37, son las siguientes:

a) Vincúlese fijamente la alidada al limbo mediante el tornillo de presión de la alidada.

Aflójese el tornillo de presión del limbo. Gírese el conjunto **alidado-limbo** para apuntar el punto **A** por medio del sistema micrométrico del limbo, efectuando la lectura **a** (promedio de los dos nonios).

b) Aflójese el tornillo de presión de la alidada. Gírese hasta bisectar el punto **B** a la derecha, haciendo uso en ello del sistema micrométrico de la alidada. Se efectuará la lectura b_1, con lo cual el ángulo ω queda medido por primera vez:

(6) $$\omega = b_1 - a$$

Pero como nos proponemos medirlo **2n** veces, proseguiremos del siguiente modo:

c) Estando apretada la alidada al limbo, de modo que no pueda variar en en el giro alrededor del eje del limbo la lectura b_1, se llevará el limbo nuevamente al primer punto **A**, de la izquierda, empleando en la bisección del mismo el sistema micrométrico del limbo.

d) Se aflojará nuevamente el tornillo de presión de la alidada, girando hasta bisectar nuevamente el punto **B** de la derecha, con lo cual se ha sumado la 2ª magnitud del ángulo a la 1ª, siendo la correspondiente lectura b_2.

Tenemos entonces:

(7) $$\omega = b_2 - b_1$$

o, con tener en cuenta la (6):

(8) $$2\omega = b_2 - a$$

para la doble magnitud 2 ω del ángulo ω.

Si el ángulo se ha medido así **n** veces en posición **I** y **n** veces en **II**, y siendo las correspondientes lecturas: b_1, b_2, b_3, ... b_n; b_n+1, ... b_{2n} se obtendrá para la suma **2nω**:

(9)
$$\left.\begin{array}{l} \omega_1 = b_1 - a \\ \omega_2 = b_2 - b_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \omega_n = b_n - b_{n-1} \end{array}\right\} \textbf{n mediciones en posición I}$$

$$\left.\begin{array}{l} \omega_{n+1} = b_{n+1} - b_n \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \omega_{2n} = b_{2n} - b_{2n-1} \end{array}\right\} \textbf{n mediciones en posición II}$$

Sumando: $$2\omega = l_{2n} - a$$

Quiere decir que sólo es necesario efectuar la primera lectura a, que corresponde al punto de la izquierda y la lectura b_{2n} correspondiente al punto de la derecha **B.**

Formando la diferencia de ambas, se obtendrá el múltiple **2nω** del ángulo medido:

$$2n\omega = b_{2n} - a$$

Luego:

(10) $$\boxed{\omega = \frac{b_{2n} - a}{2n}}$$

9. Eliminación de los errores instrumentales.

Con el objeto de eliminar: 1º el error de colimación, 2º el error del eje secundario, y 3º el de excentricidad de la alidada, se leerán siempre los dos nonios, efectuando **n** mediciones en posición I y **n** en posición II, conforme se ilustra en el siguiente ejemplo numérico:

(11)

Estación	Posición	Punto visado	n+n veces	Nonio 1	Nonio 2
P_1	I	P_0		$0^0\,29'\,40''$	$180^0\,29'\,20''$
		P_2	1	$(65^0\,57')$ (*)	
		P_2	2		
		P_2	3		
		¡Invertir!			
	II	P_2	4		
		P_2	5		
		P_2	6	$393^0\,13'\,20''$	$213^0\,13'\,10''$
		Angulo 6ω	=	$392^0\,43'\,40''$	$392^0\,43'\,50''$
		Promedio 6ω	=	$392^0\,43'\,45''$	
		Ang. simple ω	=	$65^0\,27'\,18''$	

Form. trig. 3

10. Conveniencias prácticas.

La lectura **a** puede efectuarse en una posición del limbo cualquiera. Pero muchas veces es conveniente colocar el índice 1 en $0^o\,0'\,0''$ (ver pág. 37), obteniéndose así con la lectura b_1 (lectura grosera) inmediatamente un **valor aproximado** del ángulo. Representa entonces la lectura final, en el índice 1, directamente **el múltiplo** $2n\omega$ del ángulo medido.

Para evitar un posible **error de arrastre del limbo,** al efectuar el giro de la alidada hacia el punto de la derecha, se deberá apretar siempre fuertemente el tornillo de presión del limbo al bisectar el punto A (ver pág. 38).

Como comprobación de la medición y para **aumentar la precisión** de los resultados, se podrán medir los ángulos **APB** y **BPA** (complemento a 360°), compensándose la discrepancia con 360° que se revelara en la suma de ambos valores.

b) Método de las direcciones o giros horizontales.

11. Característica del método de las direcciones o giros horizontales.

Cuando la medición angular que acabamos de explicar, no se refiere sólo a dos sino a 3, 4, 5,... rayos o direcciones, cuya posición relativa se trata de determinar, se empleará el **método por direcciones** o **series** o **giros horizontales.** Los ángulos se obtienen, como antes, por diferencia de direcciones observadas en conjunto. La totalidad de éstas, medidas generalmente en ambas posiciones del anteojo, se llama **una serie,** denominándose **semi-serie** a la que se refiere a las direcciones tomadas en una sola posición del anteojo, C_i o C_d (círculo a la izquierda o círculo a la derecha).

La medición de un ángulo aislado, con sólo dos direcciones [ver Nº 4 y planilla de cálculo (2)] es la aplicación más simple del método de las direcciones.

(*) *Valor aproximado* para dar una primera idea sobre la magnitud del ángulo.

Lo que es esencial en la serie consiste en que no se calculan generalmente todos los ángulos posibles entre las distintas direcciones, dejando simplemente consignadas las direcciones.

Una serie no varía, en su esencia, cuando a todas las direcciones se les suma o resta una misma cantidad. Muchas veces es conveniente **reducir** a **cero** la lectura del rayo inicial, es decir, se deduce la lectura del rayo origen de todas las direcciones [ver columna (10) del ejemplo práctico siguiente]:

MEDICION ANGULAR POR EL METODO DE LAS DIRECCIONES.

Punto estación	Punto visado	Posición I			Posición II			Promedio de ambas posiciones	Promedio reducido	Promedio general
		Nonio 1	Non. 2	Media	Nonio 1	Non. 2	Media	½ (I+II)		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
P	1	0° 13′ 15′	13′30″	13′22″	180°13′30″	13′15″	13′22″	0°13′22′	0° 0′ 0″	0° 0′ 0″
	2	19 41 0	41 30	41 15	199 41 30	41 15	41 22	19 41 18	19 27 56	19 27 51
	3	46 54 45	55 15	55 0	226 55 15	55 0	55 8	46 55 4	46 41 42	46 41 44
	4	126 20 15	20 15	20 15	306 20 15	20 0	20 8	126 20 12	126 6 50	126 6 53
		Pruebas: 9 15	10 30	9 52	10 30	9 30	10 0	9 56	16 28	16 28
	1	60 7 45	8 15	8 0	240 8 15	8 0	8 8	60 8 4	0 0 0	
	2	79 35 30	35 45	35 38	259 36 15	35 45	36 0	79 35 49	19 27 45	
	3	106 49 30	49 45	49 38	286 50 15	50 0	50 8	106 49 53	46 41 49	
	4	186 15 30	14 45	15 8	6 15 0	15 0	15 0	186 15 4	126 7 0	
		Pruebas: 48 15	48 30	48 24	49 45	48 45	49 16	48 50	16 34	
	1	120 8 30	8 30	8 30	300 8 30	8 45	8 38	120 8 34	0 0 0	
	2	139 36 15	36 30	36 22	319 36 30	36 30	36 30	139 36 26	19 27 52	
	3	166 50 15	50 0	50 8	346 50 30	50 15	50 22	166 50 15	46 41 41	
	4	246 15 45	14 45	15 15	66 15 15	15 45	15 30	246 15 22	126 6 48	
		Pruebas: 50 45	49 45	50 15	50 45	51 15	51 0	50 37	16 21	

(12)

Pruebas de cálculo: Las pruebas de columna (10) deben dar sumas menores que las de columna (9) en 4(0°13'22"), para la primera serie, en 4(60°8'4"), para la segunda serie, y en 4(120°8'34"), para la tercera serie.

Cuando la precisión de un trabajo queda satisfecha con medir los ángulos en una sola serie completa, será siempre mejor medirlos en **dos semiseries,** una en posición I, siendo el orden de las bisecciones de izquierda a derecha, y la otra (después de girar el limbo en 90°), en posición II y orden inverso de las bisecciones, procedimiento que muy eficazmente **protege contra errores groseros de lectura** [ver planilla (13)].

MEDICION EN SEMISERIES.

(13)

Estación	Punto visado	Posición I			Posición II			Angulo poligonal
		Nonio 1	Non. 2	Media	Nonio 1	Non. 2	Media	$\omega = \frac{1}{2}(I + II)$
P_1	P_0	0° 2' 50"	3' 0"	2' 55"	270° 2' 0"	1' 40"	1' 50"	
	P_2	85 12 30	12 40	12 35	355 10 50	11 10	11 0	85° 9' 25"
		85 9 40	9 40	9 40	85 8 50	9 30	9 10	

Form. trig. 1 bis.

12. Arrastre del limbo. Rapidez de las mediciones en series. Cantidad máxima de direcciones.

El éxito de una medición angular por series depende de que el limbo no cambie su posición, es decir, que no se produzca "**arrastre**" del limbo durante la medición de una misma serie o semiserie (ver pág. 38).

Puede fácilmente averiguarse si tal condición se cumple, bisectando después de cada semiserie el **punto origen,** verificación ésta que en muchas instrucciones técnicas oficiales está especialmente prescripta.

Desde el punto de vista de la **rapidez en las mediciones** no es conveniente reunir en una misma serie muchos puntos, no debiendo exceder nunca de 6. Si en una radiación es necesario observar más de 6 rayos, se los repartirá en dos o más grupos que se medirán separadamente.

c) Coeficiente de rendimiento de un teodolito.

13. Definición.

Todo teodolito, como todo aparato de mecánica de precisión (cronómetro, péndulo, etc.) tiene su **coeficiente de rendimiento** característico para el mismo, que **indica lo que el instrumento en la práctica puede dar.**

En el teodolito, el coeficiente de rendimiento, que designaremos por $\mathbf{m_0}$ queda definido por **la precisión de una dirección observada una vez en ambas posiciones del anteojo.**

14. Condiciones normales de trabajo de campo y condiciones de gabinete.

Sabemos que la precisión de la medida de un ángulo depende de múltiples factores: de la calidad del teodolito, de la cantidad de las observaciones que han intervenido en su determinación, de la estabilidad del punto de estación y del punto visado, de las condiciones atmosféricas, claridad del aire, iluminación de los objetos visados, señalaciones más o menos bien definidas, pudiendo decirse que en **condiciones normales** de luminosidad y claridad, generalmente bastan relativamente pocas mediciones para que se revele la calidad de un teodolito.

Un valor m_o determinado en base a un **estudio de gabinete**, indica principalmente la **precisión de lectura** pero no expresa directamente la precisión del instrumento en su uso práctico común del campo, donde los diversos factores arriba puntualizados concurren a rebajar la precisión de las observaciones. En un examen de gabinete sería fácil alcanzar con una disposición de condiciones muy favorables y mediciones ejecutadas por **observadores muy expertos**, una precisión considerablemente superior a esta precisión común de campo.

15. Importancia técnica del coeficiente de rendimiento. Tendencia hacia su adopción general.

Cuando conocemos el coeficiente de rendimiento de un teodolito m_0, sabemos del Cálculo de Compensación y de la Teoría de los Errores que el **error medio m de un ángulo medido una sola vez en ambas posiciones del círculo** (regla de Bessel) es:

(14) $$\boxed{m_\omega = m_0\sqrt{2}}$$

Conociendo entonces el ingeniero el coeficiente m_o de su instrumento, y aplicando la ley de la propagación del error en la medición angular (ver "**C. de C**", Capítulo II), podrá facilmente juzgar de antemano si su teodolito es apropiado para obtener racionalmente la precisión exigida para un determinado trabajo, o si es más conveniente emplear otro más preciso.

Dada la gran importancia que tiene para el técnico el conocimiento del coeficiente de rendimiento m_o de un teodolito, expondremos el procedimiento de medición que rápidamente permite determinarlo, procedimiento que no es sino una aplicación del **método de series** (ver Nº 11), el que sólo necesita ser completado por el **cálculo de precisión.**

Es para nosotros muy satisfactorio poder constatar que el "**coeficiente de rendimiento**" definido según dejamos anteriormente expuesto, fué adoptado también por la casa **Zeiss** para caracterizar la **precisión práctica** de sus diversos modelos de teodolito.

16. Indicaciones generales sobre la aplicación del método de determinación del coeficiente m_o.

Se eligirán convenientemente 4 puntos objetos bien definidos y señalados en el terreno, aproximadamente a la misma distancia para evitar, en lo po-

sible, el cambio de la posición de la lente de enfocamiento interior durante las mediciones.

Efectúanse 3 series en ambas posiciones del anteojo y en 3 distintas posiciones del limbo, (series con reiteración) bisectando primeramente en posicion **I** los 4 puntos objetos en el orden sucesivo de izquierda a derecha (ida), visándolos luego, en posición **II**, en el orden inverso de derecha a izquierda (vuelta).

Procédese en la forma indicada para eliminar el error de colimación, el error de inclinación del eje secundario y el error de excentricidad de la alidada; elimínase también gran parte de los errores de graduación y arrastre del limbo.

Se elegirá de los 4 objetos el más nítidamente definido como origen, al cual se referirán las demás direcciones.

17. Explicación del método de determinación con un ejemplo numérico.

Designando por d_1, d_2, d_3, d_4 las direcciones tomadas en el punto estación **P** a los 4 puntos del terreno P_1, P_2, P_3, P_4, en las dos posiciones del anteojo, es decir por d_1', d_2', d_3', d_4' las de la 1ª serie, por d_1'', d_2'', d_3'', d_4'' las de la 2ª, por d_1''', d_2''', d_3''', d_4''' las de la 3ª serie, y por D_1, D_2, D_3, D_4 sus promedios, es decir:

$$(15)\qquad \begin{cases} D_1 = \dfrac{d'_1 + d''_1 + d'''_1}{3} \\ D_2 = \dfrac{d'_2 + d''_2 + d'''_2}{3} \\ D_3 = \dfrac{d'_3 + d''_3 + d'''_3}{3} \\ D_4 = \dfrac{d'_4 + d''_4 + d''_4}{3} \end{cases}$$

resultarán las siguientes **discrepancias** Δ:

$$(16)\qquad \begin{cases} \Delta'_1 = D_1 - d'_1\,;\ \Delta'_2 = D_2 - d'_2\,;\ \Delta'_3 = D_3 - d'_3\,;\ \Delta'_4 = D_4 - d'_4 \\ \Delta''_1 = D_1 - d''_1\,;\ \Delta'_2 = D_2 - d''_2\,;\ \Delta''_3 = D_3 - d''_3\,;\ \Delta''_4 = D_4 - d''_4 \\ \Delta'''_1 = D_1 - d'''_1\,;\ \Delta'''_2 = D_2 - d'''_3\,;\ \Delta'''_3 = D_3 - d'''_3\,;\ \Delta'''_4 = D_4 - d''' \end{cases}$$

Sumando las 3 primeras columnas verticales de (16), tenemos:

$$[\Delta_1] = 3\,D_1 - (d'_1 + d''_1 + d'''_1)$$

y, por ser según (15):

$$3\,D_1 = d'_1 + d''_1 + d'''_1$$

resulta:

$$(17)\qquad [\Delta_1] = 0 \quad \textit{(Prueba de cálculo)}$$

Análogamente:

$$\begin{cases} [\Delta_2] = 0 \\ [\Delta_3] = 0 \\ [\Delta_4] = 0 \end{cases}$$

Coeficiente de rendimiento m_o de un teodolito.

Teodolito Kern N.° 29521, a nonios (30″). **Punto estación: P.** **Observador: M. D. M.**

Punto visado	Posición I			Posición II			Promedio $\frac{I+II}{2}$	Promedio reducido d	Promedio general D	$\Delta = D-d$ $\Sigma\Delta$	$v = \Delta - o$ Σv	v^2 Σv^2
	Nonio 1	Non. 2	Media	Nonio 1	Non. 2	Media						
	° ′ ″	′ ″	′ ″	° ′ ″	′ ″	′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″			
PRIMERA SERIE												
1	0 8 45	9 10	8 58	180 9 25	9 20	9 22	0 9 10	0 0 0	0 0 0	0	−2	4
2	62 24 30	24 15	24 22	242 24 5	24 15	24 10	62 24 16	62 15 6	62 15 2	−4	−6	36
3	134 31 15	31 25	31 20	314 31 5	31 25	31 15	134 31 18	134 22 8	134 22 13	+5	+3	9
4	188 35 0	35 0	35 0	8 34 45	35 10	34 58	188 34 59	188 25 49	188 25 57	+8	+6	36
Pruebas:	39 30	39 50	39 40	39 20	40 10	39 45	39 43	3 3	3 12	+9	+1	
							$o' = \frac{+9}{4} = +2{,}2$					
SEGUNDA SERIE												
1	60 8 0	8 25	8 12	240 8 25	8 0	8 12	60 8 12	0 0 0		0	+2	4
2	122 23 10	23 0	23 5	302 23 30	23 0	23 15	122 23 10	62 14 58		+4	+6	36
3	194 30 30	30 30	30 30	14 30 10	30 30	30 20	194 30 25	134 22 13		0	+2	4
4	248 34 30	34 25	34 28	68 34 0	34 25	34 12	248 34 20	188 26 8		−11	−9	81
Pruebas:	36 10	36 20	36 15	36 5	35 55	35 59	36 7	3 19		−7	+1	
							$o'' = \frac{-7}{4} = -1{,}8$					
TERCERA SERIE												
1	120 9 0	9 5	9 2	300 9 0	9 0	9 0	120 9 1	0 0 0		0	+1	1
2	182 24 5	23 50	23 58	2 24 0	24 15	24 8	182 24 3	62 15 2		0	+1	1
3	254 31 30	31 25	31 28	74 31 0	31 25	31 12	254 31 20	134 22 19		−6	−5	25
4	308 34 45	35 0	34 52	128 35 0	35 0	35 0	308 34 56	188 25 55		+2	+3	9
Pruebas:	39 20	39 20	39 20	39 0	39 40	39 20	39 20	3 16		−4	0	246
							$o''' = \frac{-4}{4} = -1{,}0$					

(18

Form. trig. 2

$$m_o = \sqrt{\frac{246}{6}} = \underline{6{,}4''}$$

Error medio m_ω de ω: $m_o\sqrt{2} = \underline{9{,}0''}$

Las **cantidades** Δ de cada serie Δ'_1, Δ'_2, Δ'_3, Δ'_4; Δ''_1, Δ''_2, Δ''_3, Δ''_4;...) generalmente no suman 0.

Pero, siendo una condición indispensable del cálculo de compensación que la suma de las discrepancias Δ con las medias **D** debe ser igual a cero (ver: "**C de C**") estas cantidades Δ no representan todavía las correcciones definitivas **v** a aplicar a cada una de las direcciones **d.**

Para obtener esas **correcciones v,** debe ser girada cada una de las 3 series por un pequeño **ángulo de orientación** que llamaremos $\hat{o}$ (**constante de orientación**), es decir la

$$(19)\quad \begin{cases} 1^a \text{ serie en } \hat{o}' = \dfrac{\Delta'_1 + \Delta'_2 + \Delta'_3 + \Delta'_4}{4} = \dfrac{[\Delta']}{4} \\ 2^a \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \hat{o}'' = \dfrac{\Delta''_1 + \Delta''_2 + \Delta''_3 + \Delta''_4}{4} = \dfrac{[\Delta'']}{4} \\ 3^a \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \hat{o}''' = \dfrac{\Delta'''_1 + \Delta'''_2 + \Delta'''_3 + \Delta'''_4}{4} = \dfrac{|\Delta'''|}{4} \end{cases}$$

Estas constantes de orientación representan entonces las correcciones de los rayos iniciales d_1', d_1'', d_1''', a los que no habría correspondido corrección alguna en el simple cálculo de las cantidades Δ lo que evidentemente no hubiera sido correcto.

Aplicando ahora estas correcciones, $\hat{o}$, a cada uno de los rayos de origen, se obtendrán como se demuestra en la planilla (18), las **correcciones definitivas v** del siguiente modo:

$$(20)\quad \begin{cases} v'_1 = D_1 - (d'_1 + \hat{o}') = \Delta'_1 - \hat{o}' \; ; \quad v'_2 = D_2 - (d'_2 + \hat{o}') = \Delta'_2 - \hat{o}' \\ v''_1 = D_1 - (d''_1 + \hat{o}'') = \Delta''_1 - \hat{o}'' \; ; \quad v''_2 = D_2 - (d''_2 + \hat{o}'') = \Delta''_2 - \hat{o}'' \\ v'''_1 = D_1 - (d'''_1 + \hat{o}''') = \Delta'''_1 - \hat{o}''' ; \quad v'''_2 = D_2 - (d'''_2 + \hat{o}''') = \Delta'''_2 - \hat{o}''' \\ v'_3 = D_3 - (d'_3 + \hat{o}') = \Delta'_3 - \hat{o}' \; ; \quad v'_4 = D_4 - (d'_4 + \hat{o}') = \Delta'_4 - \hat{o}' \\ v''_3 = D_3 - (d''_3 + \hat{o}'') = \Delta''_3 - \hat{o}'' \; ; \quad v''_4 = D_4 - (d''_4 + \hat{o}'') = \Delta''_4 - \hat{o}'' \\ v'''_3 = D_3 - (d'''_3 + \hat{o}''') = \Delta'''_3 - \hat{o}''' ; \quad v'''_4 = D_4 - (d'''_4 + \hat{o}''') = \Delta'''_4 - \hat{o}''' \end{cases}$$

Resultan las siguientes **pruebas de cálculo:**

$$(21)\quad \begin{cases} [v'] = \Delta'_1 + \Delta'_2 + \Delta'_3 + \Delta'_4 - 4\hat{o}' = 0 \\ [v''] = \Delta''_1 + \Delta''_2 + \Delta''_3 + \Delta''_4 - 4\hat{o}'' = 0 \\ [v'''] = \Delta'''_1 + \Delta'''_2 + \Delta'''_3 + \Delta'''_4 - 4\hat{o}''' = 0 \end{cases}$$

Para calcular de un modo general el **error medio de una dirección observada en ambas posiciones del anteojo,** es necesario averiguar previamente la cantidad de **observaciones sobrantes** (ver "**C.** de **C.**", págs. 8 y 198) que intervienen.

Sea **n** el número de las direcciones tomadas y **s** la cantidad de series.

De estas **n . s** observaciones, son necesarias para **la** determinación de todas las incógnitas **d,** las **n** direcciones de la primera serie, y luego la direc-

ción inicial de cada una de las demás series, es decir, (s — 1) observaciones más, resultando entonces en total **n + (s — 1) observaciones necesarias.**

Luego: **Obs. sobrantes** = obs. totales — obs. necesarias

$= n \cdot s - (n + s - 1)$

$= n\,(s-1) - (s-1)$

Observaciones sobrantes $= (n-1)\,(s-1)$

Tenemos entonces para **el error medio de una dirección d observada una vez en ambas posiciones del anteojo, o sea el coeficiente de rendimiento m**

(22) $m_0 = \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{(n-1)(s-1)}}$ Del ejemplo de pág. 116: $m_0 = \sqrt{\frac{246}{3 \cdot 2}} = 6{,}4''$

Error medio m_{ω_2} de un ángulo ω medido una vez en cada posición del anteojo:

(23) $m_{\omega_2} = m_0 \sqrt{2}$ Del ejemplo: $6{,}4'' \sqrt{2} = 9''$.

Hemos colocado el subíndice 2 por tratarse en realidad de una doble medición del ángulo ω, una en cada una de las dos posiciones del anteojo, ver planilla (2).

Error medio M_D de una dirección promedio D obtenida con s series completas:

(24) $$M_D = \frac{m_0}{\sqrt{s}} = \frac{6.4''}{\sqrt{3}} = 37,''$$

Error medio M_{ω_s} de un ángulo ω formado por la diferencia de 2 direcciones promedios D:

(25) $$M_{\omega^s} = M_D \sqrt{2} = m_0 \sqrt{\frac{2}{s}} = 6{,}4'' \sqrt{\frac{2}{3}} = 5{,}2''$$

d) Influencia de los errores de observación.

18. Errores de observación; su influencia sobre la medición angular.

Sabemos que las dos operaciones principales que intervienen más directamente en la medición angular, la bisección de los puntos visados y la lectura del círculo, están afectadas de inevitables errores. Designamos por α el error que se comete en la **bisección** y por β el **error de lectura.** Ambos son **errores accidentales** (ver pág. 64 del tomo I, 4ª edición), los que están sujetos a la **ley de Gauss** (ver pág. 26 del "**C. del C.**". Los llamaremos en conjunto **errores de observación** (en oposición a los errores de centración). Respecto a la **magnitud** de estos errores podemos establecer lo siguiente:

Error de bisección

En concordancia con lo expuesto en pág. 280 y sig. del "**C. de C.**" sobre las investigaciones del Dr. Ing. suizo **A. Noetzli** relativas a la precisión de la bisección con anteojos, adoptaremos para el **error medio de bisección** α la siguiente fórmula:

(26) $$\alpha = \frac{k}{\sqrt{A}} \qquad k = 4'' \text{ a } 5''$$

donde **k** expresa un valor que varía entre 4" y 5", según se trate de un observador de buena o mediana pericia, significando **A** el aumento del anteojo.

La **experiencia común** nos enseña que para visuales más largas de 2 km, un buen anteojo y buenas condiciones de visibilidad se puede adoptar **1"** a **2"** para el **error de bisección,** pudiendo tomar el **duplo** hasta el **cuádruplo** del mismo cuando se trate de distancias muy cortas (en minas) y muy malas condiciones de bisección.

Compare lo expuesto en pág. 125 donde se indican **valores mínimos** para el **error de bisección** (con puntos objetos bien definidos, buena iluminación y observador muy experto).

Error de lectura β.

Para el **error de lectura** β se puede **admitir:**

(27) ½ hasta ¼ de la apreciación del nonio.
En los teodolitos con tornillo micrométrico y los teolitos ópticos, con micrómetro, ese error de lectura se halla reducido a:
1" ó 2" (Compare lo expuesto en pág. 16 y 121).

La **influencia de estos errores de observación** sobre los resultados de la medición angular depende mucho de la manera de ejecutar esa medición. Sabemos que esa influencia queda disminuída considerablemente con medir varias veces el mismo ángulo con el mismo cuidado, formando luego el promedio de los diferentes valores así determinados. De este modo no sólo se obtiene un resultado más preciso, sino también un error más reducido que lo afecta.

Las diversas formas de ejecutar esa "medición repetida" que acabamos de exponer, las consideramos ahora de nuevo bajo el aspecto de la **influencia de los errores de observación** α y β **sobre los resultados de las mediciones.**

Influencia de los errores medio α *y* β *sobre un ángulo medido una sola vez.*

Sabemos que luego de bisectar un punto objeto **A** (a la izquierda) se efectuará la lectura **a,** generalmente en dos índices (nonios) diametralmente opuestos. Cométese entonces en ello un error de bisección α y dos errores de lectura β (los que pueden ser considerados iguales entre sí). Se promediarán las dos lecturas de nonio. La influencia de esos dos errores β sobre el **promedio** será:

(28) $$\frac{\sqrt{\beta^2+\beta^2}}{2} = \frac{\beta\sqrt{2}}{2} = \frac{\beta}{\sqrt{2}}$$

Tenemos entonces para la visual al punto **A:**

$$a \pm \sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{\beta}{\sqrt{2}}\right)^2} = a \pm \sqrt{\alpha^2 + \frac{\beta^2}{2}}$$

y, análogamente, para la visual al punto **B:**

$$b \pm \sqrt{\alpha^2 + \frac{\beta^2}{2}}$$

Luego, para el **ángulo horizontal** ω, entre los puntos **A** y **B**, y el error medio m_{ω_1} que lo afecta, según la ley de propagación de error:

$$\omega \pm m\omega_1 = b - a \pm \sqrt{\alpha^2 + \frac{\beta^2}{2}} \times \sqrt{2}$$

$$= . b - a \pm \sqrt{2\left(\alpha^2 + \frac{\beta^2}{2}\right)}$$

Luego, por ser $\omega = b - a$:

29) $$m_{\omega 1} = \sqrt{2\left(\alpha^2 + \frac{\beta^2}{2}\right)}$$

Influencia de los errores medios α *y* β *sobre el ángulo* ω *medido por la regla de Bessel.*

En caso de observarse el ángulo ω dos veces, una vez en posición I y una segunda vez en posición II (o sea por la **regla de Bessel**), tendremos para el error medio $m_{\omega 2}$ que afecta el **promedio de ambas mediciones**:

(30) $$m_{\omega 2} = \frac{m_{\omega 1}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\alpha^2 + \frac{\beta^2}{2}}$$

Ejemplo numérico 1. Sea para un **teodolito a nonio** de 30″ de apreciación y anteojo de 20 aumentos:

$$\beta = \frac{1}{3} \times 30'' = 10'' \text{ según (27) y } \alpha = \frac{5''}{\sqrt{20}} = 1{,}12'' \text{ según (26).}$$

Resulta entonces para el error medio $m_{\omega 2}$ según (30):

$$m_{\omega 2} = \sqrt{1{,}25 + 50} = 7{,}2''$$

Vemos con este ejemplo que en un **teodolito a nonio** existe un acentuado **desequilibrio** entre la influencia del error de bisección ($\alpha^2 = 1{,}25$) y la influencia del error de lectura $\left(\frac{\beta^2}{2} = 50\right)$ dependiendo por tal causa de calidad de los resultados de las mediciones obtenidas con este tipo de teodolito, principalmente de la bondad de las lecturas de círculo. Desde remotos tiempos se trató de eliminar o aminorar ese desequilibrio. Respondió a esa tendencia primero la aplicación de un método de medición especial (el llamado "**método de repetición**"), con el cual se redujo a un mínimo de 2 las lecturas de círculo; y luego el sucesivo perfeccionamiento del aparato lector del limbo. A raiz de la introducción del **teodolito óptico** (con micrómetro), con errores de lectura de sólo 1″ a 2″ [según (27)], quedó definitivamente **compensado ese desequilibrio de influencias de errores de observación,** con notables ventajas para la economía del trabajo de campo. (Ver también pág. 103, Volumen I del Tomo III).

Son dos los **principios** o **recursos técnicos** que han permitido realizar tan notables progresos, a saber:

a) la **colocación del doble trazo índice sobre una raya de división del limbo** (ver pág. 23) y medición del camino a recorrer para la bisección del trazo más próximo, mediante un tornillo micrométrico;

b) el **principio de la coincidencia** de trazos (o dobles trazos) diametralmente opuestos (ver pág. 28).

En cuanto al **recurso a)**, numerosos experimentos y estudios modernos ejecutados por los doctores Th. **Kappes** (1) y Th. **Eversmann** (2) permitieron establecer las dos siguientes fórmulas empíricas:

$$(31) \qquad \frac{35''}{\text{aumento del microscopio}} \qquad \text{para } \textbf{luz natural},$$

$$(32) \qquad \frac{23''}{\text{aumento del microscopio}} \qquad \text{„ „ } \textbf{artificial}.$$

En lo que respecta a la **aplicación del principio de la coincidencia**, cabe destacar que el error de lectura se compone de dos partes muy desiguales: de la pequeña inseguridad de la **estima** sobre la escala óptica del micrómetro (de 0,1″ ó 0,2″, ver figs. 9**A** y 12**A** del § 13) y del **error que afecta a la ejecución práctica de esa coincidencia**. Ver el siguiente ejemplo 2.

Como **ejemplo numérico 2** damos a continuación los resultados del examen de un teodolito óptico obtenidos por autoridad científica neutral.

El geodesta **P. Werkmeister** (3) determinó en 1928 para 3 lugares de limbo del teodolito **Wild** (hoy designado **"Teodolito Wild T 2"**, Heerbrugg, ver fig. 9, § 13) los 3 siguientes **errores medios de coincidencia**:

$$(33) \qquad 0{,}64''\,;\ 0{,}60''\ \text{y}\ 0{,}45''\,;\ \text{promedio}:\ \underline{0{,}54''}.$$

Es decir, **el error de coincidencia es 3 ó 4 veces mayor que el error de estima** (de 0,1″ ó 0,2″) en la escala del micrómetro óptico. Ver pág. 80.

Para el **error medio de bisección del punto visado Werkmeister** encontró para el mismo instrumento los siguientes valores:

$$(34) \qquad \begin{cases} A = 24 & 30 & 40 \text{ aumentos} \\ 1{,}13'' & 0{,}84'' & 0{,}80'' \end{cases}$$

con puntos objetos bien definidos, a 1 km, 2 km y 3 km de distancia, respectivamente, y todos bien iluminados.

Los valores que acabamos de citar, se hallan en concordancia con la fórmula $\frac{5''}{\sqrt{A}}$ (ver fórmula (26), pág. 119).

Influencia de los errores medios α y β sobre el resultado de la medición de un ángulo 2n veces reiterado.

En caso de reiterarse **2n** veces la medición, **n** veces en posición **I** y **n** veces en posición II, tendremos para el error medio $m_{\omega_{2n}}$ del ángulo promedio ω, según (29):

---

(1) *Kappees*, Th.: *Durchschlagsgenauigkeit bei Dreiecksmessung, Polygonmessung und Schachtlotung*. Tesis doctoral. Aquisgrán, 1928.

(2) *Eversmann*, Th.: *Mittlere Exzentrizitaet einiger Zwangszentrierungen*. Tesis doctoral. Aquisgrán, 1927.

(3) Ver: *"Zeitschrift für Instrumentenkunde"*, 1928, pág. 114.

(35) $$m_{\omega 2n} = \frac{m_{\omega 1}}{\sqrt{2n}} \sqrt{\frac{1}{n}\left(\alpha^2 + \frac{\beta^2}{2}\right)}$$

Influencia de los errores de observación α *y* β *sobre las medidas de un ángulo* ω *y direcciones* d *y* D *obtenidas por el método de medición en series o giros horizontales.*

Cuando el método de medición según la **regla de Bessel** [**ver planillas (1) y (2)**] es aplicado a más de 2, o sea a **n** direcciones **d** (que sin embargo es conveniente que no excedan 6), y cuando este procedimiento de "ida y vuelta" es repetido en diversas posiciones del círculo, tendremos según dejamos expuesto anteriormente, el **método de series o giros horizontales.** Siendo **s** la cantidad de giros que se efectúan, tendremos para el error medio M_{ω_s} que afecta el ángulo ω obtenido por la diferencia de dos direcciones promedios **D** (ver pág. 116), según (30):

(36) $$M_{\omega s} = \frac{m_{\omega 2}}{\sqrt{s}} = \sqrt{\frac{1}{s}\left(\alpha^2 + \frac{\beta^2}{2}\right)}$$

Para el error medio $\mathbf{M_D}$ de una dirección promedio **D**:

(37) $$M_D = \frac{M_{\omega s}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{1}{2s}\left(\alpha^2 + \frac{\beta^2}{2}\right)} + \sqrt{\frac{\alpha^2}{2s} + \frac{\beta^2}{4s}}$$

y para el error medio $\mathbf{M_d}$ de una dirección **d** observada una vez en cada posición del anteojo o determinada con un solo giro o serie completa:

(38) $$M_d = M_D \sqrt{s} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\alpha^2 + \frac{\beta^2}{2}\right)} = \sqrt{\frac{\alpha^2}{2} + \frac{\beta^2}{4}}$$

Ejemplo 3. Con los datos del ejemplo numérico **1** tendremos para el error medio $\mathbf{M_d}$:

(39) $$M_d = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1{,}25 + 50\right)} = \sqrt{20{,}52} = \underline{5{,}1''}.$$

Este error medio $\mathbf{M_d}$ (= 5,1") de una dirección **d** observada una vez en cada posición del anteojo, nos hace recordar el error medio $\mathbf{m_o}$ referido al mismo instrumento [(m_o=6,4"), ver pág. 120]. Pero cabe destacar aquí la diferencia esencial entre ambas magnitudes: Mientras $\mathbf{M_d}$ según (39) significa un valor más bien teórico sólo basado en la influencia de los dos errores de observación α y β establecidos según (26) y (27), el error medio $\mathbf{m_o}$ referido a un mismo instrumento, en cambio, expresa el efecto de todo un complejo conjunto de circunstancias externas y propiedades del teodolito examinado, suponiéndose en su determinación un observador de sólo mediana práctica de campo. Es decir, el **coeficiente de rendimiento de un teodolito** representa un verdadero dato de orientación que nos indica lo que da el instrumento en la gran práctica de campo (y **no** en el gabinete, donde fácilmente pueden ser excluídas todas las condiciones desfavorables para la medición).

Influencia de los errores de observación α *y* β *sobre la medición de un ángulo* ω *por el método de repetición.*

Midiendo un ángulo ω por el **método de repetición** [**n** veces en posición I **y n veces** en posición II, ver ecuaciones (9)], el resultado final estará afectado de **4n** errores de bisección α y sólo 2 errores de lectura β según (28), obteniéndose entonces para el error medio $\mathbf{M}\omega_r$ del promedio de **2n** mediciones del ángulo ω:

$$(40) \qquad D_{\omega r} = \frac{\sqrt{4n\alpha^2 + 2\frac{\beta^2}{2}}}{2n} = \sqrt{\frac{1}{n}\left(\alpha^2 + \frac{\beta^2}{4n}\right)}$$

Comparando la fórmula (40) con las (35) y (36), vemos que el error medio $M\omega_r$ es algo menor que el error medio $m\omega_{2n}$ y también menor que el error medio $\mathbf{M}\omega_s$ de la (36), donde, a objeto de esa comparación, **s** debe ser substituída por **n**. Pero no obstante esta ventaja, el **método de repetición** es de muy escaso empleo hoy, porque ha desaparecido en gran parte la razón que motivó su introducción. En cambio, el **teodolito repetidor,** que fué originariamente creado especialmente para ese método, sigue estando en uso con disminuída preferencia para las operaciones topográficas, por las ventajas que su construcción ofrece para la rápida y cómoda colocación precisa de la **lectura inicial** 0° 0′ 0″ o de un **acimut de arranque** (ver pág. 37).

En la **topografía subterránea** el **método de repetición** se ha mantenido en uso hasta el día de hoy por razones especiales que lo justifican.

§ 17.

Distanciómetros de precisión; su creciente importancia para el catastro urbano y poligonación de minas.

I — PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE LA TAQUIMETRIA COMUN.

1. Consideraciones de carácter general.

La medición indirecta de distancias por medio de anteojos provistos de hilos estadimétricos o delgados prismas (cuñas, ver pág. 31 de volumen 1 del presente tomo II) ofrece en muchos casos grandes ventajas prácticas en las operaciones topográficas y de catastro.

Trataremos en el presente párrafo solamente aquellos aparatos que dan una **percisión superior,** parecida a la que generalmente se obtiene por mediciones lineales directas con cintas de acero. La teoría general de la medición indirecta de las distancias será tratada en el capítulo de "**Taquimetría**" en el Volumen 2 del tomo III.

Principio general de la medición indirecta de distancias. El principio general de la medición indirecta de distancias queda evidenciado por el si-

guiente procedimiento: **A la distancia que se quiere averiguar se ubica una mira que sea perpendicular (exacta o aproximadamente) a la visual de un anteojo, y se relaciona la magnitud de algún segmento de la mira con el ángulo paraláctico bajo el cual aparecen en el anteojo los extremos de dicho segmento.**

Existen entonces las **dos posibilidades** siguientes:

A) Puede utilizarse un **segmento de mira de longitud** fija y medirse el ángulo paraláctico correspondiente (el que **varía** con la distancia); o

B) se puede utilizar para diferentes distancias un **ángulo paraláctico fijo** y averiguar la magnitud del segmento lineal **(variable** con la distancia) interceptado por los lados de dicho ángulo.

Consideremos la primera de estas posibilidades, o sea el **caso A).**

Sea l (fig. 1) un segmento de mira de longitud fija, ϵ el **ángulo paraláctico,** bajo el cual desde un punto **E** se ve el segmento l y **D** la distancia entre **E** y la mira.

Suponemos por ahora que la mira es perpendicular a la bisectriz de ϵ. Entonces para ángulos ϵ pequeños tenemos muy aproximadamente:

$$\epsilon \text{ (radianes)} = \frac{l}{D} \tag{1}$$

y por tanto:

$$l = D.\epsilon \tag{2}$$

y

$$D = \frac{l}{\epsilon} \tag{3}$$

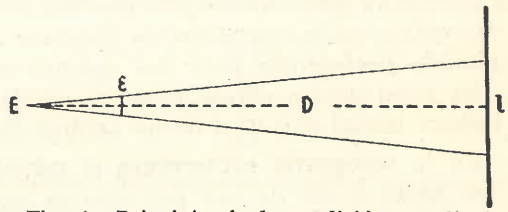


Fig. 1. *Principio de la medición estadimétrica de distancias.*

Diferenciando la (3), obtenemos:

$$dD = -\frac{l}{\epsilon^2}\, d\epsilon \tag{4}$$

o también, en vista de la (1):

$$dD = -\frac{l^2}{l^2}\, d\epsilon = -\frac{D^2}{l}\, d\epsilon \tag{5}$$

$$\frac{}{D\epsilon}$$

Si en esta ecuación reemplazamos las diferencias **dD** y **dε** por los errores medios m_D **y** m_ϵ de las cantidades **D** y ϵ, y si suponemos m_ϵ expresado en segundos de arco, la (5) nos da:

$$m_D = \frac{D^2}{l} m_\epsilon \tag{6}$$

ecuación que nos dice: **Si en la medición de ángulos paralácticos para la determinación de distancias se emplea un segmento de mira de longitud constante, y si esos ángulos paralácticos están todos afectados de un mismo error medio m_ϵ, el error medio m_D de la distancia resultante es proporcional al cuadrado de esta distancia.**

Si en un caso práctico l es igual a 2 metros y $m_\epsilon = \pm 1''$ $\left[= \frac{1}{206\,265} \right]$

la fórmula (6) nos da para los errores medios m_D de la distancia **D** los valores numéricos indicados a continuación:

Distancia entre anteojo y mira . . D	50	100	200	300	400	500	700 metros
Errores medios de la distancia calculada . . . . m_D	0,006	0,024	0,10	0,22	0,39	0,61	1,19 m

Para el **estudio de los errores medios de distancias** (en el supuesto **caso B**), en que se emplea **un ángulo paraláctico fijo,** tendremos en cuenta que las imágenes de las divisiones de una mira son vistas en el anteojo tanto más pequeñas cuanto mayor es la distancia de esa mira. Y como la posición de un hilo estadimétrico respecto a la imagen de una escala de mira (en la **taquimetría común**), o también la posición de un trazo de división de una imagen respecto a un trazo de división de otra imagen desviada (en la **taquimetría de dobles imágenes,** ver pág. 130 y sig.), se pueden observar con tanta mayor precisión cuanto más grandes son esas imágenes, podemos aceptar la suposición plausible de que **el error de lectura de mira y, en consecuencia, el error de la distancia a averiguar, crece proporcionalmente cuando disminuye el tamaño de las imágenes de las divisiones de mira, es decir en el caso B) el error m_D de la distancia D crece proporcionalmente con la distancia de la mira.**

Si ϵ es el ángulo paraláctico fijo, l la lectura de un segmento de mira y ml su error medio, resulta para el **error medio m_D** de la distancia **D:**

$$(7) \qquad m_D = \frac{ml}{\epsilon}$$

Ejemplo numérico 1. Suponemos que en la **taquimetría común,** con un ángulo paraláctico $\epsilon = 1/100$ ($k = 100$), y con una mira centimetrada y milimetrada, que se coloca a 100 metros de distancia del anteojo, se consiga leer un segmento de mira con un error medio de ± 3 mm. Se pregunta: **¿Cuál es el efecto m_D sobre la distancia D?**

La fórmula (7) nos da:

$$m_D = 0{,}30 \text{ metros}$$

Los errores medios m_D a esperar con otras distancias D son indicados en la siguiente planilla:

D	10	20	50	100	200 metros
m_D	0,03	0,06	0,15	0,30	0,60 m

Ejemplo numérico 2. Suponemos que en la **taquimetría de precisión** (con **mira horizontal,** ver pág. 132), con un ángulo paraláctico de $\epsilon = 1/100$ y a una distancia de 100 metros, se consiga leer un segmento de mira l con un error medio de ± 0,3 mm. Se pregunta: **¿Cuál es el efecto m_D sobre la distancia D?** La fórmula (7) nos da entonces:

$$m_D = 3 \text{ cm}$$

Los **errores medios** m_D **a esperar con otras distancias D** son indicados en la siguiente planilla:

D	10	20	40	60	80	100 metros
m_D	0,003	0,006	0,01	0,02	0,02	0,03 m

Trataremos a continuación algunos **conceptos fundamentales** y temas sobre **medición óptica de distancias,** los cuales serán expuestos con más detalles en el capítulo de "**Taquimetría**" del Volumen 2 del Tomo III.

2. Principio de la taquimetría. Teodolito taquímetro.

Por **taquimetría** (del griego **tachys,** ligero, rápido), se entiende la medición indirecta de distancias que se basa, sea en lecturas de mira efectuadas por medio de un anteojo cuyo retículo contiene un par de hilos paralelos **(taquimetría común),** sea en lecturas de mira efectuadas por medio de un anteojo vinculado con un **tornillo tangencial** (ver fig. 7, pág. 152, volumen 1 del tomo III), o, finalmente, en la observación de **coincidencias de imágenes de dos distintas partes de la mira (taquimetría de precisión).**

Por un **teodolito taquímetro** entiéndese un teodolito, el cual, fuera de las partes necesarias para la medición de ángulos horizontales y verticales, tiene todavía dispositivos para la medición taquimétrica de distancias.

3. Diversos aparatos que pueden ser empleados para la medición indirecta de distancias.

Todos los diferentes aparatos destinados a la medición taquimétrica de distancias emplean una regla graduada llamada **estadia** (del italiano **stadia)** o **mira** colocada (vertical u horizontalmente) en el punto cuya distancia se desea conocer, y un anteojo distanciométrico, que puede ser un anteojo de teodolito provisto de **retículo con hilos estadimétricos** o **distanciométricos** (ver fig. 2), un anteojo vinculado con **tornillo tangencial** o un **anteojo distanciómetro a dobles imágenes** que será tratado más adelante en la sección II, como tema principal del presente párrafo.

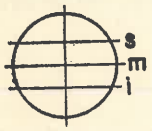


Fig. 2. *Se ilustra el retículo distanciométrico.*

Daremos a continuación una síntesis del anteojo **distanciómetro a retículo filar,** que llamaremos simplemente "**anteojo distanciómetro**".

4. Anteojo distanciómetro. Deducción de las correspondientes fórmulas.

Cuando un anteojo de teodolito o nivel está dotado de un retículo según figura 2, el cual además de la cruz (de hilo vertical e hilo horizontal) posee otros dos hilos fijos horizontales (o verticales), llamados **hilos estadimétricos i y s** (fig. 2) equidistantes con respecto al hilo central **m,** puede servir como distanciómetro.

El segmento de mira interceptado por los hilos estadimétricos sobre una mira vertical (u horizontal) nos da una medida para el cálculo de la

distancia que media entre la mira y el anteojo, lo que pasamos a explicar con ayuda de la fig. 3.

Sea **p** (fig. 3) la distancia que separa los hilos estadimétricos de un anteojo, **e** la distancia entre el centro del anteojo y el objetivo, **f** la distancia focal del objetivo, **D'** la distancia entre el foco anterior del objeto y el punto medio del segmento de mira observado, l la longitud del segmento de una mira vertical visto entre los hilos estadimétricos, l' el segmento visto entre los hilos de una mira supuesta perpendicular a la visual, α el ángulo de inclinación del eje de colimación (o de la visual) y **D** la distancia entre el centro del anteojo y la mira.

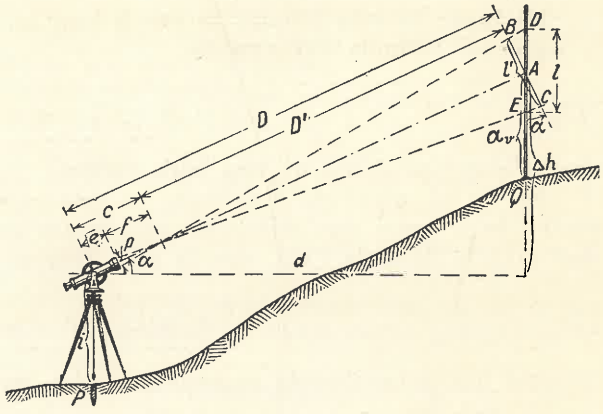


Fig. 3. *Anteojo distanciométrico con retículo filar.* Se ilustra la teoría del mismo.

Tenemos entonces las siguientes relaciones:

$$D' : l' = f : p$$

y por tanto:

$$D' = \frac{f}{p} \cdot l' \tag{8}$$

Por ser los triángulos **ABD** y **ACE** muy aproximadamente rectangulares y

$$\sphericalangle BAD = \sphericalangle CAE = \alpha$$

se puede poner:

$$l' = l \cdot \cos \alpha$$

con lo que se obtiene:

$$D' = \frac{f}{p} \cdot l \cos \alpha \tag{9}$$

El factor f/p es una **constante del instrumento.** Se la llama "**constante multiplicativa**", y se la designa por la letra **k.** Generalmente se colocan los hilos estadimétricos de tal manera que la constante **k** resulte igual a 100 aproximadamente.

Para obtener la distancia **D** entre el centro del anteojo y la mira, es necesario agregar a la cantidad **D'** los segmentos **f** y **e**, cuya suma: $f + e = c$ es la llamada "**constante aditiva**" del instrumento. Se la designa por **c.**

Resulta entonces para la **distancia total inclinada D:**

$$D = c + k \cdot l \cos \alpha \tag{10}$$

Con el objeto de **reducir la distancia D al horizonte** sólo falta multiplicarla por el coseno del ángulo de inclinación α, con lo que resulta para la **distancia horizontal** buscada **d:**

$$d = c \cdot \cos \alpha + k \cdot l \cos^2 \alpha \tag{11}$$

En lugar de esta fórmula se puede usar en la práctica en muchos casos la siguiente **fórmula aproximada:**

$$d = (c + kl)\ \cos^2\alpha \tag{12}$$

correspondiente al uso de **una mira vertical** (método de Reichenbach).

Siendo el segmento **c** pequeño en comparación con la cantidad **k***l*, se puede, para casos que requieren aún menos precisión, despreciar la cantidad **c** en la fórmula (12), con lo cual ésta se reduce a:

$$d = kl.\cos^2\alpha \tag{13}$$

fórmula que generalmente se emplea en los **levantamientos a plancheta.**

5. Mira horizontal. Ventajas e inconvenientes.

Cuando se usa una **mira horizontal** (o mira transversal) colocada perpendicularmente al plano vertical que contiene la visual (fig. 4), el cálculo de la distancia horizontal **d** requiere solamente la multiplicación de $(c + kl)$ por cos α, como veremos a continuación:

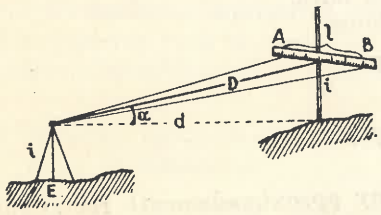


Fig. 4. *Visual inclinada y estadia horizontal.*

La mira está montada sobre un vástago o, lo que es preferible, sobre un trípode. Conviene generalmente fijar la mira a una altura sobre el suelo o sobre una estaca igual a la altura **i** del eje horizontal del teodolito, que se supone estacionado en **E.** Con ayuda de un nivel esférico el mirero coloca la mira en posición horizontal y por medio de una pequeña **dioptra** (ver Tomo I, pág. 55) le da la posición perpendicular a la visual: Debe apuntarse con la dioptra el anteojo de la estación **E.**

El segmento de mira l interceptado por los **hilos estadimétricos verticales** del anteojo, multiplicado por el factor **k,** da la distancia inclinada **D'** (ver fig. 3) entre el foco anterior del objetivo del anteojo y la mira. Se aumenta esta distancia inclinada en el pequeño segmento **c** (entre el foco anterior del objetivo y el centro del instrumento) y se multiplica la suma $D' + c = D$ por el factor cos α, con lo cual se obtiene la **distancia horizontal d** buscada:

$$d = (c + kl)\ \cos\alpha \tag{14}$$

El uso de la **mira horizontal** ofrece la **ventaja** de dar resultados más exactos debido a que la diferencia de las dos lecturas de mira no está afectada del efecto de la refracción terrestre, lo que sí ocurre en caso de usarse una **mira vertical,** porque en este caso las dos visuales a la mira tienen diferentes elevaciones y, por lo tanto, están afectadas de la refracción terrestre en diferentes medidas.

Además debe tenerse en cuenta que en los casos de visuales oblicuas el efecto de una posición algo incorrecta de la mira se hace sentir sobre la dis-

tancia a determinar en una medida más fuerte cuando se emplea una mira vertical que en el caso de usarse una mira horizontal.

En efecto, si una visual tomada con un anteojo es perpendicular a la mira, y si se inclina ésta luego un poquito, la influencia de ese movimiento de la mira sobre el segmento de división leído entre hilos estadimétricos es prácticamente nula; lo que no ocurre en el caso de que la visual (antes de mover la mira) hubiera incidido oblicuamente sobre ésta. El efecto de la no perpendicularidad de una mira (que debería ser vertical) sobre las lecturas, crece con la inclinación de la visual.

Se comprende entonces que en el caso de la mira horizontal, la que se usa siempre en posición perpendicular a la visual, el efecto de un pequeño error de esa posición en prácticamente nulo.

En cambio, la mira horizontal tiene el **inconveniente** de que por razones del trabajo práctico generalmente no se le puede dar una longitud tan grande como a una mira vertical, debido a la circunstancia de que accidentes del terreno como árboles, postes, cercos, casas, etc. forman obstáculos para la ubicación de una mira horizontal con mucha más frecuencia que para el uso de una mira vertical. Por estas razones se dan a la mira horizontal generalmente dimensiones entre 1,5 m y 2 m, mientras que la mira vertical, especialmente la del tipo plegable (ver pág. 156, fig. 4, volumen 1 del tomo III), puede tener, sin inconveniente alguno, longitudes de 3 a 4 m y a veces hasta de 5 m.

Cuando la mira horizontal es usada con trípode, los resultados que ella nos permite conseguir son más exactos que los resultados realizables con la mira vertical si se opera en circunstancias iguales. El **error medio** de 0,2% de las distancias, que a veces se adopta para la taquimetría común, con **mira vertical** (ver pág. 151, volumen I del tomo III) ha podido ser algo reducido con el uso de la **mira horizontal.**

Las **principales causas del error de la distancia taquimétricamente determinada** son dos: la **paralaje filar** y el **error de lectura de mira** propiamente dicho.

6. Influencia de la paralaje filar sobre la medición óptica de distancias.

La paralaje filar (ver Nº 9, págs. 156 y 157 del volumen 1 del tomo II), es decir, la no-coincidencia de los planos de la imagen y de los hilos del retículo, es una muy temible fuente de error en la medición óptica de distancias. Ocasiona esta no-coincidencia de dichos planos muchas veces lecturas poco seguras por falta de nitidez de las imágenes. Dependen las lecturas, además, de la posición exacta que tiene el ojo detrás del ocular, lo que no debería suceder.

Las tendencias de **eliminar el efecto de la paralaje filar** condujo a la construcción de otros tipos de distanciómetros, los que ya no se basan en lecturas de hilos estadimétricos sino en la desviación de imágenes producida por prismas delgados apropiados (prismas cuñas).

Y como en esas construcciones se evita completamente la paralaje filar, se comprende que la taquimetría de precisión con esos nuevos instrumentos, da errores medios de la distancia muy notablemente reducidos. Se ha llegado a determinar así distancias del orden de 100 m con un **error medio** de 2 a 3 cm.

II. Distanciómetros de doble imagen.

A. Preparación del tema; nociones ópticas fundamentales.

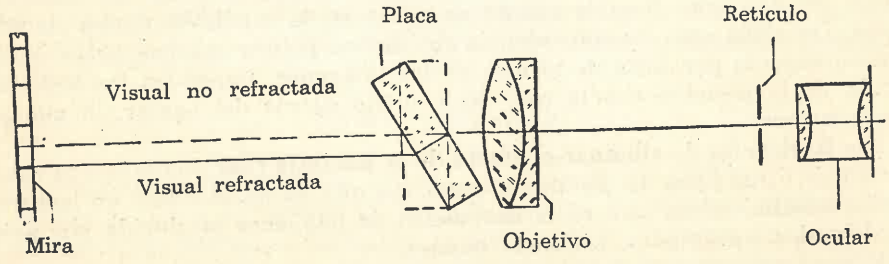
7. Micrómetros. Micrómetro filar; sus inconvenientes. Micrómetro óptico; sus ventajas.

Llámase **micrómetro** a un dispositivo especial apropiado para la medición de ángulos y magnitudes lineales pequeños. En el año 1674 el italiano MONTANARI por primera vez colocó en el plano focal del objetivo de un anteojo una placa de vidrio provista de una escala. Conviene que estas escalas estén relacionadas en forma práctica con la distancia focal del objetivo. Se puede, por ejemplo, dar a cada división de la escala la magnitud de una milésima parte de la distancia focal.

Algunos modelos de **gemelos prismáticos** destinados a usos militares, están provistos de esos micrómetros.

En lugar de emplear una escala sobre vidrio, pueden fijarse sobre el disco del diafragma de campo de un anteojo, hilos finos de seda o tela de araña los que así forman un retículo de hilos paralelos. Este dispositivo se llama **micrómetro filar.**

Los llamados **micrómetros ópticos** permiten ejecutar la medición de pequeños ángulos y distancias lineales con ayuda de dispositivos ópticos especiales, de los cuales los más importantes son: la **placa de vidrio con caras planoparalelas** y la **cuña** de vidrio. La teoría de la placa de vidrio la dimos en págs. 16 y 17 de la **Optica** con un ejemplo de aplicación práctica a un instrumento de nivelación de precisión (ver fig. 5). Indicamos su aplicación práctica también en pág. 23 de la **Optica,** así como en págs. 28 y 30 del presente volumen.



Fib. 5. *Aplicación del micrómetro óptico (placa de vidrio con caras planoparalelas) a un instrumento de nivelación de precisión de* FENNEL.

El segundo dispositivo óptico para la medición de pequeños valores angulares y lineales consiste en una **cuña de vidrio** con ángulo variable, o también en una **combinación de dos cuñas** en posiciones variables.

La **cuña de vidrio con ángulo variable** se halla realizada en la llamada **cuña de Abat** (fig. 6). Consiste esta cuña en una combinación de una lente planocóncava **A adosada** a una lente planoconvexa **B**. Las superficies esféricas de ambas lentes tienen el mismo radio de curvatura. Moviendo la lente **B** de tal modo que ella quede siempre adosada a la **A**, se puede variar el ángulo que forman entre sí las superficies planas de las dos lentes. Como los rayos no sufren desviación alguna al atravesar la superficie esférica común a las dos lentes, el conjunto de éstas equivale en su efecto a un prisma de ángulo variable.

Fig. 6
Cuña de Abat.

Si este prisma o combinación de prismas se antepone al objetivo de un anteojo, de modo que cubra solamente una parte del objetivo, se producirán dos imágenes diferentes de la región del terreno a la cual está dirigido el anteojo, la una (imagen directa) debida a los rayos que inciden sobre la parte del objetivo no cubierta por el prisma, y la otra (imagen desviada) debida a los rayos que atraviesan el prisma antes de incidir sobre el objetivo.

Sea entonces a medir el ángulo α entre dos puntos **P** y **Q** del terreno. Efectuando un movimiento conveniente sobre la lente planoconvexa **B** (fig. 6), se puede conseguir que la imagen desviada de **Q** coincida con la imagen directa de **P**. La magnitud del movimiento de la lente **B** que ha sido necesario para producir esta coincidencia, se lee en un tambor y es una medida para la magnitud del ángulo α buscado entre los puntos **P** y **Q**.

La figura 8 ilustra el empleo de **una doble cuña C detrás del objetivo Ob** de un anteojo. Este dispositivo, inventado en el año 1777 por **Maskelyne** ha recibido el nombre de "**micrómetro de Maskelyne**". Es un modelo de micrómetro de dobles imágenes. En lugar de formar el objetivo una sola imagen **i** de una mira dividida, por ejemplo, forma las dos imágenes i_1 e i_2 que se hallan desviadas entre sí. La magnitud de la desviación se averigua, por ejemplo, con leer la posición del cero de la escala en la imagen i_2 sobre la escala de la imagen i_1. Como esta lectura (que representa la magnitud de la desviación de las dos imágenes) depende de la distancia a que se halla la mira, dicha lectura da una medida para esta distancia.

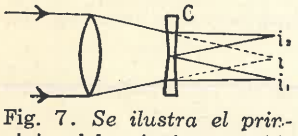


Fig. 7. *Se ilustra el principio del micrómetro (de dobles imágenes) de Maskelyne.*

En el **distanciómetro de Wild** (ver fig. 8), que es un perfeccionamiento del micrómetro de MASKELINE, hállanse colocadas **delante del objetivo** dos cuñas P_1 y P_2, las que producen desviaciones de los rayos en sentido contrario.

Los rayos que pasan por la mitad superior del objetivo son desviados hacia la derecha, y los que pasan por la mitad inferior se desvían hacia la izquierda. Las dos desviaciones tienen por suma un ángulo $\epsilon = 1/100$.

El **principal mejoramiento** realizado en el distanciómetro **Wild** (en comparación con el micrómetro de **Maskelyne**) consiste en el agregado de

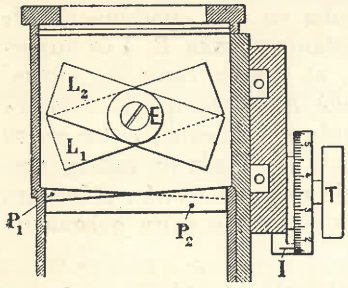


Fig. 8. *Se ilustra la disposición de las cuñas y placas planoparalelas del micrómetro óptico aplicado en el distanciómetro de Wild (Heerbrugg).*

un dispositivo basado en dos placas planoparalelas L_1 y L_2 (fig. 8), que sirven para afinar considerablemente las lecturas de mira. Dichas placas pueden girar simultáneamente en sentido contrario por iguales valores angulares alrededor de un eje común, el cual es perpendicular a la visual y al eje secundario del teodolito; es decir, es vertical cuando el anteojo es horizontal. El movimiento giratorio se efectúa por medio de un tambor graduado **T** (ver fig. 8).

Ese dispositivo tiene por objeto trasladar un poco, en sentido contrario, los haces de rayos superiores e inferiores, para así producir la coincidencia de un trazo de una de las dos imágenes con un trazo de la otra imagen, evitándose de este modo toda estima insegura de posiciones de trazos.

Inconvenientes del micrómetro filar. La medición con un instrumento provisto de micrómetro filar es dificultada cuando el observador se encuentra en un sitio movedizo, por ejemplo, en una embarcación o encima de un mástil que se mueve con el viento, o (aún encontrándose en terreno firme) cuando el observador se ve obligado a medir a mano libre, especialmente sobre objetos en movimiento o, finalmente, cuando las imágenes se mueven debido a las oscilaciones irregulares del aire.

La experiencia ha demostrado que las **desventajas** de las mediciones en esas condiciones desfavorables se reducen considerablemente con el uso de **micrómetros ópticos a dobles imágenes con miras horizontales.** La observación de coincidencia sobre este tipo de mira exige menos estabilidad de la misma que las lecturas entre hilos.

Trataremos en adelante de algunos distanciómetros construidos a base de micrómetros ópticos a dobles imágenes.

8. Archibald Barr, William Stroud y Roberto H. Richard.

El primer paso en el perfeccionamiento óptico de los distanciómetros fue dado por los británicos Archibald **Barr** (en Glasgow) y William **Stroud** (en Leeds). En su patente del año 1890 estos inventores introdujeron en la téc-

nica el empleo de una **cuña de vidrio colocada delante de una mitad del objetivo de un anteojo.**

En el año 1893 el norteamericano **Roberto H. Richard** presentó para patente un dispositivo análogo.

Los dispositvos ideados por **Barr** y **Stroud** y por **Richard** no tuvieron mayor aplicación práctica, probablemente debido a la dificultad que existía en aquella época de obtener cuñas acromáticas de suficiente precisión, cuya fabricación aún hoy día requiere todo el esfuerzo de un taller de óptica.

La figura 9 ilustra el **principio de la medición de distancias por la observación de dobles imágenes** de una mira. En la suposición de un anteojo dirigido horizontalmente, esa figura representa un corte horizontal del mismo. El prisma cuña cubre solamente una parte del objetivo. El eje de colimación del anteojo y el rayo desviado (correspondiente al centro del retículo) conviene que formen entre sí un ángulo $\epsilon = 1/100 = 34' 23$, así que la distancia **e** entre cuña y mira resulta:

$$e = 100 . l$$

donde l es el segmento de mira comprendido entre el eje de colimación y el rayo desviado.

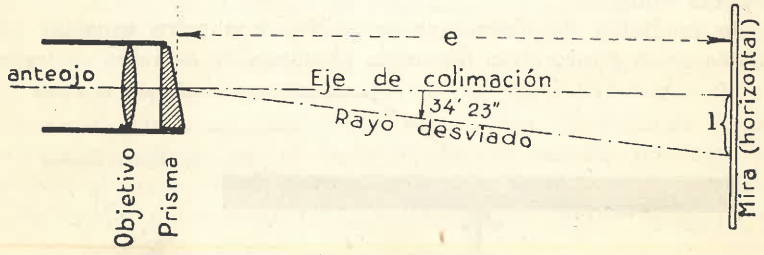


Fig. 9. *Se ilustra el principio de la medición de distancias por la observación de dobles imágenes.*

9. Distanciómetro a dobles imágenes Aregger - Kern.

Los experimentos realizados por el geómetra de catastro suizo Alfredo **Aregger** (en su tierpo geodesta del Instituto Geográfica Militar Argentino) han demostrado que una imagen producida por la mitad de un objetivo no es completamente acromática, es decir, se observa un **espectro secundario** (ver pág. 30 de nuestra **Optica**). Esto se comprueba con el snguiente **experimento:**

Desde el interior de una pieza dirígese el anteojo de un teodolito hacia una varilla horizontal de ventana, que se proyecta sobre un fondo claro. Si se cubre la mitad inferior del objetivo, se verá el límite superior de la imagen de la varilla con borde violeta y el límite inferior con borde anaranjado. Si se cubre la mitad superior, se invierten esos colores. Dejando libre todo el objetivo, la imagen de la varilla aparecerá sin colores.

Este experimento explica cierta **paralaje** que se nota cuando se emplean prismas de forma semicircular: La imagen producida por los rayos anaranjados no se forma en el mismo plano que la imagen producida por los rayos rojos (compárese fig. 7, pág. 110 de nuestra **Optica**). Esta para-

laje no existe cuando un prisma de un tamaño menor que el del objetivo es colocado frente a la parte central de la lente objetiva.

Para dar una forma sencilla al prisma y, sin embargo, obtener dos imágenes (la desviada y la **no** desviada) de calidad óptica aproximadamente igual (en vista de que rayos centrales son mejores que rayos marginals), **Aregger** emplea un **prisma de la forma de una doble cola de pato** (ver figs. 10 y 11).

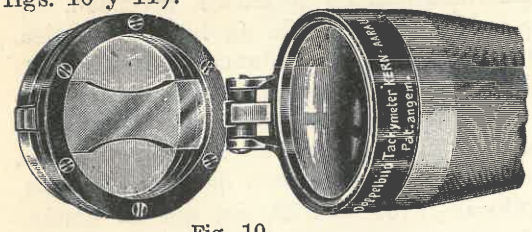


Fig. 10.

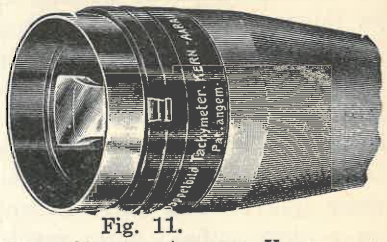


Fig. 11.

Se ilustra la disposición del prisma cuña en el distanciómetro Aregger - Kern.

El prisma está montado dentro de un anillo giratorio alrededor de una charnela de eje vertical. Cuando se quiere usar el teodolito para la medición angular, se abre la charnela (fig. 10). También es posible sacar toda la pieza porta cuña.

Para la medición de distancias se utiliza una **mira especial** (fig. 12), que se coloca en el punto cuya distancia al punto de estación se trata de determinar. Esta mira es horizontal y perpendicular a la visual. Para realizar esta última condición se dispone de un colimador (fig. 12) que se dirige hacia el anteojo del teodolito. Cuando la mira se halla en buena posición, el observador ve por el anteojo una cruz blanca dentro del colimador, pudiendo así controlar la buena posición de la mira.

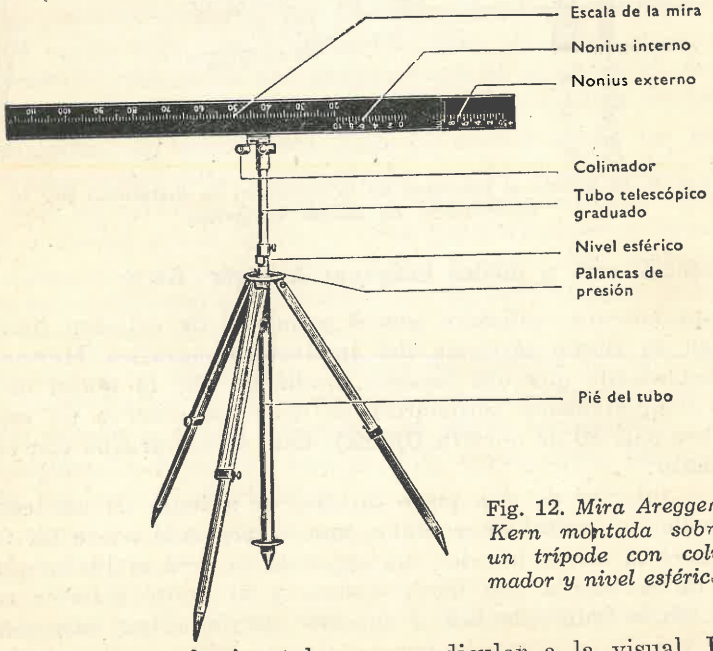


Fig. 12. *Mira Aregger-Kern montada sobre un trípode con colimador y nivel esférico.*

Obsérvase entonces en el campo visual del anteojo una primera imagen de un trozo de mira. Esta imagen es producida por la parte del objetivo no cubierto por el prisma. Debajo de esta primera imagen se ve la

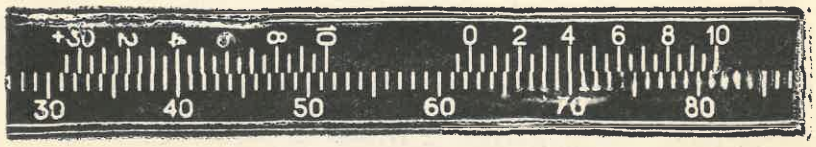


Fig. 13. *Se ilustra la lectura de la distancia en la mira Aregger-Kern (tal como se ve en el anteojo).*
Lectura: 62,35 m. con nonio interior, o 32,35 m. + 30 m. = 62,35 m. con nonio exterior.

imagen de otro trozo de mira, que representa un nonio, de 19/20. Con este nonio se lee la posición de su trazo cero con respecto a la primera imagen no desviada de la mira. Como la unidad de división de la primera corresponde a 1 cm en la mira, se deduce que la lectura den nonio permite apreciar ½ mm de la mira. Así la figura 13 representa la posición del nonio para la lectura: 62,35 cm; y como el ángulo del prisma es $\epsilon = 1/100$, esta lectura indica la distancia de 62,35 m (Un prisma acromático con ángulo de desviación $\delta = 1/100$ fué estudiado en pág. 34 de nuestra **Optica**).

Si la división de la mira está dispuesta como lo muestra la figura 12, el nonio $\mathbf{N}_1$ se utiliza para distancias entre 20 y 80 metros. Para distancias mayores, hasta unos 110 metros, se emplea un segundo nonio $\mathbf{N}_2$, situado más a la derecha que el nonio $\mathbf{N}_1$, de tal manera que una lectura que se hace con el trazo de cero $\mathbf{N}_2$, (en lugar de $\mathbf{N}_1$), debe aumentarse en 30 cm, debiendo, en consecuencia, agregarse 30 metros a la distancia así leída.

En caso de que el ángulo del prisma no tenga exactamente el valor deseado de 1/100, este inconveniente se elimina fácilmente con modificar un poquito la magnitud de la unidad de mira, haciendo divisiones algo mayores que 1 cm cuando el ángulo de desviación del prisma excede de 1/100, y divisiones menores en caso contrario.

Si el cero del nonio $\mathbf{N}_1$ (fig. 12) se encuentra exactamente en el lugar correspondiente al cero ideal (no marcado en el dibujo) de la división principal, las lecturas de la mira darían las distancias desde la mira hasta el prisma cuña (**e** de fig. 11). Pero como es más deseable leer directamente distancias entre mira y el centro del instrumento, los nonios $\mathbf{N}_1$ y$\mathbf{N}_2$ se hallan desplazados un poco hacia la izquierda en la medida necesaria para que en las lecturas sea comprendida la **constante aditiva** (ver pág. 127). Si, por ejemplo, la constante aditiva (distancia entre cuña y centro del instrumento) fuera de 15 cm, el cero de $\mathbf{N}_1$ sería desplazado en 1,5 mm respecto al cero ideal de la división principal, desplazamiento que aumentaría a todas las lecturas en 15 cm.

Cálculo de la cantidad $\Delta\mathbf{D}$ a restar de la distancia inclinada D (que da el distanciómetro **Aregger - Kern) para obtener la distancia horizontal d.** De acuerdo a lo expuesto en págs. 126 a 128, tenemos para la cantidad $\Delta\mathbf{D}$ a restar de la distancia inclinada **D** la fórmula:

(15) $$\Delta D = D - D.\cos\alpha = D(1 - \cos\alpha)$$

donde α es el ángulo de inclinación de la visual hacia la mira; ΔD resulta ser la diferencia entre las distancias inclinada y la horizontal.

Siendo según un teorema conocido de la Trigonometría plana:

$$1 - \cos\alpha = 2\,\mathrm{sen}^2\frac{\alpha}{2}$$

la (15) nos da:

(16) $$\Delta D = 2\,D.\mathrm{sen}^2\frac{\alpha}{2}$$

Esta cantidad puede ser calculada por alguno de los procedimientos ordinarios (logaritmos, máquina, etc.); también existen tablas con doble entrada que dan la diferencia ΔD directamente.

Si se usa la regla de cálculo sistema **Rietz** (ver nuestro folleto, última ed.) con la posición de la regleta que presenta la escala de los senos frente a las escalas de los cuadrados, se coloca el trazo índice izquierdo de la regleta en el número **2D** de la (primera) escala de cuadrados (escalas **A**). Luego se pone el trazo del cursor sobre el ángulo $\alpha/2$ y se lee debajo de este trazo en una de las escalas de los cuadrados la cantidad $2D\,\mathrm{sen}^2\alpha\,2$ buscada. Al sacar ésta es necesario prestar la debida atención a la correcta colocación de la coma decimal.

Ejemplo numérico. Sean dados en la (16): $D = 63{,}20$ m.; $\alpha = 6°\,24'$.

Siendo $2D = 126{,}4$ colóquese el trazo índice de la escala de los senos en **1264** de la (primera) escala **A** de los cuadrados. Llévese el trazo del cursor sobre el ángulo 3° 12'. Se obtiene entonces debajo de este trazo en la (segunda) escala **A** de los cuadrados la lectura **393**, lo que nos da la diferencia buscada $\Delta D = 0{,}39$ m. Luego, distancia horizontal $63{,}20 - 0{,}39 = 62{,}81$ m.

[Al colocar el trazo índice de la escala de los senos en el número 1,264 de la (primera) escala **A** de los cuadrados, el segmento de la regla entre el trazo izquierdo de la escala **D** de los números y el trazo índice de la escala de los senos representa el logaritmo de $\sqrt{1{,}264}$. Agregando a este segmento el segmento comprendido entre el trazo índice de los senos y el trazo del ángulo 3° 12', segmento que representa el logaritmo de 100 sen 3° 12', tendremos entre el trazo índice izquierdo de la escala **D** de los números y el trazo 3° 12' un segmento total que representa el logaritmo del producto:

$$\sqrt{1{,}264}.100\,\mathrm{sen}\;3°\,12'$$

Luego de colocar el trazo del cursor en 3° 12' leeríamos con este trazo en la escala **D** de los números el producto:

$$\sqrt{1.264}\cdot 100\,\mathrm{sen}\;3°\,12'$$

pero leyendo este trazo en la (segunda) escala **A** de los cuadrados, obtendremos con la lectura 39,3 la cantidad:

$$1{,}264.100^2.\mathrm{sen}^2\;3°\;12' = 100.126{,}4\;\mathrm{sen}^2\;3°\;12'$$

o sea el céntuplo del producto buscado, siendo éste, por consiguiente:

$$\frac{1}{100}\text{ de }39{,}3\text{ [o sea }0{,}393.]$$

Debido a la sencillez de su construcción, la gran facilidad de su uso y la buena perspectiva de su aplicación en los trabajos de levantamiento de minas, el distanciómetro Aregger es ahora construído también por varias otras casas.

10. Parejas de cuñas girables según Boscovich.

En la cuña de **Abat** (fig. 6 pág. 131) se halla realizada una cuña de ángulo variable.

Otra idea importante para obtener una cuña variable la realizó el padre jesuíta **Ruggero Giuseppe Boscovich** (1711 - 1787): Colocó dos cuñas K_1 y K_2 (fig. 14)) delante del objetivo de un anteojo, la una detrás de la otra. Por un dispositivo de rueda dentada **R** es posible girar las cuñas simultáneamente en sentido contrario alrededor del eje longitudinal del anteojo o a veces alrededor de una paralela al mismo. El conjunto de prismas así dispuestos lo llamamos **pareja de cuñas girables** o también **pareja compensadora de cuñas.** Esta pareja de cuñas se halla aplicada en el distanciómetro **Bosshardt-Zeiss,** que explicaremos en el próximo número.

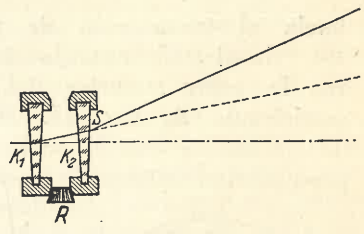


Fig. 14. *Representa una sección horizontal por una pareja de cuñas según Boscovich.*
Se supone que las dos cuñas se hallan en una posición inicial, en la cual se suman sus efectos. La rueda dentada R puede producir movimientos giratorios de las cuñas en sentidos contrarios.

Nuevas etapas evolutivas.

11. Distanciómetro autoreductor Bosshardt-Zeiss, incluyendo las características del modelo actual.

El distanciómetro **Aregger-Kern,** descrito en el número 9, no da sino indirectamente las distancias horizontales entre instrumento y mira, ya que dá solamente las distancias inclinadas, con las cuales deben calcularse las distancias horizontales, teniendo para ello en cuenta los ángulos verticales que también se han leído.

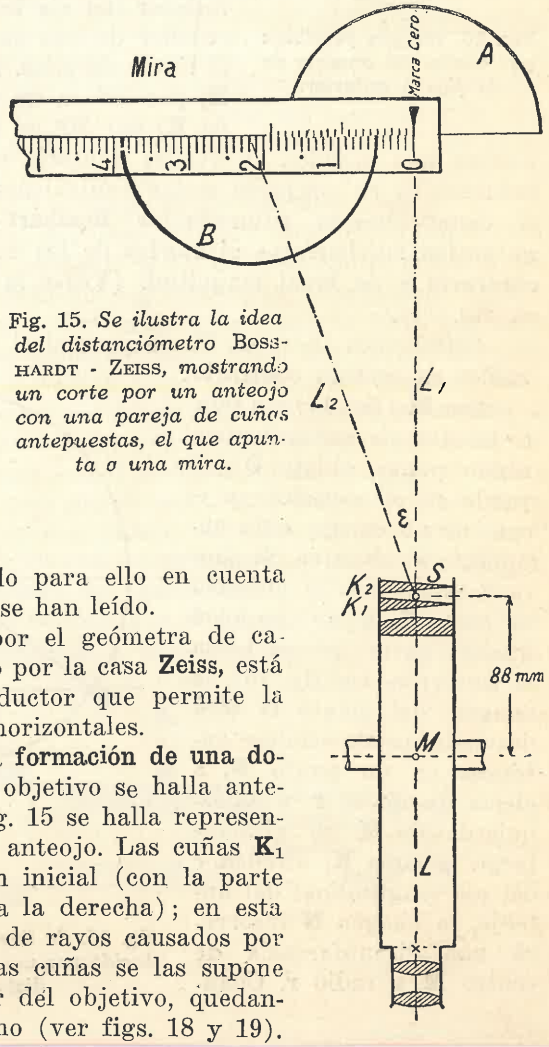


Fig. 15. *Se ilustra la idea del distanciómetro* Bosshardt - Zeiss, *mostrando un corte por un anteojo con una pareja de cuñas antepuestas, el que apunta a una mira.*

El distanciómetro inventado por el geómetra de catastro suizo **Bosshardt** y construído por la casa **Zeiss,** está provisto de un dispositivo autoreductor que permite la lectura directa de las distancias horizontales.

Las figuras 15 y 16 ilustran la **formación de una doble imagen** en un anteojo, a cuyo objetivo se halla antepuesto una pareja de cuñas. En fig. 15 se halla representada una sección horizontal por el anteojo. Las cuñas K_1 y K_2 las suponemos en su posición inicial (con la parte gruesa a la izquierda y la arista a la derecha); en esta posición se suman las desviaciones de rayos causados por las dos cuñas (véase fig. 14). Estas cuñas se las supone situadas frente a la mitad inferior del objetivo, quedando libre la parte superior del mismo (ver figs. 18 y 19).

Si dirigimos el eje de colimación de este anteojo

hacia el trazo cero de una mira horizontal, se forman en el plano visual del anteojo imágenes de dos distintas partes de la mira: la parte superior del objetivo da la imagen de lo encerrado en el semicírculo **A**, fig. 15, (marca cero con un nonio 19/20 agregado), mientras que la parte inferior del objetivo (con la cuña antepuesta) produce una imagen de lo encerrado por el semicírculo **B**. Si el ángulo de la desviación total producida por las dos cuñas o sea el ángulo entre los rayos principales L_1 y L_2 es $\epsilon = 1/100$, la marca cero de la primera imagen **A** coincidirá con una división de la segunda imagen **B** tal que el segmento entre el cero y esa división es la centésima parte de la distancia entre instrumento y mira. El aspecto de las dos imágenes que se presenta al observador, es el representado en fig. 16.

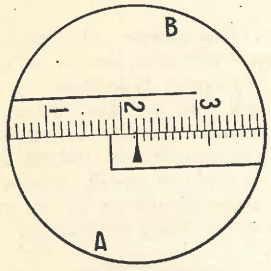


Fig. 16. *Imagen percibida por medio del anteojo de la figura anterior.*

Si las cuñas K_1 y K_2 (fig. 15) son girables alrededor del eje longitudinal **MS** del anteojo (o alrededor de una paralela al mismo), se puede variar el efecto de ellas. Si, por ejemplo, se girara la cuña K_1 por 90° en un sentido alrededor de **MS** y la cuña K_2 por 90° en el sentido contrario, las cuñas tomarían una posición en que se anularía todo efecto de desviación, porque entonces en su conjunto serían equivalentes a una placa planoparalela. En el distanciómetro autoreductor **Bosshart - Zeiss** existe un mecanismo que garantiza movimientos giratorios de las cuñas, que son siempre de sentido contrario y de igual magnitud. (Véase la función de la rueda dentada **R** en fig. 14).

Estudiemos ahora en forma general el **efecto de una pareja de cuñas girables en sentido contrario.**

Sea **M** (fig. 17) un punto imagen correspondiente a algún punto objeto **O** (situado en el espacio) en el caso de no existir cuña antepuesta al objetivo. Si ahora anteponemos al objetivo la cuña K_1 en su posición inicial (parte gruesa hacia la izquierda, ver fig. 15), la imagen del punto **O** será desviada, produciéndose entonces en un punto **N**, a cierta distancia **r** a la izquierda de **M**. Si giramos luego la cuña K_1 alrededor del eje longitudinal del anteojo, la imagen **N** recorrerá una circunferencia de centro **M** y radio **r**. Cuan-

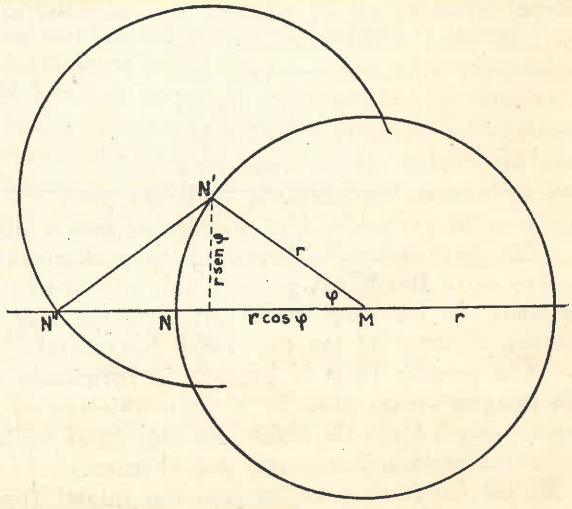


Fig. 17. *Se ilustra el desplazamiento de imágenes producido por una pareja de cuñas como las usadas en el distanciómetro* Bosshardt - Zeiss.

do la cuña K_1 desde su posición inicial ha girado por un ángulo φ en el sentido de la marcha de las agujas del reloj, el punto imagen **N** se habrá desplazado hasta un punto **N'**, que se encuentra a la izquierda de **M** en la cantidad $r.\cos\varphi$ y por encima de la horizontal **MN** en la cantidad $r.\operatorname{sen}\varphi$.

Si ahora todavía anteponemos al objetivo la cuña K_2, en la posición a la cual se llega si se gira esta cuña, a partir de su posición inicial, por el mismo ángulo φ en sentido contrario a las agujas del reloj, la imagen del punto objeto considerado será nuevamente desviada desde el punto **N'** hasta un punto **N''**, el que se encuentra a la izquierda de **N'** en la cantidad $r.\cos\varphi$, y por debajo de **N'** en la cantidad $r.\operatorname{sen}$.. Luego, el efecto de las dos cuñas giradas es un desplazamiento puramente lateral de la imagen **M** hasta el punto **N''**, el que se encuentra a la izquierda de **M** en la cantidad $2r\cos\varphi$.

(El desplazamiento de la imagen hacia arriba producido por la cuña K_1 es anulado por un desplazamiento de igual magnitud hacia abajo producido por K_2, razón por la cual la pareja de cuñas así dispuesta se llama a veces "**pareja compensadora de cuñas**").

Si apuntamos a una mira horizontal con anteojo al cual se hallan antepuestas las dos cuñas en su posición inicial, la marca cero en el semicírculo **A** (fig. 16) coincidirá con una división l de la imagen de la mira en el semicírculo **B**, es decir, la desviación de una de las imágenes respecto a la otra tiene por medida el segmento l de la mira. Si luego giramos las dos cuñas por φ (la una en un sentido y la otra en sentido contrario), el segmento de mira l leído se reduce en razón de **1** a $\cos\varphi$. Es así tan sólo $l.\cos\varphi$.

Suponemos ahora que la visual del instrumento a la mira horizontal tenga la inclinación φ (elevación o depresión). Si observamos con la posición inicial de las cuñas (en que producirán efectos máximos), el segmento leído l, multiplicado por la constante multiplicativa **k** (generalmente 100) nos daría la **distancia inclinada D** entre instrumento y mira. Pero si giramos las cuñas $\pm\varphi$ (en el modo indicado), el segmento leído se reducirá a $l.\cos\varphi$, justamente el segmento que, multiplicado por **k** nos da la **distancia horizontal d**.

En el distanciómetro **Bosshardt - Zeiss** se halla vinculado mecánicamente el movimiento giratorio de las cuñas con el movimiento del anteojo alrededor del eje secundario de tal modo que, cuando se apunta con una elevación o depresión φ, las cuñas antepuestas han girado también por el ángulo φ, de manera que la lectura de mira da siempre **directamente** la distancia horizontal, **sin necesidad de ningún cálculo de reducción.**

La figura 18 muestra un corte vertical por el eje longitudinal del anteojo del distanciómetro ideado por **Bosshardt** y ejecutado por 1ª vez en 1927 (*) por la casa **Zeiss**, Jena.

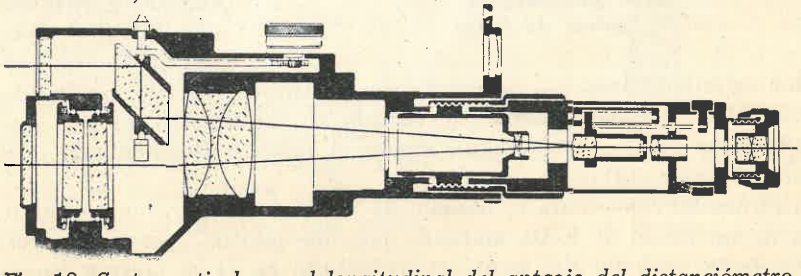


Fig. 18. *Corte vertical por el longitudinal del anteojo del distanciómetro* Bosshardt - Zeiss *(último modelo).*

(*) *Bosshardt*, R.: *"Das neue Reduktionstachymeter"*, Schweizerische Zeitschritt für Vermessungswesen und Kulturtechnik, 1927.

Los rayos que producen la **imagen desviada** por las cuñas K_1 y K_2, colocadas antes del objetivo **O**, entran por la parte inferior.

Los rayos que producen la **imagen no desviada** y que entran por la parte superior del objetivo, antes de llegar a éste, pasarán por una placa planoparalela que sirve para producir coincidencias exactas entre trazos de las dos imágenes, permitiendo así afinar en grado máximo las lecturas. En el plano de imágenes existe un fino **trazo vertical** para la medición de **ángulos horizontales.** En la medición de éstos se utiliza siempre la imagen superior o sea la ofrecida por la mitad libre del objetivo.

Las dos imágenes de la mira aparecen completamente **separadas** por medio de una fina línea horizontal apenas visible para evitar el inconveniente de la superposición.

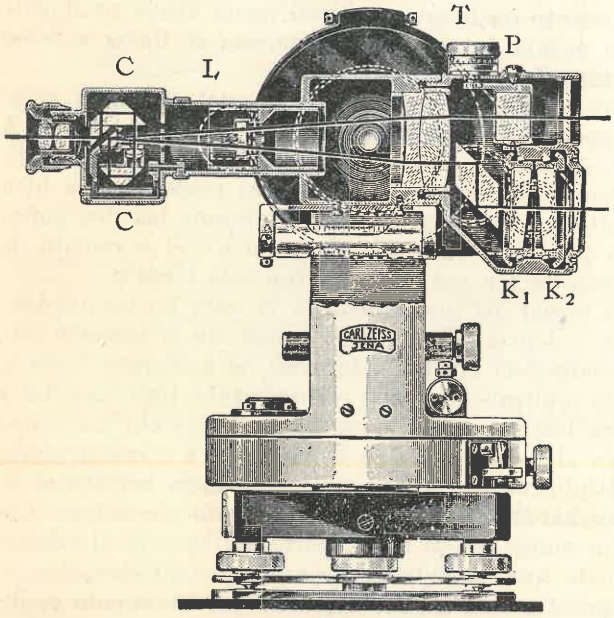


Fig. 19. *Se ilustra el camino de rayos en el distanciómetro autoreductor* Bosshardt - Zeiss *(modelo antiguo).*

CC, sistema de enderezamiento de la doble imagen,
L, lente de enfoque interior,
T, tambor de cm,
P, placa planoparalela,
K_1 K_2, pareja de cuñas.

Anillo conmutador.

Aunque esta separación de imágenes no puede producir dificultad alguna en la medición de distancias y ángulos, existe todavía en el anteojo un dispositivo que permite obtener, en lugar de las dos mitades de imágenes, una **imagen completa,** la que es invertida. La doble imagen, en cambio, es derecha. El **enderezamiento de la doble imagen** (ver figs. 23 y 24) es realizado por medio de un sistema de prismas ubicado en la parte **C C** del anteojo (ver fig. 19).

Se obtiene la imagen completa con girar un **anillo conmutador** (colocado cerca del ocular), aproximadamente en 90°. Aparecerá entonces, además del hilo vertical, un hilo horizontal central, y dos hilos estadimétricos con la constante multiplicativa 100, quedando así el distanciómetro **Bosshardt-Zeiss** convertido en **taquímetro,** el que puede ser empleado para taquimetría común según el método **Reichenbach** con mira vertical (ver pág. 131).

La figura 20 representa la imagen de un trozo de mira en contacto con la imagen de un nonio de 9/10, marcado por dos puntos negros. La lectura resultante de la posición del nonio representado es 71,50 metros, en vista de que el qunto trozo del nonio (no contando el trazo índice) se halla en coincidencia con un trazo de la escala principal de la mira. Generalmente ningún

trazo del nonio coincide exactamente con un trazo de la división principal. En este caso se produce la coincidencia con girar la placa planoparalela **P** (fig. 21), desplazándose así una de las dos imágenes por varios décimos de milímetro (tomados en la mira). El efecto de este desplazamiento sobre la distancia es leído en el tambor **T** del tornillo que mueve la placa **P**.

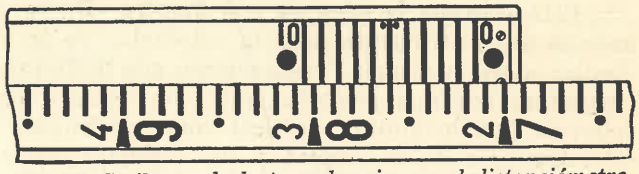


Fig. 20. *Se ilustra la lectura de mira en el distanciómetro* BOSSHARDT - ZEISS.
Lectura: 71,50, *con el "nonio negro" (números grandes).*

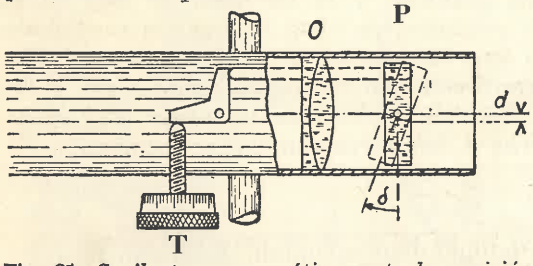


Fig. 21. *Se ilustra esquemáticamente la posición del tambor T por medio del cual se mueve la placa P en la cantidad δ produciendo el desplazamiento d.*

Cada división del tambor corresponde a 0,1 mm de la mira, por consiguiente a 1 cm de la distancia horizontal a medir. Si, por ejemplo, suponemos en fig. 20, con posición 0 del tambor, que la quinta raya del nonio estuviera 0,3 mm (medidos sobre la mira) fuera de la coincidencia, hacia la izquierda, se produciría la coincidencia con mover el tambor hasta el trazo 3, obteniéndose así la lectura 71,53 metros, de los cuales 71,5 m se leerían en el campo visual del anteojo y los 3 cm en el tambor **T**.

Mira. La mira tiene dos nonios, un "nonio rojo" y el "nonio negro", cuyos trazos índices distan entre sí en 50 cm, empleándose el nonio rojo, más central, para las distancias pequeñas (hasta 80 m) y el nonio negro, más excéntrico, para las distancias mayores. De acuerdo a esta disposición de los nonios la mira lleva pintadas dos numeraciones, la colorada para las distancias pequeñas y la negra para las distancias grandes. Ambos nonios dan con la respectiva escala el mismo resultado.

El vástago portamira vertical lleva también una escala ((generalmente centimetrada), la que sirve tanto para la medición indirecta de las distancias según el **método Reichenbach** como para poder apuntar con el anteojo a una altura igual a la del eje secundario del instrumento en la medición de **ángulos verticales** (ver pág. 51, Vol. 2 del Tomo III).

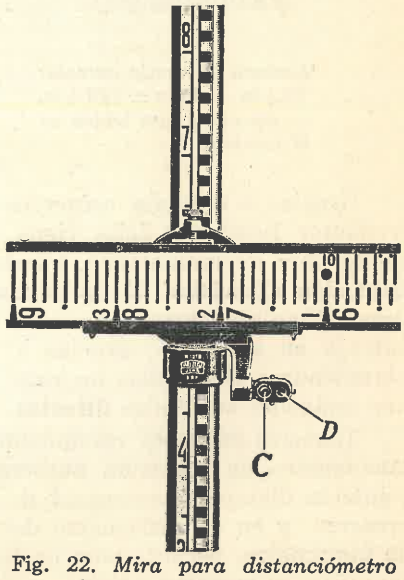
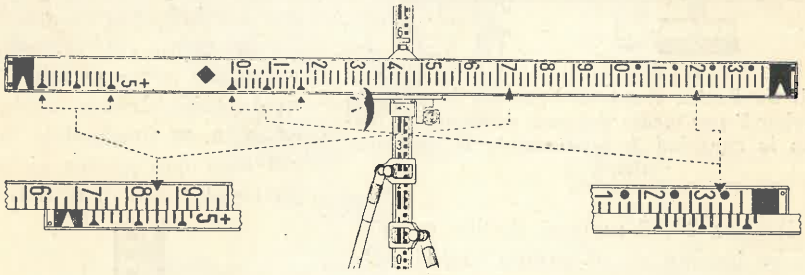


Fig. 22. *Mira para distanciómetro* BOSSHARDT - ZEISS.
C, colimador.
D, dioptra.

Está provista la mira de una **dioptra** (**D**, fig. 22) que se dirige hacia el anteojo del instrumento para la colocación de la misma en posición perpendicular sobre la visual. Forma cuerpo con la dioptra un pequeño **colimador C** compuesto por una pequeña lente convergente, en cuyo foco se encuentra colocada una hendidura vertical como diafragma y un **reflector** detrás de éste. Los ejes de la dioptra y del reflector son exactamente paralelos. La lente proyecta la imagen de la hendidura en dirección del instrumento, y esta hendidura aparecerá luminosa cuando la dirección es correcta. De esta manera el operador puede comprobar desde el instrumento, en todo momento, la buena posición de la mira.

Actualmente la casa **Zeiss** suministra miras horizontales divididas de 2 en 2 cm (ver fig. 23). Estas tienen la **ventaja** de dar imágenes más claras cuando se las usa para distancias grandes; y es de observar que no se sacrifica con esta mira nada de la precisión, en vista de que los centésimos de la unidad de la mira se miden exactamente en el tambor micormétrico. En la figura 23 se ilustra la lectura directa con el uso del nonio negro y del nonio rojo, respectivamente. Ella muestra también de un modo muy claro, la formación de las dobles imágenes y las correspondientes lecturas.



Lectura en nonio exterior 73,4 m + 50 m = 123,4 m. + los cm y mm leídos en el tambor.

Fig. 23.

Lectura en nonio interior 123,4 m. + los cm y mm leídos en el tambor.

Gracias a notables esfuerzos de sus técnicos, el último modelo de autorreductor Bosshardt-Zeiss viene provisto con un sistema objetivo prácticamente libre de cromatismo, puesto que según sus constructores presenta una reducción cromática de aproximadamente 50 % con respecto al modelo antiguo. Simultáneamente con esto se ha logrado aumentar la luminosidad del anteojo en un 40 %, gracias a la aplicación de una película antirreflejo, obteniéndose con ambas mejoras, imágenes de mira de muy nítido contraste. Las imágenes son todas **directas.**

Tenemos entonces resumiendo: en cumplimiento de su misión como **distanciómetro de precisión autorreductor,** el Bosshardt-Zeiss nos da directamente la distancia horizontal **d**, reducida, la que se lee en la mira (lectura grosera), y en el micrómetro del instrumento (lectura fina). **En su calidad de taquímetro,** permite leer, en la parte designada por "Hz", el ángulo horizontal, y en la parte "V", el correspondiente ángulo vertical de cada objeto medido. En ese mismo campo visual, abajo, se puede también leer **la tangente de cada ángulo vertical,** la que, multiplicado por la distancia horizontal **d,** nos dará cómodamente el desnivel de cada punto.

El distanciómetro Bosshardt-Zeiss es un instrumento ideal para levantamientos de catastros de ciudades por medio del método de coordenadas polares, el que consiste en averiguar rumbos y distancias desde las estaciones de todolito hasta los puntos a levantar (ver figs. 15 y 16, págs. 95 y 96 del tomo I).

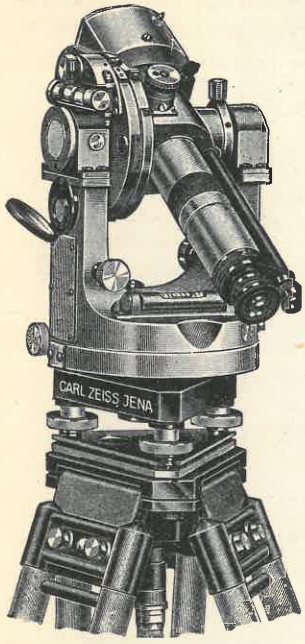


Fig. 24. *Distanciómetro autorreductor Bosshart - Zeiss,*

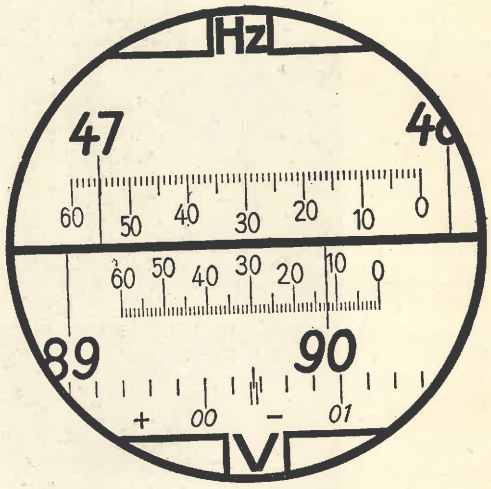


Fig. 25. *Campo visual del ocular de lectura con división sexagesimal* (aprox. 4/5 del tamaño aparente).
Limbo hor.: 47º 55,2'
" vert.: 90º 12,3'
Tangente: — 0,0035

Principales características:

Diámetro del objetivo	42	mm.
" de la pupila de salida	1,75	"
Aumento del anteojo	24	
Luminosidad	3,06	
Precisión de las lecturas por estima en los 2 limbos	6"	
Peso	6,5 kg.	

12. *Distanciómetro autorreductor Wild RDH (Heerbrugg).*

Basado sobre la invención de Bosshardt, evolución a su vez de las cuñas de Boscovich, y aplicada por primera vez en el distanciómetro Bosshardt - Zeiss descrito en el número anterior, la característica más específica del Wild RDH (fig. 26) reside en el modo de obtener los desniveles Δ, con el total aprovechamiento de las posibilidades que brinda el invento de Boscovich.

En este instrumento se aprovecha para ello la misma pareja de cuñas compensadoras, a la cual, mediante un tornillo conmutador, se la hace pasar de la posición distanciométrica (variación de la desviación proporcional al cos. del ángulo de inclinación), a la posición altimétrica (prismas en sentidos opuestos cuando el anteojo está horizontal) en la cual la variación de la desviación es proporcional al sen. del ángulo de inclinación del anteojo, de modo que la lectura de mira proporciona entonces el desnivel entre su punto de apoyo y el del instrumento lector.

Wild R.D.H.

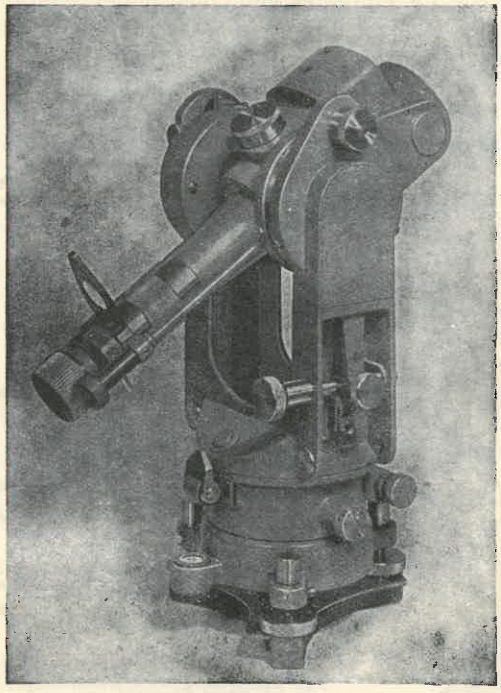


Fig. 26

Si bien este método puede parecer a primera vista sumamente conveniente (se evita todo cálculo), su aplicación introduce en cambio una cierta complejidad, tanto en lo referente a la óptica y mecánica del instrumento, *como en su manejo*, complicaciones que surgen de la necesidad de evitar ciertos errores, como por ejemplo el que pasamos a describir:

Se deduce de simples consideraciones trigonométricas que el error distanciométrico del dispositivo autorreductor de dobles imágenes es proporcional a la inclinación del anteojo, y que un pequeño error $d\alpha$ tiene relativamente poca importancia sobre todo en visuales horizontales. Por el contrario, en las lecturas altimétricas con el mismo método, el error de altura Δh es proporcional a la distancia horizontal d. Un error $d\alpha = 1'$ se traducirá a 100 m. de distancia en un error altimétrico: $\Delta h = 100.000 \text{ mm.} \frac{1'}{3438'} = 29$ mm., el cual se considera ya fuerte error.

Para compensar éste y otros posibles errores que no describiremos aquí, se requieren como dijimos una serie de especiales condiciones constructivas, y por consiguiente técnico-operativas algo más complicadas que en otros modelos.

En cuanto a la mira y su lectura ofrecen poca diferencia con la de Zeiss. La lectura del limbo se realiza con escala micrométrica, y cuando se desea estimar el 0g,1 (o sea 6″), es necesario leer en ambas posiciones del anteojo para eliminar errores de excentricidad, etc.

Para terminar, mencionaremos un detalle muy ingenioso de su sistema óptico: se trata de un vidrio de protección antepuesto a las cuñas compensadoras del objetivo, vidrio que en vez de ser plano es ligeramente prismático, y que girado alrededor del eje de colimación del anteojo elimina errores personales, y eventuales inesactitudes del micrómetro.

13. *Distanciómetro autorreductor Kern DK - RT (Aarau).*

Dado que reúne todas las admirables características que hacen sobresalir a los teodolitos Kern, consideramos al autorreductor DK - RT (fig. 27) como el más adelantado exponente de la evolución del principio de Boscovich.

Su exiguo peso (apenas 4,6 kg.), su robustez y la alta precisión con que se obtienen las lecturas, lo convierten en el ideal taquímetro de precisión, especialmente indicado para trabajos catastrales en base al método de coordenadas polares.

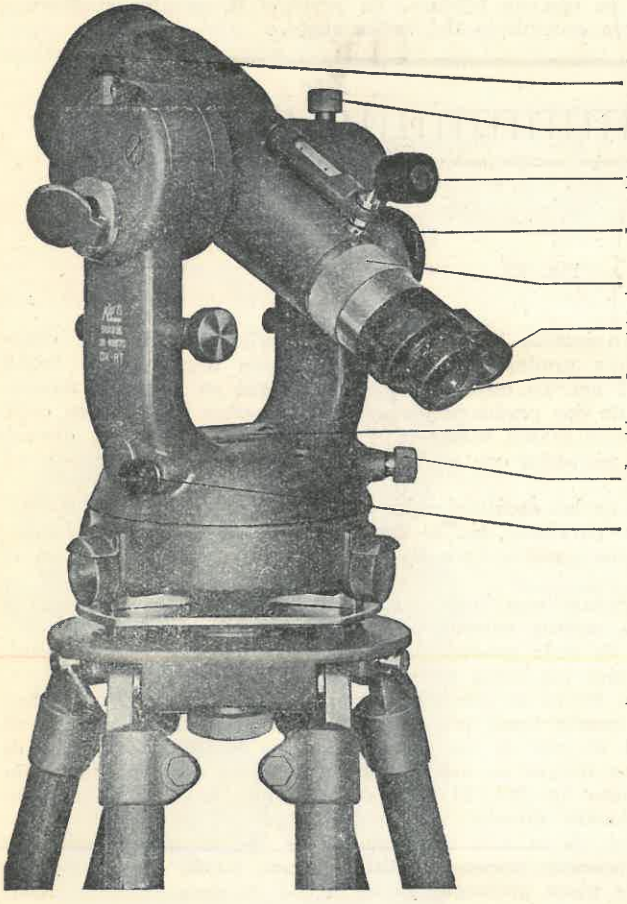


Fig. 27.
Autorreductor Kern DK - RT (1/3 del tamaño natural).

Hemos ya mencionado que reúne en general todas las novedades constructivas de los modelos de Kern, y pasamos ahora a enumerar los detalles que más lo diferencian de los autorreductores ya tratados.

El anteojo puede ser utilizado en la medición con imágenes completas y mira vertical, a constante estadimétrica 1:100, con sólo girar un anillo solidario con la lupa de lecturas del tambor del micrómetro. Cuando la lupa está dirigida hacia el tambor, como se ve en la figura, el anteojo trabaja con dobles imágenes.

La casa Kern ha renunciado intencionalmente a proveer a su autorreductor del mecanismo adecuado para obtener la lectura directa de los desniveles, pues defiende el criterio de que las cuñas reductoras no permiten alcanzar la precisión necesaria, la que en cambio sí proporciona la tangente del ángulo de altura. A elección se ofrece la alternativa de proveer una graduación de tangentes (hasta ± 150%) que aparece en el microscopio de lecturas en lugar del círculo vertical. En este caso, el micrómetro óptico de lectura angular sólo puede ser usado para el círculo horizontal.

La graduación de tangentes, que no tiene micrómetro, permite lecturas al $\frac{1\%}{100}$.

Conviene destacar que hasta ahora éste es el único autorreductor de dobles imágenes, en que tanto las lecturas angulares como las tangentes vienen dadas por el método de doble círculo, y por ende son el promedio de dos regiones opuestas del limbo, libre de errores de excentricidad, etc. El microscopio de lecturas, como puede verse en fig. 27, no acompaña al anteojo en sus movimientos de altura. De este modo, las lecturas se hacen siempre en cómoda postura. En posición II, se gira el microscopio en 180° alrededor del eje secundario del instrumento.

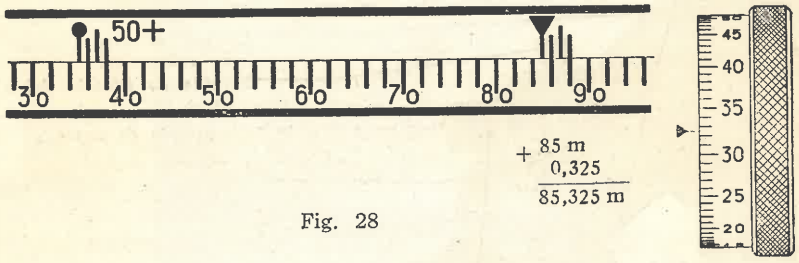


Fig. 28

Un último detalle de gran interés es la nueva mira horizontal (fig. 28) construida en aleación liviana, cuya graduación principal a trazos negros sobre fondo blanco viene a intervalos de 2 cm. Lo novedoso consiste en que en lugar de nonios, la nueva mira viene provista de dos graduaciones-índice compuestas de 4 trazos cada una, a intervalos de 1 cm. entre trazos sucesivos, y cuyos respectivos ceros, distantes entre sí de 50 cm., están marcados con un triangulito para el interior, y con un círculo para la exterior.

La razón de la supresión de los acostumbrados nonios, reside en que el DK--RT, está provisto de placas plano-paralelas. Así se simplifica y agiliza considerablemente la lectura, y se evitan errores groseros (por Ej. los peligrosos errores de dm en el nonio).

Los orígenes de éstas graduaciones-índice, son los respectivos trazos ceros, y sirven para la lectura de los metros enteros en la mira.

Los tres trazos restantes de cada graduación-índice, son solamente trazos auxiliares, con cuya ayuda en todos los casos se logran coincidencias.

Por medio del micrómetro óptico se pueden hacer coincidir sea el cero y el tercer trazo, sea el segundo y cuarto trazo con la graduación principal, leyéndose en el primer caso una cantidad directa, o, en el segundo una cantidad indirecta de metros. En todos los casos los metros se deben leer en el trazo cero, sin importar dónde esté la coincidencia (véase fig. 28). El resto de la lectura se hace en el tambor del micrómetro, al centímetro directo.

El alcance de mira normal, de m 1,70 de largo, es de 166 m, con la precisión de un diezmilésimo de la distancia horizontal. Este alcance puede ser aumentado hasta 236 m por medio de la pieza prolongadora de m 0,7 de largo, que se puede añadir a la mira. Esta pieza prolongadora puede también ser usada aisladamente, pudiéndose así medir distancias entre 2 y 66 m.

En todos los casos la menor distancia medible es de 2 m.

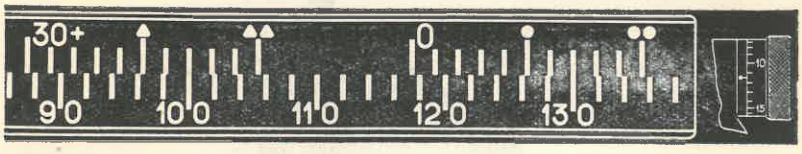
Y seguramente el señor Aregger recibirá una muy agradable impresión al mirar en nuestra figura de la cubretapa (atrás), a su propio hijo Alejandro, agrimensor suizo también, trabajando con un distanciómetro de precisión DK-RT, cuya idea embrionaria se halla representada por la cuña reductora, concebida por él hace casi 30 años.

14. *Accesorios instrumentales para la medición de distancias por el método de dobles imágenes.*

Además del distanciómetro no reductor descrito en el Nº 9, es posible concebir —y las fábricas de teodolitos los construyen para sus respectivos modelos—, dos

nuevos accesorios distanciométricos acoplables, uno no-reductor y otro reductor, que permiten mediante su aplicación proveer a los teodolitos comunes de parte de las ventajas de los distanciómetros autorreductores de dobles imágenes.

Se trata, en el primero de estos accesorios, de un perfeccionamiento de la cuña de Aregger, mediante la introducción en él de un micrómetro óptico de placas planoparalelas, el que permite, mediante la lectura del tambor, *la cómoda estima del milímetro*. La figura 29 ilustra la aplicación de este accesorio en un teodolito Kern DK2 (nótese, cerca del ocular, el contrapeso especial que equilibra el anteojo), y en la parte superior, que ilustra la lectura en la mira, se hace aparecer, en el ángulo derecho, el tambor en la posición obtenida luego de hacer coincidir con su ayuda, mediante el micrómetro óptico, un trazo del nonio, con uno de la mira.



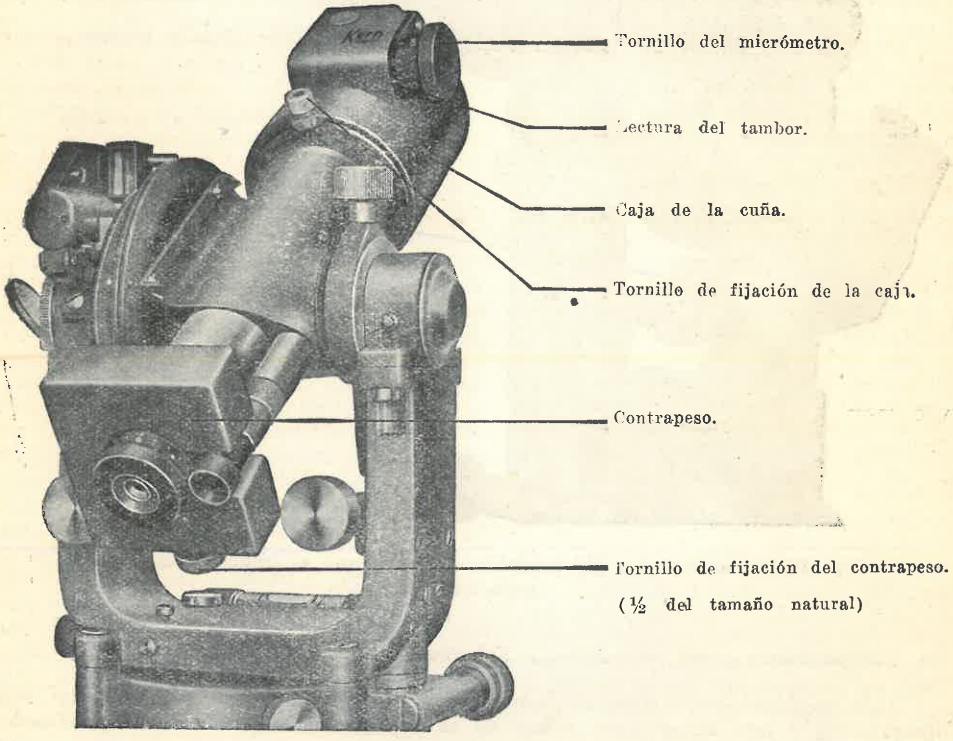


Fig. 29. — *Teodolito Kern con cuña a micrómetro DM-M. En la parte superior de la figura se ve la imagen de la mira tal como la da el anteojo. La lectura se compone de:*

(lectura en el nonio interior)

Lectura en el	cero	116 m.
" " "	nonio + ...	1,4 m.
" " "	tambor + ...	0,115 m.
		117,515 m.

(Si se leyera con nonio exterior, habría que añadir
30 m. a la lectura así hallada).

El segundo de los accesorios, es un par de cuñas reductoras de Boscovich acoplables. A diferencia de lo que sucede en el autorreductor del Nº 11, el movimiento giratorio del par *es independiente del movimiento del anteojo* alrededor del eje secundario. Un nivel que llamaremos "testigo" de las cuñas reductoras, y cuya burbuja puede ser observada cómodamente gracias a un espejito, deberá ser centrado antes de las lecturas, con el mismo tornillo que gira estas cuñas (ver fig. 30), las cuales llevan de ese modo la lectura en la mira, al valor correspondiente a la distancia horizontal buscada. Para ilustrar la lectura de mira, remitimos al lector a la fig. 13, pág. 135.

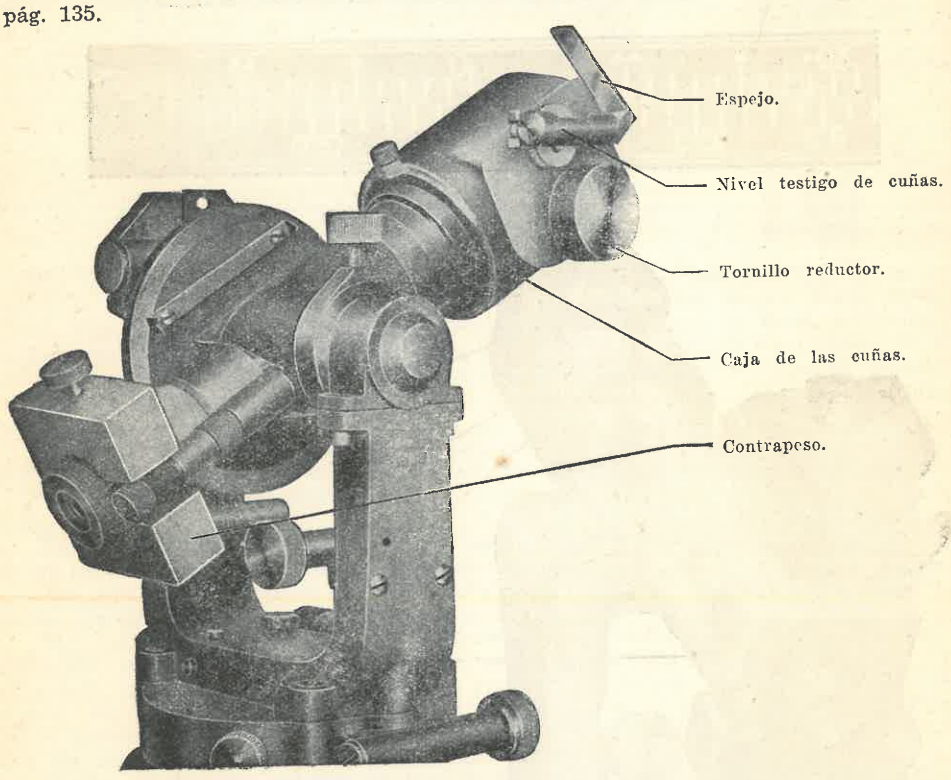


Fig. 30. *Parte superior del teodolito Kern, al que se aplicó el accesorio reductor DR.*

15. *Recapitulación sobre el método y halagüeñas perspectivas del mismo.*

Con las líneas que anteceden hemos actualizado y modernizado uno de los más interesantes y más importantes temas de la Topografía moderna: el distanciómetro de precisión de dobles imágenes.

Es el mismo criterio de la economía del trabajo de campo, omnipotente en toda la Técnica, el que hizo nacer la idea constructiva de ese distanciómetro.

Fue tal la fuerza nativa de esa idea y tan halagüeña su perspectiva que dio lugar a dos soluciones casi simultáneas, la de Aregger y la de Bosshardt, realizadas por distintas fábricas, Kern (Aarau) y Zeiss (Jena), verdaderos "pioneers" del nuevo método.

Logró el método el primer y decisivo triunfo en el año 1926, cuando el gobierno de Suiza lo adoptó como método regular de catastro.

Fue tal la influencia de esa resolución de una autoridad tan competente, que el método se difundió rápidamente en todos los países del mundo, imponiéndose siempre cuando se trataba de levantamientos de catastro, urbanos y suburbanos, racionalmente ejecutados.

Por otra parte, la medición de los lados de polígonos en las minas es ejecutado hasta hoy generalmente con cintas de acero de 20 a 50 metros (con dinamómetro y, a menudo teniendo en cuenta la temperatura. Las desfavorables condiciones del ambiente de las minas, el intenso tráfico de la explotación que no puede ser interrumpido durante las mediciones, la estrechez del sitio y muchas circunstancias incómodas más (ver figs. 1, 2 y 3 del § 18) hacen que en las minas las cintas deban ser empleadas en forma suspendida, con dinamómetros, y que sólo excepcionalmente pueda medirse sobre el suelo y en forma análoga a la que describimos en pág. 49 del Tomo I, para la topografía terrestre. Además, en las galerías inclinadas (ver fig. 2, pág. 152) debe tomarse también el ángulo de pendiente. El cálculo de la distancia horizontal en función de la flecha de la catenaria, la longitud de la cinta y el ángulo de pendiente constituye entonces un engorroso trabajo muy molesto. Y no es de extrañar que la moderna tendencia hacia la economía y el racional rendimiento del trabajo haya hecho surgir la idea de substituir también para el levantamiento de minas la medición directa por el procedimiento indirecto basado en recursos ópticos. Un ligero análisis de la cuestión reveló en seguida que el *procedimiento estadimétrico común*, según *Reichenbach* (ver pág. 126 de este Volumen y pág. 39 del Volumen 2 del Tomo III) no podía dar la precisión exigida para la poligonación principal de minas. El examen de los distanciómetros a dobles imágenes, en cambio, abrió una nueva perspectiva.

Debido a la estrechez de las galerías, es lógico que la mira de tamaño normal (1,5 m) que ilustramos en fig. 2, pág. 134, resulte incómoda e inútilmente larga. La casa Hildebrand construye un *modelo mediano* de 70 u 80 cm (con 7 cm de ancho) y un *modelo chico* de sólo 28 cm (y 3,5 cm de ancho con división de ½ cm (en lugar de cm entero).

Para la medición de ángulos horizontales utilízase como punto objeto el eje de una señal cuneiforme iluminada (ver fig. 31), y como objeto para la medición de ángulos verticales el punto de intersección de esa vertical con una horizontal tangente a la arista superior de esa cuña; punto éste que se halla, con respecto a la plataforma del trípode de la señal, a la misma altura que el eje secundario del taquímetro sobre la plataforma de su trípode, lo que permite el intercambio de mira e instrumento sobre trípodes, sucesivamente, y con ello el empleo del *procedimiento con centración forzosa* de tanta utilidad en la poligonación principal de minas. La fig. 31, que muestra la iluminación de la mira en la mina, permite ver la cruz de la dioptra (4), la cual aparecerá claramente iluminada cuando la mira se encuentre en posición perpendicular a la visual.

En *minas donde no hay gases*, se puede usar el sistema de iluminación indicado en la figura, a saber: lamparitas 1 y 2 para el nonio; 3, lámpara desplazable y 4 para la iluminación de la cruz. Estando la mira en posición perpendicular a la visual, el observador verá en el anteojo del teodolito esa cruz con toda claridad. En las *minas donde hay gases*, se emplearán *miras de vidrio despulido*, las que serán iluminadas dessde atrás mediante acumulador y lámparas protegidas contra el peligro de explosión de grisú.

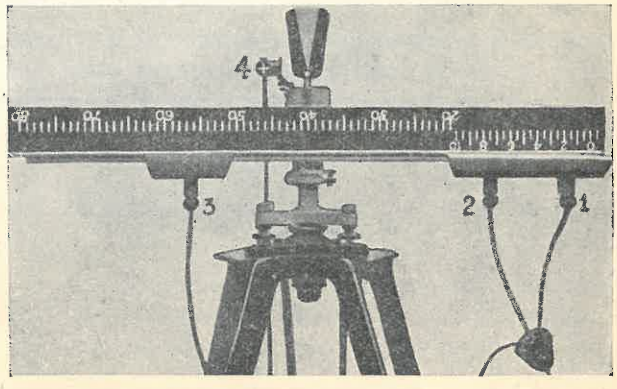


Fig. 31. *Iluminación de la mira en la mina.*

A raíz de las investigaciones de *Erversmann*, las que fueron continuadas por los estudios de Carlos Lüdemann (*), cuyos resultados confirmaron los del primero, se abrió una promisoria perspectiva para la aplicación de los distanciómetros a dobles imágenes en las minas. Es por todo lo que antecede que nos vimos obligados a mencionar este método en el Suplemento al Tomo I, 5ª edición (págs. 14 y 36), el cual llegó a jerarquizarse como método neo-clásico, creyendo hacer con ello fructífera obra de patriótica colaboración para la más eficiente y racional ejecución de las grandes obras públicas argentinas.

(*) **Lüdemann**, K.: **Genauigkeit der Streckenmessung im untertægigen Hauptpolygonnetz mit einem Doppelbildtachymeter von Hildebrand**, Mitteilungen aus dem Markscheidewesen, Stuttgart 1933.

§ 18

Teodolitos de Minas.

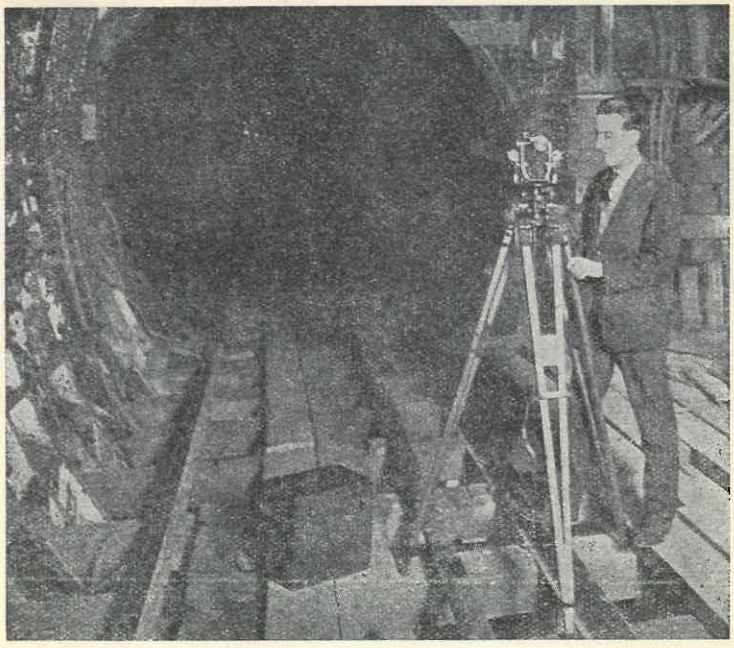


Fig. 1. *Se ilustra el uso de un teodolito de minas "Cooke, Troughton & Simms", en un túnel del "City and South London Railway".* (Foto sacada de la publicación Nº 870 de Cooke, Troughton & Simms, York y Londres, 1922).

1. Introducción y primera orientación.

Describiremos e ilustraremos en el presente párrafo algunos **modelos de teodolitos de minas** y **equipos de poligonación** correspondientes a un **nuevo campo de actividades** del ingeniero agrimensor argentino; campo al cual le llaman las urgentes necesidades de la época actual.

"Hay en esto una necesidad y una obligación para el presente y el futuro del país" (*).

Con las figuras 1 a 4 nos proponemos dar una ligera idea de los **nuevos ambientes de trabajo.**

En este nuevo campo de actividades la labor del ingeniero agrimensor tiene, en unión con las tareas del geólogo, del geofísico y del ingeniero de

(*) Del discurso del Ing. Remberto, Baca, Presidente del **"Primer Congreso Industrial Minero Argentino"** (San Juan, 1943).

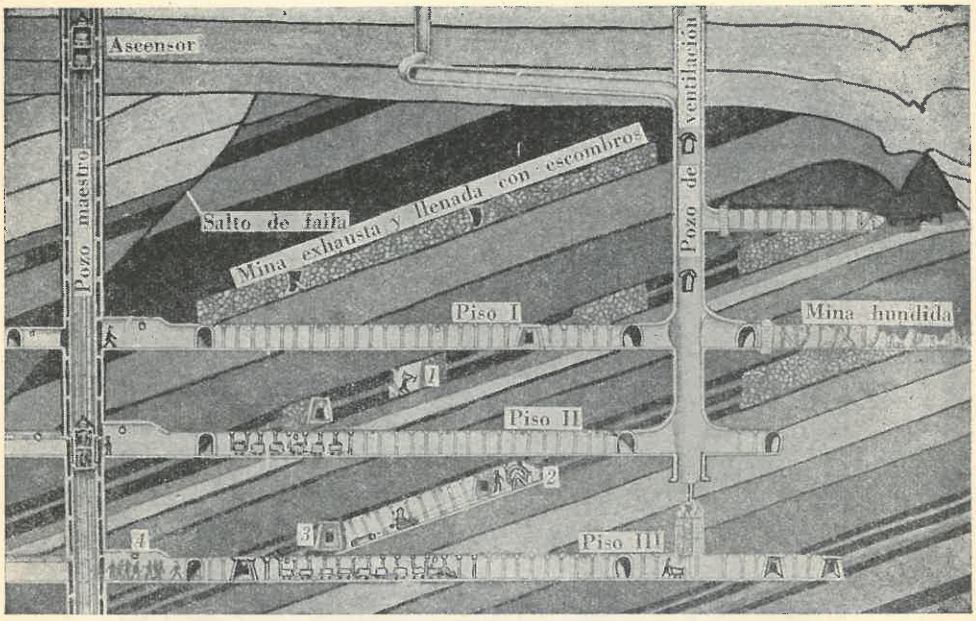


Fig. 2. *Corte vertical de una mina de carbón.*

1, minero trabajando al pico;
2, vagoneta cargada, cuyo descenso es regulado por un freno;
3, cómo un filón (galería inclinada) desemboca en una galería horizontal, cerca del piso III;
4, mineros disponiéndose a la salida.

minas, un importantísimo papel, tanto en el descubrimiento como en la racional explotación de las riquezas del subsuelo. Un abundante **material de planos** (con cortes y croquis de toda clase) que nos proporciona esa labor del ingeniero, nos informa sobre las relaciones altimétricas y planimétricas de las diversas partes de una mina, así como acerca de la situación de la misma con respecto a los límites de la propiedad raíz y destacados puntos objetos de la superficie terrestre en el lugar de la mina.

Desde mucho tiempo el interés público y privado de nuestro país estaban diri-

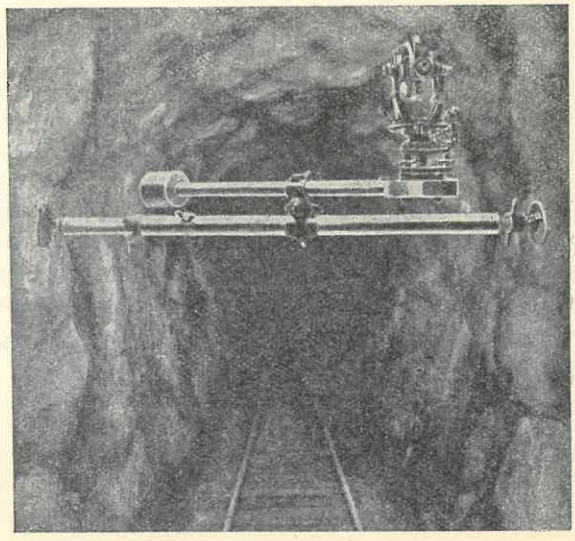


Fig. 3. *Soporte metálico desplazable para teodolito "Cooke, Troughton y Simms".*

gidos con halagüeñas perspectivas hacia las inexplotadas riquezas del subsuelo de nuestro territorio. Y si los grandes esfuerzos desplegados para el descubrimiento y la explotación de los extensos campos petrolíferos (ver nuestra "**Morfología Argentina**", pág. 213) dieron tan buenos resultados

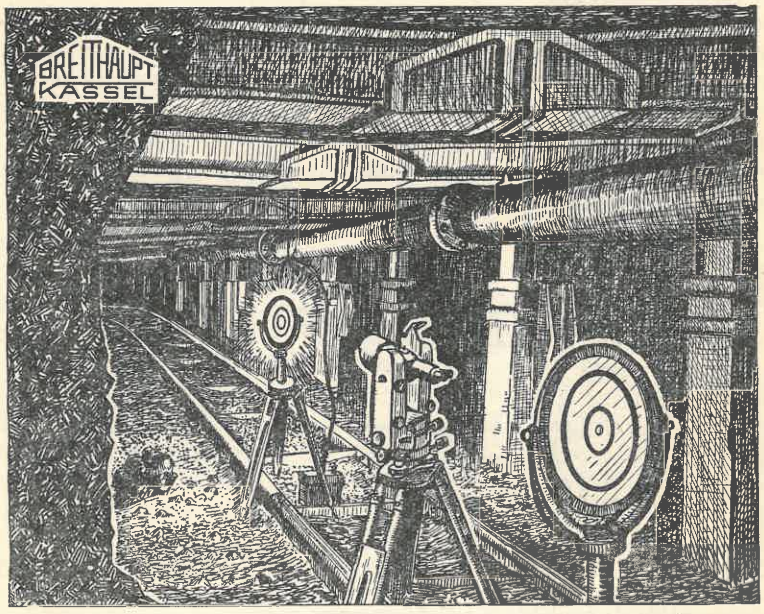


Fig. 4. *Equipo de poligonación de minas "Breithaupt", con señales luminosas intercambiables.*

(Sacado de A. Abendroth: "Die Praxis des Vermessungsingenieurs").

para la economía nacional, podemos también abrigar fundadas esperanzas de que la explotación de otras numerosas rocas, carboníferas y metalíferas, venga a acrecentar considerablemente dentro de breve tiempo, el acerbo de nuestra riqueza.

Ha llegado por eso para el ingeniero agrimensor argentino la hora de participar con patriótico anhelo y un decidido espíritu de colaboración en tan noble tarea.

La **suprema calidad** que debe tener ese material de planos que proporciona el trabajo de levantamiento de minas, debe ser la **confianza absoluta en la exactitud gráfica y en su información numérica.** Respecto a este tan importante punto traemos a colación, en apoyo de nuestra aseveración, el **juicio del inspector general de minas,** Ing. Thomas H. **Mottram,** el que, en su informe sobre las causas del desastre minero acaecido en septiembre de 1923, en Falkirk (Stirlingshire, Inglaterra), se expresó en los siguientes términos. "**The cause of the disaster was the reliance of the management on plans and calculations which were inaccurate**" (la causa del desastre estaba en la confianza que se tuvo en el uso de planos y datos numéricos que eran inexactos). Los planos de referencia tenían 80 años de edad.

Cabe destacar en este orden de ideas que un plano de mina inexacto, si bien no origina fatales consecuencias inmediatas, puede ser la causa de graves desgracias futuras.

Como todo trabajo en las minas es de por sí acompañado por un sinnúmero de circunstancias muy incómodas y dificultades técnicas de toda clase, las que sólo pueden ser aminoradas pero nunca eliminadas, es conveniente y aconsejable poner a disposición del ingeniero agrimensor siempre el más adecuado instrumental moderno, el que le permite el empleo del más racional procedimiento operatorio. Sólo así se consigue realizar en la mina una economía verdadera y eficaz; eficaz por el rendimiento máximo, que proporciona, evitándose así pérdidas de producción, pérdidas de trabajo y, posiblemente, pérdidas de vidas humanas.

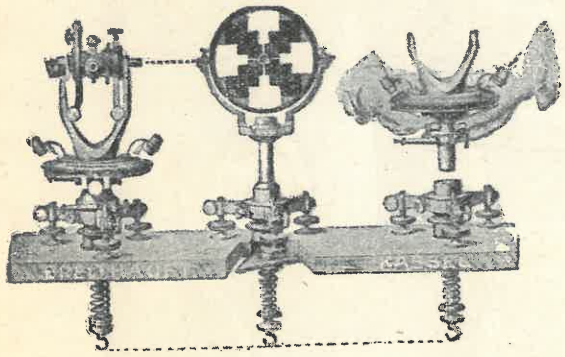


Fig. 5. *Intercambio de teodolito y señal luminosa.*

Es, pues, en concordancia con este anhelo que nos anima, que hemos creído útil describir algunos modelos de teodolitos de minas y equipos de centración, cuyo uso práctico en la **poligonación subterránea** constituirá un nuevo tema de la Segunda Parte del presente Volumen.

En los trabajos de levantamiento de minas y operaciones subterráneas en general, rigen los mismos principios y normas que se aplican en la topografía terrestre.

Los diversos **accesorios** necesarios para las operaciones subterráneas, así como la **colocación especial** del teodolito ilustrada en las figuras 3, 4, 5, 10 y 12 (la que no debe impedir ni estorbar en lo posible el libre tráfico de explotación); luego la ubicación de los **puntos fijos en los techos de las galerías** (fig. 6), el empleo de **señales luminosas** (figs. 4, 5, 7 y 8), es decir: Todo un conjunto de recursos especiales son exigidos o impuestos por las condiciones del ambiente y principalmente por la circunstancia de que en las minas el trabajo se ejecuta exclusivamente con luz artificial y muchas veces en estrechas galerías fuertemente inclinadas (ver fig. 2), con puntos objetos muy próximos.

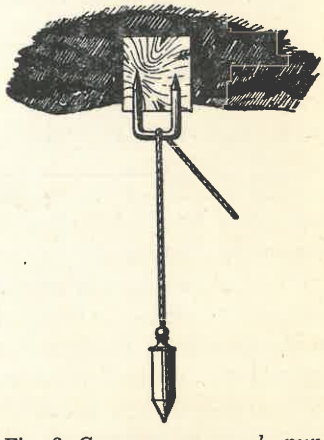


Fig. 6. *Grampa - marca de punto poligonal* (clavada en tarugo de madera dura, después de haberse éste debidamente afirmado en el techo de la galería). Sacado de P. *Wilski*: "Markscheidekunde".

Respecto a las principales características de las señales luminosas y su uso en las minas, cabe destacar aquí lo siguiente:

2. Señales luminosas. Centración forzosa, su característica.

Las señales especiales ilustradas en figs. 4, 5, 7, 7A y 8 son elementos integrantes de los llamados **equipos de centración de poligonación de minas.** El disco de las mismas es generalmente de cristal y puede ser iluminado (con lámparas a aceite, acetileno o electricidad) desde atrás. Con ayuda de una dioptra o un anteojito visor dispuesto en el centro del disco (ver fig. 7A) o sobre el borde superior (ver fig. 8) y el giro alrededor de un eje ver-

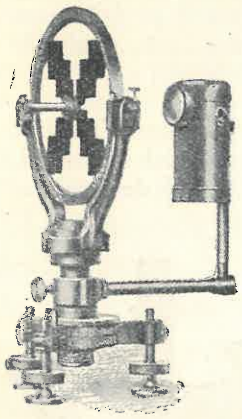


Fig. 7. *Señal de minas "Breithaupt", para centración forzosa.*

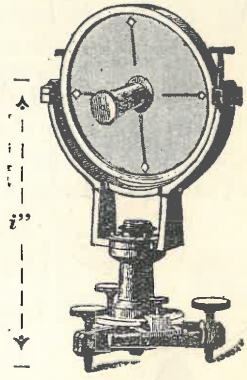


Fig. 7A. *Otro modelo de señal (con cruz y visor central) para centración forzosa.*

La *altura i'* (fig. 7A) *del centro de la señal* sobre la base de la misma es por construcción igual a la *altura del eje secundario* (o centro) del teodolito sobre su base propia. Se supone que desde este teodolito (nivelado) se ha dirigido una visual hacia el centro de la señal (nivelada).

Si se produce ahora un *intercambio* entre señal y teodolito (en el caso de la fig. 7 entre las partes superiores de ambos según se indica en fig. 5, y en el caso de la fig. 7A, de toda la señal y de todo el teodolito montados sobre trípodes completamente iguales); y si se dirige en estas nuevas condiciones otra vez una visual desde el teodolito hacia la señal e inversamente, estas dos visuales (la dirigida desde la primera estación de teodolito y la inversa desde la segunda estación son prácticamente *coincidentes.* Es ésta la propiedad esencial o sea la *característica de la centración forzosa.*

tical y otro horizontal, la señal puede ser fácilmente colocada en posición perpendicular al eje de colimación del anteojo del teodolito. El punto objeto de esa señal lo puede formar **el centro de una cruz** (figs. 7A y 8) o sea el punto de intersección del eje del anteojito visor con el eje vertical del pivote de la señal (fig. 7A). Este pivote descansa dentro de una base, la que es completamente igual a la del teodolito (ver fig. 5), lo cual facilita el **intercambio** entre señal y teodolito: Aflojados los tornillos de presión de ambas bases, las partes superiores de señal y teodolito pueden ser separadas de sus respectivas bases y luego ser colocada la señal sobre la base del teodolito e inversalmente (ver fig. 5).

La **altura i' del punto objeto** sobre la base de la señal, está hecha igual a la altura del centro del teodolito sobre la base del mismo. Como la señal está dotada de un nivel esférico o un par de niveles cruzados, y suponiendo verticalizado con su ayuda el eje del pivote de la señal, se comprenderá fácilmente que la colocación del teodolito dentro de la base de la

señal no puede dar origen a una **excentricidad** de valor sensible. Este intercambio entre señal o teodolito conduce entonces a una **coincidencia** casi perfecta del centro del teodolito con lo que era antes punto objeto de la señal y con ello a una **anulación prácticamente completa de los errores de centración** en la poligonación. Llamaremos por eso a ese conjunto de elementos de medición que intervienen, un **equipo de centración forzosa.**

Las particularidades de los diversos tipos de equipos de centración forzosa en uso, residen en la construcción especial de las bases, en el modo de producir el intercambio de teodolito y señal y en la forma de esta última.

3. Teodolitos de minas; su descripción.

Los teodolitos descritos en el párrafo 13 pueden servir también para la poligonación de minas. Entre los mismos ofrece especial interés el llamado **teodolito óptico** (ver figs. 74 a 84) por la mayor **pupila de salida** (*) que lo ca-

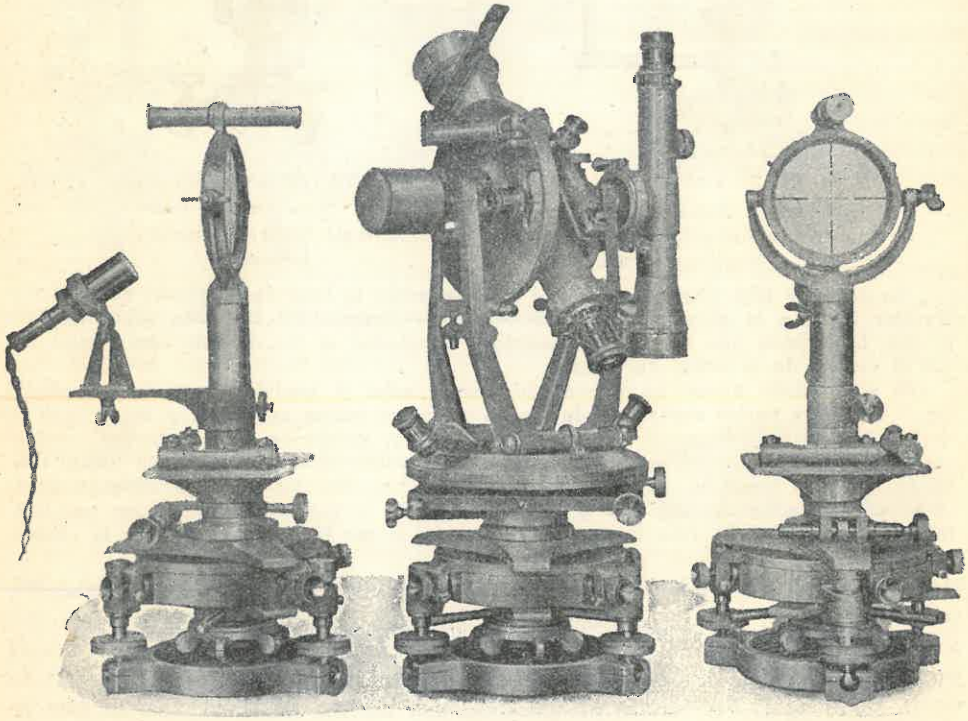


Fig. 8. *Equipo de poligonación subterránea de E. R. Watts & Son, Londres,* con visor e iluminación eléctrica, anteojo principal a enfoque interior, anteojo excéntrico con contrapeso, niveles cruzados a burbuja constante y un sistema de centración especial, inventado por el Prof. *L. H. Cooke* (de la "Royal School of Mines", Londres).

racteriza, la mayor comodidad y precisión de las lecturas de círculo, el menor peso y, en consecuencia de todo ello, por la mayor **economía del trabajo** [ver

(*) **El radio de la pupila de salida** varía entre 1 y 4 mm, según la mayor o menor luminosidad del ambiente (ver págs. 133 y 134 de nuestra **Optica**). En los trabajos mineros el diámetro de la pupila de salida del ojo del observador oscila entre 2,5 y 3,5 mm.

pág. 103, Capítulo III, Volumen 1 del Tomo III: "**Triangulación de Orden Menor, su doble finalidad**"]. Desde este moderno punto de vista el teodolito **Kern** DKM 1 (dotado de los necesarios accesorios y del correspondiente equipo de centración) de 1″ y sólo 1,8 kg de peso (ver pág. 82), nos aparece como modelo ideal para la poligonación de minas.

La figura 8 ilustra un **equipo completo de poligonación "Watts"**, con centración forzosa.

Para los **trabajos preliminares, de relleno y las poligonales secundarias,** se han construído **pequeños teodolitos de miras especiales.**

A continuación describiremos algunos detalles de dos **característicos tipos de pequeños teodolitos de minas,** los que, a nuestro juicio, merecen ser conocidos.

Pequeño teodolito de minas "Breithaupt" (fig. 10). Este instrumento puede ser intercambiado por una **señal luminosa especial** (ver figs. 5 y 7) o una mira horizontal para la medición óptica de la distancia (compare fig. 34, pág. 150). El trabajo puede ser llevado a cabo con este equipo ya sea normalmente sobre trípode (fig. 1) o sobre brazo soporte roscado según se ilustra en fig. 10.

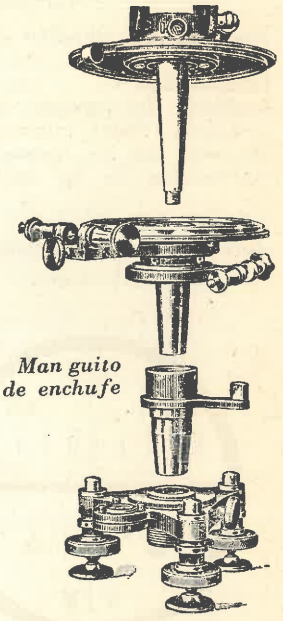


Fig. 9. *Se muestra el manguito de enchufe y su ubicación dentro del sistema de ejes del teodolito repetidor de minas "Breithaupt".*

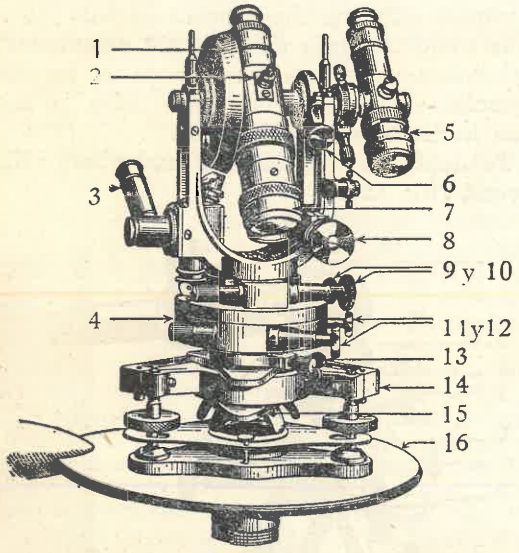


Fig. 10. *Pequeño teodolito de minas Breithaupt para poligonales secundarias y trabajos en galerías inclinadas* (montado sobre brazo soporte).

Explicaciones:

1, Círculo vertical;
2, Marca de centración;
3, Ocular de lectura;
4, Círculo horizontal;
5, Anteojo excéntrico;
6, Tornillo de presión para el anteojo principal;
7, Anteojo principal;
8, Tornillo tangencial;
9 y 10, Tornillo de presión y tornillo de aproximación de la alidada;
11 y 12, Tornillo de presión y tornillo de aproximación del limbo horizontal;
13, Tornillo de presión para el manguito de enchufe (ver fig. 9);
14, Base con niveles cruzados;
15, Anillo de fijación;
16, Platillo de la repisa.

La base de este teodolito descansa sobre su plataforma mediante un sólido apoyo y **dos tornillos calantes,** con los cuales

Principales características del teodolito de fig. 10:

Abertura del objetivo del anteojo principal	22 mm
Aumento " " "	18
Luminosidad " " "	1,49
Aumento del anteojo excéntrico	11
Distancia visual mínima	0,6 m
Diámetro de los limbos	7 cm
Apreciación en los mismos	1'

pueden ser centrados los niveles cruzados de la base. El instrumento está dotado de un **microscopio de lectura girable,** que permite leer en el campo visual simultáneamente la posición del trazo con respecto al limbo horizontal **HH** (fig. 11) y limbo vertical **VV**. El **anteojo principal** es de giro completo y permite tomar visuales con inclinaciones hasta el cenit, por medio de un **ocular acodado,** y visuales hasta de 70° de inclinación hacia abajo. Un **anteojo excéntrico,** montado sobre el eje secundario hace posible tomar visuales hasta de 80° de inclinación.

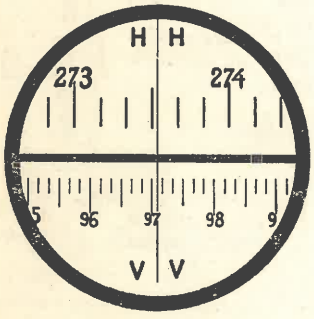


Fig. 11. *Campo visual en el ocular del microscopio de lectura.*

Un sistema objetivo especial permite enfocar puntos muy próximos hasta de sólo 0,6 m de distancia. Además del **retículo estadimétrico,** el instrumento está provisto de un **tornillo tangencial,** el que también sirve para la medición indirecta de la distancia.

Teodolito de suspensión Brandenberg - Hildebrand (fig. 12).

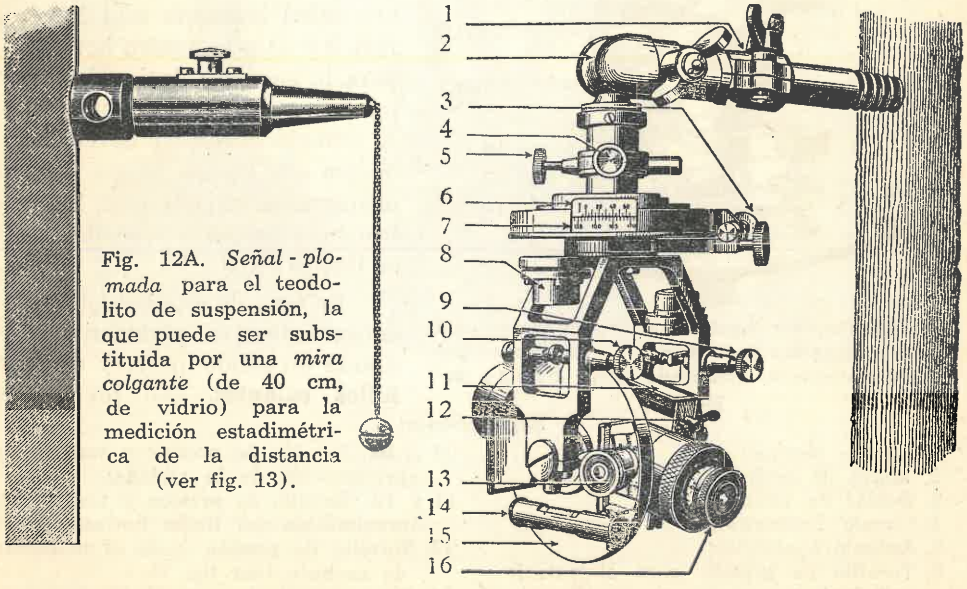


Fig. 12A. *Señal - plomada* para el teodolito de suspensión, la que puede ser substituida por una *mira colgante* (de 40 cm, de vidrio) para la medición estadimétrica de la distancia (ver fig. 13).

Fig. 12. *Teodolito de suspensión Brandenberg - Hildebrand, con brújula tubular, para poligonales secundarias.* (Sacado de *Schulte* y *Loehr: "Markscheidekunde").*

Explicaciones:

1, Mango de conexión;
2, Articulación esférica;
3, Tornillo de presión y tornillo de aproximación del limbo horizontal;
4, Tornillo de presión de la alidada;
5, Tornillo de aproximación de la alidada;
6, Nonio;
7, Limbo horizontal;
8, Nivel esférico;
9, Tornillo de aproximación del anteojo;
10, Tornillo de aproximación del nivel de alidada vertical;
11, Brújula tubular;
12, Dispositivo de descarga de la aguja magnética;
13, Lupa y dobles nonios del limbo vertical;
14, Nivel de alidada vertical;
15. Círculo vertical;
16, Ocular del anteojo.

Para la medición de ángulos en minas, en condiciones difíciles y en galerías muy estrechas (ver fig. 2), el ingeniero **Brandenberg** ideó en 1912 el llamado **teodolito de suspensión** con las siguientes características:

Principales características:

Aumento del anteojo analático de enfoque interior	21
Distancia visual mínima	0,5 m
Diámetro del limbo horizontal, dividido en grados enteros	8 cm
Lectura directa en índice I	5′
" " " " II (décimo de grado)	6′
Diámetro del limbo vertical (división por cuadrantes)	7 cm
Lectura directa con doble nonio	1′

Este instrumento, representado en fig. 12, va suspendido en una pieza metálica, en cuya extremidad puede colocarse una especie de punzón, para introducirlo en el armazón de madera de la mina, o en la roca mediante golpes de martillo.

Puede llevar también una pieza roscada para ser atornillada en un tarugo de madera o en una pieza metálica empotrada en la pared.

La unión del teodolito con el soporte se establece por medio de una pieza de movimiento universal. Lleva la misma en la otra extremidad un seguro a encastro, un resorte para evitar que se desprenda el teodolito antes de que se haya atornillado la mariposa correspondiente.

Esa pieza de unión entre el teodolito y el soporte con movimiento universal también tiene un tornillo a mariposa, el que se fija, una vez colocado el teodolito en posición vertical por medio del nivel esférico, evitándose así movimientos ulteriores.

El *limbo horizontal,* en lugar de estar numerado de izquierda a derecha, como todos los demás tipos de teodolitos en uso en la topografía terrestre, está numerado en sentido inverso, de *derecha a izquierda;* porque dicho limbo gira conjuntamente con el anteojo, permaneciendo, en cambio, fijos los índices de alidada horizontal (análogamente a lo que ocurre con los índices de la alidada vertical del teodolito común). Pero no obstante esta diferencia, tanto la alidada horizontal como el limbo vertical tienen cada uno su sistema micrométrico, pudiendo por ello emplearse también con este teodolito el *método de repetición.*

Lo esencial en toda medición angular consiste en que durante la operación no se modifique la posición vertical de la alidada. En el modelo de teodolito común el pivote del eje de alidada descansa dentro del cono hueco de su buje sólidamente unido a la base de tal modo que en ese caso no hay motivo de dudar de la invariabilidad del eje de alidada durante la medición.

Pero, en el teodolito de suspensión ese eje termina arriba de una esfera, y toda la confianza en la invariabilidad del eje vertical depende de la adecuada presión ejercida sobre esa esfera durante todo el tiempo que dure la medición. Podría verse en esta circunstancia un serio inconveniente del teodolito de suspensión. Pero no es así: *La práctica en gran escala que se ha hecho con este instrumento durante más de 30 años ha demostrado con toda clariadad su efectiva utilidad y su verdadera ventaja para los trabajos de levantamiento de minas, en estrechas galerías inclinadas.*

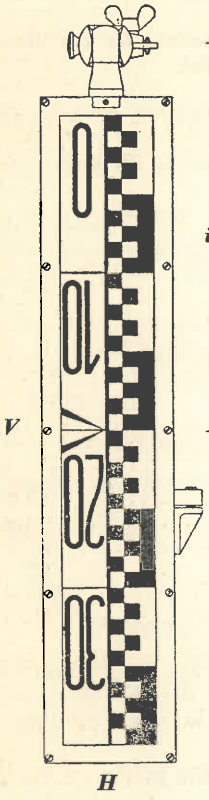


Fig. 13. *Mira colgante de vidrio (de 40 cm) construida por Hildebrand.*

Para que el teodolito de suspensión pueda servir como **Distanciómetro filar** (ver pág. 126), la casa Hildebrand provee una **mira colgante** (fig. 13), centimetrada, con doble fila de campos, alternando campos negros con campos blancos, para que en la estima de la posición del hilo estadimétrico éste aparezca siempre sobre campo blanco.

La **raya central** vertical **H** de la mira pasa por el centro de la esfera de suspensión, pudiendo la misma servir como **marca objeto** para la medición de **ángulos horizontales.** El **doble hilo vertical** del retículo permite una exacta bisección de esa raya.

Para la medición de **ángulos verticales** se halla colocada en el medio de la mira una **marca V** inclinada, a la que se apunta con el hilo horizontal del retículo.

En la averiguación del segmento de mira **m** interceptado por los hilos estadimétricos, conviene aplicar el procedimiento de la taquimetría terrestre: Colóquese el hilo inferior en un trazo de división de decímetro redondo, pudiendo entonces deducirse de la lectura del hilo superior la magnitud del segmento **m** buscado (pág. 52, Volumen 2 del Tomo III).

Como la distancia que media entre esa marca de lectura **V** y el centro de la esfera de suspensión es una magnitud constante, la que puede ser fácilmente determinada, las alturas de los diversos puntos levantados son referidas convenientemente a esa esfera.

Cabe hacer constar aquí, sintéticamente, que los trabajos de levantamiento que se ejecutan con los pequeños teodolitos constituyen la labor principal del ingeniero agrimensor, y que más de 95 % de las distancias que ocurren son inferiores a 40 metros.

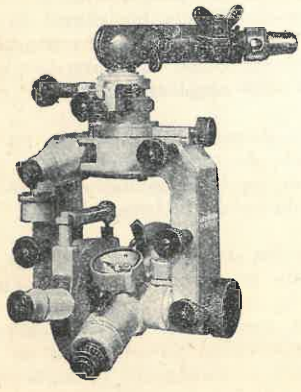


Fig. 14. *Teodolito minero de Breithaupt.*

De las investigaciones de **Lüdemann** (*) resulta que el **distanciómetro** que acabamos de describir, satisface plenamente a la precisión generalmente exigida para la clase de trabajo a que se destina.

La fig. 14 muestra el nuevo modelo de teodolito minero de suspensión de la casa Breithaupt, con anteojo analático de 25 aumentos, distancia mínima medible de 50 cm. y lectura, por dos nonios a 1'.

(*) **Lüdemann, K.: "Zur markscheiderischen Messung kurzer Strecken mit Reichenbachschen Entfernungsfæden", Allgemeine** Vermessungsnachrichten, Nº 35, año 1933.

§ 19

Trato general, limpieza y conservación de teodolitos y otros instrumentos de medir.

1. Lugar de conservación.

El teodolito, así como todos los demás instrumentos de medir, deben ser **guardados** en lo posible en un **lugar bien seco.**

2. Precauciones a tomar al aflojar el instrumento en su caja y al sacarlo de la misma.

La mayor parte de los daños son ocasionados al no colocar correctamente el teodolito en su caja. Es necesario que todas las partes del instrumento estén bien acondicionadas y fijadas, para que no se pueda mover pieza alguna con las trepidaciones durante el transporte. La caja del aparato sólo cierra generalmente cuando el teodolito y sus partes ocupan una determinada posició. Ahórrase, pues, el ingeniero mucho tiempo y trastornos, cuando tiene la **precaución de fijarse detenidamente en la disposición de los distintos órganos,** ocular o sistemas micrométricos, antes de **sacar** el instrumento de la caja, haciendo, si fuera necesario, señales en la misma o breves anotaciones o croquis en el interior de la tapa de la caja.

Al **alojar** nuevamente el teodolito en su caja, deben aflojarse todos los tornillos de presión; una vez aquél debidamente acondicionado, deberán apretarse los tornillos de presión.

Antes de **sacar** el teodolito de su caja deben aflojarse los tornillos de presión.

3. No se debe forzar ningún órgano del teodolito.

Cada vez que se encuentre en algún órgano del teodolito una sensible resistencia anormal en su movimiento, se cesará de inmediato de accionar sobre el mismo para averiguar la causa, la que generalmente no es difícil de descubrir y subsanar. Un paso de tornillo micrométrico, por ejemplo, fácil y rápidamente se desgasta al no observarse esta medida de precaución.

4. Limpieza de las partes mecánicas. Marcha dura del eje de rotación.

Por principio, **todo teodolito debe ser prolijamente limpiado antes y después de ejecutar con el mismo un trabajo de campo.**

No siendo posible evitar que el teodolito se cubra de polvo durante un trabajo de campo, es necesario limpiarlo también cada vez que se termine la labor diaria. Pequeños granos de arena son especialmente perjudiciales cuando ellos se introducen entre piezas que se mueven a fricción.

Por esto, antes de alojar el instrumento en su caja, es necesario sacar el polvo mediante un pincel blando, quitando las gotitas de agua y humedad con una gamuza.

De regreso al campamento, deberá terminarse esta limpieza ligera, si no hubiese sido posible efectuarla en debida forma en el terreno.

Para proteger de la oxidación a los ejes, bujes, tornillos, etc., se efectuará de vez en cuando una **limpieza general del teodolito**: Por medio de un trapo humedecido en kerosene se quitarán todas las suciedades grasosas. Los tornillos de paso fino se limpian primero con un cepillo para dientes. Luego se humedecen en kerosene, haciéndolos girar varias veces envueltos en un pedazo de género y apretado entre los dedos.

Los bujes se limpian mediante un trozo de madera que se corta apropiadamente en forma cónica, al que se envuelve en un trapo mojado en kerosene. Se repite la operación, cambiando cada vez el trapo hasta que finalmente el trapo salga tan limpio como se lo ha introducido, quitándose las hilachas con un pincel.

Las **graduaciones finas,** sobre plata, necesitan un cuidado especial. Generalmente se les quita solamente el polvo por medio de un pincel.

Si esto no fuera suficiente, por dificultarse la lectura debido a alguna suciedad, se pasa con la yema del pulgar, humedecida con saliva, por encima de la graduación, en dirección de la circunferencia, primero suavemente y luego, cuando se sienta que ya no hay polvo, con un poco más de presión. Si este primer ensayo de limpieza no diera el resultado deseado, se lo repite hasta que el círculo ofrezca uniformemente un **color mate.** Con este procedimiento la graduación se conservará mucho mejor que usando gamuza. En este último caso, el metal tomaría un **brillo** muy desagradable, y los trazos de división se borrarían pronto, de tal modo que no se podrían ver ni con el mejor microscopio.

Manchas de óxido que a veces aparecen en el limbo, se quitan con rojo de París y un trapito de gamuza.

Marcha dura del eje de rotación. Cuando después de un largo tiempo de no usar el teodolito, se constatara que los ejes ya no tienen la movilidad que deberían tener, es esto generalmente indicio de un **endurecimiento del aceite.**

En este caso es indispensable desarmar el teodolito para aceitarlo con aceite fresco, debiendo observarse en esta operación algunas precauciones que a continuación se detallas.

5. Aceitado del teodolito.

Todas las piezas de precisión, como ser ejes y tornillos micrométricos, se lubrificarán con el aceite más fino que se usa para relojes.

El aceite debe conservarse en un frasco herméticamente cerrado. Introdúzcase en el tapón el canuto de una plumita, el cual no debe alcanzar el fondo del frasco para no tomar nada de los residuos que siempre se precipitan. La lubrificación de los ejes y tornillos micrométricos debe hacerse con poco aceite.

Al aceitarse los tronillos micrométrioes no se debe olvidar de poner una gotita de aceite en la punta de los mismos, como también en todas las partes en donde haya rozamiento.

Las partes de movimientos menos finos, como tornillos calantes, pueden ser untadas con grasa de cerdo que no contenga sal, especialmente cuando las dos partes que se tocan son de bronce y no de acero.

6. Limpieza de las partes ópticas, empañado de las lentes.

Para la **limpieza de las lentes** se emplea género de hilo usado, muy bien lavado, o cabretilla gamuzada muy fina y blanda. En todos los casos

se quita previamente el polvo de las lentes con un pincel blando, repasándolas luego con una gamuza hasta que estén limpias. Soplando sobre una lente limpia, desaparecerá rápida y uniformemente el empañado.

Las hilachas que hayan quedado sobre las lentes se quitarán con un pincel.

7. Precauciones a tomar en el trabajo de campo.

De vez en cuando se debe revisar durante el trabajo el **buen ajuste de los tornillos calantes** dentro de sus casquillos y sus cojinetes a calota: cualquier juego que hubiera debe ser eliminado con los respectivos tornillos de corrección. Los **tornillos calantes** deben **usarse en toda su extensión,** evitando que en una determinada parte de sus roscas se desgasten más que en otras.

Es conveniente revisar de vez en cuando también el **buen ajuste de las patas de trípode,** con apretar los respectivos tornillos de las mismas. Evítanse así ciertas trepidaciones que pueden producirse con fuerte viento, perjudicando sensiblemente la precisión de las mediciones.

8. Limpieza anual.

Es conveniente que se someta a los teodolitos que se usan continuamente, a una limpieza a fondo por un experto mecánico, una vez cada año.

9. Cintas metálicas.

Para evitar en lo posible la oxidación de las cintas de acero, éstas deben ser limpiadas ligeramente ya en el campo, con un manojo de paja o un trapo, y ser secadas luego debidamente en el campamento. Terminado el uso de las mismas, se les pasa un trapo humedecido en aceite.

Cintas de ínvar. Al arrollarse las *cintas de ínvar* sobre sus tambores de aluminio, debe tenerse la precaución de dejar un pequeño espacio entre la cinta y el tambor, evitándose así tensiones en la cinta de ínvar, debidas a la dilatación del tambor ocasionada por el aumento de la temperatura. Esta dilatación del tambor podría tener por consecuencia un cambio de la longitud de la cinta.

10. Jalones.

Los jalones no deben permanecer inclinados aisladamente contra una pared, por el peligro que existe de que se comben. Se suele por eso formar atados de varios jalones, o mejor aún, se coloca horizontalmente en un lugar bien ventilado y seco. A veces se les cuelga aisladamente por medio de un hilo que se fija en el extremo superior.

SEGUNDA PARTE

Poligonación

terrestre, aérea y subterránea

SUMARIO

Págs.

§ 1. Explicaciones previas de carácter general y relativas al cálculo de coordenadas 167

§ 2. Determinación de puntos de detalle por medio de poligonales rectas (o alineaciones)..... 182

§ 3. Determinación de puntos fijos por el método de la poligonación. 190

§ 4. Polígonos cerrados y poligonales de enlace, principales y secundarias. Tres típicos ejemplos prácticos..... 217

§ 5. Poligonación de precisión..... 235

§ 6. Poligonación subterránea 241

§ 1.

Explicaciones previas de carácter general y relativas al cálculo de coordenadas.

1. Definiciones: punto fijo, nuevo punto, observaciones sobrantes o de contralor, determinación simple y determinación múltiple.

Trátase en Topografía y Geodesia casi siempre de la determinación de las **Coordenadas planas** de nuevos puntos.

Llámase punto fijo a un punto de coordenadas conocidas y **nuevo punto** a un punto cuyas coordenadas deben ser determinadas.

Cuando se trate de excluir toda duda respecto al resultado de una determinación de nuevo punto, se miden más magnitudes que las estrictamente necesarias; es la llamada determinación **múltiple** o **determinación con contralor.** Esas magnitudes observadas que no son estrictamente necesarias se llaman por eso **observaciones** sobrantes (ver "**C** de **C.**", pág. 8) u **observaciones de contralor,** las que no sirven sólo para comprobación, sino también para obtener una determinación más exacta del nuevo punto mediante una compensación. Ellas permiten, además, que el operador se forme un juicio sobre **la precisión** alcanzada. En los trabajos catastrales moderados considérase insuficiente una determinación de nuevo punto que carezca de contralor.

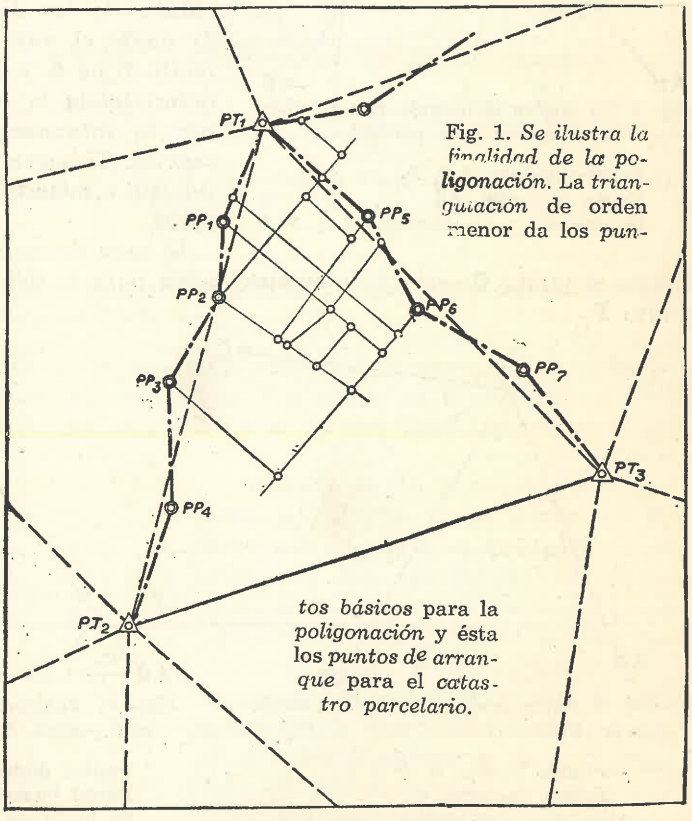


Fig. 1. *Se ilustra la finalidad de la poligonación.* La *triangulación* de orden menor da los *puntos básicos* para la *poligonación* y ésta los *puntos de arranque* para el *catastro parcelario.*

PT △ Punto trigonométrico PP● Punto poligonal
Mojones de parcelas

Se dice que una determinación es **simple** cuando sólo se dispone de los elementos necesarios e indispensables.

Cuando se conoce la posición de un cierto número de **puntos fijos trigonométricos** que constituyen una red (fig. 1), se podrán obtener nuevos puntos en base a mediciones lineales y angulares con emplear uno de los procedimientos o métodos de determinación que pasamos a caracterizar y de los cuales en dicha figura se halla particularmente indicado el **método poligonal.**

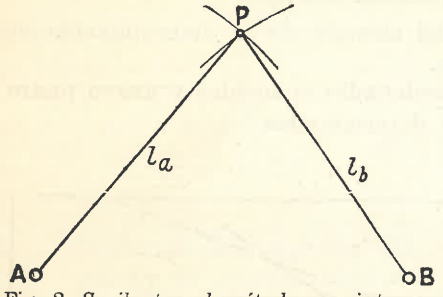


Fig. 2. *Se ilustra el método por intersección de arcos (sin contralor).*

Puntos dados: A y B.
Punto buscado: P.
Se midieron las distancias l_a y l_b

2. Características de los cinco principales métodos para la determinación de nuevos puntos.

a) *Intersección de arcos (por medición lineal).*

Midiendo las distancias l_a y l_b (fig. 2) desde el nuevo punto **P** hasta los punto fijos **A** y **B** conocidos, quedará determinada la posición del punto **P** por la intersección de dos circunferencias. Llámase por esto este procedimiento **método por intersección de arcos.**

El arco de radio l_c (fig. 3) con centro en el punto **C** servirá de **comprobación** para la determinación del nuevo punto **P.**

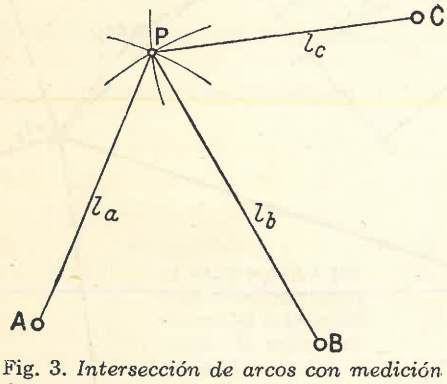


Fig. 3. *Intersección de arcos con medición de contralor.*

Puntos dados: A, B y C.
Punto buscado: P.
Se midieron las distancias: l_a, l_b y l_c.

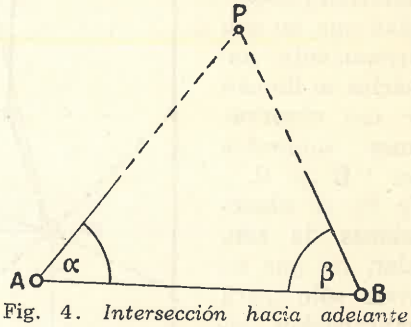


Fig. 4. *Intersección hacia adelante con puntos básicos intervisibles.*

Puntos dados: A y B.
Punto buscado: P.
Se midieron los ángulos α y β

b) *Intersección (o bisección) hacia adelante (medición angular).*

Se mide en **A** (fig. 4) el ángulo α entre **B** y **P** y en **B** en ángulo β entre **A** y **P,** o también, en caso de no haber intervisibilidad entre los punto **A** y **B,** en **A** el ángulo α entre **P** y **C** (fig. 5) y en **B** el ángulo β entre **D** y **P.** Queda en esta forma el nuevo punto **P** geométricamente determinado por

la intersección de **dos rectas dirigidas,** es decir, por el llamado **método por intersección (o bisección) hacia adelante** desde los dos puntos básicos **A** y **B.** Una tercer visual al punto **P** desde un tercer punto básico **C** (fig. 6) servirá para comprobación.

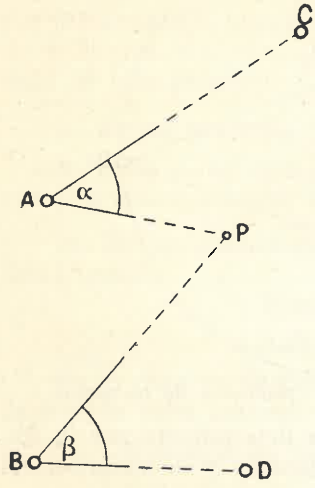


Fig. 5. *Intersección hacia adelante con puntos básicos no intervisibles.*

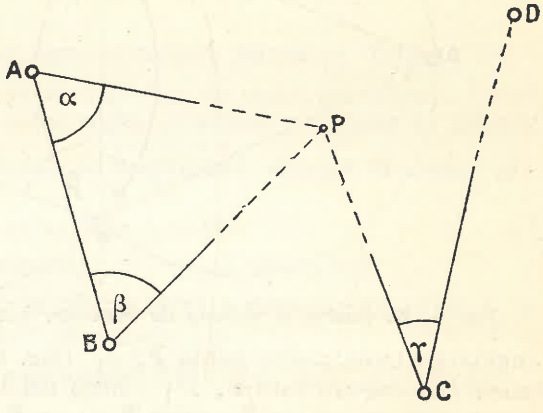


Fig. 6. *Intersección hacia adelante con visual de comprobación.*

c) *Midiendo en el nuevo punto dos ángulos a tres puntos básicos (intersección hacia atrás o problema de la carta).*

Siendo **A** y **B** (fig. 7) dos puntos fijos dados y **P** el nuevo punto a determinar, se sabe de la geometría plana que, con medir en **P** el ángulo α (fig. 7), se halla determinada una circunferencia, primer lugar geométrico del punto **P** buscado.

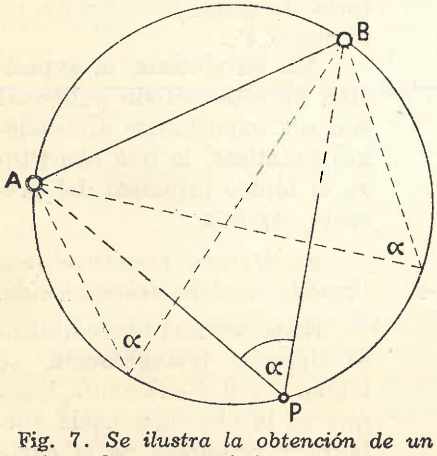


Fig. 7. *Se ilustra la obtención de un primer lugar geométrico para el nuevo punto* P.

Cuando se puede ver desde **P** otro punto fijo **C** (fig. 8), se medirá en **P,** fuera del ángulo α, el ángulo β sobre la cuerda **BC,** con lo cual se obtendrá una segunda circunferencia lugar geométrico del punto **P,** hallándose entonces el punto **P** en la intersección de ambas. Se dice "**el punto P está determinado por intersección hacia atrás a los 3 puntos A, B y C**", método de determinación que se denomina también "**problema de la carta**". Se le llamó así porque tiene un papel importante en la confección de la carta topográfica.

d) *Método poligonal.*

Este método es una combinación de mediciones lineales con mediciones

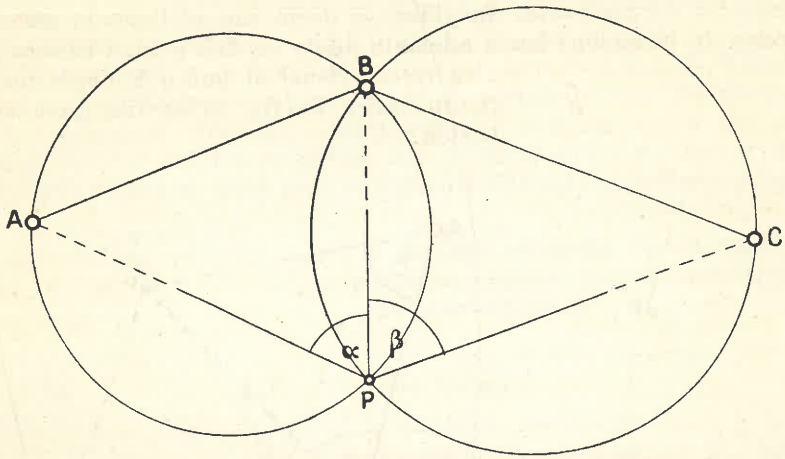


Fig. 8. *Se ilustra el método de bisección hacia atrás (problema de la carta).*

angulares. Cada nuevo punto P_{n+1} (fig. 9) queda determinado por la distancia l al nuevo punto P_{n+1} (largo del lado poligonal) y la medición del ángulo poligonal β en P_n entre P_{n-1} y P_{n+1} Los dos lugares geométricos

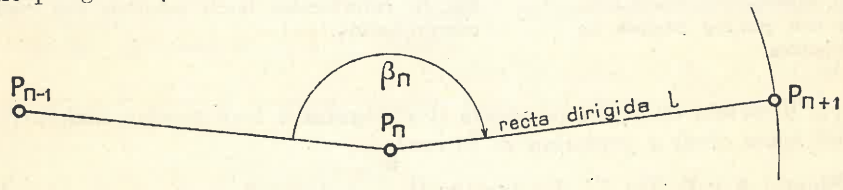


Fig. 9. *Se ilustra el principio de la determinación de un nuevo punto* P_{n+1} *por el método poligonal.*

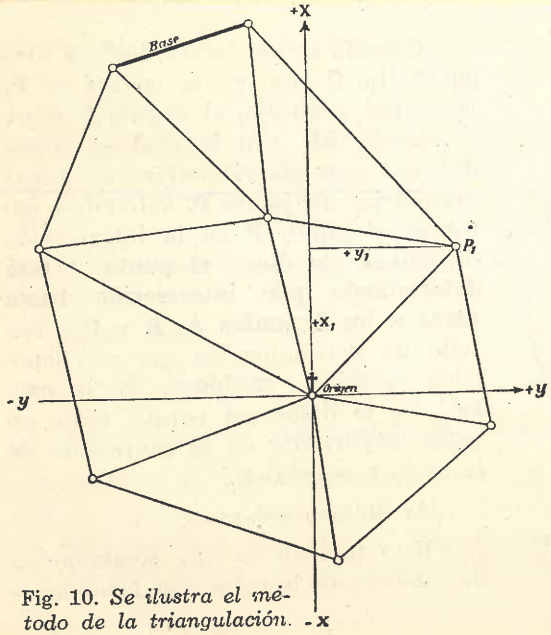


Fig. 10. *Se ilustra el método de la triangulación.*

que determinan en ese caso al nuevo punto son: un **arco de circunferencia** de radio l y una **recta dirigida** que arranca en el punto P_n.

Es, en síntesis, la exposición de este método poligonal con sus importantes aplicaciones prácticas, lo que constituye el tópico principal del presente capítulo.

e) *Método trigonométrico llamado también triangulación.*

Empleando el procedimiento llamado **triangulación,** se miden ángulos solamente, igual que en la bisección hacia adelante y problema de la carta (el que no es más que un problema particular de la trian-

gulación). Pero mientras en las intersecciones las distancias a los nuevos puntos son obtenidas mediante el cálculo con ayuda de las coordenadas de los puntos fijos dados, las longitudes de los lados de triángulos son **deducidas** por el cálculo a raíz de los ángulos de triángulos medidos y un solo lado de triángulo directamente determinado (ver fig. 10). Este lado se llama **base** de triangulación.

3. Reglas prácticas y normas para el cálculo numérico. Tablas.

A fin de poder aplicar un criterio uniforme en todos los cálculos numéricos, se aconseja seguir las siguientes **reglas prácticas y normas de cálculo:**

1º) **En los redondeos de números se despreciará siempre la menor cantidad posible.**

Ejemplo de redondeo: 2,50 467.
Redondeos sucesivos: 3; 2,5; 2,505; 2,5047.

En el caso particular, en que la última cifra a desechar fuera un 5, se dará en la cifra anterior preferencia al número par.

Ejemplos de redondeo particular: 7,15; 7,05; 8,65; 9,5; 10,5.
Redondeos: ..... 7,2; 7,0; 8,6; 10; 10.

2º) **Conviene efectuar el cálculo de las observaciones con una precisión tal que los errores provenientes del cálculo no alcancen a 1/3 de los errores de observación,** es decir, **si de las mediciones resultasen seguros los dm, se llevaría el cálculo hasta los cm o, estando seguros los 10″, se calcularán hasta las unidades de segundos, etc.**

3º) **Sobre la cantidad de cifras decimales a emplear en el cálculo logarítmico.**

En los **cálculos logarítmicos** a que dan lugar las operaciones topográficas, se emplearán generalmente **tablas de 5 decimales,** usándose **tablas de 6 decimales** para operaciones básicas de carácter geodésico.

El topógrafo no necesita nunca efectuar sus cálculos con **tablas de 7 decimales,** las que, además de ser más laborioso su uso, no corresponden a la precisión alcanzada en ninguna de sus operaciones.

Habiendo, por ejemplo, el agrimensor cerrado un polígono con un error medio relativo del 1/500, sería deshonesto (o por lo menos una falta de criterio) calcular los resultados con tablas de 7 decimales, las que corresponden a una precisión de 1/4 000 000

El gran geodesta y astrónomo **Bessel** se expresó a este respecto en los siguientes términos: *"Der Feldmesser, der Baumeister und der Seefahrer werden nie mehr als 5 Decimalen gebrauchen"*, lo que quiere decir: *el agrimensor, el arquitecto y el navegante no necesitarán nunca más de 5 decimales"*; y el astrónomo inglés **Nevil Maskelyne** (ya en el año 1800) se expresó en estos términos: *"Five places of figures are abundantly sufficient for the purposes of navigation"*. Pero recién la poderosa influencia del profesor inglés **Perry,** prestigioso reformador de la enseñanza de matemáticas, hizo que se generalizase universal y definitivamente la convicción de que: *"It is dishonest to use more figuresthan we are sure of from our data"*, es decir,

que *"es deshonesto usar más cifras de las que resulten seguras con los elementos de medición"*.

Recomendamos:

Tablas de logaritmos:

Ing. Federico W. Müller, Tabla de los logaritmos de Briggs de los números naturales y funciones trigonométricas con cinco decimales. Editorial: Amenábar 1526, Bs. Aires.

Bremiker, Tablas logarítmicas y trigonométricas de 6 decimales para división sexagesimal, 17ª edición, Berlín 1929 (en uso general en el Instituto Geográfico Militar Argentino).

Tablas de valores naturales:

Dr. F. G. Gauss, Tablas trigonométricas y poligonométricas de 5 decimales, para el cálculo con la máquina; división sexagesimal del cuadrante, y, finalmente.

Prof. Dr. Peters, Tablas de 6 decimales para las funciones trigonométricas y división sexagesimal del cuadrante.

4º) Sistema general de coordenadas rectangulares. Disposición de los ejes y cuadrantes.

Supondremos siempre, según el uso universalmente establecido, un **sistema tal que la rama positiva del eje de las ordenadas** y **quede a 90º de la rama positiva del eje de las abscisas** x, contando esta magnitud angular **en el sentido del movimiento de las agujas del reloj.** Es entonces arbitraria todavía la dirección de la rama positiva del eje de las **x**.

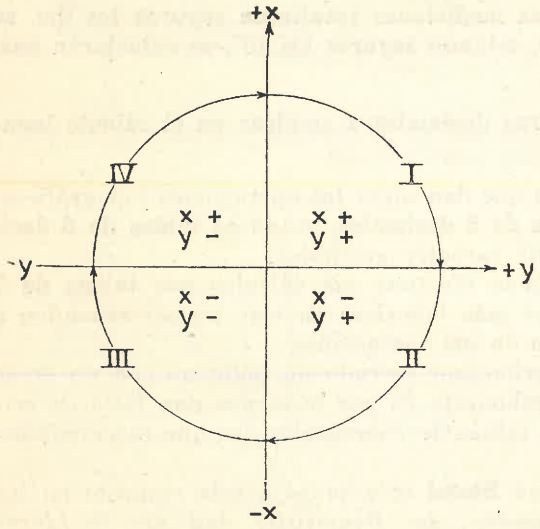


Fig. 11. *Se ilustra la disposición de los ejes de coordenadas y cuadrantes.*

En la **práctica topográfica, geodésica y catastral,** es costumbre general hacer coincidir el eje de las **x** con el meridiano del origen del sistema de coordenadas, estando entonces dirigido el eje de las **x** positivas hacia el **Norte,** el eje de las **y** positivas hacia el **Este,** las **x** negativas, en consecuencia, hacia el **Sur** y las **y** negativas hacia el **Oeste** (fig. 11).

Mediante los dos ejes de coordenadas el plano se divide en 4 partes llamadas **cuadrantes.**

Los **signos** que corresponden a las **abscisas** x **y ordenadas** y se consignan en la figura 11.

5º) Sistemas locales de coordenadas.

Aparte de los sistemas generales de coordenadas empléanse a menudo con fines especiales **sistemas locales de coordenadas,** que pueden ser orientados de un modo conveniente cualquiera, por ejemplo, el eje de las **x** o el eje de las y coincidentes con el primer lado de un polígono (ver fig. 5, pág. 192

y 3, pág. 228); con la dirección principal de una línea de ferrocarril, camino, canal; tangente a una curva, etc. Pero también en estos casos es conveniente orientar los ejes de tal modo que se pase del eje de las **x** positivas al de las **y** positivas por un movimiento giratorio de 90° **en el sentido de la marcha de las agujas del reloj.**

6. Rumbo.

Lámase **rumbo** de una recta, en el sistema decoordenadas planas, al ángulo que dicha recta forma con el eje de las **x** o una paralela a ese eje; en otros términos más precisos: Siendo **A** y **B** (fig. 12) dos puntos en el sistema de coordenadas planas, el rumbo α de la línea **AB**, que designaremos también según JORDAN por **(AB)**, es **el ángulo por el cual la paralela a la rama positiva del eje de las x**, trazada por el punto de arranque **A, debe ser girada** en el sentido del movimiento de las agujas del reloj, **hasta llegar a la coincidencia con el lado AB.**

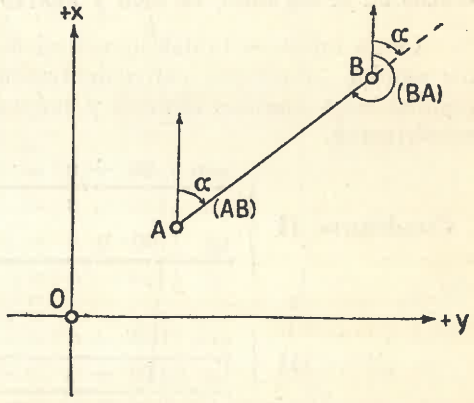


Fig. 12. *Se ilustra la definición del rumbo.*

Este ángulo puede tomar **valores cualesquiera entre 0° y 360°.**

Se llama:

rumbo 0° ó 360° a la dirección de la rama positiva del eje de las **x**,
„ 90° „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ **y**,
„ 180° „ „ „ „ „ „ negativa „ „ „ „ **x**,
„ 270° „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ **y**,

Dedúcese de la definición del rumbo el siguiente **teorema:**

A los dos sentidos que puede tener una dirección corresponden dos rumbos, el rumbo directo y el inverso (o recíproco), los que se diferencian en 180° (fig. 12), es decir:

$$\text{Rumbo (BA)} = \text{rumbo (AB)} \pm 180°$$

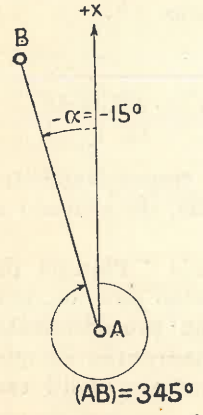


Fig. 13. *Se ilustra el concepto de rumbo negativo.*

Rumbos mayores de 360° y rumbos negativos. Girando la recta **AB** en 360° alrededor de **A**, cambiará sólo el número de grados ($\alpha + 360°$), pero **no** el significado del rumbo de la misma, por volver el rayo móvil a ocupar exactamente la misma posición que tuvo antes de su giro. **Un rumbo mayor de 360° se transforma, por lo tanto, en otro equivalente, restándole 360°.**

Al girar el rayo móvil **AB** en **sentido contrario** al de de las agujas del reloj (fig. 13), es evidente que el rumbo irá disminuyendo hasta anularse por completo, cuando **AB** coincida con la dirección paralela a la dirección del eje de las **x** positivas. Siguiendo ese movimiento girato-

rio, el lado **AB** llegará a tener un **rumbo negativo,** — α (fig. 13), equivalente al **rumbo positivo** 360° — α,

Ejemplo: rumbo negativo — 15° = rumbo positivo 345°.

7. Uso práctico de las tablas logarítmicas para las funciones trigonométrncas en el segundo, tercero y cuarto cuadrante.

Como nuestras tablas logarítmicas sólo contienen las funciones de ángulos agudos, empléanse convenientemente, para obtener las funciones correspondientes a ángulos obtusos y mayores de 180°, las siguientes **fórmulas de substitución.**

Cuadrante II	**sen (90° + α) = cos α**	**cos (90° + α) = — sen α**
	sen (180° — α) = sen α	cos (180° — α) = — cos α
	tg (90° + α) = — ctg α	**ctg (90° + α) = — tg α**
	tg (180° — α) = — tg α	ctg (180° — α) = — ctg α
" III	**sen (180° + α) = — sen α**	**cos (180° + α) = — cos α**
	tg (180° + α) = + tg α	**ctg (180° + α) = + ctg α**
" IV	**sen (270° + α) = — cos α**	**cos (270° + α) = + sen α**
	sen (360° — α) = — sen α	cos (360° — α) = + cos α
	tg (270° + α) = — ctg α	**ctg (270° + α) = — tg α**
	tg (360° — α) = — tg α	ctg (360° — α) = — ctg α

Tenemos entonces para las fórmulas subrayadas las siguientes reglas **prácticas:**

Para hallar la función trigonométrica de un ángulo en el segundo y cuarto cuadrante, se buscará la cofunción de excedente a 90° y 270°, respectivamente, teniendo en cuenta el signo que corresponde.

Para hallar la función trigonométrica de un ángulo en el tercer cuadrante se buscará la misma función del excedente a 180°, invirtiendo el signo para seno y coseno, conservándolo para tangente y cotangente.

Las fórmulas subrayadas son más prácticas que las otras. (*)

8. "Angulo para el cálculo".

Ejemplo: Rumbos 134° 24′ 12″ "Angulo para el cálculo": 45° 35′ 48″
347° 12′ 59″ " " " " 12° 47′ 1″

Es decir: se formarán los **complementos** a 180° y 360°, respectivamente, cuando se trate de rumbos en el segundo y cuarto cuadrante, de acuerdo a las fórmulas no subrayadas en el número anterior.

La columna "**Angulo para el cálculo**", en la anticuada "**Planilla de coordenadas y superficies**", aun oficialmente en uso en nuestro país, es, por lo menos, superflua, debiendo **suprimirse,** por **no existir un procedimiento único** para hallar las funciones trigonométricas en dichos cuadrantes. El que en esa forma se prescribe es el menos práctico. Conviene por eso abolir esa planilla y substituirla por la de págs. 220 y 221.

(*) Las indudables ventajas de este procedimiento de cálculo, se hallan puestas de relieve prácticamente en la *Planilla explicativa* de pág. 105 de la *"Tabla de Logaritmos de Briggs"*, del Ing. Federico W. Müller, mencionada en pág. 170 del presente Volumen.

9. El acimut (*) como base para la determinación de rumbos.

La **base para la determinación de rumbos la constituye el acimut en el punto origen** P_o del sistema; es el **ángulo horizontal** o **ángulo "acimutal"** α_o, por el cual debe ser girado (en el sentido del movimiento de las agujas del reloj) el meridiano de ese punto origen P_o, alrededor de P_o, hasta que coincida con el primer lado poligonal que arranca en P_o (ver P_oP_1 de figs. 14 y 15).

Podemos decir entonces: Llámase, en **geodesia y topografía, acimut** de la línea P_oP_1 (figs. 14 y 15), el ángulo horizontal que dicha línea forma con el meridiano de P_o.

[En **astronomía,** llámase **acimut** de una estrella al arco del horizonte (contado desde el origen **Sur,** pasando por el Oeste, Norte, Este) entre el meridiano y el círculo de altura de esta estrella; ver pág. 97.]

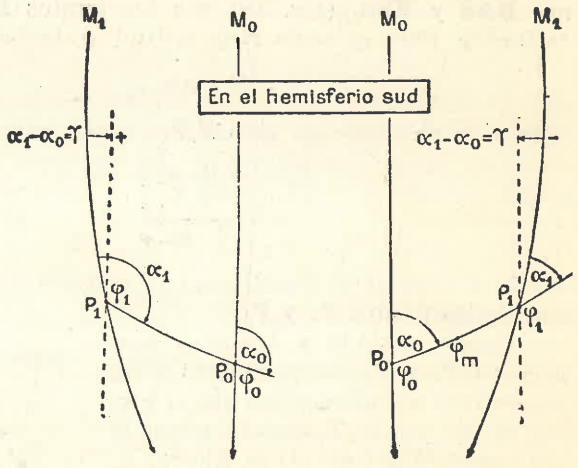


Fig. 14. Fig. 15.

Se ilustran los conceptos del acimut y de la convergencia de meridianos o sea del ángulo:

$$\gamma = \alpha_1 - \alpha_0$$

entre el meridiano P_1M_1 *y la paralela al eje de la x; en fig. 14 para un punto* P_1 *al Oeste y en fig. 15 para un punto* P_1 *situado al Este de ese eje.*

φ_0 latitud del punto P_0

φ_1, " " " P_1

Latitud media $\varphi_m = \frac{1}{2}(\varphi_0 + \varphi_1)$

Caso particular. Si el punto **A** de la recta **AB** (fig. 12) se hallara situado sobre el eje de las **x** (y éste en coincidencia con el meridiano de **A**), el **rumbo** de la línea sería al mismo tiempo **acimut** de la misma.

Pero para cualquier otro punto de esa recta o de otra recta situada fuera del eje de las abscisas, ya sea a la derecha (ver fig. 15) o a la izquierda (ver fig. 14), esos dos ángulos difieren entre sí en magnitud y difieren tanto más cuanto más se hallen alejados del eje de las **x** los puntos considerados.

La diferencia:

acimut — rumbo

entre el acimut de una línea **AB** (fig. 12), contado desde el meridiano de **A**, y el rumbo de la misma (contado desde la paralela al eje de las **x**); o sea, en otros términos: **la diferencia** $(\alpha_n - \alpha_0)$ **entre el acimut** α_n **del punto** P_n **y el acimut** α_o **del punto origen** P_o **se llama convergencia de meridianos** γ **de la cual nos ocuparemos más extensamente en el próximo número.**

(*) *Acimut,* del árabe *as-sumut,* dirección del horizonte.

10. Convergencia de meridianos.

Una simple reflexión en base a la figura 16 nos permitirá deducir fácilmente una **fórmula para la convergencia de meridianos** suficientemente aproximada para la práctica.

Imaginamos trazados una esfera de radio **R** (~ 6370 km) y los meridianos **NAS** y **NBS**, (fig. 16) con los puntos P_o y P_1, respectivamente, a la latitud φ Para el radio **r** de latitud φ, tenemos:

$$CP_o = r = R \cdot \cos \varphi$$

y para el elemento de arco P_0P_1 en esa latitud:

$$P_0P_1 = R \cos \varphi \cdot \lambda$$

$$\lambda = \frac{P_0P_1}{R \cdot \cos \varphi}$$

donde λ expresa (en radianes) la diferencia de longitud de los puntos P_o y P_1.

Suponemos ahora trazadas además, en P_o y P_1, las tangentes a los respectivos meridianos, las que se cortan en un punto **T** situado sobre la prolongación del eje de la Tierra.

La magnitud angular P_oTP_1, que dichas tangentes forman en **T**, expresa la **convergencia de meridianos** γ a determinar.

La figura 16 nos da directamente:

$$\alpha_1 - \alpha_0 = \gamma = \frac{P_0P_1}{P_0T} = \frac{\lambda \cdot CP_0}{P_0T} = \lambda \cdot \operatorname{sen} \varphi$$

o sea (en segundos):

$$\gamma'' = \lambda \cdot \rho'' \cdot \operatorname{sen} \varphi = \frac{P_0P_1}{R \cos \varphi} \cdot \rho'' \operatorname{sen} \varphi$$

$$= \frac{P_0P_1}{R} \rho'' \cdot \frac{\operatorname{sen} \varphi}{\cos \varphi}$$

$$(1) \qquad \boxed{\gamma'' = \frac{y_{km}}{R_{km}} \cdot 206\,255'' \cdot \operatorname{tg} \varphi}$$

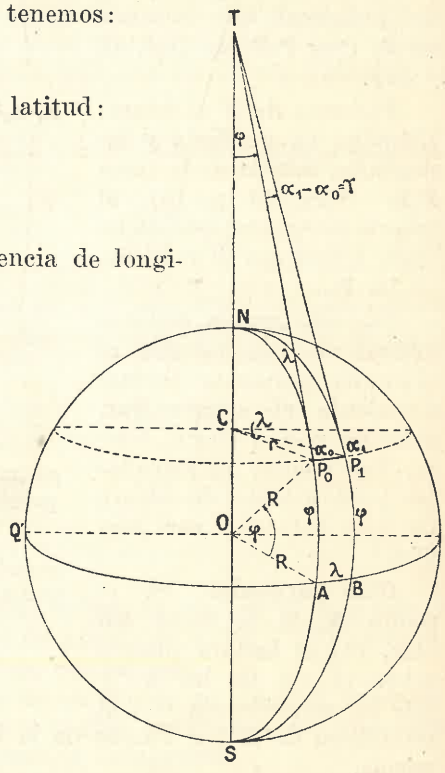


Fig. 16. *Se ilustra la deducción de la fórmula aproximada para la convergencia de meridiano* :

$$\gamma'' = \frac{y_{km}}{R_{km}} 206\,265'' \operatorname{tg} \varphi$$

donde y_{km} expresa, en km, la ordenada del punto P_1, referida al origen P_0; R_{km} el radio de la Tierra y φ la latitud de ese punto.

La fórmula (1) nos enseña que la convergencia de meridianos aumenta con la magnitud de la ordenada **y**. Entre puntos de iguales ordenadas, la convergencia de meridianos es mayor para aquellos de mayor distancia del ecuador [compare (2) del ejemplo 1 ($\varphi = -34^\circ\ 38'$) con (3) del ejemplo 2 ($\varphi = -50^\circ\ 37'$].

Ejemplo 1. ¿Cuál es la convergencia de meridianos para el punto "**Igl. San Juan Evangelista**", con **y** = — 9506 metros (en el sistema de coordenadas

planas de la ciudad de Buenos Aires, con origen en "**Igl. Flores**") y $\varphi - \sim 34^\circ 38'$ (tg. $\varphi = -0{,}69\,071$)?

Según fórmula (1) tenemos para la distancia de 9,51 km:

$$\gamma'' = \frac{9{,}51}{6370} 206265'' \times -0{,}691$$

(2)

$$\gamma'' = -19'' \times 9{,}51 \qquad (\varphi = -34^\circ 38')$$

$$\gamma'' = -181'' = -3'\ 1''$$

Ejemplo 2. ¿Cuál es la magnitud angular del **salto de cuadrícula** (ver para más detalles, T. I, pág. 153 y las **Conclusiones** que figuran a continuación), que se produce, debido a la convergencia de meridianos, en el encuentro de las fajas meridianas argentinas 4 y 5 (ver fig. 17), en la latitud $\varphi = -50^\circ 37'$ (tg. $\varphi = -1{,}21\,814$)?

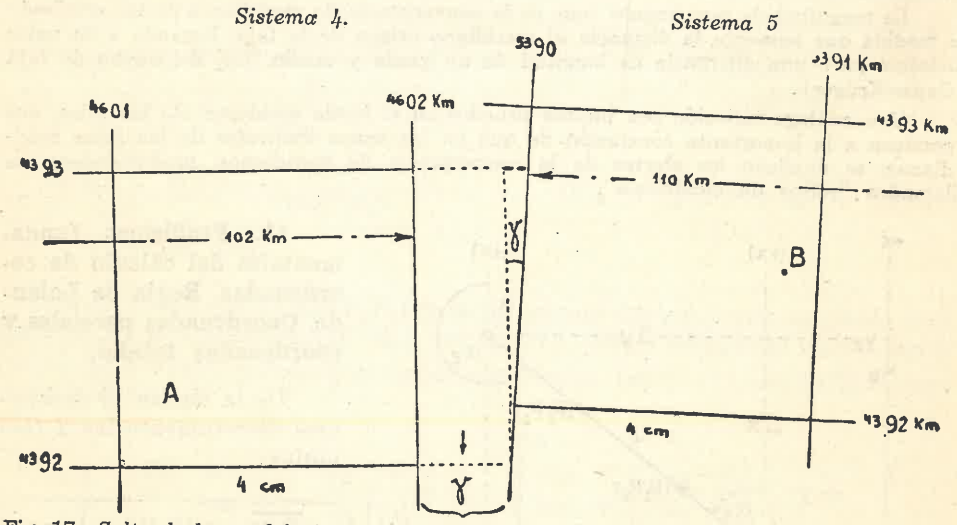


Fig. 17. *Salto de la cuadrícula en el hemisferio sur,* en el encuentro de las *fajas argentinas 4 y 5, y la latitud* $\varphi \sim -$ *50°37', debido a la convergencia de meridianos.* γ

Según fórmula (1) y los datos de fig. 17 tenemos para la distancia de (102 + 110 =) 212 km.

$$\gamma'' = \frac{212}{6370} 206265'' \times -1{,}218$$

(3)

$$\gamma'' = -39'' \times 212 \qquad (\varphi = -50^\circ 37')$$

$$\gamma'' = -2^\circ 17{,}8'$$

El conocimiento de los rumbos generalmente referidos al meridiano del punto origen, es indispensable para el cálculo de las coordenadas planas de nuevos puntos, principalmente de puntos poligonales, tema éste que constituye uno de los problemas fundamentales de la Topografía y Geodesia Inferior.

Conclusiones: La gran importancia que tiene el concepto de la convergencia de meridianos, que acabamos de explicar, da lugar a las siguientes dos conclusiones, la primera de carácter topográfico-geodésico, y la segunda de interés cartográfico-catastral.

Primera conclusión: Para una línea P_oP_1, con el punto de arranque P_o sobre el eje de las x (meridiano central de una faja Gauss-Krüger), el acimut y el rumbo coinciden en el origen P_o. En cambio, para una línea poligonal cualquiera $P_1P_n+_1$, distante del eje de las abscisas, el acimut es siempre mayor que el rumbo en la magnitud de la convergencia de meridianos γ, en el punto P_n. Podemos entonces establecer la siguiente invariable *regla práctica:* a) Pásase del acimut de una línea al correspondiente rumbo con restar del acimut la convergencia de meridiano γ; e inversamente: b) del rumbo al acimut, con sumar al rumbo el valor del angulito γ.

Segunda conclusión: En un punto origen P_o de un sistema general de coordenadas planas, o en un punto situado sobre el meridiano central de una faja meridiana de coordenadas Gauss-Krüger, el Norte astronómico (verdadero) coincide con el Norte de cuadrícula. En cambio, en otros puntos de la red, más o menos distantes del eje de las x o del meridiano central, se formará una figura de ángulo entre la paralela al eje de las x (Norte de cuadrícula) y el meridiano de cada punto.

La magnitud de este ángulo (que es la convergencia de meridianos γ) irá creciendo a medida que aumente la distancia al meridiano origen de la faja, llegando a su valor máximo para una diferencia de longitud de un grado y medio, ($1\frac{1}{2}$ del ancho de faja Gauss-Krüger).

Una análoga reflexión con puntos situados en el borde occidental de las fajas, nos conduce a la importante conclusión de que en las zonas limítrofes de las fajas meridianas, se duplican los efectos de la convergencia de meridianos, produciéndose los llamados "saltos de cuadrícula".

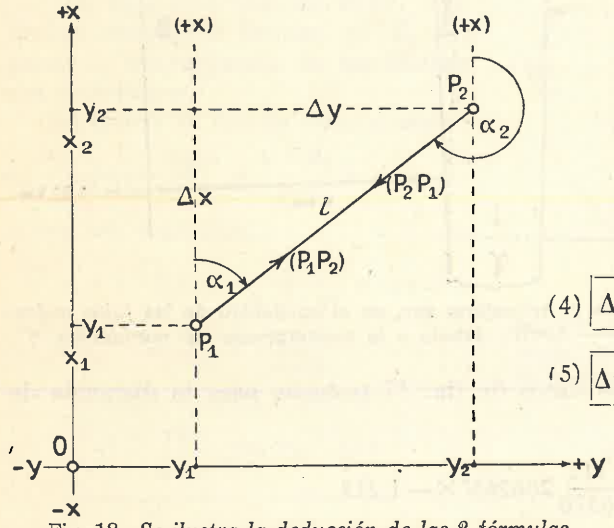


Fig. 18. *Se ilustra la deducción de las 2 fórmulas fundamentales del cálculo de coordenadas.*

11. Problemas fundamentales del cálculo de coordenadas. Regla de Lalande. Coordenadas parciales y coordenadas totales.

De la figura 18 deducimos directamente las 2 fórmulas:

$$(4)\quad \boxed{\Delta x = \overline{P_1P_2}\cos(P_1P_2) = l\cdot\cos\alpha}$$

$$(5)\quad \boxed{\Delta y = \overline{P_1P_2}\,\mathrm{sen}\,(P_1P_2) = l\cdot\mathrm{sen}\,\alpha}$$

Son éstas las **fórmulas fundamentales** no sólo del cálculo de coordenadas sino de la **Topografía Práctica** y **Geodesia Inferior**, en las que están basadas la mayor parte de las determinaciones de nuevos puntos en el sistema de coordenadas.

Ejemplo numérico 1.

Sean $P_1P_2 = l = 523{,}67$ m y $(P_1P_2) = \alpha = 135^\circ\,37'\,45''$. Hallar las coordenadas parciales Δx y Δy del punto P_2 con respecto a P_1.

	Cálculo logarítmico		Cálculo con la máquina.
(6)	$\log \Delta x = 2{,}57\,326n$	$\Delta x = -374{,}33$	$l \cdot \cos\alpha = -374{,}34$
	$\log \cos\alpha = \overline{9{,}85\,420n}$ ↑		$\cos\alpha = -0{,}71\,483$
	$\log l = 2{,}71\,906$ ↓		$l = 523{,}67$
	$\log \operatorname{sen}\alpha = \underline{9{,}84\,466}$ ↓		$\operatorname{sen}\alpha = +0{,}69\,930$
	$\log \Delta y = 2{,}56\,372$	$\Delta y = +366{,}20$	$l \cdot \operatorname{sen}\alpha = +366{,}21$

Inversión del problema anterior.

Dadas las coordenadas de los punto P_1 y P_2, hallar el rumbo $(P_1P_2) =$ de la línea $\overline{P_1P_2}$ y la distancia P_1P_2.

De la figura 18 sacamos directamente estas **4 fórmulas fundamentales:**

(7) $$\operatorname{tg}(P_1P_2) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

(8) $$\overline{P_1P_2} = \frac{\Delta y}{\operatorname{sen}(P_1P_2)}$$

(9) $$\overline{P_1P_2} = \frac{\Delta x}{\cos(P_1P_2)}$$

(ver pág. 180)

(10) $$\overline{P_1P_2} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

Es de notar que el **sen(P_1P_2) y la** diferencia $(y_2 - y_1)$, por un lado, y el **cos(P_1P_2)** y la diferencia $(x_2 - x_1)$, por el otro, tienen siempre el mismo signo [ver cuadro (11)], por lo que ambas ecuaciones, (8) y (9), darán $\overline{P_1P_2}$ con signo positivo.

(11)

	$+x$	
IV	$\operatorname{sen} -$, $\cos +$: $\frac{(y_2-y_1)}{(x_2-x_1)}$: $\operatorname{tg} -$	$\operatorname{sen} +$, $\cos +$: $\frac{(y_2-y_1)}{(x_2-x_1)}$: $\operatorname{tg} +$ I
$-y$		$+y$
III	$\operatorname{sen} -$, $\cos -$: $\frac{(y_2-y_1)}{(x_2-x_1)}$: $\operatorname{tg} +$	$\operatorname{sen} +$, $\cos -$: $\frac{(y_2-y_1)}{(x_2-x_1)}$: $\operatorname{tg} -$ II
	$-x$	

En las aplicaciones de estas fórmulas conviene atenerse a las siguientes **reglas prácticas:**

1º Cuando el cociente $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ tiene los signos: $\frac{+}{+}$ o sea: **$\frac{\text{seno positivo}}{\text{coseno positivo}}$**, el rumbo buscado se hallará en el **primer cuadrante.**

2º Cuando los signos son: $\frac{-}{-} = +$, es decir: **$\frac{\text{seno negativo}}{\text{coseno negativo}}$**, el rumbo se hallará en el **tercer cuadrante.**

3º Cuando los signos sin: $\frac{+}{-}$ o $\frac{-}{+}$, es decir: **$\frac{\text{seno positivo}}{\text{coseno negativo}}$** o

$\frac{\text{seno negativo}}{\text{coseno positivo}}$, se considerará el logaritmo del cociente como **log ctg**, en lugar de **log tg**, sumando al ángulo hallado en la tabla 90° ó 270° según que se trate del cociente $\frac{+}{-}$ o $\frac{-}{+}$.

(Es decir, se pasa a la cofunción de acuerdo con las fórmulas subrayadas de pág. 174, válidas para el segundo y cuarto cuadrante).

Ejemplo numérico 2.

Estando dadas las coordenadas (x_1,y_1) y (x_2,y_2) de los puntos P_1 y P_2, hallar el rumbo y distancia de la recta $\overline{P_1P_2}$.

$$x_1 = +7\,452{,}65\ \text{m} \ ; \ y_1 = +\ 708{,}19\ \text{m}$$
$$x_2 = +7\,510{,}14\ ,, \ ; \ y_2 = +\ 1591{,}26\ ,,$$

Cálculo logarítmico: . **Cálculo con la máquina:**

(12)

$(y_2 - y_1) = \Delta y = +\ 883{,}07$
$(x_2 - x_1) = \Delta x = +\ 57{,}49$
$\log \overline{P_1P_2} = 2{,}94\,691 \quad \overline{P_1P_2} = 884.94$
$\log (y_2 - y_1) = 2{,}94\,600$
cpl. $\log \operatorname{sen} (P_1P_2) = 0{,}00\,091$
cpl. $\log \cos (P_1P_2) = 1{,}18\,733$
$\log (x_2 - x_1) = 1{,}75\,959$
$\log \overline{P_1P_2} = 2{,}94\,692$; $\overline{P_1P_2} = 884{,}96$ m
$\log \operatorname{tg} (P_1P_2) = 1{,}18\,641$; $(P_1P_2) = 86°\,16'\,31''$

$\operatorname{tg} (P_1P_2) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = 15{,}3604$
$(P_1P_2) = 86°\,16'\,30''$
$\Delta x^2 = 3\,305$
$\Delta y^2 = 779\,813$
$\Delta x^2 + \Delta y^2 = 783\,118 = \overline{P_1P_2}^2$
$\overline{P_1P_2} = 884{,}94$ m

Ejemplo numérico 3 (cálculo con 6 decimales):

(13)

$y_2 - y_1 = 10\,000{,}00$
$x_2 - x_1 = 10{,}00$
$\log (\overline{P_1P_2}) = 4{,}000\,000$
$\log (y_2 - y_1) = 4{,}000\,000$
cpl. $\log \operatorname{sen} (P_1P_2) = 0{,}000\,000$
cpl. $\log \cos (P_1P_2) = 3{,}000\,046$
$\log (x_2 - x_1) = 1{,}000\,000$
$\log \overline{P_1P_2} = 4{,}000\,046$
$\log \operatorname{tg} (P_1P_2) = 3{,}000\,046$
$\alpha = (P_1P_2) = 89°56'33{,}7''$

$P_1P_2 = 10\,000{,}00$

Valor exacto según (10)*:
$\overline{P_1P_2} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$
$= 10\,000{,}005$

$\overline{P_1P_2} = 10\,001{,}07$ (menos exacto)

Los resultados para las distancias $\overline{P_1P_2}$, según las fórmulas (8) y (9) no concuerdan en este ejemplo con toda exactitud por la siguiente razón:

(*) La fórmula de Pitágoras (10) se aplica sólo en los casos pocos frecuentes en que no se necesite hallar al mismo tiempo el rumbo de la línea.

Tanto los logaritmos de Δx y Δy, como así también el rumbo (P_1P_2) están afectados de pequeños errores, el rumbo de una fracción de segundo, pudiendo Δx o Δy estar inseguros hasta la mitad de la última cifra decimal por **efecto del redondeo.**

La **inseguridad del ángulo** afecta el valor del seno tanto menos cuanto más próximo a 90° se halle el ángulo, y al valor del coseno tanto menos cuanto más próximo a 0° se halle el ángulo.

Las **inseguridades de las magnitudes** Δx o Δy tendrán tanto menos efecto sobre la distancia cuanto más pequeños son los factores $\frac{1}{\cos \alpha}$ ó $\frac{1}{\text{sen } \alpha}$ por los cuales se multiplica Δx ó Δy, respectivamente, es decir, **se prefiere el cateto grande.**

Aplícase por tanto como **principio** en la práctica la siguiente **regla:**

Cuando el rumbo es mayor que 45°, se prefiere para el cálculo de la distancia la fórmula (8) con el **seno** (ver ejemplos numéricos 2 y 3). y cuando el rumbo es menor que 45° se prefiere la fórmula (9) con el **coseno;** es decir, **se prefiere siempre la función que se halla en la tabla de logaritmos más a la derecha,** lo que equivale a **preferir el cateto** (Δx o Δy) **más grande para la determinación de la hipotenusa o distancia que se busca** (ver fig. 18). Esta regla es llamada a veces: "**regla de Lalande**".

En los ejemplos prácticos calculados y en los que más adelante daremos, se emplean las dos fórmulas para **comprobación.**

Las coordenadas del nuevo punto P_2, referidas a las paralelas a los ejes de P_1, se llaman **coordenadas parciales** Δx y Δy (fig. 18) del punto P_2 respecto a P_1, designándose por **coordenadas totales** las referidas al origen **O** del sistema.

12. Ventajas del empleo de formularios para cálculo logarítmico y la máquina de calcular. Ventajas de los cálculos ejecutados con la máquina.

El empleo de buenos formularios impresos para cálculos geodésicos y catastrales ofrece las siguientes *ventajas:*

Los cálculos que se efectúan en formularios se llevan a cabo en menos tiempo y con más seguridad. Son presentados en ellos en una forma y orden tal que son inteligibles para cualquier técnico familiarizado con el asunto.

Por esta razón, las oficinas técnicas públicas suelen exigir a los profesionales que ciertos cálculos, correspondientes a operaciones de carácter oficial, vengan presentados en determinados formularios o planillas reglamentarios.

Conviene, por lo tanto, que el estudiante se acostumbre a ejecutar los problemas fundamentales, que a menudo se repiten, en *formularios uniformes,* adaptados a aquéllos.

Y como para la mayor parte de las operaciones fundamentales no existían todavía estos formularios, hemos emprendido la confección de los mismos, para la mayor parte de los problemas corrientes, tanto para el cálculo logarítmico como la máquina de calcular, creyendo contribuir así y con los numerosos ejemplos numéricos en ellos ejecutados a un mejor conocimiento de las normas del cálculo.

Nuestra *Libreta Topográfica* representa una colección casi completa de los principales formularios de cálculo y registros de campo confeccionados por nosotros (con páginas distintas a croquis y observaciones, breves notas y ejemplos explicativos, tablas de tolerancias lineales y angulares y tablas auxiliares de taquimetría), hallándose en los tres primeros tomos de nuestro Compendio numerosos ejemplos calculados en dichos formularios. Resulta así la *Libreta Topográ-*

fica (con 21 distintos formularios) una guía práctica para todos los trabajos topográficos fundamentales, de campo y gabinete.

Ventajas del cálculo con la máquina.

Sabido es que la mayor parte de los errores que ocurren en el cálculo logarítmico, provienen de las interpolaciones.

Dada la circunstancia de que el cálculo con la máquina exige mucho menos interpolación que el cálculo logarítmico (ver pág. 54, volumen 1 del tomo III: Problema de la carta, 6ª solución especial para la máquina, que sólo exige, en total, dos interpolaciones, una para *ctg* α y la otra para *ctg* β), se puede decir que el cálculo con la máquina, con tablas de 5 decimales, da casi la misma precisión que un cálculo logarítmico con tablas de 6 decimales. Ver ejemplo 2, pág. 180.

Pero, el cálculo con la máquina no es sólo más exacto, más simple y más seguro, sino esencialmente más rápido que el logarítmico en un 30% hasta un 50%, pudiendo, por lo tanto, amortizarse el elevado costo relativo de una máquina de calcular en menos de un año de uso.

Y como la principal dificultad que antes existía y que consistía en la falta de apropiadas tablas de valores naturales, desde la publicación de las tablas de *Gauss* (5 decimales) y las de *Peters* (6 decimales) se halla hoy definitivamente eliminada, la máquina de calcular indudablemente irá desalojando poco a poco el cálculo logarítmico en todos aquellos cálculos simples y uniformes para los cuales la máquina se presta, y a los cuales dan origen, en gran escala, las operaciones catastrales

§ 2.

Determinación de puntos de detalles por medio de poligonales rectas (alineaciones).

1. Características del procedimiento. Tolerancia.

Trátase de determinar en base a las coordenadas (x_a, y_a) y (x_a, y_a) de los **puntos de arranque** P_a y **cierre** P_c (fig. 1), las coordenadas de los nuevos puntos P_1, P_2 .. P_{n-1}, situados sobre la alineación P_aP_c, por medio de las distancias l_1, l_2, l_3, .. l_n, directamente medidas.

Las coordenadas parciales de los puntos $P_1, P_2, P_3, \ldots . P_n$ podrían calcularse directamente según las fórmulas (4) y (5) del párrafo anterior, si las mediciones lineales no estuvieran afectadas de los inevitables errores de observación, es decir, si las cantidades $l_1, l_2, l_3, \ldots \ldots$ sumaran con suficiente aproximación la

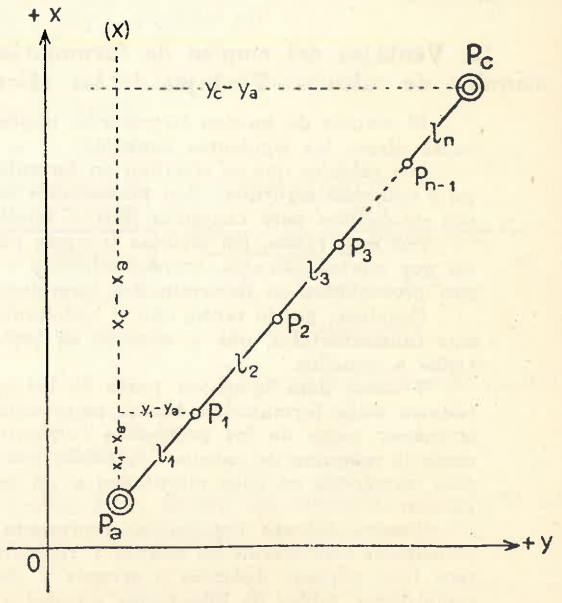


Fig. 1. *Se ilustra la determinación de las coordenadas de los puntos* $P, P_1 P_2 P_2 \ldots$ *situados sobre la alineación o poligonal recta* P_a P_c.

magnitud $\mathbf{L} = \mathbf{P_a P_c}$ resultante de las mismas coordenadas de los puntos $\mathbf{P_a}$ y $\mathbf{P_c}$:

(I) $$L = \overline{P_a P_c} = \frac{y_c - y_a}{\operatorname{sen}(P_a P_c)} \quad o \quad \frac{x_c - x_a}{\cos(P_a P_c)}$$

En caso de disponer de máquina de calcular y de una tabla de cuadrados, esa distancia se obtiene por medio de la fórmula (10) de pág. 177:

(2) $$L = \sqrt{(x_c - x_a)^2 + (y_c - y_a)^2}$$

La diferencia **d**:

(3) $$d = L - [l]$$

no deberá sobrepasar cierto **límite de antemano fijado (tolerancia)**, por ejemplo la expresada por nuestra fórmula III (ver Apéndice I de Tomo I), agregándose todavía un **suplemento de** $\pm$ 0,05 m, debido a una eventual inseguridad de la situación de los mismos puntos básicos $\mathbf{P_a}$ y $\mathbf{P_c}$ e inseguridad de las operaciones de arranque y cierre en dichos puntos.

2. Sobre la corrección de las cantidades l medidas.

La corrección de las cantidades l puede efectuarse ya sea agregando las correspondientes correcciones, según ecuaciones (4), ya sea multiplicando las l por el **cociente corrector,** $\frac{L}{[l]}$ **, según ecuaciones (5).**

Designando por l' las **cantidades l corregidas, tendremos:**

(4)
$$\begin{cases} l'_1 = l_1 + \dfrac{L - [l]}{[l]}\, l_1 \\ l'_2 = l_2 + \dfrac{L - [l]}{[l]}\, l_2 \\ l'_3 = l_3 + \dfrac{L - [l]}{[l]}\, l_3 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

o también:

(5)
$$\begin{cases} l'_1 = \dfrac{L}{[l]}\, l_1 \\ l'_2 = \dfrac{L}{[l]}\, l_2 \\ l'_3 = \dfrac{L}{[l]}\, l_3 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

3. Cálculo de las coordenadas parciales, Δx y Δy, de los puntos de detalle.

En base a las cantidades l' corregidas pueden obtenerse las coordenadas parciales Δx y Δy, de los nuevos puntos por simple proporción (fig. 1):

(6) $$\frac{x_1 - x_a}{l'_1} = \frac{x_c - x_a}{L} \text{ etc.} \qquad \frac{y_1 - y_a}{l'_1} = \frac{y_c - y_a}{L} \text{ etc.}$$

Es decir:

(7)
$$\begin{cases} x_1 - x_a = \Delta x_1 = \dfrac{x_c - x_a}{L} \cdot l'_1; \quad y_1 - y_a = \Delta y_1 = \dfrac{y_c - y_a}{L} \cdot l'_1 \\ x_2 - x_1 = \Delta x_2 = \dfrac{x_c - x_a}{L} \cdot l'_2; \quad y_2 - y_1 = \Delta y_2 = \dfrac{y_c - y_a}{L} \cdot l'_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

teniendo en cuenta las (5), resulta:

$$(8)\quad \begin{cases} x_1 - x_a = \dfrac{x_c - x_a}{L} \cdot \dfrac{L}{[l]} \cdot l_1 = \dfrac{x_c - x_a}{[l]} \cdot l_1 \text{ etc.} \\ y_1 - y_a = \dfrac{y_c - y_a}{L} \cdot \dfrac{L}{[l]} \cdot l_1 = \dfrac{y_c - y_a}{[l]} \cdot l_1 \text{ etc.} \end{cases}$$

Tendremos entonces la siguiente marcha para el cálculo:

Se calcularán primeramente las **magnitudes constantes:**

$\dfrac{x_c - x_a}{[l]} = \mathbf{a}$ (**abscisa - coseno**) y $\dfrac{y_c - y_a}{[l]} = \mathbf{o}$ (**ordenada - seno**), resultando entonces:

$$(9)\quad \begin{cases} \Delta x_1 = a \cdot l_1 & \Delta y_1 = o \cdot l_1 \\ \Delta x_2 = a \cdot l_2 & \Delta y_2 = o \cdot l_2 \\ \Delta x_3 = a \cdot l_3 & \Delta y_3 = o \cdot l_3 \\ \cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots \\ \overline{[\Delta x] = a \cdot [l]} & \overline{[\Delta y] = o \cdot [l]} \end{cases}$$

Pruebas:

4. Puntos de detalle situados sobre transversales o prolongación de la alineación $P_a.P_c$. Signos de las distancias h y *l*.

Del mismo modo podemos calcular las coordenadas de un punto de detalle **Q** situado sobre una **transversal perpendicular P_2Q** (fig. 2), el que está determinado por la abscisa P_aP_2 y la ordenada **P_2Q.**

Designando por **h** la distancia transversal tendremos, análogamente a lo establecido en las ecuaciones (8) y (9), las siguientes igualdades:

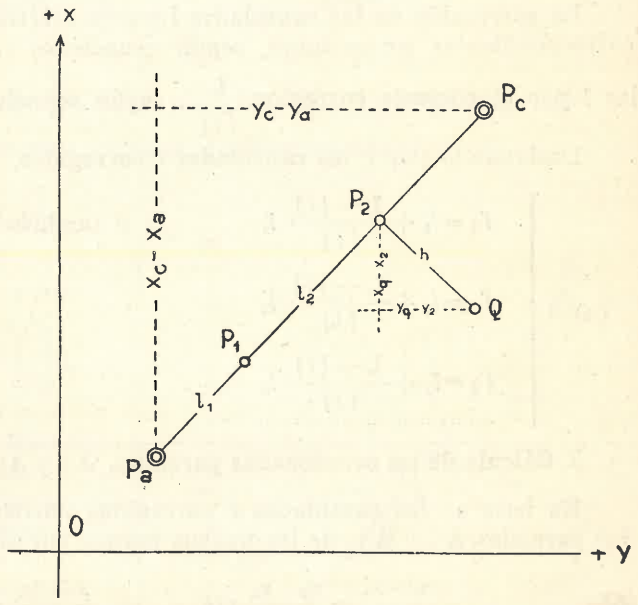


Fig. 2. Se ilustra la determinación de las coordenadas del punto de detalle Q situado sobre una transversal ortogonal.

$$(10)\quad \begin{cases} x_q - x_2 = \Delta x_q = \dfrac{y_c - y_a}{[l]} \cdot h = -o \cdot h \\ y_q - y_2 = \Delta y_q = \dfrac{x_c - x_a}{[l]} \cdot h = a \cdot h \end{cases}$$

en las que se suponen corregidas las cantidades **h** del mismo modo que se corregían las magnitudes *l*.

Es decir: se aplicará el factor corrector $\frac{\mathbf{L}}{[l]}$ (que puede ser mayor o menor que **1** según que **L** sea mayor que $[l]$, o $[l]$ mayor que **L**) también a las cantidades **h**, cuando se trate de un **cálculo de contralor** de **poligonal rectangular cerrada.**

Reglas de signos.

A fin de evitar el cambio de signos de los factores **a** y **o** para los rumbos ($\mathbf{P_a P_c}$) + 180° (**prolongaciones hacia atrás**) o ($\mathbf{P_a P_c}$) + 270° (**tramos perpendiculares a la izquierda de la alineación** $\mathbf{P_a P_c}$), se prefiere asignar a las cantidades l y **h** para tales rumbos el correspondiente signo establecido por los siguientes reglas:

1° Cuando el punto lateral se halla a la derecha de la línea $\mathbf{P_a P_c}$, se asignará a la cantidad **h** el signo positivo, y el signo negativo cuando está situado a la izquierda de la misma.

2° Para puntos situados sobre la prolongación de la línea $\mathbf{P_a P_c}$, se tomará la cantidad l con signo positivo cuando el rumbo del trozo prolongación sea el mismo de aquélla, asignándosele, en cambio, el signo negativo cuando su rumbo es ($\mathbf{P_a P_c}$) + 180°, es decir, cuando el punto de detalle se halle más acá del arranque $\mathbf{P_a}$.

Tendremos entonces, resumiendo, las fórmulas:

$$(11) \qquad \boxed{\Delta x = a \cdot l} \qquad\qquad \boxed{\Delta y = o \cdot l}$$

para puntos pertenecientes a la **alineación** $\mathbf{P_a P_c}$, y

$$(12) \qquad \boxed{\Delta x = -o \cdot h} \qquad\qquad \boxed{\Delta y = a \cdot h}$$

para puntos situados sobre **transversales perpendiculares.**

Respecto a estas fórmulas (12) hacemos recordar la primera de las fórmulas subrayadas en pág. 174 del presente volumen.

5. Ejemplo numérico.

Dadas las coordenadas de los puntos poligonales $\mathbf{P_a}$ y $\mathbf{P_c}$ (fig. 3, pág. 187), **calcular las coordenadas de los puntos de detalle** P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, Q_1, P_8, Q_2, **en base a las distancias** l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, l_7, h_1, l_8, h_2, **directamente medidas.**

En las planillas de páginas 186 (en Form. trig. 4) y página 187 (Form. trig. 5) se ha calculado dos veces un mismo ejemplo, ilustrándose en el segundo cálculo, ejecutado con la máquina, las notables ventajas del cálculo mecánico sobre el logarítmico.

Los números impresos con negrita refiérense al cálculo de coordenadas de puntos laterales.

CALCULO DE COORDENADAS DE PUNTOS DE DETALLE

(con logaritmos)

Ver: fig. 3.

x_a	+	724,34	y_a	—	324,89	log tg ($P_a P_c$)		0,17040
x_c	+	840,79	y_c	—	307,65	($P_a P_c$)		8° | 25′ | 17″
$x_c - x_a$	+	116,45	$y_c - y_a$	+	17,24	log cos ($P_a P_c$)		9,99 529
log ($x_c - x_a$)		2,06 614	log ($y_c - y_a$)		1,23 654	log sen ($P_a P_c$)		9,16 569
log [l]		2,07 059	log [l]		2,07 059	log $P_a P_c$		2,07 085
log a		9,99 555	log o		9,16 595	$P_a P_c = L =$		117,72 m

L — [l] = d = 0,07 m **Tolerancia (tabla III: 0,11) + 0,05 = 0,16 m**

Distancia longit. l transv. h.	LOGARITMOS l h	a . $l = \Delta x$ — o . h = Δx	o . $l = \Delta y$ a . h = Δy	x_n Δx_n	y_n Δy_n	Punto P_n
				+ 724,34	— 324,89	P_a
6,52	0,81 425	0,80 980	9,98 020	+ 6,45	+ 0,95	
				+ 730,79	— 323,94	P_1
7,49	0,87 448	0,87 003	0,04 043	+ 7,41	+ 1,10	
				+ 738,20	— 322,84	P_2
16,42	1,21 537	1,21 092	0,38 132	+ 16,25	+ 2,41	
				+ 754,45	— 320,43	P_3
16,73	1,22 350	1,21 905	0,38 945	+ 16,56	+ 2,45	
				+ 771,01	— 317,98	P_4
16,82	1,22 583	1,22 138	0,39 178	+ 16,65	+ 2,46	
				+ 787,66	— 315,52	P_5
17,59	1,24 527	1,24 082	0,41 122	+ 17,41	+ 2,58	
				+ 805,07	— 312,94	P_6
17,40	1,24 055	1,23 610	0,40 650	+ 17,22	+ 2,55	
				+ 822,29	— 310,39	P_7
+ 4,36	**0,63 949**	**9,80 544 n**	**0,63 504**	— **0,64**	+ **4,32**	
				+ **821,65**	— **306,07**	Q_1
12,87	1,10 958	1,10 513	0,27 553	+ 12,74	+ 1,89	
				+ 835,03	— 308,50	P_8
— 6,78	**0,83 123 n**	**9,99 718**	**0,82 678 n**	+ **0,99**	— **6,71**	
				+ **836,02**	— **315,21**	Q_2
5,81	0,76 418	0,75 973	9,93 013	+ 5,75	+ 0,85	
				+ 840,78	— 307,65	P_c

CALCULO DE COORDENADAS DE PUNTOS DE DETALLE

(con la máquina)

x_a	+	724,34	y_a	—	324,89	$(x_c - x_a)^2$		13 560,60
x_c	+	840,79	y_c	—	307,65	$(y_c - y_a)^2$		297,22
$x_c - x_a$	+	116,45	$y_c - y_a$	+	17,24	L^2		13 857,82
$[l]$		117,65	$[l]$		117,65	L		117,72
a		0,989 800	o		0,146 536			

$L - [l] = d = + 0{,}07$ m — **Tolerancia (tabla III: 0,11) + 0,05 = 0,16 m**

Distancia longit. l transv. h	x_n $a \cdot l = \Delta x$ $- o \cdot h = \Delta x$	y_n $o \cdot l = \Delta y$ $a \cdot h = \Delta y$	Punto P_n
	+ 724,34	— 324,89	P_a
6,52	+ 6,45	+ 0,95	
	+ 730,79	— 323,94	P_1
7,49	+ 7,41	+ 1,10	
	+ 738,20	— 322,84	P_2
16,42	+ 16,25	+ 2,41	
	+ 754,45	— 320,43	P_3
16,73	+ 16,56	+ 2,45	
	+ 771,01	— 317,98	P_4
16,82	+ 16,65	+ 2,46	
	+ 787,66	— 315,52	P_5
17,59	+ 17,41	+ 2,58	
	+ 805,07	— 312,94	P_6
17,40	+ 17,22	+ 2,55	
	+ 822,29	— 310,39	P_7
+ 4,36	**— 0,64**	**+ 4,32**	
	+ 821,65	**— 306,07**	Q_1
12,87	+ 12,74	+ 1,89	
	+ 835,03	— 308,50	P_8
— 6,78	**+ 0,99**	**— 6,71**	
	+ 836,02	**— 315,21**	Q_2
5,81	+ 5,75	+ 0,85	
	+ 840,78	— 307,65	P_c

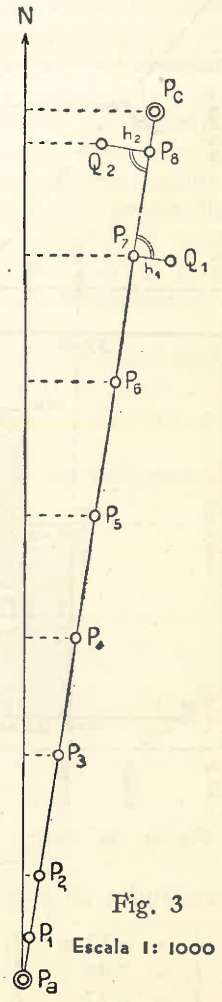


Fig. 3

Escala 1: 1000

Coordenadas: $P_a : x_a = +724{,}34$ $\quad y_a = -324{,}89$

$P_c : x_c = +840{,}79$ $\quad y_c = -307{,}65$

$x_c - x_a = +116{,}45$ $\quad y_c - y_a = +17{,}24$

Efectúanse en esta clase de **operaciones urbanas** las mediciones lineales una sola vez, cuidadosamente, desde P_a hasta P_c, o en sentido contrario, La comprobación inmediata se obtendrá por la comparación de $[l]$ con la **L** de antemano calculada.

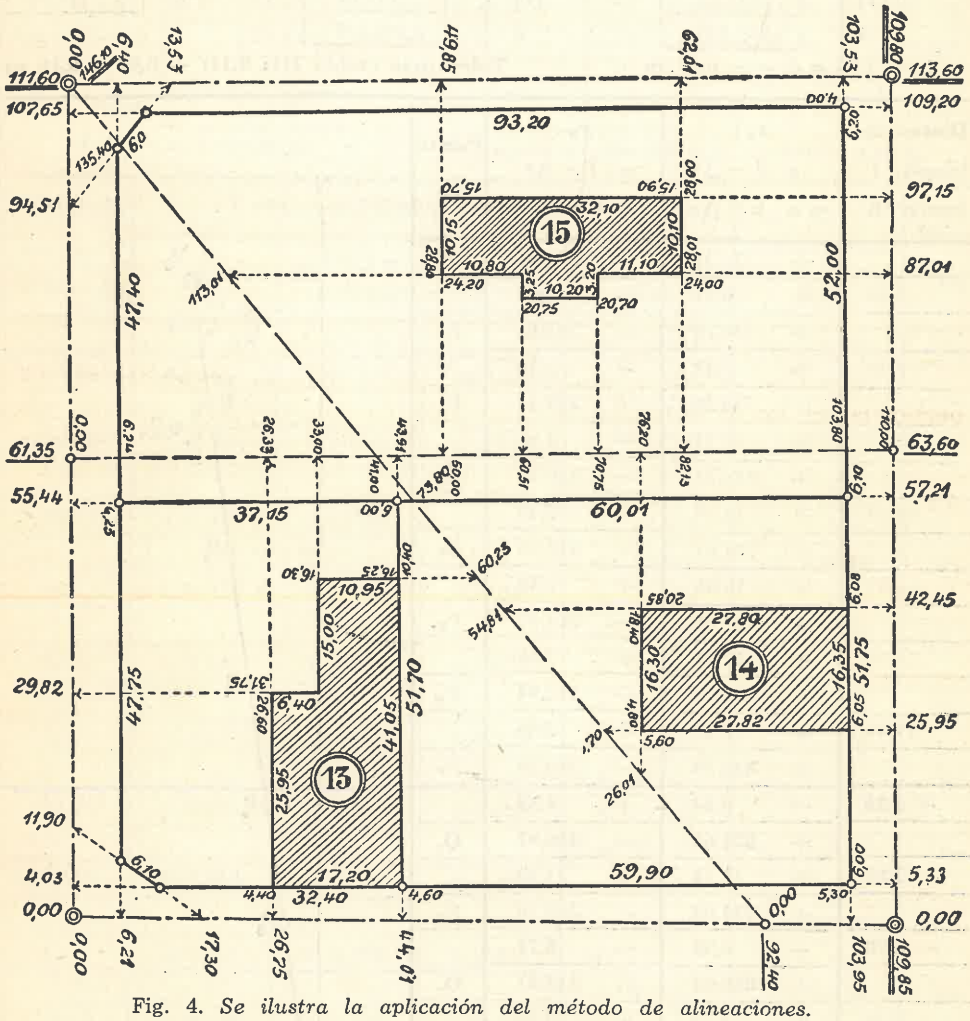


Fig. 4. *Se ilustra la aplicación del método de alineaciones.*

Los resultados de estas mediciones son:

$l_1 = 6{,}52\,\mathrm{m}$; $l_4 = 16{,}73\,\mathrm{m}$; $l_7 = 17{,}40\,\mathrm{m}$; $h_1 = +4{,}36\,\mathrm{m}$

$l_2 = 7{,}49$,, ; $l_5 = 16{,}82$,, ; $l_8 = 12{,}87$,, ; $h_2 = -6{,}78$,,

$l_3 = 16{,}42$,, ; $l_6 = 17{,}59$,, ; $l_c = 5.81$,, ;

$[l] = 117{,}65\,\mathrm{m}$

Cálculo del rumbo (P_a P_c), de la distancia P_a P_c

$$\log \overline{P_aP_c} = 2{,}07\,085 \qquad \overline{P_aP_c} = 117{,}72\,\mathbf{m}$$

$$\log (y_c - y_a) = \overline{1{,}23\,654}$$
$$\text{cpl. log sen } (P_aP_c) = 0{,}83\,431$$
$$\text{cpl. log cos } (P_aP_c) = 0{,}00\,471$$
$$\log (x_c - x_a) = 2{,}06\,614$$

$$\log \overline{P_aP_c} = 2{,}07\,085$$

$$\log \text{tg } (P_aP_c) = 9{,}17\,040 \qquad (P_aP_c) = 8°\,25'\,17''$$

Ventajas e inconvenientes del método.

El método de las alineaciones, muy en uso en el trazado de ferrocarriles, carreteras, etc., generalmente no es aplicable a extensas líneas de levantamiento catastral, por los múltiples obstáculos (pequeñas elevaciones en el trayecto, el intenso tránsito de la calles, etc.) que impiden la visual.

Pero, reduciendo la longitud de las alineaciones, por ejemplo, a 100 hasta a 150 metros, o sea las distancias de esquina a esquina de manzana, uniendo puntos poligonales (ver fig. 4), este método, extendido a grandes conjuntos de líneas formando **red,** adquiere toda su **preponderante importancia en los lavantamientos catastrales** por las **notables ventajas** que ofrece: **rapidez del trabajo de campo, simplicidad del cálculo de coordenadas de los puntos de detalle y buena precisión de los resultados obtenidos por la eliminación de las observaciones angulares.**

En los trabajos de catastro rural, también, muchas veces el carácter irregular del terreno y el estado avanzado de los cultivos (maíz, trigo, etc.) dificultan el trazado de largas alineaciones para el establecimiento de la red básica.

Se recurrirá en estos casos al llamado **método de poligonación** con el **teodolito,** que pasamos a explicar.

§ 3.

Determinación de puntos poligonales.

Detalles sobre marcaciones, medición, tolerancias y cálculo de compensación.

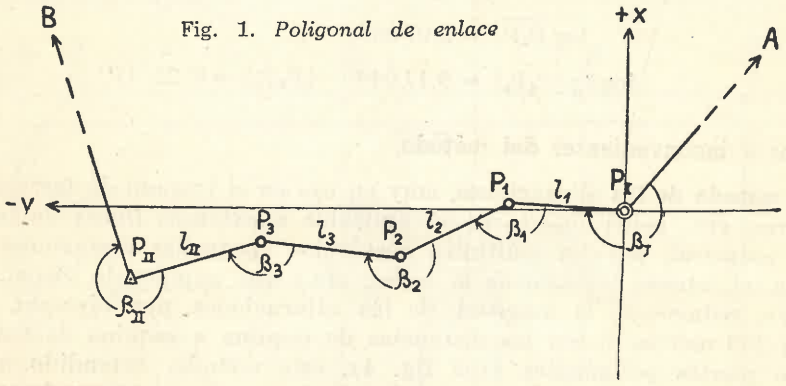


Fig. 1. *Poligonal de enlace*

1. Definiciones e importancia de la poligonal.

Denomínase **poligonal** o **tiro poligonal** a una sucesión de trozos de líneas rectas unidas entre sí bajo ángulos horizontales cualesquiera. Estos trozos de líneas son los **lados** de la poligonal; los puntos extremos de los mismos los **puntos poligonales** y los **ángulos poligonales** los que se miden en esos puntos poligonales.

La poligonal, en su concepción actual, es una creación moderna: A pesar de haberse empleado poligonales ya a mediados de siglo XVI para el levantamiento de la ciudad de Viena, y más tarde, en los años 1820-1840, con todo éxito en el levantamiento de la Selva Negra (Alemania), sólo después de 1880 empezó a generalizarse el uso del método de la poligonación y a considerársele de una manera definitiva como el **procedimiento más importante** (después del trigonométrico) **para la determinación de puntos básicos,** para catastro y otros fines similares (trazado de ferrocarriles, etc.).

La importancia de las poligonales va a ir aumentando con la paulatina extensión de los trabajos de triangulación de carácter fundamental y a medida que los gobiernos nacional y provinciales se decidan a sacar provecho de las bases creadas por los **puntos trigonométricos,** obligando al ingeniero agrimensor a arrancar y cerrar sus trabajos de mensura en dichos puntos, siempre que eso sea posible. Resultarán así en muchos casos los trabajos de mensura de gran utilidad para completar la cartografía nacional.

2. Objeto de las poligonales y clasificación de las mismas.

Persíguese con las poligonales **la inalidad principal** de intercalar entre los puntos trigonométricos existentes tantos nuevos puntos fijos como fuesen necesarios para un racional levantamiento parcelario (ver fig. 2). Esas

poligonales cual piezas intermedias establecen la unión entre la triangulación y el catastro parcelario, en cuyo levantamiento se utilizan los instrumentos y métodos estudiados en el tomo I de este Compendio.

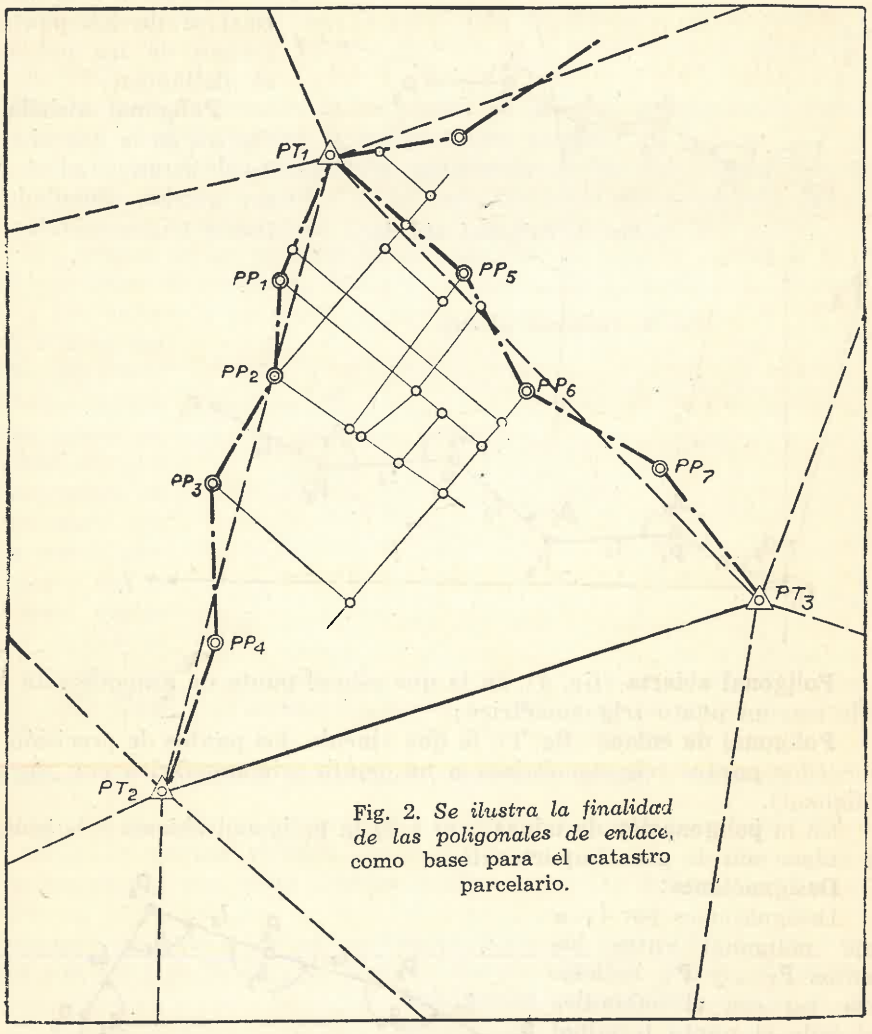


Fig. 2. *Se ilustra la finalidad de las poligonales de enlace, como base para el catastro parcelario.*

PT △ Punto trigonométrico PP◎ Punto poligonal
⊕ Mojones de parcelas

Otro objeto de las poligonales (de carácter temporario en las circunstancias que actualmente existen en nuestro país) es el de facilitar la medición de una superficie del terreno, con **rodearla** por medio de un **polígono cerrado** (aislado, sin vínculo, ver fig. 5), a cuyos puntos y lados se refiere el levantamiento de todos los detalles que interesen. A ese efecto se unen a veces puntos opuestos del polígono por medio de líneas **poligonales secundarias.**

Llámase **poligonales principales** a las que vinculan entre sí puntos trigonométricos (ver fig. 2) y **poligonales secundarias** a las que enlazan puntos de poligonales principales o puntos de éstas con puntos trigonométricos.

Respecto a la situación relativa de los puntos extremos de las poligonales, se distinguen:

Poligonal aislada (ver fig. 3), en la que ni el punto de arranque ni el de cierre quedan vinculados con punto trigonométrico;

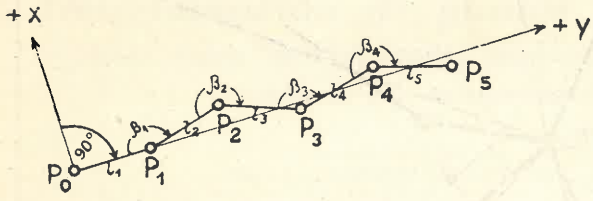


Fig. 3. *Poligonal aislada.*

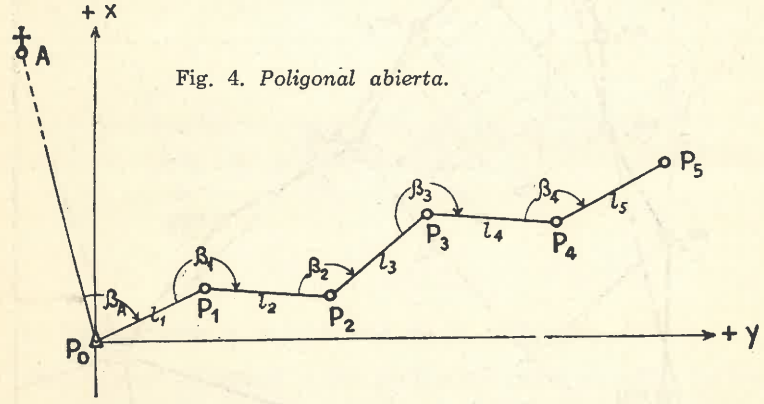


Fig. 4. *Poligonal abierta.*

Poligonal abierta (fig. 4), en la que sólo el punto de aranque está vinculado con un punto trigonométrico;

Poligonal de enlace (fig. 1), la que vincula dos puntos de precisión superior (dos puntos trigonométricos o un punto trigonométrico con un punto poligonal).

En la **poligonación de minas** (ver § 6) la poligonal abierta y la poligonal de enlace son de gran importancia

Designaciones:

Designaremos por l_i a lado poligonal entre los puntos P_{i-1} y P_i, indicándose así con el subíndice del lado el punto terminal P_i, del mismo, en el sentido de la numeración.

Análogamente llamaremos β_i al ángulo poligonal en P_i entre los vértices P_{i-1}, a la izquierda y P_{i+1} a la derecha, resultando así el ángulo poligonal situado a la izquierda de la poligonal cuando se mira en el sentido en que corre la numeración de los puntos.

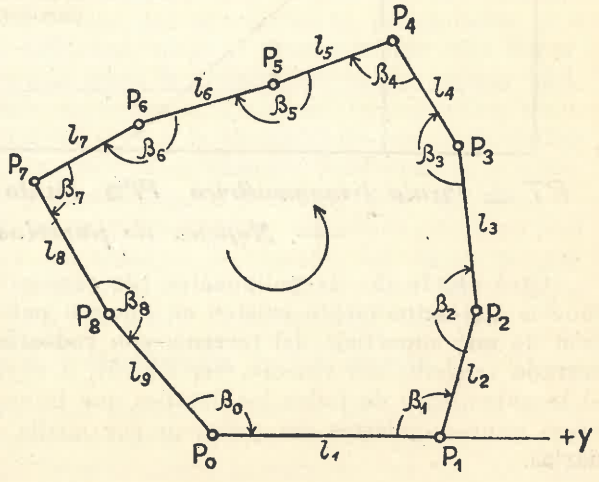


Fig. 5. *Polígono cerrado.*

Tratándose de un polígono cerrado (fig. 5), las magnitudes serán los ángulos interiores (en el sentido de la Planimetría) cuando se elija para la numeración de los puntos el **sentido contrario al de la marcha de las agujas del reloj.** Resulta así que la superficie del polígono se encuentra situada siempre a la izquierda cuando se mira en el sentido de la numeración de los puntos.

3. Normas para la elección de los puntos poligonales principales y puntos de poligonales secundarias en la poligonación terrestre.

a) Los **puntos de las poligonales principales** deben ser elegidos de tal modo que disten lo menos posible de la línea recta del recorrido, procurando que los lados sean lo más largos posibles. Ver también págs. 102 y 208.

b) Los **puntos de las poligonales secundarias,** en cambio, debido a la finalidad que tienen de llevar las líneas y los puntos de apoyo lo más próximos posible a los límites de las parcelas, son elegidos sin preocuparse de las formas en zigzag del recorrido que puede resultar. La precisión algo menor de los puntos de apoyo así obtenidos, está compensada con ventaja por la precisión mayor de las líneas más cortas con las cuales se logra vincular las parcelas (ver figs. 6, 7 y 8).

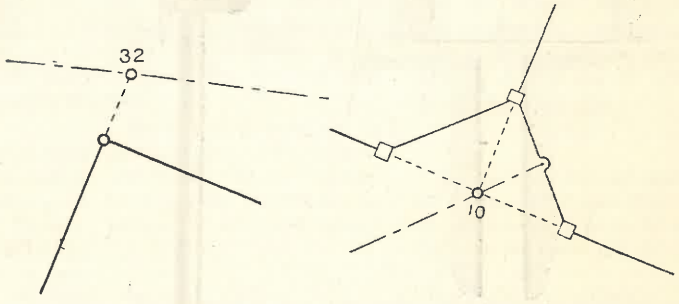


Fig. 6. Fig. 7.

Convenientes formas de vínculos de los límites de parcelas con poligonales secundarias.

4. Marcación de puntos poligonales, terrestres, aéreos y subterráneos.

Los puntos fijos de las poligonales principales son señalados generalmente por medio de **marcas visibles,** de construcción especial, las que muchas veces se completan por otras marcas ocultas llamadas **testigos** (caño, ver fig. 9).

Como complemento a las marcas representadas en págs. 23 y 24 del tomo I, damos con las figs. 9, 10 y 11 algunos nuevos tipos de marcas de **puntos poligonales catastrales,** siendo el representado en fig. 9 el más usado para puntos poligonales principales.

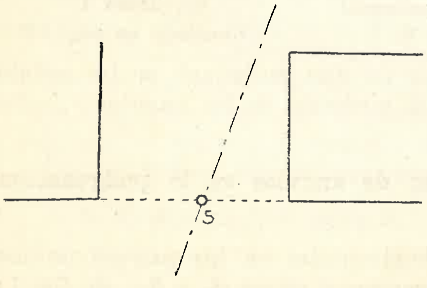


Fig. 8.

Para el **catastro rural** empléanse marcas de granito, marcas de hierro (caños de 40 a 80 cm de largo, con 4 cm de luz), marcas de hormigón armado o marcas de madera (de 1 a 1¼ metros de largo y 8 a 10 cm de diámetro).

a) Marcas para poligonación catastral.

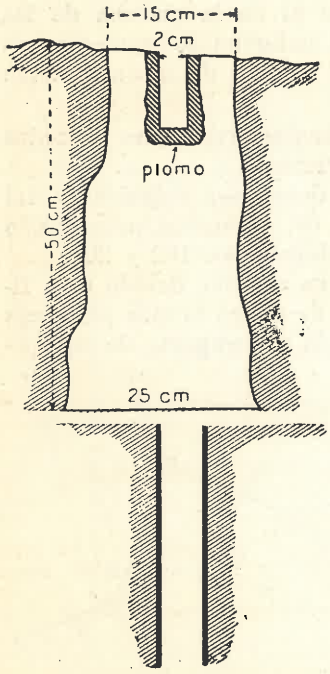


Fig. 9. *Tipo de marca de punto poligonal principal.*

Puede deteriorarse la *marca visible* (pilar de granito), sin que por ello deje de permanecer intacta la *marca testigo* (caño de hierro), independiente de la primera.

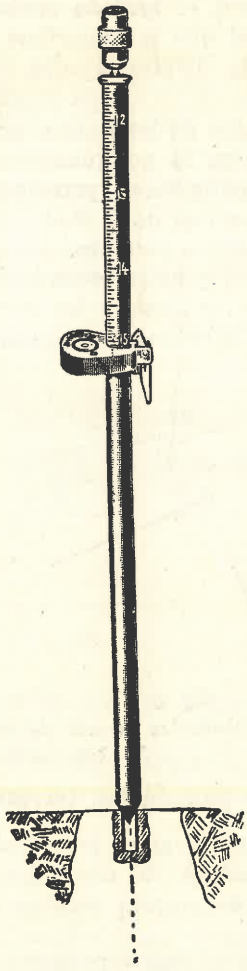


Fig. 9A. *Plomada rígida* colocada sobre marca de punto poligonal según fig. 9.

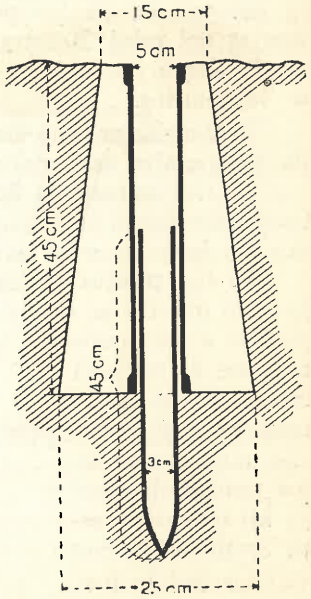


Fig. 10. *Otro tipo de marca de punto poligonal.*

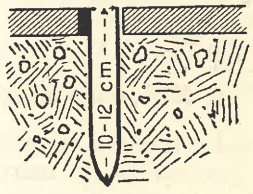


Fig. 11.
Marca de punto poligonal secundario. Es un trozo de caño cerrado en la punta. Ver fig. 5, pág. 24 del Tomo I.

(Continúa en pág. 195)

Terminada la marcación de los puntos de una poligonal, se los señala convenientemente para iniciar en seguida la medición de los ángulos y lados de la misma.

5. Reglas prácticas sobre la medición de ángulos en la poligonación catastral.

a) Se medirán no sólo los ángulos horizontales en los nuevos puntos poligonales, sino también los ángulos de arranque y cierre β_I y β_{II} de fig. 1) entre el primer y el último lado y las visuales a los puntos trigonométricos **A** y **B**, respectivamente.

β) Marcas para poligonación de minas.

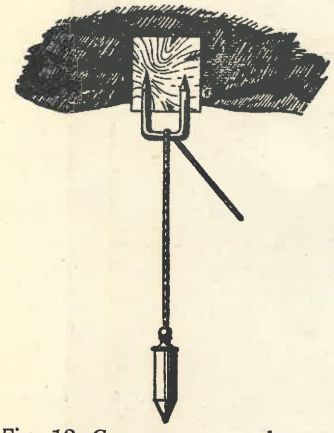


Fig. 12. *Grampa-marca de punto fijo poligonal, en el techo de una mina.*

Mediante un barreno se abre primero un agujero en el techo, dentro del cual se introduce un tarugo de madera dura. En este tarugo se clavará una grampa (como la de la figura) o un perno, con agujero en la cabeza, para poder pasar el hilo de una plomada.

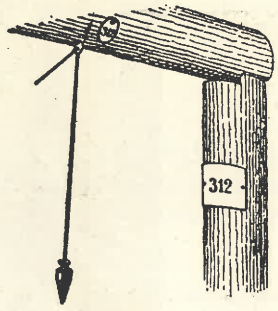


Fig. 13. *Marca - perno de punto fijo poligonal, colocado en el techo de la fortificación de una mina.*

Se muestra también la numeración del punto, por medio de una chapita de latón cuadrada, fijada en la proximidad del punto.

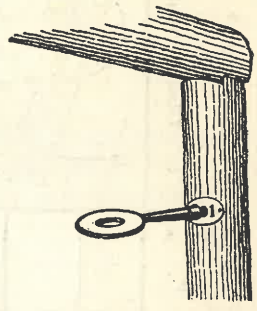


Fig. 14. *Marca del punto fijo poligonal constituida por el brazo sostén enroscado y fijado en la pared de la fortificación.*

La numeración del punto se halla sobre una chapita de latón, en forma ovalada, en la base del brazo.

Para hacerse una idea más clara sobre la fortificación de la mina ver fig. 2, pág. 242 del presente Volumen.

b) Considérase siempre como punto de izquierda al que precede en la numeración de los puntos (ver fig. 1 y croquis de planilla (1), pág. 196).

c) Las centraciones del instrumento y del punto objeto deben efectuarse con el máximo cuidado posible.

d) Dada la gran cantidad de centraciones de instrumento que origina el frecuente cambio de estación, resulta muchas veces ventajoso el empleo de la **plomada rígida** (ver fig. 9**A**), especialmente ideada para trabajos catastrales urbanos.

e) Es conveniente que la abertura de la plataforma del trípode sea suficientemente amplia (de unos 4 cm por lo menos), a fin de poder efectuar con rapidez y comodidad la centración del teodolito (*).

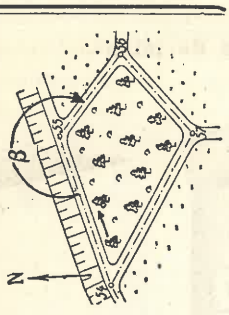
f) Todo teodolito destinado para poligonación debe estar dotado de un nivel de alidada vertical de regular precisión (30″ ó 40″) para poder obtener con suficiente exactitud la proyección horizontal de la visual muy inclinada, cuando se trate, por ejemplo, de bajar al nivel de la calle a puntos fijos trigonométricos inaccesibles, situados a gran altura.

6. Recapitulación sobre la medición angular en la poligonación catastral.

Los ángulos poligonales son medidos generalmente con un solo giro completo o sea la **regla de Bessel**, es decir, una vez en cada posición del anteojo

(*) El "trípode centrador" de Kern, es el mejor indicado para el cómodo cumplimiento de los *importantes requisitos c), d) ye).*

Medición de ángulos poligonales por la Regla de Bessel. **Form. trig. 1**

Estación	Punto visado	POSICION I Nonio 1 ° ′ ″			Non. 2 ′ ″	Media ′ ″	POSICION II Nonio 1 ° ′ ″			Non. 2 ′ ″	Media ′ ″	Promedio $\frac{I+II}{2}$ ° ′ ″	Prom. reduc. o áng. polig. β ° ′ ″	Croquis y Observaciones
(1) 55	54	27	15	30	15	15	207	16	15	16	16	8	27 15 41	237 38 30	
	56	264	53	45	54	53	84	54	30	54	54	30	264 54 11		
		237	38	15	39	38	237	38	15	38	30	22	237 38 30		

Hacemos figurar en este formulario como ejemplo práctico, la medición del ángulo β, en el vértice 55 (entre los puntos 54 y 56). El ángulo de la izquierda se forma, según la regla: lectura punto 56 menos lectura punto 54 (ver croquis).

(γ) Marca para poligonación aérea.

Fig. 15. *Señalación de puntos límites o de apoyo para relevamientos aerofotogramétricos.*

La utilización de discos de yeso para la señalación de puntos para relevamiento aéreo es el sistema más adecuado por la sencillez de su aplicación y su resistencia a las acciones climáticas.

[ver planilla (1)]. Se los medirá con precisión mayor sólo en los casos en que una considerable longitud de los lados así lo exigiera.

Para los lados cortos los **errores de centración** son de gran inflencia sobre la precisión de los ángulos, tanto la excentricidad del teodolito como la falta de verticalidad del jalón visado. Se verticalizará por ello a éste con todo cuidado, y se lo bisectará en la parte más próxima al suelo. Procediendo así con cuidado, se podrá reducir el **error medio** de un ángulo a **1′**; debiendo, por consiguiente, esperarse para la suma de los **n** ángulos de un polígono un **error medio** de $\sqrt{n}$ minutos (ver pág. 56 del "**C. de C.**").

Podemos decir entonces: **Cuanto más larga la visual tanto más grande la precisión con que debe efectuarse la medición angular,** e inversamente: **Cuanto más corto el lado tanto menor puede ser la precisión de**

la medición angular, pero tanto más grande debe ser el cuidado a emplear tanto en la centración de teodolito como en la señalación del punto objeto.

El aumento de la precisión de los ángulos de la poligonación catastral urbana no se logra tanto por un número mayor de giros o el empleo de un teodolito más exacto, sino principalmente por una repetición independiente de las operaciones todas, es decir, un nuevo centrado del teodolito, una nueva verticalización de los puntos objetos y, finalmente, una nueva medición del ángulo.

Para las poligonales principales bastará la precisión de un teodolito de 20″ y para las poligonales secundarias un instrumento de 30″.

La precisión de la medición angular debe estar en concordancia con la precisión de la medición lineal.

7. Medición lineal en la poligonación terrestre.

Hállase tratado en las págs. 47 a 69 del Tomo I todo lo relativo a las mediciones lineales y las tolerancias que las rigen. Hemos visto en esa referencia que todos los lados poligonales son medidos dos veces en sentidos opuestos.

Para la **diferencia** entre los resultados de ambas mediciones puede adoptarse como **tolerancia práctica,** para el catastro rural, y según la clase de terreno: **0,01 hasta 0,03 multiplicado por la raíz cuadrada de la longitud de los lados,** o adoptarse la correspondiente fórmula de tolerancias propuestas por el autor (ver Apéndice I del Tomo I).

En circunstancias difíciles de **catastro urbano** (ver fig. 16), recomiéndase para el levantamiento de las parcelas el empleo de un **taquímetro autorreductor** (págs. 137-148).

Fig. 16. *Se ilustra la vinculación de la red poligonal con el catastro parcelario.*
Los 4 circulitos con punto central designan *puntos poligonales* sólidamente marcados. Sacado de *W. Jordan,* Tomo II.

8. Observaciones sobrantes; definición. Contralores de medición (cierres).

Sabemos de la Geometría Plana que para la determinación de un polígo-

no de **n** lados se necesita un total de **2n—3** elementos. Pero, a finde conseguir **contralores de medición** se prefiere siempre medir los **n** lados y los **n** ángulos del polígono, con lo cual se obtienen 3 magnitudes que, en realidad, no son necesarias ni para el cálculo ni para la construcción geométrica de la figura, y que por eso son llamadas **observaciones sobrantes.**

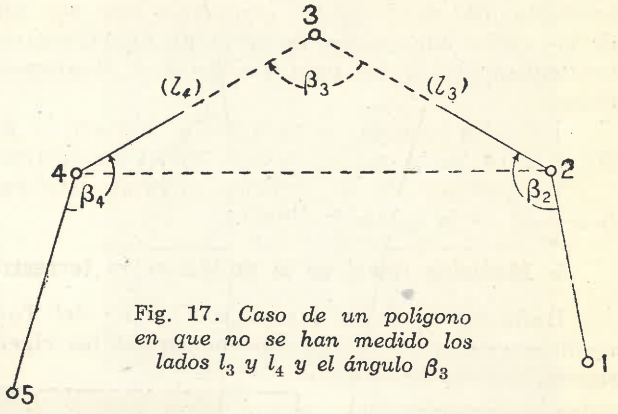


Fig. 17. *Caso de un polígono en que no se han medido los lados l_3 y l_4 y el ángulo β_3*

Como la cantidad de 3 observaciones sobrantes es generalmente pequeña en comparación con el número de **2n** observaciones totales, se aconseja medir a éstas todas cuidadosamente, puesto que es mucho más fácil ejecutar esa operación cuidadosa que realizar más tarde la ingrata tarea de descubrir y corregir un error grosero, que puede haberse cometido.

No es indispensable, por ejemplo, los ángulos β_0 y β_8 del polígono de fig. 5, ni tampoco el último lado l_9 del mismo, cuya longitud puede ser determinada con las coordenadas de los puntos $\mathbf{P}_8$ y $\mathbf{P}_0$.

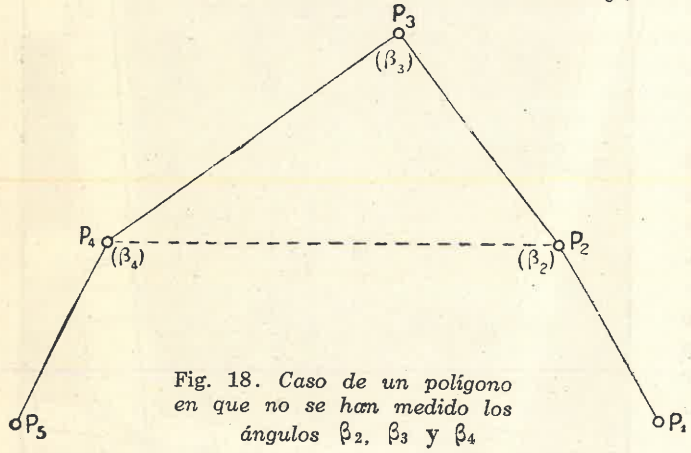


Fig. 18. *Caso de un polígono en que no se han medido los ángulos β_2, β_3 y β_4*

Las condiciones para esos 3 contralores de medición son generalmente denominadas **"cierres"**, obteniéndose entonces con las **2n** mediciones correspondientes a un polígono de **n** lados los siguientes cierres:
un cierre angular y **dos cierres de coordenadas.**

En lo que se refiere al **cierre angular** del polígono cerrado deben cumplirse las siguientes condiciones:

$$(2) \qquad \begin{cases} \Sigma\beta = (n-2)\cdot 180^\circ \\ \Sigma\beta = (n+2)\cdot 180^\circ \end{cases}$$

según que se recorra el polígono, como por ejemplo el de fig. 5, en el sentido contrario a la marcha de las agujas del reloj o en el sentido mismo de ese movimiento.

En cuanto a los 2 **cierres de coordenadas,** sabemos, según lo expuesto en "C. de C.", págs. 269 a 270, que el cálculo del polígono nos debe conducir nuevamente al punto de arranque, lo cual significa que las proyecciones

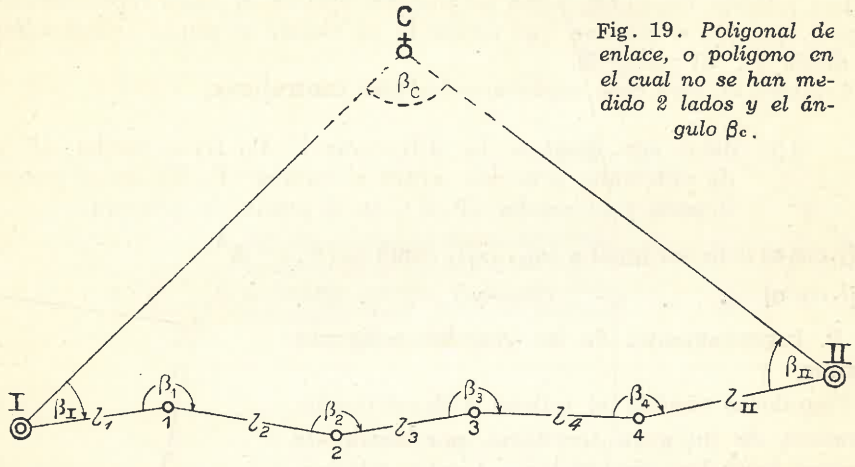


Fig. 19. *Poligonal de enlace, o polígono en el cual no se han medido 2 lados y el ángulo* β_c.

$l \cdot \cos \alpha$ y $l \cdot \operatorname{sen} \alpha$ de los lados l sobre el eje de las **x** (de los cosenos) y el eje de las **y** (de los senos), deben sumar cero, es decir:

$$(3) \qquad \Sigma l \cdot \cos \alpha = 0 \qquad \Sigma l \cdot \operatorname{sen} \alpha = 0$$

Cuando no sea posible medir todos los **2n** elementos de un polígono cerrado, se sacrificará con cada elemento que no se pueda medir uno y otro de los controladores de medición.

Cuando se midan, por ejemplo, los **n** lados del polígono, pero sólo los (n—1) ángulos del mismo, faltaría el contralor angular (2), quedando sólo los contralores (3)

Pueden, por tanto, presentarse en la medición de los polígonos cerrados los casos que se ilustran en figs. 17, 18 y 19.

Empero, no es el **polígono** (cerrado) el tipo de poligonal más importante para los trabajos de catastro sino la **poligonal de enlace,** la que vincula puntos trigonométricos entre sí (ver fig. 1) o puntos poligonales principales por medio de poligonales secundarias (ver fig. 18).

En el caso de la figura 19 vemos de inmediato que se podrán obtener por medio de un sencillo cálculo según (7), pág. 179 los rumbos **(IC)** y **(IIC)**, como así también por medio de las (8) y (9), pág. 179, los lados **IC** y **IIC,** y, finalmente, por diferencia de rumbos el ángulo en **C.**

Para el **cierre angular** tenemos en este caso:

$$(4) \qquad [\beta] = \beta_I + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \beta_{II} = (n-2) \cdot 180° - \beta c$$

y para el **cierre de coordenadas:**

$$(5) \qquad \begin{cases} [l \cdot \cos \alpha] \text{ debe ser igual a } (x_{II} - x_I) \\ [l \cdot \operatorname{sen} \alpha] \quad , \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad (y_{II} - y_I) \end{cases}$$

Estas 3 condiciones generalmente no se hallan satisfechas en la práctica sino con cierta aproximación; las **discrepancias** que en ello se revelan y que no deben sobrepasar determinados valores límites, dan lugar a una **compensación,** con la cual se logra mejorar un poco los resultados.

Las mismas consideraciones se pueden aplicar al caso representado en figura 1, en que se supone que desde P_I es visible el punto trigonométrico **A** y desde P_{II} el punto **B**.

También en este caso tendremos los **tres contralores**:

(6) $[\beta]$ debe ser igual a la diferencia $\{(P_{II}\ B) - \text{rumbo}\ (P_I\ A)\}$ de antemano conocida, entre el rumbo $(P_{II}\ B)$, en el punto de llegada y el rumbo $(P_I\ A)$, en el punto de arranque.

(7) $\begin{cases} [l \cdot \cos\alpha] \text{ debe ser igual a } (x_{II} - x_I), \text{ como en (5),} \\ [l \cdot \cos\alpha] \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad (y_{II} - y_I), \quad ,, \quad ,, \quad (5). \end{cases}$

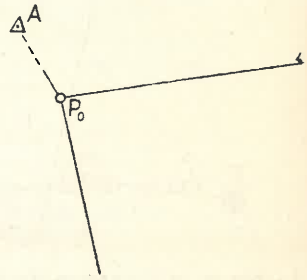


Fig. 20. *Se ilustran las condiciones de un arranque acimutal inseguro.*

9. Inconvenientes de los grandes polígonos cerrados.

Cuando se efectúa el relleno o densificación de puntos, en un gran territorio, por medio de polígonos cerrados, vinculados a puntos trigonométricos, pueden presentarse los siguientes inconvenientes:

a) Arranque acimutal inseguro en caso de no poder determinarse el rumbo de arranque sino en base a las coordenadas del punto de arranque P_o (fig. 20) y de otro punto **A** muy cercano. Se podría entonces producir una **sensible desviación acimutal** debida a la inseguridad inherente a las coordenadas de esos puntos, inconveniente que se agravaría en caso de tener el polígono una gran extensión.

Una inseguridad en las coordenadas del punto **A** de sólo 3 cm por ejemplo, en el sentido perpendicular sobre la dirección P_oA, producirá a la distancia de 300 metros sobre la dirección P_oA una influencia de:

$$\frac{3}{30000} \cdot 206\,265'' = 20'' \text{ (en número redondo)}$$

y si, además, se asociara a esta inseguridad en **A** otra de igual magnitud en las coordenadas del punto P_o, pero en sentido lateral contrario, resultaría una desviación acimutal de 40".

b) Influencia de un error sistemático de la medición lineal.

Aun en el caso de poder obtener un buen rumbo de arranque, visando en el punto P_o (fig. 21) a un punto trigonométrico **A** lejano, podría quedar afectado el trabajo todavía de la influencia de un **error sistemático lineal** en caso de haberse empleado cintas mal confrontadas.

c) Medidas no reducidas al horizonte.

Aun cuando se conocieran perfectamente los datos necesarios para la debida corrección de las cintas, no se podría poner de manifiesto el efecto de los errores que afectarían un trabajo si las distancias medidas en planos inclinados (barrancas) no fueran debidamente reducidas al horizonte.

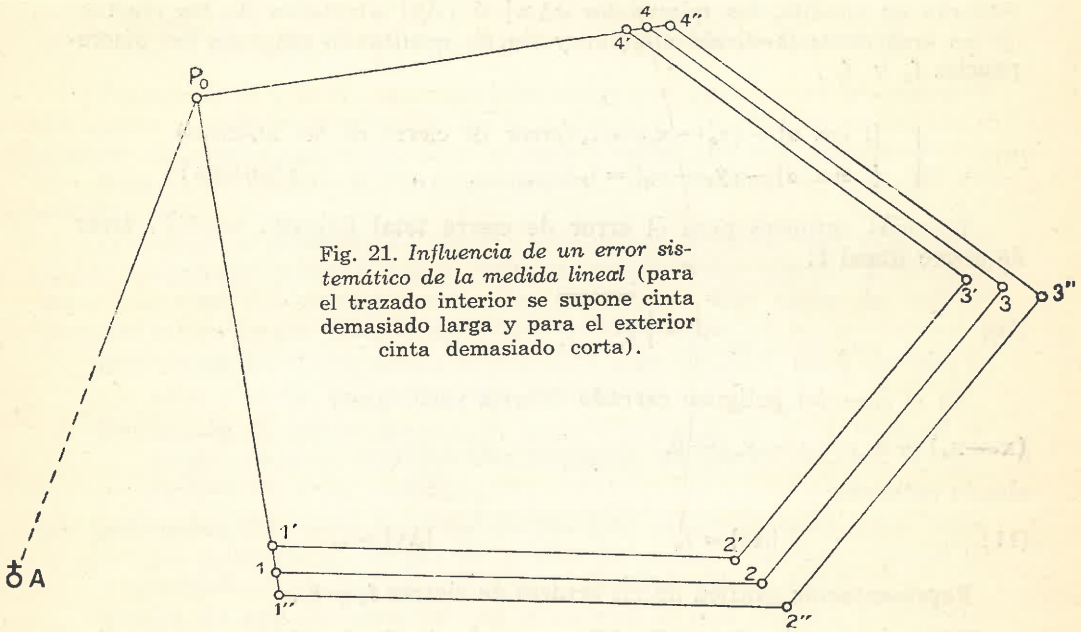


Fig. 21. *Influencia de un error sistemático de la medida lineal* (para el trazado interior se supone cinta demasiado larga y para el exterior cinta demasiado corta).

10. Error de cierre angular, $f\beta$; su compensación.

Debido a los inevitables errores de observación, las condiciones (2), (4) y (6) generalmente no se satisfacen exactamente.

Si la discrepancia $f\,\beta$, la que llamaremos **error de cierre angular**, no excede de un valor límite de antemano fijado, se la **repartirá uniformemente** sobre todos los ángulos medidos.

Tenemos entonces para la **corrección angular** $\Delta\beta$:

$$\Delta\beta = -\frac{f\beta}{n} \tag{8}$$

donde **n** significa el número de ángulos medidos.

11. Errores de cierre de coordenadas, f_x, f_y y error de cierre lineal, f; su representación gráfica.

Efectuando el cálculo de coordenadas de acuerdo a las fórmulas fundamentales (4) y (5) de pág. 178, en base a los ángulos β corregidos y los lados l medidos, no se llegará generalmente al punto de cierre P_c (el que en el caso del polígono cerrado coincide con el de arranque), sino a otro punto P'_c, (ver fig. 22), vecino de P_c. Discreparán entonces las sumas de las coordenadas parciales Δx y Δy con los valores de antemano conocidos según (3), (5) ó (7), originándose así los **errores de cierre de coordenadas f_x y f_y**.

En otros términos: Podremos suponer libres de error los substraendos, en las siguientes diferencias:

$$[\Delta x] - (x_c - x_a),$$
$$[\Delta y] - (y_c - y_a),$$

estando, en cambio, los minuendos $[\Delta x]$ ó $[\Delta y]$ afectados de los efectos de los errores de medición angular y lineal, resultando entonces las **discrepancias** f_x y f_y :

$$(9)\quad \begin{cases} [l \cos \alpha] - (x_c - x_a) = f_x \text{ (error de cierre de las abscisas)} \\ [l \operatorname{sen} \alpha] - (y_c - y_a) = f_y \text{ (,, ,, ,, ,, ,,ordenados)} \end{cases}$$

Tenemos entonces para el **error de cierre total** llamado también **error de cierre lineal** f:

$$(10)\quad f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

En el caso del **polígono cerrado** debería verificarse:

$$(x_c - x_a) = 0 \text{ y } (y_c - y_a) = 0,$$

siendo entonces:

$$(11)\quad [\Delta x] = f_x \qquad [\Delta y] = f_y$$

Representación gráfica de los errores de cierres f_x y f_y.

Hállase representada en fig. 22 a pequeña escala, 1: 20 000 por ejemplo, la diagonal $P_a P_c$ de una poligonal.

El punto P'_c vecino de P_c, ha sido obtenido del siguiente modo:

Pon el punto **P** se trazaron paralelas (+x) y(+y) a los ejes de las **x** e **y**, respectivamente, sobre las que se trasladaron, a escala 1:10, las magnitudes f_x y f_y que resultaron del cálculo de coordenadas según las (9), teniendo en cuenta los signos.

El segmento $\overline{P'_c P_c}$ representa entonces, a escala aumentada, el **error de cierre** f habido, como **hipotenusa** de un triángulo rectángulo, en el que los errores f_x y f_y figuran como **catetos.**

Cuando la cantidad f no sobrepasa la tolerancia que para ella rige, **se repartirán los errores** f_x y f_y proporcionalmente a la longitud de los lados.

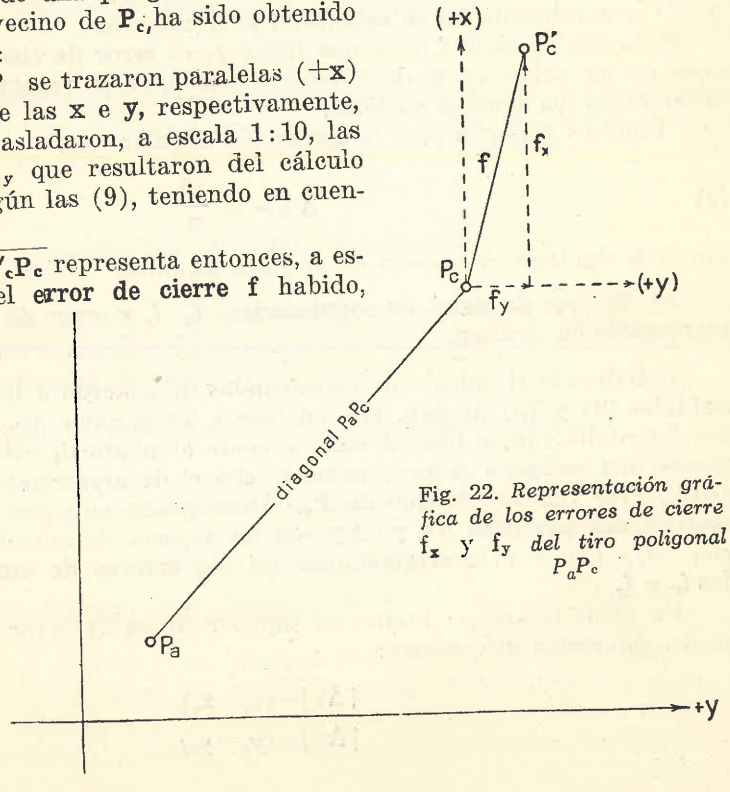


Fig. 22. *Representación gráfica de los errores de cierre* f_x y f_y *del tiro poligonal* $P_a P_c$

12. Tolerancias que rigen en la medición poligonal.

A. Tolerancia para el error de cierre lineal f.

Citaremos, en primer lugar, las **tolerancias** que rigen en los levantamientos suizos, haciéndolas preceder de la explicación de algunos conceptos y normas atingentes necesarios para su mejor comprensión y apreciación.

Normas de trabajo y sus consecuencias: Instrucciones I, I,, y III del catastro suizo (*).

Partiendo del **principio** de que el costo de una mensura debe guardar relación económica racional con el valor adquisitivo del terreno medido, la superficie total del territorio suizo fue dividida en **tres clases de terreno,** para las cuales fueron prescriptas diferentes **tolerancias:**

Instrucción I con exigencias de precisión muy elevadas, para terrenos de altos precios, en las grandes ciudades;

Instrucción II con exigencias de precisión medianas, para terrenos de precio mediano, ciudades más pequeñas, pueblos y terrenos de agricultura de valor especial;

Instrucción III con exigencias de precisión más reducidas, para terrenos montañosos, campos de ganadería, grandes bosques, pueblos de montaña, terrenos de agricultura de poco valor, etc.

Resulta de esta clasificación que el terreno de una comuna a mensurar será subdividido en varias clases de terreno, las que son fijadas y exactamente delimitadas antes de iniciar el levantamiento.

Métodos de levantamiento empleados en el catastro suizo.

El **método clásico de coordenadas planas** (pág. 92, Tomo I), conjuntamente con el método constructivo, es empleado en las regiones de la Instrucción I.

El **método por coordenadas polares** (ver pág. 95, tomo I) con medición óptica de las distancias y miras horizontales, es empleado en las regiones de la Instrucción II.

El **método fotográfico** y cada vez más la **fotogrametría aérea** son empleados en **las regiones montañosas.** (Ver Tomo IV y suplementos del presente Volumen y del Tomo I).

La **Confederación Suiza** subvenciona los trabajos catastrales que ejecutan los Cantones en la siguiente forma:

60% para trabajos de la Instrucción I,
70% „ „ „ „ „ II,
80% „ „ „ „ „ III,

Ejecución y verificación oficial de los trabajos.

La ejecución material de los trabajos catastrales según las **Instrucciones técnicas federales,** incumbe a los Cantones. La mayor parte de éstos designan un ingeniero agrimensor encargado en la verificación y dirección de las operaciones catastrales del Cantón. Los trabajos se ejecutan por **administración** cuando se trata de grandes ciudades; en los demás casos por **contrato.**

(*) Ver: *Bosshardt, R., Optische Distanzmessung, Stuttgart, 1930 y Georg & Cia. Ginebra 1930, pág. 10.*

El **Servicio Topográfico Federal,** se encarga de la triangulación hasta el 3er. orden, mientras que la **triangulación del 4º orden** es ejecutada por las oficinas cantonales, en algunos Cantones; en otros por el **Servicio Topográfico Federal** y en otros por ingenieros agrimensores empresarios.

a) **Nuevas tolerancias suizas.**

		Método clásico:	*Método óptico:*
(12)	**Instr.** I. Polig. princ.	$0{,}005\sqrt{S} + 0{,}05$	
(13)	„ secund.	$0{,}01 \cdot \sqrt{S} + 0{,}05$	
(14)	**Instr.** II. Polig. princ.	$0{,}01\ \sqrt{S} + 0{,}10$	$0{,}03\sqrt{S} + \frac{D}{5\,000}$
(15)	„ secund.	$0{,}02\ \sqrt{S} + 0{,}10$	
(16)	**Instr.** III. Polig. princ.	$0{,}04\ \sqrt{S} + 0{,}20$	$0{,}03\sqrt{S} + 0{,}10$
(17)	„ secund.	$0{,}08\ \sqrt{S} + 0{,}20$	$0{,}03\sqrt{S} + 0{,}20$

	Levantamiento de detalles:	*Métodos ópticos:*
(18)	I. $0{,}007\sqrt{S} + 0{,}02$	
(19)	II. $0{,}015\sqrt{S} + 0{,}04$	$0{,}04 + \frac{D}{1\,000}$
(20)	III. $0{,}03 \cdot \sqrt{S} + 0{,}10$	$0{,}05 + \frac{D}{800}$

donde **S** y **D** significan, respectivamente, la suma de los lados y largo total del recorrido reducido según la (11), pág. 127 :$d = c.\cos\alpha + kl\cos^2\alpha$.

En los futuros **levantamientos catastrales urbanos argentinos,** el método óptico por coordenadas polares, combinado con el ortogonal, indudablemente ha de constituir el procedimiento más adecuado para el levantamiento de los detalles desde el doble punto de vista técnico y económico.

b) **Tolerancias que rigen en la Provincia de Buenos Aires** (*).

(21)	$0{,}015\sqrt{0{,}3L + 0{,}000\,5L^2}$	para polígonos principales urbanos,
	$0{,}02 \cdot \sqrt{0{,}3L + 0{,}000\,5\,L^2}$	„ „ „ de quintas y chacras,
(22)	$0{,}01 \cdot \sqrt{1{,}5L + 0{,}003 \cdot L^2}$	„ „ rurales, en condiciones normales,
(23)	$0{,}015\sqrt{1.5L + 0{,}003 \cdot L^2}$	„ „ „ „ „ difíciles

c) **Fórmulas del Autor:**

He aquí las **6 fórmulas de tolerancia** que propusiéramos en el año 1925, (ver Nº 278, pág. 228 - 229 de la Revista del Centro Estudiantes de Ingeniería de Buenos Aires y **Apéndice I** del tomo I de este Compendio) con los correspondientes **suplementos** a las mismas (ver Nº 16, pág. 68 del tomo I); las que son:

(24) $$0{,}01\ \sqrt{0{,}09\,[l] + 0{,}0004\,[l]^2} + 0{,}015\ \mathbf{m},$$ (Tabla I)

(*) Ver *Memoria de Hacienda* de la Provincia de Buenos Aires, 1937-1938 pág. 715.

para cierres de poligonales principales urbanas en buenas condiciones,

(25) $0{,}01\sqrt{0{,}36\,[l] + 0{,}0009\,[l]^2} + 0{,}03$ **m,** (Tabla II)

para cierres de **poligonales principales urbanos** en medianas condiciones,

(26) $0{,}01\sqrt{0{,}81\,[l] + 0{,}001\,6\,[l]^2} + 0{,}05$ **m,** (Tabla III)

para cierres de **poligonales principales urbanos** en condiciones difíciles,

(27) $0{,}01\sqrt{4\,[l] + 0{,}005\,[l]^2} + 0{,}10$ **m,** (Tabla IV)

para cierres de **poligonales rurales, en buenas condiciones del terreno,**

(28) $0{,}01\sqrt{6\,[l] + 0{,}007\,5\,[l]^2} + 0{,}15$ **m,** (Tabla V)

para cierres de **poligonales rurales, en medianas condiciones del terreno,**

(29) $0{,}01\sqrt{8\,[l] + 0{,}01\,[l]^2} + 0{,}20$ **m,** (Tabla VI)

para cierres de **poligonales rurales, en desfavorables condiciones del terreno.**

B. Tolerancias para el error de cierre angular.

a) **Suiza.**

El error de cierre angular puede a lo sumo ascender en terreno de la **clase I:**

(30) $\begin{cases} 30''\sqrt{n} & \text{en poligonales principales,} \\ 50''\sqrt{n} & \text{„ „ secundarias,} \end{cases}$

en terreno de la **clase II:**

(31) $\begin{cases} 1'\sqrt{n} & \text{en poligonales principales,} \\ 1{,}6'\sqrt{n} & \text{„ „ secundarias.} \end{cases}$

en terreno de la **clase III:**

(32) $\begin{array}{ll} 1{,}6'\sqrt{n} & \text{en poligonales principales,} \\ 2{,}8'\sqrt{n} & \text{„ „ secundarias.} \end{array}$

donde **n** significa el número de ángulos medidos.

b) **Provincia de Buenos Aires** (*):

(33) $\begin{array}{ll} 30''\sqrt{n} & \text{en poligonales principales,} \\ 60''\sqrt{n} & \text{„ „ secundarias.} \end{array}$

donde **n** significa el número de ángulos medidos.

c) **Ciudad de Berlín:**

(34) Corrección angular máxima en poligonales de 8 y más puntos: 20″

(35) „ „ „ „ „ „ 5 a 7 „ : 30″

(35) „ „ „ „ „ „ menos de 5 „ : 40″

13. Compensación de los errores de cierre de coordenadas f_x y f_y.

Los errores de cierre de coordenadas f_x y f_y que se revelan en la formación de las sumas según (3), (5) y (7), deben ser repartidos entre los productos $l \cdot \cos\alpha$ y $l \operatorname{sen}\alpha$, ya sea **proporcionalmente a la longitud de los** lados l o bien proporcionalmente a esos productos mismos.

(*) *Ver Memoria de Hacienda* de la Provincia de Buenos Aires, 1937-1938, pág. 711.

El primero de estos dos **métodos aproximados** es el más usado en la práctica, siendo por eso el que nosotros emplearemos exclusivamente.

(37) $$c_x = -\frac{f_x}{[l]} \qquad c_y = -\frac{f_y}{[l]}$$

(referidos a la unidad lineal), obteniéndose entonces para las distintas cantidades Δx y Δy las correspondientes **correcciones dx** y **dy**:

(38)
$$\begin{cases} dx_1 = -c_x \cdot l_1 & dy_1 = -c_y \cdot l_1 \\ dx_2 = -c_x \cdot l_2 & dy_2 = -c_y \cdot l_2 \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ dx_n = -c_x \cdot l_n & dy_n = -c_y \cdot l_n \\ \hline [dx] = -f_x & [dy] = -f_y \end{cases}$$

y, por consiguiente, para las **coordenadas parciales corregidas**:

(39)
$$\begin{cases} \Delta x_1 = l_1 \cdot \cos\alpha_1 - c_x \cdot l_1 \; ; \; \Delta y_1 = l_1 \cdot \operatorname{sen}\alpha_1 - c_y \cdot l_1 \\ \Delta x_2 = l_2 \cdot \cos\alpha_2 - c_x \cdot l_2 \; ; \; \Delta y_2 = l_2 \cdot \operatorname{sen}\alpha_2 - c_y \cdot l_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

Estos cálculos de compensación pueden ser efectuados convenientemente con la **regla de cálculo**, poniéndose en ellos de manifiesto las grandes ventajas que ofrece el uso de este simple instrumento (ver: **Roberto Müller**, regla de cálculo, ejemplo práctico de pág. 30).

14. Error longitudinal f_l y desviación acimutal f_a (o error lateral) de una poligonal.

Bajando desde el punto P'_c, construído como se explicó en pág. 202, la perpendicular sobre la diagonal P_aP_c o su prolongación (ver fig. 23), y

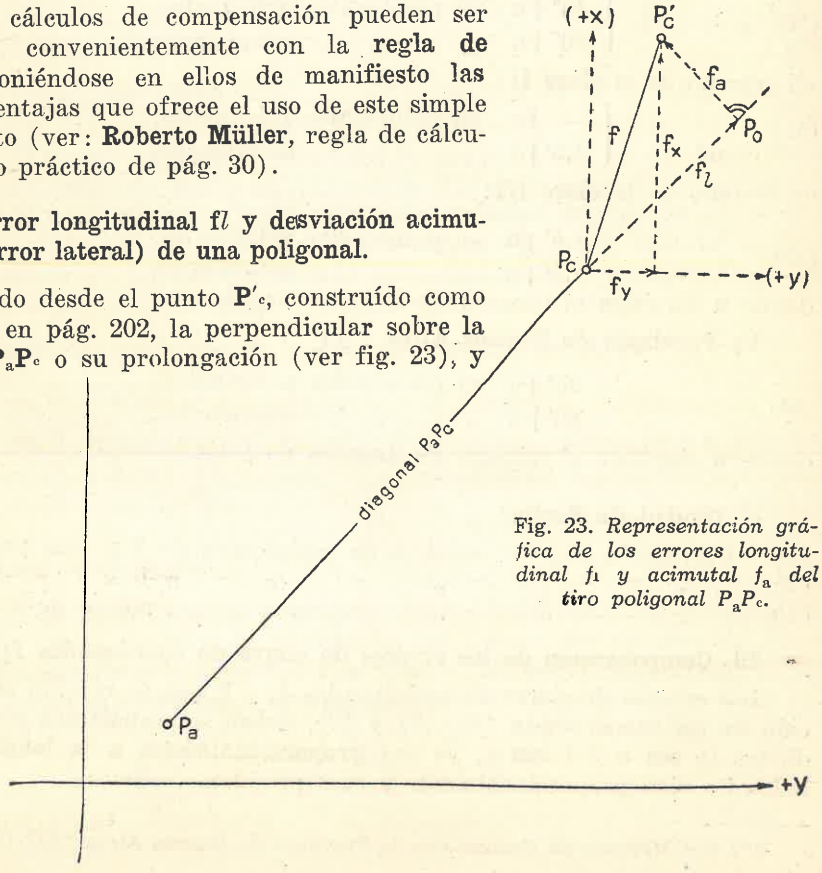


Fig. 23. *Representación gráfica de los errores longitudinal f_l y acimutal f_a del tiro poligonal P_aP_c.*

designando por P_o al pie de esta perpendicular, se obtendrá la magnitud $\overline{P_cP_o}$, que expresa, a escala aumentada (1:10, por ejemplo), el **error longitudinal** f_l, representando, en cambio, el segmento $\overline{P_oP'_c}$ la **desviación acimutal** o **error lateral** f_a de la poligonal.

Tenemos entonces para el **error longitudinal relativo:**

$$\frac{\overline{P_cP_o}}{\overline{P_aP_c}} = \frac{f_l}{\overline{P_aP_c}} \tag{40}$$

error lateral relativo:

$$\frac{\overline{P_oP'_c}}{\overline{P_aP_c}} = \frac{f_a}{\overline{P_aP_c}} \tag{41}$$

error de cierre total, f:

$$f = \sqrt{\overline{P_cP_o}^2 + \overline{P_oP'_c}^2} = \sqrt{f_l^2 + f_a^2} \tag{42}$$

He aquí un ejemplo calculado (con 6 decimales):

$(y_c - y_a) = +\ 708{,}48\text{m}$; $(y'_c - y_a) = +\ 708{,}78\text{m}$; $f_y = +\ 0{,}30\text{m}$

$(x_c - x_a) = -1140{,}70$ „ ; $(x'_c - x_a) = -\ 1140{,}86$ „ ; $f_x = -\ 0{,}16\,\text{m}$

$\log \overline{P_aP_c}$	$= 3{,}128\,014$	$\log \overline{P_aP'_c}$	$= 3{,}128\,109$
$\log (y_c - y_a)$	$= \overline{2{,}850\,328}$	$\log (y'_c - x_a)$	$= \overline{2{,}850\,511}$
cpl. log sen (P_aP_c)	$= 0{,}277\,686$	cpl. log sen $(P_aP'_c)$	$= 0{,}277\,598$
„ „ cos (P_aP_c)	$= 0{,}070\,844\,n$	„ „ cos $P_aP'_c)$	$= 0{,}070\,878\,n$
$\log (x_c - x_a)$	$= 3{,}057\,171\,n$	„ $(x'_c - x_a)$	$= 3{,}057\,233\,n$
$\log \overline{P_aP_c}$	$= 3{,}128\,015$	$\log \overline{P_aP'_c}$	$= 3{,}128\,111$
$\overline{P_aP_c}$	$= 1342{,}81\,\text{m}$	$\overline{P_aP'_c}$	$= 1343{,}11\,\text{m}$
log tg (P_aP_c)	$= 9{,}793\,157\,n$	log tg $(P_aP'_c)$	$= 9{,}793\,278\,n$
(P_aP_c)	$= 148°\ 9'\ 21''$	$(P_aP'_c)$	$= 148°\ 8'\ 55''$

Desigando por fl **el error longitudinal total,** tendremos:

$$f_l = \overline{P_aPc'} - \overline{P_aP_c} = +\ 0{,}30\ \text{m};\ \text{corrección: } -\ 0{,}30\ \text{m}$$

Error longitudinal referido a la unidad o **error longitudinal relativo:**

$$\frac{f_l}{\overline{P_aPc}} = \frac{0{,}30}{1343} = +\ 0{,}0002;\ \text{corrección} = -\ 0{,}0002$$

Es decir; los lados del tiro son demasiado largos, teniendo que acortarse aproximadamente en $\frac{1}{5\,000}$ o sea 1 cm. por cada cintada de 50 m.

Desviación acimutal o **error lateral** f_a: Siendo en este ejemplo:

$$\begin{aligned} (P_aP'_c) &= 148°\ 8'55'' \\ (P_a\ Pc) &= 148°\ 9'21'' \\ \hline \text{tenemos para el error lateral } \mathbf{f_a} &= \quad -26'' \end{aligned}$$

$$\text{Corrección} = \quad +26''\,\frac{26''}{206\,265} = 0{,}000\,13$$

15. Disposición oficial para salvar el inconveniente de distintas unidades lineales empleadas.

Antes de efectuar el cálculo de una red extensa de poligonales, es conveniente averiguar si las mediciones lineales están afectadas de un **error sistemático** proveniente de la diferencia entre las unidades lineales de la red trigonométrica y la medida empleada en la medición poligonal.

Se calculará a este fin para unas 10 poligonales el error longitudinal según (40).

Si todos estos errores tienen igual signo, quedaría demostrada la existencia de un **error sistemático lineal.**

Se formará en este caso el promedio de los mismos, el que representa un valor por el cual se corregirán todos los lados (o sus logaritmos) antes de efectuar el cálculo de las coordenadas.

Las Instrucciones IX del Catastro de Prusia recomiendan proceder a esta corrección cada vez que dicho promedio sobrepasa la cantidad:

$$0{,}000\,05 \text{ ó sea } \frac{1}{20\,000}$$

16. Criterio sobre la precisión de la medición angular.

Obtiénese **un criterio sobre la precisión de la medición poligonal:**

1º con calcular el **error medio** $m\beta$ **de un ángulo poligonal** β:

$$\frac{f\beta}{\sqrt{n}} \tag{43}$$

2º con calcular las **magnitudes** f_a y f_l de cada poligonal.

Formando la media aritmética de los errores medios $m\beta$, por una parte, y de los valores f_a y f_l correspondientes a los distintos tiros poligonales de una red, por la otra, se dispondrá de los elementos necesarios para juzgar sobre la precisión de las mediciones.

Para obtener la **máxima precisión** posible en las poligonales de teodolito, deberán ser éstas aproximadamente **rectas** (ver pág. 102), los **lados aproximadamente iguales** y lo más largos posible. Por este último medio no sólo se reducirán a un mínimo los efectos de los errores de centración y señalación, sino que se obtendrán los rumbos con la máxima precisión por ser mínimo el número de ángulos que han concurrido a formarlos.

17. Errores groseros en poligonales cerradas. Su localización.

Errores groseros que pueden haberse cometido en poligonales de enlace o polígonos cerrados se ponen de manifiesto en los cierres angulares (2) y (6) y lineales (3) y (7).

Con el objeto de limitar los trabajos de remedición a los elementos mal determinados, es necesario **localizar** el error grosero antes de iniciar dichas operaciones de remedición.

a) *Buscando un error angular grosero.*

Suponemos en fig. 24 que se ha cometido en el vértice 3 un error grosero, habiendo medido el ángulo β_3 demasiado grande.

Calculando la poligonal, a partir del origen P_a, se obtendrán las coordenadas de los punto **4, 5** y P_c equivocadas.

Repitiendo el cálculo de la poligonal en sentido opuesto, desde el punto final hacia el inicial, se obtendrán erróneas las coordenadas de los puntos **2, 1,** P_a, debido al efecto del error grosero en 3.

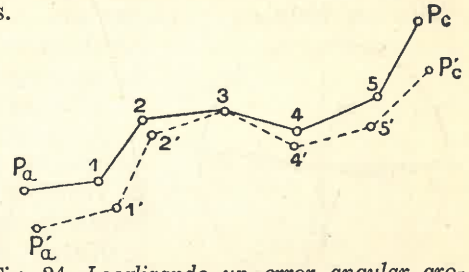


Fig. 24. *Localizando un error angular grosero.* (Se supone que se ha cometido un error grosero en el vértice 3).

Dedúcese de los dos cálculos que sólo para el punto **3** se obtienen así coordenadas concordantes. Es decir: en la poligonal P_a...P_c sólo el trozo P_a...**3** es libre de error, y en la poligonal P_c ... P_a sólo el trozo **P** ...**3**, obteniéndose, por lo tanto, para el punto **3** por ambos conductos las mismas coordenadas dentro de la precisión inherente al trabajo.

Tratándose de un polígono cerrado, se podrá efectuar el doble cálculo a partir del punto de arranque, una vez en el sentido de las agujas del reloj y una 2ª vez en el sentido opuesto. Se encontrará así siempre un punto cuyas coordenadas son concordantes en ambos cálculos. Es éste entonces el vértice, en el que está localizado el error. Es en este punto que será por tanto necesario repetir la medición del ángulo.

b) *Buscando un error lineal grosero.*

Fig. 25. *Localizando un error lineal grosero.* (Se supone que se ha cometido un error lineal grosero en el lado *3—4*)...

Represéntase en fig. 25 el efecto de un **error lineal grosero** cometido en el lado **3 - 4.**

Efectuando el cálculo de coordenadas con el lado 3 - 4 equivocado, se llegará a un punto terminal P'_c, cuyas coordenadas difieren considerablemente de las de P_c de antemano conocidas. El segmento **P —P'** expresa gráficamente por su longitud y dirección, la magnitud y el signo del error lineal cometido.

En base a las coordenadas de los puntos P_c' y P_c se calcularán, según las fórmulas (4) y (5), pág. 178, el rumbo del lado erróneo y la magnitud del error. Se averigua entonces cuál de los lados tiene ese rumbo y se lo remide.

En caso de que varios lados tuvieran aproximadamente el mismo rumbo, no sería posible localizar el error lineal, siendo entonces necesario repetir la medición de todos los lados de la poligonal.

18. Influencia sobre la medición angular de la falta de verticalidad del punto visado (jalón) e influencia del error de centración del teodolito.

a) *Punto objeto mal verticalizado.*

Se supone en fig. 26 que se ha presentado en la medición de la visual al punto P_6 el caso particular ilustrado en fig. 27. Es decir, no obstante haberse

bisectado con el hilo medio **HH** (ver fig. 26) la parte más baja posible del jalón en vista de la inclinación del mismo, no se pudo evitar, en el caso considerado, un error en la visual (5) — (6) a causa de un pequeño movimiento (ondulación) del terreno (marcado con trazos en la fig. 26); el que cubrió la parte inferior del jalón más próxima a su pie. Resulta de esta circunstancia que se midió en (5) la visual al punto (6') (ver fig. 27) situado a la izquierda de (6) (en el anteojo inversor aparece a la derecha según se ve en fig. 26). La lectura correspondiente a la visual al punto (6) resultó entonces disminuída en el pequeño ángulo (6) (5) (6') = x" por esta **falta de verticalidad** del jalón en (6).

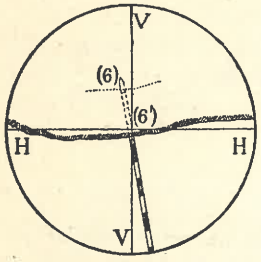


Fig. 26. Se ilustra el caso de hallarse un leve movimiento del terreno frente al jalón, algo inclinado, el que impide la correcta bisección del punto (6). La incorrecta corrección del (6) ocasiona un pequeño error en la medición del ángulo β_5 *en (5), lo que se ilustra en fig. 27.*

Si admitimos para esta desviación (6) (6') = e el valor de 1 cm y para la longitud del lado (5) (6) = $l_6 = 100$ metros, tendremos para la magnitud de x":

$$(44)\quad \begin{cases} x'' = \Delta\beta_5 = \dfrac{e}{l_6}\rho \text{ o sea en nuestro caso:} \\ = \dfrac{1}{10\,000} \cdot 206\,265'' = 21'' \end{cases}$$

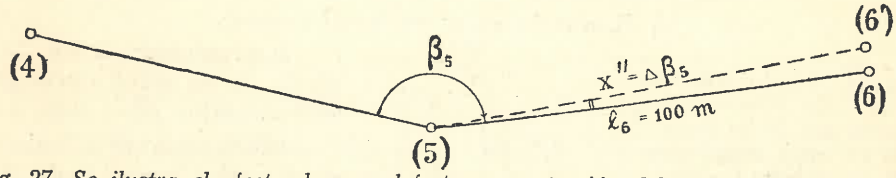


Fig. 27. Se ilustra el efecto de una defectuosa centración del punto objeto (6) (ver fig. 26) sobre la medición del ángulo β_5 *en el punto poligonal (5).*

Se ve de la (44) que el **error x" es inversamente proporcional al lado,** de lo que se deduce que los **puntos poligonales** deben señalarse con **tanto mayor cuidado cuanto más cortos sean los lados.**

Si nuestro teodolito es de 20", no hay ningún objeto de medir el ángulo β_5 más de una vez en ambas posiciones del anteojo (**regla de Bessel**, ver planilla en pág. 196). Suponiendo el teodolito bien centrado y exactamente señalados los puntos visados, se puede admitir que se obtiene así el ángulo con la **precisión de 10"**, la que es suficiente para la mayor parte de las finalidades de los trabajos de catastro. A esta misma conclusión nos conduce la siguiente consideración del **efecto del error de centración del teodolito.**

b) *Efecto del error de centración del teodolito.*

Se supone en el punto (5) de fig. 28 un error de centración de **e** = 1 cm, es decir, en lugar de medir el ángulo β'_5 en (5') o β_5 en (5), se mide β''_5 en (5"). El efecto de la excentricidad sobre en ángulo β_5 es tanto mayor cuando más la dirección del segmento **e** se aproxima a la bisectriz del ángulo β_5 : Estando el teodolito estacionado en (5') en lugar de (5), el ángulo β'_5 será en (x + y)" demaciado grande; estando en (5") en lugar de (5), el ángulo β''_5 será en (**x** + **y**)" demasiado pequeño que el ángulo correcto β_5.

Suponiendo una poligonal aproximadamente recta con lados de 100 metros y e = 1 cm, resulta para el error $(x + y)'' = \Delta\beta''_5$ del ángulo β''_5:

$$\Delta\beta_5'' = \frac{1}{10000} \cdot 206\,265'' + \frac{1}{10000} \cdot 206\,265'' = 41'' \tag{45}$$

A pesar de que en algunos casos los errores procedentes de la falta de centración del teodolito y de la falta de buena señalación o falta de verticalidad de los puntos visados pueden compensarse entre sí, este valor máximo $\Delta\beta''_5$ según (45) a que puede ascender el error de un ángulo con lados de 100 m y 1 cm de excentricidad del teodolito, nos hace comprender la gran

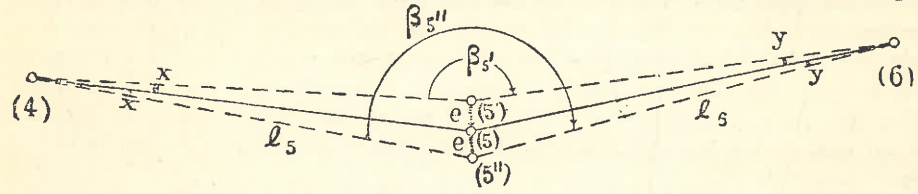


Fig. 28. *Se ilustra el efecto máximo del error de centración del teodolito.*

importancia que tiene la buena centración del teodolito y la exacta señalación o verticalización de los puntos objetos, y que sería ineficaz, para mejorar sensiblemente el resultado, el empleo de un teodolito más preciso o una medición del ángulo en más de una serie.

19. Error medio mβ de un ángulo poligonal β, error medio Mβ de la suma de n ángulos β o sea error de cierre angular fβ de una poligonal estimado a priori.

La práctica enseña que, cuando se efectúan las medicioens angulares siempre con instrumento bien centrado y objetos exactamente verticalizados, se pueden fácilmente obtener los ángulos poligonales β (lados entre 100 y 150m) con un error de m β de 10'' hasta 15''.

Resulta entonces para la **suma** de los **n** ángulos de una poligonal según la ley de propagación de errores (ver "C. d e C.", 2ª ed., pág. 56) un error medio **M**β, o sea un eror de cierre angular fβ de:

$$M\beta = f\beta = 10''\sqrt{n} \text{ hasta } 15''\sqrt{n} \tag{46}$$

20. Peso del rumbo terminal en una poligonal abierta.

En el supuesto de conocerse en el punto P_o (ver fig. 4) el rumbo de arranque (P_oA) a transportar por medio de medición de los ángulos β hasta el punto final P_5, se trata ahora de determinar el peso reducido p_x que llega a tener el rumbo (P_5P_4) con admitir que los ángulos poligonales β de peso $p\beta = 1$ (ver "C. de C.", 2ª edición, págs. 211 y 215) estén afectados del error medio $m\beta = 20''$.

Siendo según la ley de la propagación de errores el error medio M_x de la suma de los cinco ángulos:

$$M_x = 20''\sqrt{5}$$

tendremos de acuerdo a la segunda definición del peso que dice: "Los pesos son inversamente proporcionales a los cuadrados de los correspondientes

errores medios" (ver "**C. de C.**", 2ª edición, pág. 217), para el peso p_x del rumbo en el punto terminal P_5:

(47) $$\frac{1}{P_x} = \frac{1}{P\beta = 1} \cdot 5 = 5$$

Luego:

(48) $$\text{Peso } p_x \text{ del rumbo en } P_5 = \frac{1}{5}$$

21. Peso de un rumbo de poligonal cerrada.

Deducimos de las ecuaciones (47) y (48) que el peso de un rumbo de lado poligonal disminuye a partir de los extremos hacia el punto medio de la poligonal cerrada (ver fig. 1): El rumbo del primer lado tiene el mismo peso que el rumbo del último, por encontrarse ambos rumbos en las mismas condiciones respecto a los rumbos de arranque y de cierre, respectivamente. El rumbo del lado central (con un número impar de lados), tiene el peso mínimo; el que tienen los dos lados centrales cuando el número de los lados fuera par (caso de fig. 1).

Siendo **r** el número de orden de un lado poligonal cualquiera (contado desde el arranque) y **n** el número total de puntos (incluídos los de arranque y cierre), tendremos para el peso p_r del rumbo del lado l_r:

(49) $$p_r = \frac{1}{r} + \frac{1}{n - r}$$

(50) $$= \frac{n}{r(n - r)}$$

Para primera definición del peso de un ángulo: "**C. de C.**", pág. 211, 2ª ed.,
„ peso de la media aritmética: "**C. de C.**", pág. 211 y
„ más ejemplos prácticos: "**C. de C.**", págs. 295 y 298.

22. Monografía de los Puntos poligonales.

Con el objeto de facilitar la identificación de los puntos poligonales conviene que sea confeccionado de cada uno un croquis especial, denominado **monografía,** que contenga las necesarias medidas lineales para la situación planimétrica del punto. Conviene, además, tomar con el teodolito todas aquellas medidas necesarias para una eventual nueva determinación del punto, relacionándolo con otros objetos permanentes vecinos. En base

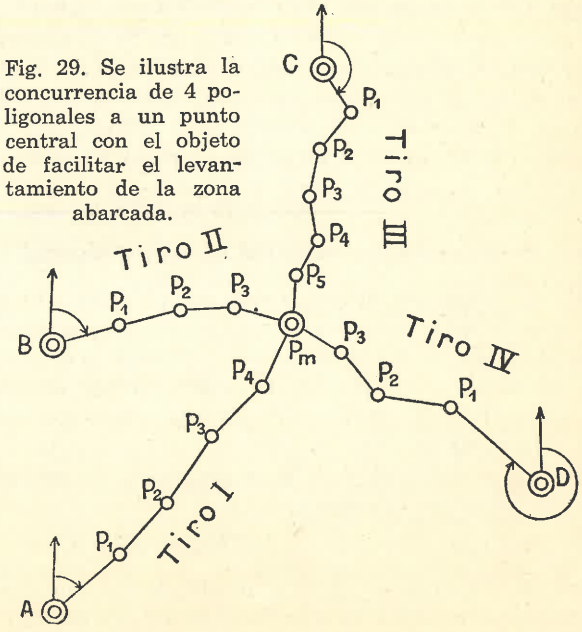


Fig. 29. Se ilustra la concurrencia de 4 poligonales a un punto central con el objeto de facilitar el levantamiento de la zona abarcada.

a estos elementos puede ser restablecido un punto poligonal en caso de haberse destruído.

23. Poligonales concurrentes a un punto central.

Sean A, B, C y D (fig. 29) puntos fijos dados por sus coordenadas. Trátase de efectuar el levantamiento de la zona comprendida, en base a esos puntos fijos. A ese fin se elige convenientemente un punto central P_m, con el cual se vinculan los puntos **A, B, C y D** por medio de los tiros poligonales, **I, II, III y IV**. Obtiénense así numerosos nuevos puntos de apoyo para el levantamiento de los detalles.

Esta concurrencia de poligonales a un punto central da lugar a una compensación como sigue: Se calcularán primeramente, para los diversos puntos de las 4 poligonales concurrentes (consideradas abiertas), las coordenadas, con el peso de la respectiva pareja de coordenadas finales de cada una de ellas, según N° 20). Luego se calculará para estas 4 parejas de coordenadas ponderales la media aritmética general, según fórmula (7) del "**C.** de **C.**", 2ª ed., pág. 213, con lo cual las 4 poligonales se hallan convertidas en 4 poligonales de enlace, con punto fijo de enlace final común, cuya compensación práctica queda ilustrada con los ejemplos del próximo párrafo.

24. Enlace de una poligonal con un punto trigonométrico inaccesible "bajar un punto trigonométrico inaccesible".

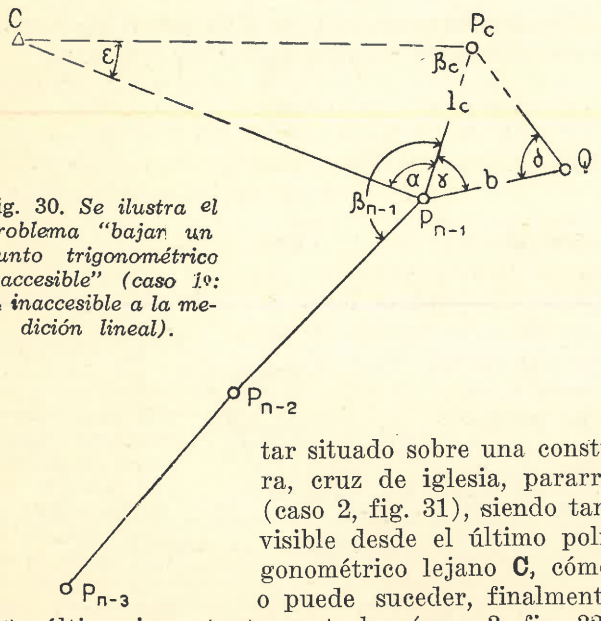


Fig. 30. Se ilustra el problema "bajar un punto trigonométrico inaccesible" (caso 1º: P_c inaccesible a la medición lineal).

Puede suceder que un punto fijo trigonométrico P_c (fig. 30) terminal de poligonal, sea inaccesible para la medición lineal, por estar separado del último punto poligonal P_{n-1} por un curso de agua, por ejemplo, siendo en cambio, posible en P_c la medición del ángulo β_c (caso 1º); o puede suceder que el punto terminal P_c es también inaccesible para la medición angular, por estar situado sobre una construcción a considerable altura, cruz de iglesia, pararrayo, asta de bandera, etc. (caso 2, fig. 31), siendo tanto en éste como en caso 1º visible desde el último poligonal P_{n-1} un punto trigonométrico lejano **C**, cómodo para **cierre de rumbo**; o puede suceder, finalmente, que no se disponga de este último importante contralor (caso 3, fig. 32).

Caso 1º (fig. 30).

Determínase en este caso, igual que en los demás, la longitud del lado $\overline{P_{n-1}\,P_c}$ indirectamente, con la ayuda del pequeño triángulo $P_{n-1}\,QP_c$, en

el que se miden la base $\overline{P_{n-1}\,Q} = b$ y los ángulos adyacentes γ y δ, teniendo entonces para el lado $\overline{P_{n-1}\,P_c} = l_c$ según el teorema del seno:

$$l_c = b\,\frac{\operatorname{sen}\,\delta}{\operatorname{sen}\,(\gamma+\delta)} \tag{51}$$

La medición del ángulo β, en P_c, nos proporciona por la comparación de la suma $[\beta]$ con el **rumbo de cierre menos el rumbo de arranque,** según (6), un **cierre angular** $f\beta$, el que puede ser compensado. Según (9) se obtendrán los errores de cierre f_x y f_y.

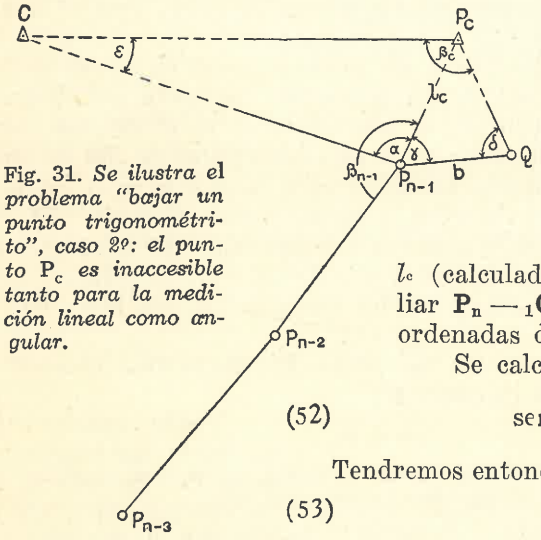


Fig. 31. *Se ilustra el problema "bajar un punto trigonométrito", caso 2º: el punto* P_c *es inaccesible tanto para la medición lineal como angular.*

2º caso (fig. 31).

Como en este caso se supone que el punto P_c es inaccesible también para la medición angular, se determinará el ángulo β_c indirectamente, por medio del ángulo medido en el vértice P_{n-1} y los dos lados de triángulo l_c (calculado por medio del triángulo auxiliar $P_{n-1}QP_c$) y P_cC (deducido de las coordenadas de los puntos P_c y **C**.

Se calculará luego el ángulo ϵ en **C**:

$$\operatorname{sen}\,\epsilon = \operatorname{sen}\,\alpha\,.\,\frac{l_c}{P_cC} \tag{52}$$

Tendremos entonces para el ángulo β que se busca:

$$\beta_c = 180^\circ - (\alpha+\epsilon) \tag{53}$$

con lo que se está en las condiciones del caso anterior.

3er. caso (fig. 32). El lado l_c se calcula con el triángulo $P_{n-1}\,P_c\,Q$.

Cuando no sea posible bisectar en el punto poligonal P_{n-1} a ningún punto trigonométrico lejano, se conducirá el cálculo simplemente hasta el punto trigonométrico P_c, como si se tratara de un punto poligonal, valiéndose del rumbo $(P_{n-1}\,P_c)$ y del lado l_c calculados, en base a las mediciones efectuadas en los puntos P_{n-1} y **Q**.

El cierre de coordenadas en P_c revelará entonces sólo una discrepancia lineal **f**:

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_x^2}$$

la que deberá estar dentro de la tolerancia establecida.

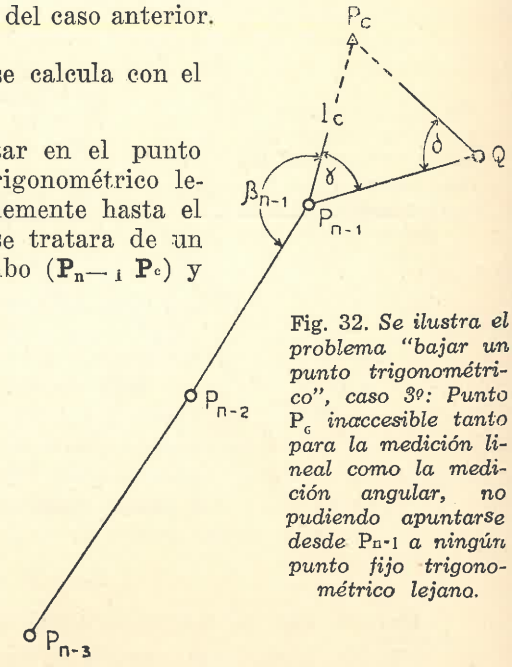


Fig. 32. *Se ilustra el problema "bajar un punto trigonométrico", caso 3º: Punto* P_c *inaccesible tanto para la medición lineal como la medición angular, no pudiendo apuntarse desde* P_{n-1} *a ningún punto fijo trigonométrico lejano.*

25. Densidad de puntos poligonales.

Las experiencias recogidas en los grandes trabajos catastrales enseñan que el levantamiento parcelario de una superficie de 100 ha requiere una densidad de puntos poligonales que oscila entre:

15 a 20 puntos en terrenos poco divididos, de carácter llano,

40 a 60 puntos de terrenos accidentados,

80 a 100 puntos en terrenos de poblaciones de carácter rural o sea: 1 punto para cada hectárea, y algo más todavía para ciudades (ver fig. 16, pág. 197).

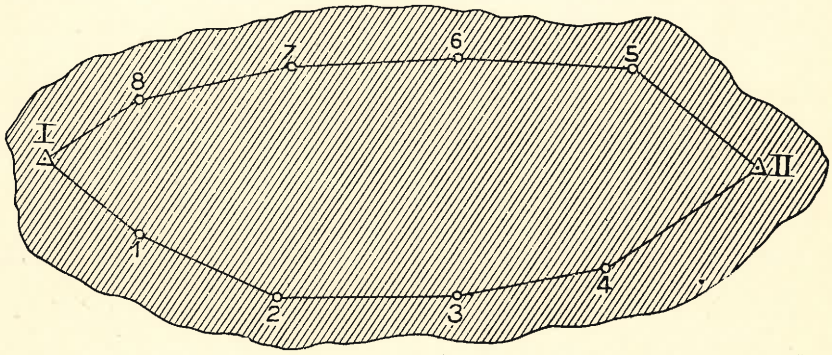


Fig. 33. *Se ilustra el recorrido de una poligonal cerrada básica para el levantamiento parcelario de la superficie que encierra.*

26. Planeamiento de una red poligonal. Normas generales para la ejecución del trabajo.

Al planear una red poligonal, es necesario ante todo buscar el más conveniente recorrido de sus líneas para el mejor enlace de los puntos límites del levantamiento parcelario.

Cuando la zona a levantar es de cierta extensión, es ventajoso rodearla mediante una poligonal cerrada (ver fig. 33), obteniéndose así los necesarios puntos y líneas de apoyo para el levantamiento de los detalles, que se hallan situados en su interior. Vincúlanse para ello puntos de la poligonal I-1-2-3-4-II con puntos de la poligonal II-5-6-7-8-I por medio de poligonales secundarias y alineaciones, en lo posible siguiendo el recorrido de caminos.

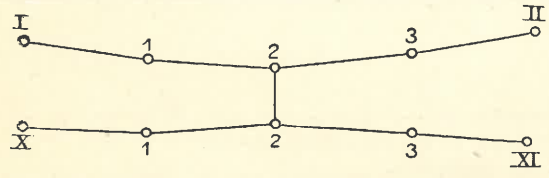


Fig. 34. *Se ilustra el enlace de dos poligonales próximas aproximadamente paralelas por medio de una línea transversal.*

Poligonales aproximadamente paralelas y que se encuentran muy próximas unas de otras (ver fig. 34), deben ser vinculadas mediante **poligonales transversales.**

Por causa del rápido crecimiento de nuestras ciudades van aumentando también las exigencias concernientes al número, la ubicación de los puntos

poligonales y la ejecución del trabajo de catastro. No es, por consiguiente, conveniente que entre la construcción de los puntos poligonales y las operaciones de catastro transcurra un largo período de tiempo. En caso de no poder ser atendida esta medida aconsejada por la experiencia, será inevitable que un fuerte porcentaje de puntos poligonales sean perdidos antes de poder ser utilizados en el levantamiento parcelario.

§ 4.

Tres típicos ejemplos prácticos

a) *Polígono cerrado.*

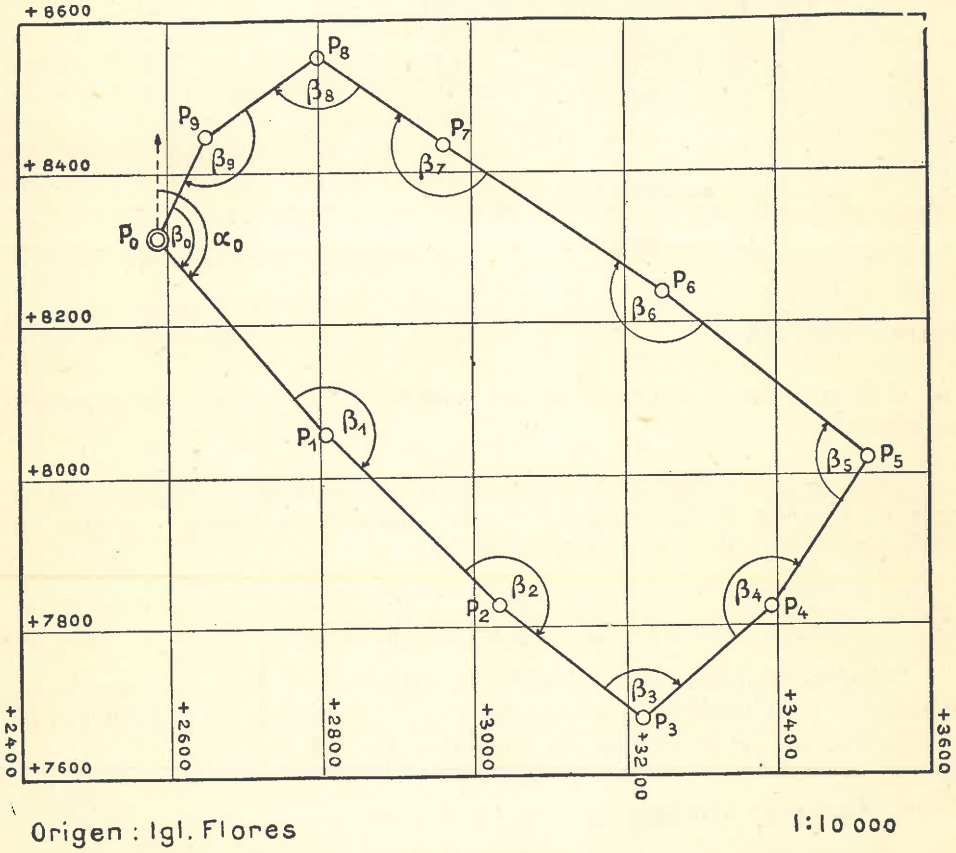


Fig. 1. *Se ilustra la planimetría de un polígono de 10 vértices, el que rodea las "Obras Sanitarias de la Nación" de Buenos Aires.*

Corresponde a este polígono el cálculo de coordenadas y superficies ejecutado en págs. 220 y 221.

1. Angulos poligonales β y error de cierre angular f_β.

En el decágono $P_0P_1P_2 \ldots P_9P_0$ (fig. 1), el que rodea las "**Obras Sanitarias de la Nación**" de Buenos Aires, fueron medidos por los alumnos de la Escuela de Topógrafos del Instituto Geográfico Militar Argentino, en el año 1929, bajo la dirección del autor, los ángulos que figuran en la planilla (1) que va a continuación:

(1)

$\beta_0 = 113°44'42''$
$\beta_1 = 174\ 58\ 12$
$\beta_2 = 174\ 18\ 26$
$\beta_3 = 100\ 33\ 55$
$\beta_4 = 164\ 33\ 33$
$\beta_5 = 95\ 19\ 13$
$\beta_6 = 174\ 10\ 22$
$\beta_7 = 180\ 9\ 53$
$\beta_8 = 110\ 71\ 53$
$\beta_9 = \mathbf{151\ 34\ 58}$

$[\beta] = 1440°\ 0'\ 29''$

Suma $(n-2)2R = 1440°\ 0\ 0$

Error de cierre $f\beta = +\ 29''$

Empleóse en estas mediciones el teodolito taquímetro **Kern** Nº 25.912, con microscopios a nonios, midiendo cada ángulo una vez en cada posición del anteojo, con los resultados que se consignan en la planilla (1).

2. Precisión alcanzada en la medición angular.

Comparando el error de cierre angular $f\beta = +29''$, que resulta de la planilla (1), con el valor correspondiente a la fórmula de la tolerancia (33) de pág. 205 (Catastro de la Provincia de Buenos Aires):

$$30''\sqrt{n} = 30''\sqrt{10} = 95''$$

se ve que la precisión alcanzada en la medición angular es muy satisfactoria.

3. Compensación del error de cierre angular f , y ángulos poligonales β corregidos.

Como todos los ángulos fueron medidos con la misma precisión, es lógico repartir el error $f\beta$ uniformemente sobre todos los ángulos β medidos, es decir, aplicar a cada uno la **corrección** $\Delta\beta$:

(2) $$\Delta\beta = -\frac{f\beta}{n} = -\frac{29''}{10} = -3''$$

Tenemos entonces para 9 ángulos la corrección $-3''$ y para uno la corrección $-2''$, obteniéndose así los ángulos β **corregidos,** los que figuran en la columna (2) de la planilla de cálculo 1, pág. 220.

4. Rumbo de arranque α_0.

Cuando se trata de una mensura de carácter judicial, la respectiva reglamentación de esta clase de trabajos oficiales obliga al agrimensor generalmente a determinar el acimut de uno de los lados del polígono; el que podría ser, por ejemplo, el acimut del lado $\mathbf{P_0P_1}$ de fig. 1.

En el ejemplo práctico que tratamos, supónese de antemano conocido el **rumbo de arranque** α_0 del lado P_0P_1. (Ver pág. 140, fig. 3, C. de C., 2ª ed.).

5. Cálculo de los rumbos de los lados del polígono.

Tenemos entonces según vimos en el Nº 6 del § 1, pág. 173, para los demás rumbos los valores consignados en la planilla (3).

(3)

$$
\begin{aligned}
\alpha_0 &= \qquad\qquad = 139^\circ\,47'\,24'' \\
\alpha_1 &= \alpha_0 + \beta_1 \pm 180^\circ = 134\ 45\ 33 \\
\alpha_2 &= \alpha_1 + \beta_2 \pm 180^\circ = 129\ \ 3\ 56 \\
\alpha_3 &= \alpha_2 + \beta_3 \pm 180^\circ = \ 49\ 37\ 48 \\
\alpha_4 &= \alpha_3 + \beta_4 \pm 180^\circ = \ 34\ 11\ 18 \\
\alpha_5 &= \alpha_4 + \beta_5 \pm 180^\circ = 309\ 30\ 28 \\
\alpha_6 &= \alpha_5 + \beta_6 \pm 180^\circ = 303\ 40\ 47 \\
\alpha_7 &= \alpha_6 + \beta_7 \pm 180^\circ = 303\ 50\ 37 \\
\alpha_8 &= \alpha_7 + \beta_8 \pm 180^\circ = 234\ 27\ 49 \\
\alpha_9 &= \alpha_8 + \beta_9 \pm 180^\circ = 206\ \ 2\ 44 \\
\alpha_0 &= \alpha_9 + \beta_0 \pm 180^\circ = 139\ 47\ 24
\end{aligned}
$$

El **contralor**:

$$\alpha_9 + \beta_0 - 180^\circ = \alpha_0$$

debe dar nuevamente el rumbo de arranque α_o, como **prueba de cálculo.**

6. Medición de los lados del polígono.

La medición de los lados del polígono fué efectuada dos veces, con cinta de 50 metros, en sentidos contrarios, tomando la medida de ambas medidas así obtenidas con los siguientes resultados:

$l_1 = 341{,}84\mathbf{m}$, $l_4 = 225{,}05\mathbf{m}$, $l_7 = 348{,}24\mathbf{m}$, $l_0 = 142{,}40\mathbf{m}$

$l_2 = 315{,}66\,,,$, $l_5 = 235{,}88\,,,$, $l_8 = 204{,}32\,,,$

$l_3 = 242{,}46\,,,$, $l_6 = 347{,}62\,,,$, $l_9 = 180{,}06\,,,$

7. Cálculo de las coordenadas parciales Δx y Δy.

En las columnas (5)-(8) de la planilla de cálculo 1 de pág. 220 se calcularon los productos $l \cdot \cos\alpha = \Delta x$ y $l \cdot \operatorname{sen}\alpha = \Delta$ y con los siguientes resultados:

(4)

$l_1 . \cos\alpha_0 = -261{,}05$	$l_1 . \operatorname{sen}\alpha_0 = +220{,}69$
$l_2 . \cos\alpha_1 = -222{,}26$	$l_2 . \operatorname{sen}\alpha_1 = +224{,}14$
$l_3 . \cos\alpha_2 = -152{,}80$	$l_3 . \operatorname{sen}\alpha_2 = +188{,}25$
$l_4 . \cos\alpha_3 = +145{,}77$	$l_4 . \operatorname{sen}\alpha_3 = +171{,}46$
$l_5 . \cos\alpha_4 = +195{,}12$	$l_5 . \operatorname{sen}\alpha_4 = +132{,}54$
$l_6 . \cos\alpha_5 = +221{,}14$	$l_6 . \operatorname{sen}\alpha_5 = -268{,}20$
$l_7 . \cos\alpha_6 = +193{,}12$	$l_7 . \operatorname{sen}\alpha_6 = -289{,}79$
$l_8 . \cos\alpha_7 = +113{,}79$	$l_8 . \operatorname{sen}\alpha_7 = -169{,}70$
$l_9 . \cos\alpha_8 = -104{,}65$	$l_9 . \operatorname{sen}\alpha_8 = -146{,}52$
$l_0 . \cos\alpha_9 = -127{,}94$	$l_0 . \operatorname{sen}\alpha_9 = -\ 62{,}52$
Error de cierre: $[\Delta x] = f_x = +\ 0{,}24$	$[\Delta y] = f_y = +\ 0{,}35$

8. Cierre lineal; precisión alcanzada.

La comparación del **error de cierre lineal** f que resultó de:

(Continúa en pág. 222.)

Cálculo de Coordenadas y Superficie

Punto P_n	Ang. pol. β Corrección β corregida °	'	"	Rumbo α °	'	"	Lado l m	$\log\{\cos\alpha, l, \text{sen}\,\alpha$	$\log\{l\,.\cos\alpha, l\,.\,\text{sen}\,\alpha$	Δx sin corr. Correncció Δ corregida m	Δy sin corr. Corrección Δy corregida m
(1)		(2)			(3)		(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
P_0											
	174	58	12	139	47	24	341,84	9,88 291 n	2,41 673 n	— 261,05	+ 220,69
			—3					2,53 382		— 0,03	— 0,05
P_1	174	58	9					9,80 996	2,34 378	— 261,08	+ 220,64
	174	18	26	134	45	33	315,66	9,84 765 n	2,34 687 n	— 222,26	+ 224,14
			—3					2,49 922		— 0,03	— 0,04
P_2	174	18	23					9,85 130	2,35 052	— 222,29	+ 224,10
	100	33	55	129	3	56	242,46	9,79 949 n	2,18 413 n	— 152,80	+ 188,25
			—3					2,38 464		— 2	— 3
P_3	100	33	52					9,89 010	2,27 474	— 152,82	+ 188,22
	164	33	33	49	37	48	225,05	9,81 139	2,16 367	+ 145,77	+ 171,46
			—3					2,35 228		— 2	— 3
P_4	164	33	30					9,88 189	2,23 417	+ 145,75	+ 171,43
	95	19	13	34	11	18	235,88	9,91 761	2,29 030	+ 195,12	+ 132,54
			—3					2,37 269		— 2	— 3
P_5	95	19	10					9,74 967	2,12 236	+ 195,10	+ 132,51
	174	10	22	309	30	28	347,62	9,80 358	2,34 468	+ 221,14	— 268,20
			—3					2,54 110		— 3	— 5
P_6	174	10	19					9,88 736 n	2,42 846 n	+ 221,11	— 268,25
	180	9	53	302	40	47	348,24	9,74 394	2,28 582	+ 193,12	— 289,79
			—3					2,54 188		— 3	— 5
P_7	180	9	50					9,92 020 n	2,46 208 n	+ 193,09	— 289,84
	110	37	15	303	50	37	204,32	9,74 580	2,05 611	+ 113,79	— 169,70
			—3					2,31 031		— 2	— 3
P_8	110	37	12					9,91 937 n	2,22 968 n	+ 113,77	— 169,73
	151	34	58	234	27	49	180,06	9,76 434 n	2,01 975 n	— 104,65	— 146,52
			—3					2,25 541		— 2	— 2
P_9	151	34	55					9,91 049 n	2,16 590 n	— 104,67	— 146,54
	113	44	42	206	2	44	142,40	9,95 350 n	2,10 701 n	— 127,94	— 62,52
			—2					2,15 351		— 2	— 2
P_0	113	44	40					9,64 255 n	1,79 606 n	— 127,96	— 62,54
$\Sigma\beta =$	1440	0	29	139	47	24	2 583,53 = Σl			$f_x = +0,24$	$f_y = +0,35$
P_1											

$f = \sqrt{24^2 + 35^2} = 0,40$ m

Tol. tabla II = 0,84 m

Error relativo: $\frac{0,40}{2600} = \frac{1}{6500}$

del Decágono $P_0P_1P_2P_3P_4P_5P_6P_7P_8P_9P_0$

Coordenadas totales		Factores		Productos $(x_{n+1} - x_n) \times (y_n + y_{n+1})$	Factores		Productos $(y_{n+1} - y_n) \times (x_n + x_{n+1})$
x_n m	y_n m	$x_{n+1} - x_n$	$y_n + y_{n+1}$	m^2	$y_{n+1} - y_n$	$x_n + x_{n+1}$	m^2
(9)	(10)						
+ 8316,37	+ 2585,28						
		— 261,08	+ 5391,20	— 1407534,4960	+ 220,64	+ 16371,66	+ 3612243,0624
+ 8055,29	+ 2805,92						
		— 222,29	+ 5835,94	— 1297271,1026	+ 224,10	+ 15888,29	+ 3560565,7890
+ 7833,00	+ 3030,02						
		— 152,82	+ 6248,26	— 954859,0932	+ 188,22	+ 15513,18	+ 2919890,7396
+ 7680,18	+ 3218,24						
		+ 145,75	+ 6607,91	+ 963102,8825	+ 171,43	+ 15506,11	+ 2658212,4373
+ 7825,93	+ 3389,67						
		+ 195,10	+ 6911,85	+ 1348501,9350	+ 132,51	+ 15846,96	+ 2099880,6696
+ 8021,03	+ 3522,18						
		+ 221,11	+ 6776,11	+ 1498265,6821	— 268,25	+ 16263,17	— 4362595,3525
+ 8242,14	+ 3253,93						
		+ 193,09	+ 6218,02	+ 1200637,4818	— 289,84	+ 16677,37	— 4833768,9208
+ 8435,23	+ 2964,09						
		+ 113,77	+ 5758,45	+ 655138,8565	— 169,73	+ 16984,23	— 2882733,3579
+ 8549,00	+ 2794,36						
		— 104,67	+ 5442,18	— 569632,9806	— 146,54	+ 16993,33	— 2490202,5782
+ 8444,33	+ 2647,82						
		— 127,96	+ 5233,10	— 669627,4760	— 62,54	+ 16760,70	— 1048214,1780
+ 8316,37	+ 2585,28						
			2S =	+ 766721,6895		2S =	— 766721,6895

S = 38 ha 33 a 61 m²

(Continuación de pág. 219.)

$$f = \sqrt{24^2 + 35^2} = 0{,}40 \text{ m}$$ [según fórmula (10) pág. 202]

con los valores de nuestras tolerancias (Tablas I y III del Apéndice I de Tomo I) demuestra que el trabajo realizado puede ser clasificado en la categoría de los de "catastro urbano en medianas condiciones del terreno" (la **tabla II** que rige para ese caso da para el perímetro del polígono de 2584 metros la **tolerancia** de 0,84 metro). La primera de las **fórmulas de tolerancias** (21), pág. 204, de la **Provincia de Buenos Aires** nos daría el valor: 0,96 m.

9. Compensación de los errores de cierre de coordenadas.

En la compensación de los errores de cierre f_x y f_y empleóse el **método aproximado** explicado en el Nº 13 de § 3, pág. 205, repartiendo dichos errores proporcionalmente a los lados, entre las magnitudes Δx y Δy sin corregir; es decir, para las correcciones dx_1 y dy_1, por ejemplo, tenemos:

$$(5) \quad \begin{cases} dx_1 = -\dfrac{f_x}{[l]} \cdot l_1 = -\dfrac{+24}{2584} \cdot 342 = -0{,}03\text{m} \\ dy_1 = -\dfrac{f_y}{[l]} \cdot l_1 = -\dfrac{+35}{2584} \cdot 342 = -0{,}05\text{ m} \end{cases}$$

He aquí los resultados de estos sencillos cálculos (obtenidos con la regla de cálculos), los que se consignan en la planilla de cálculo 1 de página 220, columnas (7) y (8). Se los suma a las magnitudes Δx y Δy sin corregir, con lo cual se obtienen las **coordenadas parciales** Δx y Δy **corregidas,** las que se utilizan para el cálculo de las **coordenadas** totales de columnas (9) y (10), pág. 221.

$$(6) \quad \begin{cases} dx_1 = -0{,}03\text{ m}; & dy_1 = -0{,}05\text{ m} \\ dx_2 = -0{,}03\text{ ,,} & dy_2 = -0{,}04\text{ ,,} \\ dx_3 = -0{,}02\text{ ,,} & dy_3 = -0{,}03\text{ ,,} \\ dx_4 = -0{,}02\text{ ,,} & dy_4 = -0{,}03\text{ ,,} \\ dx_5 = -0{,}02\text{ ,,} & dy_5 = -0{,}03\text{ ,,} \\ dx_6 = -0{,}03\text{ ,,} & dy_6 = -0{,}05\text{ ,,} \\ dx_7 = -0{,}03\text{ ,,} & dy_7 = -0{,}05\text{ ,,} \\ dx_8 = -0{,}02\text{ ,,} & dy_8 = -0{,}03\text{ ,,} \\ dx_9 = -0{,}02\text{ ,,} & dy_9 = -0{,}02\text{ ,,} \\ dx_0 = -0{,}02\text{ ,,} & dy_0 = -0{,}02\text{ ,,} \\ -0{,}24\text{ m} & -0{,}35\text{ m} \end{cases}$$

10. Coordenadas del punto de arranque del polígono.

El punto de arranque del polígono de figura 1 es idéntico al punto P_2 (ver croquis de conjunto de fig. 7, pág. 89 del volumen 1 del Tomo III), que forma parte de una poligonal medida también por los alumnos de la Escuela de Topografía del Instituto Geográfico Militar, como ejemplo de aplicación del "**Problema de Marek con poligonal**" (ver págs. 81 - 89 del citado volumen). Según cálculo de coordenadas definitivas efectuado en pág. 87 de esa referencia, corresponden a ese punto P_2 las coordenadas:

$$x = +8\,316{,}37$$
$$y = +2\,585{,}28$$

las que figuran ahora como **coordenadas del punto de arranque P_o** de nuestro polígono en las columnas (9) y (10).

Y como esas coordenadas, por medio de un problema de la carta, se hallan referidas al sistema **de coordenadas de la Capital Federal** (con origen en la Iglesia de Flores), las coordenadas de los demás puntos de nuestro polígono resultan entonces también referidas al sistema de coordenadas de la Capital Federal.

11. Formulario "Cálculo de coordenadas y superficies".

El **Form. trig. 7: "Cálculo de coordenadas y superficies"** (ver págs. 220 y 221), en el cual se hallan consignados los resultados de las mediciones y efectuados los cálculos de coordenadas y superficies (ver también págs. 168 - 173 del Tomo I), nos parece apropiado para la ejecución y conveniente presentación de esos cálculos.

b) *Polígono principal.*

12. Condición para el cierre angular.

Cuando sea menester obtener un cierre angular de una poligonal principal, es necesario poder visar, en los puntos de arranque y cierre, a otros dos puntos fijos de ante-

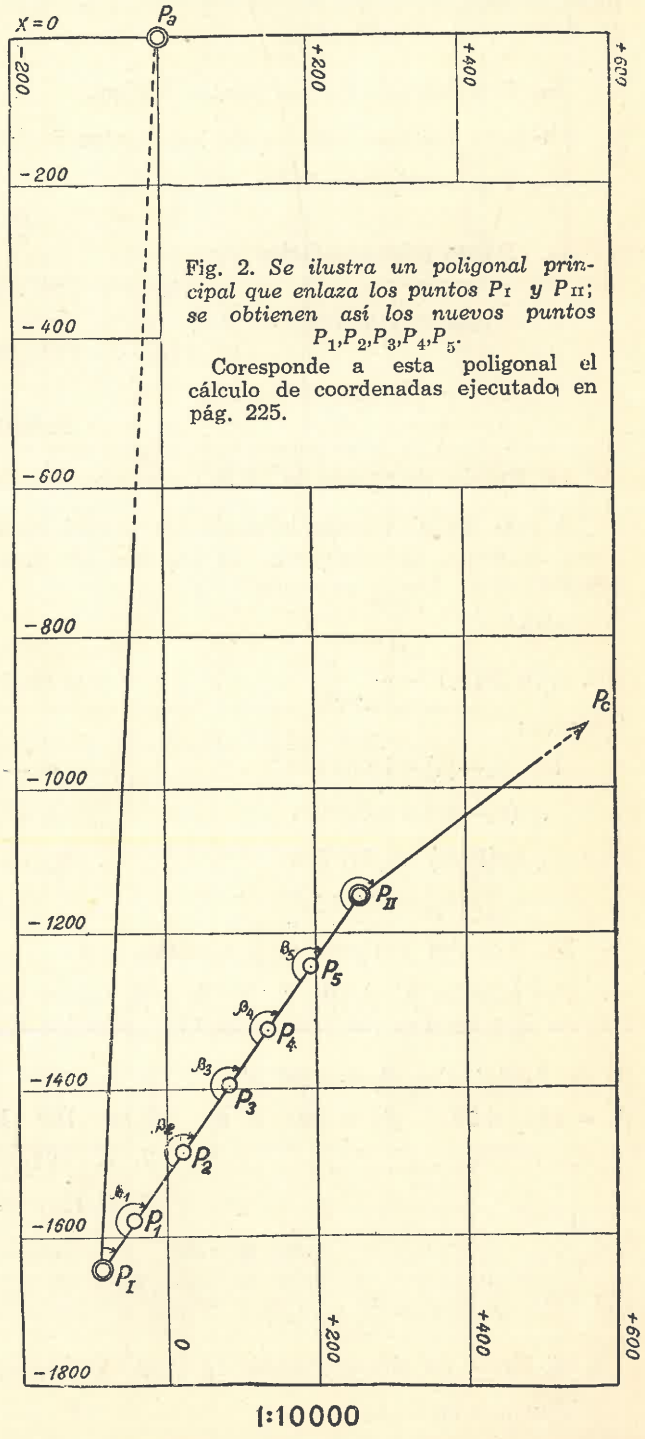


Fig. 2. *Se ilustra un poligonal principal que enlaza los puntos* P_I *y* P_{II}; *se obtienen así los nuevos puntos* P_1, P_2, P_3, P_4, P_5.

Coresponde a esta poligonal el cálculo de coordenadas ejecutado en pág. 225.

mano conocidos; lo que se supone posible en el caso de fig. 2. (Ver también C. de C., pág. 139, 2ª ed.).

13. Coordenadas de los puntos básicos.

He aquí las coordenadas de los puntos básicos:

Punto trigonométrico P_a:

$x_a = 0{,}000$; $y_a = 0{,}000$

Punto trigonométrico P_I:

$x_I = -1647{,}863$; $y_I = -92{,}082$

Punto trigonométrico P_{II}:

$x_{II} = -1145{,}995$; $y_{II} = +261{,}201$

Punto trigonométrico P_c:

$x_c = -310{,}847$; $y_c = +1372{,}860$

14. Rumbo de arranque (P_IP_a) y rumbo de cierre ($P_{II}P_c$).

A raíz de las coordenadas de los puntos básicos consignadas en el número anterior, calcularemos los **rumbos de arranque** (P_IP_a) y **de cierre** ($P_{II}P_c$) en la forma conocida.

Siendo:

$$\operatorname{tg}(P_IP_a) = \frac{y_a - y_I}{x_a - x_I} \qquad \text{y} \quad \operatorname{tg}(P_{II}P_c) = \frac{y_a - y_{II}}{x_c - x_{II}}$$

tenemos:

$\log(y_a - y_I) = 1{,}964\,175$ $\qquad$ $\log(y_c - y_{II}) = 3{,}045\,972$

$\log(x_a - x_I) = 3{,}216\,921$ $\qquad$ $\log(x_c - x_{II}) = 2{,}921\,763$

$\operatorname{tg}(P_IP_a) = 8{,}747\,254$ $\qquad$ $\operatorname{tg}(P_{II}P_c) = 0{,}124\,209$

$(P_IP_a) = 3^\circ\,11'\,54''$ $\qquad$ $(P_{II}P_c) = 53^\circ\,5'\,2''$

15. Angulos poligonales β medidos.

Los ángulos β_0, β_1, β_2, β_3, β_4, β_5 y β_6 fueron medidos con un teodolito de 20″, en dos semi-series (ver pág. 111), con los siguientes resultados:

$\beta_0 = 31^\circ 40' 54''$	$\beta_2 = 180^\circ\ 5'\ 9''$	$\beta_4 = 180^\circ\ 1'\ 36''$
$\beta_2 = 180\ \ 4\ 29$	$\beta_3 = 180\ \ 3\ \ 6$	$\beta_5 = 180\ \ 33\ \ 17$
		$\beta_6 = 197\ \ 24\ \ 9$
		$[\beta] = 1129^\circ\ 52'\ 40''$

valor que llamaremos "**valor medido**", en oposición al "**valor ideal**".

Podrían haberse medido estos ángulos con uno de los teodolitos ópticos del § 13 en una serie completa (regla de Bessel).

16. Error de cierre angular f_β y su compensación.

Tenemos en nuestro caso:

(Continúa en pág. 226.)

Cálculo de coordenadas

de la poligonal de enlace $P_I\ P_1\ P_2\ P_3\ P_4\ P_5\ P_{II}$ (ver figura 2)

Planilla de cálc. 2.

Punto P_n	Angulo poi. β Corrección β corregida °	′	″	Rumbo α °	′	″	Lado l m	$\log\begin{cases}\cos\alpha\\ l\\ \operatorname{sen}\alpha\end{cases}$	$\log\begin{cases}l\cos\alpha\\ l\operatorname{sen}\alpha\end{cases}$	Δx sin corr. Corrección Δx correg. m	Δy sin corr. Corrección Δy correg. m	Coordenadas totales x_n m	y_n m
P_a												0,000	0,000
	31	40	54	183	11	54							
			+4										
P_I	31	40	58									— 1647,863	— 92,082
	180	4	29	34	52	52	85,930	9,913 994	1,848 139	+ 70,492	+ 49,141		
			+4					1,934 145		+ 7	+ 5		
P_1	180	4	33					9,757 301	1,691 446	+ 70,499	+ 49,146	— 1577,364	— 42,936
	180	5	9	34	57	25	112,359	9,913 592	1,964 200	+ 92,087	+ 64,377		
			+4					2,050 608		+ 9	+ 6		
P_2	180	5	13					9,758 125	1,808 733	+ 92,096	+ 64,383	— 1485,268	+ 21,447
	180	3	6	35	2	38	110,161	9,913 131	1,955 159	+ 90,190	+ 63,255		
			+4					2,042 028		+ 9	+ 6		
P_3	180	3	10					9,759 066	1,801 094	+ 90,199	+ 63,261	— 1395,069	+ 84,708
	180	1	36	35	5	48	88,460	9,912 851	1,859 598	+ 72,376	+ 50,861		
			+4					1,946 747		+ 7	+ 5		
P_4	180	1	40					9,759 636	1,706 383	+ 72,383	+ 50,866	— 1322,686	+ 135,574
	180	33	17	35	7	28	104,309	9,912 703	1,931 025	+ 85,315	+ 60,015		
			+4					2,018 322		+ 8	+ 6		
P_5	180	33	21					9,759 935	1,778 257	+ 85,323	+ 60,021	— 1237,363	+ 195,595
	197	24	9	35	40	49	112,471	9,909 709	1,960 750	+ 91,359	+ 65,600		
			+4					2,051 041		+ 9	+ 6		
P_{II}	197	24	13					9,765 863	1,816 904	+ 91,368	+ 65.606	— 1145,995	+ 261,201
				53	5	2	613,690 = [l]			$f_x = -0,049$; $f_y = -0,034$			
P_c												— 310,857	+ 1372,860
$[\beta] =$	1129^0	52′	40″										
$(\alpha_c - \alpha_a)$	49	53	8										
	1079	59	32										
$6.180^\circ =$	1080												
$f\beta =$			−28″										

$$f = \sqrt{49^2 + 34^2} = 0,059 \text{ m}$$

$$t_I = 0,143_5 \text{ m}$$

$$\Delta\beta = -\frac{f\beta}{n} = \frac{+28}{7} = +4''$$

Form. trig. 6.

(Continuación de pág. 224.)

(7)
$$\left\{\begin{array}{l} \alpha_a + [\beta] - n \cdot 180^\circ = \alpha_e \quad \text{o sea} \\ [\beta] \quad (\alpha_c - \alpha_a) - n \cdot 180^\circ = 0 \\ \\ \textbf{Valor medido — valor ideal} = 0 \text{ si no hay error,} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad = f\beta \text{ si hay error;} \\ \\ \text{(o también:} \\ \qquad \textbf{Valor ideal — valor medido} = \underline{\textbf{corrección}}) \end{array}\right.$$

$\alpha_c = 53^\circ\ 5'\ 2''$
$\alpha_a = 3\ 11\ 54$
$\alpha_c - \alpha_a = 49\ 53\ 8$ = "valor ideal"

Valor medido $= [\beta] = 1129^\circ\ 52'\ 40$
„ **ideal** $(\alpha_c - \alpha_a) = 49\ 53\ 8''$
$1079^\circ\ 59'\ 32''$
$-6.180^\circ = 1080^\circ\ 0\ 0$
Error $f\beta = -28''$

Luego:

Corrección $\Delta\beta$ para cada ángulo β:

$$\Delta\beta = -\frac{f\beta}{n} = -\frac{-28''}{7} = +4''$$

17. Tolerancia angular y clasificación del trabajo realizado.

Siendo según (30) del § 3, pág. 205, la tolerancia angular t:

$$t = 30''\sqrt{n}\ ,\text{(en nuestro caso } t = 30''\sqrt{7} = 80'')$$

la que rige para **poligonales principales de catastro urbano**; y siendo el cierre obtenido ($f\beta = 28''$) considerablemente inferior al valor indicado, el presente trabajo queda, respecto a su **precisión angular, c asificado** en dicha categoría de poligonales.

18. Cálculo de los rumbos α_1, α_1, α_2, α_3, α_4, α_5. y contralor final.

Partiendo con rumbo conocido α_a y formando los demás rumbos análogamente a lo que se indicó en el ejemplo anterior, se deberá llegar, finalmente, al rumbo conocido α_c, lo que constituye un **contralor de cálculo.**

19. Medición lineal.

Las distancias fueron medidas con **cinta de acero,** milimetrada, de 50 metros, dos veces, una vez en cada direeción. Los resultados de estas mediciones son los siguientes:

$l_1 = 85{,}930$ m, $l_3 = 110{,}161$ m, $l_5 = 104{,}309$ m,
$l_2 = 112{,}359$ „, $l_4 = 88{,}460$ m, $l_{11} = 112{,}471$ „,

Pueden también emplearse ventajosamente **cintas de ínvar** de 50 metros.

20. Errores de cierre de coordenadas f_x y f_y.

De acuerdo a las fórmulas fundamentales (4) y (5), pág. 178, se calcularon las coordenadas parciales Δx y Δy. (Ver: Planilla de Cálculo Nº 2).

$$(8)\quad \begin{cases} x_1 - x_I = l_1 \cos \alpha_I & y_1 - y_I = l_1 \operatorname{sen} \alpha_I \\ x_2 - x_1 = l_2 \cos \alpha_1 & y_2 - y_1 = l_2 \operatorname{sen} \alpha_1 \\ x_3 - x_2 = l_3 \cos \alpha_2 & y_3 - y_2 = l_3 \operatorname{sen} \alpha_2 \\ x_4 - x_3 = l_4 \cos \alpha_3 & y_4 - y_3 = l_4 \operatorname{sen} \alpha_3 \\ x_5 - x_4 = l_5 \cos \alpha_4 & y_5 - y_4 = l_5 \operatorname{sen} \alpha_4 \\ \underline{x_{II} - x_5 = l_{II} \cos \alpha_5} & \underline{y_{II} - y_5 = l_{II} \operatorname{sen} \alpha_5} \end{cases}$$

Debería ser: $x_{II} - x_I = [l \cos \alpha]$ $\qquad y_{II} - y_I = [l \operatorname{sen} \alpha]$

No habiendo error, estas dos igualdades se verificarán con todo rigor. Pero, debido a los inevitables errores de medición, eso no sucede.

Valor medido — valor ideal = errores (f_x ó f_y), o sea:

$$(9)\quad \boxed{\begin{aligned} [l \cos \alpha] - (x_{II} - x_I) &= f_x \\ [l \operatorname{sen} \alpha] - (y_{II} - y_I) &= f_y \end{aligned}}$$

Siendo en nuestro ejemplo (ver pág. 225):

$[l \cos \alpha] = +501{,}819$ m $\qquad [l \operatorname{sen} \alpha] = +353{,}249$ m

$(x_{II} - x_I) = +501{,}868$,, $\qquad (y_{II} - y_I) = +353{,}283$,,

Resulta: **Error** $f_x = -0{,}049$ m $\qquad$ **Error** $f_y = -0{,}034$ m

Corrección $= +0{,}049$,, $\qquad$ **Corrección** $= +0{,}034$,,

21. Tolerancia para el error de cierre lineal f. Error medio relativo. Compensación de los errores f_x y f_y.

Según (10) del § 3, tenemos:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

$$= \sqrt{49^2 + 34^2} = 0{,}059 \text{ m}$$

La **tabla I** del Apéndice del Tomo I nos da para la distancia 614 metros:

$$t = 0{,}143 \text{ metro}$$

Para el **error medio relativo** tenemos:

$$\frac{0.059}{614} = \frac{1}{10000}$$

es decir, la **precisión alcanzada responde en todo sentido a la más alta exigencia que se puede imponer a un trabajo poligonal de catastro urbano.**

Los errores f_x y f_y, se repartieron proporcionalmente a la longitud de los lados, calculándose luego las **coordenadas totales** en el sistema general, como se muestran en la **Planilla de Cálculo N° 2**, pág. 225.

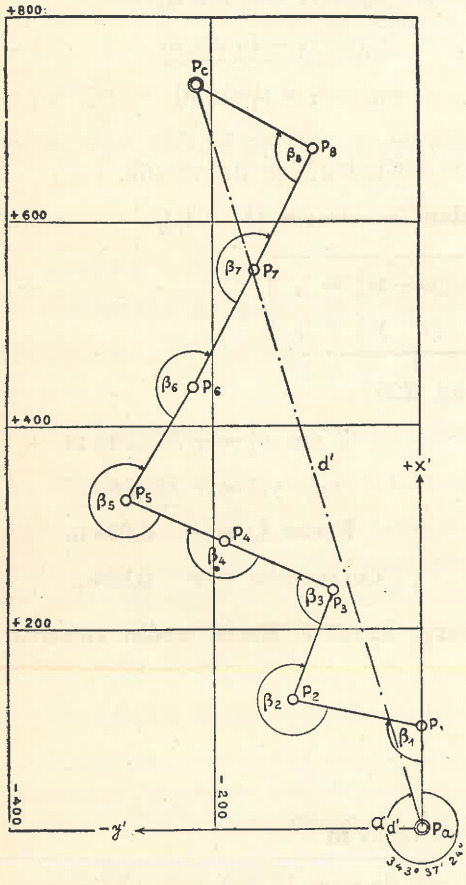
Tan buenos resultados son generalmente sólo realizables mediante el procedimiento de la **poligonación de precisión,** de la que trataremos en el próximo párrafo.

c) *Poligonal secundaria*

22. Características de las poligonales secundarias (sin cierre angular).

Estando dadas en un **sistema general de coordenadas** (como el de la ciudad de **Buenos Aires)** las coordenadas de los dos puntos poligonales P_a y P_c, trátase en el ejemplo que se estudia, de determinar las coordenadas d e los nuevos puntos poligonales P_1, P_2, P_3,..., P_8, (en el mismo sistema general), en base a las mediciones angulares β_1 β_2. β_3, ..., β_8, (fig. 3) y lineales l_1, l_2, l_3, ..., l_c, es decir, se trata de medir desde el **punto P_a sin rumbo de arranque,** por no poder visar a ningún otro punto fijo, hasta el **punto fijo de cierre** P_c, el que respecto a la visibilidad de otro punto fijo se halla en las mismas condiciones que el punto P_a.

A continuación se darán los elementos de medición y la forma de utilizarlos para el cálculo de esta poligonal.



Escala 1: 7500.

Fig. 3. *Sistema local de coordenadas, con origen en P_a y el eje de las x coincidente con el primer lado P_aP_1 de la poligonal.*

En la planilla de cálculo Nº 3 se han calculado las *coordenadas provisionales* (ver fig. 4), y en la planilla Nº 4 las *coordenadas definitivas.*

23. Angulos medidos.

$\beta_1 = 103° 21' 34''$

$\beta_2 = 277\ 40\ 18$

$\beta_3 = 94\ 45\ 13$

$\beta_4 = 177\ 5\ 5$

$\beta_5 = 277\ 43\ 21$

$\beta_6 = 175\ 49\ 18$

$\beta_7 = 180\ 27\ 4$

$\beta_8 = 92\ 55\ 16$

24. Rumbo de arranque arbitrario y rumbos provisionales de los lados de la poligonal.

Como no se dispone de elementos de medición para obtener en P_a una orientación definitiva de la poligonal, podremos elegir un **rumbo arbitrario**

cualquiera; prefiérese el que nos proporciene una pequeña **ventaja de cálculo,** haciendo coincidir el primer lado de la poligonal con la rama positiva del eje de las **x,** por ejemplo.

En base a este rumbo provisional de arranque y los ángulos β medidos, formaremos los **rumbos provisionales** según fórmula (3), pág. 219.

20. Medición lineal.

Se utilizó una cinta milimetrada de acero, de 50 metros, en ida y vuelta, con los siguientes resultados:

$l_1 = 98{,}323$ m, $l_3 = 114{,}030$ m, $l_5 = 104{,}300$ m, $l_7 = 131{,}831$ m,
$l_2 = 129{,}431$ „, $l_4 = 116{,}401$ „, $l_6 = 131{,}045$ „, $l_8 = 130{,}048$ „,
$l_c = 129{,}870$ „

26. Cálculo de las coordenadas provisionales.

En la **planilla de cálculo 3,** pág. 230, se hallan calculadas las **coordenadas provisionales** de los nuevos puntos $P_1, P_2, P_3, \ldots P_c$, en un **sistema local de coordenadas,** con origen en P_a y el eje de las **x** coincidente con el lado l_1 de la poligonal.

27. Rumbo provisional $\alpha_d' = (P_a\ P_e)'$ de la diagonal d' (ver fig. 4).

Tenemos:

$$\operatorname{tg}(P_aP_c)' = \frac{y_c - y_a}{x_c - x_a} = \frac{y'_c}{x'_c} = \frac{-215{,}864}{+734{,}543}$$

Rumbo provisional. $\alpha_d' = (P_aP_c)' = \underline{343^\circ\,37'\,24''}$

es decir, en el sistema local de coordenadas elegido, la diagonal **d'** tiene rumbo provisional $(P_a\,P_c)' = 343^\circ\,37'\,24''$ (ver fig. 3).

$$d' = \sqrt{734{,}543^2 + 215{,}864^2} = 765{,}606 \text{ m}$$

28. **Coordenadas de los dos puntos extremos de la poligonal dadas en el sistema general, y rumbo definitivo $\alpha_d = (P_a\,P_c)$ de la diagonal d** (ver fig. 4 y Planilla de cálculo 4).

$P_a : x_a = +\ 760{,}318$m $\qquad y_a = +630{,}405$ m
$P_c : x_c = +\ \underline{1420{,}663}$ „ $\qquad y_c = +\underline{242{,}781}$ „
$x_c - x_a = +\ 660{,}345$ „ $\qquad y_c - y_a = -387{,}624$ „

$$\operatorname{tg}(P_aP_e) = \frac{y_c - y_a}{x_c - x_a} = \frac{-387{,}624}{+660{,}345}$$

Rumbo definitivo. $\alpha_d = (P_aP_c) = \underline{329^\circ\,35'\,13''}$

$$d = \sqrt{660{,}345^2 + 387{,}624^2} = 765{,}707 \text{ m}$$

Cálculo de coordenadas provisionales

en un sistema local (ver figs. 3 y 4)

Planilla de cálculo N.° 3

Punto P_n	Angulo pol. β Corrección β corregido °	′	″	Rumbo α °	′	″	Lado l m	$\log \begin{cases} \cos \alpha \\ l \\ \operatorname{sen} \alpha \end{cases}$	$\log \begin{cases} l \cos \alpha \\ l \operatorname{sen} \alpha \end{cases}$	Δx sin cor. Corrección Δx correg. m	Δy sin cor. Corrección Δy correg. m	Coordenadas totales x_n m	y_n m
P_a												0,000	0,000
				0	0	0	98,323			+ 98,323	0,000		
P_1	103	21	34									+ 98,323	0,000
				283	21	34	129,431	9,363724	1,475762	+ 29,906	— 125,929		
								2,112038					
P_2	277	40	18					$9,988086_n$	$2,100124_n$			+ 128,229	— 125,929
				21	1	52	114,030	9,970061	2,027080	+ 106,434	+ 40,922		
								2,057019					
P_3	94	45	13					9,554943	1,611962			+ 234,663	— 85,007
				295	47	5	116,401	9,638480	1,704437	+ 53,633	— 104,811		
								2,065957					
P_4	177	5	5					$9,954452_n$	$2,020409_n$			+ 285,296	— 189,818
				292	52	10	104,303	9,589539	1,607823	+ 40,534	— 96,101		
								2,018284					
P_5	277	43	21					$9,964445_n$	$1,982729_n$			+ 325,830	— 285,919
				30	35	31	131,045	9,934909	2,052329	+ 112,805	+ 66,691		
								2,117420					
P_6	175	49	18					9,706650	1,824070			+ 438,635	— 219,228
				26	24	49	131,831	9,952117	2,062134	+ 115,381	+ 57,310		
								2,110017					
P_7	180	27	4					9,648212	1,758229			+ 554,016	— 161,918
				26	51	53	130,048	9,950402	2,064505	+ 116,013	+ 58,767		
								2,114103					
P_8	92	55	16					9,655029	1,769132			+ 670,029	— 103,151
				299	47	9	129,870	9,696146	1,809655	+ 64,514	— 112,713		
								2,113509					
P_c								$9,938464_n$	$2,051973_n$			+ 734,543	— 215,864
										+ 734,543 = $x_c - x_a$ = x'_c	— 215,864 = $y_c - y_a$ = y'_c	(ver fig. 4)	

29. Orientación definitiva de la poligonal.

Para **orientar la poligonal definitivamente** no hay más que aplicar entonces a todos los rumbos provisionales que figuran en **planilla de cálculo 3** la corrección $\Delta\alpha$, para la cual tenemos:

$$\begin{aligned} \alpha_d &= 329^\circ\ 35'\ 13'' \\ -\alpha_{d'} &= 343\ 37\ 24 \\ \Delta\alpha = \alpha_d - \alpha_{d'} &= -\ 14^\circ\ 2'\ 11'' \end{aligned}$$

Es decir, el **rumbo inicial**, en lugar de ser $0^\circ\ 0'\ 0''$ será $-14^\circ\ 2'\ 11'' = 345^\circ\ 57'\ 49''$.

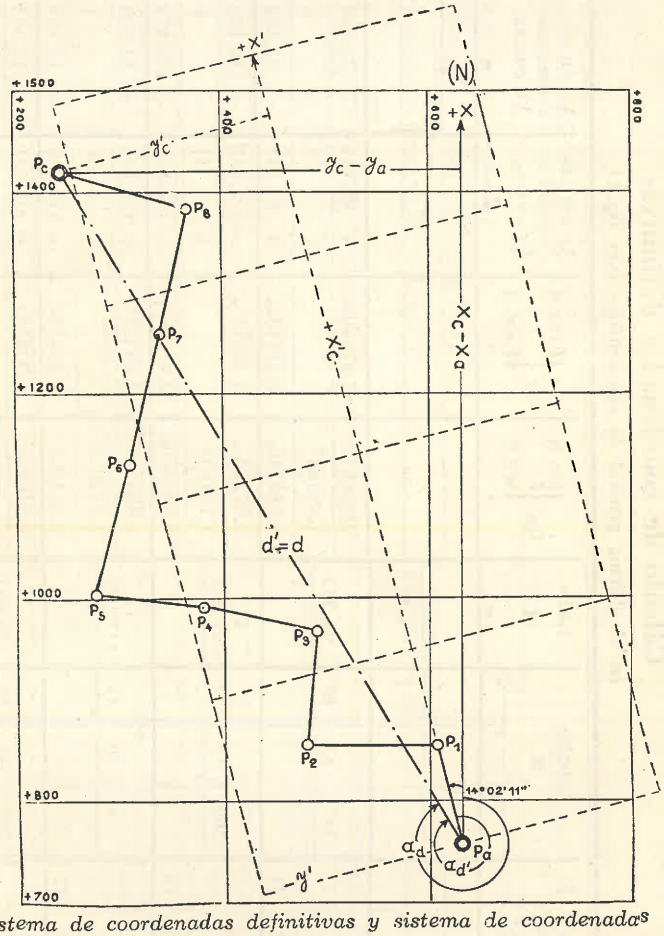


Fig. 4. *Sistema de coordenadas definitivas y sistema de coordenadas provisionales.*

El reticulado marcado con trazo significa el sistema local girado. El ángulo $\Delta\alpha = -14^\circ\ 2'\ 11''$ expresa la magnitud del giro necesario para pasar del sistema local al sistema de coordenadas definitivas.

$P_a : x_a = +760{,}318$, $y_a = +630{,}405$, $P_c : x_c = +1420{,}663$, $y_c = +242{,}781$

(N) señala el *norte de cuadrícula* (ver pág. 152 del Tomo I).

Escala 1: 7500

Para pasar del rumbo de cualquiera de las líneas de esta red *b)* de pág. 178.

Cálculo de coordenadas definitivas

en el sistema general de coordenadas (ver fig. 4) **Planilla de cálculo N°. 4**

Punto P_n	Angulo pol. β Corrección β corregido °	'	"	Rumbo α °	'	"	Lado l m	$\log \begin{cases} \cos \alpha \\ l \\ \operatorname{sen} \alpha \end{cases}$	$\log \begin{cases} l \cos \alpha \\ l \operatorname{sen} \alpha \end{cases}$	Δx sin cor. Corrección Δx correg. m	Δy sin cor. Corrección Δy correg. m	Coordenadas totales x_n m	y_n m
P_a												+ 760,318	+ 630,405
								9,986835	1,979490	+ 95,387	— 23,847		
				345	57	49	98,323	1,992655		+ 8	— 5		
P_1	103	21	34					$9,384780_n$	$1,377435_n$	+ 95,395	— 23,852	+ 855,713	+ 606,553
								$8,072420_n$	$0,184458_n$	— 1,529	— 129,422		
				269	19	23	129,431	2,112038		+ 11	— 6		
P_2	277	40	18					$9,999970_n$	$2,112008_n$	— 1,518	— 129,428	+ 854,195	+ 477,125
								9,996756	2,053775	+ 113,181	+ 13,886		
				6	59	41	114,030	2,057019		+ 9	— 5		
P_3	94	45	13					9,085568	1,142587	+ 113,190	+ 13,881	+ 967,385	+ 491,006
								9,308806	1,374763	+ 23,701	— 110,963		
				281	44	54	116,401	2,065957		+ 10	— 5		
P_4	177	5	5					$9,990805_n$	$2,056762_n$	+ 23,711	— 113,968	+ 991,096	+ 377,038
								9,186266	1,204550	+ 16,016	— 103,063		
				278	49	59	104,300	2,018284		+ 8	— 5		
P_5	277	43	21					$9,994818_n$	$2,013102_n$	+ 16,024	— 103,068	+ 1007,120	+ 273,970

											+ 1007,120	+ 273,970
P_5	277	43	21									
				16	33	20	131,045	9,981612	2,099032	+ 125,612	+ 37,341	
								2,117420		+ 11	— 6	
P_6	175	49	18					9,454761	1,572181	+ 125.623	+ 37,335	+ 1132,743 + 311,305
				12	22	38	131,831	9,989787	2,099804	+ 125.836	+ 27,614	
								2,110017		+ 11	— 6	
P_7	180	27	4					9,331118	1,441135	+ 125,847	+ 27,608	+ 1258,590 + 338,913
				12	49	42	130,048	9,989022	2,103125	+ 126,802	+ 28,875	
								2,114103		+ 10	— 6	
P_8	92	55	16					9,346414	1,460517	+ 126,812	+ 28,869	+ 1385,402 + 367,782
				285	44	58	129,870	9,433660	1,547169	+ 35,251	— 124,995	
								2,113509		+ 10	— 6	
P_c								$9,983382_n$	$2,096891_n$	+ 35,261	— 125,001	+ 1420,663 + 242,781

$[l] = 1085{,}279$

$[l \cos \alpha] = + 660{,}257; \quad - 387{,}574 = [l \operatorname{sen} \alpha]$

$x_c - x_a = + 660{,}345; \quad - 387{,}624 = y_c - y_a$

$f_x = - 0{,}088; \quad + 0{,}050 = f_y$

Correcciones $\begin{cases} dx_n = \dfrac{-f_x}{[l]} \cdot l_n \\ dy_n = \dfrac{-f_y}{[l]} \cdot l_n \end{cases}$

$f = \sqrt{0{,}088^2 + 0{,}050^2} = 0{,}101$ m

tr para 1 085 m = 0,381 ..

30. Coordenadas parciales definitivas.

En la planilla de pág. 232 y 233 se hallan calculadas las **coordenadas parciales definitivas** en la forma acostumbrada.

31. Errores de cierre de coordenadas f_x y f_y, y error de cierre lineal f. Tolerancia.

El cálculo de coordenadas, debido a los inevitables errores de medición, no conduce exactamente al punto P_c de antemano conocido, sino a otro punto cercano P_c', y la suma de las coordenadas parciales, en lugar de dar las cantidades $(x_c - x_a)$ e $(y_c - y_a)$ de antemano conocidas, dió otros valores, los llamados "**valores medidos**", $[l \cos \alpha]$ y $[l \operatorname{sen} \alpha]$, respectivamente, produciéndose así los **errores de cierre f_x y f_y**:

$$(10) \qquad \begin{aligned} [l \cos \alpha] - (x_c - x_a) &= f_x \\ [l \operatorname{sen} \alpha] - (y_c - y_a) &= f_y \end{aligned}$$

Substituyendo los valores de nuestro ejemplo, tenemos:

$$\begin{aligned} +\ 660{,}257 - 660{,}345 &= -\ 0{,}088 \text{ m} \\ -\ 387{,}574 + 387{,}624 &= -\ 0{,}050 \text{ ,,} \end{aligned}$$

Luego:

Error de cierre lineal f:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_x^2}$$

$$= \sqrt{0{,}088^2 + 0{,}050^2} = 0{,}101 \text{ m}$$

En el Apéndice I del Tomo I, tenemos para $[l] = 1085$ metros: $t = 0{,}381$, con lo cual el trabajo queda clasificado entre los que **satisfacen la tolerancia de Tabla II.**

32. Compensación de los errores de cierre de coordenadas f_x y f_y.

Se ha efectuado la compensación proporcionalmente a la longitud de los lados, como de costumbre.

(Para profundización y recapitulación del tema, ver "C. de C.", 2ª ed., § 4, pág. 138 y siguientes).

§ 5.

Poligonación de precisión.

1. Efectos de la excentricidad de las señales o del teodolito. Necesidad de la precisión del centrado.

El resultado obtenido en el segundo ejemplo práctico del párrafo anterior (ver pág. 227) generalmente sólo es posible realizarlo mediante los recursos instrumentales especiales que se emplean en la **poligonación de precisión** para el centrado del teodolito y de las señales.

Sabemos que la **plomada de hilo** no sirve para un centrado exacto cuando hay viento y que, con viento fuerte, tampoco la **plomada rígida** (ver págs. 70 y 194) puede garantizarnos buenos resultados para el centrado del teodolito.

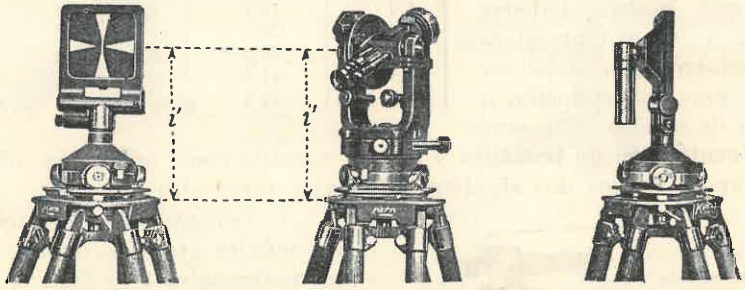


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Equipo de poligonación de precisión "Kern" para centración forzosa.

El centro de la señal se halla a la altura *i'* sobre la base de la misma, la que es igual a la altura *i'* del eje secundario del teodolito sobre su base propia. En la fig. 3 se ve el dispositivo para la iluminación eléctrica.

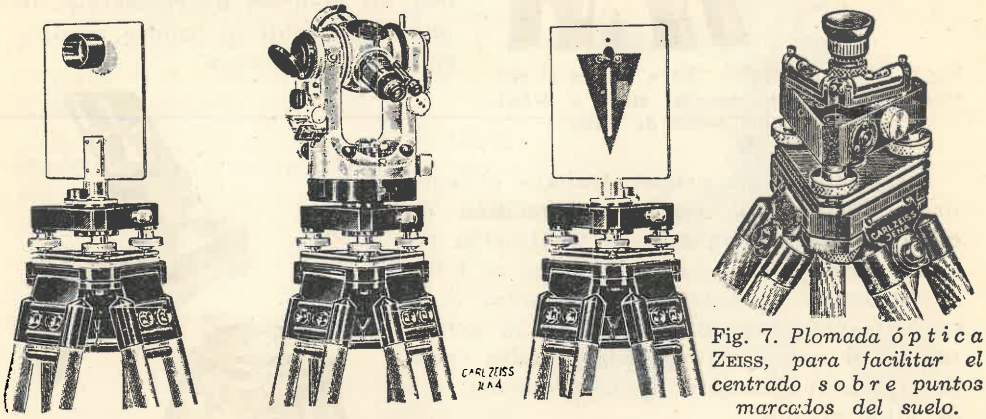


Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6.

Fig. 7. *Plomada óptica* Zeiss, *para facilitar el centrado sobre puntos marcados del suelo.*

Equipo de poligonación de precisión "Zeiss" para centración forzosa.

En lugar del jalón (con nivel esférico) se emplearán en la poligonación de precisión señales especiales montadas sobre trípode (figs. 1 y 6), las que

permiten, por su construcción particular, un fácil intercambio con el teodolito (ver fig. 9) y con ello la aplicación del método de la "**centración forzosa**" (ver también págs. 155 y 156).

Según hemos visto en pág. 210, el cuidado a emplear en la centración del teodolito y de las señales debe ser tanto más grande cuanto más cortos son los lados poligonales.

La pequeña excentricidad **e** de la señal produce sobre la dirección de una visual para diversas distancias l del objeto las desviaciones angulares máximas $\frac{e}{l}\rho''$, las que se consignan en la siguiente planilla:

e	l = 12,5 m	25 m	50 m	100 m
0,1 mm	1,6″	0,8″	0,4″	0,2″
0,5 "	8,2	4,1	2,1	1,0
1,0 "	16,5	8,2	4,1	2,1
1,5 "	24,8	12,4	6,2	3,1
2,0 "	33,0	16,5	8,2	4,1
2,5 "	41,3	20,6	10,3	5'2
5,0 "	82,5	41,3	20,6	10,3

Se deduce de esta planilla que el efecto de un error de centración es relativamente grande comparado con un (siempre pequeño) error de lectura que podría haberse cometido, y se comprenderá el gran cuidado que debe ser empleado para la reducción o anulación de este temible error.

La "**centración de teodolito y señal**" tomada como operación de conjunto, se compone de los dos siguientes trabajos separados:

1) Centración del teodolito y de las señales arriba o debajo de puntos poligonales (ver figs. 7, 8 y 12);

2) Intercambio entre teodolito y señal sin perder nada de la gran precisión del centrado.

El **intercambio** de teodolito y señal (ver fig. 9 y fig. 5 de pág. 154), con los recursos instrumentales de que actualmente se dispone, no ofrece dificultad alguna.

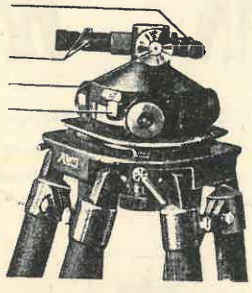


Fig. 8. *Plomada óptica "Kern", para el centrado arriba de puntos del suelo o debajo de puntos del techo de mina.*

En cuanto al primer trabajo podemos decir: Es exigida esa **gran precisión del centrado** en los trabajos de centración trigonométrica, en la bajada de puntos trigonométricos de arranque o cierre, sobre el nivel del suelo (ver pág. 211), en la poligonación de zonas céntricas de grandes ciudades, para fundamento de la propiedad raíz de altos precios.

En la **poligonación de minas,** en que los lados generalmente no exceden de 50 metros, la gran precisión del centrado es una condición imprescindible.

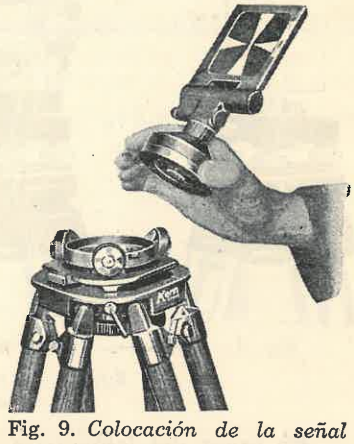


Fig. 9. *Colocación de la señal sobre la base del trípode.*

Esa gran precisión del centrado sólo es posible realizarla mediante la **plomada óptica.**

2. Dos tipos de plomadas ópticas.

Pueden distinguirse **dos tipos de plomadas ópticas,** el tipo más antiguo

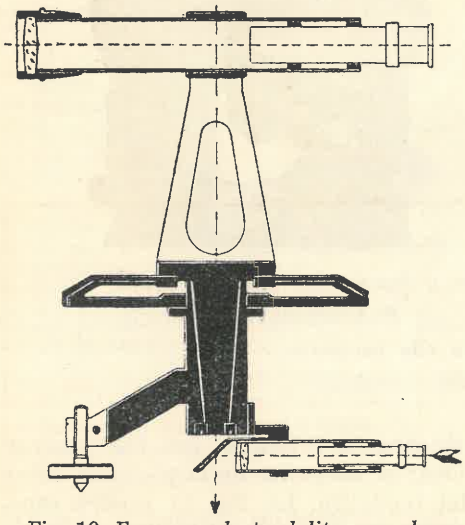


Fig. 10. *Esquema de teodolito con plomada óptica según indicación de Jordan del año 1871.*

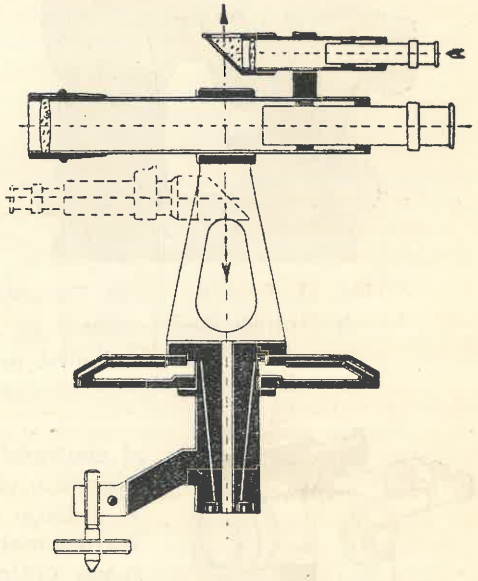


Fig. 11. *Esquema del teodolito "Breithaupt" con plomada óptica, según Lüdemann.* (*).

fijamente vinculado con el teodolito (ver figs. 10, 11, 13 y 14) y el tipo más moderno constituído como aparato separado e independiente (figs. 7, 8 y 12).

En el año 1871 el geodesta **W. Jordan** indicó por primera vez un dispositivo de plomada óptica dispuesto en la parte inferior del teodolito (fig. 10).

En el año 1886, el mecánico **M. Hildebrand** construó la **primera plomada óptica del segundo tipo,** separada, que servía para el centrado sobre puntos del suelo así como debajo de puntos colocados en el techo de minas. La fig. 12 representa la forma actual de esa plomada perfeccionada.

Evolucionó también la construcción del primer tipo de plomada óptica. Para que la misma pueda servir también para

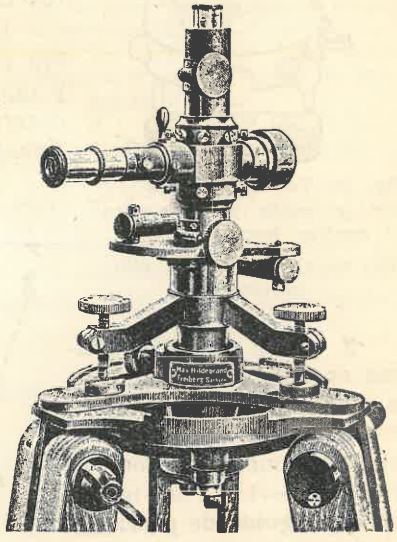


Fig. 12. *Cabeza de trípode con doble plomada óptica de Hildebrand (con niveles cruzados).*

(*) Lüdemann, K.: "Eine vergleichend wirtschafliche Betrachtung der optischen Ablotung bei der Zugmessung über und unter Tage". Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, 1923, Nº 14.

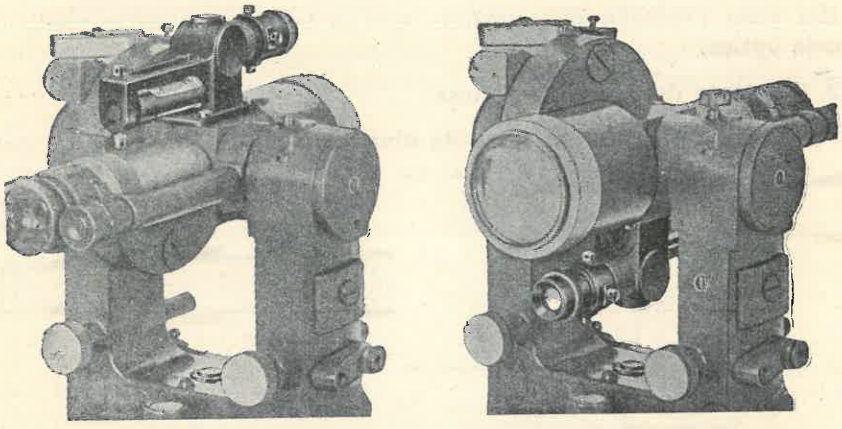


Fig. 13. *Teodolito Cooke, Troughton y Simms con plomada óptica.*
A. Centrado hacia arriba. *B.* Centrado hacia abajo.
Se ve el nivel para ello necesario.

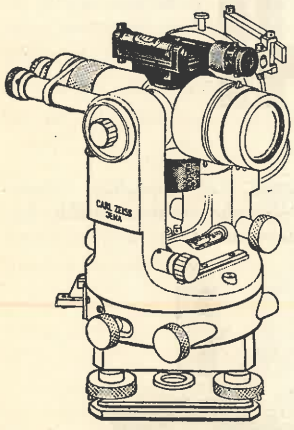
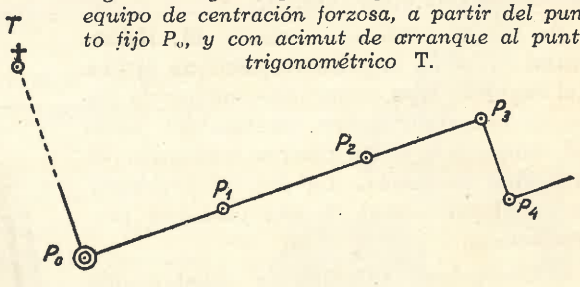


Fig. 14. *Teodolito Zeiss IV con plomada óptica para centrar hacia arriba.*
Se ve el nivel para ello necesario.

el centrado de puntos cenitales, era lógicamente necesario colocar el anteojito de la plomada sobre el anteojo del teodolito. La fig. 11 ilustra esquemáticamente un teodolito "**Breithaupt**", con plomada óptica, la que, en posición I del anteojo sirve para el centrado debajo de puntos cenitales y, en posición II (indicada con trazos), para puntos nadirales.

El éxito de los dos tipos de plomadas ópticas era tal que su uso se difundió muy rápidamente, y numerosos talleres de mecánica de precisión de diversos países se pusieron a construirlas (ver figs. 13 y 14).

Fig. 15. *Poligonal que se supone medida con un equipo de centración forzosa, a partir del punto fijo P_o, y con acimut de arranque al punto trigonométrico* T.



3. ¿Cuál de los dos tipos es más ventajoso para la economía del trabajo?

Sea $\mathbf{P_o P_1 P_2}$... (fig. 15) una poligonal de lados cortos, que se trata de medir cómo **poligonal de precisión** mediante un equipo para centración forzosa. Queremos examinar con lo que sigue cuál de los dos tipos de plomada óptica es más ventajoso para la ejecución económica del trabajo.

Caso 1 (primer tipo):

Teodolito con plomada óptica, 2 trípodes más, completamente iguales al del teodolito y las respectivas señales.

Caso 2 (segundo tipo):

Teodolito con plomada óptica separada, 2 trípodes más, completamente iguales al del teodolito y las respectivas señales.

Medición del ángulo TP_oP_1

1) Colocar el primer trípode en P_o.
2) Colocar sobre el mismo el teodolito para efectuar el centrado arriba de la marca del suelo.
3) Colocar el segundo trípode en P_1.
4) Se saca la parte superior del teodolito del trípode en P_o.
5) Llevar el teodolito al punto P_1, colocarlo sobre su trípode para el centrado arriba de la marca del suelo.
6) Se saca el teodolito del trípode P_1 substituyéndolo por la señal.
7) Se lleva el teodolito al punto P_o.
8) Se coloca en P_o el teodolito para medir el ángulo TP_oP_1.

1) Colocar el primer trípode en P_o.
2) Colocar sobre el mismo la plomada óptica para efectuar el centrado arriba de la marca del suelo.
3) Colocar el segundo trípode en P_1.
4) Se saca la plomada óptica del trípode en P_o.
5) Llevar la plomada óptica al punto P_1, colocarla sobre su trípode para el centrado arriba de la marca del suelo.
6) Se saca la plomada óptica del trípode P_1, substituyéndola por la señal.
7) Se ahorra este camino.
8) Se coloca en P_o el teodolito para medir el ángulo TP_oP_1.

Medición del ángulo $P_oP_1P_2$

1) Colocar en P_2 el tercer trípode.
2) Sacar la parte superior del teodolito del trípode en P_o, substituyéndola por la señal.
3) Llevar el teodolito al punto P_2, colocarlo sobre el trípode para el centrado arriba de la marca del suelo.
4) Se saca el teodolito del trípode de P_2, substituyéndolo por la señal.
5) Llevar el teodolito de P_2 al punto P_1.
6) Se saca del trípode en P_1 la señal substituyéndola por el teodolito, para medir el ángulo $P_oP_1P_2$.

1) Colocar en P_2 el tercer trípode.
2) Sacar la parte superior del teodolito del trípode en P_o, subsituyéndola por la señal.
3) Llevar la plomada óptica al punto P_2, colocarla sobre su trípode para el centrado arriba de la marca del suelo.
4) Se saca la plomada óptica del trípode de P_2, substituyéndola por la señal.
5) Llevar el teodolito de P_o al punto P_1. (Se ha ahorrado el camino en zig-zag con el teodolito).
6) Se saca del trípode de P_1 la señal, substituyéndola por el teodolito, para medir el ángulo $P_oP_1P_2$.

La **ventaja** que nos ofrece el **segundo equipo de poligonación** (caso 2), reside entonces principalmente en el hecho de que no es necesario hacer con el delicado instrumento sino el trayecto mínimo de un punto poligonal al siguiente, y no el recorrido en zigzag como con el primer equipo (caso 1). Esto significa un beneficio muy notable para la economía del trabajo, máxime cuando se trate de la **poligonación de minas**, en la que se lucha contra toda clase de dificultades y peligros.

4. Aplicación práctica del equipo de poligonación con centración forzosa.

Aclarada entonces la duda relativa al instrumental, podemos ahora sintetizar, con pocas palabras la ejecución práctica de la medición angular: Colóquese en $\mathbf{P_o}$ (fig. 15) el teodolito y en $\mathbf{P_1}$ la señal para medir el **ángulo de arranque** $\mathbf{TP_oP_1}$. Luego se colocará el teodolito en $\mathbf{P_1}$ y las señales en $\mathbf{P_o}$ y $\mathbf{P_2}$ para medir en $\mathbf{P_1}$ el ángulo $\mathbf{P_oP_1P_2}$, y así sucesivamente.

Con pequeñísimos movimientos sobre los calantes se afinará en cada estación de teodolito, la verticalización del eje principal del instrumento.

Se obtendrá así una coincidencia casi perfecta de una visual hacia adelante, desde un punto poligonal P_n habia el punto P_{n+1}, con la visual inversa, desde el punto P_{n+1} hacia P_n.

La proyección que se realiza mediante la plomada óptica da entonces por resultado que cada par de vértices aéreos se hallan con los correspondientes puntos marcados en el suelo (o techo de mina) en un mismo plano vertical, quedando así prácticamente **eliminado todo error de centración** y con ello garantizada la máxima precisión de la medición angular.

En este procedimiento, al que se llama también *"Método de los tres trípodes"*, los verdaderos puntos para los cuales serán más tarde calculadas las coordenadas planas, son esos vértices aéreos sucesivamente ocupados por el centro de la señal y el centro del teodolito. Pero como podemos suponer que esas parejas de puntos "centro señal y centro teodolito" se encuentran para cada visual en un mismo plano vertical con los correspondientes pares de puntos marcados en el suelo, no hay inconveniente en atribuir las coordenadas planimétricas de los vértices aéreos también a esos puntos materiales en el suelo. Y si en algunos de los puntos poligonales se hubiera cometido un error de centración, éste sería siempre un error local y sólo de carácter *accidental*, y por ello sin influencia alguna sobre las coordenadas de los puntos poligonales sucesivos.

5. Preparación de un trabajo futuro.

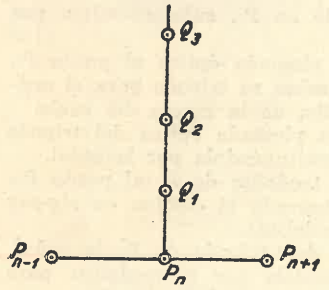


Fig. 16. *Se ilustra la medición del ángulo* $P_{n+1}\ P_n\ Q_1$ *como arranque para un trabajo futuro.*

Cuando se pueda prever que más tarde será necesario vincular con la poligonal principal $P_0\ P_1\ P_2\ \ldots$ otra poligonal transversal $Q_1\ Q_2 Q_3 \ldots$ (ver fig. 16), conviene preparar este trabajo futuro durante la medición de la primera poligonal. Se efectuará para eso en el proyectado punto de arranque P_n, luego de terminar las operaciones correspondientes a la poligonal principal, la medición del ángulo $P_{n+1}\ P_n\ Q_1$ habiendo previamente colocado en Q_1 el trípode que antes estuvo en el punto P_{n-1} y centrado la señal mediante la plomada óptica.

Al reanudar más tarde en P_n las operaciones, se colocará en P_n el teodolito y en P_{n+1} y Q_1 las señales centrales. Si el nuevo valor del ángulo $P_{n+1}\ P_n Q_1$ concuerda con el anteriormente medido dentro de cierta tolerancia, queda suficientemente asegurado el arranque. En caso de que no se verifique ese contralor, se remedirán otro u otros ángulos inmediatamente próximos de la poligonal principal.

6. Medición lineal.

Los lados poligonales son medidos en ida y vuelta mediante cinta de acero o **cinta de ínvar** (medidas entre trazos), con dinamómetro (ver fig. 6, pág. 52 del Tomo I).

En los cierres de los poligonales principales de enlace deben satisfacerse, en lo posible, las **tolerancias de** nuestra **Tabla I** (ver Apéndice I del Tomo I de nuestro Compendio).

Biblioteca CPA
9-595 • La Plata

§ 6.
Poligonación subterránea

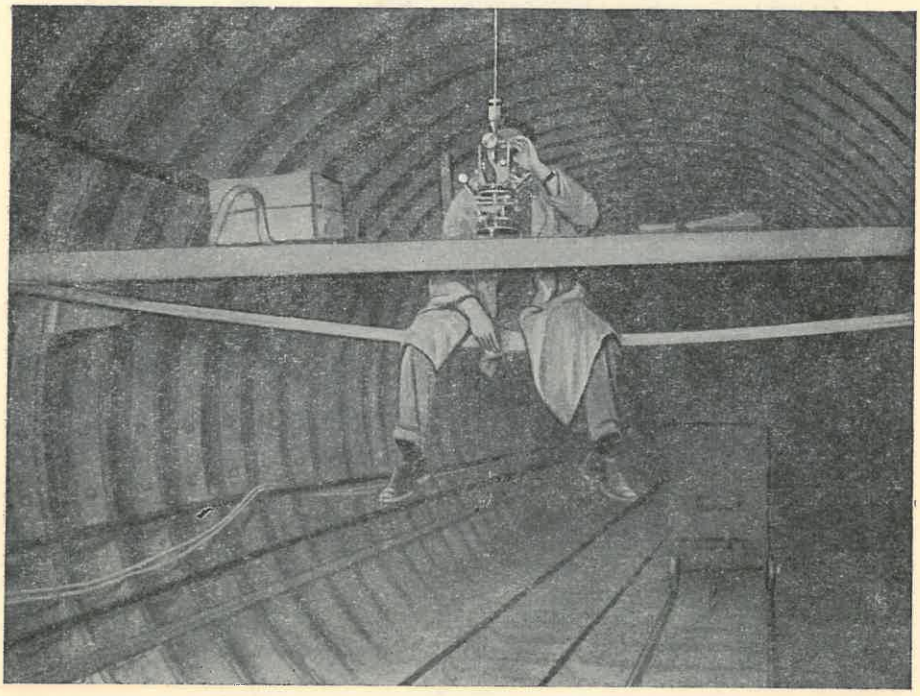


Fig. 1. *Se ilustra el uso de un teodolito "Watts", colocado sobre una viga horizontal de un túnel de los "London Tube Railways".*

Se ve la plomada colgante desde el correspondiente punto fijo marcado en el techo del túnel.

1. Nuevos ambientes de trabajo.

Con las figs. 1, 2, y 4, así como mediante las figs. 1, 2, 3 y 4 de págs. 151 a 153, nos proponemos dar al lector una primera idea acerca de los *nuevos ambientes de trabajo*, a los que nos conduce la poligonación subterránea, sirviéndonos las figs. 4, 5 y 6 al mismo tiempo de base para la explicación de algunos *importantes conceptos* y *nociones de minería*, los que nos parecen necesarios para una adecuada y compendiosa exposición de nuestro tema.

2. Importantes conceptos y nociones de minería.

Por lo que se refiere a su contenido de minerales beneficiables, los *yacimientos*, llamados también *criaderos*, pueden ser divididos en los siguientes 3 grupos:

a) yacimientos de combustibles (hulla, lignito, petróleo),
b) " " minerales metalíferos,
c) " " sales.

Los trabajos a que da lugar la minería son, en el orden cronológico de su ejecución, los siguientes: *trabajos de acceso, trabajos de preparación y trabajos de explotación*, los que en su conjunto, son generalmente designados por el nombre de *"labores mineras"*.

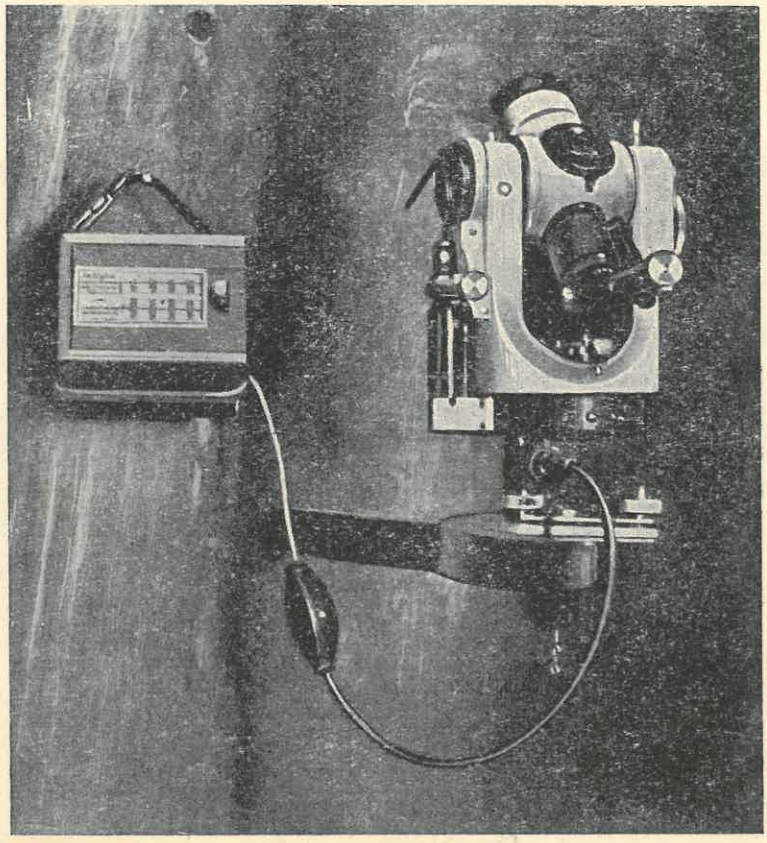


Fig. 2. *Teodolito Zeiss II, colocado sobre un brazo soporte, para poligonación, de mina.*

(Sacado de: "Der Zeis Theodolit II", por Prof. Dr. Niemczyk y Prof. Dr. Ing. Müller).

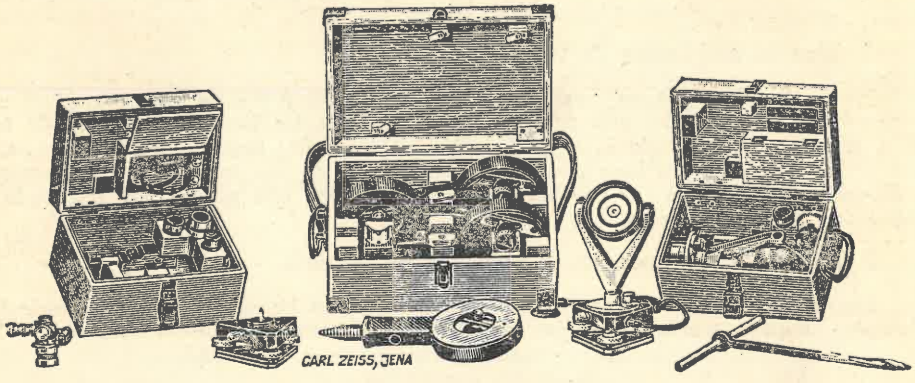


Fig. 2A. *Accesorios para el equipo de poligonación de minas "Zeiss".*

Por *labores de acceso* se entienden los trabajos que se ejecutan *fuera del yacimiento*, siendo su objeto simplemente conducirnos al criadero. Se distinguen *labores de acceso a partir de la superficie* y *labores de acceso a partir del pozo.*

Labores de acceso a partir de la superficie (socavones y pozos). *Los socavones* (fig. 3) son labores mineras horizontales o casi horizontales (túneles), que parten de las laderas de una montaña y se desarrollan ya sea en el yacimiento mismo (ver fig. 9) o en la roca estéril, para llegar al criadero.

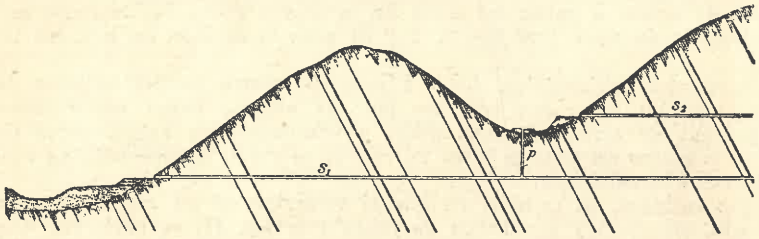


Fig. 3. *Socavones s_1 y s_2 (socavón s_1 con un pocillo p de ventilación).*

Evócase con esta figura una lejana época (primera parte del siglo XVI) del pasado del continente europeo, en que al ingeniero se le presentaba siempre la tarea de trazar un socavón y de hallar en la superficie terrestre el lugar desde el cual se podía llegar a ese mismo socavón mediante un pozo vertical, obteniéndose así una adecuada *ventilación* y una mayor facilidad para la extracción de los minerales.

En los terrenos horizontales, en cambio, la labor de acceso es generalmente un *pozo*. Distínguense entre *pozos verticales* y *pozos inclinados*. En la actualidad los pozos inclinados son trazados sólo en los casos en que el criadero llega a la superficie con inclinación muy pronunciada.

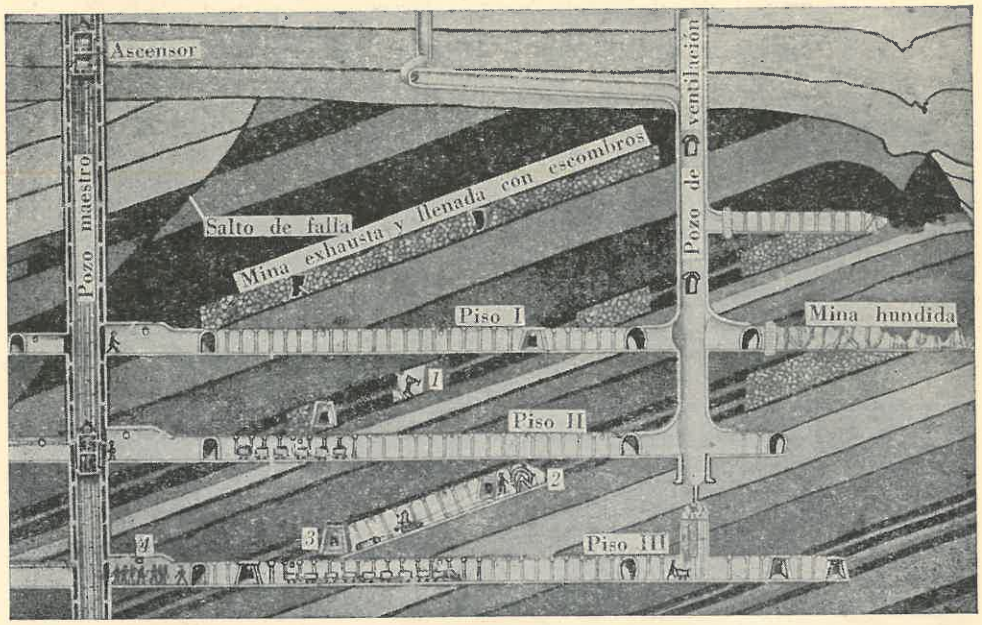


Fig. 4. Corte vertical por una parte de mina carbonífera en la dirección de las transversales principales, que parten del pozo maestro en cada piso y sirven para la ventilación y el transporte de los minerales.

Nótase en cada transversal principal varias bocas de *galerías en dirección*, así como varias *transversales secundarias*. Ver también epígrafe de fig. 2, pág. 152.

La *sección del pozo* es circular o rectangular. Los pozos de sección circular tienen la ventaja de ofrecer mayor resistencia contra el empuje de los terrnos.

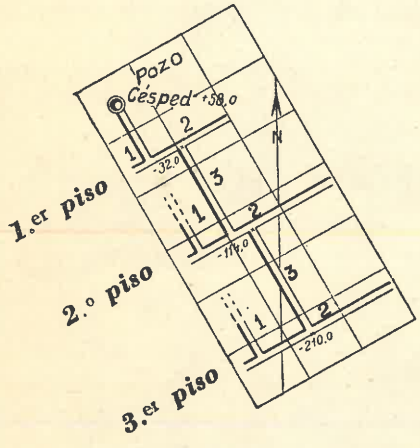
Los *diámetros de los pozos* oscilan entre 6 y 7 metros. Su revestimiento es de mampostería, hormigón en masa u hormigón armado.

Labores de acceso a partir del pozo. En la mayor parte de los casos se hace necesario el trazado de *pisos* (ver figs. 4, 5 y 6) para la división de la masa total a explotar.

En yacimientos horizontales, como a menudo ocurre en las hulleras, inglesas y norteamericanas, los pisos son trazados por las mismas capas carboníferas, con lo cual las galerías de arranque, explotación y ventilación se hallan todas dentro del criadero, ahorrándose así toda la *labor en estéril*, es decir, la ejecutada en rocas carentes de minerales beneficiables.

En otras regiones, en cambio, en que el recorrido de las capas no es horizontal sino inclinado, ondulado y con *saltos de fallas* (ver fig. 4), es preferible disponer las plantas, con sus diferentes vías de transporte, completamente en estéril y horizontalmente, comunicándolas con los criaderos por medio de *galerías transversales, principales* y *secundarias*, y *galerías en dirección* (figs. 5 y 6).

Llámanse *transversales principales* (1, figs. 5 y 6) a las galerías que parten del *pozo maestro* (fig. 4), dividiendo el campo minero, *normalmente* al recorrido de los yacimientos. Sirven al mismo tiempo de vías de comunicación (ver fig. 4) y ventilación. Las llamadas *"galerías en dirección"*, en cambio, son las que se trazan en la dirección de los yacimientos (2, figs. 5 y 6). Las *transversales secundarias* (3, figs. 5 y 6) corren *paralelamente a las transversales principales*, teniendo su origen y desembocadura generalmente en las "galerías en dirección" de los pisos.



Escala 1:5000

Fig. 5. *Planta correspondiente al croquis en perspectiva paralela oblicua de fig. 6.*

Según *G. Schulte y W. Loehr: Markscheidekunde.*

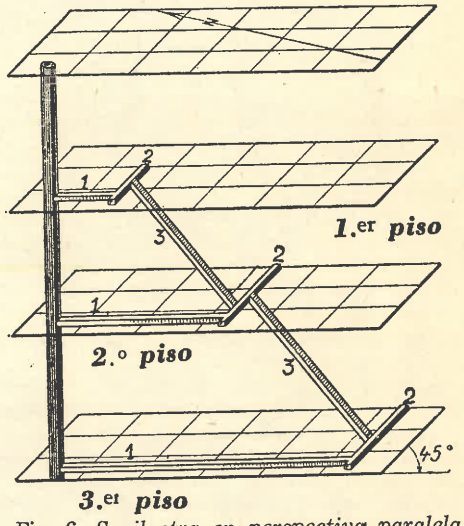


Fig. 6. *Se ilustra en perspectiva paralela oblicua (con la oblicuidad de 45º) la disposición en pisos así como los tres tipos de galerías.*

Escala (de las medidas frontales y de altura) 1 : 5000.

1, transversales principales; *2*, galerías de dirección; *3*, transversales secundarias. *Cota del césped*: +58,0; *cotas de los pisos*: —32,0; —114,0; —210,0.

Las labores que se desarrollan *dentro del yacimiento* se subdividen en *labores de preparación* y *labores de explotación.*

La *labor de preparación* tiene por finalidad, dividir el campo de explotación en diversos sectores para aumentar el número de puntos de ataque, facilitándose así la explotación de los minerales.

Para ello las galerías deben ser *entibadas* (ver fig. 1) y *ventiladas* (fig. 4).

Objeto de los entibamientos: Los entibamientos (apuntalamientos o fortificaciones) en las minas tienen dos *objetos fundamentales:* proteger, por un lado, a los mineros contra los desprendimientos de rocas y minerales y, por el otro, mantener abiertos los huecos de las galerías y contrarrestar el empuje de los terrenos. Tienen, además, el *objeto secundario* de sostener el relleno en las minas explotadas (ver fig. 4).

Métodos de explotación. En la parte derecha de esta figura 4 se ven dos ejemplos de explotación de mina según el *método de hundimientos,* llamado así porque se deja hundir el techo. Esta clase de explotación es iniciada en el límite de un campo o concesión, dejando siempre atrás la zona del hundimiento. Con otros dos ejemplos, en la parte media de la misma figura, se ilustra el *método de explotación con relleno, total,* o parcial, cuyas ventajas frente al primero son las siguientes: Si bien con la introducción del relleno no se puede impedir los hundimientos por completo, se los reduce considerablemente, disminuyéndose con ello mucho los *accidentes debidos al desprendimiento* de piedras y pedazos de carbón. Estos desprendimientos ocasionan el 45 % de los accidentes mortales que se registran en las minas.

En la parte derecha de la figura 4 se ve también el *pozo de ventilación.* Para *ventilar la labor de explotación minera,* es necesario producir una corriente de aire que circule de un modo constante. Sabemos que este movimiento del aire nace de una alteración de equilibrio. Por consiguiente, en el circuito de ventilación no puede reinar una presión constante, sino por el contrario, la presión debe bajar en la dirección de la corriente, es decir, existe una *caida de la presión.*

En la fig. 7 se representa esquemáticamente esta caída de la presión para el caso de hallarse instalado un ventilador en el interior del circuito. La presión igual a cero en la boca del pozo de entrada, disminuye gradualmente, llegando a la depresión de —70 a la entrada del ventilador. A la salida del ventilador la presión es máxima (+45), la que luego se anula a la boca del pozo de salida. (Estas diferencias de presión son medidas con el *manómetro* en mm de columna de agua).

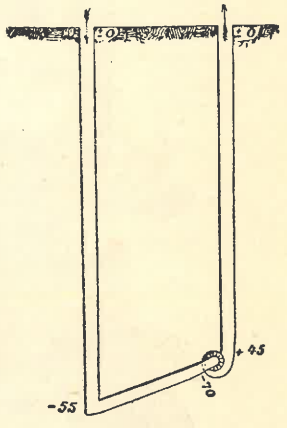


Fig. 7. *Principio de la ventilación artificial mediante un ventilador, según Heise y Herbst: "Compendio de Labores de Minas".*

Pero según queda indicado en fig. 3, existe en una mina una corriente de aire sin que en la misma funcione un ventilador: Sólo es preciso que exista una *diferencia de nivel* entre las dos aberturas, mediante las cuales la mina se halla en comunicación con el exterior. Llámase a esta clase de corriente *tiro o corriente natural.* Otras causas que pueden originar una corriente natural son: el calentamiento o enfriamiento del aire por el calor de las rocas, la absorción de los vapores de agua, el efecto mecánico de arrastre producido por la caída de gotas de agua y el enfriamiento del aire por ellas producido.

En todas las minas existe entonces generalmente un *tiro natural más o menos fuerte* aun cuando se mantenga parada toda la ventilación artificial, y es esta corriente natural la que nos ocasiona las más grandes dificultades en la *orientación de los trabajos de levantamiento de minas,* como veremos en el Nº 6 del presente párrafo.

3. Diferencia entre la poligonación terrestre y la poligonación subterránea.

Tan fundamentales como se nos presentan las diferencias entre los *ambientes de trabajo en la poligonación subterránea comparados con la poligonación terrestre,* se presentan también las diferencias entre ambas en el *aspecto técnico.*

Mientras que en la poligonación terrestre es relativamente fácil su *orientación,* la misma constituye una tarea más o menos difícil en la poligonación subterránea según la precisión que se exija. Es que en la poligonación de minas se carece generalmente de rumbo de arranque y rumbo de cierre, careciéndose muchas veces también de las coordenadas de los puntos de arranque y cierre y, por ende, de los valiosos contralores

que dan tan sólido apoyo a las poligonales terrestres. Es por esto que se acostumbra ejecutar en la poligonación de minas las *centraciones* de las señales y teodolito con mucha más precisión que la que se considera generalmente necesaria en la poligonación terrestre común. Se ha mantenido en uso el *método de repetición* en la *medición angular,* debido a las circunstancias particulares que reinan en las minas; de ahí también la razón porque se dedica mayor cuidado a la *medición lineal,,* leyendo en las minas muchas veces las cintas al mm, mientras que en la poligonación terrestre se considera generalmente suficiente la lectura al cm y que, finalmente, las poligonales de minas se midan en *"ida y vuelta"*.

Hay más: *Las marcas* de los puntos de estación de las poligonales principales, colocadas en los techos de minas, y debajo de las cuales es necesario situar el teodolito (ver figs. 1 y 8), *varían su posición* dentro de un tiempo relativamente breve, debido al empuje de los terrenos. Además, el trabajo de ingeniero *no debe* en ningún momento *entorpecer a las labores de explotación* minera, lo cual imprime al mismo un mayor ritmo de celeridad. La *forma de las poligonales* de minas no puede elegirse como la de las poligonales terrestres siempre con el más adecuado criterio técnico, porque aquéllas tienen que venir inmediatamente detrás de la explotación, la que muchas veces sigue por un recorrido irregular y en zigzag. Origínanse por eso a menudo *lados muy cortos.*

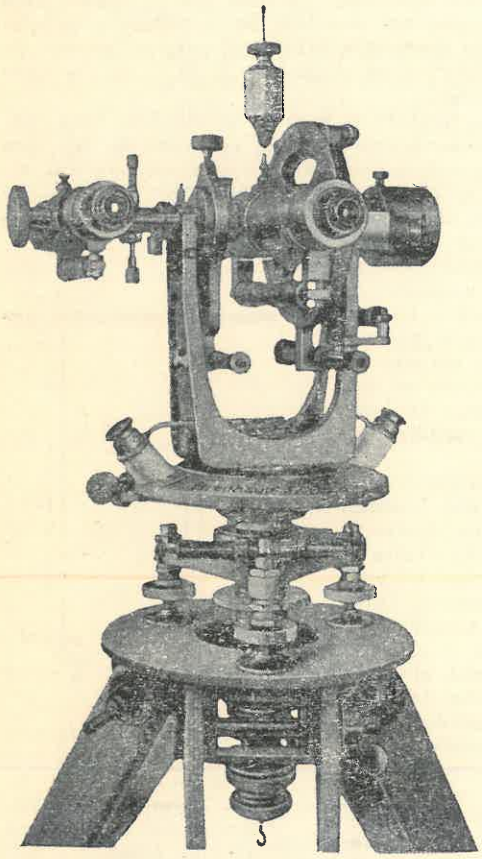


Fig. 8. *Teodolito de minas "Breithaupt", colocado debajo de un punto fijo marcado en el techo de una galería.*

Cuando después de transcurrir unos meses el ingeniero quiere continuar una poligonal interrumpida, no podrá el mismo emplear sin más el rumbo terminal del trabajo anterior, como rumbo de arranque de la nueva operación. Debido al empuje de los terrenos habrá variado ese ángulo. Tendrá por eso que retroceder y remedir ángulos poligonales hasta encontrar finalmente un lugar de relativa calma, en que el ángulo remedido concuerda con suficiente aproximación con el valor obtenido anteriormente.

Todas estas causas, a las que se suman todavía las que emanan de la estrechez de los sitios y de la escasa iluminación (ver fig. 2) hacen necesario un cuidado especial en todas y cada una de las diversas operaciones, hasta en los más pequeños detalles de las mismas.

En las *minas metalíferas,* en cambio, no existen gran parte de los incovenientes y peligros mencionados.

4. Orientación de los trabajos de levantamiento de minas.

A fin de poder representar los levantamientos subterráneos referidos a los objetos de la superficie terreste de la zona, es necesario establecer una **vinculación entre la poligonación terrestre y la poligonación subterránea.**

Distinguimos diferentes casos.

Socavón. El caso más sencillo para esa vinculación se nos presenta en el **socavón** (ver fig. 3), porque en este caso la poligonal terrestre es simplemen-

te continuada, sin dificultad, al interior de la montaña por la boca del socavón (ver fig. 9).

Pozo inclinado. También por medio del pozo inclinado puede ser **continuada en forma simple hasta la mina** la poligonal terrestre. Es de observar, empero, que en este caso debe tenerse un cuidado muy especial y permanente en la exacta verticalización del eje de rotación del teodolito, puesto que con visuales fuertemente inclinadas la más leve desviación de la vertical de ese eje es de gran influencia sobre la magnitud del ángulo horizontal haciendo inexacto el transporte del rumbo.

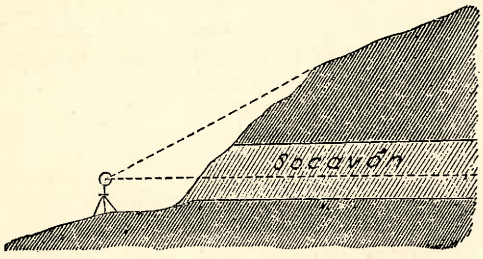


Fig. 9. *Vinculación de la poligonal terrestre con la mina por medio de un socavón.* Sacado de W. M. *Gillespie: A Treatise on Surveying.*

Pozos verticales. En la mayor parte de los casos se suele disponer para el acceso a la mina de uno o dos pozos verticales. Cuando se disponga de un pozo solamente (ver fig. 10, 11 y 12), el enlace entre la poligonal terrestre y la subterránea se establece por medio de un **plano vertical** obtenido con **dos plomadas**, que se cuelgan distantes entre sí todo lo que sea posible, trasladándose así, verticalmente, **dos puntos** de la superficie terrestre hasta el nivel de uno de los pisos de la mina.

Para el **arranque de coordenadas,** solamente bastaría la proyección de **un solo punto** mediante una sola plomada; una segunda plomada colocada a una cierta distancia de la primera, nos proporciona con la proyección de un segundo punto, lo que se necesita para una correcta orientación de la poligonal subterránea.

Trátase entonces de determinar primeramente en la superficie terrestre las **coordenadas** de los **dos puntos** (hilos) de plomada y el **rumbo** de la línea que los une, y luego de proyectar esos puntos con coordenadas conocidas y, por ende, su rumbo hasta el nivel de cada piso.

Cuando se emplean **dos plomadas en un mismo pozo,** el procedimiento es llamado **método de la doble plomada,** y en caso de utilizarse una sola plomada en cada uno de **dos pozos** entre sí unidos por medio de una galería horizontal (ver fig. 13), el procedimiento es llamado **método de enlace poligonal** (sin cierre angular).

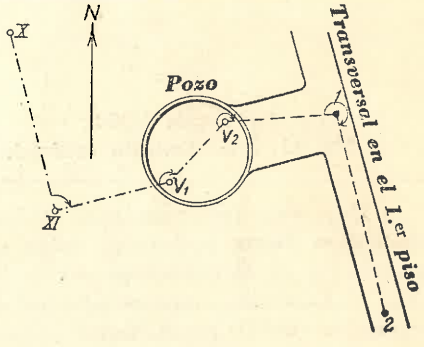


Fig. 10. *Procedimiento céntrico*

Los puntos poligonales designados por números romanos, pertenecen a la poligonal terrestre, con la cual se orienta la poligonal de mina, cuyos puntos son designados por números arábigos.

Método de la doble plomada.

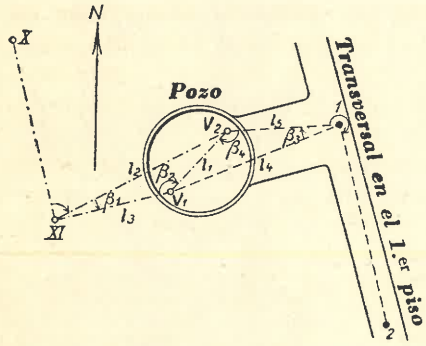
En este método se distinguen todavía dos procedimientos distintos: el

procedimiento céntrico (fig. 10) y el **procedimiento excéntrico** (figs. 11 y 12).

Según el primero se prolongará la poligonal terrestre, cuyos puntos son designados por medio de números romanos (X, XI, fig. 10), hasta el primer punto de plomada $\mathbf{V}_1$, y luego de situar el teodolito sobre la vertical de $\mathbf{V}$, hasta el segundo punto de plomada $\mathbf{V}_2$, con medir los correspondientes ángulos y lados poligonales. En la misma forma la poligonal será continuada en la mina, situando el teodolito en la vertical de $\mathbf{V}_2$, para medir el primer ángulo subterráneo, entre la línea $\mathbf{V}_2\,\mathbf{V}_1$ y el primer lado poligonal $\mathbf{V}_2 - \mathbf{1}$. Luego se medirá en el punto **1** el primer ángulo de la poligonal $\mathbf{V}_2 - \mathbf{1} - \mathbf{2}$, así como los lados $\mathbf{V}_2 - \mathbf{1}$ y $\mathbf{1} - \mathbf{2}$ (ver fig. 10).

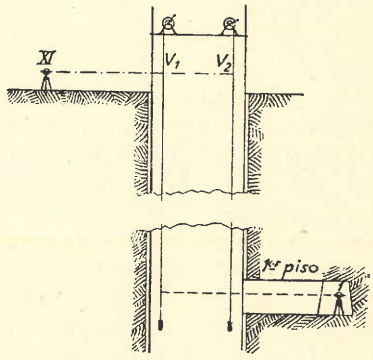
Pero en la práctica se oponen a este método, teóricamente tan sencillo, serias dificultades e **inconvenientes, emanados** de la circunstancia de tener que construir, tanto arriba como bajo tierra, sólidas plataformas para la adecuada colocación del teodolito y andamios para el observador; debiendo con ello lograrse que el eje de rotación del teodolito coincida, arriba, con la vertical por el punto de suspensión de la plomada $\mathbf{V}_1$ y que luego, en la mina, ese eje se encuentre exactamente en coincidencia con la vertical determinada por la plomada $\mathbf{V}_2$.

Debido a estas dificultades que el procedimiento céntrico implica, es más difundido hoy según **Schulte** y **Loehr,** (*) el **procedimiento excéntrico,** ilustrado en las figs. 11 y 12.



Escala 1:500

Fig. 11. *Procedimiento excéntrico.*



Escala 1 : 500

Fig. 12. *Perfil según XI — V_1 — V_2 — — 1 para ilustrar el método excéntrico.*

Para este procedimiento es necesario medir un ángulo β_1 muy agudo, en el último punto poligonal, sobre el segmento terrestre $\mathbf{V}_1\,\mathbf{V}_2$, y otro ángulo agudo β_3, en el primer punto de la poligonal subterránea, sobre el segmento $V_1\,V_2$. Esos dos ángulos agudos deben ser medidos con gran precisión, por ejemplo, con 10 repeticiones (5 en posición I y 5 en posición II).

También los lados terrestres $l_1, l_2\, l_3$ y los lados subterráneos l_1, l_4 y l_5 deben ser medidos directamente y con gran cuidado. En cambio, los ángulos β_2 y β_4, en los vértices $\mathbf{V}_1$ (arriba) y $\mathbf{V}_2$ (en la mina) sólo pueden ser obtenidos indirectamente por el cálculo, a saber:

$$\text{(1)} \qquad \operatorname{sen} \beta_2 = \frac{l_2}{l_1} \cdot \operatorname{sen} \beta_1$$

(*) *Schulte,* G. und *Loehr,* W.: *Markscheidekunde,* Springer, Berlín 1932.

(2) $$\operatorname{sen} \beta_4 = \frac{l_4}{l_1} \cdot \operatorname{sen} \beta_3$$

y con ello también el **ángulo de arranque** de la poligonal **subterránea** $\mathbf{V_1 — V_2 — 1 = 360^\circ — \beta_4}$.

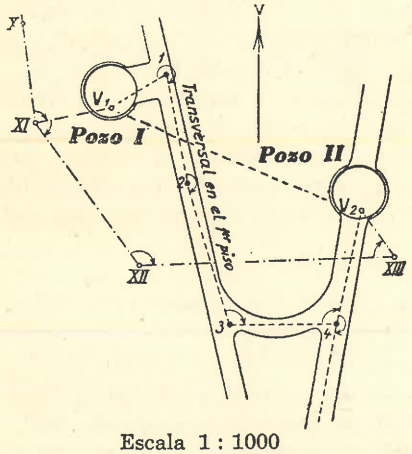
Los ángulos β_1 y β_2 deben hacerse lo más pequeños posible, lo que se consigue con situarse con el teodolito lo más próximo posible a la alineación $\mathbf{V_1 V_2}$, tanto arriba como debajo tierra (ver fig. 11).

De lo que antecede se deduce que las operaciones indicadas deben ser efectuadas todas con gran precisión, pues que la línea de unión $\mathbf{V_1 V_2}$ sólo puede tener alrededor de 5 metros de longitud, y una pequeña desviación de uno de sus puntos extremos de pocos milímetros tendría un efecto de varios mentros en el punto extremo de una poligonal abierta de 1 km de longitud.

El transporte de la orientación a la mina será tanto más exacto cuanto más se hallen separadas las dos plomadas. Como esta separaci6n entre las dos plomadas en un mismo pozo tiene que ser forzosamente muy limitada (~5metros) será también siempre algo limitada la precisión realizable en esas condiciones.

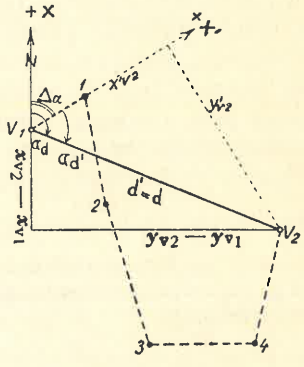
Orientación con poligonal subterránea de enlace.

En el método llamado **orientación con poligonal subterránea de enlace** se empleará sólo una plomada en cada uno de los dos pozos distantes (pozo I y pozo II, fig. 13), los que en la mina se hallan unidos mediante una galería horizontal.



Escala 1 : 1000

Fig. 13. *Método de orientación por medio de una poligonal subterránea de enlace, entre las plomadas V_1 y V_2.*



Escala 1 : 1000

Fig. 14. *Se ilustra el cálculo a efectuar para el método de orientación mediante poligonal de enlace.*

$x_{v2} — x_{v1}$, diferencia de las abscisas de los puntos terrestres V_1 y V_2,
$y_{v2} — y_{v1}$, " " " ordenadas " " " " V_1 y V_2.
x'_{v2}, abscisa provisional del punto subterráneo V_2
y'_{v2}, ordenada " " " " V_2.

Fórmulas:

(3) $$d' = \sqrt{x'^2_{v2} + y'^2_{v2}} \qquad d = \sqrt{(x_{v2} — x_{v1})^2 + (y_{v2} — y_{v1})^2} \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

(5)..... $\operatorname{tg} \alpha_{d'} \frac{y'_{v2}}{x'_{v2}}$ $\operatorname{tg} \alpha_d = \frac{y_{v2} - y_{v1}}{x_{v2} - x_{v1}}$ .....(6)

Corrección de rumbo ("valor ideal" menos "valor medido"):

7)..... $\alpha_d - \alpha_{d'} = \Delta\alpha$

Los puntos de plomada V_1 y V_2 son vinculados por medio de una **poligonal terrestre X - XI - V_1 - XII - XIII - V_2**, con la cual se obtienen las coordenadas planas de esos puntos V_1 y V_2 en el sistema general de coordenadas de la región. Según hemos visto en el ejemplo práctico, 3, pág. 229 esas coordenadas nos permiten calcular la distancia recta $V_1 V_2$ y el rumbo ($V_1 V_2$) de la misma. Designaremos esa recta por **d** y el rumbo de la misma por α_d (ver fig. 14).

Después de proyectar entonces los punto V_1 y V_2 al primer piso, se unen los puntos así obtenidos por medio de una **poligonal de enlace.** Se procederá en la mina exactamente en la misma forma explicada en págs. 228-234. Se adoptará para ello un **sistema de coordenadas local**, con origen en V_1 y eje de las x' coincidente con el primer lado V_1 - **1** (fig. 14). Las **coordenadas provisionales** x'_{v_2} y'_{v_2}, que se obtienen para el punto final V_2 de la **poligonal subterránea** V_1 - **1 - 2 - 3 - 4 -** V_2, deben concordar con buena aproximación con las **diferencias de coordenadas** $x_{v2} - x_{v1}$ $y_{v2} - y_{v1}$ de la correspondiente poligonal terrestre. Si calculamos con esas coordenadas provisionales la distancia recta que separa a las proyecciones de V_1 y V_2 encontraremos un valor **d'**, [fórmula (3)], que concuerda perfectamente con el valor **d'** [fórmula (4)], calculado en base a la poligonal terrestre.

Las coordenadas provisionales x'_{v_2} e y'_{v2} del punto subterráneo V_2, nos permiten también calcular el **rumbo provisional** $\alpha_{d'}$ de la línea **d'**. La comparación de este rumbo $\alpha_{d'}$, [fórmula (5)], con el **rumbo verdadero** α_d, [fórmula (6)], de la línea terrestre **d** nos proporcionará la **corrección de rumbo,** ("valor ideal" menos "valor medido") $\alpha_d - \alpha_{d'} = \Delta\alpha$, a aplicar a la poligonal subterránea para conseguir su perfecta **orientación en el sistema general de coordenadas.** Mediante un nuevo cálculo con rumbo corregidos se obtendrán para todos los puntos de la poligonal subterránea las **coordenadas definitivas.**

5. Influencia de la convergencia de la plomada.

Debido a la forma esférica de la Tierra, las líneas verticales obtenidas mediante la plomada, concurren a un mismo punto, el centro **C** de la Tierra. El ángulo que las líneas de plomada de dos puntos terrestres forman entre sí en el centro de la Tierra, se llama **convergencia de la plomada** para esos dos puntos. Ella tiene por consecuencia que se realiza una **disminución de la** distancia terrestre a raíz de la proyección de la misma al fondo de la mina, cuyo valor debe ser tenido en cuenta cuando se trata de minas muy profundas.

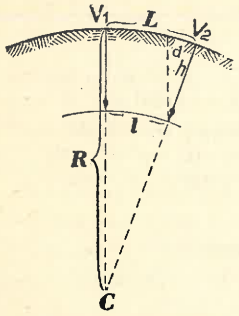


Fig. 15. *Convergencia de la plomada V_1 CV_2 para los puntos terrestres V_1 y V_2.*

Esa disminución, que designaremos por **d** (fig. 15), puede fácilmente determinarse por la proporción siguiente:

(8) $$d : h = L : R$$ de donde:

(9) $$d = \frac{h}{R} L$$

donde **h** es la profundidad de la mina, **L** la distancia terrestre, **R** el radio de la Tierra (~6370 km).

Para **h** = 1000 metros, por ejemplo, y **L** = 100 metros, se obtendría:

$$d = \frac{1000 \times 100}{6\,370\,000} = 0{,}016\ m$$

6. Ejecución práctica de la proyeción con la plomada.

Hemos supuesto hasta ahora en la proyección de puntos mediante la plomada, que el extremo inferior del hilo se halla con el extremo superior sobre una misma vertical. Esto no ocurre en la mina; y no ocurre principalmente en minas profundas. La **corriente** de aire que existe siempre (ver pág. 245), produce un **movimiento de oscilación pendular** del hilo de la plomada. Se ha tratado de amortiguar esa oscilación con sumergir las pesas de las plomadas en cubetas llenas de agua u otro líquido más espeso, como aceite.

Respecto a la **posición de calma** de la plomada, se la determina con observar las amplitudes de esas oscilaciones pendulares, con ayuda de una escala colocada detrás del hilo, formando la media aritmética. Pero este procedimiento tan sencillo sólo da generalmente resultados aceptables hasta profundidades de 200 a 300 metros, puesto que sólo hasta esas profundidades la **posición de calma** de la plomada puede ser considerada coincidente con la **vertical,** con suficiente aproximación.

Para profundidades mayores los efectos de la corriente de aire no permiten la aplicación del procedimiento sencillo indicado. Se ha podido demostrar que esa corriente de aire se desarrolla en los pozos de minas en forma de *tirabuzón,* con una *componente horizontal,* la que ocasiona una *desviación horizontal constante* del hilo de la plomada. De modo que en ese caso la posición de calma de la plomada *no* coincide con la vertical.

Puede lograrse una disminución de esa desviación con el empleo de *pesas más grandes.* Pero este recurso tiene su límite en la capacidad de los alambres de acero, que se usan para esta clase de plomadas, los que no pueden tener más de 2 a 3 mm de diámetro. Alambres más gruesos ofrecerían más superficie a esa componente horizontal de la corriente de aire, aumentando la desviación constante.

Para poder determinar la *posición de la vertical de la plomada* también en el fondo de minas profundas, es necesario repetir la proyección con la plomada varias veces, con diferentes pesas. El profesor *P. Wilski* ha demostrado que esa *desviación horizontal constante es inversamente proporcional a la magnitud de las pesas empleadas* (pesa + ½ peso del alambre); que una plomada con pesa de 200 kg. por ej., sufre una desviación doble que una plomada con pesa de 400 kg. De las dos posiciones de calma que se determinan para esas dos pesas, puede deducirse con suficiente aproximación la posición de la plomada vertical (ver fig. 16).

Punto estación (1)	Punto visado Adelante Atrás (2)	Rumbo φ Adelante (dir. o inv.) (3)	Distancia inclinada D (cinta) ó mk (mira vert.) Adelante Atrás (4)	Distancia inclinada D (cinta) ó mk (mira vert.) Promedio (5)	Angulo vertical α Adelante Atrás (6)	Angulo vertical α Promedio (6)	Distancia horizontal d = D · cos α (cinta) mk · cos² α (mira) (7)
		° ′		m	° ′	° ′	m
P. M. 119							
	P. M. 120	**322° 15′**					
				35,53		a nivel	35,53
P. M. 120	P. M. 119	(ídem) (*)					
	H. T. 1	(235° 45′)					
				22,35		a nivel	22,35
H. T. 1	P. M. 120	ídem					
	H. T. 2	**324° 10′**			+ 37° 22′		
				18,63		+ 37° 24′	14,80
H. T. 2	H. T. 1	(ídem)			— 37° 26′		
	H. T. 3	(326° 40′)			+ 38° 4′		
				27,41		+ 38° 6′	21,57
H. T. 3	H. T. 2	ídem			— 38° 8′		
	H. T. 4	**58° 40′**					
				16,28		a nivel	16,28
H. T. 4	H. T. 3	(238° 40′)					
	H. T. 5						

(*) **Los rumbos entre paréntesis son *rumbos inversos*, y *rumbos directos* los subrayados.**

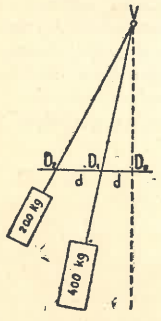


Fig. 16. *Esquema del principio de Wilski.* (*)

En efecto, la fig. 16 nos da directamente:

$$D_0D_2 = 2D_0D_1 = 2d \tag{10}$$

donde D_1 y D_2 indican los puntos de escala horizontal ocupados por los hilos para pesas de 400 y 200 kg, respectivamente, siendo D_0 el punto de escala correspondiente a la vertical buscada. Este punto se encuentra con prolongar el segmento D_2D_1 por sí mismo hacia la derecha.

Generalmente se emplean 3 ó 4 diferentes pesas, deduciéndose de las 3 ó 4 diferentesp posiciones de calma la posición más probable de la vertical.

En un pozo de sólo 120 metros de profundidad, el Dr. *Th. Kappes* observó en 1925 con una plomada de 178 kg y una corriente de aire de sólo 50 cm/seg. una desviación de 4,8 mm; de lo cual se deduce que hasta para profundidades tan moderadas

(*) *Wilski, P.: Lehrbuch der Markscheidekunde,* Springer, Berlín 1932.

Desnivel $\Delta h = D \cdot \text{sen } \alpha$ ó $mk \cdot \frac{1}{2} \text{sen } 2\alpha$ + | − (8)		Cota marca $H_n = H_0 + \Delta h$ (9)	Distancia de la marca al piso (10)	Cota piso (11)	Croquis y Observaciones (12)
m	m	m	m	m	
		$H_0 =$ — 515,60	— 2,20	— 517,80	
0					
		— 515,60	— 2,20	— 517,80	
0					
		— 515,60	— 2,10	— 517,70	
11,31					
		— 504,29	— 1,45	— 505,74	
16,91					
		— 487,38	— 1,60	— 488,98	
0					
		— 487,38	— 1,60	— 488,98	

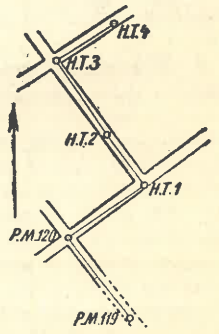


Fig. 18.

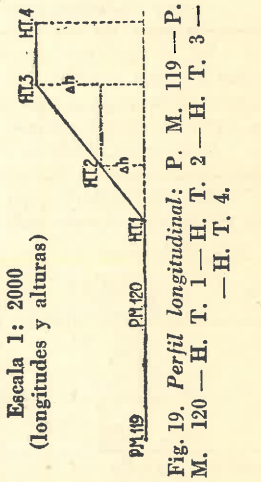


Fig. 19. *Perfil longitudinal:* P. M. 119 — P. M. 120 — H. T. 1 — H. T. 2 — H. T. 3 — H. T. 4.

Form. top. 5.

debe ser efectuada la proyeción varias veces y con diferentes pesas cuando se trata de realizar la máxima precisión posible.

7. Medición angular.

La medición angular se efectúa con teodolito repetidor o teodolito óptico y con la precisión exigida para cada caso, prefiriéndose en ella siempre el empleo de un **equipo para centración forzosa**. Para contralor de las **poligonales** abiertas conviene siempre su remedición en sentido contrario. En las poligonales que se midan en las **transversales secundarias** y otras galerías muy inclinadas, se toman al mismo tiempo los **ángulos verticales** de las visuales nacia adelante (y para controlar también los ángulos de las visuales hacia atrás), así como las **longitudes inclinada D (= mk)** de las mismas.

Empléease en estas poligonales secundarias con preferencia uno de los otros tipos de pequeños teodolitos especiales, descriptos en págs. 156 a 160 o un pequeño modelo de teodolito óptico (ver pág. 82).

Para el caso en que se desea emplear el **teodolito de suspensión** (ver figs. 17, 17 **A** y 17**B** y fig. 14, pág. 160), algo diferente de los demás modelos de teodolitos, daremos a continuación algunas breves explicaciones relativas a su uso, en base a un ejemplo práctico colocado en nuestro nuevo **formulario topográfico N° 5** (ver págs. 252 y 253).

8. Ejecución práctica de la medición de una poligonal secundaria, con teodolito de suspensión.

Coloque el *rumbo de arranque,* 322° 15', del lado *P. M. 119 — P. M. 120,* de antemano conocido, en el índice I, después de haberse situado con el teodolito en el punto *P. M. 120.* Luego se aflojará el tornillo de presión de la alidada para apuntar a *P. M. 119,* como primer punto atrás (o primer punto de la izquierda, ver pág. 196). Luego se apretará el tornillo de presión de la alidada y se afloja el tornilo de presión del limbo. Gírese el anteojo hacia la derecha para bisectar el primer punto adelante. Súmase así a la lectura inicial el valor del primer ángulo poligonal, en el vértice *P. M. 120,* correspondiendo entonces esa suma leída en el índice I, al *rumbo inverso* ($\varphi + 180°$) del lado derecho *P. M. 120 — H. T. 1.* El rumbo que así se obtiene para el lado adelante es inverso porque el rumbo del lado atrás también lo es.

Hemos colocado estos rumbos inversos *entre paréntesis,* en el formulario, para diferenciarlos de los *rumbos directos subrayados.*

En el ejemplo consignado en el formulario se tomaron también los *ángulos verticales* α a los puntos poligonales y lals *distancias inclinadas D* ($= mk$), tanto hacia adelante como hacia atrás, para *contralor.* Se tomarán los promedios de los ángulos α y distancias *D,* como *valores compensados.*

Para más detalles sobre la medición de los ángulos horizontales o rumbos φ y ángulos verticales α, así como la averiguación de los segmentos de mira *m,* ver pág. 160.

En la medición del segundo vértice poligonal, *H. T. 1,* se procederá exactamente en la misma forma que en el primero: Dejando bien apretado el tornillo de presión

Fig. 17 B

Fig. 17 *A.*

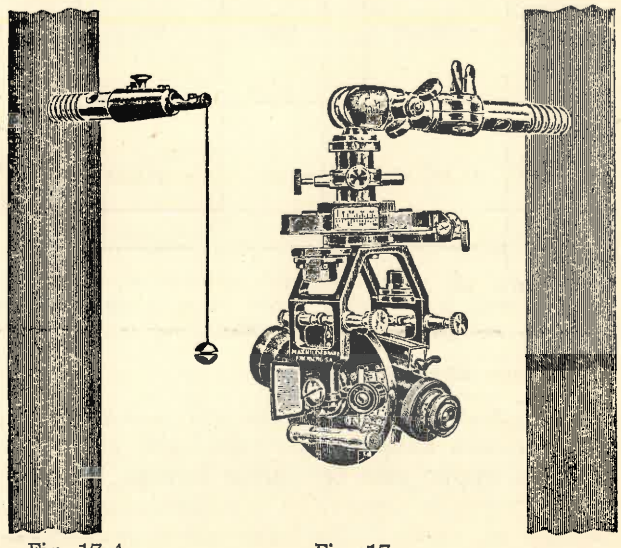


Fig. 17.

Equip de poligonación de Hildebrand (con teodolito de suspensión) para centración forzosa.

de la alidada, se dirigirá la visual al punto *P. M. 120.* Luego se aflojará el tornillo de presión del limbo, girando el anteojo para bisectar el punto adelante *H. T. 2,* haciendo la correspondiente lectura en el índice I: 324º 10', lectura ésta que figura *subrayada* en columna (3) del formulario porque expresa el rumbo *directo* del lado poligonal *H. T. 1 — H. T. 2,* y así sucesivamente, alternando rumbos inversos ($\varphi \pm 180^g$), y rumbos directos φ.

Para la medición de *ángulos horizontales* se bisectará la línea *H* de la mira (fig. 17*B*) o la cadenita de la señal (fig. 17*A*), bien iluminadas; y para la medición de *ángulos verticales,* la marca *V* de la mira o la línea horizontal ecuatorial de la esferita que se destaca nitidamente (y que se halla a la misma distancia *i'* de la esfera de suspensión que esa marca *V* de la mira colgante).

Pero como en esta forma de operar, no leyendo sino en un solo índice y observando en una sola posición del anteojo, no se elimina ni el error de excentricidad de la alidada, ni los errores instrumentales *c* e *i,* se comprenderá que se debe emplear un cuidado espcial en cada una de las diversas operaciones que intervienen.

De la planilla se desprenden también los detalles de los demás trabajos que se ejecutan, el cálculo del *desnivel,* de las *cotas* de los puntos marcados en el techo y de los correspondientes puntos del piso, debajo de esas marcas.

El croquis de fig. 18 nos da la *planimetría* y el croquis de fig. 19 el *perfil longitudinal* correspondiente a la poligonal medida.

9. Medición lineal; su ejecución.

Según la precisión que se pretenda realizar, las madiciones lineales serán efectuadas en ida y vuelta o solamente en una dirección, leyendo la cinta al cm o al mm, usando o no **dinamómetro** (ver fig. 20) y teniendo en cuenta o no la temperatura y ecuación de la cinta (ver pág. 52 del Tomo I).

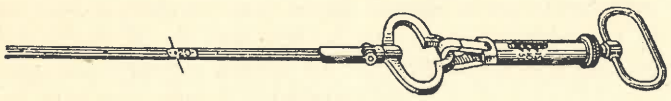


Fig. 20. *Cinta de acero para minas, con dinamómetro.*

Es una medida entre rayas. Se las fabrica de 20, 30 ó 60 m, de 12 a 13 mm de ancho y 0,3 a 0,4 mm de espesor.

La medición lineal puede ser efectuada en una de las siguientes 4 formas:

a) *con cinta de acero colocada en el piso,*
b) „ „ „ „ *suspendida, con o sin soporte en el medio,*
c) *por taquimetría de precisión a dobles imágenes,*
d) „ „ *común, con mira colgante.*

En cuanto a los procedimientos c) y d), se halla explicado ya lo esencial en págs. 148, 149 y 160 del presente Volumen.

a) *Ejecución de la medición con cinta en el piso.*

Cuando sea posible efectuar la medición lineal en el piso (en túneles, socavones y otras galerías horizontales) se comienza por proyectar el punto fijo de arranque, marcado en el techo (ver fig. 12, pág. 195) sobre el piso, mediante una plomada. Conviene utilizar en esta operación una tabla para marcar, la que se afirma, en el sitio de la proyección del punto fijo, entre los rieles de las vías de explotación y sobre la cual puede ser cómodamente marcada esa proyección por medio de un clavo.

El procedimiento a aplicar en este caso es completamente análogo al explicado en pág. 50 del Tomo I para la medición de líneas terrestres. Intervienen en el mismo también aquí dos personas, el *zaguero* y el *delantero,* dotado cada uno de una *tabla para marcar.* Existe solamente la diferencia de que sus roles alternan para cada cintada de número par, como veremos seguidamente.

Terminada en el punto de arranque la proyección de la marca, y sacada la cinta de su caja, el delantero marchará (con su tabla bajo el brazo y el extremo de la cinta en la otra mano) en la dirección de la línea a medir. Estando extendida la cinta, el zaguero hará al delantero las señas necesarias para que la cinta resulte alineada con el punto terminal de la línea, el que se señala convenientemente por medio de un farol. Extendida y alineada entonces la cinta, y colocado por el zaguero el trazo cero de la cinta en el clavo y preparada la tabla en el punto extremo de la cinta, el zaguero gritará al delantero en voz alta "clave"; a lo que éste contestará "clavado", después de haber el mismo terminado esa operación de marcar mediante el segundo clavo. El zaguero levantará entonces su tabla para marchar hasta el sitio del delantero.

Para la *medición de la segunda cintada,* ambos operadores cambiarán en este lugar sus rols: Será en la misma "zaguero" el que antes fue "delantero", e inversamente. El ex-delantero guardará su sitio, mientras que el nuevo delantero tira la cinta adelante hasta llegar a un lugar que ha de ocupar el extremo de la segunda cintada, en el que afirmará su tabla en la misma forma que en la primera cintada. Extendida y alineada nuevamente la cinta, el zaguero colocará el cero de la misma en el segundo clavo, repitiéndose las mismas operaciones efectuadas en la medición de la primera cintada, y así sucesivamente.

En la averiguación de la última fracción de cinta se leerán directamente los metros y decímetros, apreciándose el pequeño remanente con ayuda de un dobledecímetro.

b) *Procedimiento con la cinta suspendida.*

En las galerías inclinadas las distancias son medidas generalmente por el procedimiento **b**), con **cinta de acero suspendida.** Las diversas estaciones de teodolito, situadas en los llamados "**puntos perdidos**" o puntos no marcados, son elegidos con preferencia de tal modo que las distancias que median entre las mismas son algo menores que la longitud de la cinta que se emplea. De esta manera es posible medir las distancias siempre con una sola cintada. Y para que esto resulte más cómodo, se utilizan muchas veces sobre los trípodes señales especiales, que llamaremos "**pernos de enchufe**", con punta (fig. 21), que pueden ser colocados en sustitución de las señales de la medición angular. Facilítase así notablemente la medición de las distancias entre el eje secundario del teodolito y esas puntas de pernos, que se hallan a la misma altura **i** que el centro del teodolito sobre su plataforma, (ver págs. 153 y 235), cumpliéndose así la condición necesaria para la poligonación con **centración forzosa** y puntos perdidos.

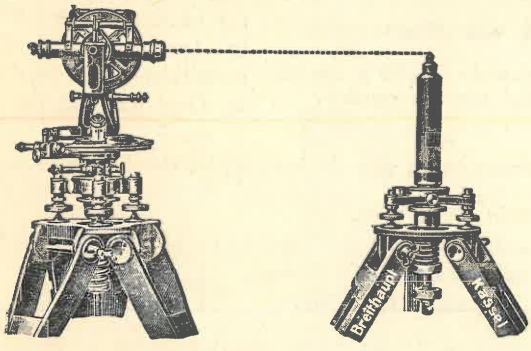


Fig. 21. *Perno de enchufe (con punta), para facilitar la medición de distancias con cinta de acero colgante.*

10. Dos importantes fuentes de errores a tenerse en cuenta en la poligonación de precisión. Tolerancias.

Según hemos visto en pág. 67 del Tomo I, sabemos que el **valor nominal** de las cintas de acero no puede ser realizado técnicamente con precisión absoluta. Sus longitudes verdaderas dependen, además, de las **variaciones de temperatura y tensión.**

Antes de su uso, las cintas son **contrastadas** en un **comparador** (ver

págs. 17 y 18, Volumen 1 del Tomo III, así como págs. 58 y 76 del Tomo I) y provistas de **certificados** para la **temperatura de referencia de 20° C** y **la tensión de 10 kg.** Y se comprenderá que será necesario la adopción de **tolerancias** (ver pág. 61 del Tomo I). En virtud de esos contrastes las cintas son aceptadas o rechazadas según cumplan o no cumplan las siguientes **tolerancias**:

3 mm para cintas de acero de 20 m,
4 „ „ „ „ „ „ 30 „
5 „ „ „ „ „ „ 50 „

La **influencia de la temperatura** se calcula por medio de la fórmula:

(12) $$\Delta l = l\ (t° - 20°).\ 0{,}0115 \text{ en milímetros.}$$

donde l significa el largo de la cinta, **t°** la temperatura que reinó durante la medición, 20° la temperatura de referencia y 0,0115 el valor en mm de la variación longitudinal de la cinta por cada metro de largo y cada grado de cambio de temperatura.

Se ha elegido la *temperatura de referencia* de 20° *C*, porque la misma puede ser considerada aproximadamente un promedio de las temperaturas a que generalmente se efectúan las mediciones lineales terrestres (ver pág. 58 del Tomo I).

Las *cintas de invar*, prácticamente insensibles contra las variaciones de temperatura, no tienen en la poligonación subterránea la misma importancia que en la poligonación terrestre, por la mayor constancia de temperatura que reina en las minas.

El **alargamiento** Δl, que sufre una cinta de longitud l debido a la **fuerza tensora P** (la que suponemos superior a la tensión normal P_0 de 10 kg empleada en los contrastes), puede ser calculada por medio de la siguiente fórmula (ley de **Hooke**).

(13) $$\Delta l = \frac{l\ (P - P_0)}{s \cdot E} \text{ en metro}$$

donde **s significa la sección** de la cinta (en mm^2) y **E** el **módulo de elasticidad por tracción** ($E = 20\,000$ kg/mm^2).

Ejemplo práctico: ¿Cuál es el alargamiento Δl producido en una cinta de acero de 50 m, de $0{,}4 \times 12$ mm. de sección, por una sobretensión de 5 kg?

$$\Delta l = \frac{50 \times 5}{12 \times 0{,}4 \times 20000} = \frac{250}{96000} = 0{,}0026 \text{ m ó sea } 2{,}6 \text{ mm.}$$

Puede ser fácilmente eliminada esta influencia por variación de la tensión en las mediciones lineales de precisión, usando la cinta siempre con la tensión de 10 kg controlada por el **dinamómetro** [con lo cual se anula el factor $(P - P_0)$ de la fórmula (13)].

11. Error de pandeo de la medición con cinta suspendida.

En toda medición con cinta suspendida se produce un pequeño **error constante**, que llamaremos **error de pandeo.** Se produce porque se mide cada vez la longitud del **arco** $l = P_1 P_2$ (fig. 22) en lugar de medir la **cuerda c.** La **diferencia** $l - c = v$ se calcula por medio de la fórmula:

(14) $$v = l - c = \frac{8\ d^2}{s \cdot l}$$

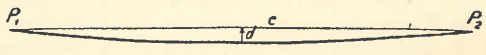


Fig. 22. *Pandeo de una cinta de acero suspendida.*

donde **d** significa la altura de la flecha, la que depende en primer lugar de la longitud l de la cinta, de la sección de la misma, así como de la pendiente y de la tensión.

Puede ser notablemente reducida la influencia del pandeo con **apoyar la cinta en el medio,** levantándola en el valor de la flecha **d** (el que puede ser aproximadamente determinado con ayuda de una fina cuerda fuertemente tendida entre los puntos de suspensión).

Ejemplo práctico: En una cinta de 20 m, de 12 mm de ancho y 0,4 mm de espesor y con 10 kg de tensión, se observó una catenaria con flecha de 0,18 m, *sin apoyo en el medio,* y con $d = 0{,}045$ *con apoyo.* Se pregunta: ¿Cuál es en cada caso el efecto v del pandeo?

Sin apoyo en el medio, según (14): $v = \frac{8 \times 0{,}18^2}{3 \times 20} = 0{,}0043$ m ó sea 4,3 mm.

Con „ „ „ „ „ „ $v = \frac{8 \times 0{,}045^2}{3 \times 10} \times 2 = 0{,}0011$ ó sea 1,1 mm

12. Influencia total de los errores de la medición poligonal. Tolerancias.

Los **errores de la medición lineal** producen, según vimos en pág. 206, un **desplazamiento longitudinal** de los puntos poligonales afectados; los **errores angulares,** en cambio, una **desviación acimutal** de los mismos.

En los **poligonales de enlace,** se obtiene, como ya sabemos, con el **cierre** que se produce, una buena medida para juzgar por la **precisión** de un determinado trabajo realizado. En las **poligonales abiertas,** en cambio, serán las **diferencias entre las mediciones de la ida y vuelta** las que nos proporcionan, únicamente, los elementos de juicio sobre la precisión alcanzada. Operando con cuidado regular, se puede obtener la longitud de 100 m con la **precisión** de 2 a 3 cm, precisión que se considera satisfactoria para la mayor parte de los trabajos en las minas. Sólo cuando se desee realizar la **máxima precisión,** se deberá tener en cuenta la ecuación de la cinta, las variaciones de temperatura y controlar la tensión mediante dinamómetro. Ver ejemplo de pág. 52, Tomo I.

Para la **desviación acimutal de la poligonal de precisión,** se considera admisible un valor de $\frac{1}{1500}$ y para las **poligonales básicas para la perforación de túneles:** $\frac{1}{3000}$ o sea, para la distancia de 100 metros una **desviación máxima** de: $100 \times \frac{1}{1500} = 7$ **cm.** y $100 \times \frac{1}{3000} = 3$ cm, respectivamente.

Ver Nº 10, pág. 159, § 4, Cap. IV, Segundo Fascículo, 2ª edición de nuestra obra: **Teoría de los Errores y Cálculo de Compensación.**

Cabe citar aquí, como *nota final,* los siguientes interesantes datos históricos: Los dos túneles (sección argentina de 1680 m y sección chilena de 1350 m) del *Ferrocarril Transandino* (1907-1910), por medio de los cuales se unió en los primeros días de enero de 1910, nuestro país con el país hermano, se encontraron con una *desviación acimutal* de sólo 7 cm. *La medida directa* (3030 m), entre las dos cabeceras del túnel, resultó 2,14 m más corta que la previamente calculada.

§ 7

POLIGONACION AEREA

Preparación del tema

1. Introducción a los nuevos ambientes de trabajo y conceptos fundamentales de fotogrametría.

Antes de pasar a exponer de lleno el tema que nos ocupa, nos parece conveniente dar al lector algunos conceptos fundamentales acerca de la fotogrametría aérea, a partir de la teoría fotogramétrica, que pasamos a esbozar someramente (*).

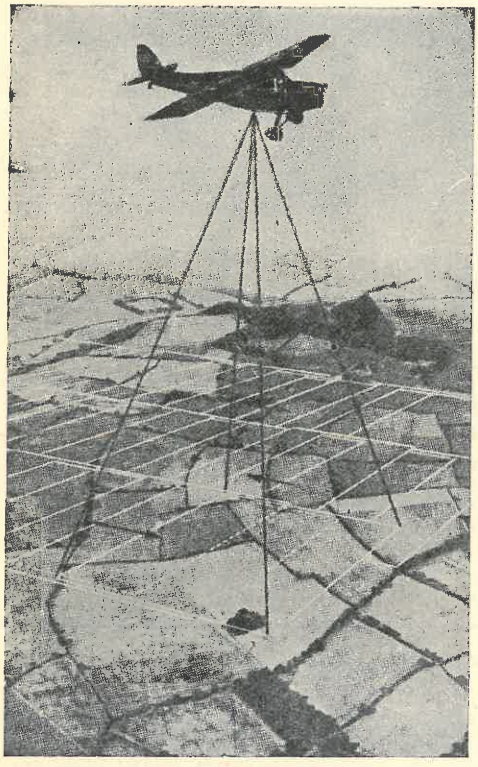


Fig. 1. *Avión fotogramétrico en vuelo horizontal.*

Fig. 2. *Observador con cámara aérea de Wild.*

Con las figuras 1 y 2 nos proponemos presentar al lector algunos aspectos del "ambiente del campo" aerofotogramétrico, y con las figuras 9 y 10, en cambio, una idea del ambiente de gabinete.

(*) A los efectos de documentarse más profundamente sobre la mayor parte de los temas a tratarse, se remite al lector a: R. Müller, Compendio General de Topografía. Tomo IV.

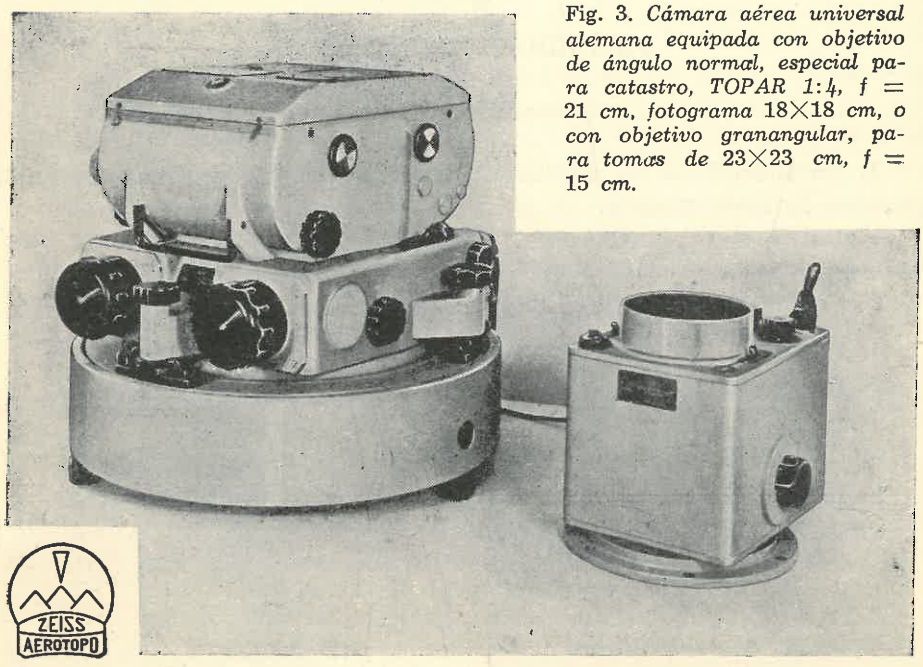


Fig. 3. *Cámara aérea universal alemana equipada con objetivo de ángulo normal, especial para catastro, TOPAR 1:4, f = 21 cm, fotograma 18×18 cm, o con objetivo granangular, para tomas de 23×23 cm, f = 15 cm.*

La fotogrametría (o medición fotográfica) se ocupa, en su aspecto relacionado con la Topografía (Fototopografía), de la medición geométrica (plani-altimétrica) de sectores más o menos amplios de la superficie terrestre, mediante la determinación de **direcciones** (ángulos) y **longitudes,** deducidas de imágenes fotográficas del objeto (fotogramas), de acuerdo con métodos basados en las teorías geométricas de la Optica y de la Proyección Central (Perspectiva).

En el estado actual de su evolución, el método fotogramétrico proporciona a partir del fotograma, numérica o gráficamente, o también mediante mecanismos especiales, y en una sola operación, la ubicación y la altimetría de la zona considerada.

Dada la general importancia del método de intersección hacia adelante para la determinación de nuevos puntos, lo aprovecharemos para aclarar nuestra anterior definición, comparándolo en sus aspectos clásico y fotogramétrico, respectivamente.

En su aspecto clásico, sabemos que la posición de un nuevo punto P queda determinada si desde ambos extremos intervisibles O1 y O2 de una línea de base b dirigimos sendas visuales al punto P con un teodolito debidamente estacionado, obteniendo con su ayuda los ángulos de altura β y los rumbos α de dichas visuales, referidos a la base b.

En su aspecto fotogramétrico (ver fig. 4), en lugar del teodolito, instalaríamos en los extremos O1 y O2 de la base b un **fototeodolito** (consti-

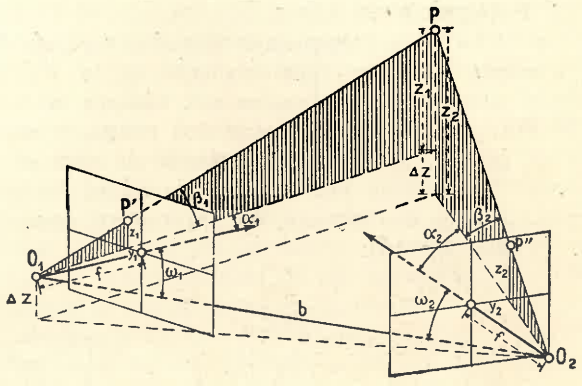


Fig. 4. *Se ilustra la determinación del punto objeto P.*

Explicación.

O_1, centro del objeto de la cámara en la primera estación a la altura *i* sobre la marca del punto fijo *A* (no indicado en la figura), con cota H_A;
O_2 centro del objetivo de la cámara en la segunda estación, a la misma altura *i* sobre la marca del punto básico *B*, con la cota H_B;
b, recta paralela a la línea *AB*, que vincula entre sí los centros O_1 y O_2;
f, eje de la cámara;
y_1, z_1, coordenadas de placa de la imagen *P'*;
y_2, z_2, coordenadas de placa de la imagen *P''*;
α_1,α_2, ángulos acimutales de las imágenes *P'* y *P''*;
β_1, β_2 ángulos verticales de las imágenes *P'* y *P''*;
ω_1, ω_2, ángulos de orientación en O_1 y O_2;
Z_I, Z_2, alturas relativas al objeto *P* con respecto a los horizontes de O_I y O_2;
ΔZ diferencia de alturas relativas para el punto *P*;
$\Delta Z' = \Delta Z$, diferencia de las cuotas de los puntos básicos *A* y *B*.

tuido por una cámara fotográfica especial montada sobre el soporte de un teodolito), de cuyo eje óptico principal, aquí llamado **eje de imagen** y que supondremos horizontal, mediremos los ángulos de orientación ω_1 y ω_2. Por ambas tomas fotográficas, el punto objeto P quedará registrado en ambas placas, en sendas imágenes P' y P'', cuyas **coordenadas de placa** quedan determinadas como indica la figura 4.

Siempre que volvamos a disponer los ejes de imagen de ambas placas según sus ángulos de orientación ω_1 y ω_2 medidos con respecto a la base b, y que unamos (imaginariamente) las imágenes P' y P'' con los correspondientes centros de proyección O_1 y O_2 (centro de la lente objetiva de la cámara en cada posición), volveremos a obtener las **direcciones** originales desde O_1 y O_2 a P, determinantes de su posición en el terreno. Esta determinación se realiza en Fotogrametría, como dijimos, analítica, gráfica o mecánicamente, en base a los llamados "**elementos de orientación interna**", (**punto principal de la placa** = proyección del centro O del objetivo de la cámara, a menudo coincidente con el centro de la placa, y **distancia principal** = distancia focal f del objetivo) y a los "**elementos de orientación** externa" (posición espacial del eje de imagen OH, y coordenadas del centro O en el espacio).

2. Fotogrametría Aérea.

Lo dicho para fotogramas tomados con cámara inmóvil, como en nuestro ejemplo anterior, perteneciente a la Fotogrametría Terrestre, vale también para tomas realizadas con cámara en movimiento, como es el caso de la Fotogrametría Aérea que nos ocupa, y según resulta del simple examen de la fig. 5, con la diferencia de que en este caso, la "orientación externa" se obtiene por el registro en el fotograma de un cierto número de **puntos fijos** del terreno, de parámetros conocidos, y debidamente señalados. (Véase fig 13).

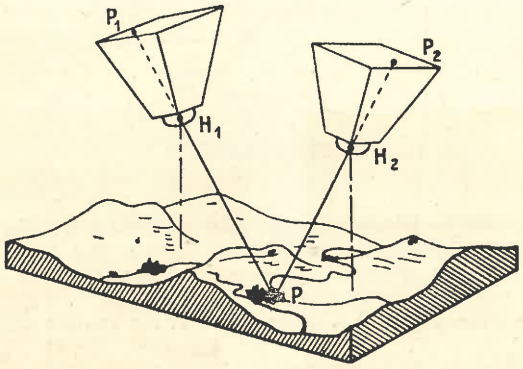


Fig. 5. *Esquema demostrativo de la formación de un punto del terreno como punto de intersección sobre el modelo óptico, de los rayos conjugados:*

$$PH_1\ P_1 \text{ y } PH_2P_2$$

donde H y H_2 indican la posición de los puntos principales de dos sucesivas posiciones de la cámara y P_1 y P_2 las respectivas imágenes del punto de ambas posiciones.

Obsérvese la exagerada desviación del eje óptico con respecto a la vertical, para facilitar la figura; H_1H_2, en cambio expresa la reducción correspondiente a la del modelo.

Imaginamos ahora que el modelo fuera de yeso colocado sobre una mesa de proyección. Si lo suponemos quitado de encima de la mesa, veremos sobre ésta, ya no un punto P único, sino dos puntos, cuya distancia entre sí iría disminuyendo con levantar más y más la mesa de proyección. Si esa mesa llega a la altura del punto P de la figura lo veremos nuevamente simple y nítido al igual que todos los demás puntos de terreno a la misma altura que P.

Este experimento imaginario nos puede servir para comprender la posibilidad de medir la altura relativa de cualquier punto del terreno así como el trazado de las curvas de nivel, con medir, en el primer caso, las distancias que las separa del plano de comparación, y con ir palpando en el segundo, a partir de ellos la superficie del modelo con la marca estérea en continuo contacto con ella, como se demuestra más adelante, al tratar el aeroprotector "Multiplex".

Para que la vista aérea vertical sea exacta, conservando la escala en toda su extensión, es necesario que se verifiquen las siguientes dos condiciones: que el terreno sea aproximadamente horizontal, y que en el momento de la toma, la placa (o película) sea horizontal, o, lo que es lo mismo, que el eje óptico de la cámara tenga entonces exacta dirección nadiral. En caso de cumplirse rigurosamente estas condiciones, se puede deducir de la vista el correspondiente plano topográfico, o bien utilizarla directamente como resultado del relevamiento (fotocarta). En cambio, cuando haya fallas de escala debidas al no cumplimiento de las condiciones establecidas, se hace necesario el llamado **enderezamieno** del fotograma, es decir, la eliminación de las distorsiones de escala, transformando la vista en la que se

hubiera obtenido con una placa paralela al terreno (ver fig. 6) y para lo cual es imprescindible que en el fotograma aparezcan las imágenes de un mínimo de cuatro puntos de apoyo con coordenadas planas conocidas. En tales condiciones, se admite para la precisión de la fotocarta un error medio de $\pm$ 0,2 m $< \varepsilon <$ 0,3m.

En los casos en que el terreno sea fuertemente ondulado, en cambio, se recurre con ventajosos resultados a la **estereofotogrametría**, la que permite la reconstrucción del modelo estereoscópico del terreno mediante parejas de vistas estereoscópicas, (que luego serán restituídas) tomadas desde distintos puntos, de modo tal que observando las proyecciones de ambas imágenes, es decir, siguiendo con la vista las intersecciones de los sucesivos pares de rayos homólogos (correspondientes al mismo punto objeto desde ambas posiciones de la cámara, como se ilustra en fig. 5) se obtiene la misma sensación de relieve que percibe el hombre en el terreno, merced a su visión binocular

a) *Fotograma oblicuo.*

b) *El mismo, "enderezado".*

Fig. 6

3. Conclusiones: tarea de la fotogrametría.

Luego de todo lo dicho, nos resulta sencillo comprender que la tarea de la Fotogrametría consiste en la racional ejecución de los fotogramas y en su posterior interpretación técnica (enderezamiento y/o restitución). Los resultados pueden consistir en valores numéricos de coordenadas, cotas, etc., en cartas, o bien en maquetas.

La fotogrametría aérea permite así, una muy rápida ejecución de los trabajos de campo y de la resultante cartografía, con la consiguiente economía cuando se la aplica debidamente y a zonas adecuadas. Otra ventaja proviene de la posibilidad de efectuar el levantamiento sin necesidad de recorrer la superficie del terreno, lo cual es de gran importancia para las zonas de difícil acceso (pantanos, territorio enemigo, etc.).

A estas principales ventajas se opone el inconveniente del elevado costo del material necesario, que determina como mínima superficie a sobrevolar para obtener una efectiva economía, la cantidad de 100 hs.

TRIANGULACION RADIAL

4. Teoría de la triangulación (poligonación) radial.

Como importantísima aplicación del método fotogramétrico, la triangulación aérea, contribuyendo a independizar a la Fotogrametría Aérea de las operaciones terrestres, llena eficazmente su cometido de proporcionar nuevos puntos fijos, puntos de apoyo para trabajos de enderezamiento o el dibujo de cartas topográficas.

Una de las dos grandes ramas en que se divide la triangulación aérea es la llamada triangulación radial, sumamente sencilla y de especial aplicación a terrenos llanos, y cuya teoría se sustenta en la siguiente: **Propiedad**: "El haz de los rayos que unen el punto principal H. de una cámara con eje de toma vertical (en cuyo caso H coincide con el **punto nadiral N** que se ilustra en fig. 7) con puntos cualesquiera de la placa fotográfica, coincide con el correspondiente a la proyección horizontal de la radiación de las direcciones desde el mismo punto H (o N) a los respectivos puntos de la superficie terrestre, independientemente de las diferencias de altura entre los mismos".

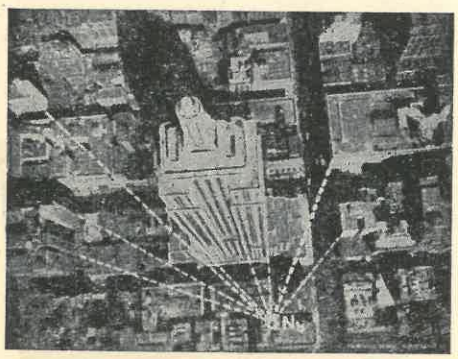


Fig. 7. *Punto de fuga nadiral según K. Schwidefsky.*

El punto principal H, o el nadiral N, o también el central M, son pues los tres **puntos radiales** (de ahí el nombre del método), que pueden ser utilizados como vértices de ángulos en el fotograma. La elección de una entre las tres posibilidades está condicionada en cada caso por las condiciones del terreno a relevar, de acuerdo con los siguientes criterios:

La elección del punto nadiral N ofrece la ventaja de que las diferencias de nivel de los puntos objetos en el terreno, no afectan las correspondientes direcciones en la imagen. Se le opone a esta ventaja el inconveniente de que, con excepción del caso de coincidencia de N con H, o sea de vista exactamente nadiral, el ángulo que se mide en la imagen no es igual al ángulo horizontal en el terreno.

Si se elige el punto principal H como vértice de ángulos, se obtendrán directamente los mismos valores que los correspondientes ángulos en el terreno, aún con plano de imagen algo inclinado. Pero cualquier pequeña diferencia de altura en el terreno, tendría fuerte influencia sobre esta medición angular.

La elección del punto central M ofrece la ventaja de una rápida y cómoda determinación como intersección de ejes de coordenadas definidas por las marcas marginales del fotograma. Para el caso de vistas nadirales, coincidirán los puntos M y H.

Explicación del método:

La fig. 8 que utilizaremos para dar al lector una somera explicación del método radial, muestra **arriba**, en perspectiva, tres vistas superpuestas, formando los puntos principales H_1, H_2, H_3, conjuntamente con los puntos fijos A y B, el **pentágono: $E_1 H_2 H_3$ AB.**

Abajo se ven las 3 vistas en posición natural, horizontal, con el dibujo de los ángulos correspondientes a cada una.

A y B son dos puntos fijos con coordenadas conocidas. La figura nos muestra que el recubrimiento es, (o debe ser) tal que el punto principal H_1 de la primera vista y el H_3 de la tercera, aparecen también en la segunda vista: el H_2 también sobre la primera y tercera vista.

Además en las tres vistas deben aparecer nítidamente visibles los dos puntos de apoyo terrestres, A y B, señalados como se ilustra en fig. 13.

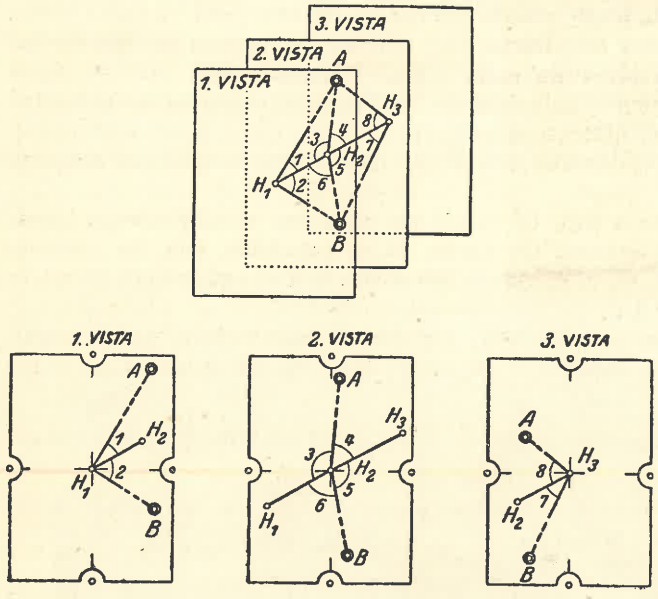


Fig. 8. *Determinación de puntos fijos de apoyo mediante el método de triangulación radial, con vistas verticales (negativos horizontales).*

Si se trazan ahora en cada vista, con centro en el respectivo punto principal, los rayos a los otros puntos ya mencionados, esos rayos formarán entre sí los 8 ángulos que determinan la forma del pentágono H_1 H_2 H_3 AB.

Si las coordenadas de los puntos A y B son conocidas, según lo suponemos, las coordenadas de los puntos H_1, H_2 y H_3 pueden ser fácilmente calculadas, empleando el procedimiento denominado de "**triangulación de enlace**" o "**poligonal de enlace**".

El "**procedimiento del pentágono**" que acabamos de explicar, puede ser extendido a toda una **cadena** de vistas verticales tomadas en serie con suficiente recubrimiento. Empero, la acumulación de los inevitables errores le impone pronto un límite. Adóptase para la distancia de los puntos de apoyo A y B la longitud máxima de 15 a 20 Km.

El método descrito de poligonación radial es más claro y más conveniente que otros recursos, por su gran sencillez, y la gran similitud con la poligonación de enlace terrestre. Son dos análogos "puentes", el puente aéreo realizado por Aerofotogrametría, y el puente terrestre medido con teodolito

y cinta; ambos calculados y corregidos o **compensados** por el mismo procedimiento.

Se adoptan valores fingidos o aproximados para el lado poligonal de arranque y su rumbo. La escala verdadera y el rumbo definitivo son obtenidos por medio de un punto fijo visible en la 1ª imagen, y otro punto fijo visible en la última. Ambos son vinculados con el sistema de la poligonal aproximada o fingida por medio de la bisección.

La comparación de sus valores en este sistema con sus valores conocidos en el sistema de coordenadas del país nos procura los factores correctores de la escala (factor longitudinal) y el rumbo.

Cadena de rombos y red radial.

El recubrimiento empleado en la triangulación radial es tal, como vimos en fig. 8, que en cada vista aparecen los puntos principales de las vistas adyacentes. Este recubrimiento puede ser aprovechado para obtener otros puntos, los llamados **puntos auxiliares,** con marcar los puntos medios de los bordes superiores e inferiores de cada vista. Uniendo cada uno de estos puntos auxiliares con el punto principal de las vistas adyacentes, se obtendrá una serie de rombos parcialmente superpuestos, que lleva la denominación de **cadena de rombos**; ampliándose con ello, eficazmente la utilidad práctica del método.

Si en lugar de una sola faja de vistas en serie con recubrimiento longitudinal del 60 %, dispusiéramos de varias fajas paralelas, con un recubrimiento transversal del 50 %, el conjunto constituiría una **red radial,** formada principalmente de una red de puntos radiales.

El ajuste de esa red se efectuará con tanto mayor perfección cuanto mayor sea el número de puntos fijos de apoyo que aparezcan sobre los fotogramas.

5. Procedimiento de restitución de los fotogramas de triangulación radial.

Definición: Se entiende por "**restitución**" el conjunto de operaciones de gabinete a que son sometidos los fotogramas (en especial las parejas estereoscópicas) para obtener la carta.

Son tres los procedimientos de restitución:

A) La "escuela alemana" prefiere el **procedimiento de medición y cálculo,** mediante el aparato llamado triangulador radial, en base a los negativos originales.

B) los ingleses prefirieron siempre el **procedimiento gráfico,** en base a las copias de los negativos originales.

C) En U.S.A. se halla en uso desde 1933 el **procedimiento mecánico.**

A) El primer procedimiento requiere para su estudio conocimientos de fotogrametría más profundos que los dados en este capítulo, y para su descripción remitimos al lector a la pág. 183 del Tomo IV, 1ª Ed., del Compendio de Topografía del Agr. Roberto Müller.

B) El procedimiento de restitución gráfica de triangulación radial ha sido empleado por los ingleses en extensas superficies de terreno. Es mucho más sencillo que el procedimiento anterior, porque se evita toda medición y cálculo; y si se le aplica cuidadosamente, la pérdida de precisión no es grande.

Se comienza por trazar sobre trozos de papel transparente, los haces de rayos radiales de cada fotograma. El trabajo se inicia en lo posible, con un

par de fotogramas que contenga un mínimo de 2 puntos fijos de coordenadas conocidas.

Los dos haces radiales de los mismos serán superpuestos de tal modo que los correspondientes rayos al punto radial de las vistas vecinas, $H_1 H_2$ y $H_2 H_1$, coincidan exactamente.

Sólo falta ahora establecer la **escala de imagen,** lo que se consigue con correr el haz de rayos radiales de la segunda imagen hasta que los dos puntos fijos antes mencionados, queden determinados por los correspondientes rayos conjugados de ambas imágenes. Se tendrá determinada así, gráficamente, la distancia $H_1 - H_2$ buscada, en base a los dos puntos fijos dados.

En esta posición de los puntos radiales H_1 y H_2, se podrían determinar los puntos auxiliares A_1 (arriba) y B_1 (abajo), por intersección hacia adelante de rayos conjugados y, en base a ellos, la posición del punto radial H_3, del mismo modo que antes el H_2 fue obtenido en base a los puntos fijos de coordenadas conocidas.

En análoga forma se proseguirá con las demás imágenes de la faja.

Si durante el desarrollo de la faja se encontrara un nuevo punto fijo con coordenadas conocidas, se obtendrá una discrepancia entre la posición dada por las coordenadas y la del dibujo, la que será repartida sobre los puntos anteriores proporcionalmente a sus distancias al origen.

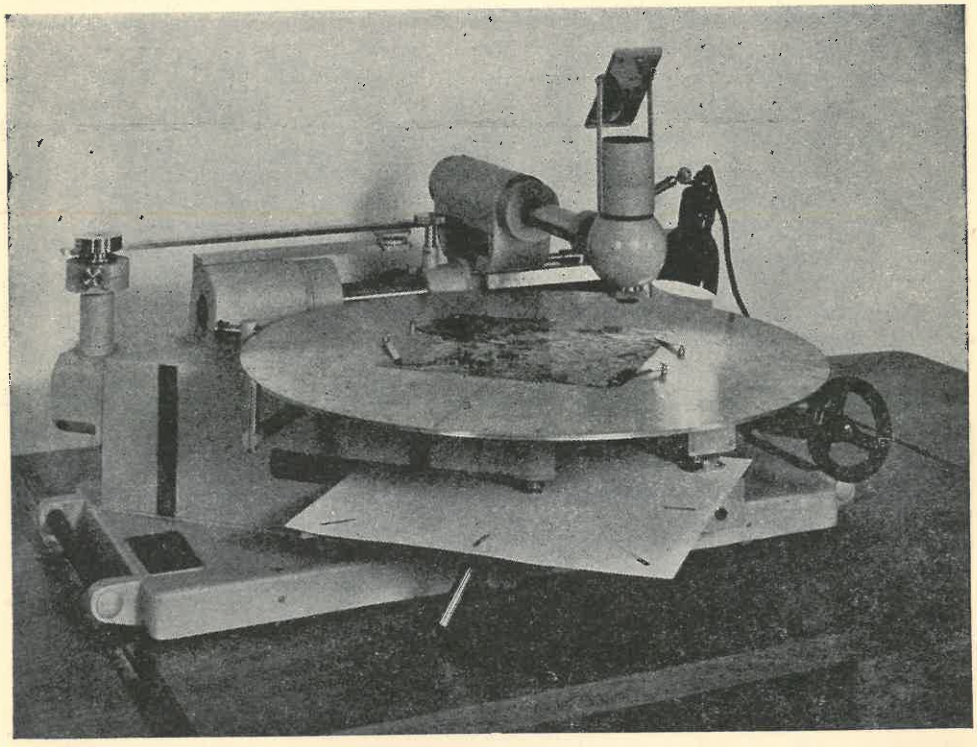


Fig. 9. *"Radialsecator" RS.I. de Zeiss-Aerotopograph, Munich.*

C) El tercer procedimiento de restitución, la **triangulación radial mecánica** mediante **plantillas ranuradas,** fue introducido en 1933, por C. W. Collier en los EE. UU. con el nombre de "Slotted - templates method" donde se popularizó rápidamente. Casi en seguida su difusión alcanzó también a Alemania, cuyo modelo más adelantado en la actualidad de triangulador radial mecánico es el "**Radialsecator RS. I**" de la casa Zeiss - Aerotopograph, Munich, (ver fig. 9), presentado por Alemania al Congreso Internacional de Fotogrametría que tuvo lugar en Washington en septiembre de 1952. El instrumento es especialmente adecuado para el aprovechamiento de vistas con inclinaciones de hasta 25°, y diferencias de escalas comprendidas entre 0,7 y 1,8 veces la dada por la toma.

Este método de restitución se diferencia del procedimiento gráfico en que, en lugar de obtener los rayos radiales geométricamente como rectas trazadas sobre papel transparente, se los representa como trozos de ranuras, practicadas en las copias de los negativos (método primitivo) o mejor aún en plantillas de "cardboard" (método moderno) con un aparato especial, siendo el más perfeccionado de estos aparatos el de Zeiss - Aerotopograph, anteriormente mencionado (Radialsecator). En lugar de la intersección geométrica de rayos conjugados del procedimiento gráfico, tenemos aquí una vinculación mecánica de "rayos mecánicos".

Las ventajas del procedimiento de triangulación radial mecánica son seductoras: se evita toda medición y todo cálculo. Permite subdividir la labor de conjunto en varias sencillas operaciones parciales, las que pueden ser ejecutadas por personal de relativa poca ilustración, el que después de poca práctica, suele dar resultados completamente satisfactorios. El trabajo se controla por sí mismo, evitándose así las dificultades y molestias inherentes a las compensaciones de las discrepancias.

La precisión de los resultados satisface a muchos objetivos de la práctica, ante todo para las cartas a pequeñas escalas, como lo demuestra el intenso empleo que del mismo hace el U. S. Soil Conservation Service. Asimismo juzgamos que por las características morfológicas de extensas zonas de nuestro país, resultaría muy conveniente la adopción de este método por los profesionales argentinos. La triangulación radial madiante plantillas ranuradas puede ser también empleada para el levantamiento de terrenos montañosos, si las distancias nadirales son conocidas.

En resumen, podemos decir: La **Triangulación radial** con sus tres procedimientos de restotución, el numérico (medición y cálculo), el gráfico, y el mecánico, ha adquirido en la actualidad mucha importancia por la sencillez y la eficiencia práctica con que logra realizar su objetivo; o sea, la obtención de nuevos puntos fijos, puntos de apoyo para un trabajo de enderezamiento o el dibujo de la carta topográfica.

TRIANGULACION AEREA

6. Triangulación aérea estereoscópica.

En los casos en que el terreno sea fuertemente ondulado, la triangulación radial no responde a la requerida precisión, dado que no ofrece vinculaciones altimétricas entre los distintos puntos del terreno sobre-volado.

En estos casos se recurre a la **estereofotogrametría,** la cual permite la reconstrucción del modelo estereoscópico del terreno mediante parejas de vistas estereoscópicas tomadas desde distintas posiciones de la cámara, sensiblemente paralelas entre sí, con recubrimiento parcial, de modo tal que observando las proyecciones de ambas imágenes, es decir, siguiendo con la vista las intersecciones en el espacio de los sucesivos pares de rayos homólogos (correspondientes al mismo punto objeto desde ambas posiciones de la cámara), se obtiene la misma sensación de relieve que percibe el hombre en el terreno, gracias a su visión binocular.

Esta reconstrucción, y la consiguiente obtención de la carta topográfica, son operaciones de gabinete que se definen en la técnica con el nombre de restitución, como ya sabemos, y que se llevan a cabo con diversos tipos de aparatos, llamados restituidores.

El recubrimiento de las tomas de tal modo que parte del terreno levantado aparece fotografiada en dos o más fotogramas, posibilita teóricamente la orientación de las vistas sucesivas en base a puntos fijos fotografiados en vistas anteriores. Es decir: para que una vista vertical carente de puntos fijos de apoyo pueda ser ajustada con respecto a la anterior, en el orden sucesivo de la serie a partir de la primera, será necesario y teóricamente suficiente que la primera vista esté dotada del necesario número (3 ó 4) de puntos fijos de apoyo.

7. El problema de la triangulación aérea: dos métodos resolutivos.

El problema de la triangulación aérea constituye uno de los más importantes de la Estereofototopografía Aérea, puesto que su objetivo es la **provisión de puntos fijos a las zonas carentes de ellos,** dándoles con ello el necesario fundamento para la confección de las correspondientes cartas. Su solución directa podría ser enunciada como sigue:

Determinar dos puntos de estación aéreos mediante el problema de la carta (intersección hacia atrás) en base a puntos fijos terrestres conocidos, hallando luego, por el método de intersección hacia adelante, desde esos dos puntos de estación aéreos, la posición planialtimétrica de nuevos puntos del terreno, los que a su vez, constituirán la base para nuevos problemas de la carta para un segundo ciclo de determinación, y así sucesivamente.

La simple lectura del enunciado de este método dará al lector la idea que no ha de ser éste el camino que en la práctica dé resultados más satisfactorios, porque se da cuenta de la dificultad de obtener desde esos dos puntos de estación aéreos, por el método de bisección, la posición planialtimétrica de nuevos puntos de apoyo terrestre; porque sabe que las ternas de coordenadas correspondientes a esos dos puntos de estación aéreos, son valores inseguros, y que son inseguros también los valores de las ternas de parámetros angulares de cada uno.

Llámase **modelo total** (estereoscópico) de una faja de terreno levantada, al conjunto de puntos de intersección de rayos homólogos de sucesivos pares de haces de rayos conjugados.

El hecho de que un modelo total de un terreno obtenido por una sucesión de vistas debidamente recubiertas para su correcta observación estereoscópica, puede ser concebido como una agrupación de **modelos parciales** de pares de fotogramas, nos proporciona un valioso criterio de distinción de maneras de proceder, a saber:

A) Método de los pares de vistas independientes.

Ejemplos de pares de vistas independientes:

1 y 2, 2 y 3, 3 y 4, etc.

El primer modelo parcial se obtiene con orientar las vistas 1 y 2 en base a los respectivos puntos de apoyo. Luego se formará, análogamente, el segundo modelo parcial, y se lo ajustará sobre el primero. Para que este ajuste pueda ser efectuado con suficiente seguridad, los modelos parciales deben recubrirse un 50% o 60%.

El fotograma 2 es orientado nuevamente en $\frac{2}{3}$ de su superficie, con entera independencia de la posición que tiene en la primera combinación.

La experiencia ha demostrado que los modelos parciales sufren en los sucesivos empalmes deformaciones sistemáticas (en el mismo sentido), lo cual constituye un grave inconveniente del método.

B) Método de los pares de vistas enlazadas.

El método que ha dado hasta hoy los mejores resultados en la triangulación aérea, es el de los fotogramas enlazados, que consiste en lo siguiente: se comenzará por orientar el primer modelo 1 - 2 (como en el método anterior) en base a los puntos fijos conocidos. Luego se orientará la vista 3 con respecto a la 2; empero, sin modificar en nada la orientación que la misma había recibido al orientarse el primer modelo 1 - 2. A continuación se orientará la vista 4, sobre la 3 exclusivamente, y así sucesivamente.

Es evidente que el proceder así, agregando vista a vista, sin preocuparse de que la vista anterior puede estar, o mejor dicho, está en cierta medida erróneamente orientada, este modo de proceder origina, por causa de la acción de los **errores sistemáticos,** en el modelo final o total, una deformación tanto más pronunciada cuanto mayor sea la longitud de la cadena. Resultan entonces cada vez mayores las diferencias entre las medidas del modelo y las reales.

De ahí las necesidades de emplear aparatos especiales que proporcionen informaciones de las fuentes de errores sistemáticos de cada vista, en base a las cuales se pueda ir variando posiciones en la sucesiva orientación de las vistas enlazadas.

Pero todos esos recursos instrumentales que nos proporcionan los elementos para corregir la orientación absoluta de los aerofotogramas, con respecto a la vertical y al horizonte, sólo pueden ser considerados como solución precaria de un gran problema cuya solución definitiva debe ser mirada como una posibilidad del porvenir.

POLIGONACION AEREA Y AEROPROYECTOR MULTIPLEX

8. Poligonación aérea de enlace.

Daremos a continuación un ejemplo de ejecución de poligonación aérea para ilustrar la aplicación del método de fotogramas enlazados, por su sencillez y claridad, y por considerarlo como el más apropiado para dotar, desde el aire, de puntos fijos a extensas zonas carentes de ellos, apoyando en sólo dos puntos fijos extremos.

La forma más simple de aplicación del método de fotogramas enlazados resulta cuando se consigue realizar el modelo total por una simple compo-

sición directa y sucesiva de los modelos parciales, conservando el modelo total por una simple composición directa y sucesiva de los modelos parciales, conservando el modelo total en esa forma durante todo el proceso de elaboración.

Sólo es posible llevar a la práctica todas estas condiciones, mediante el:

Aeroproyector Multiplex

El Aeroproyector Multiplex, (ver figs. 10 y 11) originalmente desarrollado por la Casa Carl Zeiss (Jena) y construido en la actualidad también por las casas Bausch & Lomb, Rochester, N. Y., EE. UU., y Williamson Mfg. Co. Ltd. de Londres, emplea el principio de la proyección anaglífica, y se lo aplica ventajosamente a la confección de planos **a escalas pequeñas o medias,** en los que la mayor precisión que da el Estereoplanígrafo C-8 de Zeiss, no es indispensable.

Representa a la vez la forma más simple y más práctica de producir mapas cartográficos deducidos de aerofotogramas, como lo demuestra la descripción que a continuación hacemos del procedimiento:

Los negativos originales, generalmente de tamaños de hasta 24 x 24 cm son reducidos al formato de 4x4 cm, con orientación interna de alta precisión, y refotografiados sin distorsión sobre placas de vidrio, a los efectos de confeccionar diapositivos.

Obtenidos los diapositivos se los coloca en los proyectores Mutiplex.

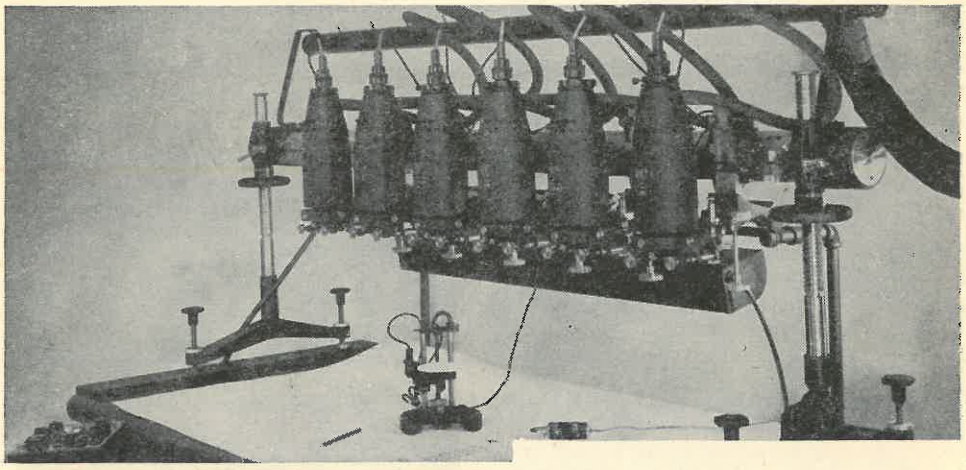


Fig. 10. *Dispositivo de 6 aeroproyectores Multiplex orientados relativamente. Sobre el tablero vése también el "horizonte buscapuntos".*

El dispositivo que se ilustra en fig. 10 sostiene 6 proyectores. Estos proyectores, duplicados exactos invertidos de la cámara filmadora, serán orientados en lae mismas posiciones relativas que cuando las tomas fueron rechas.

En estas condiciones, los pares de rayos homólogos provenientes de proyectores adyacentes, se cortan en puntos del espacio, en general no coplanares, cuyas posiciones relativas son las mismas que las que los objetos

reales ocuparon en el terreno en el instante de la toma. El modelo orientado puede entonces ser visto estereoscópicamente con gafas especiales, resultando así un duplicado de la superficie de la tierra en miniatura.

Para dar la sensación estereoscópica, se colocan en los proyectores adyacentes, filtros de colores complementarios. Cuando se observa con las gafas citadas, también provistas de los mismos filtros, uno para cada ojo, un ojo ve una imagen, y el otro ojo la segunda imagen del par, dando así la superposición de ambas sensaciones en el cerebro, la impresión del relieve, de gran utilidad para la confección e interpretación de la carta.

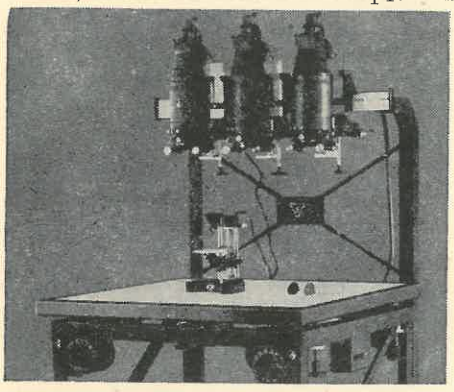


Fig. 11. *Multiplex de 3 proyectores. Vése también el "buscapuntos" y las gafas.*

Para convertir en un mapa (restituir) este modelo, se hace uso de lo que llamaremos **horizonte flotante buscapuntos,** o más simplemente "buscapuntos" (*) (ver fig. 12), que consiste en un círculo horizontal de vidrio pulido, exactamente centrado sobre un lápiz marcador solidario con la base del pequeño instrumento, el cual puede ser desplazado a mano libre sobre la mesa de dibujo. El centro del círculo de vidrio, o más propiamente, el punto de intersección de la vertical del lápiz marcador con aquél, está indicado por la llamada "marca flotante" o "marca estérea", que puede ser un circulito, o bien el extremo de una flecha.

Gracias a su movilidad vertical, el horizonte buscapuntos puede captar los puntos a diferentes alturas, medir éstas en su escala vertical, y llevar, por desplazamientos laterales, a coincidir el punto con la marca flotante, con lo cual el lápiz marcador podrá "bajar" ese punto al plano del dibujo, en el que se tendrá así su exacta proyección ortogonal.

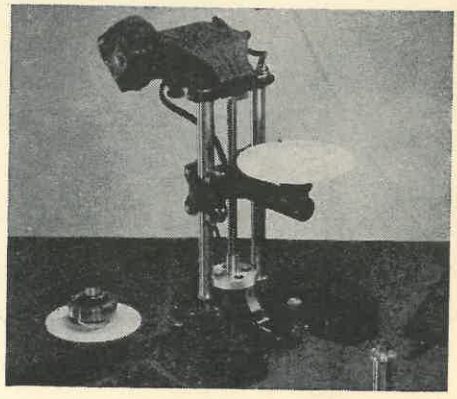


Fig. 12. *"Buscapuntos".*

La casa Bausch & Lomb construye el equipo Multiplex en varios modelos: el de barra simple, (fig. 10) que puede llevar hasta 9 proyectores, el de barra doble, para hasta 21 proyectores, y la unidad auxiliar (fig. 11) que aloja hasta 3 proyectores, especialmente adecuada para trabajos reducidos, o de relleno, y para fines educativos.

(*) Preferimos esta libre traducción para el correspondiente término alemán "Projektionstischchen" o los "projection table" o "tracing table', del inglés, por creerlo más didáctico que el de "mesa de trazar" con que a veces aparece en las descripciones en castellano.

Para dar a nuestros lectores una idea de la aceptación del método, sirva informar que la U. S. Geological Survey tenía en servicio en 1948, 15 unidades Multiplex en el relevamiento del valle de Tennessee, y el cuerpo de Ingenieros del Ejército Norteamericano, tenía en ese entonces empleadas probablemente igual número en el resto del país.

La estimación del costo en aquella época en EE. UU. por la totalidad de los trabajos a escala 1 : 12.000 era de unos U$S 44.— por milla cuadrada, que resulta entre $^1/_3$ y $^1/_5$ del costo de los trabajos topográficos terrestres. Efectuando en cambio el trabajo con uno de los grandes aparatos de restitución para vistas apareadas, dotados de sólo **2 proyectores,** resulta mucho más laboriosa la tarea, debiendo ser establecida la coordinación de un modelo parcial recién formado, con el modelo total, mediante la lectura de coordenadas en el aparato, o por medio de la determinación de puntos auxiliares intercalados.

Los 7 pasos operativos en el empleo de Aeroproyector Múltiplex.

Son los siguientes

Paso 1: Orientación relativa de los fotogramas 1 y 2.

Paso 2: Orientación absoluta del primer modelo parcial con respecto a puntos de apoyo conocidos.

Paso 3: Se añade el fotograma 3 al 2, pero sin variar en nada la posición del 2.

Paso 4: Ajuste de la escala del segundo modelo parcial.

Paso 5: Repetición de los pasos operativos 3 y 4 para todos los fotogramas del levantamiento.

Paso 6: Corrección de la escala del modelo total en base a los puntos de apoyo conocidos del último modelo parcial.

Paso 7: Rectificación altimétrica de la orientación absoluta del modelo total, en base a los puntos altimétricos conocidos.

Terminada esta última operación instrumental, puede ser iniciada la confección de la carta de toda la faja levantada, plani-altimétricamente.

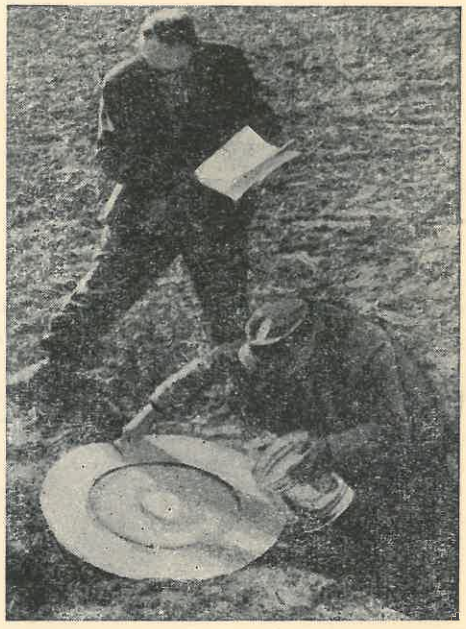


Fig. 13. *Señalación de puntos de apoyo para relevamientos aerofotogramétricos.*

9. Comparación entre la Poligonación Terrestre y la Aérea.

Mientras que en poligonación terrestre es necesario medir directamente cada punto fijo de una poligonal, con los recursos de la aerofotogrametría serán necesarios en el terreno sólo unos 10 puntos de apoyo por Km^2 medidos por métodos terres-

tres, y además la debida marcación (ver fig. 13) de los mismos y de los puntos límites a levantar. Cada punto debidamente señalado queda inequívocamente identificado en el fotograma (fig. 14) y por consiguiente en la carta (fig. 15). El sistema más adecuado para la señalación de puntos para rele-

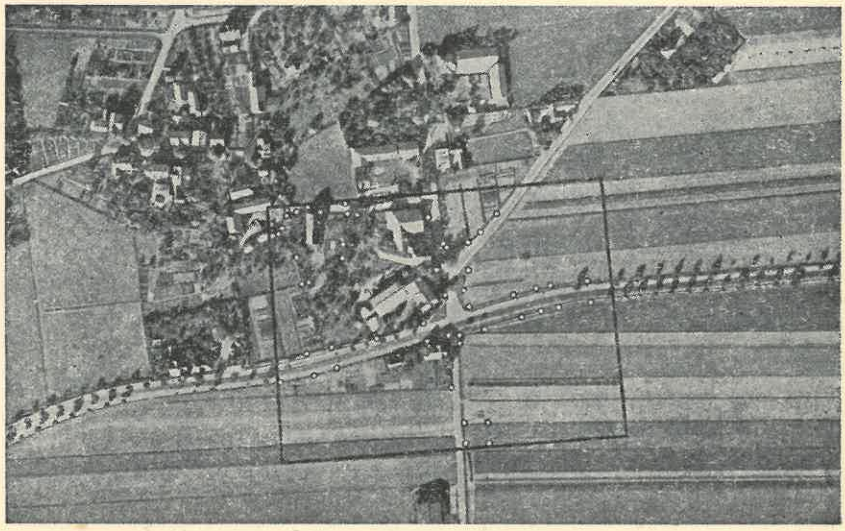


Fig. 14. *Fotograma aéreo a escala 1:7500. Los círculos blancos son los puntos límites que han sido señalados como ilustramos en fig. 13.*

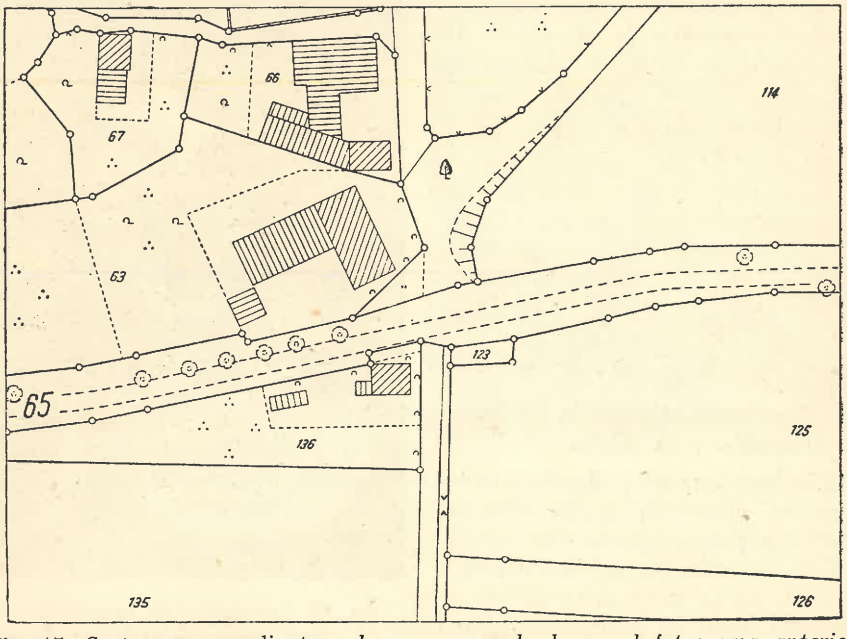


Fig. 15. *Carta correspondiente a la zona recuadrada en el fotograma anterior, obtenida mediante su restitución a la escala 1:3000.*

vamiento aéreo es el de los discos de yeso que ilustra la fig. 13, tanto por su resistencia a los efectos de la intemperie, como por la sencillez de su aplicación. Como lo demuestra la figura, se utiliza para ello una moldura metálica anular, de 40 - 50 cm de diámetro, colocada sobre el terreno previamente alisado (sin pasto), la que se rellena con una capa de yeso en polvo, de un espesor de 1 cm. El yeso fraguará rápidamente con sólo humedecerlo superficialmente.

Con tomas aéreas y restitución estereográfica es posible producir no sólo cartas de escala pequeña (1:5000 y 1:25000), sino también cartas catastrales (preferentemente rurales) a gran escala (1:1000 y 1:2000).

Los fotogramas serán tomados en vuelo a baja altura (600 a 1000 m). Como último trabajo de campo, se hace una comparación de los fotogramas con el terreno, aclarando o verificando todos los detalles confusos.

El resto de la mensura se hará en el gabinete, con ayuda de los restituidores. La precisión obtenible es de unos 10 cm en la medición de distancias por cada 100 m.

Término medio se obtiene un abaratamiento del 25% con respecto al costo de los procedimientos terrestres.

10. Recapitulación.

Con la brevísima exposición que antecede, hemos tratado sucintamente los tres siguientes temas:

la triangulación (poligonación) radial,
la triangulación estereoscópica, y
la poligonación aérea de enlace con el Múltiplex.

El primero, por ser un procedimiento sencillo y eficaz, que proporciona rápidamente cartas a medianas y pequeñas escalas con resultados muy satisfactorios, con un desarrollo prácticamente terminado según se deduce de las informaciones sobre el 7º Congreso Internacional de Fotogrametría, Washington, 1952.

El segundo tema, puesto que sirve de fundamento para tratar luego el tercer tema, el principal aquí tratado, y que se aplica con todo éxito cuando la zona sobrevolada (en vuelo bajo) está dotada del suficiente número de puntos básicos obtenidos por el procedimiento clásico, con error medio de 10 cm.

Resulta, en resumen, la suma de trabajos a realizar, integrada por la determinación previa de la red de puntos poligonales básicos con toda la precisión requerida; su adecuada señalación (poco tiempo antes del vuelo), conjuntamente con la de los numerosos puntos de apoyo a intercalar, y de los puntos límites a levantar en vuelo fotogramétrico, por medio del cual se obtiene una serie de fotogramas entrelazados. Las dudas que surgieran en la interpretación de estos fotogramas serán salvadas por un reconocimiento en el terreno. Aclarada así toda duda en las placas, las mismas podrán ser restituidas en el Estereoplanígrafo, el que proporcionará directamen-

te el correspondiente plano a la escala deseada, o bien se podrá emplear el aeroproyector Múltiplex.

Dentro de este tercer tema hemos descrito al Múltiplex detalladamente en sus aspectos instrumental y operativo, por considerarlo el más interesante desde el punto de vista didáctico, en vista de una deseada introducción de la aerofotogrametría en la enseñanza práctica universitaria de nuestro país, la que quizás no tarde en producirse.

INDICE ALFABETICO

Los números significan páginas. Las rayitas (—) substituyen los términos impresos en negrita en el presente índice.

Abat, cuña — 131, 137.
Acimut, etimología 175, definición 175, — de una estrella, 93, 175.
Aeroproyector Múltiplex — 271.
Ajuste, — de las patas del trípode 163, — de los tornillos calantes 163, — del microscopio a escala 21, — del microscopio a tornillo 23.
Alargamiento de la cinta de acero por exceso de tensión 257, ej. numérico 257, por exceso de temperatura 256.
Alidada, etimología 3.
Alidada circular, definición 4, 9.
Alineaciones, método de — 182.
Altura, — de una estrella 93, ángulo de — 1.
Amsler, J. Prof. (1823-1912), retrato 176 Tomo I, primer constructor de nivel reversible 45.
Angulo horizontal, definición 1, medición de —, concepto fundamental 4, 5, punto de referencia 4.
Angulo vertical, concepto 1, punto de referencia 4.
Angulo inclinado o ángulo oblicuo, concepto 1, 2, medición 1, 2, 109.
Angulo de conicidad del eje vertical, 35.
Angulo de convergencia de un nivel reversible 47, de los ejes verticales de un teodolito repetidor 38.
Angulo poligonal, definición 170, designación 170, 192, medición 196, criterio sobre la precisión práctica 196.
Anteojo distanciómetro 126, fórmulas 128.
Anteojo excéntrico 62, 63.
Anteojo auxiliar excéntrico del teodolito de minas 156, 157, 246, objeto 158.
Apreciación del nonio 14.
Aregger, Alfredo, geómetra de catastro suizo, ideó el distanciómetro que lleva su nombre 133.
Aregger-Kern, distanciómetro — 138.
Arrastre del limbo 35, 38, 113.
Astrolabio, principio 1, 109.

Bajar un punto trigonométrico inaccesible 213, 214.
Balanceo de un teodolito 35.
Barr, Archibald 132.
Bessel, Federico Guillermo (1784-1846), retrato 9, Tomo I, juicio sobre el cálculo numérico 171.
Bessel, regla operativa de — 105, 195.
Bisección, — hacia adelante 168, — hacia atrás (problema de la carta) 169, 170.
Boscovich, Ruggero Giuseppe (1711-1787), ideó la pareja de cuñas girables 137.
Bosshardt, Rodolfo, geómetra de catastro suizo, ideó un distanciómetro auto-reductor que lleva su nombre 137.
Bosshardt-Zeiss, distanciómetro "Redta" 143.
Brandenberg, ingeniero alemán, ideó el teodolito de suspensión que lleva su nombre 159.
Brandenberg - Hildebrand, teodolito de suspensión 158, 254, descripción 159, utilidad práctica 159, 160.
Breithaupt, F. W. Sohn, Kassel 37, 66, 73, 74, 153, 154, 155, 157, 160, 237, 246, 256, teodolito de nonio 75, características 73, teodolito de minas 246, 157, características 157.
Bremiker, Carlos Dr. En 1852 publicó en latín la primera edición de sus conocidas tablas de logaritmos de 6 decimales; ocho años más tarde la primera edición en alemán 172.

Cc. constante aditiva 127.
Cabeza de trípode 66, 67,—, nuevas concepciones 68, 70.
Calado con nivel tubular 51, — con nivel esférico 53.
Calante, tornillo — 4.
Cálculo numérico, criterio 171.
Centración de un teodolito 70, su realización mediante un nuevo tipo de trípode 69.
Centración forzosa de señal y trípode, concepto 155, equipo de — 153, 156, 235.
Centro de teodolito, definición 5.
Cierre, definición 197.
Cierre de poligonal cerrada 197, cantidad de elementos necesarios 197, observaciones sobrantes 197.
Cierre angular, condiciones de — 198, 199 error de — 201.
Cierre lineal 201, error de — 201, su representación gráfica 202.
Cierre de coordenadas 198, 199, error de — 201, representación gráfica 202.
Cinta de ínvar, su conservación 163, — en la poligonación terrestre 240, — en la poligonación subterránea 257.
Cinta de acero para minas, dimensiones 255, uso práctico en la mina 255, alargamiento por exceso de tensión 257.
Cinta suspendida, su empleo en la mina 256, error de pandeo de la — 257.
Círculo graduado o limbo 6, — metálico 6, — de cristal 6, graduación y numeración 7, generalización del sistema centesimal 8, 9, característica del limbo con doble graduación 6, 27, 87.
Clavius (1558-1612), su papel en la introducción del nonio 18.

Coeficiente de rendimiento, definición 104, 113, importancia técnica 114, explicación del método de determinación, ej. numérico 115.
Cojinete, — del eje secundario 44, — del eje vertical cónico 34, cilíndrico 39, — a bolillas 42, 43.
Compensación de los errores instrumentales 95, 97, 108.
Compensación del error de cierre, — angular 201, — de coordenadas 205, 206.
Condiciones de trabajo, — de campo 114 —de gabinete 114.
Condiciones de ejes de teodolito 85, 86, 93.
Constante, — aditiva 127, — multiplicativa 127, — de un nivel de burbuja 49, — de orientación 117.
Contralor de la sensibilidad de un nivel 49, 50, 51.
Convergencia de meridianos, definición 175, fórmula aproximada 176, ej. numéricos 177, conclusiones 178.
Convergencia de la plomada 250.
Cooke, Troughton & Simms (Buckingham Works, York) 34, 35, 36, 37, 39, 40.
Coordenadas, — parciales 178, — totales 178.
Coordenadas de placa 261.
Corrección del teodolito 85, eje de colimación 86, eje secundario 88, eje principal 85, 86.
Corrección del nivel de burbuja 53, 56, 58, — criterio 60.
Corriente de aire en la mina 245, — artificial 245, — natural, causas que la originan 245.
Cuadrantes del sistema de coordenadas, su numeración 172.
Cuñas de cristal, — de Boscovich 137, — de Abat 131, 137.

D, distancia inclinada 127.
d, distancia reducida al horizonte 127.
Desequilibrio entre los efectos de los errores de observación α y β, su eliminación 120.
Desviación lateral o acimutal de una poligonal abierta 206, 207, tolerancia 258.
Diametralidad de los índices 12.
Distancia cenital, definición 2.
Distanciométricos, hilos — 126.
Distanciómetro, anteojo — 126.
Distanciómetros de precisión a dobles imágenes, — de Wild (Heerbrugg) 132, de Aregger (Kern) 133, autorreductor de Bosshardt (Zeiss) 137, de Wild (Heerbrugg) 143, de Kern (Aarau) 145 Accesorios distanciométricos 146.
División centesimal del limbo 8, perspectiva de generalización 8, 9.
Doble trazo índice 22, 23, 79, 120, recurso para aumentar la precisión 121.
Doble trazo de limbo 29.
Doble graduación de limbo de cristal, característica 6, 27, 87.
Doble plomada, — común 70, — óptica 235, 236, 237, 238.
Doble proyección vertical, con el teodolito 91, con la plomada en la mina 247, 248, 249, 250, 251.

Eje vertical, — principal, — de rotación o — de alidada de un teodolito 3, 35, 36 condición 93.
Eje vertical cónico 34, descargas 35, inconveniente 35, conicidad 35.
Eje vertical cilíndrico 39, condiciones constructivas 40, ventajas e inconvenientes 40.
Eje vertical con cojinete a bolilla 39, 42, 43.
Ejes verticales dobles (de alidada y limbo), ventajas e inconvenientes 38, arrastre 38, ángulo de convergencia 38, tolerancia 38.
Ejes verticales adyacentes 35, 36.
Ejes verticales independientes 35, 39.
Eje de colimación, 2, 86, condición 93.
Eje secundario u horizontal, o eje de muñones 2, 44, condición 93.
Eje de nivel tubular, definición 47.
Eje de coordenadas, 173, sistema general 172, sistema local 172, 228, 231, 249.
Elementos de orientación interna y externa de un fotograma — 261.
Enderezamiento, su necesidad y efecto — 262.
Entibado de las minas 244, objeto principal 245, secundario 245.
Error del eje de colimación, c. 86, corrección 86, 87, 88, ej. numérico 87.
Error del eje secundario, i, 88, corrección 88 - 92, ej. numérico 91, 92.
Error del eje principal, v, 85.
Error de proyección c' (de una visual) 93, 94, valor máximo 94, valor mínimo 94, eliminación 95, ej. numérico 94.
Error de proyección δ en el sentido estrecho de la palabra: $\delta = c' - c$, 93, 94, 95.
Error de proyección i' (de una visual) 95, definición 96, valor máximo 96, valor mínimo 96, eliminación 97.
Error de de proyección v' (de una visual) 97, 98, valores extremos 98, ej. numérico 102.
Errores de proyección (de una visual), c' i', v', su acción de conjunto 100.
Error de proyección Δ de un ángulo medido en una sola posición del anteojo 101.
Error de proyección Δ' de un ángulo medido en ambas posiciones del anteojo 101, valor máximo 102, ej. numérico 102.

Errores de proyección, criterio sobre la necesidad de su estudio 103.
Errores de medición angular 104.
Error medio m ω de un ángulo 108 — M ω de la media 108.
Error medio M_d, su comparación con m^a. 122, M ω_r y M ω_s de un ángulo ω_s, 122, 123.
Error de cruce de un nivel de caballete 57, 58.
Error de lectura por coincidencia 125.
Error de estima en la lectura de coincidencias 121.
Error de paralaje en la lectura de nonio 18.
Error de cierre lineal 201.
Error de cierre angular 198, 199.
Error de cierre de coordenadas 198, 199.
Error de la medición lineal indirecta 124, 125, 126.
Error de arrastre 38.
Error de excentricidad de la alidada 9, su eliminación 11, 12.
Error de pandeo de la cinta 257, ej. numérico 258.
Error sistemático lineal 200.
Error accidental en la medición poligonal 240.
Error longitudinal 206, 207.
Error lateral o acimutal, 206, 207.
Errores de centración 104.
Errores de observación α y β 118, su desequilibrio 120.
Estadia, etimología 126.
Estadimétricos, hilos — 126.
Examinador de niveles 50.
Excentricidad de la alidada 9, definición 9, eliminación 11, 12.

Fennel Soehne, Otto, Kassel 19.
Formularios, ventajas de su empleo 181.
Fotogrametría, su definición — pág. 260.

Galería en dirección, definición 244.
Gauss, C. F., mejora del método de repetición 35.
Gauss, F. G., autor de tablas de funciones trigonométricas 172.

Hildebrand, Freiberg (Sajonia), 158, 160, 237, 254, teodolito de suspensión — 158, plomada óptica doble — 237.

i' altura del eje secundario o señal sobre la plataforma de trípode 155, 235, 256.
i' distancia entre el punto de suspensión de teodolito, señal o mira y el eje secundario del teodolito 254.
Intersección, método de — hacia adelante 168, 169, — hacia atrás (problema de la carta) 169, 170.

Jalón, conservación 163.
Jordan, W. Prof. Dr. h. c. (1842-1899) geodesta alemán, autor de la conocida obra "Handbuch der Vermessungskunde" 36, 44, 197.

K, constante multiplicativa 127.
Kappes, Th. 125.
Kern & Cía. Aarau 27, 30, 43, 64, 69, 70, 72, 82, 83, 84, 133, 145, 146, 147, 148, 236, teodolito — DKM1 82, características 82, lectura del limbo 82, teodolito — DKM2 83, características 83, lectura de limbo 83, cojinete a bolillas del eje vertical 42, 43, nuevos tipos de trípodes de teodolito 68, 70, autorreductor DK-RT 145.

Labor de minería, — de acceso 244. de preparación 244, de explotación 244.
Lado poligonal, concepto 170, designación 192.
Lalande, J. J. (1732-1807), astrónomo y matemático francés, regla de — 181.
Largo más favorable de la burbuja de nivel tubular 46.
Lectura de limbo, — grosera 13, — fina 13, — total 13, 15.
Lectura de media coincidencia 16.
Limbo o círculo graduado, definición 6, graduación y numeración 7, círculo con doble graduación 6, diversos tipos de graduación de limbo vertical 8, división centesimal 8, 9.
Localizar un error angular grosero 209.
Localizar un error lineal grosero 209.
Longitud del lado poligonal 178, 179, 183, su influencia sobre la medición angular 196.
Lupa lectora de nonio 16, su necesidad 17.
Lüdemann, K., 150, 160, 239.

Marcación de puntos poligonales 193, terrestres 194, — subterráneos 195, — aéreos 196 y 273.
Marcas, importantes tipos 194, 195, 196.
Maskelyne, Nevil (1732-1811), astrónomo inglés micrómetro óptico — 131, su juicio sobre el cálculo numérico 171.
Mayer, José Tobías (1723-1762), astrónomo alemán, ideó el nivel reversible 45.
Medias coincidencias, lecturas de — 16.
Medición de ángulos horizontales, concepto fundamental 4, 5.
Medición angular, — simple 105, por la regla de Bessel 105, 106, 107, 196, — por giros horizontales, direcciones o series 111, — por reiteración 108, — por repetición 109.

Método de repetición, procedimiento operatorio 109, 110, ejemplo 111, eliminación de errores instrumentales 110, nota histórica 109.
Método de repetición, ventajas e inconvenientes 36, 37, 109.
Método de repetición, su aplicación en las minas 127, 246.
Método de series o giros horizontales, características 111, ejecución 112, pruebas de cálculo 113, cantidad máxima de direcciones 113.
Método de las semiseries 113.
Método de reiteración, ventaja 36.
Medición angular de la mina 252, 253, 254.
Medición lineal en la mina 255, con cinta en el suelo 255, con cinta suspendida 256.
Método poligonal, característica 170.
Método de bisección o intersección, — hacia adelante 168, — hacia atrás (problema de la carta) 169, 170.
Método trigonométrico 170.
Método de alineaciones (poligonales rectas) 182, 188, ventajas e inconvenientes 189.
Método de orientación en la mina, con dos plomadas en un mismo pozo 247, procedimiento céntrico 247, procedimiento excéntrico 248.
Método de orientación en la mina mediante poligonal de enlace 249, 250.
Micrómetro, definición 134.
Micrómetro filar, su inconveniente 130.
Micrómetro óptico, su ventaja 130.
Micrómetro de coincidencia 28, 29.
Micrómetro de bisección 25, 30.
Micrómetro óptico de dobles imágenes, 131, 132, — de Maskelyne 131, — de Aregger 134, — de Wild 132, — de Bosshardt 137.
Microscopio de lectura, — a trazo simple 19, a trazo doble 23, 25, 79, a escala 20, 25, a nonio 21, a tornillo 22, 23, — de limbo a doble graduación 27, 30.
Minas, ambientes de — 151, 152, 153, 241, 242.
Mira horizontal, su ventaja e inconveniente 128.
Mira vertical 188, efecto de la refracción terrestre 132.
Mira colgante, descripción 160, uso práctico 160, 254.
Monografía de punto fijo poligonal 212.
Montanari, Germiniano (1633-1687), astrónomo italiano, su papel en la construcción de micrómetro 130.
Múltiplex, aeroproyector — 271.
Muñones del eje, horizontal 43, eje de — 44.

Nivel de anteojo o "nivel" simplemente nota terminológica 45.
Nivel de burbuja o "nivel" simplemente, nota terminológica 45.
Nivel tubular montado, — de base o de regla 51, — de caballete 51, — de cámara 46, — de burbuja constante 47, — de coincidencia 48, — reversible 45.
Nivel de alidada 56, — horizontal 56, — vertical 3.
Nivel testigo o nivel de índice o de alidada vertical, definición 4, precisión 195.
Niveles cruzados 57.
Nivel reversible, concepto 45, sensibilidad 48, ángulo de convergencia 47, tolerancia 47.
Nivelar un plano 54, precisión 55.
Nonio o vernier, nota histórica 18.
Nonio, objeto 13, principio 14, modo de efectuar las lecturas 13, 15, apreciación del — 14, dos diferentes criterios de construcción, sus ventajas e inconvenientes 15, 16, lupa de — 16, su necesidad 17, paralaje del — 18.
Normas de cálculo numérico 171.
Normas sobre la elección de puntos poligonales 193.
Nuevo punto, definición 167.
Numeración del limbo 7.
Núñez, Pedro (1492-1577) 18.

Observaciones sobrantes 117, 197, definición 167.
Orientación de los trabajos mineros 246, procedimiento céntrico 247, procedimiento excéntrico 248, mediante poligonal de enlace 249, 250.
Orientación de fotogramas 261.

Paralaje filar 129.
Paralaje óptica 133.
Paralaje del nonio 18.
Parejas de cuñas girables según Boscovich 137, 139.
Parejas de trazos 31.
Paso muerto 32.
Perry, José, ingeniero y matemático inglés, su juicio sobre el cálculo numérico 171.
Peso de un rumbo de lado poligonal 212.
Peters, Prof. alemán, autor de las tablas de valores naturales de las funciones trigonométricas, con 6 decimales y división sexagesimal del cuadrante 172.
Pitágoras, fórmulas de — 179, 180.
Plano principal de un nivel esférico 53.
Plano visual, definición 5.
Plantillas ranuradas, método de las — 268.
Plomada, 70, — común 70, — rígida 70, — doble 70.
Plomada óptica 71, 237, primer tipo unido

al teodolito 71, 237, 238, segundo tipo independiente 235, 236, 237, ventaja del segundo tipo 238, 239.
Poligonación terrestre, finalidad 167.
Poligonación subterránea 151, 241, su importancia 151, equipos de — 151, 241, su superior calidad 154, fidelidad de los planos 152, 153.
Poligonación aérea, 259-276.
Poligonación de precisión, 235-240, medición lineal 240.
Poligonal, definición 190, importancia 190, — aislada 192, — abierta 192, en la mina 245, finalidad 190, 191.
Poligonal principal, ej. numérico 223, precisión y tolerancia 227.
Poligonal secundaria terrestre 228, ej. numérico 228, precisión y tolerancia 234.
Poligonal de enlace terrestre 228.
Poligonal de enlace subterránea 249, 250.
Poligonales subterráneas con lados cortos 246.
Polígono cerrado 192, ej. numérico 217, 220 y 221, precisión y tolerancia 219, 222, compensación 222, inconveniente de los grandes polígonos cerrados 199.
Pozo 243, — vertical 243, — diámetro 244, — inclinado 243, de ventilación 152, 153.
Precisión de la vertical establecida con teodolito común 57, con teodolito más perfecto 102.
Precisión de un ángulo 104.
Precisión de la medición lineal en la mina 258.
Principio del nonio 14.
Principio de la taquimetría 126.
Principio de la lectura por coincidencia 28.
Principio de la medición indirecta de distancias 123.
Principio de Wilski 251.
Prisma de Aregger 134.
Probeta de niveles 50.
Problema de la carta 170.
Proyección de la visual inclinada sobre el limbo horizontal 85.
Proyección con la plomada en la mina 251, procedimiento simple 251, método de Wilski 251.
Punto fijo poligonal, definición 167, terrestre 194, subterráneo 195, aéreo 196.
Punto nadiral 264.
Punto trigonométrico inaccesible, modo de "bajarlo" 213, 214.
Punto perdido, definición 256.
Punto de referencia 4, — para la medición de ángulos horizontales 4, — para ángulos verticales 4.
Punto de verticalidad, concepto 58, definiciones 58, 59, su utilidad práctica 60, 61, teorema fundamental 61.

Radialsecator de Zeiss 268.
Rectificación de un teodolito 85.
Redondeo de números 171.
Reducción de distancias inclinadas al horizonte 135, 136.
Referencia, temperatura de — 256, punto de — para los ángulos horizontales 4, dirección de — para ángulos verticales 4.
Regla operativa de Bessel 107, planilla explicativa 107, ej. numérico 107, 196, error medio m ω^2 del ángulo ω 120.
Reinhertz, C. Prof. Dr., inventó el microscopio a trazo 20.
Reiteración, método de — 108, error medio m ω^2_n de un ángulo ω 122.
Rendimiento de un teodolito, definición 113, su importancia técnica 114, su determinación 115-118.
Repetición, método de — 109, error medio M ω_r de un ángulo ω 123.
Restitución de fotogramas, concepto y procedimientos 266.
Retículo estadimétrico 126.
Richard, Robert H. 132.
Rumbo, definición 173, designación según Jordan 173, — directo 173, — inverso 173, — negativo 173.
Rumbo de arranque 224, 228, — arbitrario 228, — provisional 228.
Run, etimología 23.
Run, definición 23, 24, corrección 23, eliminación 23.

Semiserie, método de — 113.
Sensibilidad de un nivel de burbuja 48, determinación práctica 48, 50.
Sentido de la graduación del limbo — horizontal 7, 159, — vertical 7, 8.
Sentido de la numeración de puntos poligonales 190, 193.
Señal colgante de mina 158.
Señal de mina 153, 154, — para contracción forzosa 153-156.
Serie, método de — 111.
Sistema general de coordenadas 172.
Sistema local de coordenadas 172.
Sistema micrométrico, — horizontal 31, su funcionamiento 32, — vertical 33.
Sistema de Borda o sistema francés 38, su ventaja e inconveniente 38, 39.
Sistema de unión entre pata y plataforma de trípode 66.
Sistema de unión entre la plataforma del trípode y la base del teodolito 67-70.
Socavón 243, 247.
Stroud, William 132.

Tablas de las funciones trigonométricas 172, criterio sobre su uso 171.
Taquimetría, etimología 126.
Taquímetro, teodolito —, definición 126.
Temperatura de referencia en los con-

trastes de cintas de acero 256.
Tensión normal en los contrastes de cintas de acero 256.
Teodolito, etimología 1.
Teodolito céntrico o concéntrico, definición 5.
Teodolito excéntrico, definición 5, 78.
Teodolito simple de un solo eje vertical, característica 34.
Teodolito reiterador de un solo eje vertical, característica 34, 35, 36.
Teodolito repetidor de dos ejes verticales, característica 36, 37, utilidad práctica 37, 38, ventaja del sistema 38, inconveniente 35, 38.
Teodolito de minas, 151, 152, 153, 156, 157, 158, 241, 242, 246.
Teodolito óptico, característica 6, su creciente difusión 13, modelos 74-84.
Teodolito óptico de coincidencias 76, 80, 81.
Teodolito óptico a escala 77.
Teodolito óptico con parejas de trazos y lecturas del promedio por bisección de fino espacio blanco, con micrómetro 82, 83, 84.
Teodolito de suspensión 158, descripción 150, utilidad práctica 159, 160, 252, 253, 254.
Teorema fundamental sobre la verticalización del eje principal mediante el punto de verticalidad 61, corolario del teorema 62.
Teorema relativo a los rumbos directos e inversos 173.
Testigo, nivel — 3, marca — 193, 194.
Thévenot, ingeniero francés, inventó el nivel tubular 45.
Tipos, — de trípodes 64, — de marcas 193, 194, 195, — de niveles montados 51.
Tiro poligonal, definición 190, ver **Poligonal**.
Tolerancias de Catastro Suizo 203, 204, 205.
Tolerancias para el error de cierre lineal que rigen en la Provincia de Buenos Aires 204.
Tolerancias del Autor 204, 205.
Tolerancias para el cierre angular, catastro suizo 205, Provincia de Buenos Aires 205, ciudad de Berlín 205.
Tolerancia para los trabajos subterráneos 257, 258.
Tolerancia para el ángulo convergencia de los ejes de un nivel reversible 47, — de los ejes verticales de un teodolito de repetición 38.
Tornillo, — calante 4, — de presión 31, — de aproximación o de coincidencia 31.
Transporte de un teodolito montado 71.
Trato general de un teodolito 161.
Triangulación, método de — 170, — aérea 268, — radial 264.
Trípode de teodolito 64, objeto 64.
Trípode, — alemán 65, — inglés 66, 67, 68, — inglés moderno 151, 156, — Zeiss 68, — Kern 68, 72, — Wolz 66.

Valor ideal, definición 226.
Valor medido, definición 224, 226.
Valor ideal menos valor medido = corrección, definición del concepto 226, 249, su ilustración numérica 226.
Variación de las marcas en las minas 246, consecuencia para la poligonación 246.
Ventilación de las galerías 245.
Vernier, Pedro (1580-1637), ver nota histórica relativa al nonio 18.
Vernier, ver **Nonio**.
Verticalidad, punto de — de un nivel de alidada 58, definiciones del concepto 58, utilidad práctica 59, 60, reglas operatorias 59, 60, teorema 61.
Verticalización del eje principal de un teodolito, regla práctica 56, precisión 57, 102, ej. práctico 58.

Watts, E. R. & Cia., Londres 47, 156, 241.
Watts, equipo de poligonación subterránea — 156, 241.
Watts, nivel — de burbuja constante 47.
Wild, Heinrich, ingeniero constructor de instrumentos geodésicos y topográficos suizo, Dr. h. c., retrato pág. 22 del Tomo II, Vol. 1 y contratapa del presente volumen.
Werkmeister, P. Prof. Dr. 121.
Wilski, P. Prof. Dr., 251, principio de — 251.
Wolz, M. (1850-1928), introdujo la articulación esférica en la construcción de trípode de teodolito 66.

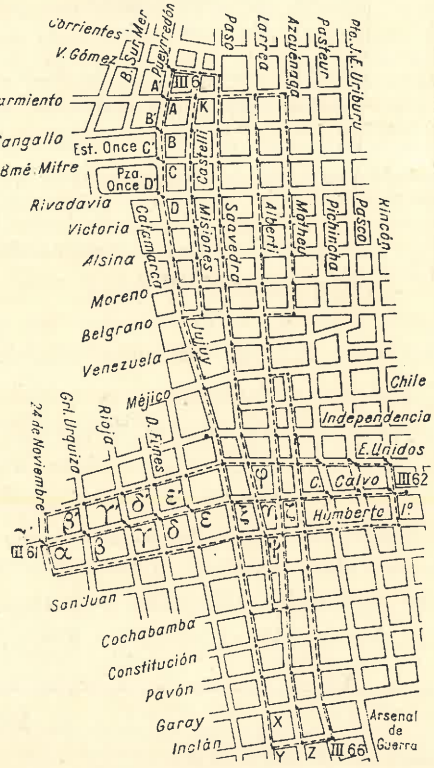
Zeiss, Carl (1816-1888), fundó en 1846, en Jena la firma que lleva su nombre.
Zeiss, graduación de limbo de cristal 6.
Zeiss, nuevo trípode de teodolito 68.
Zeiss, nuevo sistema de eje cilíndrico, — de nivel 39, — de teodolito 41.
Zeiss, primer modelo de teodolito óptico 26.
Zeiss, equipo de poligonación de precisión para centración forzosa 235, 242.
Zeiss, teodolito — IV, 77, características y lectura de limbo 77, teodolito — II, 76, características y lectura de limbo 76, camino del rayo 29, 30 — I, cubretapa, — Th 3, 78.

El levantamiento de los límites de propiedad en trabajos catastrales argentinos

por el

Dr. Jacobo Mettler

Trabajo presentado al Tercer Congreso Argentino de Ingeniería, Sección Agrimensura, 6 de abril de 1942.



SUMARIO

Pág.

1. Necesidad de marcar los límites de las propiedades 3
2. Sobre la manera de marcar los límites de las propiedades y los puntos poligonales 5
3. Modo de ejecutar los trabajos catastrales 8
4. Esbozo de un levantamiento catastral urbano en un ejemplo concreto 8
5. Demarcación de las calles 12
6. Procedimientos aconsejables para catastros rurales 13

OBSERVACIONES PREVIAS.

Publicamos en el presente Suplemento al Tomo II, Vol. 2, para salvarlo de un injustificable olvido, un meritorio trabajo del Dr. J. Mettler (ver pág. 243 del Tomo I), por tratarse en primer lugar, de un tema de gran actualidad para la evolución cultural argentina, (más extensamente expuesta en la 5ª Edición de nuestro Tomo I) y en segundo lugar, por su alto valor intrínseco, por ser un trabajo de categoría, en el cual el Dr. Mettler nos da un hermoso ejemplo de aplicación práctica de su laudable y sana doctrina y sabia máxima de técnica trascendental, incansablemente practicadas y propugnadas, creando una tradición durante su larga vida en nuestro Instituto Geográfico Militar, doctrina que se define y resume con las siguientes palabras:

Dr. J. Mettler

Que todo trabajo geodésico y topográfico de carácter fundamental debe ser ejecutado con un elevado espíritu de previsión, es decir, en la mejor forma, con gran cuidado y la máxima precisión, obteniéndose así, como resultados, cartas fehacientes que nos honran y puntos geodésicos verdaderamente fijos y seguros, perennemente marcados y, por ende, casi indestructibles, todo un gran conjunto de valores gráficos y numéricos de primer orden que no pueden dejar de ser apreciados, valorados y justamente admirados por todas las generaciones venideras. (Ver Tomo III - Vol. 1, pág. 103, Nº 10).

R. MÜLLER

Dr. J. METTLER

El levantamiento de los límites de propiedad en trabajos catastrales argentinos.

(Trabajo presentado al 3er. Congreso Argentino de Ingeniería, sección Agrimensura, el 6-IV-1942 (*)).

1. Necesidad de marcar los límites de las propiedades. Características de los catastros modernos.

Uno de los objetos principales de los catastros modernos, tanto urbanos como rurales, consiste en dar seguridad a la propiedad raíz.

Condición indispensable es que los límites de las parcelas se hallen bien definidos por medio de marcaciones precisas y durables. Esas marcaciones deben, en forma racional y con suficiente precisión, ser ligadas a ciertos puntos fijos, puntos poligonales y vértices de triangulación, los cuales, en comparación con las marcas límites, deben ofrecer todavía una mayor seguridad contra la pérdida o una remoción, siempre posible, sea por descuido o por alguna acción mal intencionada.

En Estados de cultura primitiva o atrasada los límites de la propiedad raíz suelen estar definidos en forma muy vaga. Arroyos con orillas muy mal definidas, hasta susceptibles de alteraciones temporarias o permanentes, líneas de crestas y talwegs no claramente visibles en el terreno han sido elegidos muchas veces para límites de propiedad. En otros casos estos límites están representados por cercos o alambrados, los cuales, con el tácito acuerdo de los propietarios, hacen las veces de marcaciones de límites. Pero como ningún cerco o alambrado dura más que un cierto número de años, se presenta de tiempo en tiempo la necesidad de reemplazarlo por uno nuevo, y no existe seguridad de que la ubicación dada a este coincida exactamente en toda su extensión con el cerco o alambrado anterior ya destruido o difícil de identificar.

En ciudades que aún no tienen un catastro moderno y definitivo, se acostumbra aceptar tácitamente las medianeras existentes como límites de la propiedad. Pero si bien una medianera edificada puede ser una buena guía para que dos propietarios de común acuerdo establezcan una marca nítida, que en adelante se comprometen a reconocer como límite exacto de sus propiedades, la medianera por sí sola no es suficiente para marcar con precisión y en forma durable el límite de dos predios. Además, con la continua renovación de la edificación en las ciudades, muchas medianeras son derribadas y reemplazadas por nuevas, y no hay ninguna seguridad que éstas, con centros no muy bien definidos, coincidan exactamente con las anteriores, y cuando sobre tal asunto se produce un desacuerdo entre vecinos, no hay elementos suficientes para decidir fácilmente el litigio. Las medidas que figuran en los títulos muchas veces son contradictorias entre sí o con situaciones de hecho inmutables, pero aun cuando no lo fueran, generalmente no son servibles para dilucidar cuestiones en litigio, por el hecho de que en el terreno faltan marcas precisas e indiscutibles a partir de las cuales deberían ser tomadas las medidas.

En cuanto a los terrenos baldíos, en el mejor de los casos, o sea cuando se trata de subdivisiones recientes, se suelen delimitar en forma muy precaria por medio de estacas, las cuales con un mínimo esfuerzo pueden ser extraídas, si es que "incomodan" para la edificación, no resultando raro el caso que algún propietario de un terreno que es el último en edificar en su frente de manzana, lo encuentre bastante diminuido, debido a que sus vecinos inmediatos y mediatos han ocupado sus lotes a su manera, "según las medidas de los títulos", como dicen, aunque en cada caso todavía dentro de las tolerancias vigentes. Como en tales casos la merma sufrida no es debida exclusivamente a una usurpación de parte de un vecino, sino en realidad

(*) *En el tiempo transcurrido desde la presentación del presente trabajo hasta la fecha, ha cambiado fundamentalmente el panorama "legal" de nuestro país, con la sanción de la ley 14.159, del Catastro. No obstante, por diversos factores de interés, en especial de orden técnico, el lector podrá sentirse satisfecho de su lectura.*

a una acumulación de pequeños errores, posible por la falta de marcaciones fidedignas, en la mayoría de los casos resulta prácticamente imposible corregir los errores en forma justiciera, y el propietario perjudicado generalmente prefiere sufrir el daño antes de entrar en un pleito complicado y costoso con peritajes difíciles y aleatorios.

Todos estos graves inconvenientes desaparecen desde el momento en que se dispone de catastros científicos levantados según principios modernos. Actualmente los llamados catastros de las ciudades, provincias y territorios argentinos son improvisaciones consistentes en planos y registros aproximados, que precariamente llenan el fin de facilitar la cobranza de los impuestos, pero que de ninguna manera satisfacen la exigencia fundamental de dar seguridad a la propiedad raíz y de contribuir al saneamiento de todos los títulos existentes, para cegar la inagotable fuente de litigios y pleitos que emanan de predios mal definidos.

Las características principales de un catastro moderno son dos:

1) La marcación precisa y durable de todos los límites de propiedades.

2) La existencia de mediciones que permiten expresar coordenadas de adecuada precisión de los vértices de parcelas en un solo sistema de coordenadas o a lo menos en un número muy restringido de tales sistemas.

Catastros que presentan estas características se pueden basar solamente en triangulaciones oficiales, las cuales, en nuestro país, se hallan a cargo del Instituto Geográfico Militar.

La ejecución de trabajos catastrales rurales es notablemente facilitada cuando ya existen planos topográficos regulares, como planchetas en escalas de 1:50 000 ó 1:25 000, las que también son levantadas por el Instituto.

Existen en nuestro país circunstancias favorables que facilitan notablemente los trabajos catastrales modernos: entre éstas son de mencionar la configuración llana de una gran parte de la República y de casi todas las plantas urbanas, como también el trazado regular de las calles en estas últimas.

La circunstancia de que, no obstante estas ventajas, hasta ahora no se hayan emprendido en nuestro país trabajos serios tendientes a la creación de catastros modernos, es en parte explicable por el relativo atraso en que se encuentran las triangulaciones. Esta circunstancia desfavorable pesa más para los catastros rurales que para los urbanos. En ciudades que deseasen crear un catastro científico, dadas sus extensiones sobre el terreno generalmente no muy grandes, siempre será factible, con un trabajo moderado, ejecutar triangulaciones locales que más tarde se ligarían a la triangulación general del país. En cuanto a las provincias y territorios, con superficies muchas veces comparables a los países europeos enteros, sus triangulaciones completas son obra de mucho aliento, que siempre requieren un mayor número de años de trabajo asiduo y erogaciones en dinero considerables. El modo práctico cómo las provincias de nuestro país pueden en un tiempo prudencial obtener las triangulaciones necesarios por los catastros, consiste en contratarlas con el Instituto Geográfico Militar o empresas particulares especializadas, competentes para esta clase de trabajos.

Siempre es de gran conveniencia contratar al mismo tiempo la creación de una red fundamental de nivelación y hasta el levantamiento de la carta topográfica regular a escala de 1:50 000, por suministrar tales obras geodésicas y topográficas siempre elementos en parte indispensables y en parte por lo menos sumamente útiles para los ulteriores levantamientos propiamente catastrales.

Una vez que se hallan suficientemente adelantadas las triangulaciones, los gobiernos nacional y provinciales deben promover las leyes necesarias que obliguen a todos los propietarios a marcar en forma reglamentaria y a remediar los límites de sus predios dentro de un plazo adecuado, por ejemplo de 10 años, enlazándolos con las triangulaciones existentes, con la conminación que los predios que después del plazo acordado no hayan sido marcados y medidos conforme a las prescipciones, lo serían por la oficina catastral y a expensas de los respectivos propietarios. Emprender trabajos con pretensiones de llegar a un catastro sin que antes exista la triangulación oficial, casi siempre resulta prematuro y lleva solamente a improvisaciones cos-

tosas, que en el fondo tienen un valor real muy escaso. Igual cosa hay que decir de todos los trabajos, llamados catastrales, que se emprendieran sin antes marcar todos los límites de predios en forma durable. Trabajos encaminados en tal forma defectuosa, aun cuando en ellos se invirtieran grandes sumas de dinero, no pueden nunca llevar a un catastro verdadero y científico, sino en el mejor de los casos a una *parodia* de catastro (expresión muy oportuna empleada por el profesor Juan Jagsich (1). Es evidente que entre una parodia de catastro y un catastro verdadero hay la misma diferencia que la que existe entre una apariencia de un gran cañón construido de cartón y un cañón de verdad.

De lo dicho sobre la falta de triangulaciones oficiales en la mayor parte del país se desprende que en lo referente a catastros rurales es preciso tener cierta paciencia. No se puede hacer la casa antes de haber echado el fundamento. Las poligonales necesarias para el levantamiento de los límites de propiedades forzosamente deben basarse en puntos trigonométricos. Pero se puede desde ya tomar rumbo hacia un catastro verdadero con observar en adelante dos normas de conducta:

1) Tender en todo lo posible al aumento de las triangulaciones oficiales.

2) Reglamentar las futuras actividades de los agrimensores de tal manera que en adelante sea obligatorio, aun donde no exista todavía la triangulación oficial, marcar en forma sólida, según prescripciones bien estudiadas, todos los vértices de polígonos límites de propiedades, incluso los que caigan en arroyos no navegables, de modo que no se aprobaría ninguna mensura que no satisficiera dichas prescripciones.

Con la exigencia de marcar en el terreno siempre un polígono preciso como límite, aun cuando éste cayera en parte dentro de un arroyo no navegable, se tiene la ventaja que las mensuras de predios vecinos, si bien a menudo ejecutadas en épocas muy diferentes, se controlan mutuamente en cuanto al límite común entre ellos, dado que todas las mediciones se basan entonces en las mismas marcaciones exactas.

Para que los catastros de todas las provincias y territorios, a que se llegaría en un futuro algo lejano, obtengan la uniformidad deseable, será necesaria una ley nacional sobre los catastros y mensuras. En ella debe establecerse la forma de marcar los límites de predios como también el procedimiento legal a observar para conseguir de los propietarios el reconocimiento jurídico de las marcas colocadas por los agrimensores e ingenieros.

De lo expuesto se desprende que el trabajo de las oficinas de catastro es largo y continuo y en los primeros tiempos algo lento, pues en estas épocas consiste principalmente en hacer adelantar las triangulaciones y vigilar que las mensuras que se efectúen se hallen de acuerdo con las normas legales en cuanto a la marcación reglamentaria de los límites de las propiedades y a la medición concienzuda con cintas contrastadas. Las oficinas recogerían esas mensuras como elementos útiles para la ulterior confección del catastro científico, y sólo en los partidos o departamentos que ya tuvieren completas sus triangulaciones y cartas topográficas, procederían, por medio de poligonales convenientemente dispuestas, al levantamiento en conjunto de los límites de predios y calles que aún no tuvieran coordenadas en el sistema oficial. Norma debe ser siempre concentrar los recursos solamente en trabajos útiles para el futuro catastro científico y restringir en todo lo posible trabajos provisionales o dispuestos sin una clara idea de su objeto, que solamente suelen consumir grandes cantidades de dinero, sin compensación equivalente. En la categoría de tales trabajos no aconsejables entran, naturalmente, todos aquellos levantamientos que se emprendieran sin antes marcar los respectivos límites de propiedades.

2. Sobre la manera de marcar los límites de propiedades y los puntos poligonales.

a) Marcaciones en el campo.

En el campo las marcaciones de límites deben ser *dobles* en el sentido que debe haber una marca subterránea y otra sobresaliente del suelo, las dos ubicadas en una misma vertical, pero empotradas en dos cuerpos distintos (piedra artificial o na-

(1) Ver índice de nombres, pág. 242, Tomo I del Compendio de Topografía, de Roberto Müller.

tural), no unidos solidariamente. En esta forma al perderse por cualquier causa la marcación superior, en la gran mayoría de los casos quedará la marcación inferior, que permitirá restablecer la superior con poco trabajo. La fig. 1 representa una sección por una marcación doble consistente en un cuerpo inferior A de $0{,}30 \times 0{,}30 \times 0{,}20$m. y un cuerpo superior B de $0{,}15 \times 0{,}15 \times 1{,}00_{m}$ Las dimensiones de los dos cuerpos pueden variar algo por la naturaleza del terreno, debiéndo ser más voluminosos cuando la tierra no es muy firme. Las mediciones posteriores que arranquen de la marcación, por regla general hacen uso solamente de la marca superior, y únicamente en el caso de que ésta se hallara visiblemente inclinada o alterada, o si hubiera desaparecido, se recurriría a la marca inferior, debiéndose al mismo tiempo restablecer la marca superior. En regiones de chacras, donde no hay mayor dificultad de encontrar las marcaciones subterráneas, conviene a veces que también el cuerpo superior de la marcación doble, quede completamente bajo tierra, a unos 40 centímetros del nivel del suelo, a objeto de no estorbar en los trabajos de labranza.

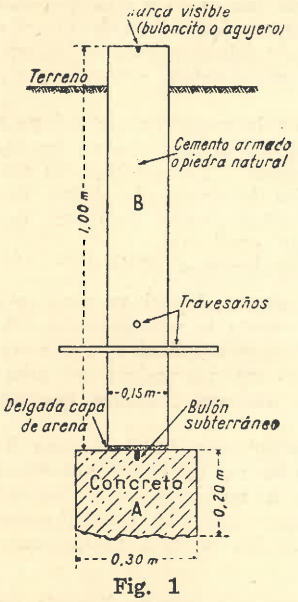


Fig. 1

Sección por una marcación de límite en el campo.

En forma parecida deben marcarse los límites de los caminos en los puntos donde cambian de rumbo, o sea en los puntos de codos. También para estas marcaciones conviene que el cuerpo superior quede completamente bajo tierra, a unos 50 centímetros de profundidad, para hallarse así más protegido.

Las marcaciones que frente a caminos delimiten campos vecinos, no deben colocarse en los límites de los caminos, sino a una cierta distancia uniforme de los mismos, por ejemplo de 4 ó 5 metros.

Cuando el límite entre dos campos o terrenos lo forma un arroyo no navegable, en el cual no es conveniente colocar marcaciones, o de donde no se podría arrancar fácilmente con mediciones directas, el polígono de límite debe ser definido por medio de *parejas* de marcaciones. En la fig. 2 al polígono límite ABCDEF, aceptado en

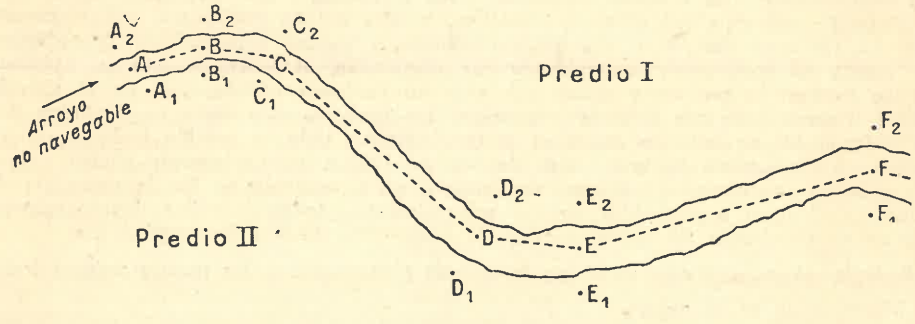


Fig. 2

Croquis de la ubicación de marcaciones límites cerca de las orillas de un arroyo no navegable.

común acuerdo por dos propietarios, es definido por las parejas de marcaciones A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2, etc., de tal modo que cada punto límite es el punto medio entre las dos

marcaciones correspondientes (por ejemplo C el punto medio del segmento C_1C_2, etc.). Cada agrimensor de los que, aún en épocas muy diferentes, midan los predios vecinos I y II, debe determinar las coordenadas de ambas marcaciones correspondientes a cada vértice y deducir las coordenadas de los vértices ideales, situados dentro del arroyo no navegable, en base a las cuales deben calcularse las superficies de los predios. En esta forma las dos mensuras de campos vecinos se controlan mutuamente con la misma eficacia que existe para los límites que no caen en terreno difícil. Las marcaciones en parejas deben colocarse cerca de las orillas de los arroyos, pero, naturalmente, suficientemente distanciadas para no estar nunca en peligro por desmoronamientos de tierra.

En cuanto a los ríos navegables, los lagos y el mar, las líneas de ribera deben marcarse de acuerdo con lo dispuesto en el Código Civil, Art. 2340, y en convenios entre los propietarios y representantes del gobierno.

Para facilitar la búsqueda posterior de las marcaciones, se hará para cada marca colocada una breve descripción (monografía), en la cual, si es posible, figuran algunas mediciones angulares y rumbos magnéticos tomados hacia objetos próximos como molinos, casas, árboles, característicos, y a veces algunas medidas lineales de distancias cortas.

En distritos rurales una marcación de límite que se hubiera perdido completamente es difícil de restablecer, porque otras marcaciones que para tal objeto podrían servir como referencias, se hallan casi siempre muy distantes. De ahí la conveniencia de usar en el campo la marcación doble (subterránea y visible), con la que se reduce mucho el peligro que alguna marca se pierda por completo.

b) Marcaciones en ciudades.

Otra es la situación en lo que se refiere a las marcaciones de propiedades urbanas. En ciudades y pueblos juzgamos adecuado y recomendables las marcaciones *simples* de límites por bulones empotrados en mampostería o concreto. Si a pesar de las recomendaciones que se hacen a los propietarios respecto al cuidado necesario de tales marcaciones, no es posible evitar siempre la pérdida de una u otra marca, ésta puede fácilmente ser restablecida con precisión por la oficina de catastro a condición que exista un catastro moderno con sus numerosas marcaciones vecinas de puntos poligonales y de límites de propiedades. Los límites de predios edificados se marcan frente a las calles por medio de pequeños bulones de bronce de eje horizontal empotrados en las medianeras inmediatamente arriba del nivel de las veredas. Los vértices de parcelas situadas en el interior de las manzanas deben ser marcados por bulones de eje vertical también empotrados en la mampostería. Los límites de terrenos baldíos sin medianeras se marcan frente a las calles por medio de bulones de eje vertical empotrados en pequeños bloques de cemento (por ejemplo de 0,20 × 0,20 × 0,10 m.), los cuales se ubican distantes de 1 metro de las calles y a unos 50 centímetros debajo del nivel del suelo. Cada vez que la edificación o la renovación de la misma hacen necesario remover algún bulón límite, es preciso dar aviso a la oficina de catastro, la que toma a su cargo colocar oportunamente una marcación nueva en el lugar de la marca demolida.

Si bien las leyes sobre marcaciones de propiedades, que es indispensable dictar antes de empezar serios trabajos catastrales, deben primordialmente tomar en cuenta las características del país y de las regiones a levantar, siempre pueden ser beneficiados los proyectos de tales leyes con el estudio de las experiencias recogidas en países europeos en los últimos 60 años. Para tal estudio recomendamos las siguientes publicaciones, fáciles de alcanzar por estar reunidas en un mismo órgano de publicidad:

"Grenzfeststellung und Vermarkung", Zeitschrift für Vermessungswesen 1864, págs. 156 - 158.

"Hüser, Vermarkung als Grundbedingung", Zeitschrift für Verm. 1894, págs. 545 - 557.

"Seyfert, Grenzsteine, Rechtzgültigkeit", Zeitschrift für Verm. 1896, pág. 494.

"Coburg, Vermarkungsgesetz vom 15. Juli 1882", Zeitschrift für Verm. 1882, pág. 534.

"Sachsen-Meiningen. Gesetz vom 14. April 1882, betreffend die Versteinung der Liegenschaften", Zeitschrift für Verm. 1883, pág. 58.

"Lippe. Neues Vermarkungsgesetz vom 17. Juli 1890", Zeitschr. für Verm. 1892, págs. 405 — 411.

"Schwarzburg-Sondershausen, Gesetz, die Versteinung der Grenzen betreffend, vom 21. Sept. 1889, und Erhaltung der trigonometrischen Steine, 20. Dez. 1891", Zeitschrift für Verm. 1897, págs. 318-319 y 382-384.

"Enquête sur le bornage des propriétés. Rapport présenté au nom du comité d' enquête par M. Ch. Lallemand. Paris 1893", Zeitschrift für Verm. 1894, págs. 652 - 656.

3. Modo de ejecutar los trabajos catastrales.

Así como a nuestra opinión existe una fundamental diferencia entre la marcación conveniente de propiedades rurales y la de propiedades urbanas (en el campo: marcación doble, inferior y superior; en la ciudad: marcación simple bajo la vigilancia de las oficinas de catastro), también hay una gran diferencia entre los métodos de levantamiento adecuados para el campo y para la ciudad. Para obtener el catastro científico de una ciudad o de un pueblo, conviene siempre que la oficina de catastro efectúe un levantamiento en conjunto de todas las propiedades (chicas de superficie como son), previa marcación aprobada por los propietarios o establecida judicialmente. En cambio, la confección de un catastro rural puede hacerse paulatinamente, basándolo en las mensuras oficiales que de aquí en adelante se hagan de acuerdo con una adecuada ley sobre marcaciones y catastro. Entre tanto conviene adelantar la triangulación y la nivelación oficial, como también la confección de la carta topográfica regular, y tan sólo cuando estos trabajos se hallan completos en algún partido o departamento, es conveniente proceder al levantamiento sistemático de los límites de propiedad que aún habrán quedado sin medir.

Nada impide, en cambio, el comienzo casi inmediato de trabajos para la creación de catastros urbanos científicos. Es cierto que las ciudades argentinas, con excepción de la Capital Federal, aún no están trianguladas. Pero la triangulación existente de la ciudad de Buenos Aires puede servir de modelo para los trabajos similares a ejecutar en otras ciudades.

4. Esbozo de un levantamiento catastral urbano en un ejemplo concreto.

Explicaremos un modo de levantar los límites de propiedades en una ciudad por un ejemplo tomado de la Capital Federal.

La triangulación de la ciudad de Buenos Aires es un trabajo meritorio ejecutado por el Instituto Geográfico Militar en los años de 1916 a 1918, que suministró 110 puntos fijos regularmente distribuidos sobre la planta urbana. No obstante el largo tiempo transcurrido, en que no fueron utilizados para trabajos serios y bien encaminados, y en que han quedado sin mayores cuidados, pudo sin embargo establecerse que más del 90% de las marcaciones subsisten en buen estado, las que sin duda son todavía ampliamente suficientes para basar en ellas una poligonación catastral.

En los Volúmenes IV y V del Anuario del Instituto Geográfico Militar se halla publicada una información sobre la forma y la ubicación de las marcaciones terrestres de los vértices de esa triangulación, como también una lista completa de las coordenadas de esas marcaciones en un sistema local con origen en la Iglesia de Flores y eje de abscisas en el meridiano del origen. Las coordenadas indicadas son resultados de compensaciones prolijas que se han llevado a cabo con las mediciones angulares correspondientes a cada punto. Los croquis de ubicación de las marcaciones terrestres publicados en el Volumen V, Tomo I de dicho Anuario, en dos láminas intercaladas entre págs. 52 y 53, permiten encontrar fácilmente las marcas necesarias para cualquier arranque. Además existen monografías completas de los puntos trigonométricos archivadas en el Instituto Geográfico Militar.

Damos en fig. 3 la sección vertical de una marcación de punto trigonométrico de la Capital Federal y en fig. 4 el aspecto de su superficie visible a flor de la vereda.

Con el fin de exponer el método que creemos conveniente para establecer la red de poligonales catastrales en una ciudad del tipo corriente en la República Argentina, suponemos que se quiera ejecutar los trabajos catastrales en un barrio de la Capital Federal situado aproximadamente entre la estación Once de Septiembre (hoy Pla-

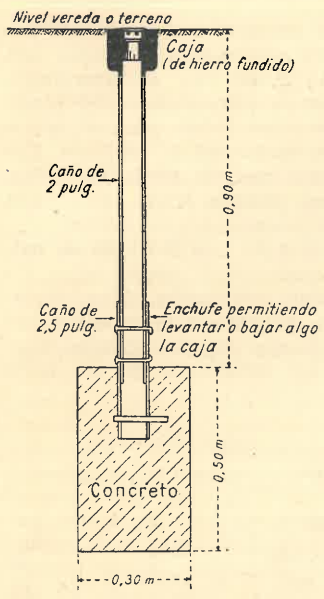


Fig. 3
Sección de marcación terrestre de un punto trigonométrico de la Capital Federal.

za Miserere) y el Arsenal de Guerra. En este barrio existen 4 puntos trigonométricos de la triangulación de la Capital, que son los puntos III 6, III 61, III 62 y III 66, cuya situación se desprende de la fig. 5 y de los croquis de ubicación que reproducimos en fig. 6. Por las calles de rumbo Norte-Sur conviene trazar una serie de polígonos que arrancan todos del punto trigonométrico III 6 y cierran en el punto III 66. Las poligonleas deben trazarse sobre las veredas. Sería un error gravísimo ubicarlas en el medio de las calles, error que los inutilizaría prácticamente para sus fines. Los vértices poligonales A, B, C, D... (fig. 5) se ubican en cada cruce de calles de tal modo que los lados poligonales AB, BC, AK, etc., pasen muy cerca de las líneas de edificación (generalmente a distancias entre 10 y 20 centímetros). Los vértices poligonales A, B, C... se marcan en forma parecida a la empleada para los puntos trigonométricos, aunque por marcaciones algo más sencillas, con centros siempre visibles en cabecitas de acero (o hierro fundido) a flor de las veredas. Una marcación igual a la del punto en A se coloca en un punto A′ en la vereda que se encuentra diagonalmente enfrente del punto A (figs. 5 y 7). Las marcaciones A y A′ se sirven mutuamente de marcas testigos, de modo que si alguna de ellas sufriera un deterioro por cualquier causa, se la podría restablecer con precisión mediante ayuda de la otra, dado que se conocen exactamente el rumbo y la distancia AA′. En igual forma se colocan para todos los puntos poligonales B, C, D... las correspondientes marcas testigos B′, C′, D′... Los lados poligonales AB, BC, CD... se miden con cinta ínvar a tensión controlada, anotándose también la temperatura. Muy ventajoso es hacer construir un equipo especial con cintas ínvar de 130 metros de largo, subdivididas en do-

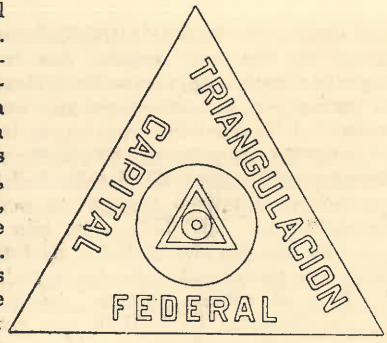


Fig. 4
Aspecto de la superficie visible de una marcación terrestre de un punto trigonométrico en la Capital Federal.

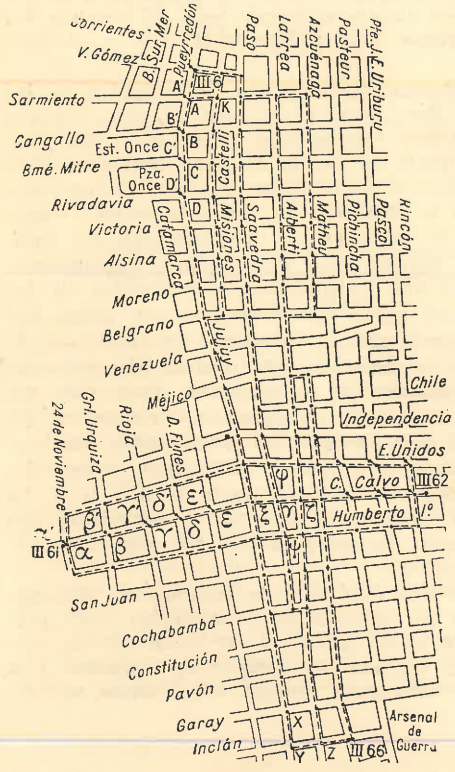


Fig. 5

Barrio de Buenos Aires entre la Estación Once y el Arsenal de Guerra con algunas poligonales Norte-Sud y Este-Oeste proyectadas.
III6, III61... Puntos trigonométricos existentes. Punteado: Poligonales proyectadas y vértices poligonales.

bles decímetros mediante trazos finos, las que generalmente permiten medir un lado poligonal en una sola cintada. Las fracciones menores de 20 centímetros se miden con pequeñas reglas de acero. De todas las marcaciones A, A', B, B', etc., se determinan las cotas por nivelación geométrica, cuyas diferencias sirven para reducir al plano horizontal las medidas lineales de los lados poligonales. No tiene objeto para el catastro empotrar marcas de nivelación especiales, por ejemplo en muros de edificios. Los ángulos poligonales III 6-A-B, A-B-C, B-C-D, etc., se miden con un teodolito óptico, tomándose al mismo tiempo los rumbos a las marcaciones testigos A', B', C'... Las distancias AA', BB', CC'... se miden con una cinta ínvar corta.

Con los ángulos y lados medidos de la poligonal III 6-A-B... y Z-III 66 se calculan las coordenadas de los vértices de la poligonal.

Esta se calcula primero provisionalmente con cualquier orientación. (1er. cálculo). La distancia III 6-III 66 que resulta de las mediciones poligonales se compara con la que se obtiene de las coordenadas dadas de esos puntos fijos, y en un segundo cálculo, debidamente orientado, se aumentan o disminuyen los logaritmos de los lados

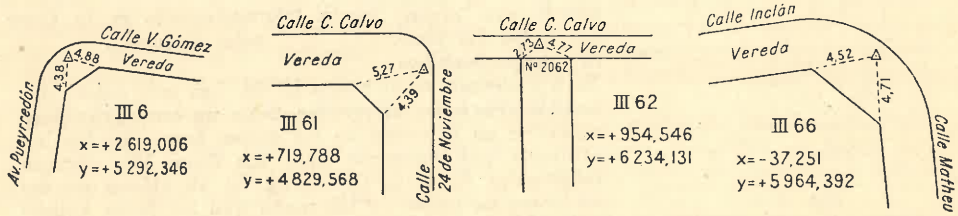


Fig. 6

Croquis de ubicación de las marcaciones terrestres III6, III61, III62 y III66.

medidos en la pequeña cantidad necesaria para que el polígono entre exactamente entre los dos puntos fijos dados. El rumbo de arranque III 6-A, necesario para el segundo cálculo del polígono, se saca con tener en cuenta el ángulo que, de resultas del primer cálculo provisional, media entre el primer lado poligonal III 6-A y el lado trigonométrico III 6 - III 66.

Con este procedimiento se obtienen ya coordenadas bastante aproximadas de los vértices A, B, C, D,... X, Y, Z del polígono. Pero como el número de estos vértices poligonales es bastante considerable, son de temer desviaciones laterales de los puntos, debido a la acumulación de pequeños errores en las mediciones angulares. Este inconveniente sin embargo se anula por completo si se corrigen las coordenadas todavía de acuerdo con las medidas lineales que se obtienen en las poligonales "transversales", en nuestro caso poligonales como la $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\xi\eta\ldots$ que arrancan del punto III-61 y cierran en III-62. Son fáciles de aplicar tales correcciones. Supongamos, por ejemplo, que en fig. 5 se hayan determinado coordenadas provisionales de los puntos ξ y η por medio de las poligonales (casi paralelas) Norte-Sur que pasan por las calles Jujuy y Saavedra respectivamente, pero que la distancia $\xi\eta$ resultante de estas coordenadas acuse una discrepancia con la distancia $\xi\eta$ medida directamente. Se modifican entonces las coordenadas provisionales en lo necesario para que, sin que se alteren las distancias "longitudinales" $\varphi\eta$ y $\eta\Psi$, la distancia "transversal $\xi\eta$ llegue a concordar con la medición directa. Si, por ejemplo, las coordenadas provisionales de ξ y η acusaran una distancia demasiado corta de 40 milímetros, y en vista de que el rumbo aproximado del lado $\xi\eta$ es de 85º, se aumentaría la x y la y del punto $\xi\eta$ respectivamente en 40 cos 85º y 40 sen 85º, siempre en la suposición que el punto ξ ya haya sido ajustado anteriormente de acuerdo con las mediciones lineales "transversales" arrancadas del punto III-61.

Con este procedimiento, que es muy sencillo, debido a la intersección generalmente perpendicular de las calles, se obtiene un sistema de coordenadas muy precisas de todos los puntos poligonales, las que en lo principal se basan en las mediciones lineales efectuadas con cinta ínvar, y en que las mediciones angulares han tenido solamente un papel secundario, como medio para obtener coordenadas aproxi-

madas, que luego se han mejorado con las mediciones lineales directas. Finalmente se calculan también las coordenadas de las marcas testigos A', B', C'....

Una vez obtenida la red de poligonales situadas en las veredas de todas las calles de un barrio, se puede proceder al levantamiento de los límites de las propiedades, previa marcación de todos los vértices de parcelas.

En la fig. 7 representamos una manzana edificada, dividida en un cierto número de predios. Suponemos que los vértices de los mismos se hallen marcados: los vértices sobre calles f, g, h... p, q, r... por medio de pequeños bulones de eje horizontal empotrados en las medianeras casi a flor de las veredas, y los vértices interiores 1, 2, 3..... 31 por medio de bulones de eje vertical también empotrados en los muros. Suponemos también que todos los propietarios hayan declarado su conformidad con las marcas puestas o que eventuales litigios sobre las mismas hayan sido resueltos judicialmente. Los vértices sobre calles p, q, r... se proyectan sobre el lado poligonal AB, que pasa muy cerca de la línea de edificación. Sean p , q , r ... los pies de las perpendiculares bajadas a la recta AB desde los puntos p, q, r... En una cinta ínvar extendida entre A y B se leen las distancias Ap_o, Aq_o, Ar_o..., y se miden los largos de las perpendiculares pp_o, qq_o, rr_o..., Para obtener con precisión estas medidas, conviene pegar en la vereda, frente a cada bulón p, q, r..., una hoja de papel, y con un teodolito (corregido) que se coloca en A y cuyo anteojo se orienta hacia B, se puede alinear sobre los papeles, pequeños trozos de la recta AB, marcándose en ellos los pies p_o, q_o, r_o..., cuyas coordenadas interesan. Para bajar cómodamente las perpendiculares pp_o, qq_o, rr_o..., conviene hacer construir una escuadra especial con un cateto que se puede alargar o acortar dentro de ciertos límites, con moverlo en un enchufe.

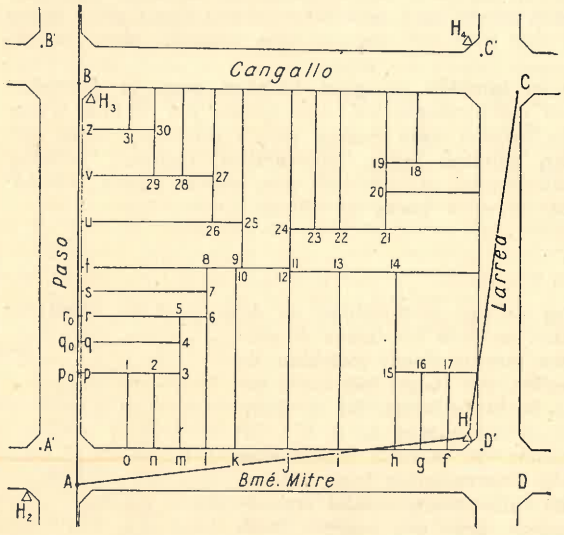


Fig. 7

Manzana con subdivisión en parcelas supuesta con indicación de puntos poligonales y estaciones aéreas.

Para el levantamiento de las marcaciones callejeras de los predios del otro frente de la calle se usan las líneas A'B', B'C', C'D'... de las marcaciones testigos de los puntos poligonales.

Como se nota, el levantamiento exacto de las marcas de límites situadas en las líneas de edificación es un trabajo sencillo y relativamente rápido, siempre que los tiros poligonales hayan sido ubicados en modo conveniente sobre las veredas y bien cerca de las casas. Otra ubicación de las poligonales, por ejemplo en el medio de las calles, sería inconveniente en absoluto para un levantamiento preciso de los límites de propiedad y prácticamente no llenaría ningún fin razonable.

Algo más engorrosa es la determinación de las coordenadas de los vértices de parcelas situados en el interior de las manzanas, o sea de los vértices 1, 2, 3, 4... 31 (fig. 7). El único método que permite obtener esas coordenadas, es la bisección hacia adelante desde estaciones *altas* convenientemente elegidas. Así suponemos que en fig. 7 H_1 H_2, H_3, R , son estaciones de teodolito efectuadas sobre casas altas de la manzana en cuestión o de manzanas vecinas; las llamamos *estaciones aéreas*. Condición es que cada una de estas estaciones sea bien determinable desde puntos poligonales terrestres (por ejemplo H_1 desde A, C y D) y que desde ella sean visibles la mayor parte de los vértices interiores 1, 2, 3, 4... 31 de parcelas convenientemen-

te señalados. Se requiere una colección de señales de diferentes magnitudes, con alturas dsde pocos centímetros hasta algunos metros. Pueden consistir en un pequeño trípode de hierro que sirve para mantener en su centro una varilla vertical de acero provista de un pequeño nivel esférico y apoyada en el bulón a determinar. Si se empleara un teodolito común, se necesitaría dirigir a cada marcación interior visuales desde 3 estaciones aéreas para obtener una determinación con prueba; pero como esto podría presentar dificultades en muchos casos, es muy conveniente emplear para tales trabajos la taquimetría de precisión con el instrumental Bosshardt-Zeiss. (Este instrumental, bajo el nombre "distanciómetro autorreductor Bosshardt-Zeiss", se halla descrito detalladamente en: Roberto Müller,, Compendio General de Topografía Teórico Práctica, Tomo II, Volumen 2, 5ª edición, págs. 137-143). Dado que tal instrumental permite leer directamente distancias horizontales casi con precisión de centímetro, se necesitan solamente dos visuales para una determinación con pruebas, y con una sola visual ya se obtiene una determinación buena, aunque sin prueba inmediata.

Si existe en un terreno esquinero una casa alta que se presta para una estación aérea, se pueden bisectar desde ella marcaciones en 4 manzanas situadas alrededor de la estación; pero igualmente pueden servir para estaciones aéreas casas altas situadas en medio de las cuadras. En general conviene efectuar una estación aérea en cada manzana.

El instrumental Bosshardt-Zeiss es también de gran utilidad para la ejecución económica de los trabajos catastrales complementarios, que tienen por objeto levantar gráficamente dentro de la planta urbana todo cuanto puede interesar, como son superficies edificadas y no edificadas, canales, lagos, ferrocarriles, tranvías, veredas, árboles, jardines, instalaciones de alumbrado, electricidad, gas, nafta, aguas corrientes y salubridad, con sus respectivas llaves y bocas de toma.

5. Demarcación de las calles.

Al marcar y levantar los límites de las propiedades, se debe también demarcar las superficies de las calles, con lo cual se fijan las líneas de edificación. Las calles se marcan en los puntos donde cambian de rumbo: en los trozos rectos de las calles, por largos que sean, no se deben colocar marcaciones límitos de las mismas. En el ejemplo de fig. 8 se colocan marcaciones en los puntos A, B, C y D, las que definen las líneas de edificación de la calle Pueyrredón entre Charcas y Tucumán. Para tales marcaciones, que por regla general deben colocarse dentro de calles transversales conviene construir sólidos pilares subterráneos, pero con marcas fácilmente accesibles, lo que se consigue si cada una de esas marcas es dispuesta dentro de una caja de hierro cerrada con tapa. En muchos casos, en que las calles cambian de ancho, o en que líneas de edificación discontinuas no se cortan dentro de las calles transversales hasta las cuales llegan, se hace necesario colocar *parejas de marcaciones* en lugar de marcaciones simples. Así en la fig. 8 la pareja de marcaciones E, F sirve para definir las líneas de edificación del lado Oeste de la calle Pueyrredón que llegan a la calle Corrientes, pero que no se cortan en la misma. Para iguales fines sirven las parejas de marcaciones J, K y L, M en la calle Cangallo.

Una vez determinadas las coordenadas exactas de las marcaciones de una calle y de los bulones marcas límites de predios sobre la misma calle, un cálculo sencillo permite determinar por cuánto una marcación cualquiera de propiedad queda fuera de la línea de edificación definida por sus marcaciones correspondientes. Es sabido que muchas calles que según su idea deberían ser rectas, en realidad no lo son, debido a procedimientos defectuosos que durante mucho tiempo se han empleado para "dar líneas". Cuando existe un catastro científico, los defectos tienden a corregirse. Daremos un ejemplo. Sea en fig. 8 *b* un bulón límite de propiedades empotrado en una medianera y que debería en-

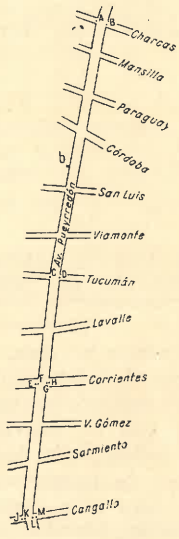


Fig. 8

Ejemplo de una calle con la marcación de las líneas de edificación.

contrarse en la línea de edificación definida por las marcaciones A y C. Suponemos que para C, *b* y A las mediciones poligonales hayan dado las coordenadas:

$$x_C = + 3024{,}074 \qquad y_C = + 5337{,}422$$
$$x_b = + 3316{,}486 \qquad y_b = + 5409{,}814$$
$$x_A = + 3707{,}931 \qquad y_A = + 5506{,}535$$

Como de estas coordenadas se obtiene

el rumbo CA = 13°52'56,2"

y " " Cb = 13°54'18,2"

cuya diferencia es de 82", y en vista de que la distancia Cp es de 301,24 metros, resulta que el bulón *b* se halla fuera de la línea de edificación CA por $\frac{82}{206}$. 301 = 120 milímetros, lo que se tendrá en cuenta cuando se renueve la edificación.

De esto se desprende también que el bulón *b* debe considerarse como fehaciente solamente para el límite entre las dos parcelas en cuya medianera se encuentra, pero no para el límite de esas parcelas contra la calle, pues este último límite está definido por las marcaciones A y C, que indican la línea de edificación exacta.

En el mismo orden de ideas es de observar también que las marcaciones de límites de predios colocadas en el interior de las manzanas por lo general deben considerarse como fehacientes en un solo sentido, es decir como límites entre dos parcelas para las cuales son indispensables. Por ejemplo, en fig. 7 la marcación 4 es fehaciente para la demarcación de las dos parcelas p-3-4-q y q-4-5-r, pero no para la parcela m-5-6*l*, dado que, naturalmente, no se quiere reemplazar el límite recto m-5 por una línea quebrada m-3-4-5.

De lo expuesto se desprende que la creación del catastro científico de una gran ciudad como Buenos Aires significa siempre un trabajo largo y muy serio, y por tanto costoso, como en realidad son todas las cosas que tienen un valor duradero. En consecuencia no se debería entrar de lleno en tal empresa sin antes adquirir en el extranjero el instrumental adecuado (cintas de ínvar especiales con dinamómetros medidores de tensión y equipos Bosshardt-Zeiss); pero siempre conviene efectuar algunos trabajos de ensayo con manzanas de diferente edificación, a fin de conseguir una base para una razonable estimación del volumen de trabajo y de su costo. Tales trabajos de ensayo se podrían hacer en cualquier época con algún instrumental que se encuentre en plaza.

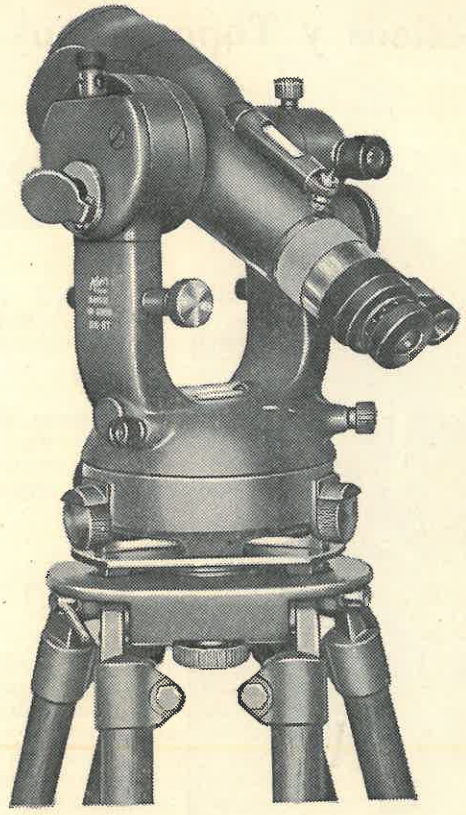
Como algunas veces se han expresado opiniones que la aerofotografía podría servir para abaratar los trabajos catastrales, es necesario recalcar que, evidentemente, la fotografía aérea nada tiene que hacer en el levantamiento de los límites de propiedades, que es la parte fundamental y por tanto más importante de los trabajos de un catastro moderno. En algunos ciudades brasileñas edificadas sobre terreno muy movido se ha hecho uso de la fotografía aérea para obtener ante todo cartas topográficas aproximadas del suelo; pero tales operaciones han de considerarse como puramente preliminares de los trabajos catastrales verdaderos los que siempre tienen que ser terrestres. En las ciudades argentinas ni para tal fin completamente secundario se podría recomendar la aerofotogrametría, en vista del terreno generalmente llano o poco ondulado en que se hallan edificadas nuestras ciudades.

6. Procedimientos aconsejables para catastros rurales.

Hemos expuesto con bastantes detalles los procedimientos que, a nuestro modo de ver, pueden conducir a un catastro moderno de un núcleo urbano. No podemos entrar en tanto detalle en lo concerniente a trabajos de catastros rurales, porque en ellos los métodos tienen que variar considerablemente, debido a las múltiples formas

topográficas del terreno, las diversas clases de vegetación y el mayor o menor grado de la subdivisión de la propiedad. Lo que también siempre se recomienda, es efectuar algunos ensayos en regiones donde por trabajos del Instituto Geográfico Militar, ya existen las planchetas al 1:50000 ó 1:25000 y puntos trigonométricos en buena densidad. Naturalmente que en tales ensayos hay que marcar debidamente los límites de las propiedades a levantar, dado que sin tales marcaciones ningún trabajo catastral puede llegar a tener un valor durable. Esos ensayos suministrarán alguna experiencia, muy necesaria para poder redactar proyectos bien estudiados de leyes de marcación a sancionarse por las cámaras legislativas y que regirán los trabajos en mayor escala a emprenderse en el futuro.

TAQUIMETRO AUTO - REDUCTOR de DOBLE CIRCULO DK - RT PARA TRABAJOS DE GRAN PRECISION



Kern AARAU

- Especialmente adecuado para las mediciones de catastro según el método de coordenadas polares.
- Instrumento poco voluminoso y de construcción robusta.
- Alto rendimiento.
- Anteojo de doble imagen, 27x45 m/m. de diámetro. Extraluminoso.
- Optica antireflex.
- Separación absoluta de las dos imágenes por la que se obtienen automáticamente las distancias horizontales.
- Lectura de mira simplificada por medio de un micrómetro óptico, para mira horizontal con divisiones cada 2 centímetros. *En el doble índice se hace la lectura directa de los metros y en el tambor del micrómetro los centímetros.*
- En condiciones de buena visibilidad puede obtenerse una exactitud de 1/10.000 de la distancia horizontal.
- Lectura clara y simplificada en ambos círculos de cristal, según el sistema patentado del doble círculo, en el que cada lectura es la media aritmética de dos posiciones opuestas del círculo.

Fabricado por KERN y Co. A. G. AARAU (Suiza). Fundada en 1819. Talleres de óptica y mecánica de precisión.

Representantes Exclusivos:

Lutz Ferrando

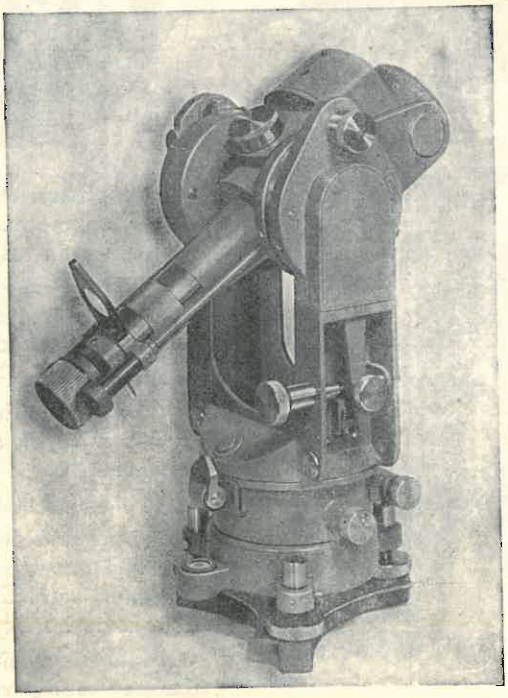
y Cía. S.A. - Fundada en 1878

Florida 240, y 15 Sucursales

H. WILD S. A.

HEERBRUGG SUIZA

Instrumentos Geodésicos y Topográficos



Nuevo Teodolito Alti-Taquímetro Reductor R D H

Aumento del anteojo: 27x
Diámetro libre del objetivo: 45 mm.
Exactitud de la medición de distancias: 1-2 cm. en 100 m.
Exactitud de diferencias de nivel: 5 cm. en 100 m.

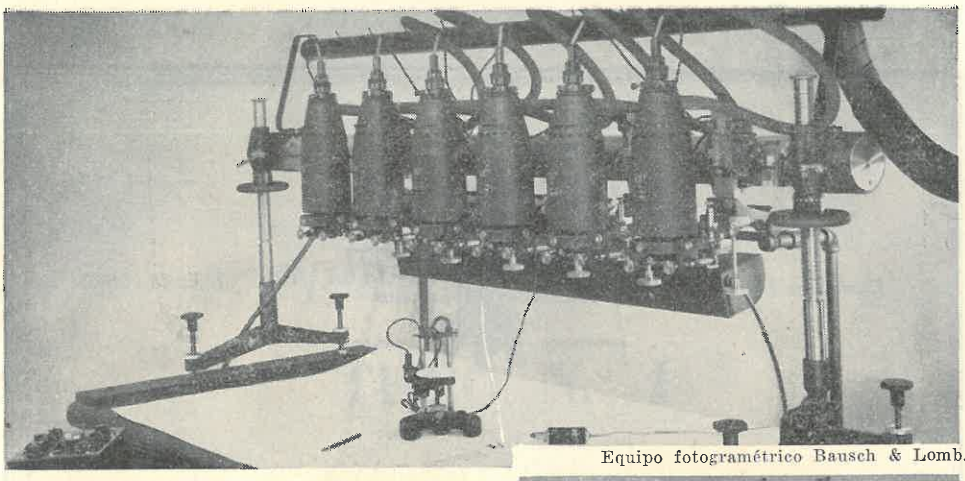
REPRESENTANTES EXCLUSIVOS

CASA OTTO HESS S. A.

Casa Argentina de Origen Suizo

MAIPU 50 - BUENOS AIRES

Rosario - Córdoba 1057 — Córdoba - 9 de Julio 8



Equipo fotogramétrico Bausch & Lomb.

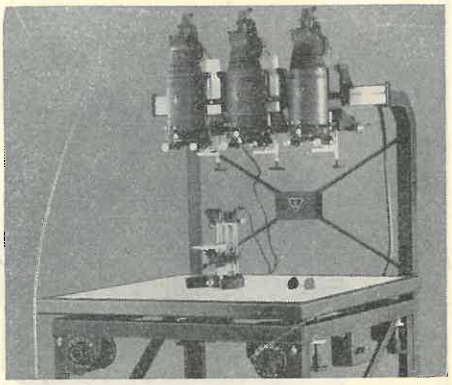
La Unidad Multiplex, acomoda hasta 21 proyectores para la extensión de contralores.

El equipo Multiplex Bausch & Lomb ha descubierto mayores extensiones en relevamiento de mapas en el mundo...

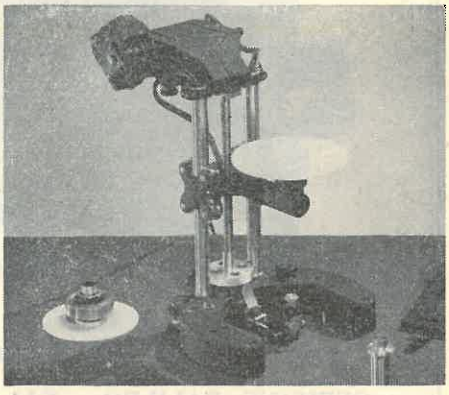
....que cualquier otro tipo de equipo fotogramétrico.

Hay razones básicas muy sólidas para esta aceptación internacional. **Bausch & Lomb** que está a la vanguardia en el desarrollo manufacturero de equipos fotogramétricos, le economiza dinero y ahora trabajo, le asegura exactitud en el relevamiento con un equipo "hecho a medida" para sus necesidades. Cualquiera sea su problema en el trazado de mapas, Ud. lo resolverá más rápidamente y económicamente con un equipo Bausch & Lomb... el más fino del mundo.

Pida información completa a **Bausch & Lomb Optical Co., 567-13 Smith St. Rochester 2, New York, U. S. A.**



Unidad Multiplex Auxiliar, con capacidad de hasta 3 proyectores, para uso educacional, para trazado de áreas pequeñas o compilaciones.



Mesa Universal de Trazado. Provee hasta 9 escalas de lecturas directas para cada altitud de vuelo desde 1000 a 36000 pies. También disponibles para lecturas en metros desde 1000 hasta 10.000 metros.

Bausch & Lomb *Photogrammetric* **Equipment**

En la República Argentina, **Bausch & Lomb S. A.,** Av. Roque S. Peña 740, Capital Federal.

Corrientes 571

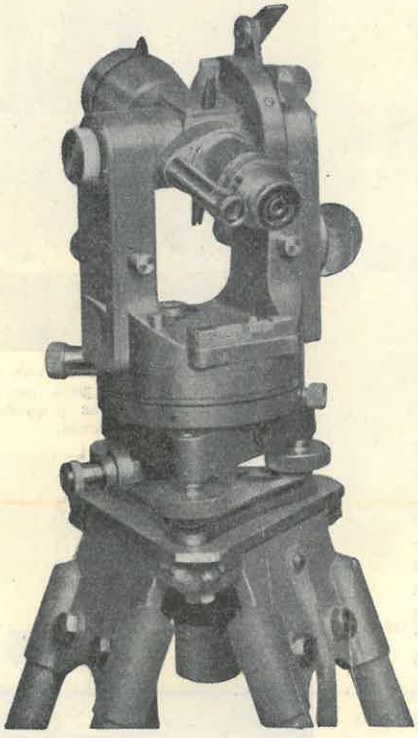
SANTOS ZAGHI

APARATOS DE PRECISION

BUENOS AIRES

IMPORTACION - EXPORTACION

T. E. 31 - 5822



SECCION

TOPOGRAFIA

Y

GEODESIA

Instrumentos Opticos

Mecánicos y Eléctricos

de alta precisión

Representantes Exclusivos de:

OFFICINE GALILEO — *FLORENCIA - MILAN* —

FILOTECNICA SALMOIRAGHI — *MILAN* —

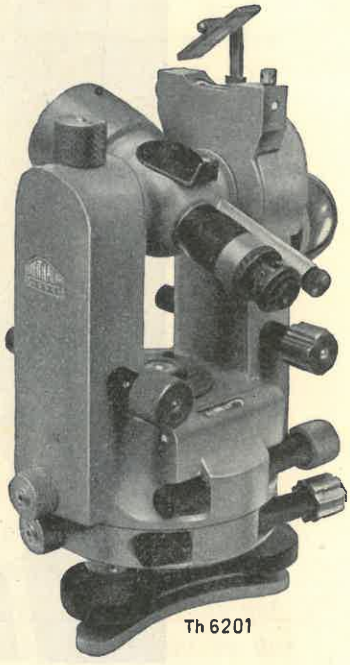
F. W. BREITHAUPT & SOHN

— *KASSEL* —

Teodolito óptico repetidor

THEO N.º I

Anteojo: 28 ×
Círculo de vidrio.
Micrómetro óptico.
Lectura: 1^g / 1'
Apreciación: 10^{cc} / 6"
Centraje automático.
Plomada óptica.



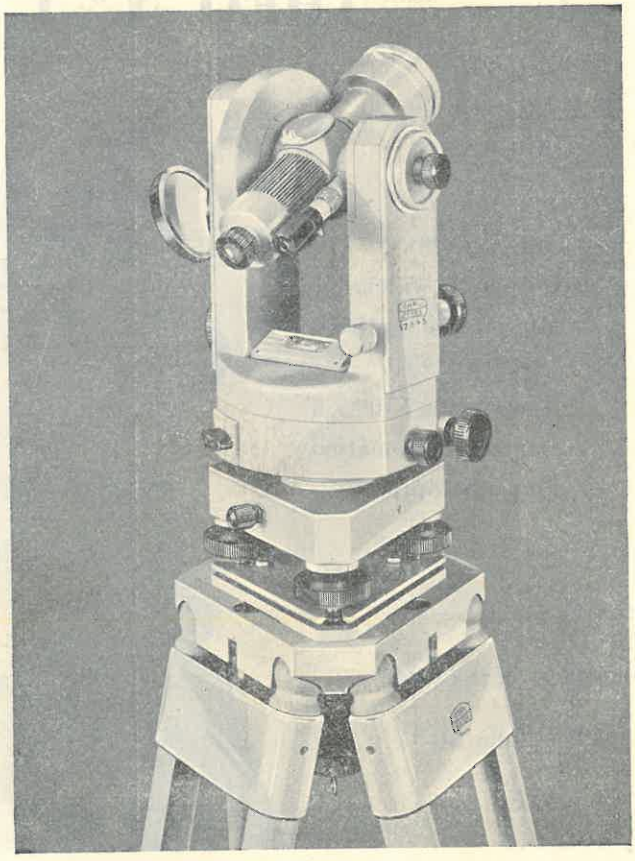
F. W. BREITHAUPT & SOHN KASSEL

ALEMANIA

Fábrica de Instrumentos Geodésicos, Fundada en 1762

CARL ZEISS

CARL



TEODOLITO TAQUIMETRO Th - 3.

Novedosas características (ver pág. 78)

Representante exclusivo

PABLO SIEVERS

Buenos Aires

Avenida Corrientes 316

T. E. 32-7989

ZEISS OBERKOCHEN Württenberg

TEODOLITO TAQUIMETRO Th-3.

Las ventajas instrumentales de este nuevo teodolito son de tal importancia práctica, que merecen ser especialmente destacadas y apreciadas.

El instrumento, que también sirve para triangulación catastral (3er. orden), presenta interesantes novedades que lo hacen especialmente apto para su misión primordial de taquímetro. La esencia de estas novedades es el nuevo tipo de nivel testigo, que ya no se encuentra vinculado con el eje vertical, sino solamente con la fuerza de la gravedad, razón por la cual lo llamaremos "**nivel péndulo**". Este, uno de cuyos extremos de burbuja **constante** aparece en el campo del microscopio de lecturas, sirviendo de índice de lecturas verticales, está de tal modo vinculado con las placas planoparalelas y la escala del micrómetro, que las lecturas serán correctas automáticamente, sin necesidad de asegurarse la perfecta verticalidad del eje principal.

Lógrase así, en la forma anteriormente esbozada, la perfecta verticalización del plano visual de un objeto elevado a determinar, del modo más expeditivo imaginable, lo cual redunda en un notable beneficio de economía de los trabajos taquimétricos. La precisión angular obtenible mediante medición en ambas posiciones del anteojo es de $0',1 = 6''$, teniéndose lectura directa al minuto. La Casa Zeiss construye para este instrumento un especial equipo distanciométrico de práctica aplicación en ciertos problemas catastrales.

CARL ZEISS

Oberkochen / Württ.

G. CORADI

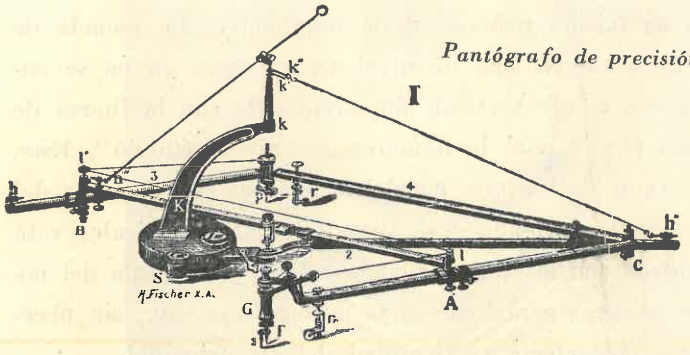
ZÜRICH 6 (Suiza) **Weinbergstrasse 49**

Fundada en 1880

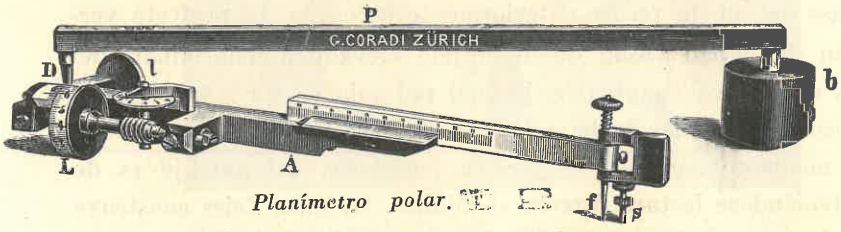
Planímetros

Pantógrafos

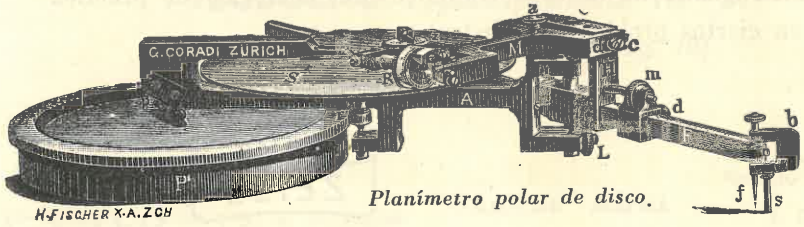
Coordinatógrafos rectangulares y coordinatógrafos polares.



Pantógrafo de precisión



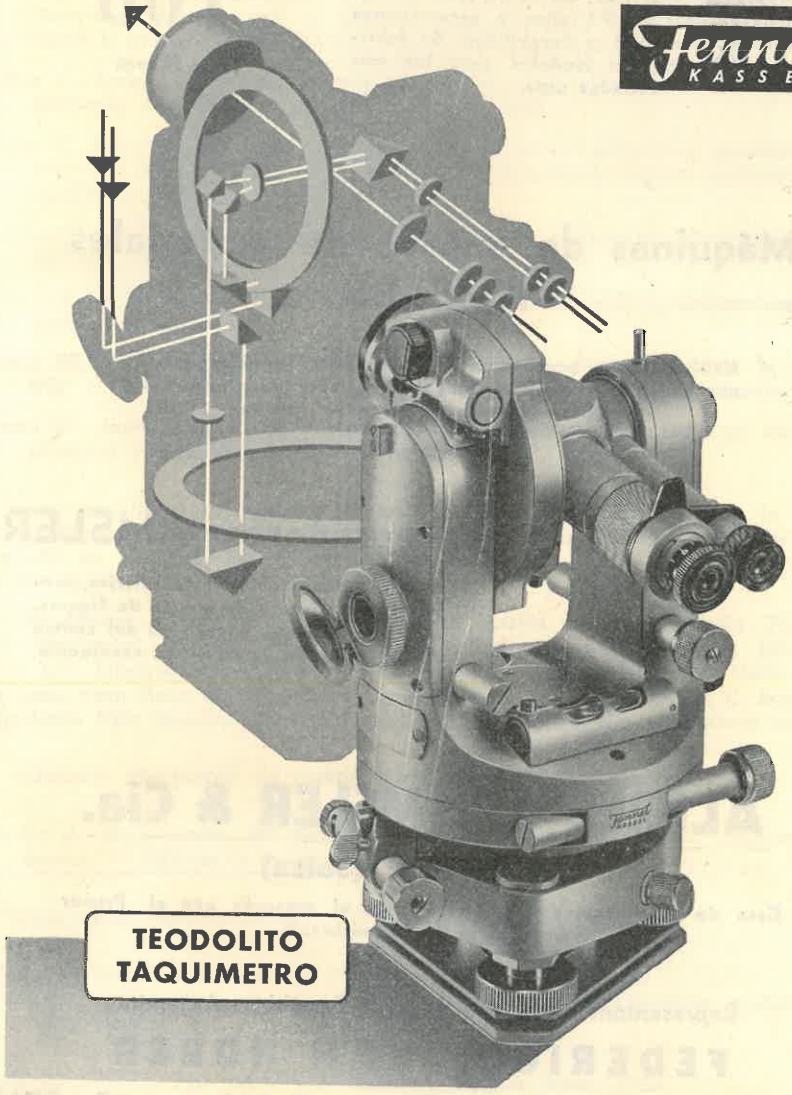
Planímetro polar.



Planímetro polar de disco.

NIVELES • TEODOLITOS • TAQUIMETROS • INSTRUMENTOS MAGNETICOS • CINTAS DE ACERO • ACCESORIOS

Fennel KASSEL



TEODOLITO TAQUIMETRO

TALLERES DE INSTRUMENTOS GEODESICOS

OTTO FENNEL SÖHNE KG KASSEL

KONIGSTOR 16 · TELEFONO 4810/3916 · DIREC. CABLG. FENNELOS

Planímetros AMSLER

1854 - 1954

DESDE HACE

100

AÑOS

Utilizados para obtener superficies de figuras con rapidez y exactitud. Se construyen y proveen desde más de 95 años y garantizamos su calidad, exactitud y durabilidad. Se fabrican en 10 distintos modelos para los más variados usos.

Máquinas de ensayo de materiales AMSLER

Utilizadas para pruebas físicas completas de materiales. Se construyen más de 200 modelos distintos para 1 kg. hasta 1000 toneladas de carga de prueba.

Integradores AMSLER

Utilizados para obtener superficies, momentos estáticos y de inercia de figuras, así como volumen y posición del centro de gravedad de cuerpos en revolución.

ALFRED J. AMSLER & Cía.

Schaffhausen (Suiza)

Casa de nombre mundial que celebra en el presente año el Primer Centenario de su existencia.

Representante exclusivo para la República Argentina:

FEDERICO JUAN HUBER

Casilla de Correo 1588 **Teléfono: 31 - 9711**

San Martín 365

BUENOS AIRES

Profesor Roberto Müller

su obra topográfica, actualizada hasta la fecha.

Obra principal: *Compendio general de Topografía teórico práctica terrestre; aérea y subterránea, formato* 265 × 185 mm, encuadernado en semitela, compuesto de los siguientes 6 libros que pueden ser adquiridos separadamente:

Tomo I: *Agrimensura, Proyecciones Cartográficas y Catastro,* 5ª Edición, con un *Suplemento* de actualización, Buenos Aires, 1953.

Tomo II, Volumen 1: *Optica* relativa al instrumental topográfico, geodésico y astronómico, 4ª Edición, con un Apéndice sobre Novedades ópticas aplicadas a la Fotogrametría, Buenos Aires, 1952.

Tomo II, Volumen 2: *Teodolitos y Poligonación, terrestre y subterránea,* 4ª Edición. Buenos Aires, 1947.

Tomo III, Volumen 1: *Triangulación y Nivelación, terrestre y subterránea,* 4ª Edición, Buenos Aires, 1951.

Tomo III, Volumen 2: *Taquimetría y Confección de Planos,* incluso la Autotaquimetría, 4ª Edición, Buenos Aires, 1950, Año del Libertador San Martín.

Tomo IV: *Introducción a la Fotogrametría, terrestre y aérea,* con un detallado índice alfbético y analítico, Buenos Aires 1945.

Los seis libros topográficos se hallan teóricamente fundados en la obra: *Teoría de los Errores y Cálculo de Compensación,* 2ª Edición, Buenos Aires, 1947, dándoseles con ello su máxima eficacia económica y práctica. Estas obras pueden adquirirse en las siguientes Librerías de Buenos Aires:

El Ateneo, Florida 340-42; Peuser, San Martín esquina Cangallo, Palacio del Libro (Hachette), Maipú 40; Librería del Colegio, Alsina y Bolívar; Librería Alsina, Perú 127; Librería Mitre, Bartolomé Mitre 2063; Librería La Nena, Callao 410, etc. y las casas Otto Hess, Maipú 50; Lutz, Ferrando & Cía., Florida 240; C. Boglietti y Cía., Sarmiento 559; Desalvo Hnos., Bdo. de Irigoyen 276, y sus respectivas sucursales.

Libretas (Registros) de campo oficializadas en la Argentina.

Libreta de Taquimetría, 10ª Edición, *Poligonales Taquimétricas,* 3ª Edición, *Nivelación común,* 7ª Edición, y *Nivelación de Precisión,* 3ª Edición.

Formularios de Agrimensura:

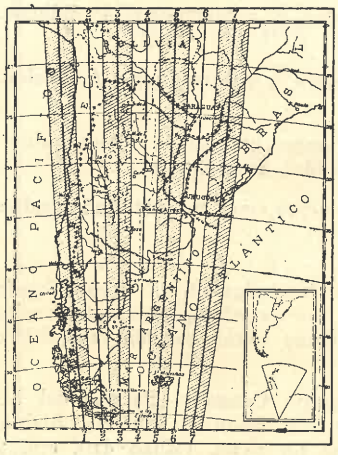
Cálculo de coordenadas planas y Cálculo de Superficies, etc.
Principios e ideas fundamentales para la Confección de Catastros modernos, Buenos Aires, 1926.

Regla de Cálculo, tipo técnico, 9ª Edición, Buenos Aires, 1943.

Principales distribuidores y difundidores de los diversos elementos de esta obra topográfica en la Argentina, en España, Portugal y toda la América Latina: El Ateneo, Florida 340, Buenos Aires, y todas sus Sucursales y Agencias.

REVISTA CARTO-TOPOGRAFICA ARGENTINA

Director: ROBERTO MÜLLER
Secretario: CARLOS A. KROLL



ORGANO cuatrimestral de crítica, guía y difusión técnico-científica para todas las especialidades de Topografía, Geodesia, Cartografía, Agrimensura y Catastro. Sus páginas están dedicadas a los lectores de toda América Latina en particular, y de los demás países de habla española en general para informarles sobre las más importantes novedades de su materia en el mundo entero. La calidad de las ideas vertidas en sus páginas, está respaldada por el nombre del Agr. Roberto Müller, decano de los Agrimensores Argentinos.

Precio de la suscripción anual (3 números) m$n. 15.—

REVISTA CARTO-TOPOGRAFICA ARGENTINA

AMENABAR 1526 - Buenos Aires

República Argentina