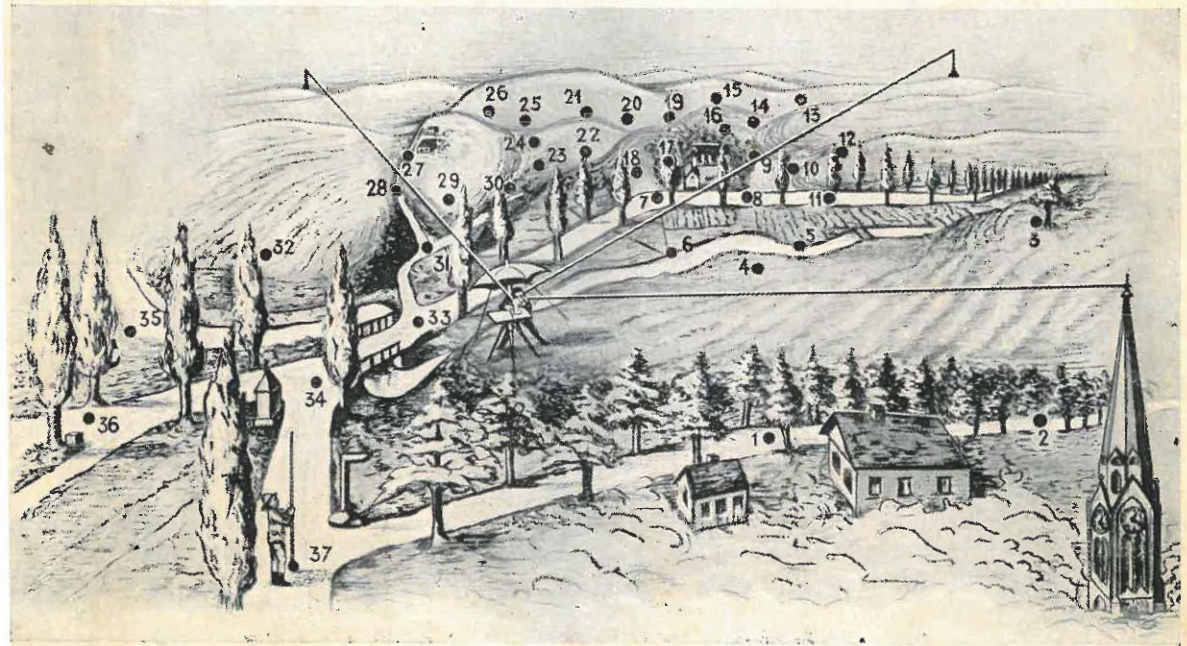
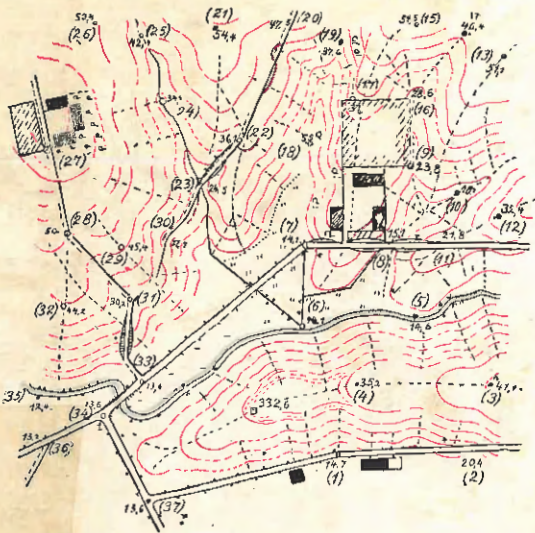


Taquimetría y Confeccción de Planos

inclusa la Autotaquimetría

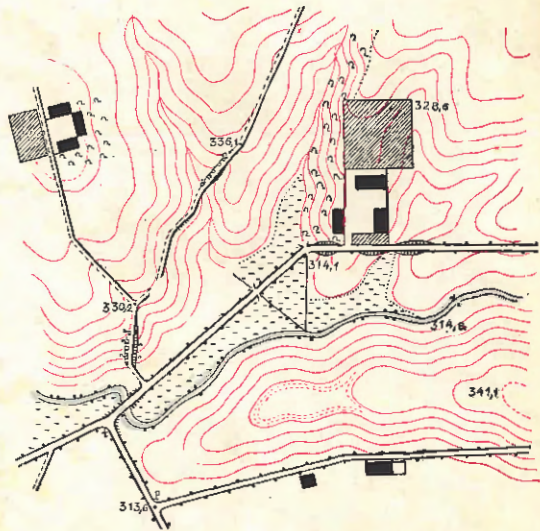


Cómo nace una carta topográfica



Original de Campo

dibujado por el topógrafo con las formas del terreno de la lámina superior, a la vista.



Copia de oficina

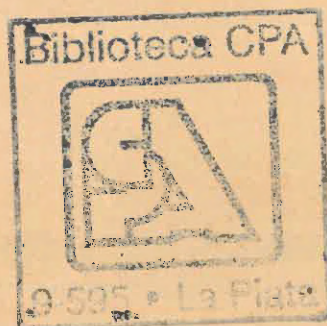
dibujada por el cartógrafo, como modelo para fotografado e impresión de la carta.

DONACIÓN: Agron. J.C.

Sanfilippo.

528.425.

INV. 1231. FECHA: 12/3/2018.



JUAN CARLOS VENTURA
Agrimensor Nacional

COMPENDIO GENERAL

DE

TOPOGRAFIA TEORICO PRACTICA

POR

ROBERTO MÜLLER

AGRIMENSOR NACIONAL

EX-PROFESOR DEL CURSO LIBRE DE TOPOGRAFIA DE LA FACULTAD
DE CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS
DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
EX-GEODESTA DEL INSTITUTO GEOGRAFICO MILITAR ARGENTINO



TOMO III, VOLUMEN 2:

TAQUIMETRIA Y CONFECCION DE PLANOS
inclusa la autotaquimetría

CUARTA EDICION

Obra premiada con Mención Especial en Ciencias Físicas, Químicas
y Matemáticas por la Comisión Nacional de Cultura
(22 de agosto de 1945).

LIBRERIA "EL ATENEO", FLORIDA 340-44
BUENOS AIRES
1950 (SEPTIEMBRE 15)

Del mismo autor:

Tolerancias en Agrimensura Legal, (1) Buenos Aires, 1921.

Teoría de los Errores y Cálculo de Compensación, (2) 2.ª edición, Buenos Aires, 1949.

Confección de Catastros, Buenos Aires, 1925.

Regla de Cálculo al Alcance de Todos, Buenos Aires, 1925.

Regla de Cálculo, tipo técnico, 5.ª edición, Buenos Aires, 1945.

Compendio general de Topografía:

Tomo I, 3.ª ed.: *Agrimensura y Catastro*, Buenos Aires, 1942.

" II, 3.ª " : Volumen 1: *Óptica relativa a instrumental Topográfico, Geodésico, Astronómico y Microscopía*, (3) Buenos Aires, 1944.

" II, 3.ª " : Volumen 2: *Teodolitos y Poligonación*, Buenos Aires, 1944.

" III, 3.ª " : Volumen 1: *Triangulación y Nivelación*, Buenos Aires, 1945.

" IV, 1.ª " : Volumen 1: *Introducción a la Fotogrametría*, Buenos Aires, 1950.

Morfología Argentina, Buenos Aires, 1945.

Planímetros Coradi, 2.ª edición, Buenos Aires, 1937.

Telémetros Zeiss, Buenos Aires, 1941.

Libreta Topográfica, Buenos Aires, 1936.

Libretas de Campo: Nivelación común, 5.ª ed., Buenos Aires, 1944.

Taquimetría, 6.ª ed., Buenos Aires, 1944.

Poligonales Taquimétricas, Buenos Aires, 1935.

Nivelación de Precisión, 3.ª ed., Buenos Aires, 1940.

(1) Usase en el texto la abreviatura: "Tol. Agr.", cuando se cita esta obra.

(2) " " " " " " : "C. de C.", " " " " "

(3) " " " " " " : "Óptica", " " " " "

Prefacio del autor para la segunda edición.

Toca a su fin la nueva publicación de nuestro Compendio de Topografía. Hemos omitido en el tomo III de la misma la reedición de la "Morfología de las formas del terreno" por razones expuestas al final del presente volumen.

En consecuencia de esta transformación y de importantes reformas introducidas, nuestra obra llegó a ocupar 5 volúmenes (en lugar de los 3 tomos de la 1.^a edición), de los cuales cada uno trata con cierta independencia y por separado determinados grandes capítulos en que se puede subdividir la Topografía. Esta ampliación y el hecho de que seguimos llamando a nuestra obra "Compendio" parece encerrar una contradicción, la que pasamos a aclarar.

Existen en la actualidad, fuera de los instrumentos por nosotros tratados, un gran número de otros aparatos, por cierto muy interesantes también, principalmente taquímetros, cuya exposición y estudio no juzgamos imprescindibles ni necesarios. Es y ha sido siempre nuestro propósito de sólo exponer los modelos más usados en nuestro país, y estudiar entre éstos los más característicos tipos de su género y los más eficaces en la práctica de campo. Entendemos que, cuando el ingeniero ha llegado a dominar teórica y prácticamente un reducido número de instrumentos típicos, de construcción clásica y de los llamados "modelos ópticos", se encontrará siempre en condiciones de completar fácilmente sus conocimientos mediante la lectura de monografías, revistas técnicas y hasta las simples informaciones sobre nuevos modelos que nos proporcionan los catálogos de los talleres de óptica y mecánica de precisión.

Esta reducción a un número mínimo de los temas e instrumentos tratados (la que podría justificar en cierto sentido la denominación de "Compendio" que dimos modestamente a nuestro trabajo), nos ha permitido un estudio más detenido y una exposición más amplia de los mismos.

Ha sido siempre nuestro anhelo de encontrar una exposición fácil y amena a modo de "novela científica", que permitiera al lector de lograr la ilustración buscada sin gran esfuerzo, pero no sin ofrecerle también de cuando en cuando la ansiada oportunidad de experimentar el placer de un raciocinio más profundo sobre puntos de interés especial, de los cuales el lector habrá encontrado más de uno en el largo camino recorrido.

Nuestro libro no pretende ser por eso un trabajo altamente científico, sino que está destinado principalmente a quienes se inician en el estudio de la Topografía. Pero no es solamente un libro para principiantes, sino al mismo tiempo una obra de consulta para el ingeniero práctico, el que podrá encontrar en ella en sus horas de ocio fácil y rápidamente una información más detallada sobre cuestión de carácter fundamental.

En este propósito de facilitar en grado sumo el estudio y la consulta de nuestro libro, hemos provisto de epígrafes a las numerosas figuras insertadas en el texto, las que ilustran convenientemente la exposición de los temas tratados, figuras que muchas veces se hallan repetidas por un motivo didáctico y para evitar al lector la molestia de hojear el libro hacia atrás.

En este mismo orden de ideas hemos creído interesante traer los retratos de algunos creadores en el campo práctico científico de las diversas ramas de nuestra materia, y lamentamos que la guerra nos haya impedido a presentar en forma más completa esta pequeña galería de hombres prominentes.

Huelga decir que el lector no debe deducir de las líneas que anteceden la conclusión de poder estudiar topografía principalmente en base a un libro como el nuestro, el que sólo podrá servirle de guía. Únicamente quien, además, opere personalmente con los respectivos instrumentos y efectúe concientemente el cálculo de los resultados de sus mediciones, podrá llegar a dominarlos de verdad.

Expresamos nuestra gratitud a nuestro buen amigo DR. J. METTLER por la lectura de los nuevos originales, de cuyas valiosas anotaciones ha sido notablemente beneficiado nuestro trabajo.

Agradecemos también a los señores JOSE ROMANO y MARIO DI MARCO por su desinteresada colaboración en la confección de dibujos.

El vivo interés que nos anima por la carta topográfica de nuestro país (para la cual en el momento en que escribimos estas líneas fueron definitivamente asentadas las bases técnicas y financieras por la aprobación de la respectiva Ley de la Carta), nos obligó especialmente a abrir juicio sobre uno de los métodos principales de levantamiento, el método de la plancheta (ver págs. 146 y 147), al que no se ha dado hasta ahora en todas las aulas universitarias argentinas la atención que indudablemente merece.

Abrigamos la esperanza de que los conocimientos topográficos que nuestros lectores han venido adquiriendo, no respondan sólo a una finalidad inmediata, sino que estén orientadas hacia una futura colaboración en la magna obra de cultura que acabamos de mencionar, contribuyendo así a que la ejecución y feliz terminación de la misma resulte ser un éxito completo que nos honre a todos y a cada uno.

Buenos Aires, 18 de Septiembre de 1941.

R. MÜLLER.

Prefacio del autor para la tercera edición.

El considerable aumento de esta 3.^a edición del último volumen de nuestro Compendio fué motivado, principalmente, por la inclusión de un importante y nuevo capítulo titulado "autotaquimetría". Las tres tendencias que se pueden percibir a través de las construcciones de los innumerables tipos y modelos de taquímetros autorreductores creados, aparecen hoy cristalizados en los tres modelos descritos. El estudio de estos modelos de autotaquímetros nos proporciona una síntesis de los resultados verdaderamente prácticos y duraderos como frutos de una larga y penosa lucha por el perfeccionamiento constructivo, lucha en la que durante más de medio siglo eminentes topógrafos, geodestas, ingenieros y mecánicos rivalizaron para lograr la mejor solución de un importante problema. Es éste un caso que nos demuestra claramente la eficacia con que la Óptica colaboró con la Mecánica para salvar racionalmente dificultades que se presentaron a la técnica instrumental.

El Índice de Formularios que damos al final del presente volumen muestra el fruto de nuestros esfuerzos tendientes a una unificación de los diversos re-

gistros y formularios. El cálculo con los mismos convencerá al estudiante de la conveniencia de su uso y de las grandes ventajas para la economía del trabajo.

En la parte final del texto de este libro hemos vuelto a tratar un tema de la 1.^a edición de nuestra obra, el que había quedado suprimido en la 2.^a, la cartografía escolar. A este respecto nos vemos obligados a manifestar lo siguiente: Si bien la técnica topográfica y catastral suiza (constructiva y operativa), de reconocido alto nivel y tendencias progresistas, ha venido fructificando notablemente a la agrimensura y topografía argentina en muchos de sus aspectos y con incalculables consecuencias; no podemos decir desgraciadamente lo mismo en lo concerniente a la cartografía, en la que Suiza ocupa, sin duda alguna, uno de los primeros puestos entre todos los países del mundo. La obra clásica "Carta escolar mural de Suiza", a escala 1:200 000, — para sólo dar un ejemplo —, obra maestra del insigne cartógrafo suizo F. Becker (ver pág. 180), verdadera joya didáctica del país de Pestalozzi, no encontró hasta ahora eco alguno en nuestro país. Seguimos presentando a nuestra juventud cartas escolares completamente inadecuadas, las que por ello no llenan la alta misión a que se destinan. Y no es éste un simple ejemplo más, sino un tópico de la más grande trascendencia. La "Carta escolar mural de la República Argentina", tal como la vemos en nuestra imaginación, constituye la base de los conocimientos geográficos de nuestra juventud y, por extensión, el punto de partida para la formación de la conciencia topográfica de los ingenieros. Explicar e interpretar esa carta equivale a ponderar las bellezas características del territorio argentino y, por ende, a fomentar el cariño al suelo patrio.

Producir una reacción en esta materia tendría el alcance y el significado de una gran obra de cultura nacional.

Buenos Aires, 15 de Octubre de 1945 .

R. MÜLLER.

Prefacio del autor para la cuarta edición.

Esta 4.^a edición es una reimpresión de la 3.^a, sin modificaciones esenciales.

En este orden de ideas cabe, sin embargo, ser destacado que, no obstante la igualdad del contenido, la "Taquimetría y Confección de Planos" ha recibido, al igual que los demás volúmenes de nuestro Compendio, un notable y profundo enriquecimiento por la segunda edición de nuestra obra "Teoría de los Errores y Cálculo de Compensación", que acaba de aparecer.

Entre los numerosos nuevos temas tratados en esta obra, mencionaremos sólo el problema de la "Poligonación Taquimétrica", al que atribuimos una importancia muy grande.

En síntesis, podemos decir ahora, que sólo por la estrecha vinculación de nuestra Topografía con el "Cálculo de Compensación y la Teoría de los Errores", logramos realizar el ideal que nos propusiéramos hace 25 años (cuando apareció la 1.^a edición de este Cálculo de Compensación); a saber:

Guiar al lector, de un modo fácil, a través de las dificultades de la Topografía, mostrándole continuamente los casos en que no debe malgastar sus energías; insistiendo, en cambio, en que las intensifique cada vez que eso sea necesario para que sea racionalmente económica la labor de campo, dando con el mínimo de esfuerzo el máximo rendimiento, no tanto en cantidad sino en calidad; por ser un lema indiscutible que el trabajo poco preciso resulta ser siempre, a la larga, el más costoso para el Estado.

Buenos Aires, 20 Julio de 1950.

R. MÜLLER.

Nº	Pág.	Nº	Pág.
<i>A. Primera orientación.</i>		la diferencia entre k y un número redondo no es muy grande, pero tampoco despreciable.. . . . 19	
1. Observación previa	1	13. Caso general: visual inclinada.. . . .	21
2. Principio de la taquimetría y del distanciómetro filar	1	14. Cálculo de la expresión $\cos^2 \alpha$ y $\frac{1}{2} \sin 2 \alpha$	23
3. Clasificación de los taquímetros	2	a) Reglas taquimétricas de Nestler y Faber.. . . .	23
4. Taquimetría técnica y taquimetría topográfica, taquimetría común y taquimetría de precisión.. . . .	3	b) Contralor por medio de la tabla auxiliar I de los valores obtenidos con la regla de cálculo.. . . .	26, 27
5. Nota histórica.. . . .	3	c) Tabla auxiliar II para el cálculo del desnivel con la regla de cálculo más simple.. . . .	26, 28
<i>B. Teoría del anteojo estadimétrico común.</i>		d) Tablas taquimétricas de Jordan 29, 30	
6. Teoría del anteojo estadimétrico.. . . .	4	e) Tabla auxiliar (IIA) de Reger para cálculos de contralor del desnivel.. . . .	31, 32, 33
7. Anteojo de Porro o anteojo analítico, su teoría.. . . .	8	f) "Tablas de diferencias de alturas" usadas por el Instituto Geográfico Militar	33, 34, 35
<i>C. Teoría del anteojo con enfoque interior.</i>		15. Resumen de fórmulas para taquimetría común y cálculo de cotas.. . . .	38
8. Anteojo estadimétrico con lente de enfoque interior.. . . .	11	<i>E. Precisión de las distancias y desniveles.</i>	
9. Fórmula general que para un anteojo con enfoque interior expresa la distancia D en función del segmento de mira leído.. . . .	14	16. Precisión de la distancia estadimétrica	38
10. Determinación de las constantes taquimétricas c y k, por separado.. . . .	17	17. Precisión del desnivel	41
11. Determinación simultánea de las constantes c y k.. . . .	18		
<i>D. Cálculos de taquimetría común.</i>			
12. Cálculo de la expresión mk cuando			

Nº	Pág.	Nº	Pág.
<i>A. Generalidades sobre métodos, equipo instrumental y personal.</i>		4. Objetivo que se persigue con el levantamiento de los puntos de detalle y normas para la buena elección y disposición de los mismos	
1. Principio de taquimetría común ..	42	5. Reconocimiento previo.. . . .	47
2. Métodos para la determinación de puntos básicos; campo de aplicación de cada uno	44	6. Croquis	47
3. Numeración de los puntos de detalle y designación de los puntos de estación.. . . .	44	7. Personal que puede constituir una comisión de taquimetría	47
		8. Teodolito-taquímetro y miras taquimétricas	49

Nº	Pág.	Nº	Pág.
<i>B. Taquimetría de puntos de detalle.</i>		trabajo de levantamiento taquimétrico 55	
9. Algunos detalles y orden de las operaciones a efectuar	51	<i>C. Poligonales taquimétricas.</i>	
10. Ejemplo explicativo consignado en nuestro Registro de Taquimetría 52, 53, 54		12. Cálculo de una poligonal taquimétrica en nuestro formulario de Poligonales Taquimétricas	55, 56, 57
11. Densidad de puntos y rendimiento del			

§ 3. Taquímetros autorreductores.

Nº	Pág.	Nº	Pág.
<i>A. Generalidades.</i>		Programa de Hammer 65	
1. Agrupación de tipos 59		Primer taquímetro de diagrama de Roncagli y Urbani 66	
2. Característica general de los taquímetros del grupo a) 60		Diagrama de Hammer 66	
		Colaboración de A. Fennel 67	
		Primer modelo comercial del autotaquímetro Hammer-Fennel . . 67	
		División del campo visual 69	
		Mira Hammer-Fennel 69	
		Modelo actual del autotaquímetro 70	
		8. Ventajas del autotaquímetro Hammer-Fennel 70	
		9. Teoría del autotaquímetro Hammer-Fennel 71	
		10. Aplicación del principio de Hammer a otros instrumentos de la Casa Fennel 74	
		11. Teodolito - taquímetro autorreductor "Kern DKR" 74	
		12. Complementos del equipo reductor normal DKR para aumentar su aplicación 76	
		13. Taquímetro autorreductor "Dahlta" de Zeiss 76	
<i>B. Nuevas fórmulas taquimétricas.</i>		<i>E. Recapitulación.</i> 80	
3. Plano de referencia horizontal usado para la medición de ángulos verticales en la mayor parte de los modernos taquímetros autorreductores . . 60			
4. Nuevas fórmulas taquimétricas referidas al plano visual del hilo inferior 61			
<i>C. Taquímetros autorreductores con micrómetro filar.</i>			
5. Hilo estadimétrico móvil 62			
6. Taquímetro "Tichy-Starke" 62			
<i>D. Tres característicos modelos de taquímetros de diagrama autorreductores.</i>			
7. Autotaquímetro "Hammer-Fennel", antecedentes y perfeccionamientos. 65			

§ 4. Brújulas e instrumentos complementarios (eclímetros).
Poligonales a brújula.

Nº	Pág.	Nº	Pág.
1. Gravedad y fuerza magnética	81	mada "brújula Kater" o "brújula Schmalcalder" o también "brújula prismática"). Datos históricos y detalles constructivos; verificación y uso	89
2. Definiciones: inclinación y declinación magnética; sus variaciones	81	8. Brújula taquimétrica Taquítopo Zeiss"	91
3. Dos tipos de brújulas en uso en topografía	85	9. Instrumentos complementarios (eclímetros) necesarios para los levantamientos de poligonales a brújula ..	94
4. Declinatoria (llamada a veces también "brújula de orientación")	85	<i>Poligonación a brújula.</i>	
5. Brújulas circulares. Dos clases típicas	86	10. Dos ejemplos prácticos de poligonales a brújula.. . . .	97, 98, 99
Brújula circular de teodolito	86	11. Propagación de errores en poligonales a brújula y a teodolito	98, 100
Brújula circular a limbo móvil (brújula Kater)	87		
6. Brújula circular de teodolito. Detalles constructivos y verificación . .	88		
7. Brújula circular a limbo móvil (la-			

§ 5. Telémetro de coincidencia (o telémetro monocular).

Nº	Pág.	Nº	Pág.
1. Distanciómetro que no requiere el uso de una mira; su empleo	101	2. Principio del telémetro y construcciones antiguas	102

Nº	Pág.	Nº	Pág.
3. Telémetro de coincidencia (telémetro de inversión o telémetro monocular)	104	5. Ajuste del telémetro de inversión	106
4. Telémetro de coincidencia o telémetro de Zeiss	105	6. Precisión de la determinación de distancias con telémetro de inversión	108

§ 6. Telémetro estereoscópico (telémetro binocular).

Nº	Pág.	Nº	Pág.
1. Dato histórico	109	4. Uso del telémetro estereoscópico y correcciones	113
2. Observaciones previas de carácter fundamental	109	5. Principales características de los modelos de telémetros militares y topográficos Zeiss. Precisión	114
3. Construcción de una escala estereoscópica	111		

§ 7. Levantamiento a plancheta o taquimetría gráfica.

Nº	Pág.	Nº	Pág.
1. Observación previa	116	18. Determinación de un nuevo punto C por medio de una visual orientada AC desde el punto A hasta el nuevo punto C	127
<i>A. Instrumental.</i>		19. Intersección hacia adelante	127
2. Dato histórico	116	20. Intersección lateral	127
3. Principales partes del equipo de plancheta y equipos más usados en nuestro país	116	<i>E. Colocación de los puntos trigonométricos en el tablero y su verificación.</i>	
4. Accesorios	122	21. Colocación de los puntos trigonométricos dados por sus coordenadas geográficas	128
<i>B. Corrección de la plancheta.</i>		22. Colocación de los puntos trigonométricos dados por sus coordenadas rectangulares Gauss-Krüger	129
5. Colocación del tablero en posición horizontal	122	23. Desviación de la aguja magnética	129
6. Corrección del error de colimación	122	24. Verificación de los puntos trigonométricos	129
7. Corrección del error del eje de rotación del anteojo (eje horizontal)	122	25. Rol de los puntos trigonométricos en los trabajos de levantamiento	130
8. Condición que debe estar satisfecha para la medición de ángulos verticales	123	<i>F. Problema de la carta o de Pothenot.</i>	
9. Horizontalidad del eje de colimación y paralelismo entre el eje de colimación y el eje del nivel de anteojo	123	26. Problema de los tres puntos; su enunciado. Intersección hacia atrás	131
10. Corrección del error de índice en caso de existir un nivel de anteojo	123	27. Condiciones geométricas del problema	131
11. Corrección del error de índice en caso de que la alidada no tenga nivel de anteojo	123	28. Solución del problema de la carta por medio de un papel transparente	132
<i>C. Centración y nivelación de la plancheta.</i>		29. Solución del problema de la carta con punto auxiliar de Collins (sin usar la brújula)	132
12. Objeto de la plancheta y condición para cumplirla	124	30. Orientación aproximada de la plancheta por medio de la brújula, y origen del triángulo de error	134
13. Nivelación del tablero	125	31. Solución del problema de la carta con triángulo de error	134
14. Orientación exacta y centración de la plancheta	125	<i>G. Problemas de Marek y de Hansen.</i>	
15. Trazado de la meridiana magnética con ayuda de la declinatoria	125	32. Problema de Marek o problema de los dos pares de puntos	136
16. Orientación aproximada de la plancheta	126	33. Problema de Hansen	137
<i>D. Métodos para la determinación de nuevos puntos.</i>			
17. Observaciones generales relativas a la ejecución del trabajo	126		

Nº	Pág.	Nº	Pág.
<i>H. Poligonación con la plancheta.</i>		<i>I. Altimetría con la plancheta.</i>	
34. Necesidad de la poligonación gráfica; su característica	138	37. El principio de la taquimetría en el uso de la plancheta	141
35. Explicación del método. Error de cierre. Método con estaciones saltadas	139	38. Ejemplo típico de nivelación geométrica con la plancheta y su anotación en el "Registro de plancheta" ..	141, 142
36. Compensación gráfica de un error de cierre	140	39. Nivelación trigonométrica .. .	144, 145
		<i>J. Recapitulación.</i>	
		40. Importancia de la plancheta	146

CAPITULO II:

Confección de planos.

Nº	Pág.	Nº	Pág.
<i>A. Generalidades.</i>		<i>B. Curvas de nivel o curvas horizontales.</i>	
1. Condiciones que debe satisfacer un plano topográfico. Signos convencionales	151	4. Nota histórica	155
2. Reticulado de planos topográficos ..	152	5. Planos acotados	156
3. Distintos procedimientos para la representación del relieve del terreno. Semiperspectivas	152	6. Curvas de nivel; explicación del término	156
		7. Equidistancia natural y equidistancia gráfica. Numeración de las curvas de nivel	157
		8. Perfil transversal. Perfil natural y perfil sobrealzado	158
		9. Propiedades de la curvas de nivel ..	159
		10. Puntos singulares y puntos notables del terreno	160
		11. Líneas de máxima pendiente o líneas de caída de una superficie topográfica; su construcción	161
		12. Líneas de máxima pendiente notables: líneas divisorias y talwegs del terreno; su importancia práctica ..	161
		13. Líneas directrices del terreno; modo de representarlas en los croquis de campo	163
		<i>C. Sistema de trazos.</i>	
		14. Trazado de las líneas de forma o curvas de nivel provisionales en los croquis de campo	164
		15. Interpolación lineal por el cálculo ..	165
		16. Interpolación mediante diagramas de paralelas	165
		17. Interpolación con ayuda de perfiles transversales	165
		18. Precisión de las curvas de nivel. Errores medios y tolerancias deducidas de grandes trabajos prácticos realizados	167
		19. Inconveniente de las curvas de nivel	168
		20. Iluminación cenital	169
		21. Iluminación oblicua	169
		22. Trazos	170
		23. Reglas para el grosor y adosamiento de los trazos	172
		24. Fórmula general para el dibujo de trazos	173
		25. Sistema de Lehmann	173
		26. Sistema austriaco	176
		27. Sistema de trazos francés	176
		28. Cartas con iluminación oblicua y dibujadas con trazos	177
		29. Procedimiento de cálculo para sacar ángulos de pendiente de un plano provisto de curvas de nivel, con el objeto de utilizarlos para el dibujo de trazos	178
		30. Campo de aplicación de los trazos ..	178

<i>D. Representación del relieve del terreno por medio del esfumaje.</i>	
31. Esfumaje; iluminación cenital e iluminación oblicua	179
<i>E. Cartas de relieve y pseudo-cartas de relieve.</i>	
32. Relieves topográficos; su confección por el sistema clásico	179
33. Cartas de relieve y pseudo-cartas de relieve; su característica. Carta mural de Suiza	180
<i>F. Modernas cartas geográficas. Carta mundial al millonésimo.</i>	
34. Carta hipsométrica. Escala de tintas hipsométricas	182
<i>G. Topografía militar y topografía civil</i>	
<i>H. Recapitulación</i>	
<i>I. Importancia de los conocimientos morfológicos en su aplicación a la topografía</i>	
Indice de formularios usados y explicados en la obra	
Indice alfabético	

CAPITULO PRIMERO

Taquimetría

inclusa la autotaquimetría

Sumario

CAPITULO I

	Pág.
§ 1. <i>Estadimetría</i>	1
§ 2. <i>Ejecución de las mediciones taquimétricas</i> .	42
§ 3. <i>Taquímetros autorreductores</i>	59
§ 4. <i>Brújulas e instrumentos complementarios. Poligonales a brújula</i>	81
§ 5. <i>Telémetro de coincidencia (telémetro monocular)</i>	101
§ 6. <i>Telémetro estereoscópico (telémetro binocular)</i>	109
§ 7. <i>Levantamiento a plancheta (taquimetra gráfica)</i>	115

Capítulo I.

Taquimetría

§1.

Estadimetría.

Sumario.

- A. Primera orientación.*
- B. Teoría del anteojo estadimétrico común.*
- C. Teoría del anteojo con enfoque interior.*
- D. Cálculo de taquimetría común.*
- E. Precisión de las distancias y desniveles.*

A. Primera orientación.

1. Observación previa.

Después de haber tratado en el Tomo I, luego en los Volúmenes 2 del Tomo II y 1 del III, las operaciones planimétricas y altimétricas por separado; y después de haber estudiado, en págs. 127-150 de ese Volumen 2 del Tomo II, como preparación y primera introducción al importante capítulo de la **Taquimetría**, los modernos equipos de la **taquimetría de doble imagen**, destacando sus buenas perspectivas de aplicación tanto a las operaciones de catastro urbano como a **levantamientos de minas**, volvemos ahora a considerar el método taquimétrico con toda la amplitud que merece.

Trátase, como sabemos, de un método que permite un **levantamiento planialtimétrico simultáneo** de los puntos del terreno.

Estos levantamientos son ejecutados principalmente para la obtención de **planos técnicos**, a escalas grandes (1:1 000 hasta 1:10 000), los que se utilizan para anteproyectos de obras públicas, vialidad, desagües, riegos, canalizaciones, etc.

Sirve también dicho método para el **levantamiento topográfico** destinado a la confección de cartas, o planos a escalas pequeñas (1:20 000 hasta 1:50 000), las que son indispensables para fines militares, turismo y muchos objetivos más de la técnica y administración.

2. Principios de la taquimetría y del distanciómetro filar.

El principio de la taquimetría (fig. 1) consiste en el levantamiento de los puntos del terreno por medio de **coordenadas polares** (rumbo ω y dis-

1. — Müller, Compendio de Topografía, Volumen 2 del Tomo III, 4ª edición.

tancia d y desniveles Δh), con un mismo instrumento, llamado **taquímetro** (del griego *taquis*, rápido). El taquímetro permite determinar la distancia indirecta u ópticamente mediante la observación de un **segmento de mira**, limitado por los lados de un pequeño **ángulo paraláctico** constante ϵ , dado por la construcción del anteojo.

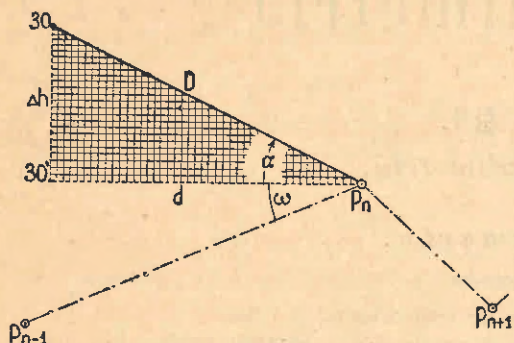


Fig. 1. Principio de la taquimetría.

Esta figura nos muestra que las magnitudes d y Δh se hallan en una relación muy sencilla con los datos ω , D y α , tomados en el terreno; quedando determinada la situación de un nuevo punto 30, por ejemplo, por su proyección 30', su rumbo ω , su distancia horizontal d y desnivel Δh .

En el taquímetro común se halla trazado entonces, en el medio entre los hilos i y s , como se ve en fig. 2, el llamado "hilo central" o "hilo medio", cuyo cruce con el hilo vertical de la cruz marca el **centro del campo visual** del anteojo. Es a este hilo medio que se refiere generalmente, en la **taquimetría común**, la medición del ángulo vertical α .

Los anteojos estadimétricos están contruidos de tal modo que la distancia que media entre la mira y el instrumento es el **céntuplo** o el **dos-céntuplo** ($k=100$ ó $k=200$) del segmento de mira interceptado por los hilos i y s .

La **diferencia de altura** Δh de los puntos objetos con respecto a la altura del eje horizontal del taquímetro, se obtiene **trigonométricamente**, en base a la distancia D (o d) y el ángulo vertical α (fig.1).

3. Clasificación de los taquímetros.

Los taquímetros son de diversos tipos, siendo, además, muy diferentes entre sí los modelos pertenecientes a cada tipo. Se diferencian en primer lugar en cuanto a la determinación de las **distancias** y **desniveles** y, en segundo lugar, en cuanto a la medición de los **ángulos horizontales**. De ahí nos ha venido la división en: **teodolitos-taquímetros**, **niveles-taquímetros**, **brújulas taquimétricas** y **alidadas taquimétricas de planchetas**, siendo esencial para ellos todos que la distancia sea obtenida ópticamente.

Cabe mencionar aquí también el **taquímetro autorreductor** y **teodolito-taquímetro autorreductor**, los cuales serán estudiados en el párrafo 3 del presente Volumen.

Este anteojo, llamado **anteojo estadimétrico** (o anteojo de taquímetro común) sólo se diferencia de un anteojo de teodolito simple (pág. 72 del Volumen 2 del Tomo II) en que, en lugar de la sencilla **cruz filar** de éste, aquél está dotado de otros **dos hilos horizontales**, un hilo inferior i y un hilo superior s (fig.2). (Ver también fig. 3, pág. 74 del Vol. 2 del Tomo II.)

La **diferencias de las lecturas de mira** correspondientes a los hilos i y s , es el **dato** que se utiliza, en unión con el ángulo ϵ , para la determinación de la **distancia**.

En el taquímetro común se halla trazado entonces, en el medio entre los hilos i y s , como se ve en fig. 2, el llamado "hilo central" o "hilo medio", cuyo cruce con el hilo vertical de la cruz marca el **centro del campo visual** del anteojo.



Fig. 2. Reticulo de anteojo estadimétrico.

Llámanse *distanciómetro* a todo instrumento destinado a la determinación de la longitud de la visual, entre el punto estación del aparato y el punto objeto, ya sea mediante una lectura directa, o la lectura de una función y un sencillo cálculo numérico.

La *dirección horizontal* (o rumbo) de la visual se puede determinar numérica o gráficamente *numéricamente* con leer el correspondiente rumbo ω , directamente (fig. 1), o el ángulo horizontal β referido a una determinada posición del limbo acimutal; o *gráficamente*, con trazar el rayo directamente en el tablero, desde el punto estación marcado hacia el punto objeto visado (ver fig. 13 de § 7).

En el uso del telémetro (ver § 5 y § 6), muy apreciado para la *topografía expeditiva* y las operaciones militares, no se precisa la mira.

4. Taquimetría técnica y taquimetría topográfica, taquimetría común y taquimetría de precisión.

Según las distancias máximas a que pueden encontrarse los puntos objetos, se suele distinguir entre la *taquimetría técnica*, con distancias máximas entre 120 y 150 metros, y la *taquimetría topográfica*, con distancias máximas entre 800 y 1000 metros.

Se puede distinguir también entre la *taquimetría común*, en la cual todo tiende hacia la rapidez de las operaciones, y la *taquimetría de precisión*, en la cual la precisión tiene un papel de cierta importancia (ver págs. 127 - 150, Volumen 2 del Tomo II).

Desde otro punto de vista podemos contraponer a la taquimetría común una nueva rama, la que podríamos llamar "*autotaquimetría*", porque sus principales características operativas se hallan regidas por el principio de la *economía del trabajo técnico* (el que ha venido adquiriendo una importancia universal, ver págs. 102 y 103, Volumen 1 del Tomo III).

Le dedicaremos a este tema de la *autotaquimetría* el § 3 del presente Volumen.

5. Nota histórica.

Recordamos aquí que el retículo filar fué introducido por el inglés *W. Gascoigne*, alrededor del año 1640, con lo cual logró convertir el simple *anteojo de observación* de Kepler (ver pág. 151 del Vol. 1 del Tomo II) en *anteojo de medición*.

Fué en el año 1674 que el italiano *G. Montanari* introdujo el *anteojo estadimétrico*, con *ángulo diastimométrico variable* (división micrométrica sobre una lámina de cristal, en el campo visual del anteojo) y *segmento de mira constante* (entre discos-señales).

Pero la invención del *anteojo estadimétrico* filar, con hilos fijos, debe ser atribuida al célebre constructor de la máquina a vapor, *James Watt*, año 1770.

Poco tiempo más tarde, otro inglés, el óptico *William Green* logró mejorar y aumentar la precisión del invento de *Watt* con el uso de mayor aumento.

Reichenbach (ver fig. 3), óptico y mecánico de Munich, introdujo en 1810, un nuevo método de medición, usando la llamada "*mira parlante*". Igual que *Watt*, *Reichenbach* empleó la mira *perpendicularmente* a la visual.

Utilizó para eso un *visor* (no resultando entonces la mira en posición vertical con visual inclinada).

El nuevo método de medición, muchas veces llamado "*método de Reichenbach*", logró un éxito extraordinario, primero en Alemania y pronto en muchos otros países, método que ha conservado hasta el día de hoy toda su importancia práctica para los trabajos de levantamiento.

Trataremos en lo que sigue el **taquímetro común**, con distanciómetro filar simple, hilos fijos y lecturas sobre "mira parlante", tal cual lo creó Reichenbach, en 1810, con la única diferencia de que suponemos la mira en **posición vertical** (en lugar de la posición perpendicular a la visual que Reichenbach había empleado).



Fig. 3. G. F. von Reichenbach.
1772 — 1826

(Foto de un cuadro del "Deutsches Museum", Munich.)

B. Teoría del anteojo estadimétrico común.

6. Teoría del anteojo estadimétrico.

Según dijimos, el anteojo llamado "estadimétrico" se diferencia del anteojo del teodolito simple sólo en que, en la placa del retículo, además de la cruz filar, se hallan fijados otros dos hilos horizontales, equidistantes del hilo medio.

Mediante estos dos hilos estadimétricos se apunta la **mira taquimétrica** (fig. 4), centimetrada (con numeración de los decímetros, igual que la **mira de nivelación**).

Sea $AB = m$ (fig. 4) el segmento de mira, que produce en el campo visual de un anteojo estadimétrico (con ocular de Ramsden) una imagen reducida e invertida ab . Sea p la distancia entre los hilos estadimétricos i y s del retículo (figs. 2 y 4), D la distancia entre la mira y el centro del objetivo y e la distancia entre el centro del objetivo y el retículo, en cuyo plano se produce la imagen del segmento de mira m .

Dedúcese de la figura 4 directamente:

$$(1) \quad \frac{p}{e} = \frac{m}{D}$$

Trataremos ahora de expresar la distancia D en función del segmento de mira m (ver epígrafe de fig. 4).

En la (1) la distancia e depende de la magnitud de D , de acuerdo a la ecuación dióptrica fundamental:

$$(2) \quad \frac{1}{e} + \frac{1}{D} = \frac{1}{f} \quad (\text{ver pág. 78, volumen 1 del tomo II})$$

Estas dos ecuaciones contienen lo esencial de la teoría del anteojo estadimétrico.

Para obtener D en función de m , sólo debe ser eliminada la cantidad variable e de las ecuaciones (1) y (2).

De la (1) tenemos:

$$\frac{1}{e} = \frac{m}{Dp}$$

y de la (2) sacamos:

$$\frac{1}{e} = \frac{1}{f} - \frac{1}{D}$$

con lo que obtenemos:

$$\frac{m}{Dp} = \frac{1}{f} - \frac{1}{D} = \frac{D-f}{Df}$$

De donde:

$$(3) \quad D-f = \frac{f}{p} \times m$$

Como f y p son constantes del anteojo, se ve que la magnitud $D-f$ es proporcional al segmento de mira m leído entre los hilos.

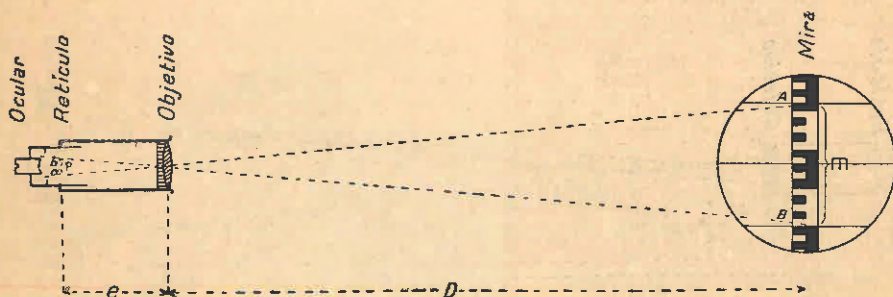


Fig. 4. Se ilustra la teoría del anteojo estadimétrico mostrando el recorrido de dos rayos principales correspondientes a los hilos estadimétricos (que pasan por el centro óptico, sin refractarse).

$m = a - b$, lecturas alta a menos lecturas baja b .

$D-f$ es la distancia que media entre la mira y el foco anterior del objetivo, y es ésta la magnitud (y no la distancia D misma) la que es proporcional al segmento de mira m (ver fig. 5).

Cuando se quiera obtener la distancia E (fig. 5) entre la mira y el punto estación (el que generalmente coincide con un punto situado a la mitad del largo del anteojo), deberá sumarse a la cantidad $D-f$ la distancia focal f , más un pequeño segmento δ , que representa la distancia entre el objetivo y el punto de estación (punto medio del anteojo), con lo que se tiene:

$$E = D-f + f + \delta$$

En vista de que según (3):

$$D-f = \frac{f}{p} \times m$$

obtenemos:

$$(4) \quad E = f + \delta + \frac{f}{p} \times m$$

Poniendo:

$$(5) \quad f + \delta = c$$

y

$$(6) \quad \frac{f}{p} = k$$

la (4) se transforma en:

$$(7) \quad E = c + mk$$

Recién en el año 1809, **Reichenbach** descubrió que el punto analítico se halla en el foco anterior del objetivo, que es la posición de aquel punto a partir del cual existe proporcionalidad entre el segmento de mira y la distancia. Estableció el mismo por primera vez la ecuación fundamental (7), razón por la cual el método lleva su nombre.

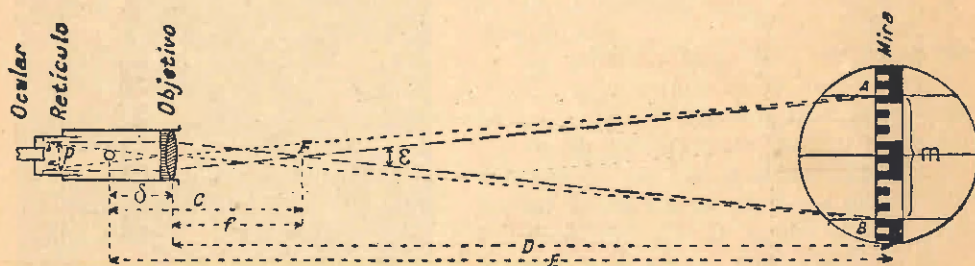


Fig. 5. Se ilustra la teoría del anteojo estadimétrico mostrando el recorrido de dos rayos que pasan por el foco anterior del objetivo, siguiendo paralelos al eje y que llegan finalmente a los hilos estadimétricos.

f , distancia focal del objetivo,

δ , distancia entre el objetivo y el punto estación o punto de apoyo del anteojo, $\left(\delta \sim \frac{f}{2}\right)$,

$f + \delta = c$, distancia entre el foco anterior y el punto estación,

D , distancia entre la mira y el objetivo,

E , distancia entre la mira y el punto estación,

ϵ , ángulo diastimométrico (*) o ángulo paraláctico.

La constante aditiva c , que a veces se llama "constante de Reichenbach" es relativamente pequeña (generalmente entre 0,3 y 0,5 metro) y puede por ello algunas veces ser despreciada (especialmente en levantamientos topográficos).

Como δ es aproximadamente igual a la mitad del largo del anteojo enfocado para un punto muy lejano, teniendo, en consecuencia, un valor cerca de $\frac{1}{2}f$, resulta para c :

$$c \sim 1,5f.$$

(*) Diastimométrico, del griego *diastema*, intervalo.

En cuanto a la **constante multiplicativa k** , generalmente se colocan los hilos estadimétricos de tal manera que ella resulta igual a 100, para lo cual se hace

$$(8) \quad p = \frac{f}{100}$$

con lo que se favorece en grado máximo la comodidad del cálculo.

Para trabajos de **taquimetría técnica** se elige generalmente para la constante k el valor 100, y para la **taquimetría topográfica** el valor $k = 200$.

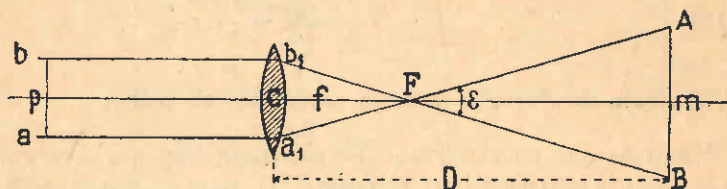


Fig. 6.

De la fig. 6 se deduce directamente la fórmula (3).

En efecto, considerando los triángulos semejantes **FAB** y **Fa₁b₁**, obtenemos:

$$\frac{D-f}{m} = \frac{f}{p}$$

la que da:

$$(9) \quad D-f = \frac{f}{p} m = mk$$

Definición. Como ya dijimos, llámase **punto analítico (*)** de un anteojo de cualquier construcción a aquel punto del eje longitudinal del anteojo o su prolongación, a partir del cual la distancia a la mira es proporcional al segmento de mira interceptado por los hilos estadimétricos.

De acuerdo con esta definición y aplicándola al anteojo estadimétrico anteriormente descrito, debemos decir que el foco anterior del objetivo es el **punto analítico del anteojo**.

La constante multiplicativa k puede ser expresada por el ángulo diastimométrico ϵ , que en el caso considerado tiene su vértice en el foco anterior **F** y cuyos lados pasan por los extremos del segmento interceptado.



Fig. 7. Ignacio Porro (1801 — 1875).

Insigne topógrafo y óptico italiano.

Inventor del anteojo analítico que lleva su nombre, el que fué empleado en la construcción de teodolitos taquímetros (llamados "*cleps*", dotados de muy pequeños círculos completamente cubiertos).

(*) Analítico, invariable; del prefijo privativo griego *a* y *allattein*, cambiar, variar.

Resulta de la fig. 6:

$$(10) \quad \operatorname{ctg} \frac{\epsilon}{2} = \frac{FC}{Cb_1} = \frac{f}{\frac{1}{2}p} = \frac{2f}{p}$$

De donde resulta, teniendo presente la (6):

$$(11) \quad \frac{f}{p} = k = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\epsilon}{2}$$

7. Anteojo de Porro o anteojo analítico, su teoría.

Mientras que en el método Reichenbach hay que agregar al producto mk la constante aditiva c [ver fórmula (7)], para la distancia E entre la mira y el punto estación del teodolito taquímetro, se puede, por medio de una adecuada modificación de la construcción del anteojo, conseguir que mk resulte ser (con visual horizontal) directamente la **distancia de la mira al punto estación del instrumento**, es decir, se puede reducir la constante c a **cero**.

Una construcción de esta característica fué ideada por el físico italiano Pablo Ignacio **Porro** (var fig. 7). Este anteojo es por eso llamado **anteojo de Porro** o **anteojo analítico**. La figura 8 representa un esquema de un anteojo de Porro. Lo esencial de esta construcción consiste en la interca-

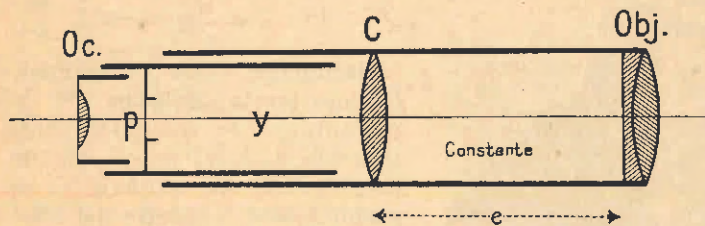


Fig. 8. Esquema del anteojo de Porro.

Oc., ocular; p, retículo estadimétrico;
Obj., objetivo; e, distancia fija;
C, lente colectora; y, distancia variable.

lación de una **lente colectora C**, entre el objetivo y el ocular, a la **distancia fija e**, a partir del objetivo, variando así la distancia entre la lente colectora y el retículo cuando se enfoca para puntos a diferentes distancias.

Ilústrase en fig. 9 la teoría del anteojo de Porro.

Los dos rayos, paralelos al eje, emitidos por los dos puntos de intersección de los hilos estadimétricos con el hilo vertical, después de ser refractados en la lente colectora **C** de distancia focal f_2 , se cortan en el foco anterior F_2 de la misma, siendo luego nuevamente refractados, cuando pasan por el objetivo, en dos puntos cuya distancia es p . Se ve, por lo tanto, entre los hilos el **segmento de mira m**, que es el interceptado por los lados de un ángulo **fijo** ϵ , con vértice **V**, también fijo respecto al objetivo y la lente colectora.

De la magnitud p de la distancia de los hilos estadimétricos depende la magnitud del ángulo diastimométrico ϵ , para el cual se prefiere el valor de $1/100$. Como entonces la distancia de **V** a la mira es siempre $100 \times m$, el punto **V**, según la definición anteriormente dada, es el **punto analítico** del anteojo.

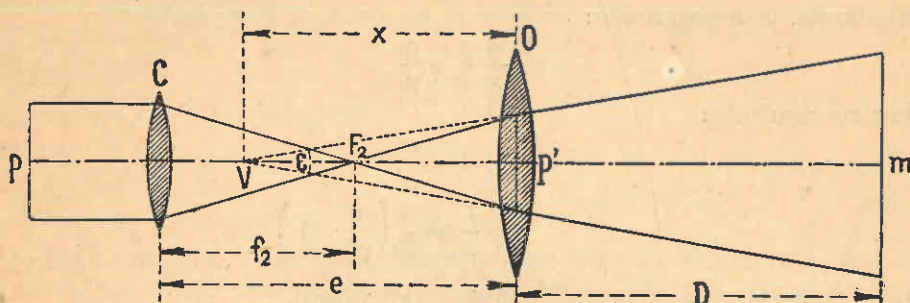


Fig. 9. Se ilustra la teoría del anteojo de Porro.

- O, objetivo;
 C, lente colectora;
 e, distancia fija entre las lentes O y C;
 p, distancias de los hilos estadimétricos;
 F_2 , Foco anterior de la lente colectora C;
 f_2 , distancia focal de la lente C;
 p' , distancia entre los puntos en que los rayos emanados de los hilos estadimétricos cruzan el objetivo;
 ϵ , ángulo diastimométrico;
 V, vértice del ángulo diastimométrico ϵ ;
 x, distancia entre el vértice V y el objetivo O;
 m, segmento de mira interceptado;
 D, distancia entre el objetivo y la mira.

De la figura 9 sacamos directamente:

$$\frac{p'}{p} = \frac{e - f_2}{f_2}$$

de donde:

$$(12) \quad p' = \frac{e - f_2}{f_2} p$$

Por ser el vértice V la imagen virtual del punto objeto F_2 , al emitir éste rayos sobre la lente O, tendremos según la fórmula dióptrica fundamental (24) [pág. 78, volumen 1, tomo II]:

$$(13) \quad \frac{1}{e - f_2} + \frac{1}{-x} = \frac{1}{f_1}$$

siendo f_1 la distancia focal de la lente objetiva O.

[La distancia de objeto es $e - f_2$, y la distancia de imagen (negativa en el presente caso), es $-x$.]

Se ve de la (13) que, con elegir convenientemente las magnitudes f_1 , f_2 y e se puede de múltiples maneras obtener para x cualquier valor deseado, por ejemplo una magnitud igual a la distancia entre el objetivo y el punto de apoyo del anteojo, el que representa el centro estación.

De la (13) sacamos:

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{e - f_2} - \frac{1}{f_1} = \frac{f_1 + f_2 - e}{f_1(e - f_2)}$$

De la fig. 9 se desprende:

$$\frac{D+x}{x} = \frac{m}{p'}$$

Por consiguiente:

$$\begin{aligned}\frac{D}{x} + 1 &= \frac{m}{p'} \\ \frac{1}{x} &= \frac{1}{D} \left(\frac{m}{p'} - 1 \right)\end{aligned}$$

Introduciendo este valor de $\frac{1}{x}$ en la (13), resulta:

$$\frac{1}{e-f_2} - \frac{1}{D} \left(\frac{m}{p'} - 1 \right) = \frac{1}{f_1}$$

Resolviendo esta ecuación con respecto a D , se obtendrá sucesivamente:

$$\begin{aligned}\frac{1}{D} \left(\frac{m}{p'} - 1 \right) &= \frac{f_1 + f_2 - e}{f_1(e-f_2)} \\ D &= \left(\frac{m}{p'} - 1 \right) \times \frac{f_1(e-f_2)}{f_1 + f_2 - e}\end{aligned}$$

o también:

$$D = \frac{f_1(f_2 - e)}{f_1 + f_2 - e} + \frac{f_1(e-f_2)}{f_1 + f_2 - e} \cdot \frac{m}{p'}$$

Reemplazando p' por su valor dado en la (12), resulta:

$$(14) \quad D = \frac{f_1(f_2 - e)}{f_1 + f_2 - e} + \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e} \cdot \frac{1}{p} \times m$$

ecuación en la cual la expresión $\frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e} \times \frac{1}{p}$, la que multiplica el segmento de mira m , representa la constante multiplicativa k en (7).

Dado que $\frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e}$ es la **distancia focal equivalente** del sistema de las lentes **O** y **C** [ver ecuación (36), pág. 82 del volumen 1 del Tomo II], se desprende que la constante multiplicativa es obtenida con dividir esa distancia focal equivalente por la distancia p de los hilos, en completa analogía con la fórmula (6), que se había deducido para el caso del anteojo estadimétrico con el objetivo simple.

La fórmula (14) da la **distancia D** entre la mira y el objetivo **O** en función del segmento de mira m . Si se desea una fórmula que exprese la distancia **E** de la mira a algún otro punto del anteojo, por ejemplo al punto estación del aparato o su punto de apoyo, es necesario agregar a **D** todavía un segmento fijo δ igual a la distancia del objetivo a dicho punto de referencia o apoyo.

Así obtenemos:

$$(15) \quad E = \delta + \frac{f_1(f_2 - e)}{f_1 + f_2 - e} + \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e} \times \frac{1}{p} \cdot m$$

Esta fórmula tiene la forma de la ecuación (7), siendo:

$$(16) \quad c = \delta + \frac{f_1(f_2 - e)}{f_1 + f_2 - e}$$

y

$$(17) \quad k = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e} \times \frac{1}{p}$$

Si δ tiene un valor dado, resultante del plan de construcción del instrumento, se puede, con elegir convenientemente f_1 , f_2 y e conseguir (de múltiples maneras) que la constante aditiva resulte igual a cero.

C. Teoría del anteojo con enfoque interior.

8. Anteojo estadimétrico con lente de enfoque interior.

Las fórmulas (16) y (17) demuestran que las **constantes taquimétricas** c y k de un anteojo con sistema óptico objetivo de dos lentes separadas dependen de la distancia e existente entre estas lentes. Como un anteojo con lente de enfoque interior (ver figuras 10 y 11) tiene también un sistema óptico objetivo de dos lentes separadas, pero con la característica de una distancia e **variable**, podría aparecer a primera vista que este anteojo no fuera apto para la taquimetría, porque las bisecciones a diferentes distancias traerían como consecuencia variaciones de la magnitud e y de las constantes c y k [ver ecuaciones (16) y (17)], las que entonces sólo impropriamente podrían ser llamadas "constantes" aditiva y multiplicativa, respectivamente. Sin embargo, podría ser el caso de que esas variaciones de e , c y k originadas por el enfoque para diferentes distancias, fueran de tan pequeño efecto que en la práctica no tuvieran importancia. Que esto es efectivamente así lo demostraremos con un **estudio numérico** sobre los dos anteojos (de tipos bastante diferentes) considerados por primera vez en las planillas de pág. 229 de nuestra **Optica**.

De la fórmula (124) de pág. 228 de nuestra **Optica** se obtiene:

$$(18) \quad e = \frac{l + \frac{D f_1}{D - f_1}}{2} - \sqrt{\left(\frac{l - \frac{D f_1}{D - f_1}}{2} \right)^2 - f_2 \left(l - \frac{D f_1}{D - f_1} \right)}$$

habiéndose llamado ahora e a la distancia separadora de las dos lentes del sistema objetivo y D a la distancia entre el objetivo y la mira.

Con esa fórmula hemos calculado la **planilla I** (pág. 13), en la cual hemos agregado la columna (10) para la distancia focal equivalente f del sistema objetivo.

Además, de la fórmula (14) deducimos:

$$(19) \quad \frac{m}{p} = \frac{(f_1 + f_2 - e) D}{f_1 f_2} - \frac{f_2 - e}{f_2}$$

Luego:

$$\frac{m}{p} = \frac{(f_1 + f_2) D}{f_1 f_2} - \frac{e D}{f_1 f_2} + \frac{e}{f_2} - 1$$

o también:

$$(20) \quad \frac{m}{p} = \frac{-(f_1 + f_2) D + e(D - f_1)}{-f_1 f_2} - 1$$

Esta ecuación expresa el **segmento de mira m** que se lee en función de la **distancia D** y de las **constantes del instrumento**.

Con la fórmula (20) calculamos la **Planilla II** (ver pág. 13), sacando el valor de la **e** de la Planilla I para cada caso.

Analicemos ahora los números consignados en la columna (10) de la Planilla II.

Veamos primero el **Ejemplo 1** que se refiere al anteojo **Kern** de fig. 10. En

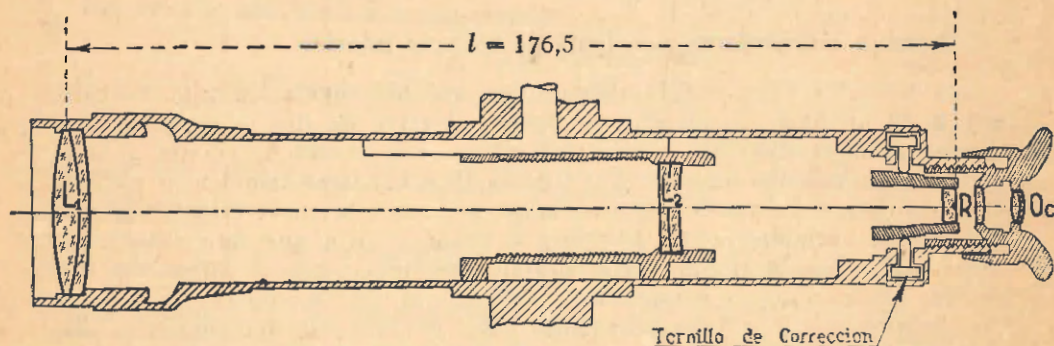


Fig 10. Sección longitudinal por un anteojo "Kern" de enfoque interior:

$$f_1 = 160 \text{ mm}, f_2 = -160 \text{ mm}, l = 176,5 \text{ mm}.$$

Escala 2:3

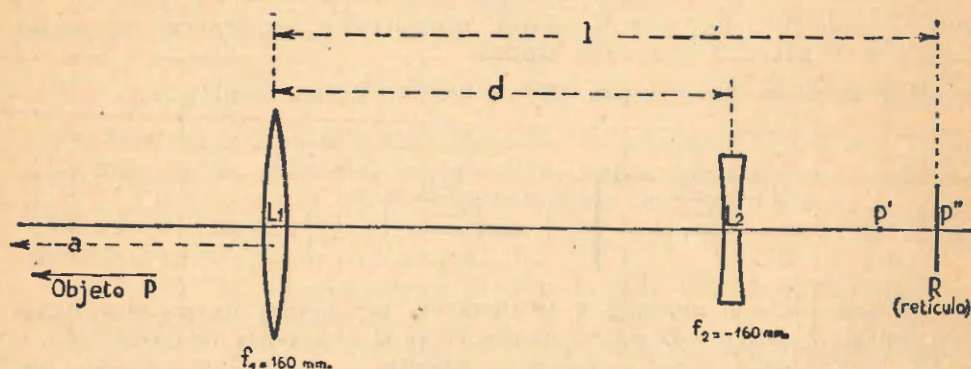


Fig. 11. Se ilustra la disposición relativa de las lentes convergentes y del retículo de un anteojo de enfoque interior.

el supuesto de que los hilos estadimétricos se hallen realmente colocados con una distancia de 2,202 89 mm (= centésima parte de la distancia focal equi-

(Continúa en pág. 14).

Cálculo de la distancia e entre lentes necesaria para el enfoque de objetos a diferentes distancias:

$$e = \frac{l + \frac{D f_1}{D - f_1}}{2} - \sqrt{\left(\frac{l - \frac{D f_1}{D - f_1}}{2}\right)^2 - f_2 \left(l - \frac{D f_1}{D - f_1}\right)}$$

Planilla I.

Ejemplo 1. Para un anteojo de Kern se tiene: $f_1 = +160$ mm, $f_2 = -160$ mm, $l = 176,5$ mm.									
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
Distancia entre mira y objetivo D	$\frac{D f_1}{D - f_1}$	$l + \frac{D f_1}{D - f_1}$	$l - \frac{D f_1}{D - f_1}$	$\left(\frac{l - \frac{D f_1}{D - f_1}}{2}\right)^2$	$-f_2 \left(l - \frac{D f_1}{D - f_1}\right)$	(5) + (6)	$\sqrt{(5) + (6)}$	$e = (3) - (8)$	$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e}$
metros	mm	mm	mm	mm ²	mm ²	mm ²	mm	mm	mm
∞	160,000	168,250	8,250	68,0625	2640,00	2708,06	52,039	116,211	220,289
200	160,128	168,314	8,186	67,0106	2619,52	2686,53	51,832	116,482	219,777
100	160,256	168,378	8,122	65,9669	2599,04	2665,01	51,624	116,754	219,264
50	160,514	168,507	7,993	63,8880	2557,76	2621,65	51,202	117,305	218,235
20	161,290	168,895	7,605	57,8360	2433,60	2491,44	49,914	118,981	215,244
10	162,602	169,551	6,949	48,2886	2223,68	2271,97	47,665	121,886	210,034

Ejemplo 2. Para un anteojo Wild-Zeiss se tiene: $f_1 = +149$ mm, $f_2 = -500$ mm, $f_1 + f_2 = -351$, $l = 165$ mm.

∞	149,000	157,000	8,000	64,0000	8000,0	8064,00	89,800	67,200	178,144
200	149,111	157,056	7,944	63,1071	7944,5	8007,61	89,485	67,571	177,986
100	149,222	157,111	7,889	62,2363	7889,0	7951,24	89,170	67,941	177,829
50	149,445	157,222	7,778	60,4973	7777,5	7838,00	88,532	68,690	177,510
20	150,118	157,559	7,441	55,3685	7441,0	7496,37	86,581	70,978	176,549
10	151,254	158,127	6,873	47,2381	6873,0	6920,24	83,188	74,939	174,884

Cálculo del segmento de mira m leído entre hilos de distancia p en la observación de la mira a diferentes distancias:

$$\frac{m}{p} = \frac{-(f_1 + f_2) D + e (D - f_1)}{-f_1 f_2} - 1$$

Planilla II.

Ejemplo 1. Anteojo Kern con $f_1 = +160$ mm, $f_2 = -160$ mm, $l = 176,5$ mm, $f_1 + f_2 = 0$, $f_1 f_2 = -25600$, $p = 2,20289$									
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
D = Distancia entre mira y objetivo	$-(f_1 + f_2) D$	$D - f_1$	e	$e (D - f_1)$	(2) + (5)	$\frac{(2) + (5)}{-f_1 \cdot f_2}$	$\frac{m}{p} = \frac{(2) + (5)}{-f_1 \cdot f_2} - 1$	Segmento de mira m	100 . m
metros	mm ²	mm	mm	mm ²				mm	metros
200	0	199 840	116,482	23 277 763	23 277 763	909,288		2000,859	200,086
100	0	99 840	116,754	11 656 719	11 656 719	455,341		1000,863	100,086
50	0	49 840	117,305	5 846 481	5 846 481	228,378		500,889	50,089
20	0	19 840	118,981	2 360 583	2 360 583	92,210		200,926	20,093
10	0	9 840	121,886	1 199 358	1 199 358	46,850		101,003	10,100

Ejemplo 2. Anteojo Wild-Zeiss con $f_1 = +149$ mm, $f_2 = -500$ mm, $l = 165$ mm, $-(f_1 + f_2) = +351$, $f_1 f_2 = -74500$, $p = 1,78144$.

200	70 200 000	199 851	67,571	13 504 132	83 704 132	1123,545	1122,545	1999,747	199,975
100	35 100 000	99 851	67,941	6 783 977	41 883 977	562,201	561,201	999,746	99,975
50	17 550 000	49 851	68,690	3 424 265	20 974 265	281,534	280,534	499,754	49,975
20	7 020 000	19 851	70,978	1 408 984	8 428 984	113,141	112,141	199,772	19,977
10	3 510 000	9 851	74,939	738 224	4 248 224	57,023	56,023	99,801	9,980

(Continuación de pág. 12).

valente para enfoque al infinito, ver Planilla I), el céntuplo del segmento de mira ($100 \cdot m$) leído da para todas las distancias D consideradas un valor que supera en unos 9 centímetros a la verdadera distancia D entre mira y objetivo. Y como 9 cm es muy aproximadamente la mitad del largo del anteojo, resulta que el producto $100 \cdot m$ da contoda la aproximación que razonablemente se puede exigir, la distancia entre la mira y el punto de apoyo del anteojo (eje secundario de un teodolito, por ejemplo), lo que quiere decir que el **anteojo Kern** estudiado es prácticamente analítico.

Si nos fijamos en el **Ejemplo 2**, que se refiere a uno de los primeros modelos de este tipo de anteojo ideado por **Wild** y construido por la casa **Zeiss**, y con el supuesto de que la distancia de los hilos estadimétricos es realmente 1,781 44 mm (ver Planilla I), la columna (10) de la Planilla II nos enseña que el producto $100 \cdot m$ da en cada caso un valor que queda en unos 2 centímetros por debajo de la verdadera distancia D entre el objetivo y la mira, debiéndose entonces agregar al producto $100 \cdot m$ la distancia entre el objetivo y el punto de apoyo del anteojo aumentada en 2 cm, lo que da como constante aditiva c unos 10 cm.

En el caso de que los hilos estadimétricos no se hallaran colocados con una distancia exactamente igual a la centésima parte de la distancia focal equivalente para enfoque al infinito, sino una distancia $p(1 + \alpha)$, siendo α una pequeña cantidad positiva o negativa, no se debería aplicar la constante multiplicativa 100 sino la constante $\frac{100}{1 + \alpha}$. Por ejemplo, si en el anteojo Kern (primer ejemplo) los hilos estadimétricos no se hallaran colocados exactamente con una distancia de 2,202 89 mm, sino con una distancia de $2,202\ 89(1 + \alpha)$, se aplicaría la constante multiplicativa $\frac{100}{1 + \alpha}$, valor que se determinaría por mediciones prácticas en la misma forma que se usa para la determinación de las constantes taquimétricas de un anteojo con lente objetiva simple.

Fórmula general que para un anteojo con enfoque interior expresa la distancia D en función del segmento de mira leído.

De la (19) resulta:

$$(21) \quad D = \frac{f_1(f_2 - e)}{f_1 + f_2 - e} + \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e} \cdot \frac{m}{p}$$

Además tenemos según la (18):

$$(22) \quad e = \frac{l + \frac{D f_1}{D - f_1}}{2} - \sqrt{\left(\frac{l - \frac{D f_1}{D - f_1}}{2}\right)^2 - f_2 \left(l - \frac{D f_1}{D - f_1}\right)}$$

La e depende de la distancia D (supuesta variable), y se trata de eliminar la e de la (21) con ayuda de la (22).

De la (21) se deduce:

$$-D(f_1 + f_2) + De = -f_1 f_2 + f_1 e - \frac{f_1 f_2 m}{p}$$

o también:

$$(23) \quad (D - f_1) e = D(f_1 + f_2) - f_1 f_2 - \frac{f_1 f_2 m}{p}$$

De la (22) se tiene:

$$(24) \quad \left\{ \begin{aligned} (D - f_1) e &= \frac{l(D - f_1) + D f_1}{2} - \\ &- \sqrt{\left(\frac{l(D - f_1) - D f_1}{2}\right)^2 - f_2 l(D - f_1)^2 + D f_1 f_2 (D - f_1)} \end{aligned} \right.$$

Comparando la (23) con la (24), resulta:

$$(25) \quad \left\{ \begin{aligned} &\sqrt{\left(\frac{l(D - f_1) - D f_1}{2}\right)^2 - f_2 l(D - f_1)^2 + D f_1 f_2 (D - f_1)} \\ &= \frac{l(D - f_1)}{2} - D\left(\frac{f_1}{2} + f_2\right) + f_1 f_2 \left(1 + \frac{m}{p}\right) \end{aligned} \right.$$

Elevando la (25) al cuadrado, simplificando y ordenando los términos, se obtiene la ecuación:

$$(26) \quad D^2 + \left[\frac{m}{p} \left(\frac{f_1(l - f_1)}{f_2} - 2f_1 \right) - 2f_1 \right] D + f_1^2 \left(1 + \frac{m}{p} \right)^2 - \frac{l f_1^3}{f_2} \cdot \frac{m}{p} = 0$$

Resolviendo esta ecuación con respecto a D , se obtiene:

$$(27) \quad D = \frac{m}{p} \left[f_1 + \frac{f_1(l - f_1)}{-2f_2} \right] + f_1 + \sqrt{\frac{m^2}{p^2} \left[\frac{f_1^3(l - f_1)}{-f_2} + \frac{f_1^2(l - f_1)^2}{4f_2^2} \right] - \frac{m}{p} \cdot \frac{f_1^3}{-f_2}}$$

Verificaciones con valores numéricos (por ejemplo sacados de las planillas I y II en página 13) demuestran que en esos casos prácticos (o sea para valores de D no demasiado pequeños) el radical de la (27) debe tomarse con signo positivo.

Dividiendo la (27) por f_1 , resulta:

$$(28) \quad \frac{D}{f_1} = \frac{m}{p} \left[1 + \frac{l - f_1}{-2f_2} \right] + 1 + \frac{m}{p} \sqrt{\frac{l - f_1}{-f_2} + \frac{(l - f_1)^2}{4f_2^2} - \frac{p}{m} \cdot \frac{f_1}{-f_2}}$$

Suponemos que los hilos estadimétricos se hayan colocado de tal manera que su distancia p sea igual a la centésima parte de la distancia focal equivalente e_∞ del sistema "objetivo + lente de enfoque", para enfoque al infinito. De la (22) para $D = \infty$ se desprende:

$$(29) \quad e_\infty = \frac{l + f_1}{2} - \sqrt{\left(\frac{l - f_1}{2}\right)^2 - f_2(l - f_1)}$$

Siendo la mencionada distancia focal equivalente igual a $\frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e_\infty}$ la suposición hecha sobre p nos da:

$$(30) \quad p = \frac{1}{100} \cdot \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e_\infty}$$

de la cual resulta:

$$\frac{1}{p} = 100 \times \frac{f_1 + f_2 - e_\infty}{f_1 f_2}$$

e introduciendo en ésta el valor de e_∞ de la (29), obtenemos:

$$\frac{1}{p} = 100 \frac{-f_2 + \frac{l-f_1}{2} - \sqrt{\left(\frac{l-f_1}{2}\right)^2 - f_2(l-f_1)}}{-f_1 f_2}$$

o también:

$$(31) \quad \frac{1}{p} = 100 \frac{1 + \frac{l-f_1}{-2f_2} - \sqrt{\frac{(l-f_1)}{-f_2} + \frac{(l-f_1)^2}{4f_2^2}}}{f_1}$$

La (28) puede escribirse, con agregar y quitar un término:

$$\frac{m}{p} \sqrt{\frac{l-f_1}{-f_2} + \frac{(l-f_1)^2}{4f_2^2}}, \text{ así:}$$

$$(32) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{D}{f_1} &= \frac{m}{p} \left[1 + \frac{l-f_1}{-2f_2} + \sqrt{\frac{l-f_1}{-f_2} + \frac{(l-f_1)^2}{4f_2^2}} \right] + 1 - \\ &- \frac{m}{p} \left[\sqrt{\frac{l-f_1}{-f_2} + \frac{(l-f_1)^2}{4f_2^2}} - \sqrt{\frac{l-f_1}{-f_2} + \frac{(l-f_1)^2}{4f_2^2}} - \frac{p}{m} \cdot \frac{-f_2}{f_1} \right] \end{aligned} \right.$$

Introduciendo el valor de $\frac{1}{p}$ de la (31), resulta:

$$(33) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{D}{f_1} &= \frac{100m}{f_1} + 1 - \frac{m}{p} \sqrt{\frac{l-f_1}{-f_2} + \frac{(l-f_1)^2}{4f_2^2}} \times \\ &\times \left[1 - \underbrace{\sqrt{1 - \frac{p}{m} \cdot \frac{-f_2}{f_1} \cdot \frac{1}{\frac{l-f_1}{-f_2} + \frac{(l-f_1)^2}{4f_2^2}}}}_{\alpha} \right] \end{aligned} \right.$$

El último radical lo desarrollaremos según el teorema del binomio, teniendo presente que $\frac{p}{m}$ y por consiguiente el término designado por α es muy pequeño.

Como $\sqrt{1-\alpha} = (1-\alpha)^{1/2} = 1 - \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{8}\alpha^2 - \frac{1}{16}\alpha^3 - \frac{5}{128}\alpha^4 - \frac{7}{256}\alpha^5 \dots$

resulta:

$$(34) \left\{ \begin{aligned} \frac{D}{f_1} &= \frac{100m}{f_1} + 1 - \frac{f_1}{-2f_2} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{l-f_1}{-f_2} + \frac{(l-f_1)^2}{4f_2^2}}} \\ &\quad - \frac{1}{8} \frac{p}{m} \frac{f_1^2}{f_2^2} \times \frac{1}{\left(\frac{l-f_1}{-f_2} + \frac{(l-f_1)^2}{4f_2^2}\right)^{3/2}} \end{aligned} \right.$$

o también:

$$(35) \left\{ \begin{aligned} D &= 100m + f_1 - \frac{f_1^2}{-2f_2} \times \frac{1}{\underbrace{\sqrt{\frac{l-f_1}{-f_2} + \frac{(l-f_1)^2}{4f_2^2}}}_A} \\ &\quad - \frac{1}{8} \frac{p}{m} \frac{f_1^3}{f_2^2} \times \frac{1}{\underbrace{\left(\frac{l-f_1}{-f_2} + \frac{(l-f_1)^2}{4f_2^2}\right)^{3/2}}_B} \end{aligned} \right.$$

La ecuación (35) demuestra lo siguiente:

Cuando en un anteojo con enfoque interior los hilos estadimétricos han sido colocados en la forma descrita ($p = 1/100$ de la distancia focal equivalente del sistema con enfoque al infinito), la distancia **D** entre objetivo y mira es esencialmente el céntuplo de la lectura de la mira, más una constante **A**, que únicamente depende de las distancias focales f_1 y f_2 de las lentes y del largo l del anteojo. Con variar una cualquiera o varias de las magnitudes f_1 , f_2 , l , se puede producir para **A** un valor cualquiera deseado, por ejemplo un valor tal que hace prácticamente analítico el anteojo. Para realizar tal finalidad hay que producir para **A** un valor que sea igual a la distancia, multiplicada por -1 , entre objetivo y punto de apoyo del anteojo. En el ejemplo 1 (Planillas I y II) se halla realizada esa condición de analatismo.

El término **B** de la (35) da la parte principal de la pequeña diferencia que hay entre $100m + \mathbf{A}$ y la exacta distancia **D**, diferencia que en trabajos prácticos y para distancias mayores de 10 metros por lo general no tiene importancia.

10.

10. Determinación de las constantes taquimétricas c y k por separado.

Antes de usar un anteojo estadimétrico para la determinación de distancias, es necesario averiguar el valor que tienen las constantes c y k [ver ecuación (7), pág. 6]:

$$E = c + mk$$

Constante aditiva c.

Cuando el objetivo está constituido por una sola lente (acromática o no) y el ocular es una lente simple o una combinación Ramsden, la constante aditiva $c = f + \delta$, según la (5), se obtiene con medir en el anteojo mismo la distancia focal y el segmento δ entre el objetivo y el punto de apoyo del anteojo. Para conseguir f se mide la distancia entre el objetivo y el retículo en la posición de enfoque para infinito; y cuando el punto de apoyo, como generalmente sucede, se encuentra aproximadamente en el medio del largo del tubo, resulta: $\delta = \frac{1}{2} f$, con lo cual tenemos para c : $c = 1,5 f$.

Constante multiplicativa k.

Cuando ya se conoce la constante aditiva c por haber hecho uso del procedimiento que acabamos de indicar, se puede averiguar la constante multiplicativa k con leer un segmento m de una mira colocada a una distancia que se conoce, por haberla medido con una cinta de acero.

De la (7) resulta:

$$(36) \quad k = \frac{E - c}{m}$$

Ejemplo numérico. En un caso práctico se ha obtenido por el método anteriormente descrito un valor $c = 0,43$ metro. La medición con cinta de la distancia entre el punto estación del instrumento y la mira ha dado la longitud $E = 57,25$ metros. Se tiene 6 lecturas del segmento de mira m interceptado, las que son:

$$\begin{aligned} m_1 &= 0,563 \text{ metros,} \\ m_2 &= 0,563 \text{ " } \\ m_3 &= 0,562 \text{ " } \\ m_4 &= 0,562 \text{ " } \\ m_5 &= 0,561 \text{ " } \\ m_6 &= 0,562 \text{ " } \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3,373 : 6 = \\ = 0,562 \text{ 2} \end{aligned}$$

Resulta en el promedio $m = 0,562 \text{ 2}$ metro, con el cual la (36) da para la constante multiplicativa k :

$$k = \frac{57,25 - 0,43}{0,562 \text{ 2}} = \underline{101,07}$$

11. Determinación simultánea de las constantes c y k.

Cuando no es posible obtener con mediciones en el anteojo mismo la constante aditiva c con la precisión deseada, o cuando el sistema óptico del objetivo se compone de dos lentes separadas (por ejemplo en los anteojos con lente de enfoque interior), o, por fin, cuando se quiere cerciorarse si un anteojo es efectivamente analítico o no, se determinan las dos constantes c y k **simultáneamente** por medio de observaciones de una mira que se coloca sucesivamente a dos distancias muy diferentes, E_1 y E_2 , que se miden con cinta de acero. Si m_1 y m_2 son los respectivos segmentos de mira leídos, la (7) nos da las ecuaciones:

$$(37) \quad \begin{cases} E_1 = c + m_1 k \\ E_2 = c + m_2 k \end{cases}$$

las cuales las resolveremos con respecto a las incógnitas k y c .

Resulta:

$$(38) \quad k = \frac{E_2 - E_1}{m_2 - m_1}$$

Multiplicando la primera de las ecuaciones (37) por $-m_2$ y la segunda por m_1 , y sumando las ecuaciones así resultantes, obtenemos:

$$m_1 E_2 - m_2 E_1 = (m_1 - m_2) c$$

De donde:

$$(39) \quad c = \frac{m_2 E_1 - m_1 E_2}{m_2 - m_1}$$

Para que las cantidades k y c resulten con buena precisión, es necesario que las distancias E_1 y E_2 sean muy diferentes; puesto que, de no ser así, tanto los numeradores como los denominadores de las ecuaciones (38) y (39) resultarían pequeños. Por consiguiente, los errores de observación de los segmentos m_1 y m_2 tendrían un efecto grande sobre la precisión de k y c . En vista de esta exigencia de que E_1 y E_2 sean diferentes en magnitud, puede convenientemente emplearse para la distancia E_2 una mira centimetrada y para la distancia E_1 (de pocos metros generalmente) una regla milimetrada.

Ejemplo numérico. En una determinación de las constantes taquimétricas de un anteojo de teodolito se han observado:

$$\begin{array}{ll} E_1 = 2,214 \text{ metros} & m_1 = 0,0178 \text{ metros} \\ E_2 = 49,000 \text{ " } & m_2 = 0,0486 \text{ " } \end{array}$$

Las (37) dan entonces las ecuaciones:

$$\begin{aligned} 49,000 &= c + 0,486 k \\ 2,214 &= c + 0,0178 k \end{aligned}$$

de las cuales resulta:

$$\begin{aligned} k &= \frac{46,786}{0,4682} = 99,93 \\ c &= \frac{0,486 \cdot 2,214 - 0,0178 \cdot 49,000}{0,4682} = \frac{1,076 - 0,8722}{0,4682} \\ &= 0,435 \end{aligned}$$

resultando entonces para el anteojo en cuestión la ecuación:

$$E = 0,435 + m \cdot 99,93$$

D. Cálculos de taquimetría común.

12. Cálculo de la expresión mk cuando la diferencia entre k y un número redondo no es muy grande, pero tampoco despreciable.

En el ejemplo numérico que acabamos de calcular en el número 11, k difiere tan poco del valor redondo 100 que para muchos fines prácticos se puede emplear el valor $k=100$. Pero, en el ejemplo de pág. 18, k supera en 1,07 a su valor redondo 100. Deséase en la práctica dar a k siempre el va-

lor dedondo 100 ó 200 con toda la precisión posible. Pero como el mecánico al trazar los hilos o al grabar los trazos estadimétricos logra realizar ese fin sólo con más o menos aproximación; queda en muchos casos la incomodidad de tener que multiplicar el segmento de mira m por un número no redondo, aunque próximo de 100 ó 200. Puede, sin embargo, cuando la discrepancia de esos números no exceda de cierta tolerancia dada, disminuirse esa incomodidad con usar una tablilla previamente calculada para el anteojo en cuestión, la que se basa en la idea que pasamos a exponer.

En estos casos podemos poner:

$$(40) \quad k = 100 + z$$

donde z significa un número pequeño, positivo o negativo.

Tenemos entonces para la distancia E :

$$\begin{aligned} E &= c + mk = c + m(100 + z) \\ &= 100 \cdot m + c + z \cdot m \\ &= 100 \cdot m + \Delta \end{aligned}$$

siendo:

$$(41) \quad \Delta = c + z \cdot m$$

corrección que es variable en función del segmento de mira m .

Conviene calcular para diversos valores de las correcciones Δ los correspondientes segmentos de mira m (es decir, los que hacen necesarias las correcciones Δ), y establecer así una tablilla cómoda para el uso práctico de un determinado anteojo.

Ejemplo. Para el anteojo tratado en pág. 18 ha resultado:

$$c = 0,43, \quad k = 101,07$$

de modo que según (40) z es igual a $+1,07$.

Para este anteojo hemos calculado la tablita (43) según el procedimiento que pasamos a describir.

De la (41) resulta:

$$(42) \quad m = \frac{\Delta - c}{z}$$

donde $c = 0,43$ y $z = +1,07$.

En el supuesto de que hay interés en conocer las correcciones Δ solamente con la precisión del decímetro, hemos introducido en la (43) sucesivamente los valores $+0,45, +0,55, +0,65, +0,75$; etc., calculando cada vez el correspondiente valor de m .

Por ejemplo, para $\Delta = +0,65$ resulta:

$$m = \frac{0,65 - 0,43}{1,07} = \frac{0,22}{1,07} = 0,2056 \dots$$

Como m y Δ crecen y decrecen simultáneamente, se ve que a un valor de m algo inferior a 0,205 6, por ejemplo al valor $m = 0,205$, corresponde un Δ algo inferior a $+0,65$, es decir, se aplica en este caso la corrección $\Delta = +0,6$. En cambio, a un valor de m algo superior a 0,205 6, por ejemplo $m = 0,206$, corresponde un Δ algo superior a $+0,65$, es decir, se emplea para este caso la corrección $\Delta = +0,7$. La misma corrección $+0,7$ se aplica para todas las lecturas de mira m entre 0,206 y 0,229, como se verifica con un nuevo cálculo según la fórmula (42), en la que se introduce entonces $\Delta = +0,75$.

(43)

m	Δ	m	Δ	m	Δ	m	Δ	m	Δ
0,019	+ 0,5	0,580	+ 1,1	1,141	+ 1,7	1,702	+ 2,3	2,262	+ 2,9
0,112	0,5	0,672	1,1	1,233	1,7	1,794	2,3	2,355	2,9
0,113	0,6	0,673	1,2	1,234	1,8	1,795	2,4	2,356	3,0
0,205	0,6	0,767	1,2	1,327	1,8	1,887	2,4	2,448	3,0
0,206	0,7	0,768	1,3	1,328	1,9	1,888	2,5	2,449	3,1
0,299	0,7	0,859	1,3	1,420	1,9	1,981	2,5	2,542	3,1
0,300	0,8	0,860	1,4	1,421	2,0	1,982	2,6	2,543	3,2
0,392	0,8	0,953	1,4	1,514	2,0	2,074	2,6	2,635	3,2
0,393	0,9	0,954	1,5	1,515	2,1	2,075	2,7	2,636	3,3
0,485	0,9	1,046	1,5	1,607	2,1	2,168	2,7	2,728	3,3
0,486	1,0	1,047	1,6	1,608	2,2	2,169	2,8	2,729	3,4
0,579	1,0	1,140	1,6	1,701	2,2	2,261	2,8	2,822	3,4

Si, por ejemplo, en una bisección hemos leído en la mira el valor $m = 1,785$, podemos consultar la tabla, dándonos cuenta de que el valor leído 1,785 se halla comprendido entre $m = 1,701$ y $m = 1,794$, valores que figuran en dicha tabla y para los cuales debe aplicarse la corrección $\Delta = +2,3$, de modo que para el valor de m leído también corresponde la corrección $\Delta = +2,3$ metros.

Resulta así para la distancia **E** (entre estación y mira) el valor:

$$E = 100 \cdot 1,785 + 2,3 = 180,8 \text{ metros}$$

El cálculo a efectuar se reduce entonces a sumar el céntuplo del segmento leído la corrección Δ dada por la tabla.

13. Caso general: visual inclinada.

En lo que antecede hemos supuesto una mira vertical y que la visual dirigida a la misma es horizontal, lo que representa un caso particular. Pero muchas veces la visual forma un ángulo más o menos grande con el plano horizontal que pasa por el eje secundario del instrumento. Es éste el caso general, que consideraremos en base a la figura 12.

Designamos por **D** la distancia inclinada entre el foco anterior del objetivo y el punto medio **M** del segmento de mira interceptado por los dos rayos correspondientes a los hilos estadimétricos; por m ese segmento mismo, por

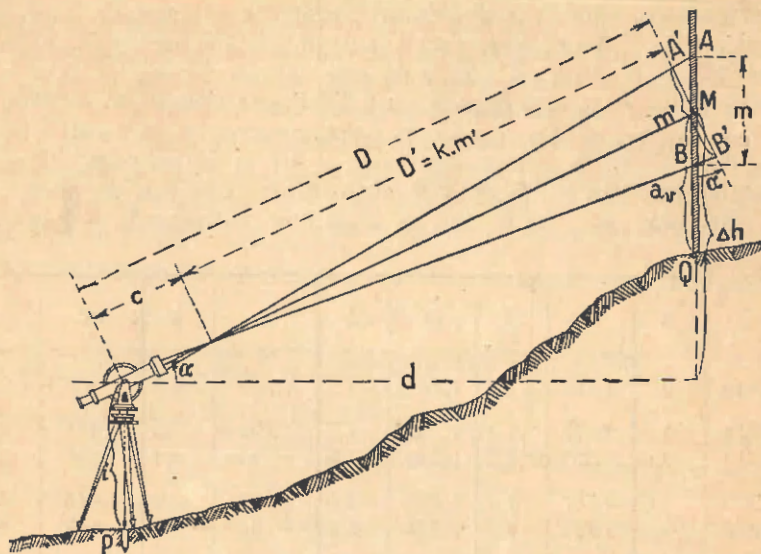


Fig. 12. Visual inclinada.

m' el segmento interceptado por los mismos rayos sobre una mira imaginaria perpendicular a la visual dirigida al punto M ; por α el ángulo de inclinación de esa visual; por D la distancia (inclinada) entre el eje secundario del instrumento y el punto M ; por d la correspondiente distancia horizontal o sea la proyección de D sobre el plano horizontal; por Δh el desnivel entre el eje secundario y el punto M y por a_v la altura del punto M con respecto al punto del terreno Q .

Obtenemos entonces aproximadamente:

$$(44) \quad m' \sim m \cdot \cos \alpha$$

A este segmento de mira m' corresponde la distancia inclinada D' :

$$(45) \quad D' = m' k$$

Resulta entonces para la distancia inclinada D con tener en cuenta la (44):

$$(46) \quad D = c + m' k = c + mk \cdot \cos \alpha$$

Para la **distancia horizontal** d entre mira y punto estación tenemos entonces:

$$(47) \quad d = D \cdot \cos \alpha = c \cdot \cos \alpha + mk \cdot \cos^2 \alpha$$

Para la **diferencia de altura** Δh obtenemos:

$$(48) \quad \begin{cases} \Delta h = d \cdot \operatorname{tg} \alpha \\ \quad = D \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

e introduciendo en ésta el valor de la D de la (46), resulta:

$$(49) \quad \Delta h = c \cdot \sin \alpha + mk \sin \alpha \cos \alpha$$

Las fórmulas (47) y (49) no son muy cómodas para la práctica.

Como en la mayor parte de los casos se trata de pequeños ángulos de incli-

nación α (siendo el valor de $\cos \alpha$ muy próximo de la unidad), y siendo relativamente muy pequeña también la constante aditiva c en comparación con el producto mk , no se comete un error muy sensible con reemplazar en la (47) la expresión $c \cdot \cos \alpha$ por $c \cdot \cos^2 \alpha$ y en la (49) el término $c \cdot \sen \alpha$ por el producto $c \cdot \sen \alpha \cos \alpha$, con lo cual se obtiene en lugar de la (47):

$$(50) \quad d = (c + mk) \cos^2 \alpha$$

y en lugar de la (49):

$$(51) \quad \Delta h = (c + mk) \sen \alpha \cos \alpha$$

o también:

$$(52) \quad \Delta h = (c + mk) \frac{1}{2} \sen 2\alpha$$

La constante aditiva c que sólo tiene un valor del orden de $\frac{1}{2}$ metro, muchas veces es despreciable. Esto sucede siempre en los trabajos de levantamiento topográfico a escalas 1:5 000 a 1:50 000, puesto que en esas escalas la cantidad de $\frac{1}{2}$ metro no tiene representación gráfica. Con esta supresión las fórmulas (50) a (52) se reducen las siguientes más simples, las que, para ángulos verticales α y distancias cenitales z pueden ser escritas en la siguiente forma:

$$(53) \quad \boxed{d = mk \cos^2 \alpha} \quad \boxed{d = mk \sen^2 z}$$

$$(54) \quad \boxed{\Delta h = mk \sen \alpha \cos \alpha}$$

$$(55) \quad \boxed{\Delta h = mk \frac{1}{2} \sen 2\alpha} \quad \boxed{\Delta h = mk \frac{1}{2} \sen 2z}$$

Quando la visual puede ser considerada horizontal, lo que muy frecuentemente ocurre en los levantamientos topográficos en la llanura, tenemos para la diferencia de altura en lugar de las (48) las fórmulas más simples:

$$(56) \quad \begin{cases} \Delta h = mk \operatorname{tg} \alpha \\ \quad = mk \sen \alpha \end{cases}$$

Para el cálculo de las expresiones $\cos^2 \alpha$, $\frac{1}{2} \sen 2\alpha (= \sen \alpha \cos \alpha)$ se han introducido en la práctica **tablas numéricas** (como las de **Jordan**) y medios mecánicos (reglas de cálculos especiales), sobre cuyo uso daremos a continuación algunas breves explicaciones.

14. Cálculo de las expresiones $\cos^2 \alpha$ y $\frac{1}{2} \sen 2\alpha (= \sen \alpha \cos \alpha)$.

a) Reglas taquimétricas Nestler N° 28 y Faber "Castell" 1/38.

Limitamos nuestra exposición a la explicación de las dos escalas para taquimetría que caracterizan las reglas de **Nestler** y **Faber**. La primera de estas escalas especiales es la escala " $\cos^2 \alpha$ " (ver fig 13) destinada al cálculo de la **distancia horizontal** d , en base a la lectura de mira m ya multiplicada por la constante multiplicativa k , y al ángulo vertical α , de acuerdo con la fórmula (53):

$$d = mk \cos^2 \alpha$$

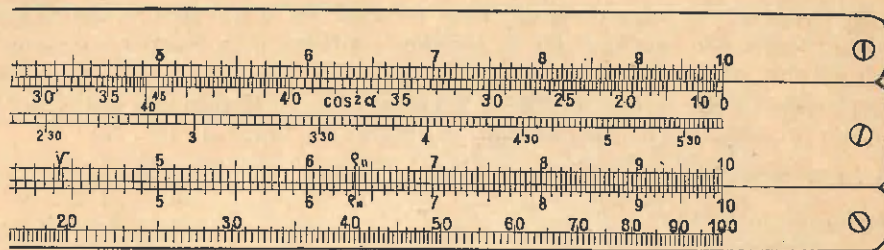


Fig. 13. Regla taquimétrica, extremo derecho, con la escala "cos²".

La otra escala especial para taquimetría es la escala "sen α cos α" (ver fig. 14) destinada al cálculo del desnivel Δh de acuerdo con la fórmula:

$$\Delta h = mk \cdot \text{sen } \alpha \cos \alpha$$

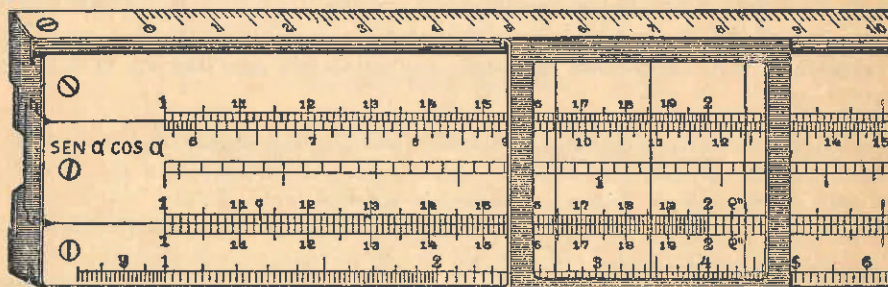


Fig. 14. Regla taquimétrica, extremo izquierdo, con la escala "sen α cos α".

Sobre construcción y empleo de la escala "cos²".

Esta escala se halla ubicada sobre una parte del borde superior (extremo derecho) de la regleta; se extiende de derecha a izquierda entre 0° y 45°.

Para explicar la construcción de esta escala y el modelo de operar con la misma exponemos lo siguiente:

$$d = mk \cdot \cos^2 \alpha = mk \cdot \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}}$$

Luego:

$$(57) \quad \log d = (\log mk) + \log \cos \alpha = \log (mk) - \log \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Es decir: Para obtener el logaritmo de d se resta del logaritmo de mk el logaritmo de $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$ o sea de la recíproca de $\cos^2 \alpha$.

Ejemplo explicativo 1. Sea $mk = 174$ y $\alpha = 18^\circ$. Será fácil verificar que:
 $\log \frac{1}{\cos^2 18^\circ} = -0,04359$. Y como en el tipo de regla en cuestión una unidad

en el valor de un logaritmo es representada por un segmento de 250 mm, resulta que un logaritmo igual a $= 0,043\ 59$ debe ser representado por un segmento de $0,043\ 59 \cdot 250 = 10,8$ mm, que es efectivamente el segmento que en la escala " $\cos^2 \alpha$ " existe entre el trazo 0 (a la derecha y el trazo correspondiente a 18° , segmento que debe ser restado del segmento representativo de $\log (mk)$.

Para obtener entonces el producto $174 \cdot \cos^2 18^\circ$ se opera del siguiente modo: **Se coloca el trazo 0 de la escala " $\cos^2 \alpha$ " en coincidencia con el trazo 1,74 de la escala superior de los números, y se lee en esta misma escala frente al trazo 18° el producto $1,74 \cdot \cos^2 18^\circ = 1,574$. Como $mk = 174$ en realidad es 100 veces mayor que 1,74, resulta para el producto buscado:**

$$174 \cdot \cos^2 18^\circ = 157,4 \text{ metros.}$$

Según se desprende de la fig. 13, la división de la escala " $\cos^2 \alpha$ " salta del trazo inicial 0° de golpe a 5° , intervalo dentro del cual se pueden apreciar los grados por estima. Es necesario tener en ello presente que este interpolación no es lineal, debiendo tomarse para 1° solamente $\frac{1}{25}$ del intervalo que existe entre los trazos 0° y 5° . Para 2° , 3° y 4° se tomarían, respectivamente, $\frac{4}{25}$, $\frac{9}{25}$ y $\frac{16}{25}$ de dicho intervalo (interpolación cuadrática).

Sobre construcción y uso de la escala " $\sin \alpha \cos \alpha$ ".

Esta escala se halla en parte sobre el lado izquierdo del borde superior de la regleta y en parte en el medio de la misma. Si α es mayor de $5^\circ 46'$ e inferior a 45° , corresponde usar la escala situada sobre el borde superior, y para valores de α entre $34,4'$ y $5^\circ 46'$ sirve la escala situada en el medio de la regleta.

Ejemplo explicativo 2. con $mk = 174$ y $\alpha = 18^\circ$ tenemos según (54):

$$\Delta h = 174 \cdot \sin 18^\circ \cos 18^\circ$$

Siendo: $\sin 18^\circ \cos 18^\circ = \frac{1}{2} \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \sin 36^\circ = 0,29389$ y
 $\log (\sin 18^\circ \cdot \cos 18^\circ) = 9,468\ 19 - 10$, resulta: $\log (10 \cdot \sin 18^\circ \cos 18^\circ) = 0,468\ 19$

Como en este tipo de regla de cálculo una unidad en el valor del logaritmo es representada por un segmento de 250 mm, resulta que un logaritmo igual a 0,46819 debe ser representado por un segmento de $0,46819 \cdot 250 = 117,05$ mm, que es efectivamente el segmento que en la escala " $\sin \alpha \cos \alpha$ " (en el borde superior) existe entre el trazo inicial (a la izquierda) y el trazo 18° . Si agregamos este segmento al segmento correspondiente al logaritmo de 1,74, obtenemos el $\log (1,74 \cdot 10 \cdot \sin 18^\circ \cos 18^\circ) = \frac{1}{11} \cdot 174 \cdot \sin 18^\circ \cos 18^\circ$.

Para obtener entonces el producto de $174 \cdot \sin 18^\circ \cos 18^\circ$ se opera del siguiente modo: **Se coloca el trazo inicial de la escala " $\sin \alpha \cos \alpha$ " en coincidencia con el trazo 1,74 de la escala superior de los números y se lee en esta misma escala frente al trazo 18° el producto 5,11. Como este valor es solamente la décima parte del desnivel Δh buscado, este desnivel mismo será:**

$$\Delta h = 51,1 \text{ metros.}$$

Ejemplo explicativo 3. Sea $mk = 174$ y $\alpha = 3^\circ$. Como en este caso se usa la escala " $\text{sen } \alpha \text{ cos } \alpha$ " situada en el medio de la regleta, hay que tener en cuenta que el segmento entre el trazo inicial de esa escala y el trazo 3° representa el céntuplo de $\log (\text{sen } 3^\circ \text{ cos } 3^\circ)$, de modo que agregado este segmento al segmento representativo del logaritmo de $1,74 \left(= \frac{1}{100} 174 \right)$, debe resultar un segmento representativo de $\log \left(\frac{1}{100} \cdot 174 \cdot 100 \cdot \text{sen } 3^\circ \text{ cos } 3^\circ \right)$ o sea un segmento que representa $174 \cdot \text{sen } 3^\circ \text{ cos } 3^\circ$. Así leemos directamente en el trazo 3° el valor Δh buscado:

$$\Delta h = 174 \cdot \text{sen } 3^\circ \text{ cos } 3^\circ = 9,09 \text{ metros}$$

Desniveles Δh para valores α muy pequeños. Si el valor de α es menor de $34,4'$ pero mayor de $3,44'$, conviene calcular primero el desnivel para un ángulo 10 veces mayor que α en cuestión, tomando luego la décima parte del resultado así calculado.

Por ejemplo, para $mk = 174$ y $\alpha = 30'$, teniendo en cuenta que $10 \cdot 30' = 300' = 5^\circ$, se sacaría primero el valor $174 \cdot \text{sen } 5^\circ \text{ cos } 5^\circ = 15,1$ y se deduciría en consecuencia: $174 \cdot \text{sen } 30' = 1,51$ metros.

En el caso de tratarse de valores α aun menores de $3,44'$, se procedería análogamente, operando primero con un ángulo 100 veces el valor de α en cuestión tomando finalmente la centésima parte del desnivel así calculado.

El principal **inconveniente** que afecta la regla de cálculo común, el que reside en la dilatación y contracción del material debido a los cambios de temperatura y humedad, ha sido recientemente eliminado por la fábrica **A. W. Faber "Castell"** con el invento de un nuevo material más duro y completamente invariable aun con los más fuertes cambios y valores extremos de temperatura y humedad.

b) Contralor por medio de la tabla auxiliar I de los valores obtenidos con la regla de cálculo.

En la **tabla auxiliar I** (ver pág. 27) hallanse consignadas las correcciones $mk - d$ (a restar de mk) para los valores α desde 1° hasta 25° y magnitudes mk de 20 a 200 metros. Esta tabla permite obtener rápidamente dicha corrección con suficiente precisión para muchos fines de la práctica.

c) Tabla auxiliar II para el cálculo del desnivel Δh con la regla de cálculo más simple.

La **tabla auxiliar II** (ver pág. 28) permite obtener el desnivel Δh según las fórmulas:

$$(58) \quad \Delta h = mk \cdot \frac{1}{2} \text{sen } 2\alpha \quad \text{en base a la lectura de mira } m,$$

$$(59) \quad \Delta h = d \cdot \text{tg } \alpha \quad \text{" " " " distancia horizontal } d,$$

con sólo multiplicar mk o d respectivamente por el valor de $\frac{1}{2} \text{sen } 2\alpha$ ó $\text{tg } \alpha$ sacados de la tabla, para lo cual se puede emplear con ventaja la regla de cálculo del tipo más simple (provista de las escalas de multiplicar y dividir).

La **tabla auxiliar II** es empleada en la práctica sólo cuando no se dispone de regla taquimétrica o de una tabla taquimétrica completa, mien-

(Continúa en pág. 28.)

Tabla auxiliar I

Corrección $m\ddot{n}$ — $d = m\ddot{k} \cdot \text{sen}^2$ (a restar)

$\alpha \backslash m\ddot{k}$	20'	30	40	50	60	70	80	90	100	120	140	160	180	200	300
1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1
2	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,4
3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,8
4	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,5
5	0,2	0,2	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,1	1,2	1,4	1,5	2,3
6	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,3	1,5	1,7	2,0	2,2	3,3
7	0,3	0,4	0,6	0,7	0,9	1,0	1,2	1,3	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3,0	4,5
8	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,5	1,7	1,9	2,3	2,7	3,1	3,5	3,9	5,8
9	0,5	0,7	1,0	1,2	1,5	1,7	2,0	2,2	2,4	2,9	3,4	3,9	4,4	4,9	7,3
10	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3,0	3,6	4,2	4,8	5,4	6,0	9,0
10 30	0,7	1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	4,0	4,7	5,3	6,0	6,6	10,0
11 —	0,7	1,1	1,4	1,8	2,1	2,5	2,9	3,3	3,6	4,4	5,1	5,8	6,6	7,3	10,9
11 30	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	3,6	4,0	4,8	5,6	6,4	7,2	7,9	11,9
12 —	0,9	1,3	1,7	2,2	2,6	3,0	3,5	3,9	4,3	5,2	6,1	6,9	7,8	8,6	13,0
12 30	0,9	1,4	1,9	2,3	2,8	3,3	3,8	4,2	4,7	5,6	6,6	7,5	8,4	9,4	14,0
13 —	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,1	4,6	5,1	6,1	7,1	8,1	9,1	10,1	15,2
13 30	1,1	1,6	2,2	2,7	3,3	3,8	4,4	4,9	5,4	6,5	7,6	8,7	9,8	10,9	16,3
14 —	1,2	1,8	2,3	2,9	3,5	4,1	4,7	5,3	5,9	7,0	8,2	9,4	10,5	11,7	17,6
14 30	1,3	1,9	2,5	3,1	3,8	4,4	5,0	5,6	6,3	7,5	8,8	10,0	11,3	12,5	18,8
15 —	1,3	2,0	2,7	3,3	4,0	4,7	5,4	6,0	6,7	8,0	9,4	10,7	12,0	13,4	20,1
15 30	1,4	2,1	2,9	3,6	4,3	5,0	5,7	6,4	7,1	8,5	10,0	11,4	12,8	14,3	21,4
16 —	1,5	2,3	3,0	3,8	4,6	5,3	6,1	6,8	7,6	9,1	10,6	12,1	13,7	15,2	22,8
16 30	1,6	2,4	3,2	4,0	4,8	5,6	6,5	7,3	8,1	9,7	11,3	12,9	14,5	16,1	24,2
17 —	1,7	2,6	3,4	4,3	5,1	6,0	6,8	7,7	8,5	10,3	12,0	13,7	15,4	17,1	25,6
17 30	1,8	2,7	3,6	4,5	5,4	6,3	7,2	8,1	9,0	10,8	12,6	14,5	16,3	18,1	27,1
18 —	1,9	2,9	3,8	4,8	5,7	6,7	7,6	8,6	9,5	11,5	13,4	15,3	17,2	19,1	28,6
18 30	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,1	9,1	10,1	12,1	14,1	16,1	18,1	20,1	30,2
19 —	2,1	3,2	4,2	5,3	6,4	7,4	8,5	9,5	10,6	12,7	14,8	16,9	19,1	21,2	31,8
19 30	2,2	3,3	4,5	5,6	6,7	7,8	8,9	10,0	11,1	13,4	15,6	17,8	20,1	22,3	33,4
20 —	2,3	3,5	4,7	5,8	7,0	8,2	9,4	10,5	11,7	14,0	16,4	18,7	21,1	23,4	35,1
20 30	2,5	3,7	4,9	6,1	7,4	8,6	9,8	11,0	12,3	15	17	20	22	25	37
21 —	2,6	3,9	5,1	6,4	7,7	9,0	10,3	11,6	12,8	15	18	21	23	26	38
21 30	2,7	4,1	5,3	6,7	8,0	9,4	10,8	12,1	13,4	16	19	21	24	27	40
22 —	2,8	4,2	5,6	7,0	8,4	9,8	11,2	12,6	14,0	17	20	22	25	28	42
22 30	2,9	4,4	5,8	7,3	8,8	10,3	11,7	13,2	14,6	18	21	23	26	29	44
23 —	3,1	4,6	6,1	7,6	9,2	10,7	12,2	13,7	15,3	18	21	24	28	31	46
23 30	3,2	4,8	6,4	8,0	9,5	11,1	12,7	14,3	15,9	19	22	25	29	32	48
24 —	3,3	5,0	6,6	8,3	9,9	11,6	13,2	14,9	16,5	20	23	26	30	33	49
24 30	3,4	5,2	6,9	8,6	10,3	12,0	13,8	15,5	17,2	21	24	28	31	34	52
25 —	3,6	5,4	7,1	8,9	10,7	12,5	14,3	16,1	17,9	22	25	29	32	36	54

Tabla auxiliar II
 Desnivel Δh mñ. $\frac{1}{2} \text{ sen } 2\alpha$
 „ $\Delta h = d \cdot \text{tg } \alpha$

α°	$\frac{1}{2} \text{ sen } 2\alpha$	Dif.	$\text{tg } \alpha$	Dif.	P. P. para minutos.									
1	0,0174		0,0175		DIFERENCIA									
2	0,0349	175	0,0349	174										
3	0,0523	174	0,0524	175	165 167 169 171 173 175 177 179									
4	0,0696	173	0,0699	175	5	14	14	14	14	14	15	15	15	15
		172		176	10	28	28	28	29	29	29	30	30	30
5	0,0868	172	0,0875	176	15	41	42	42	43	43	44	44	45	45
6	0,1040		0,1051		20	55	56	56	57	58	58	59	60	60
7	0,1210	170	0,1228	177	25	69	70	70	71	72	73	74	75	75
8	0,1378	168	0,1405	177										
9	0,1545	167	0,1584	179	30	83	84	85	86	87	88	89	90	90
		165		179										
10	0,1710		0,1763		35	96	97	99	100	101	102	103	104	104
					40	110	111	113	114	115	117	118	119	119
11	0,187		0,194		45	124	125	127	128	130	131	133	134	134
12	0,203	16	0,213	19	50	138	139	141	143	144	146	148	150	150
13	0,219	16	0,231	18	55	151	153	155	157	159	160	162	164	164
14	0,235	16	0,249	18										
		15		19	DIFERENCIA									
15	0,250	15	0,268	19										
					12	13	14	15	16	18	19	20	21	21
16	0,265		0,287		5	1	1	1	1	2	2	2	2	2
17	0,280	15	0,306	19	10	2	2	2	3	3	3	3	4	4
18	0,294	14	0,325	19	15	3	3	4	4	4	5	5	5	5
19	0,308	14	0,344	20	20	4	4	5	5	5	6	6	7	7
		13		20	25	5	5	6	6	7	8	8	9	9
20	0,321		0,364		30	6	7	7	8	8	9	10	10	11
		14		20										
21	0,335		0,384		35	7	8	8	9	9	11	11	12	12
22	0,347	12	0,404	20	40	8	9	9	10	11	12	13	13	14
23	0,360	13	0,424	20	45	9	10	11	11	12	14	14	15	16
24	0,372	12	0,445	21	50	10	11	12	13	13	15	16	17	18
		11		21	55	11	12	13	14	15	17	17	18	19
25	0,388		0,466											

Ejemplo 1: $mk = 136,6$ $\alpha = 1^\circ 20'$.

$\Delta h = 133,6 \cdot 0,0232 = 3,10$ metros según (58).

Ejemplo 2: $d = 176$; $\alpha = 3^\circ 30'$.

$\Delta h = 176 \cdot 0,0612 = 10,77$ metros, según (59).

tras que la tabla auxiliar I es útil también en el caso de disponerse de los citados recursos de cálculo.

(Continuación de pág. 28.)

d) Tablas taquimétricas de Jordan.

Entre las numerosas tablas llamadas tablas taquimétricas merecen ser especialmente mencionadas las de **Jordan** (fig. 15) por ser las más completas que existen en la actualidad. Desde el año 1880, en que apareció la primera edición, hasta el año 1930, en que fué publicada la 10ª edición estas tablas se han ido difundiendo en muchos países, también en el nuestro.

La práctica topográfica enseña que para distancias pequeñas no es necesario conocer los ángulos verticales con mucha precisión. Las tablas de **Jordan** dan por eso los valores de α de 3 en 3 minutos para los casos de distancias entre 10 y 100 metros. Para distancias entre 100 y 175 metros los intervalos de α son de 2 en 2 minutos, y para distancias superiores a 175 metros los intervalos de α son de minuto en minuto (*).

Por otra parte sabemos también que es justamente para distancias cortas que se presentan a menudo mayores inclinaciones de la visual.

En vista de esos hechos observados en la práctica y con el objeto de aumentar todavía la comodidad y utilidad de las tablas originales de Jordan, fué publicado en 1909 por **Reger** un suplemento de las mismas, con el cual las tablas completas **Jordan-Reger** tienen actualmente la disposición que se indica en el siguiente cuadro:



Fig. 15. Wilhelm Jordan
1842 — 1899.

Insigne geodesta alemán y autor del conocido tratado "Handbuch der Vermessungskunde".

mk	de 10 a 100 m	de 100 a 175 m	de 175 a 350 m
Angulo α	de 0° a 45°	de 0° a 20°	de 0° a 10°
Intervalo de α	3'	2'	1'

En pág. 30 damos prueba de texto de estas tablas. (Continúa en pág. 31.)

(*) Edición española de las "Tablas taquimétricas" de W. Jordan, en librería "El Ateneo", Buenos Aires, 1942.

176 . ($\frac{1}{2} \text{ sen } 2 \alpha$)

α	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	176 $\cos^2 \alpha$
0'	0.00	8.07	6.14	9.20	12.25	15.28	18.30	21.29	24.26	27.19	
1'	0.05	8.12	6.19	9.25	12.30	15.33	18.35	21.34	24.31	27.24	
2'	0.10	8.17	6.24	9.30	12.35	15.38	18.40	21.39	24.35	27.29	
3'	0.15	8.22	6.29	9.35	12.40	15.43	18.45	21.44	24.40	27.34	
4'	0.20	8.28	6.34	9.40	12.45	15.48	18.50	21.49	24.45	27.39	
5'	0.26	8.33	6.39	9.45	12.50	15.53	18.55	21.54	24.50	27.44	0°
6'	0.31	8.38	6.44	9.50	12.55	15.58	18.60	21.59	24.55	27.49	0° 30'
7'	0.36	8.43	6.50	9.55	12.61	15.63	18.65	21.64	24.60	27.53	1°
8'	0.41	8.48	6.55	9.61	12.65	15.68	18.70	21.69	24.65	27.58	1° 30'
9'	0.46	8.53	6.60	9.66	12.70	15.73	18.75	21.74	24.70	27.63	
10'	0.51	8.58	6.65	9.71	12.75	15.78	18.80	21.79	24.75	27.68	2°
11'	0.56	8.63	6.70	9.76	12.80	15.83	18.85	21.84	24.80	27.73	2° 30'
12'	0.61	8.69	6.75	9.81	12.86	15.89	18.90	21.88	24.85	27.78	
13'	0.67	8.74	6.80	9.86	12.91	15.94	18.95	21.93	24.90	27.83	3°
14'	0.72	8.79	6.85	9.91	12.96	15.99	19.00	21.98	24.94	27.87	3° 30'
15'	0.77	8.84	6.90	9.96	13.01	16.04	19.05	22.03	24.99	27.92	
16'	0.82	8.89	6.96	10.01	13.06	16.09	19.10	22.08	25.04	27.97	4°
17'	0.87	8.94	7.01	10.06	13.11	16.14	19.15	22.13	25.09	28.02	4° 30'
18'	0.92	8.99	7.06	10.11	13.16	16.19	19.20	22.18	25.14	28.07	
19'	0.97	9.04	7.11	10.17	13.21	16.24	19.25	22.23	25.19	28.12	5°
20'	1.02	9.09	7.16	10.22	13.26	16.29	19.30	22.28	25.24	28.17	5° 20'
21'	1.07	9.15	7.21	10.27	13.31	16.34	19.35	22.33	25.29	28.21	5° 40'
22'	1.13	9.20	7.26	10.32	13.36	16.39	19.40	22.38	25.34	28.26	
23'	1.18	9.25	7.31	10.37	13.41	16.44	19.45	22.43	25.39	28.31	6°
24'	1.23	9.30	7.36	10.42	13.46	16.49	19.50	22.48	25.44	28.36	6° 20'
25'	1.28	9.35	7.41	10.47	13.51	16.54	19.55	22.53	25.49	28.41	6° 40'
26'	1.33	9.40	7.47	10.52	13.56	16.59	19.60	22.58	25.54	28.46	
27'	1.38	9.45	7.52	10.57	13.61	16.64	19.65	22.63	25.59	28.50	7°
28'	1.43	9.50	7.57	10.62	13.67	16.69	19.70	22.68	25.64	28.55	7° 20'
29'	1.48	9.55	7.62	10.67	13.72	16.74	19.75	22.73	25.69	28.60	7° 40'
30'	1.54	9.61	7.67	10.72	13.77	16.79	19.80	22.78	25.74	28.65	
31'	1.59	9.66	7.72	10.78	13.82	16.84	19.85	22.83	25.79	28.70	8°
32'	1.64	9.71	7.77	10.83	13.87	16.89	19.90	22.87	25.83	28.75	8° 20'
33'	1.69	9.76	7.82	10.88	13.92	16.94	19.95	22.92	25.88	28.80	8° 40'
34'	1.74	9.81	7.87	10.93	13.97	16.99	20.00	22.97	25.92	28.84	
35'	1.79	9.86	7.92	10.98	14.02	17.04	20.04	23.02	25.97	28.89	9°
36'	1.84	9.91	7.97	11.03	14.07	17.09	20.09	23.07	26.02	28.94	9° 20'
37'	1.89	9.96	8.03	11.08	14.12	17.14	20.14	23.12	26.07	28.99	9° 40'
38'	1.95	10.01	8.08	11.13	14.17	17.19	20.19	23.17	26.12	29.04	
39'	2.00	10.07	8.13	11.18	14.22	17.24	20.24	23.22	26.17	29.09	10°
40'	2.05	10.12	8.18	11.23	14.27	17.29	20.29	23.27	26.22	29.13	
41'	2.10	10.17	8.23	11.28	14.32	17.34	20.34	23.32	26.27	29.18	
42'	2.15	10.22	8.28	11.33	14.37	17.39	20.39	23.37	26.32	29.23	
43'	2.20	10.27	8.33	11.38	14.42	17.44	20.44	23.42	26.36	29.28	
44'	2.25	10.32	8.38	11.44	14.47	17.49	20.49	23.47	26.41	29.33	
45'	2.30	10.37	8.43	11.49	14.52	17.54	20.54	23.52	26.46	29.37	
46'	2.35	10.42	8.49	11.54	14.57	17.59	20.59	23.57	26.51	29.42	
47'	2.41	10.47	8.54	11.59	14.63	17.64	20.64	23.62	26.56	29.47	
48'	2.46	10.52	8.59	11.64	14.68	17.69	20.69	23.66	26.61	29.52	
49'	2.51	10.57	8.64	11.69	14.73	17.74	20.74	23.71	26.66	29.57	
50'	2.56	10.62	8.69	11.74	14.78	17.79	20.79	23.76	26.71	29.62	
51'	2.61	10.67	8.74	11.79	14.83	17.84	20.84	23.81	26.76	29.66	
52'	2.66	10.72	8.79	11.84	14.88	17.89	20.89	23.86	26.80	29.71	
53'	2.71	10.77	8.84	11.89	14.93	17.94	20.94	23.91	26.85	29.76	
54'	2.76	10.82	8.89	11.94	14.98	18.00	20.99	23.96	26.90	29.81	
55'	2.82	10.88	8.94	11.99	15.03	18.05	21.04	24.01	26.95	29.86	
56'	2.87	10.93	8.99	12.04	15.08	18.10	21.09	24.06	27.00	29.91	
57'	2.92	10.99	9.05	12.10	15.13	18.15	21.14	24.10	27.05	29.95	
58'	2.97	11.04	9.10	12.15	15.18	18.20	21.19	24.16	27.10	30.00	
59'	3.02	11.09	9.15	12.20	15.23	18.25	21.24	24.21	27.14	30.05	

Prueba de texto de las tablas taquimétricas de Jordan-Reger

(Continuación de pág. 29.)

Los números impresos en negritas que figuran en los encabezamientos como factores de $\frac{1}{2} \sin 2 \alpha$ y de $\cos^2 \alpha$, representan magnitudes **mk**.

Es de observar que en los prefacios explicativos que acompañan las tablas Jordan-Reger y en algunos encabezamientos de las mismas se ha empleado la letra **D** para la magnitud **mk**, lo que nosotros evitamos, porque generalmente la **D** significa la distancia inclinada entre anteojo y mira (ver fig. 12), distancia que no debe ser confundida con la magnitud **mk**, la cual es mayor que la distancia inclinada en la razón $1: \cos \alpha$.]

La mencionada página prueba de texto corresponde a **mk** = 176 metros. El uso de estas tablas es muy sencillo. Siendo, por ejemplo **mk** = 176 y $\alpha = 5^\circ 33'$, tenemos:

Para la distancia horizontal $d = 174,4$ m, el desnivel $\Delta h = 16,94$ m también redondeados:

$$d = 174 \text{ m, ,,} \quad \Delta h = 16,9 \text{ ,,}$$

dando así las distancias horizontales al metro y el desnivel al decímetro lo que implica una precisión muchas veces suficiente para la práctica, especialmente cuando se trabaja con distancias algo grandes.

En los casos de tratarse de distancias cortas y de operarse con un anteojo no analítico, es conveniente entrar en las tablas Jordan-Reger o en la regla taquimétrica con la magnitud $c + \text{mk}$ (en lugar de **mk** solamente), teniéndose así en cuenta también la constante aditiva **c** del instrumento.

e) Tabla auxiliar (II A) de Reger para cálculos de contralor del desnivel Δh .

En el año 1926 fué publicada por Reger, en calidad de apéndice a las tablas completas Jordan-Reger, una tabla auxiliar especialmente apropiada para un rápido cálculo de contralor aproximado del desnivel Δh . La designamos por (IIA).

Esta tabla, la que reproducimos en págs. 32 y 33, da el desnivel Δh con la precisión de 1 dm para determinados ángulos verticales α y para valores **mk** desde 40 hasta 390 metros, con intervalo de 10 metros. La tabla comienza con el ángulo $\alpha = 0^\circ 10'$, pasando luego el ángulo $\alpha = 0^\circ 30'$ y continúa con intervalo de $30'$ hasta $\alpha = 20^\circ$, y luego con intervalo de 1° hasta $\alpha = 30^\circ$ y, finalmente, con intervalo de 2° hasta $\alpha = 44^\circ$.

Para los ángulos de 16° y superiores y distancias entre 220 y 390 metros la tabla indica la décima parte de los correspondientes desniveles, los que equivale a dar los desniveles mismos para distancias de 22 a 39 metros.

La interpolación puede hacerse mentalmente con toda facilidad. Para calculistas menos experimentados se hallan colocadas sobre los bordes derechos de las tablas, frente a los correspondientes valores de Δh , pequeñas tablillas de interpolación. La interpolación del ángulo se efectúa siempre mentalmente. El ejemplo colocado debajo de la tabla de pág. 32 indica el orden de las operaciones a efectuar.

(Continúa en pág. 33.)

Tabla auxiliar (II A) de Regen

$\alpha =$	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220
0° 10'	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.6	0.6	0.6	0.6
0° 30'	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.7	1.8	1.9	1.9
1°	0.7	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.7	1.9	2.1	2.3	2.4	2.6	2.8	3.0	3.1	3.3	3.5	3.7	3.8
1° 30'	1.0	1.3	1.6	1.8	2.1	2.4	2.6	2.9	3.1	3.4	3.7	3.9	4.2	4.4	4.7	5.0	5.2	5.5	5.8
2°	1.4	1.7	2.1	2.4	2.8	3.1	3.5	3.8	4.2	4.5	4.9	5.2	5.6	5.9	6.3	6.6	7.0	7.3	7.7
2° 30'	1.7	2.2	2.6	3.1	3.5	3.9	4.4	4.8	5.2	5.7	6.1	6.5	7.0	7.4	7.8	8.3	8.7	9.2	9.6
3°	2.1	2.6	3.1	3.7	4.2	4.7	5.2	5.7	6.3	6.8	7.3	7.8	8.4	8.9	9.4	9.9	10.5	11.0	11.5
3° 30'	2.4	3.0	3.7	4.3	4.9	5.5	6.1	6.7	7.3	7.9	8.5	9.1	9.7	10.4	11.0	11.6	12.2	12.8	13.4
4°	2.8	3.5	4.2	4.9	5.6	6.3	7.0	7.7	8.4	9.0	9.7	10.4	11.1	11.8	12.5	13.2	13.9	14.6	15.3
4° 30'	3.1	3.9	4.7	5.5	6.3	7.0	7.8	8.6	9.4	10.2	11.0	11.7	12.5	13.3	14.1	14.9	15.6	16.4	17.2
5°	3.5	4.3	5.2	6.1	6.9	7.8	8.7	9.6	10.4	11.3	12.2	13.0	13.9	14.8	15.6	16.5	17.4	18.2	19.1
5° 30'	3.8	4.8	5.7	6.7	7.6	8.6	9.5	10.5	11.4	12.4	13.4	14.3	15.3	16.2	17.2	18.1	19.1	20.0	21.0
6°	4.2	5.2	6.2	7.3	8.3	9.4	10.4	11.4	12.5	13.5	14.6	15.6	16.6	17.7	18.7	19.8	20.8	21.8	22.9
6° 30'	4.5	5.6	6.7	7.9	9.0	10.1	11.2	12.4	13.5	14.6	15.7	16.9	18.0	19.1	20.2	21.4	22.5	23.6	24.7
7°	4.8	6.0	7.3	8.5	9.7	10.9	12.1	13.3	14.5	15.7	16.9	18.1	19.4	20.6	21.8	23.0	24.2	25.4	26.6
7° 30'	5.2	6.5	7.8	9.1	10.4	11.6	12.9	14.2	15.5	16.8	18.1	19.4	20.7	22.0	23.3	24.6	25.9	27.2	28.5
8°	5.5	6.9	8.3	9.6	11.0	12.4	13.8	15.2	16.5	17.9	19.3	20.7	22.1	23.4	24.8	26.2	27.6	28.9	30.3
8° 30'	5.8	7.3	8.8	10.2	11.7	13.2	14.6	16.1	17.5	19.0	20.5	21.9	23.4	24.9	26.3	27.8	29.2	30.7	32.2
9°	6.2	7.7	9.3	10.8	12.4	13.9	15.5	17.0	18.5	20.1	21.6	23.2	24.7	26.3	27.8	29.4	30.9	32.4	34.0
9° 30'	6.5	8.1	9.8	11.4	13.0	14.7	16.3	17.9	19.5	21.2	22.8	24.4	26.0	27.7	29.3	30.9	32.6	34.2	35.8
10°	6.8	8.6	10.3	12.0	13.7	15.4	17.1	18.8	20.5	22.2	23.9	25.7	27.4	29.1	30.8	32.5	34.2	35.9	37.6
10° 30'	7.2	9.0	10.8	12.5	14.3	16.1	17.9	19.7	21.5	23.3	25.1	26.9	28.7	30.5	32.3	34.0	35.8	37.5	39.3
11°	7.5	9.4	11.2	13.1	15.0	16.9	18.7	20.6	22.5	24.3	26.2	28.1	30.0	31.8	33.7	35.5	37.3	39.2	41.0
11° 30'	7.8	9.8	11.7	13.7	15.6	17.6	19.5	21.5	23.4	25.4	27.4	29.3	31.3	33.2	35.2	37.1	39.1	41.0	43.0
12°	8.1	10.2	12.2	14.2	16.3	18.3	20.3	22.4	24.4	26.4	28.5	30.5	32.5	34.6	36.6	38.6	40.7	42.7	44.7
12° 30'	8.5	10.6	12.7	14.8	16.9	19.0	21.1	23.2	25.3	27.3	29.4	31.5	33.6	35.7	37.8	39.9	42.0	44.1	46.2
13°	8.8	11.0	13.2	15.3	17.5	19.7	21.9	24.1	26.3	28.5	30.7	32.9	35.1	37.3	39.5	41.6	43.8	46.0	48.2
13° 30'	9.1	11.3	13.6	15.9	18.2	20.4	22.7	25.0	27.2	29.5	31.8	34.0	36.3	38.6	40.9	43.1	45.4	47.7	49.9
14°	9.4	11.7	14.1	16.4	18.8	21.1	23.5	25.8	28.2	30.5	32.9	35.2	37.6	39.9	42.3	44.6	46.9	49.3	51.6
14° 30'	9.7	12.1	14.5	17.0	19.4	21.8	24.2	26.7	29.1	31.5	33.9	36.4	38.8	41.2	43.6	46.1	48.5	50.9	53.3
15°	10.0	12.5	15.0	17.5	20.0	22.5	25.0	27.5	30.0	32.5	35.0	37.5	40.0	42.5	45.0	47.5	50.0	52.5	55.0
15° 30'	10.3	12.9	15.5	18.0	20.6	23.2	25.8	28.3	30.9	33.5	36.1	38.6	41.2	43.8	46.4	48.9	51.5	54.1	56.7
16°	10.6	13.2	15.9	18.5	21.2	23.8	26.5	29.1	31.8	34.4	37.1	39.7	42.4	45.0	47.7	50.3	53.0	55.6	58.3
16° 30'	10.9	13.6	16.3	19.1	21.8	24.5	27.2	30.0	32.7	35.4	38.1	40.8	43.6	46.3	49.0	51.7	54.5	57.2	59.9
17°	11.2	14.0	16.8	19.6	22.4	25.2	28.0	30.8	33.6	36.3	39.1	41.9	44.7	47.5	50.3	53.1	55.9	58.7	61.5
17° 30'	11.5	14.3	17.1	20.1	22.9	25.8	28.7	31.6	34.4	37.3	40.2	43.0	45.9	48.8	51.6	54.5	57.4	60.2	63.1
18°	11.8	14.7	17.6	20.6	23.5	26.5	29.4	32.3	35.3	38.2	41.2	44.1	47.0	50.0	52.9	55.8	58.8	61.7	64.7
18° 30'	12.0	15.0	18.1	21.1	24.1	27.1	30.1	33.1	36.1	39.1	42.1	45.1	48.1	51.2	54.2	57.2	60.2	63.1	66.2
19°	12.3	15.4	18.5	21.5	24.6	27.7	30.8	33.9	36.9	40.0	43.1	46.2	49.3	52.3	55.4	58.5	61.6	64.6	67.7
19° 30'	12.6	15.7	18.9	22.0	25.2	28.3	31.5	34.6	37.8	40.9	44.1	47.2	50.3	53.5	56.6	59.8	62.9	66.1	69.2
20°	12.9	16.1	19.3	22.5	25.7	28.9	32.1	35.4	38.6	41.8	45.0	48.2	51.4	54.6	57.9	61.1	64.3	67.5	70.7
21°	13.4	16.7	20.1	23.4	26.8	30.1	33.5	36.8	40.1	43.5	46.8	50.2	53.5	56.9	60.2	63.6	66.9	70.3	73.6
22°	13.9	17.4	20.8	24.3	27.8	31.3	34.7	38.2	41.7	45.2	48.6	52.1	55.6	59.0	62.5	65.9	69.3	72.9	76.4
23°	14.4	18.0	21.6	25.2	28.8	32.4	36.0	39.6	43.2	46.8	50.4	54.0	57.5	61.1	64.7	68.3	71.9	75.5	79.1
24°	14.9	18.6	22.3	26.0	29.7	33.4	37.2	40.9	44.6	48.3	52.0	55.7	59.5	63.2	66.9	70.6	74.3	78.0	81.7
25°	15.3	19.2	23.0	26.8	30.6	34.5	38.3	42.1	46.0	49.8	53.6	57.5	61.3	65.1	68.9	72.8	76.6	80.4	84.3
26°	15.8	19.7	23.6	27.6	31.5	35.5	39.4	43.3	47.3	51.2	55.2	59.1	63.0	67.0	70.9	74.9	78.8	82.7	86.7
27°	16.2	20.2	24.3	28.3	32.4	36.4	40.5	44.5	48.5	52.6	56.6	60.7	64.7	68.8	72.8	76.9	80.9	84.9	89.0
28°	16.6	20.7	24.9	29.0	33.3	37.3	41.5	45.6	49.7	53.9	58.0	62.2	66.3	70.5	74.6	78.8	82.9	87.1	91.2
29°	17.0	21.2	25.4	29.7	33.9	38.2	42.4	46.6	50.9	55.1	59.4	63.6	67.8	72.1	76.3	80.6	84.8	89.0	93.3
30°	17.3	21.7	26.0	30.3	34.6	39.0	43.3	47.6	52.0	56.3	60.6	65.0	69.3	73.6	77.9	82.3	86.6	90.9	95.3
32°	18.0	22.5	27.0	31.5	36.0	40.4	44.9	49.4	53.9	58.4	62.9	67.4	71.9	76.4	80.9	85.4	89.9	94.4	98.9
34°	18.5	23.2	27.8	32.5	37.1	41.7	46.4	51.0	55.6	60.3	64.9	69.5	74.2	78.8	83.4	88.0	92.7	97.4	102.0
36°	19.0	23.8	28.5	33.3	38.0	42.8	47.6	52.3	57.1	61.8	66.6	71.3	76.1	80.8	85.6	90.4	95.1	99.9	104.6
38°	19.4	24.3	29.1	34.0	38.8	43.7	48.5	53.4	58.3	63.1	67.9	72.8	77.6	82.5	87.3	92.2	97.0	101.9	106.7
40°	19.7	24.6	29.5	34.5	39.4	44.3	49.2	54.2	59.1	64.0	68.9	73.8	78.8	83.7	88.6	93.6	98.5	103.4	108.3
42°	19.9	24.9	29.8	34.8	39.8	44.8	49.7	54.7	59.7	64.6	69.6	74.6	79.6	84.5	89.5	94.5	99.5	104.4	109.4
44°	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0	45.0	50.0	55.0	60.0	65.0	70.0	75.0	80.0	84.9	89.9	94.9	99.9	104.9	109.9

Ejemplo. $mk = 84$ metros, $\alpha = 4^\circ 9'$.Para $mk = 80$ y $\alpha = 4^\circ$ la tabla da: $\Delta h = 5,6$ metros.Incremento para $\Delta\alpha = 9' = 9/30 \times 0,7 \dots = 0,3$ " " $\Delta(mk) = 4 \text{ m} = 4/10 \times 0,7 = 0,2$ Para $mk = 84 \text{ m}$ y $\alpha = 4^\circ 9'$ se obtiene: $\Delta h = 6,1$ metros.(valor exacto $\Delta h = 6,06 \text{ m}$)

La comparación del valor exacto (en paréntesis) con el obtenido por esta tabla abreviada demuestra que la precisión que ella proporciona es suficiente para las exigencias topográficas.

..... para cálculos de contralor del desnivel $\Delta h = D \cdot \frac{1}{2} \sin 2\alpha$

$\alpha \backslash D =$	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350	360	370	380	390	
0° 10'	0.6	0.7	0.7	0.7	0.8	0.8	0.8	0.8	0.9	0.9	0.9	1.0	1.0	1.0	1.0	1.1	1.1	1.1	
0° 30'	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1	3.1	3.2	3.3	3.4	
1°	3.8	4.0	4.2	4.4	4.5	4.7	4.9	5.1	5.2	5.4	5.6	5.8	5.9	6.1	6.3	6.5	6.6	6.8	
1° 30'	5.8	6.0	6.3	6.5	6.8	7.1	7.3	7.6	7.9	8.1	8.4	8.6	8.9	9.2	9.4	9.7	9.9	10.2	10.0
2°	7.7	8.0	8.4	8.7	9.1	9.4	9.8	10.1	10.5	10.8	11.2	11.5	11.9	12.2	12.6	12.9	13.3	13.6	4.02
2° 30'	9.6	10.0	10.5	10.9	11.3	11.8	12.2	12.6	13.1	13.5	13.9	14.4	14.8	15.3	15.7	16.1	16.6	17.0	4.12
3°	11.5	12.0	12.5	13.1	13.6	14.1	14.6	15.2	15.7	16.2	16.7	17.2	17.8	18.3	18.8	19.3	19.9	20.4	4.22
3° 30'	13.4	14.0	14.6	15.2	15.8	16.5	17.1	17.7	18.3	18.9	19.5	20.1	20.7	21.3	21.9	22.5	23.2	23.8	4.32
4°	15.3	16.0	16.7	17.4	18.1	18.8	19.5	20.2	20.9	21.6	22.3	23.0	23.7	24.4	25.1	25.7	26.4	27.1	4.42
4° 30'	17.2	18.0	18.8	19.6	20.3	21.1	21.9	22.7	23.5	24.2	25.0	25.8	26.6	27.4	28.2	28.9	29.7	30.5	4.52
5°	19.1	20.0	20.8	21.7	22.6	23.4	24.3	25.2	26.0	26.9	27.8	28.7	29.5	30.4	31.3	32.1	33.0	33.9	4.62
5° 30'	21.0	21.9	22.9	23.9	24.8	25.8	26.7	27.7	28.6	29.6	30.5	31.5	32.4	33.4	34.3	35.3	36.3	37.2	4.72
6°	22.9	23.9	24.9	26.0	27.0	28.1	29.1	30.1	31.2	32.2	33.3	34.3	35.3	36.4	37.4	38.5	39.5	40.5	4.82
6° 30'	24.7	25.9	27.0	28.1	29.2	30.4	31.5	32.6	33.7	34.9	36.0	37.1	38.2	39.4	40.5	41.6	42.7	43.9	4.92
7°	26.6	27.8	29.0	30.1	31.4	32.7	33.9	35.1	36.3	37.5	38.7	39.9	41.1	42.3	43.5	44.8	46.0	47.2	5.02
7° 30'	28.5	29.8	31.1	32.4	33.8	34.9	36.2	37.5	38.8	40.1	41.4	42.7	44.0	45.3	46.6	47.9	49.2	50.5	5.12
8°	30.3	31.7	33.1	34.5	35.8	37.2	38.6	40.0	41.3	42.7	44.1	45.5	46.9	48.3	49.6	51.0	52.4	53.7	5.22
8° 30'	32.2	33.6	35.1	36.5	38.0	39.5	40.9	42.4	43.9	45.3	46.8	48.2	49.7	51.1	52.6	54.1	55.6	57.0	5.32
9°	34.0	35.5	37.1	38.6	40.2	41.7	43.3	44.8	46.4	47.9	49.4	51.0	52.5	54.1	55.6	57.2	58.7	60.3	5.42
9° 30'	35.8	37.4	39.1	40.7	42.3	44.0	45.6	47.2	48.8	50.5	52.1	53.7	55.3	57.0	58.6	60.2	61.9	63.5	5.52
10°	37.6	39.3	41.0	42.8	44.5	46.2	47.9	49.6	51.3	53.0	54.7	56.4	58.1	59.9	61.6	63.3	65.0	66.7	5.62
10° 30'	39.4	41.2	43.0	44.8	46.6	48.4	50.2	52.0	53.8	55.5	57.3	59.1	60.9	62.7	64.5	66.3	68.1	69.9	5.72
11°	41.3	43.1	45.0	46.8	48.7	50.6	52.4	54.3	56.2	58.1	59.9	61.8	63.7	65.6	67.4	69.3	71.2	73.0	5.82
11° 30'	43.0	44.9	46.9	48.8	50.8	52.7	54.7	56.7	58.6	60.6	62.5	64.5	66.4	68.4	70.3	72.3	74.2	76.2	5.92
12°	44.7	46.8	48.8	50.8	52.9	54.9	56.9	59.0	61.0	63.0	65.1	67.1	69.1	71.2	73.3	75.2	77.3	79.3	6.02
12° 30'	46.5	48.6	50.7	52.8	54.9	57.1	59.2	61.3	63.4	65.5	67.6	69.7	71.8	74.0	76.1	78.2	80.3	82.4	6.12
13°	48.2	50.4	52.6	54.8	57.0	59.2	61.4	63.6	65.8	67.9	70.1	72.3	74.5	76.7	78.9	81.1	83.3	85.5	6.22
13° 30'	49.9	52.2	54.5	56.7	59.0	61.3	63.6	65.8	68.1	70.4	72.6	74.9	77.2	79.4	81.7	84.0	86.3	88.5	6.32
14°	51.6	54.0	56.3	58.7	61.0	63.4	65.7	68.1	70.4	72.8	75.1	77.5	79.8	82.2	84.5	86.9	89.2	91.5	6.42
14° 30'	53.3	55.8	58.2	60.6	63.0	65.4	67.9	70.3	72.7	75.1	77.5	80.0	82.4	84.8	87.3	89.7	92.1	94.5	6.52
15°	55.0	57.5	60.0	62.5	65.0	67.5	70.0	72.5	75.0	77.5	80.0	82.5	85.0	87.5	90.0	92.5	95.0	97.5	6.62
15° 30'	56.7	59.2	61.8	64.4	67.0	69.5	72.1	74.7	77.3	79.8	82.4	85.0	87.5	90.1	92.7	95.3	97.9	100.4	6.72
16°	5.8	6.1	6.4	6.6	6.9	7.2	7.4	7.7	7.9	8.2	8.5	8.7	9.0	9.3	9.5	9.8	10.1	10.3	
16° 30'	6.0	6.3	6.5	6.8	7.1	7.4	7.6	7.9	8.2	8.4	8.7	9.0	9.3	9.5	9.8	10.1	10.3	10.6	
17°	6.2	6.4	6.7	7.0	7.3	7.5	7.8	8.1	8.4	8.7	8.9	9.2	9.5	9.8	10.1	10.3	10.6	10.9	
17° 30'	6.3	6.6	6.9	7.2	7.5	7.7	8.0	8.3	8.6	8.9	9.2	9.5	9.8	10.0	10.3	10.6	10.9	11.2	
18°	6.5	6.8	7.1	7.3	7.6	7.9	8.2	8.5	8.8	9.1	9.4	9.7	10.0	10.3	10.6	10.9	11.2	11.5	
18° 30'	6.6	6.9	7.2	7.5	7.8	8.1	8.4	8.7	9.0	9.3	9.6	9.9	10.2	10.5	10.8	11.1	11.4	11.7	
19°	6.8	7.1	7.4	7.7	8.0	8.3	8.6	8.9	9.2	9.5	9.8	10.1	10.4	10.7	11.0	11.3	11.6	11.9	
19° 30'	6.9	7.2	7.6	7.9	8.2	8.5	8.8	9.1	9.4	9.8	10.1	10.4	10.7	11.0	11.3	11.6	11.9	12.3	
20°	7.1	7.4	7.7	8.0	8.4	8.7	9.0	9.3	9.6	10.0	10.3	10.6	10.9	11.2	11.6	11.9	12.2	12.5	
21°	7.4	7.7	8.0	8.4	8.7	9.0	9.4	9.7	10.0	10.4	10.7	11.0	11.4	11.7	12.0	12.4	12.7	13.0	
22°	7.6	8.0	8.3	8.7	9.0	9.4	9.7	10.1	10.4	10.8	11.1	11.5	11.8	12.2	12.5	12.9	13.2	13.5	
23°	7.9	8.3	8.6	9.0	9.4	9.7	10.1	10.4	10.8	11.1	11.5	11.9	12.2	12.6	12.9	13.3	13.7	14.0	
24°	8.2	8.5	8.9	9.3	9.7	10.0	10.4	10.8	11.1	11.5	11.9	12.3	12.6	13.0	13.4	13.7	14.1	14.5	
25°	8.4	8.8	9.2	9.6	10.0	10.3	10.7	11.1	11.5	11.9	12.3	12.6	13.0	13.4	13.8	14.2	14.6	14.9	
26°	8.7	9.1	9.5	9.9	10.2	10.6	11.0	11.4	11.8	12.2	12.6	13.0	13.4	13.8	14.2	14.6	15.0	15.4	
27°	8.9	9.3	9.7	10.1	10.5	10.9	11.3	11.7	12.1	12.5	12.9	13.3	13.8	14.2	14.6	15.0	15.4	15.8	
28°	9.1	9.5	9.9	10.4	10.8	11.2	11.6	12.0	12.4	12.9	13.3	13.7	14.1	14.5	14.9	15.3	15.8	16.2	
29°	9.3	9.8	10.2	10.6	11.0	11.4	11.9	12.3	12.7	13.1	13.6	14.0	14.4	14.8	15.3	15.7	16.1	16.5	
30°	9.5	10.0	10.4	10.8	11.3	11.7	12.1	12.5	13.0	13.4	13.9	14.3	14.7	15.2	15.6	16.0	16.5	16.9	
32°	9.9	10.3	10.8	11.2	11.7	12.1	12.6	13.0	13.5	13.9	14.4	14.8	15.3	15.7	16.2	16.6	17.1	17.5	
34°	10.2	10.7	11.1	11.6	12.1	12.5	13.0	13.4	13.9	14.4	14.8	15.3	15.8	16.2	16.7	17.2	17.6	18.1	
36°	10.5	10.9	11.4	11.9	12.4	12.9	13.3	13.8	14.3	14.7	15.2	15.7	16.2	16.6	17.1	17.6	18.1	18.5	
38°	10.7	11.2	11.6	12.1	12.6	13.1	13.6	14.1	14.6	15.0	15.5	16.0	16.5	17.0	17.5	18.0	18.4	18.9	
40°	10.8	11.3	11.8	12.3	12.8	13.3	13.8	14.3	14.8	15.3	15.8	16.2	16.7	17.2	17.7	18.2	18.7	19.2	
42°	10.9	11.4	11.9	12.4	12.9	13.4	13.9	14.4	14.9	15.4	15.9	16.4	16.9	17.4	17.9	18.4	18.9	19.4	
44°	11.0	11.5	12.0	12.5	13.0	13.5	14.0	14.5	15.0	15.5	16.0	16.5	17.0	17.5	18.0	18.5	19.0	19.5	

(Continuación de pág. 31.)

f) "Tablas de diferencias de alturas" usadas por el Instituto Geográfico Militar argentino.

El Instituto Geográfico Militar argentino hace unos 40 años adoptó para sus trabajos de levantamiento a plancheta tablas especiales denominadas "Tablas de diferencias de altura", las que originariamente fueron establecidas por la "Preussische Landesaufnahme" bajo el título de "Kotentafeln zum Gebrauch bei Messtischaufnahmen".

(Continúa en pág. 34.)

4 grados — 4 grados 30 minutos.

Dist.	100	200	300	400	500	600	700	800	900	Dist.
Cor. h.	.	1	1	2	2	3	3	4	4	Cor. h.
Min.	Diferencias de alturas en metros									Min.
0	6,99	13,99	20,98	27,97	34,97	41,96	48,95	55,94	62,94	0
1	7,02	14,04	21,07	28,09	35,11	42,13	49,15	56,18	63,20	1
2	7,05	14,10	21,15	28,20	35,26	42,31	49,36	56,41	63,46	2
3	7,08	14,16	21,24	28,32	35,40	42,48	49,56	56,64	63,72	3
4	7,11	14,22	21,33	28,44	35,55	42,66	49,77	56,88	63,99	4
5	7,14	14,28	21,42	28,56	35,70	42,83	49,97	57,11	64,25	5
6	7,17	14,34	21,50	28,67	35,84	43,01	50,18	57,35	64,51	6
7	7,20	14,39	21,59	28,79	35,99	43,18	50,38	57,58	64,78	7
8	7,23	14,45	21,68	28,91	36,13	43,36	50,59	57,81	65,04	8
9	7,26	14,51	21,77	29,02	36,28	43,53	50,79	58,05	65,30	9
10	7,29	14,57	21,86	29,14	36,43	43,71	51,00	58,28	65,57	10
11	7,31	14,63	21,94	29,26	36,57	43,88	51,20	58,51	65,83	11
12	7,34	14,69	22,03	29,38	36,72	44,06	51,41	58,75	66,10	12
13	7,37	14,75	22,12	29,49	36,86	44,24	51,61	58,98	66,36	13
14	7,40	14,80	22,21	29,61	37,01	44,41	51,81	59,22	66,62	14
15	7,43	14,86	22,29	29,72	37,16	44,59	52,02	59,45	66,88	15
16	7,46	14,92	22,38	29,84	37,30	44,77	52,22	59,69	67,15	16
17	7,49	14,98	22,47	29,96	37,45	44,94	52,43	59,92	67,41	17
18	7,52	15,04	22,56	30,08	37,60	45,12	52,63	60,15	67,67	18
19	7,55	15,10	22,64	30,19	37,74	45,29	52,84	60,38	67,93	19
20	7,58	15,16	22,73	30,31	37,89	45,47	53,04	60,62	68,20	20
21	7,61	15,21	22,82	30,43	38,03	45,64	53,25	60,86	68,46	21
22	7,64	15,27	22,91	30,54	38,18	45,82	53,45	61,09	68,72	22
23	7,67	15,33	23,00	30,66	38,33	45,99	53,66	61,32	68,99	23
24	7,70	15,39	23,09	30,78	38,47	46,17	53,86	61,56	69,25	24
25	7,72	15,45	23,17	30,90	38,62	46,34	54,07	61,79	69,52	25
26	7,75	15,51	23,26	31,01	38,77	46,52	54,27	62,02	69,78	26
27	7,78	15,56	23,35	31,13	38,91	46,69	54,48	62,26	70,04	27
28	7,81	15,62	23,44	31,25	39,06	46,87	54,68	62,50	70,31	28
29	7,84	15,68	23,52	31,36	39,21	47,05	54,89	62,73	70,57	29
30	7,87	15,74	23,61	31,48	39,35	47,22	55,09	62,96	70,83	30
Cor. h.	1	1	2	2	3	4	4	5	6	Cor. h.
Dist.	100	200	300	400	500	600	700	800	900	Dist.

Primera prueba de texto de las "Tablas de Diferencias de Alturas" en uso en el Instituto Geográfico Militar argentino

Estas tablas dan los desniveles Δh y las magnitudes mk para ángulos verticales de 0° a 20° , con intervalos de $1'$ para los ángulos entre 0° y 5° , y con intervalos de $2'$ para los ángulos de 5° a 20° .

Según que las tablas se utilicen para sacar de ellas desniveles, o reducciones (correcciones) de magnitudes mk , existen dos modos de usar las tablas.

18 grados.

Dist.	100	200	300	400	500	600	700	800	900	Dist.
Cor. h.	10	19	29	38	48	57	67	76	86	Cor. h.
Min.	Diferencias de alturas en metros									Min.
0	32,5	65,0	97,5	130,0	162,5	195,0	227,4	259,9	292,4	0
2	32,6	65,1	97,7	130,2	162,8	195,3	227,9	260,5	293,0	2
4	32,6	65,2	97,9	130,5	163,1	195,7	228,3	261,0	293,6	4
6	32,7	65,4	98,1	130,7	163,4	196,1	228,8	261,5	294,2	6
8	32,7	65,5	98,2	131,0	163,7	196,5	229,2	262,0	294,7	8
10	32,8	65,6	98,4	131,3	164,1	196,9	229,7	262,5	295,3	10
12	32,9	65,8	98,6	131,5	164,4	197,3	230,2	263,0	295,9	12
14	32,9	65,9	98,8	131,8	164,7	197,7	230,6	263,5	296,5	14
16	33,0	66,0	99,0	132,0	165,0	198,0	231,1	264,1	297,1	16
18	33,1	66,1	99,2	132,3	165,4	198,4	231,5	264,6	297,6	18
20	33,1	66,3	99,4	132,5	165,7	198,8	232,0	265,1	298,2	20
22	33,2	66,4	99,6	132,8	166,0	199,2	232,4	265,6	298,8	22
24	33,3	66,5	99,8	133,1	166,3	199,6	232,9	266,1	299,4	24
26	33,3	66,7	100,0	133,3	166,7	200,0	233,3	266,6	300,0	26
28	33,4	66,8	100,2	133,6	167,0	200,4	233,8	267,2	300,6	28
30	33,5	66,9	100,4	133,8	167,3	200,8	234,2	267,7	301,1	30
32	33,5	67,0	100,6	134,1	167,6	201,1	234,7	268,2	301,7	32
34	33,6	67,2	100,8	134,4	167,9	201,5	235,1	268,7	302,3	34
36	33,7	67,3	101,0	134,6	168,3	201,9	235,6	269,2	302,9	36
38	33,7	67,4	101,2	134,9	168,6	202,3	236,0	269,8	303,5	38
40	33,8	67,6	101,4	135,1	168,9	202,7	236,5	270,3	304,1	40
42	33,8	67,7	101,5	135,4	169,2	203,1	236,9	270,8	304,6	42
44	33,9	67,8	101,7	135,6	169,6	203,5	237,4	271,3	305,2	44
46	34,0	68,0	101,9	135,9	169,9	203,9	237,8	271,8	305,8	46
48	34,0	68,1	102,1	136,2	170,2	204,3	238,3	272,3	306,4	48
50	34,1	68,2	102,3	136,4	170,5	204,6	238,8	272,9	307,0	50
52	34,2	68,3	102,5	136,7	170,9	205,0	239,2	273,4	307,6	52
54	34,2	68,5	102,7	137,0	171,2	205,4	239,7	273,9	308,1	54
56	34,3	68,6	102,9	137,2	171,5	205,8	240,1	274,4	308,7	56
58	34,4	68,7	103,1	137,5	171,8	206,2	240,6	274,9	309,3	58
60	34,4	68,9	103,3	137,7	172,2	206,6	241,0	275,5	309,9	60
Cor. h.	11	21	32	42	53	64	74	85	95	Cor. h.
Dist.	100	200	300	400	500	600	700	800	900	Dist.

Segunda prueba de texto de las "Tablas de Diferencias de Altura" en uso en el Instituto Geográfico Militar argentino.

Primer modo de usar las tablas.

Cuando las tablas se utilizan para el cálculo de desniveles, se entra en ellas con la distancia horizontal d , ya conocida, la que en este caso es representada por los números 100, 200, 300, 900 consignados en el primer y en el último renglón de cada página. Se leen en la extensa parte media de cada página los desniveles Δh buscados:

$$\Delta h = d \cdot \text{tga}$$

Para que tenga lugar este modo de usar las tablas, las distancias horizontales d deben haber sido previamente averiguadas de alguna manera, sea que se las haya sacado gráficamente de un plano (planqueta), sea que se las haya determinado por el segundo modo de usar las tablas.

Segundo modo de usar las tablas.

Pero cuando las tablas son usadas para hallar la corrección (negativa):

$$mk - d = -mk \cdot \sin^2 \alpha$$

que las lecturas de mira (ya multiplicadas por k) requieren para transformarse en distancias horizontales d , entonces hay que tomar los números del primer y del último renglón con el significado de magnitudes mk .

($= \frac{d}{\cos^2 \alpha}$), y se saca del segundo y del penúltimo renglón la diferencia (o corrección) $mk - d$.

Las tablas, en principio, requieren una doble interpolación (para distancias y ángulos), pero ésta se simplifica mucho para valores de α inferiores a 5° .

Para el cálculo del desnivel Δh y de la corrección $mk \cdot \sin^2 \alpha$ correspondientes a distancias menores de 100 metros, se averiguarán primero las cantidades buscadas para distancias 10 ó 100 veces mayores, tomando luego la décima o céntesima parte de los números que se obtengan para tales distancias aumentadas. Este caso se presenta muy a menudo en la **taquimetría común**.

Ejemplo 1. Sea conocida (por haberla sacado gráficamente de una planqueta) la distancia horizontal $d = 836$ metros, además el ángulo $\alpha = 18^\circ 32'$.

Tiene lugar entonces el **primer modo de usar las tablas**.

Cálculo del desnivel $\Delta h = 836 \cdot \operatorname{tg} 18^\circ 32'$.

De la tabla (ver pág. 35) sacamos:

A 800 m con	= $18^\circ 32'$	corresponde un desnivel de	268,2 m
" 30 " "	= $18^\circ 32'$	" " " "	10,06 "
" 6 " "	= $18^\circ 32'$	" " " "	2,01 "
A 836 " "	= $18^\circ 32'$	" " " "	$\Delta h = 280,3 "$
(valor exacto:)			280,26 m)

Ejemplo 2. Se ha obtenido con lecturas de mira vertical: $mk = 730$, $\alpha = 18^\circ 16'$.

Se averigua primero la distancia horizontal d mediante el **segundo modo de usar la tabla**.

En la pág. 35, con epígrafe 18° , figura en el segundo renglón:

para $mk = 700$	la reducción	67
y " $mk = 800$	" "	76

por consiguiente, para $mk = 730$ corresponde en este renglón la reducción:

$$67 + \frac{30}{100} \cdot 9 = 69,7$$

En el penúltimo renglón figuran:

para $mk = 700$	la reducción	74
y " $mk = 800$	" "	85

por consiguiente, para $mk = 730$ corresponde en este renglón la reducción:

$$74 + \frac{30}{100} \cdot 11 = 77,3.$$

El valor 69,7 (obtenido en el segundo renglón) corresponde al ángulo $\alpha = 18^\circ$ y el valor 77,3 (obtenido en el penúltimo renglón) corresponde a $\alpha = 19^\circ$.

Con la diferencia de los valores $77,3 - 69,7 = 7,6$ interpolamos para el ángulo dado: $\alpha = 18^\circ 16'$:

A $\alpha = 18^\circ 16'$ y $mk = 730$ corresponde la reducción:

$$69,7 + \frac{16}{60} \cdot 7,6 = 69,7 + 2,0 = 71,7$$

Resulta, por tanto, la distancia horizontal $d = 730 - 71,7 = 658,3$ m.

Finalmente se averigua el desnivel Δh mediante el **primer modo de usar la tabla**.

Cálculo del desnivel $\Delta h = 658,3 \cdot \operatorname{tg} 18^\circ 16'$

A 600 m con $\alpha = 18^\circ 16'$	corresponde un desnivel de 198,0 m
" 50 " " $\alpha = 18^\circ 16'$	" " " " 16,5 "
" 8 " " $\alpha = 18^\circ 16'$	" " " " 2,6 "
" 0,3 " $\alpha = 18^\circ 16'$	" " " " 0,1 "
A 658,3 $\alpha = 18^\circ 16'$	" " " $\Delta h = 217,2$ m
(valor exacto: 217,19 m)	

Cuando los ángulos α son inferiores a 5° , se puede simplificar el cálculo, suprimiendo la doble interpolación, según se muestra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 3. Sea $mk = 470$ m y $\alpha = 4^\circ 26'$.

Para el cálculo de la distancia horizontal d se saca la reducción $mk - d$ para una distancia de 500 m y un ángulo de $4^\circ 30'$ (en lugar de la distancia $mk = 470$ y $\alpha = 4^\circ 26'$). Se emplea así la tabla con los valores redondos de mk y α más próximos a los valores dados.

Se obtiene entonces:

$$\begin{array}{r} mk = 470 \\ mk - d = 3 \\ \hline d = 467 \text{ m} \end{array}$$

Cálculo del desnivel $\Delta h = 467 \cdot \operatorname{tg} 4^\circ 26'$.

A 400 m con $\alpha = 4^\circ 26'$	corresponde un desnivel de 31,01 m
" 60 " " $\alpha = 4^\circ 26'$	" " " " 4,65 "
" 7 " " $\alpha = 4^\circ 26'$	" " " " 0,54 "
A 467 m con $\alpha = 4^\circ 26'$	" " " $\Delta h = 36,2$ m
(valor exacto: 36,21 m)	

Según se desprende de los ejemplos calculados, estas "Tablas de diferencias de alturas" pueden emplearse también para la **taquimetría común, con teodolito**, con distancias mk inferiores a 250 metros.

15. Resumen de fórmulas para taquimetría común y cálculo de cotas.

Fórmulas para el cálculo de la **distancia horizontal d** en casos de visual horizontal:

$$\begin{aligned} d &= c + mk \\ d &= mk \quad (\text{en caso de ser } c = 0) \end{aligned}$$

y para la **distancia horizontal d** en caso de visual inclinada:

$$\begin{aligned} d &= (c + mk) \cos^2 \alpha \\ d &= mk \cdot \cos^2 \alpha \quad (\text{en caso de ser } c = 0) \end{aligned}$$

Fórmulas para el cálculo del **desnivel Δh** y **cota H** del punto buscado

$$\begin{aligned} \Delta h &= (c + mk) \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \\ &= mk \cdot \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \quad (\text{en caso de ser } c = 0) \\ &= mk \cdot \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\alpha \quad (\text{en caso de ser } c = 0) \\ \Delta h &= d \cdot \operatorname{tg} \alpha \end{aligned}$$

Siendo H_0 la cota del suelo o de la estaca en el punto estación **P** (figs. 12 y 16), y H la cota del suelo en el punto buscado **Q**, i la altura del eje secundario del teodolito sobre el suelo (o estaca) en **P**, altura que de

ahora en adelante será llamada simplemente "**altura del instrumento**", y a_v la altura del punto de mira visado **M**, tendremos para la cota H del punto **Q** buscado:

$$(60) \quad H = H_0 + i + \Delta h - a_v$$

$$(61) \quad H = H_0 + \Delta h$$

(en caso de ser $i = a_v$)

Las figuras 16 y 17 ilustran dos ejemplos numéricos del cálculo de cotas.

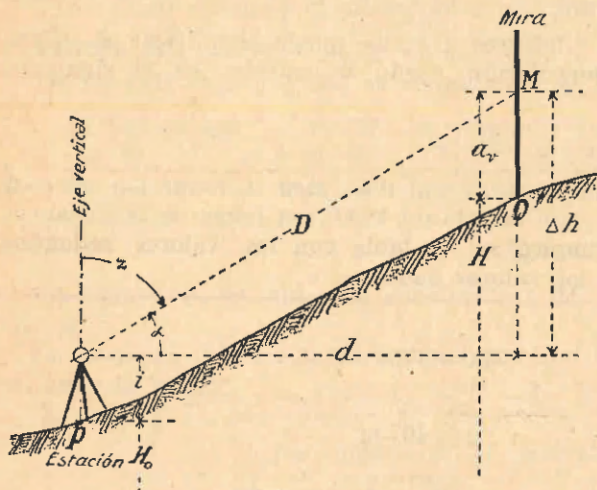


Fig. 16. Se ilustra el cálculo de la cota H del punto **Q** con desnivel positivo.

$$\begin{aligned} H_0 + i + \Delta h - a_v &= H \\ 481,00 + 1,40 + 6,03 - 2,00 &= 486,43 \text{ m} \end{aligned}$$

horizontales), con despreciar la constante aditiva c , el producto mk será la distancia horizontal. Si suponemos la constante k libre de error, pero, en cambio, el segmento de mira m afectado del error δm , resulta para la distancia mk

E. Precisión de las distancias y desniveles.

16. Precisión de la distancia estadimétrica.

En los casos de distancias horizontales (o casi

el error $\delta(\text{mk})$:

$$(62) \quad \delta(\text{mk}) = k \cdot \delta m$$

El error δm depende del cuidado con que se ha hecho la lectura de la distancia, e influyen sobre ésta los siguientes factores: la magnitud y la tranquilidad de las imágenes, las condiciones atmosféricas, el aumento del anteojo, la unidad de graduación de la mira, la claridad y precisión de esa graduación, y la mayor o menor precisión con que el mirero consigue la verticalidad de la mira.

Grandes series de observaciones efectuadas en convenientes condiciones como las que ocurren en la práctica, fueron ejecutadas y estudiadas por **Helmert** (ver: "Zeitschrift für Vermessungswesen", 1874, págs. 325-334), **Stambach** (ver: "Zeitschrift für Vermessungswesen", 1875, págs. 183-188) y **Jordan** (ver: "Handbuch der Vermessungskunde", tercera edición).

Las observaciones de **Stambach** y **Jordan** dieron los resultados que indicamos en la siguiente planilla (63):

(63)

Observador	Distancia mk	Error medio μ (mk)	Constante k	$\frac{\mu}{\text{mk}}$ (mk)
Stambach	100 m	0,25 m	100	0,25 %
Jordan	100 „	0,23 m	100	0,23 %

Estos resultados de la **taquimetría común**, concuerdan en el fondo con los obtenidos por **Helmert** en condiciones algo diferentes.

Adoptaremos en nuestras consideraciones para el **error medio relativo** $\frac{\mu(\text{mk})}{\text{mk}}$ el valor 0,25% o sea 1/400 para distancias del orden de 100 metros.

Una comparación de la precisión de los resultados de la **taquimetría común** consignados en la planilla (63) con las **tablas de tolerancias I a VI** (Apéndice I del Tomo I) para mediciones de cinta demuestra claramente que la precisión de la **taquimetría común** no puede competir con la de las mediciones lineales efectuadas con cinta. Esta conclusión se saca con mayor

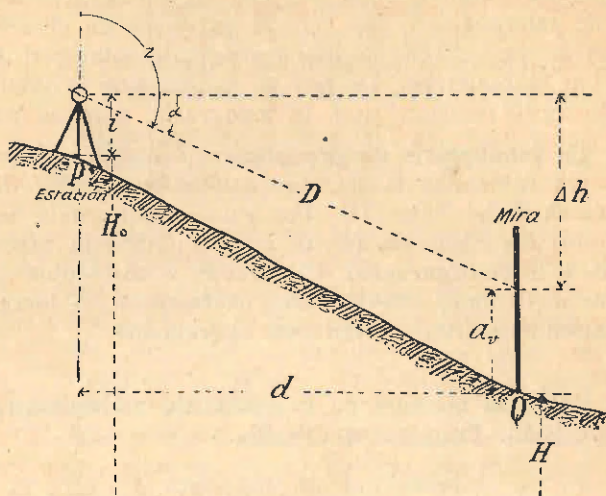


Fig. 17. Se ilustra el cálculo de la cota H del punto Q con desnivel negativo.

$$H_0 + i - \Delta h - a_v = H$$

$$481,00 + 1,40 - 6,41 - 2,00 = 473,99 \text{ m}$$

evidencia aún cuando se tiene en cuenta que aquellas tablas I a VI indican **tolerancias** o sea valores extremos de errores admisibles, mientras que en el cuadro (63) se han consignado solamente **errores medios** de la medición taquimétrica. De esto se deduce que la taquimetría común es el procedimiento indicado para la **topografía**, pero no para trabajos catastrales.

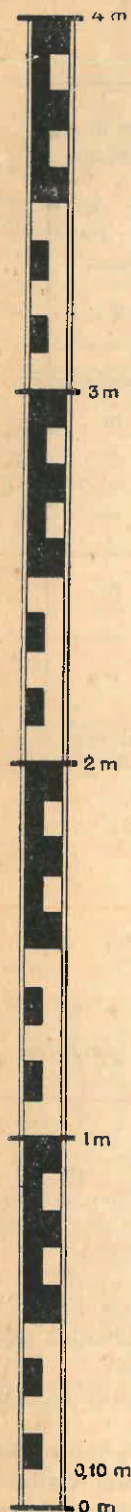
La **taquimetría de precisión**, en cambio, da resultados cuya precisión es comparable con la de las mediciones lineales directas (ver pág. 127, Volumen 2 del Tomo II). Por consiguiente, debe emplearse para catastros en todos los casos en que la medición directa ofrece serias dificultades debido a la configuración del terreno y obstáculos de todo orden, empleándose las mediciones directas con preferencia en terrenos llanos que no ofrecen serias dificultades para esas operaciones.

Sobre la elección de la constante multiplicativa k y su relación con la precisión. Práctica establecida.

Es de observar que un segmento de mira m observado entre dos hilos estadimétricos, se obtiene con tanta mayor precisión relativa cuanto más distanciados son esos hilos entre sí. Es así en vista de que cada lectura de hilo se hace con un cierto error medio (el que depende de la calidad del instrumento y de la mira, así como de la habilidad del operador); y los errores medios en las lecturas de los hilos dan lugar a un error medio del segmento m leído, el cual prácticamente es de la misma magnitud cuando los dos hilos son distanciados entre sí como si son próximos el uno del otro. Pero si ellos son próximos, el error medio de lectura afecta a un segmento de mira pequeño, resultando, por lo tanto, un **error medio relativo** grande, ocurriendo lo contrario en el caso de trabajar con hilos estadimétricos muy distanciados. Casi siempre los retículos estadimétricos se componen de tres hilos, un hilo medio y dos hilos extremos, todos paralelos entre sí. Generalmente se leen los segmentos de mira entre los dos hilos extremos, lo cual, de ser posible es lo más ventajoso para la precisión. Pero si por alguna razón (distancia grande, mira corta, desnivel fuerte, obstáculo interpuesto) uno de los hilos extremos no se proyectara sobre la mira, se puede también leer un segmento de mira entre el hilo medio y un hilo extremo, obteniéndose en este caso el segmento con un error medio relativo doble y por tanto también la distancia con un error medio doble. En este último caso el segmento de mira leído debe multiplicarse por $2k$ para obtener la distancia, siempre en la suposición de que los hilos extremos se hallen realmente a igual distancia del hilo medio.

Mira topográfica.

El Instituto Geográfico Militar argentino para sus trabajos topográficos emplea una mira decimetrada (sin numeración) de 4 metros de largo (ver fig. 18) con un anteojo en el cual los hilos estadimétricos distan entre sí en un $1/200$ de la distancia focal del objetivo, empleándose entonces la constante multiplicativa $k=200$ cuando la lectura de segmento de mira se efectúa entre hilos extremos, y la constante 400 cuando el segmento leído se halla entre el hilo medio y un hilo extremo. Con esta disposición



Con la constante multiplicativa $k = 200$, cada división de 1 dm corresponde a 20 metros de la distancia, y cada grupo de 5 divisiones (pintado en forma de E latina) corresponde a 100 metros de la distancia. Los trozos de mira de metros redondos son señalados por varillas algo sobresalientes y corresponden a 200 metros de distancia cada uno.

Fig. 18
Mira topográfica
Modelo de I. G. M.

se podría en casos extremos tomar distancias hasta de 1 600 metros, restringiéndose empero la práctica de los levantamientos generalmente a distancias no mayores de 800 metros.

Planilla resumen sobre la precisión de las mediciones taquimétricas comunes.

Largas series de observaciones ejecutadas con distancias superiores a 100 metros, empleando miras centimetradas ("miras parlantes", ver figs. 4 y 5, pág. 156, Volumen 1 del Tomo III), como se suele hacer en la **Taquimetría técnica** con teodolito, dieron **errores medios relativos** mayores: 0,3 % para distancias alrededor de 200 metros y 0,4 % para distancias alrededor de 300 metros [ver columna (5) del cuadro (64), pág. 42].

En los trabajos de levantamientos topográficos (**Taquimetría gráfica** a plancheta), en los cuales se emplean miras sin numeración ("miras mudas") con divisiones de $\frac{1}{2}$ dm o decímetros enteros (ver fig. 18), se **cuentan** las divisiones entre los hilos estadimétricos. Con $k = 200$ y distancias alrededor de 300 metros se puede admitir un error medio relativo de 1 % y con $k = 400$ y distancias máximas de 800 metros un error medio relativo de 1,5 %.

La columna (7) del cuadro (64) muestra que esas precisiones satisfacen holgadamente las exigencias de precisión para el dibujo de planos y cartas a escala de 1:1 000 hasta 1:50 000.

17. Precisión del desnivel.

Si en la **taquimetría técnica** con teodolito se admite un error del ángulo vertical de $1'$, se tendrá para una distancia máxima de 300 metros un **error medio del desnivel** de:

$$\frac{300}{3438} = 0,1 \text{ metro.}$$

y en la **taquimetría gráfica** a plancheta, para la distancia máxima de 800 metros, un **error medio del desnivel** de:

$$\frac{800}{3438} = 0,2 \text{ metros.}$$

Clase de trabajo.	Distancia mk	k	Error medio		Escala en los planos levantados 1: E	Error de distancia permitido para que el error del dibujo no sobrepase: $0,0003 \cdot E$ (*)
			absoluto $\mu(mk)$	relativo $\frac{\mu(mk)}{mk}$		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
(64) Taquimetría técnica con teodolito	100 m	100	0,25 m	0,25 %	1:1000	0,30 m
	200 „	100	0,60 „	0,3 %	hasta	
	300 „	100	1,20 „	0,4 %	1:10 000	3,0 „
Taquimetría gráfica a plancheta	300 m	200	3 m	1,0 %	1:20 000	6,0 m
	hasta 800 m	400	12 m	1,5 %	hasta 1:50 000	15,0 „

(*) Para tolerancia gráfica $3\gamma = 0,0003$ m, ver págs. 20 y 21 del Tomo I.

§ 2.

Ejecución de las mediciones taquimétricas.

Sumario.

- A. Generalidades sobre métodos, equipos instrumental y personal.
- B. Taquimetría de puntos de detalle.
- C. Poligonales taquimétricas.

A. Generalidades sobre métodos de taquimetría, equipos instrumental y personal.

1. Principio de la taquimetría común.

Recordemos el principio de la taquimetría común (ver N° 2 de § 1), el que consiste en el levantamiento de puntos del terreno por **coordenadas polares** (rumbos y distancias) y alturas con un mismo instrumento.

Los puntos de estación del instrumento P_{n-1} , P_n , P_{n+1} , . . . (ver fig. 1), son llamados **puntos básicos** del levantamiento taquimétrico. Los rumbos ω a los diversos puntos del terreno (numerados), pueden ser contados sea desde la dirección de algún punto trigonométrico o punto poligonal visible, sea desde el norte magnético medido por medio de la brújula del instrumento

o sea, finalmente, a partir de la dirección a cualquier punto destacado del terreno.

En los trabajos de levantamiento a plancheta, los rumbos de las visuales, sin medirlos, se pasan directamente al dibujo de la plancheta luego de haber sido orientada ésta cuidadosamente con ayuda de la brújula y de visuales tomadas a puntos trigonométricos conocidos.

En el punto P_n (fig. 1) se mide el ángulo de elevación α de la visual $P_n - 35$, y taquimétricamente se halla la distancia horizontal d entre P_n y $35'$, lo cual permite calcular el desnivel Δh entre P_n y 35 .

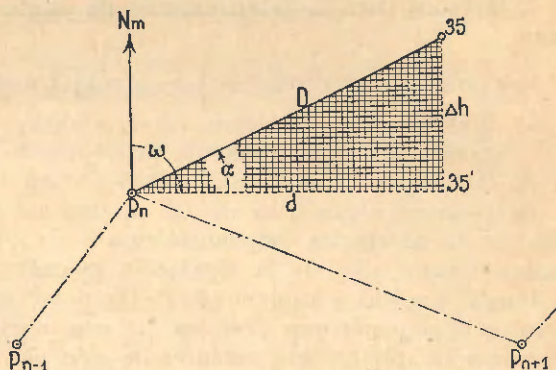


Fig. 1. Se ilustra el principio de la taquimetría.

P_{n-1}, P_n, P_{n+1} , puntos básicos de levantamiento,
 ω , rumbo de la visual de P_n (estación) al punto buscado 35,

α , ángulo de elevación de la visual $P_n - 35$,

d , distancia horizontal $P_n - 35'$,

Δh , desnivel del punto 35 respecto a P_n .

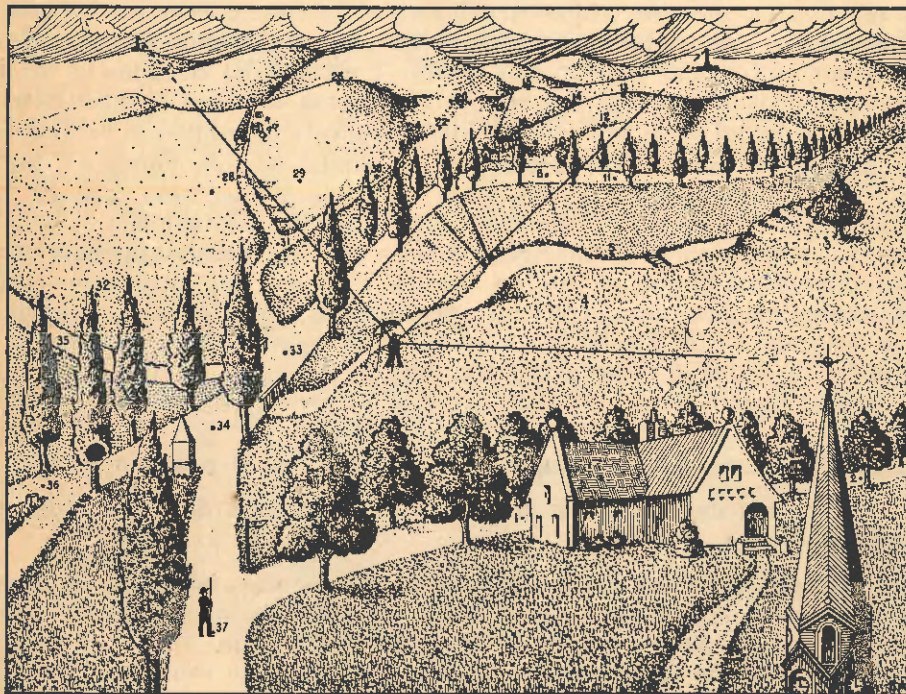


Fig. 2. Se ilustra la determinación de un punto básico por medio del problema de la carta y el levantamiento taquimétrico ejecutado en el mismo.

(Se supone un operador con taquímetro.)

2. Métodos para la determinación de puntos; campo de aplicación de cada uno.

Los puntos básicos pueden ser obtenidos por uno de los siguientes métodos:

a) **Método trigonométrico** (determinación de puntos por triangulación, por intersección hacia adelante, problema de la carta, problemas de Hansen y de Marek, etc.; ver Capítulo II, Volumen 1 del Tomo III).

La posición altimétrica de los puntos así determinados se halla por medio de la **nivelación trigonométrica** (con preferencia en terreno accidentado) o por medio de la **nivelación geométrica** (en terreno llano).

Puede emplearse este método trigonométrico tanto en zonas dotadas de puntos trigonométricos (ver fig. 2) con buena visibilidad, como también en regiones completamente carentes de esos puntos fijos.

b) **Método de la poligonación** (ver Segunda Parte del Volumen 2 del Tomo II), midiendo los ángulos horizontales con teodolito y las distancias con cinta. La posición altimétrica de los puntos básicos así determinados se obtiene por **nivelación geométrica**.

El método de la poligonación es empleado muchas veces cuando se trata de levantar largas fajas de terreno de sólo 200 ó 300 metros de ancho, como ocurre en los trazados de ferrocarriles u otras obras de vialidad.

c) **Método de poligonales taquimétricas**, midiendo los rumbos magnéticos o ángulos horizontales y las distancias estadimétricas con el mismo instrumento. La posición altimétrica de estos puntos básicos es obtenida también con el taquímetro. Constituyen esos puntos **polígonos cerrados** (los que cierran en los mismos puntos de salida), o **poligonales** cerradas en otros puntos de precisión superior. Los respectivos **errores de cierre altoplanimétrico** son compensados antes de iniciarse el levantamiento de los puntos de detalle.

d) **Método de taquimetría común**, determinando en cada punto de estación no sólo los puntos de detalle de la zona que abarca, sino también la posición altoplanimétrica del siguiente punto estación de taquímetro. Quiere decir, las poligonales taquimétricas pueden medirse **simultáneamente** con el levantamiento de los puntos de detalle. Pero no hay duda que será **ventajoso** en muchos casos determinar **previamente** y por separado los puntos de estación de taquímetro y no comenzar el levantamiento de los detalles antes de haberse compensado los errores de cierre de los polígonos principales, en el supuesto caso de que esos errores no hayan sobrepasado ciertos límites admisibles y anteriormente establecidos.

e) **Método de autotaquimetría**, al que se estudia en el próximo § 3.

3. Numeración de los puntos de detalle y designación de los puntos de estación.

La numeración de los **puntos de detalle** de un trabajo de taquimetría conviene que sea **corrida**, evitándose así la repetición de los mismos números de puntos de un mismo sector de plano o una misma hoja.

La **designación de los puntos de estación** conviene que contenga también una numeración corrida en unión con la letra mayúscula **P** antepuesta o con la **letra inicial del apellido del respectivo jefe de comisión** encargado del trabajo (práctica establecida en el Instituto Geográfico Militar argentino); ejemplos: **P1, P2, P3, ... M1, M2, M3, ..., etc.**

4. Objetivo que se persigue con el levantamiento de los puntos de detalle y normas para la buena elección y disposición de los mismos.

La primera finalidad de los puntos de detalle es la de dar datos para la representación gráfica de las formas del terreno. Pero no deben ser tomados

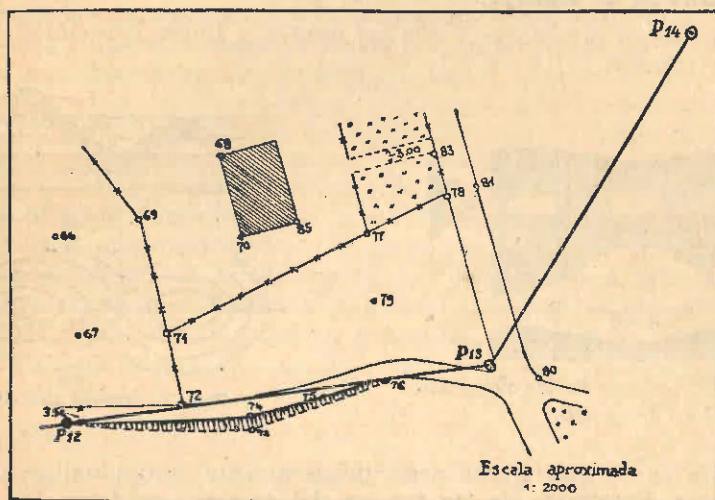


Fig. 3. Croquis levantado en el terreno demostrando la designación de los puntos de estación, la numeración de los puntos de detalle y su adecuada elección para un racional levantamiento altiplanimétrico de un sector del terreno.

sólo los puntos de interés para la altimetría de la región sino también los puntos de importancia planimétrica, como ser los que fijan el recorrido de los caminos (ver fig. 3), de alambrados, cursos de aguas, orillas de lagos, lagunas, pantanos, límites de bosques y otros cultivos, ubicación de ca-

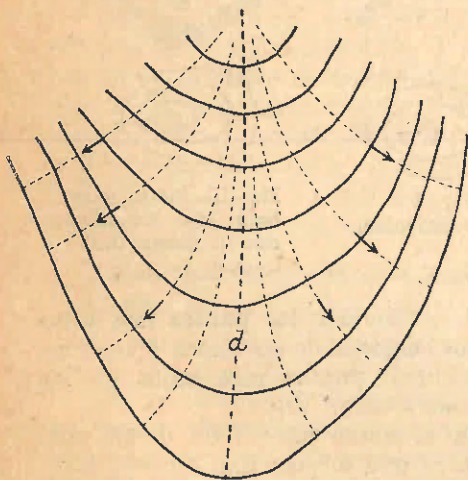


Fig. 4. Loma con dorsal d.
(Las líneas punteadas provistas de flechas indican las líneas de caída del terreno)

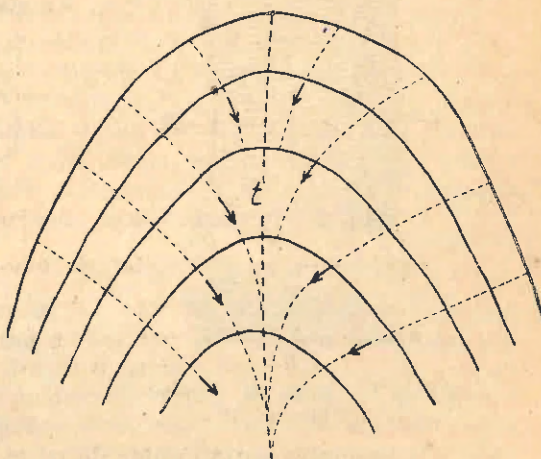


Fig. 5. Hondonada con talweg t.

sas, molinos, miradores, puentes, alcantarillas, jagüeles, hitos, mojones, postes, etc.

Cuando en un levantamiento no se persigue ninguna finalidad particular como ser, por ejemplo, la preparación del anteproyecto de alguna obra de construcción (camino, canal, dique, etc.) conviene que se apliquen las siguientes **normas de trabajo**:

Regla 1. Deben levantarse todos los puntos y líneas características de las formas del terreno.

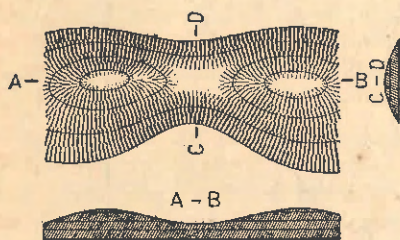


Fig. 6. Silla con sus cortes principales, AB y CD.

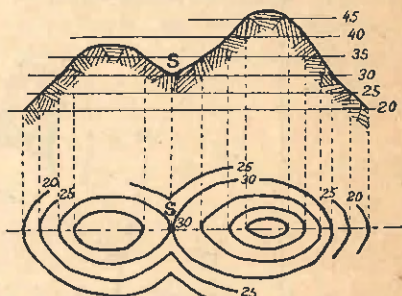


Fig. 7. Punto de silla S.

Para ello es necesario que sean primeramente individualizadas las llamadas **líneas directrices** de las formas del terreno, es decir, las **divisorias de las aguas** o dorsales (d, fig. 4) y los **talwegs** o bajos (t, fig. 5), destacándose así los **salientes** (lomas) y **entrantes** [valles, sillas (ver figs. 6 y 7), hondonadas (fig. 5)] del terreno. Ver **cubretapa**, izquierda abajo.

Deben ser también averiguados principalmente las **líneas de cambio de pendiente** (ver fig. 8), así como las **líneas de caída** o de máxima pendiente

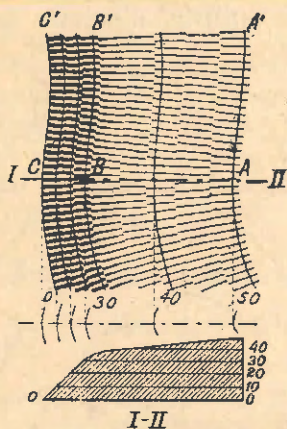


Fig. 8. Línea de cambio de pendiente, BB'.

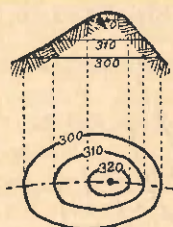


Fig. 9. Punto cúspide.

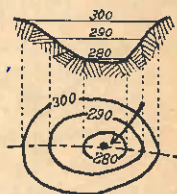


Fig. 10. Punto más bajo de hoyada, con la flecha indicadora.

(fig. 6) y también los **puntos más altos** o **puntos cúspides** de las lomas (ver figs. 6, 7 y 9) o **puntos más bajos** de las hondonadas (fig. 10).

Regla 2. Estos puntos de detalle deben ser dispuestos en lo posible de tal manera que forman una especie de **tiros poligonales abiertos** recorridos por los mireros, los que deben moverse con preferencia sobre las líneas directrices en el orden de la numeración de

los puntos, como también sobre las líneas de máxima pendiente (ver por ejemplo los puntos 73, 74 de fig. 3), los talwegs y sobre otros detalles topográficos de forma lineal (camino, alambrados, etc.), fijándose especialmente en los puntos donde esas líneas de importancia topográfica recorridas por el mirero cambian de rumbo (ver fig. 3). También es recomendable en muchos casos que el mirero se coloque sucesivamente en **puntos de igual cota**, moviéndose aproximadamente sobre una **curva de nivel**.

Son éstas las llamadas **líneas de forma** perpendiculares a la dirección de los trazos de pendiente (ver fig. 40 del Cap. II).

5. Reconocimiento previo.

Con el objeto de hacer posible un levantamiento conforme a las normas de trabajo de campo expuestas en el número anterior, es necesario efectuar previamente un **reconocimiento** de la superficie que se quiere levantar desde una estación de taquímetro.

El topógrafo o el jefe de trabajo (ver N° 7), a la vista del terreno, o recorriendo a este mismo, ilustra al mirero, llamándole la atención sobre las líneas directrices, dorsales y bajos, y muchas veces los va marcando transitoriamente (con piedras, trozos de césped levantados, señales con tiza en árboles, piedras, etc.).

6. Croquis.

En la taquimetría técnica con teodolito, se suele confeccionar un **croquis**, el que representa aproximadamente la situación relativa de los puntos y detalles topográficos levantados, sirviendo para aclarar cualquier duda que podría surgir respecto al significado de las anotaciones contenidas en el **registro de taquimetría**.

Si una misma persona hace las anotaciones en el registro y confecciona el croquis, tanto las anotaciones como el croquis se consignan en una misma libreta, el croquis cada vez en página opuesta a las correspondientes anotaciones.

En el caso que los croquis son confeccionados por una persona (jefe de los trabajos) que acompaña a los mireros, mientras que un ayudante (o dos) efectúan las mediciones y anotaciones en la estación, se lleva por separado el **registro de taquimetría** y la **libreta de croquis**. En este caso, con oportunas comparaciones de ambas libretas se asegura la absoluta concordancia de las numeraciones de puntos a que se refieren las dos libretas.

El croquis se hace a ojo, con el norte hacia arriba, teniendo en cuenta mentalmente una determinada escala conveniente (por ejemplo, el croquis de fig. 3 que fué confeccionado a escala aproximada 1:2 000).

7. Personal que puede constituir una comisión de taquimetría.

El número de personas que constituyen una comisión de taquimetría técnica, con teodolito, depende de la magnitud, naturaleza y finalidad del trabajo a ejecutar, como también del personal disponible.

Con un mínimo de 2 personas, un operador en el teodolito y un mirero, es posible efectuar levantamientos taquimétricos. Conviene, en este caso, que el mirero sea una persona de suficiente inteligencia, que por sí sola sepa elegir los puntos característicos en el terreno y no necesite instrucción muy detallada de parte del jefe.

Cuando se dispone de más personal auxiliar y se quiere acelerar el trabajo, se emplean dos o más mireros, a los que dirige, andando por el campo, el ingeniero jefe del trabajo, el que también confecciona los croquis, mientras que las mediciones con el teodolito y las anotaciones en el registro son encargadas a uno o dos ayudantes. Por medio de señales o silbidos el personal que opera en la estación se comunica con los mireros. Cuando la comisión disponga de dos personas en la estación, funcionando una como **medidor** llamado **taquimetrista** y la otra como **apuntador**, este último muy convenientemente se encargará también del contralor del nivel testigo de la alidada vertical, para que el taquimetrista pueda concentrar toda su atención en las lecturas de mira y círculos.

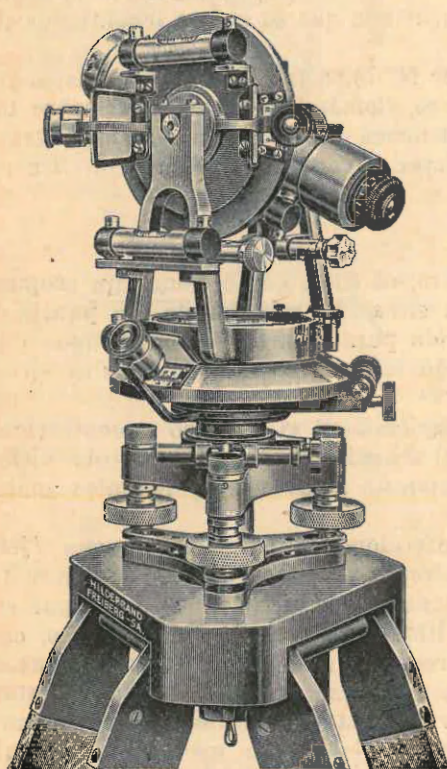


Fig. 11. Teodolito taquímetro Hildebrand (con nonios de 20'').

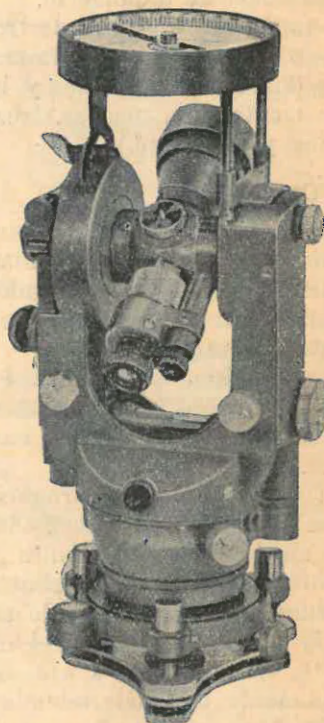


Fig. 12. Teodolito taquímetro Wild T1 (Heebrugg, Suiza).

Principales características:

Diámetro del objetivo... 26 mm
 Aumento del anteojo analítico 28
 Nivel de alidada 1' 1/2 mm
 Nivel de soporte 1'
 Nivel testigo 30"
 Nivel de anteojo 25"

Diámetro del objetivo 40 mm
 Aumento del anteojo analítico 21
 Lectura por estima 6"
 Nivel esférico 8' 1/2 mm
 Nivel testigo 30"
 Nivel de aliada 30"

8. Teodolitos taquímetros y miras taquimétricas.

Muéstrase en fig. 11, como ejemplo, un modelo corriente de teodolito taquímetro de construcción clásica, y en fig. 12 un representante típico de los llamados "taquímetros ópticos".

Las figs. 13 y 14 muestran modelos de miras taquimétricas.



Fig. 13. Mira Zeiss de 3 ó 4 metros para nivelación y taquimetría (dibujada en escala 1:6), aspecto en el anteojo inversor; división en forma de E, con colores negro y rojo para los diferentes trozos de metro (*).

El disco (movible) señala en la figura la altura del instrumento:

$$i = 1,40 \text{ m.}$$



Fig. 14. Mira Suiza de Siegrist para nivelación y taquimetría (dibujada en escala 1:4), aspecto en anteojo inversor; modelo empleado en la Escuela Superior Técnica suiza de Zürich.

El taquímetro puede ser empleado también como teodolito en todos los demás trabajos del agrimensor, catastro, poligonación, triangulación topográfica, etc.

En cuanto a su empleo en la medición de ángulos horizontales, hallará el lector las explicaciones pertinentes en el Volumen 2 del Tomo II de este Compendio; y en cuanto a la medición de ángulos verticales, ver Cap. II, págs. 223-242 del Volumen 1 del Tomo III.

En terreno llano se prefiere emplear para la medición estadimétrica de la distancia la **visual horizontal**, por simplificarse así el trabajo de campo y de gabinete.

Es por eso que los taquímetros están dotados generalmente de un **nivel de anteojo** (ver fig. 11), el que debe ser corregido de tal modo que su burbuja esté centrada cuando la visual (eje de colimación) es horizontal.

En terreno poco accidentado, con pendientes hasta del 10%, puede emplearse también para la taquimetría común el **nivel-taquímetro** (ver §7, pág. 145 del Volumen 1 del Tomo III).

Corrección del error de cenit.

Como en taquimetría común se suele operar con una sola posición del

círculo llamada **posición I** o "**posición de trabajo**", es necesario corregir previamente con cuidado el **error de cenit**.

Conviene llamar posición I de un teodolito-taquímetro a aquella en que las lecturas del círculo vertical crecen cuando se aumenta la distancia cenital de la visual observada en el anteojo. En la mayor parte de los taquímetros esa posición I es aquella en la que el operador tiene el **círculo vertical a su izquierda**.

(*) Es de observar que las divisiones rojas no son visibles a tan grandes distancias como las negras.

Como, además, en los trabajos de taquimetría común se suele leer en un solo nonio ("nonio de trabajo", que es generalmente el más próximo del operador), el error de cenit debe corregirse de tal manera que se lea 90° en el "nonio de trabajo" cuando la visual es horizontal.

Para **corregir el error de cenit** se opera en la siguiente forma:

Después de haber verticalizado el eje principal, con el taquímetro en posición I, se dirige el anteojo a un punto objeto **P** del terreno, bien defini-

Medición de la doble distancia cenital $2z$, y determinación del doble error de índice $2i$.

(1)

Punto estación	Punto visado	Posición	Lecturas						Medias			$2z = (I) - (II)$ $z = \frac{(I) - (II)}{2}$			Angulo vertical $\alpha = 90^\circ - z$			Observaciones	
			Nonios						z (sin corregir)										
			1			2			°	'	"	°	'	"	°	'	"		
P ₁	A	I	21	22	20	22	0	21	22	10	42	43	25						Corrección de índice: $\frac{55''}{2} \sim -30''$
		II	338	38	30	39	0	338	38	45	21	21	42	68	38	18			
			$(I) + (II) = 2i = 360^\circ 0' 55'' - 360^\circ$ $= + 55''$ $i = + \frac{55''}{2} \sim + 30''$																

Form. trig 18

do, en sentido vertical, se centra la burbuja del nivel testigo de la alidada vertical y se lee el limbo vertical con los dos nonios. En forma completamente análoga se opera en posición II del taquímetro, con círculo vertical a la derecha [ver planilla (1)].

Si se llaman (I) y (II), respectivamente, a los promedios de las lecturas en las posiciones I y II, se calcula la expresión $\frac{(I) - (II)}{2}$ [aumentando la (I) en 360° si eso fuera necesario], la que representa la **verdadera distancia cenital z** del punto **P** bisectado. Luego se corrige el sistema de nonios verticales en tal forma que en posición I, con burbuja centrada y punto **P** bisectado, se lea en el nonio de trabajo esa verdadera distancia cenital.

En la planilla (1) se halla consignado un ejemplo de medición de distancia cenital z , para cuyo valor se ha obtenido:

$$z = 21^\circ 21' 42''$$

En vista de que en el nonio de trabajo (nonio 1) se había hecho la lectura $21^\circ 22' 20''$, el instrumento debe ser corregido en tal forma que en posición I (punto objeto bisectado y burbuja centrada) se lea $21^\circ 21' 42''$. Poniendo el instrumento en posición I y manteniendo el punto **P** bisectado, se mueve el sistema de los nonios, por medio del correspondiente tornillo de aproximación, hasta que en el nonio 1 se lea $21^\circ 21' 42''$ (con lo cual las lecturas del círculo vertical se han rebajado en $38''$). Por haberse en esta operación descentrado la burbuja del nivel del sistema de los nonios, se la centra por medio de los tornillos de corrección del nivel. Se halla puesto así el taquímetro en **condiciones de trabajo**, permitiendo leer en posición I, con nivel centrado, en el nonio 1 verdaderas distancias cenitales.

En el trabajo práctico conviene empezar la operación de esta corrección con bisectar el punto **P** en posición II, con nivel centrado, y luego, después de leer el círculo, pasar a la posición I, pudiendo así efectuar las correcciones con un mínimo de manipulaciones del instrumento.

B. Taquimetría de puntos de detalle.

$$\begin{aligned} d &= D \cos \alpha = mk \cos \alpha \cdot \cos \alpha = mk \cos^2 \alpha \\ \Delta h &= D \sin \alpha = mk \sin \alpha \cdot \cos \alpha = mk \cdot \frac{1}{2} \sin 2\alpha \\ \Delta H &= \Delta h + i - a_v \\ &= \Delta h \quad \text{en caso de ser; } i = a_v = 0 \end{aligned}$$

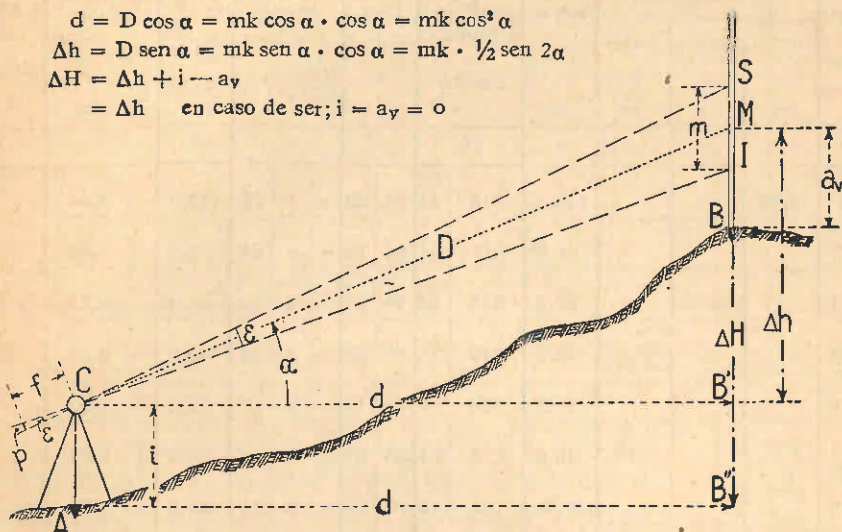


Fig. 15. Figura sintética de la taquimetría común.

Despréndese de la figura y de las fórmulas que la acompañan, que la ventaja de hacer:

$$a_v = i$$

consiste en que con ellos se obtiene directamente el desnivel ΔH , entre la estaca de la estación **A** y el punto de apoyo de mira **B**.

9. Algunos detalles y orden de las operaciones a efectuar.

Nivelado el instrumento de acuerdo a lo indicado en pág. 55 del volumen 2 del tomo II, se comienzan las mediciones de una estación de taquímetro con la determinación de la **altura i del eje secundario** del instrumento referida a la cabeza de la estaca de la estación (ver fig. 15). La altura **i** así definida la llamaremos en adelante simplemente "**altura del instrumento**". Se usará para su medición un doble metro de bolsillo. El dato **i** se anota en el encabezamiento del **Registro de taquimetría** (ver pág. 52).

Luego se apunta con el anteojo a la mira colocada en el punto estación anterior, obteniéndose así una **dirección origen** para la medición de todos los ángulos horizontales a tomar en la estación que se comienza.

En el **Ejemplo explicativo** de págs. 52 y 53 se supone que desde la estación **P 13** se ha apuntado a la estación anterior **P 12**, obteniendo la lectura de círculo horizontal de $318^\circ 44'$ consignada en la columna (6). Ver también croquis fig. 16.

Prefiérese a veces producir para la visual de **P 13** a **P 12** (visual origen) la lectura $0^\circ 0' 0''$, la cual, sin embargo, no es indispensable.

A veces se prefiere arreglar el taquímetro en cada estación de tal modo que las lecturas del círculo horizontal signifiquen **rumbos magnéticos** ω .

Observador: _____

Estación **P 13** $H_0 = 481,00$

Mirero: _____

 $i = 1,40$

Cond. at.: _____ Fecha: _____

Horizonte: $H_0 + i = 482,40$

Punto visado	Lectura hilos			mk = (a-b)k m	Lectura limbo o rumbo ° '		Dist. cenital z ° '		Angulo de altura α ° '		Dist. hor. d = mk · cos² α m	Desnivel Δh = mk $\frac{\text{sen } 2\alpha}{2}$ m	Cota: H = H _o + Δh + i - a _v m
	medio	inf.	sup.										
	a _v m	a m	b m										
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)		(7)		(8)		(9)	(10)	(11)
P 12	2,00			114,5	318	44 94 22	—	4	22	113,8	—	3,69	
73				66,0	311	01 94 54	—	4	54	65,5	—	5,62	
74				65,8	314	53 94 39	—	4	39	65,4	—	5,32	
75				46,2	316	12 93 58	—	3	58	46,0	—	3,19	
76				26,5	320	12 93 17	—	3	17	26,4	—	1,52	
77				48,0	15	01 89 31	+	0	29	48,0	+	0,41	
78				47,0	42	46 87 28	+	2	32	46,9	+	2,08	
79	2,50			35,0	355	32 90 00		0	00	35,0	—	1,10	
					etc.								
P 14				105,8	90	11 90 20	—	0	20	105,8	—	0,62	

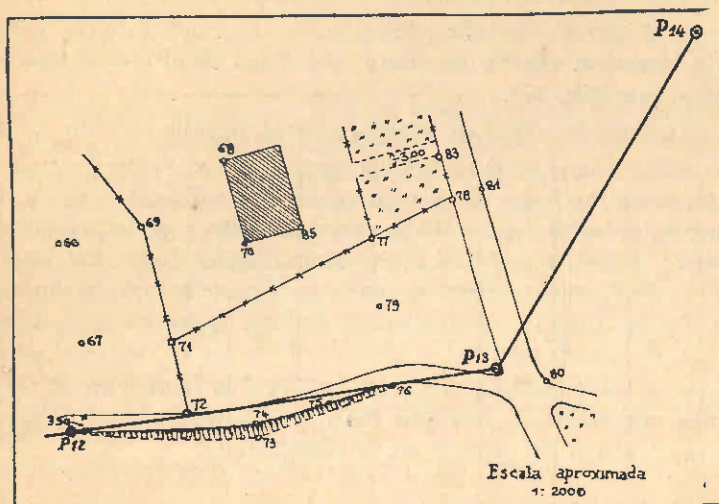
Form. top. 2 (Registro de taquimetría).

lo que se consigne con producir en el círculo horizontal la lectura 0° 0' 0" para una visual dirigida al norte magnético.

A ese fin colóquese en coincidencia el trazo del índice del nonio 1 con el cero del limbo horizontal. Luego déjese libre la aguja magnética, aflójese el tornillo de presión del limbo y gírese el conjunto "limbo alidada" hasta que el extremo Norte de la aguja magnética oscile sobre el cero de la graduación de la brújula. Apriétese en esta posición el tornillo de presión del limbo y aflójese el tornillo de presión de la alidada. En consecuencia de la posición orientada del limbo horizontal así reaizada, todas las lecturas del mismo significan también los rumbos magnéticos de las respectivas visuales.

Después de esta preparación se medirán todos los puntos de la radiación que interesen por su planimetría y altimetría.

Fig. 16. Croquis ilustrativo del levantamiento efectuado en la estación P 13 (siendo P 12 la estación anterior y P 14 la estación siguiente).

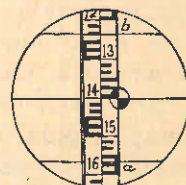


Las bisecciones que se efectúan en una estación P_n de taquímetro contienen también una visual a la mira colocada en el punto estación que se ha elegido para la estación siguiente P_{n+1} . En el **Ejemplo explicativo** de págs. 52 y 53 esa estación siguiente es P 14, cuya bisección da la lectura de limbo: $90^\circ 11'$.

El trabajo de una estación P_n se termina con tomar nuevamente la dirección al punto anterior P_{n-1} a fin de asegurarse de que el círculo horizontal no se ha movido sensiblemente durante las manipulaciones del instrumento en la estación efectuada.

A fin de acelerar en lo posible el trabajo regular de campo, siempre que se disponga del personal necesario, conviene que las distintas operaciones sean ejecutadas en cada estación con el siguiente orden:

- a) Instalación del instrumento y medición de la altura i , la que se comunica a los mireros para la colocación de los discos señalados a esa misma altura (ver fig. 13).
- b) Se bisecciona con el hilo vertical el eje de la mira colocada en la estación anterior. Esta bisección se hace de modo que el disco señal aparezca aproximadamente en el medio del campo visual. (Conviene que el mirero esté provisto de nivel esférico para poder verticalizar la mira con suficiente precisión.)
- c) Por medio del tornillo de aproximación vertical del anteojo se produce con el hilo estadimétrico superior la bisección de una división redonda de la mira, pudiéndose entonces deducir de la lectura del hilo inferior en forma sencilla la longitud m del segmento de mira interceptado entre los hilos. Se halla el producto del segmento m por la constante multiplicativa k , obteniéndose así la distancia mk ,



$i = 1,40 \text{ m}$
Fig. 17. Bisección de un punto de mira a la altura $i = 1,400$ con ayuda de un disco señal previamente colocado a esa altura.

la que se consigna en columna (5). [Si se opera en la forma indicada, no hay necesidad de llenar las columnas (3) y (4).]

- d) Moviendo el tornillo de aproximación vertical del anteojo, se produce ahora la **bisección exacta** del centro del disco señal con el hilo horizontal medio (ver fig. 17).
- e) Se da al mirero la señal de trasladarse al próximo punto a levantar.
- f) Se leen sucesivamente los círculos horizontal y vertical y se anotan las lecturas en las respectivas columnas (6) y (7) del registro. Cuando se dispone de dos personas, de un **taquimetrista** y de un **apuntador**, para atender el instrumento, el apuntador además de anotar las lecturas al dictado del taquimetrista, se encarga de vigilar la burbuja del nivel testigo de alidada vertical, centrándola, antes de que el taquimetrista lea el círculo vertical.

De lo que va a las columnas (9), (10) y (11) se llenan en el terreno lo que sea posible sin retardar con ello las operaciones de medición, completando luego ese trabajo de cálculo en el campamento.

10. Ejemplo explicativo consignado en nuestro Registro de Taquimetría.

En la planilla (de pág. 52) hemos consignado los resultados de parte de las mediciones taquimétricas ejecutadas en la estación **P 13** de cota $H_0 = 481,00$ m, incluso las distancias d y desniveles Δh correspondientes a los diferentes puntos 73, 74, ... 79 levantados (ver croquis fig. 16).

Recapitulando: Cada vez que las circunstancias del terreno lo permitan, el trabajo de levantamiento se simplifica operando con el llamado "**punto de mira normal**" de altura i , el que conviene sea especialmente señalado con el disco (ver fig. 17). Para este caso normal (que es el más frecuente) no hay necesidad de inscribir en columna (2) la lectura $a_v = i$.

El cálculo de la cota **H** de cada punto se efectúa entonces simplemente de acuerdo a la fórmula:

$$H = H_0 + \Delta H = H_0 + \Delta h$$

$$\text{donde } \Delta h = mk \cdot \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

Otra **simplificación** se hace posible cuando los desniveles del terreno son tan pequeños que se pueda apuntar a la mira con **visual horizontal**, siempre que ese procedimiento no traiga como consecuencia la imposibilidad de leer los dos hilos estadimétricos. Con este método se evita el cálculo de la expresión: $mk \times \frac{1}{2} \sin 2\alpha$ y la cota **H** del nuevo punto de detalle se obtiene con la fórmula sencilla:

$$H = H_0 + i - a_v$$

donde a_v significa la lectura del hilo medio con visual horizontal y $H_0 + i$ la cota del horizonte del eje secundario del instrumento. Ver, como ejemplo, el punto 79 de la planilla de pág. 52.

El nuevo **Formulario Topográfico 2** ("**Registro de Taquimetría**"), en el cual consignamos el "**Ejemplo explicativo**" en pág. 52, contiene algunas pequeñas modificaciones convenientes en comparación con el modelo publicado en la primera edición de este Compendio.

11. Densidad de puntos y rendimiento del trabajo de levantamiento taquimétrico.

La cantidad de puntos de detalle a tomar depende de la clase del terreno y de la escala del plano.

El levantamiento de un terreno accidentado (ondulado o montañoso) requiere mayor número de puntos que un terreno llano. La escala del plano a confeccionar influye sobre el número de puntos a tomar, debido a que de aquéllas depende la cantidad mínima de detalles que pueden representarse en el plano, no debiéndose medir detalles (como ondulaciones del terreno) más pequeños que los que son posibles de ser representados.

Aunque por estas circunstancias es, naturalmente, difícil de dar una **norma sobre el número de puntos** necesarios, trataremos, sin embargo, de hacer algunas indicaciones al respecto: En un gran número de trabajos de taquimetría técnica ejecutados en Alemania en los años 1883-1890 se tomaron, en promedio, unas 660 puntos por km², de modo que seguramente no nos alejamos mucho de la buena práctica si aconsejamos levantar por lo general entre 500 y 1000 puntos por km².

Trabajos para anteproyectos de ferrocarriles requieren a veces aun mayor número de puntos.

El número de puntos necesario se reduce si se los elige en el terreno con cuidado y buen criterio (ver pág. 46), siendo tal elección necesaria para un trabajo realmente racional. Si se trabaja así se puede estimar que por hora es posible levantar unos 30 puntos.

C. Poligonales taquimétricas.

12. Cálculo de una poligonal taquimétrica en nuestro Formulario Topográfico 3.

Consigamos en nuestro **Formulario topográfico 2** ("Poligonales taquimétricas") el cálculo de una poligonal taquimétrica $D_1 D_2 D_3 D_4 D_5$ (fig. 18) que arranca en un punto conocido D_1 y termina en otro punto conocido D_5 .

El orden en que se ejecutan las operaciones en el terreno lo indicamos con establecer el orden en que deben ser llenadas sucesivamente las columnas en **Formulario topográfico 3** (ver págs. 56 y 57). Este orden de columnas a llenar es el siguiente:

(1) - (2) - (3) - (5) - (4) - (7) - (11)

Las mediciones, anotaciones y el correspondiente cálculo de los resultados dan lugar a las siguientes **observaciones relativas a detalles del trabajo**.

Los puntos de estación anotados en columna (1) deben ser elegidos de tal modo que exista intervisibilidad y que, salvo excepciones, se puedan leer sobre la mira los tres hilos horizontales del retículo.

A las distancias horizontales d están dedicadas las columnas (9) y (10). Cada una de ellas se determina dos veces, una vez con visual dirigida desde una estación hacia delante y otra vez con la visual dirigida hacia atrás desde la estación siguiente. En columna (9) se consignan los resultados de las dos mediciones por separado y en (10) el promedio de las mismas.

Observador: *S. D.* Instrumento: *Kern 29728* (c = *0* k = *100*.)

Punto estación	Altura inst. m	Punto visado	Lectura hilos			D = (a-b)k m	Dist. cenital z ° ' "	Angulo vertical α ± ° ' "	Distancia horizontal $d = D \cos^2 \alpha$ m	Lectura círculo horizontal ° ' "	Angulo poligonal β ° ' "
			Adelante								
			$h_m =$ a_v m	$h_i =$ a m	$h_a =$ b m						
			Atrás								
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
D1 141			Sñ.							18 50	
			D2	200	335 065	270	87 08	+ 2 52	269	128 56	110 06
									269		
D2 140			D1	200	335 065	270	92 37	- 2 37	269	308 56	
			D3	200	270 130	140	90 42	- 0 42	140	358 42	49 46
									140		
D3 145			D2	200	270 130	140	88 50	+ 1 10	140	178 42	
			D4	300	397 203	194	88 57	+ 1 03	194	30 77	211 35
									194		
D4 147			D3	400		303 194	89 49	+ 0 11	194	210 17	
			D5	200	301 099	202	91 05	- 1 05	202	344 07	133 50
									202		
D5 143			D4	200	301 099	202	88 35	+ 1 25	202		

En columna (11) figuran las lecturas de limbo horizontal tanto para la visual al punto atrás como para el punto adelante. La diferencia de ambas lecturas nos da la magnitud del ángulo poligonal β , el que se consigna en columna (12).

En caso de hallarse orientado el círculo horizontal con el cero hacia el Norte (verdadero o magnético), las lecturas de círculo significan, según el caso, **acimutes** (caso de nuestra planilla) o **rumbos magnéticos**.

Si no se dispone de un acimut de arranque en una estación en que se inicia un trabajo y, sin embargo, se desea leer sin el círculo acimutes verdaderos (por lo menos con cierta aproximación), se puede, con ayuda de

Condic. atmosf.: Fecha:

Desniveles				Cota	H	— Croquis y Observaciones
Δh	$\Delta h + i - a_v$					
Adel. Atrás	Adel. Atrás	Promedio Corrección	Prom. corr			
$\pm$ m	$\pm$ m	$\pm$ m	$\pm$ m	m		
(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	
				<u>37,59</u>		
+ 13,49	+ 12,90	12,90	+ 12,93			
- 12,31	- 12,91	+ 3		50,52		
- 1,71	- 2,31		2,30 - 2,28			
+ 2,85	+ 2,30	+ 2		48,24		
+ 3,55	+ 2,00					
		1,98	+ 2,00			
+ 0,62	- 1,97	+ 2		50,24		
- 3,82	- 4,41					
		4,42	- 4,39			
+ 4,99	+ 4,42	+ 3		<u>45,85</u>		
		14,88	6,72 + 14,93			
		+ 8,16	- 6,67	+ 8,26		
Debería ser:	+ 8,26		+ 8,26			

The figure shows a traverse polygon with five points labeled D1, D2, D3, D4, and D5. A dashed line labeled 'Norte' (North) and 'Sñ' (starting azimuth) originates from D1. The interior angles at each station are given: 110° 06' at D1, 211° 35' at D3, and 133° 50' at D4. The side lengths are: D1D2 = 269, D2D3 = 103, D3D4 = 194, and D4D5 = 202. The traverse is open, as the angle at D5 is not provided for closure.

Fig. 18. Poligonal taquimétrica $D_1D_2D_3D_4D_5$, con acimut de arranque ($D_1 Sñ$), pero sin contralor de cierre angular. (Para la altimetría, en cambio, se dispone de cota de arranque en D_1 y de cierre en D_5 .)

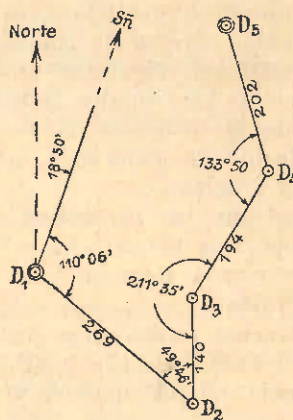


Fig. 18. Poligonal taquimétrica $D_1D_2D_3D_4D_5$, con acimut de arranque ($D_1 Sñ$), pero sin contralor de cierre angular.
(Para la altimetría, en cambio, se dispone de cota de arranque en D_1 y de cierre en D_5 .)

Form. top. 3 (Poligonales taquimétricas).

la brújula y con conocimiento de la declinación magnética del lugar, proceder del siguiente modo:

Si la declinación es Este e igual a δ , se mueve la alidada hasta producir en el círculo horizontal la lectura δ . Luego se fija la alidada al limbo y se gira el conjunto "limbo-alidada" hasta que la punta Norte de la aguja magnética oscile alrededor de la división 0° (ó 360°) de la respectiva graduación, con lo cual al girar el anteojo alrededor del eje secundario, lo hace en el plano del meridiano magnético, dado que por construcción el trazo cero de la graduación de la brújula coincide siempre con

el plano (perpendicular al eje secundario) en que gira el anteojo. Luego se fija el círculo horizontal, el que ahora se encuentra orientado con el cero hacia el Norte astronómico. Finalmente se afloja el tornillo de presión de la alidada para dejar a ésta en movimiento libre. Dirigiéndose entonces el anteojo a un punto cualquiera, se lee en el círculo el acimut verdadero de ese punto con una precisión igual a la que da una brújula (con una aproximación de $1/5$ grado más o menos).

Llegado después al punto D_2 y teniendo en cuenta que $(D_2 D_1)$ es el rumbo inverso del rumbo $(D_1 D_2)$, y por ello en nuestro caso igual a $128^\circ 56' + 180^\circ = 308^\circ 56'$, se producirá en el limbo esa lectura antes de bisectar desde D_2 al punto D_1 . Preparado así el instrumento, se procede en forma análoga a la descrita para la estación en D_1 , y en cada estación siguiente se opera como en D_2 .

Se supone en nuestro ejemplo que en el punto terminal D_5 no se puede visar a ningún punto fijo conocido. Debido a esta circunstancia se carece de un contralor directo de rumbo. De haber sido posible este contralor, se habría revelado en el cierre una discrepancia angular, la que se habría repartido sobre los ángulos poligonales de columna (12), siempre que la magnitud de la discrepancia no hubiese sobrepasado un cierto valor límite establecido de acuerdo a lo que se podría esperar del método y del instrumento empleados.

Lo mismo que las distancias, los desniveles son determinados dos veces cada uno, una primera vez con visual dirigida desde una estación hacia delante y una segunda vez con visual dirigida hacia atrás desde la estación siguiente.

Las distancias cenitales y los ángulos verticales que se obtienen son anotados en columnas (7) y (8), y los desniveles Δh resultantes (entre eje secundario del instrumento y punto de mira bisectado):

$$\Delta h = D \cdot \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

se consignan en columna (13).

En columna (14) se calculan los valores $\Delta h + i - a$, siendo luego promediados en columna (15) cada pareja de valores obtenidos para dos desniveles. Se supone en nuestro ejemplo que se dispone de una cota de salida en D_1 y de una cota de llegada en D_5 . De no existir errores de medición ni errores en las cotas dadas, la suma de los desniveles promediados sería igual a la diferencia de dichas cotas dadas. En el ejemplo de la planilla la comparación de la suma de los desniveles promediados con la diferencia de las cotas dadas en D_1 y D_5 , revela una discrepancia de 10 cm, los que se reparten sobre los desniveles promedios, modificándolos todos un poco para hacer desaparecer esa discrepancia. Los desniveles así corregidos (desniveles compensados) se consignan en columna (16) y se emplean para el cálculo definitivo de las cotas de los puntos poligonales (cabezas de estacas), cotas que se consignan en columna (17).

Cabe repetir aquí, para terminar, lo dicho en pág. 44:

Que es siempre **ventajoso** determinar **previamente**, mediante **poligonales taquimétricas** los puntos de estación de taquímetro y **no** comenzar el levantamiento de los puntos de detalle antes de haberse compensado los errores de cierre de esas poligonales.

§ 3.

Taquímetros autorreductores.**Sumario.**

- A. Generalidades.
- B. Nuevas bases teóricas.
- C. Taquímetro autorreductor, con tornillo micrométrico filar.
- D. Tres característicos modelos de taquímetro de diagrama autorreductor.
- E. Recapitulación.

A. Generalidades.**1. Agrupación de tipos.**

Según acabamos de ver en los párrafos que anteceden, dedicados al estudio y la práctica de la *taquimetría común*, las magnitudes d y Δh (necesarias para la confección de planos, son obtenidas por el cálculo, con la ayuda de tablas o reglas de cálculo, en base a los elementos numéricos D y α , directamente tomados en el terreno.

Destacamos aquí nuevamente que se suele admitir para cada día de trabajo de campo dos días de trabajo de gabinete; y que de esos dos días la mayor parte es empleada para el cálculo de las distancias horizontales d y desniveles Δh .

Es lógico entonces que a medida que creció la importancia de la *taquimetría* aumentó también el deseo y el interés de crear taquímetros especiales llamados *taquímetros autorreductores*, que permitiesen determinar directamente en el terreno las distancias horizontales y desniveles. La idea de resolver ese problema era seductora y tan promisoría las perspectivas de éxito, que prominentes ingenieros, geodestas y mecánicos se esforzaron para encontrar la mejor solución.

En este orden de ideas podemos decir que el invento del *anteojo analítico* por Porro en el año 1852 (ver pág. 8) merece ser calificado como primer triunfo de esos esfuerzos.

Fueron creados tantos nuevos tipos y sistemas, y construídos tantos diversos modelos dentro de cada tipo que sólo podemos dar aquí una *agrupación de los tipos*, para luego entrar al estudio del principio o sistema, al que pertenecerá, según nuestra convicción, un éxito duradero, por su mayor sencillez y eficacia práctica.

Tenemos entonces los dos siguientes grupos de *taquímetros autorreductores*:

Grupo a), taquímetros que nos proporcionan las magnitudes d y Δh mediante la *lectura directa de los segmentos de mira* l_1 y l_2 ;

Grupo b), taquímetros que sólo permiten la determinación de las magnitudes d y Δh con el concurso de elementos mecánicos de la más diversa índole, reglas graduadas, correderas, triángulos de proyección, etc.

Queda excluído de nuestras consideraciones entonces todo el grupo b), porque creemos firmemente que, por más esfuerzos que se hagan en mantener en vida algún tipo o algún modelo mediante paulatinos perfeccionamientos introducidos, o gracias al espíritu conservador de los que los usan, tarde o temprano han de desaparecer. Ver pág. 103, Volumen 1 del Tomo III.

Al grupo a) pertenecen los siguientes instrumentos:

Taquímetro Tichy-Starke,
" *Hammer-Fennel.*

Explicaremos primero las características del *taquímetro Tichy*, cuya construcción (año 1878) fué anterior a la del *Hammer-Fennel* (año 1900). Y no hay duda de que el *taquímetro Tichy* haya influido poderosamente sobre *Hammer* para crear un nuevo tipo de *taquímetro* más sencillo y más práctico que el de *Tichy*.

Analizaremos aquí también (como en otras oportunidades), formas anteriores de importantes instrumentos de actualidad, las que nos servirán para aclarar mejor las formas modernas. Sólo así el lector llegará a comprender que muchos de los inventos que hicieron época son, en el fondo, perfeccionamientos de formas más toscas anteriormente construidas o de ideas anteriormente expresadas, pero que no tuvieron la suerte de ser aprovechadas inmediatamente y que por ello quedaron olvidadas.

[Por ejemplo: La idea de hacer variable el segmento de mira ("hilos estadimétricos") según la función $\cos^2 \alpha$ del ángulo vertical α (o según la función $\sec^2 z$ de la distancia cenital z) de la visual, mediante el acoplamiento de un hilo móvil con el eje de giro de un anteojo, la expresó Porro ya en 1858; pero recién en 1912 la misma pudo ser ejecutada con éxito por Jeffcott.]

2. Característica general de los taquímetros reductores del grupo a).

Los taquímetros del grupo a) se caracterizan por la variabilidad del ángulo diastimométrico ϵ o sea de la distancia interfilar p , en función del ángulo vertical α de la visual.

Esta variación del ángulo diastimométrico ϵ o de la distancia p se realiza en el *taquímetro "Tichy"* directamente por medio de un tornillo micrométrico filar, en función del ángulo vertical α .

En los demás modelos que estudiaremos, se la ejecuta mediante el desplazamiento de un *diagrama de curvas*, en el plano del retículo; siendo ese *diagrama de curvas* la representación gráfica de infinitas distancias interfilares, de las cuales se presentará automáticamente debajo del "hilo vertical", para la lectura directa, cada vez la magnitud del par de valores l_1 y l_2 correspondientes al ángulo vertical, los que, multiplicados por las constantes 100 ó 20, respectivamente, nos dan la distancia horizontal y desnivel buscados.

B. Nuevas bases teóricas.

3. Plano de referencia horizontal usado para la medición de ángulos verticales en la mayor parte de los modernos taquímetros autorreductores.

Los taquímetros autorreductores generalmente no poseen los 3 hilos horizontales reticulares, el hilo medio y los dos hilos estadimétricos, que caracterizan, en la forma conocida, el *taquímetro común* (ver fig. 2, pág. 2), sino sólo 2, el hilo inferior y el hilo superior, bisectándose el punto objeto con el plano visual del hilo inferior (y no con el hilo medio como en la *taquimetría común*). Esto implica una diferencia esencial entre ambos tipos de taquímetros. Es decir: estando centrado el nivel testigo y en 0° el nonio del limbo vertical, será horizontal, en el *taquímetro autorreductor*, el plano del hilo inferior. Los ángulos verticales α que se miden son referidos entonces a ese plano horizontal. Esto tiene por consecuencia una pequeña

excentricidad del plano visual; y las distancias horizontales y desniveles que se determinan difieren un poco de los correspondientes valores obtenidos con bisectar mediante el **hilo medio** la **señal** (disco, ver fig. 17, pág. 53), a la altura i . Pero según lo demostró el Profesor **Schell** (*) esas pequeñas diferencias carecen de importancia práctica.

En el teodolito-taquímetro autorreductor "**DKR**" de fig. 19, pág. 74, la firma **Kern** logró evitar esa excentricidad del plano visual.

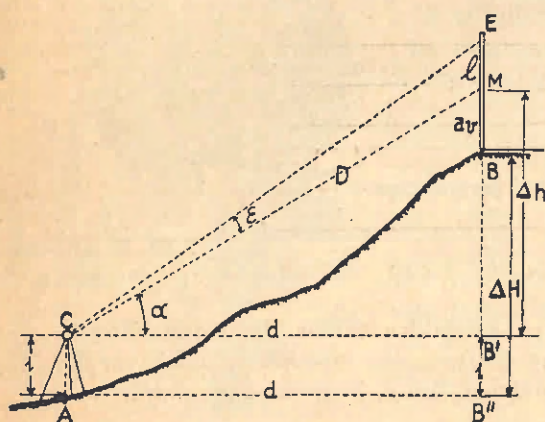


Fig. 1. Teoría del taquímetro moderno.

Se desprende de la figura que para el caso de ser:

$$a_v = i$$

se tiene:

$$\Delta H = \Delta h$$

(Compare epígrafe de fig. 15, pág. 51.)

$$(3^*) \quad \Delta H = i - a_v$$

En caso de ser $a_v = i$, la (3) nos da:

$$(4) \quad \Delta H = \Delta h = D \sin \alpha$$

Del triángulo **CEM** obtenemos:

$$l : D = \sin \epsilon : \cos (\alpha + \epsilon)$$

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} D &= \frac{l \cos (\alpha + \epsilon)}{\sin \epsilon} = \frac{l (\cos \alpha \cos \epsilon - \sin \alpha \sin \epsilon)}{\sin \epsilon} \\ &= l \times \left(\frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \epsilon} - \sin \alpha \right) \end{aligned} \right.$$

Por su pequeñez, la $\operatorname{tg} \epsilon$ del ángulo diastimométrico ϵ puede ser reemplazada por la fracción $\frac{1}{k}$; resultando entonces de la (5):

$$(6) \quad D = kl \times \left(\cos \alpha - \frac{\sin \alpha}{k} \right)$$

4. Nuevas fórmulas taquimétricas referidas al plano visual del hilo inferior.

Para el caso de referir los ángulos verticales α al plano horizontal definido en el número anterior, deduciremos a continuación las correspondientes **nuevas fórmulas taquimétricas**.

Del triángulo **BCM** (fig. 1) tenemos:

$$(1) \quad d = D \cos \alpha$$

$$(2) \quad \Delta h = D \sin \alpha$$

$$(3) \quad \Delta H = i + \Delta h - a_v$$

Con visual horizontal (**método de nivelación común**) y $\Delta h = 0$, se tiene en lugar de

(3):

(*) Schell, *Das Tachymeter*, Viena 1880.

Luego:

$$(7) \quad d = D \times \cos \alpha = k l \times \left(\cos^2 \alpha - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{k} \right)$$

$$(8) \quad \Delta h = D \cdot \sin \alpha = k l \times \left(\sin \alpha \cos \alpha - \frac{\sin^2 \alpha}{k} \right)$$

En caso de ser $k = 100$, tendremos:

$$(9) \quad d = 100 l \times \left(\cos^2 \alpha - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{100} \right)$$

$$(10) \quad \Delta h = 100 l \times \left(\sin \alpha \cos \alpha - \frac{\sin^2 \alpha}{100} \right)$$

Para el cálculo de las fórmulas (9) y (10) utilízanse ábacos o tablas especiales.

Cuando se quieran emplear las conocidas **tablas de Jordan-Reger** (ver págs. 30-33), se deberá, antes de entrar a las mismas, sumar al argumento α la mitad del ángulo diastimométrico fijo ϵ , expresado en minutos:

$$\frac{1}{2}\epsilon = \frac{1}{2} \times \frac{1}{100} \times 3438' \sim 17'$$

C. Taquímetro autorreductor con micrómetro filar.

5. Hilo estadimétrico móvil.

Las investigaciones ejecutadas por *Reinhertz*, relativas a la precisión de la colocación de un hilo estadimétrico dentro del intervalo de la división de la mira, han demostrado de un modo inequívoco que esa precisión es máxima para la bisección de la mitad del espacio blanco y mínima cuando el hilo se encuentre en $\frac{1}{4}$ ó $\frac{3}{4}$ del campo blanco.

La idea de la *ventaja móvil* la tuvo ya en 1640 el astrónomo inglés *Gascoigne*, el que por vez primera lo empleó para fines de astronomía. En topografía, recién en el año 1878 el hilo móvil obtuvo una primera popularidad debido a la exitosa introducción del taquímetro de *Tichy - Starke*, con tornillo micrométrico filar.

6. Taquímetro "Tichy - Starke".

El instrumento consiste en un teodolito dotado de círculo vertical y anteojo de taquímetro autorreductor (y la firma **Starke y Kammerer** de Viena ejecutó la construcción), con el cual se pudiera obtener la distancia horizontal y el desnivel invariablemente como simple múltiplo de las respectivas lecturas de mira, l_1 y l_2 , es decir, sin necesidad de cálculo alguno.

El instrumento consiste en un teodolito dotado de círculo vertical y anteojo (analítico) de Porro. El ocular del anteojo tiene un **hilo horizontal fijo** y otro **hilo móvil**, sobre el cual se acciona por medio de un **tornillo micrométrico** (ver fig. 2), cuyo paso equivale $\frac{1}{500}$ de la distancia focal f del

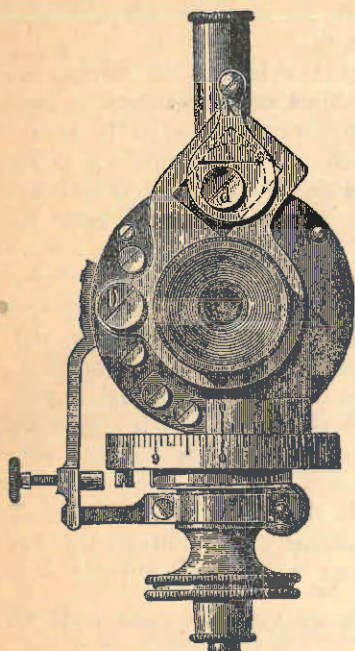


Fig. 2. Tornillo micrométrico filar del taquímetro Tichy-Starke.

fijo un determinado punto objeto, el correspondiente segmento de mira l_1 , entre ambos hilos, multiplicado por la constante 100, dé directamente la **distancia horizontal**, d , buscada.

La tercera división $T_{\Delta h}$, a la izquierda, nos indica, en su índice $T_{\Delta h}$, las unidades y fracción de giro que hay que dar al tornillo micrométrico para que, en una segunda colocación del micrómetro (sin variar la puntería con hilo fijo), se pueda obtener el segundo segmento de mira l_2 , entre ambos hilos, el que, multiplicado por la constante 100, nos dará directamente el **desnivel**, Δh , buscado.

$$(11) \quad \begin{cases} d = 100 \times l_1 \\ \Delta h = 100 \times l_2 \end{cases}$$

anteojo. Los giros completos de este tornillo son registrados en un **peine** interno, cuyas indicaciones se ven afuera. La fracción de giro es leída en el **tambor** del tornillo. Si el hilo móvil va colocado a 5 giros exactos, a partir de la posición cero del hilo fijo, se tendrá un anteojo distanciométrico de Porro, con la constante multiplicativa $k=100$.

El círculo vertical (fig. 3) tiene 3 divisiones: Una primera división con índice hacia arriba. Es una **división sexagesimal común** para la medición de ángulos de elevación y ángulos de depresión; la que en este instrumento generalmente no se lee, sirviendo tan sólo para un caso de contralor o el cálculo del gráfico correspondiente.

Las otras dos divisiones, designadas por T_1 y $T_{\Delta h}$ (ver fig. 3), son características para este instrumento y el método que en el mismo se funda. Se leerá en el índice T_d , a la derecha, el número de giros completos y fracción que se debe dar al tornillo micrométrico para que, estando bisectado con el hilo

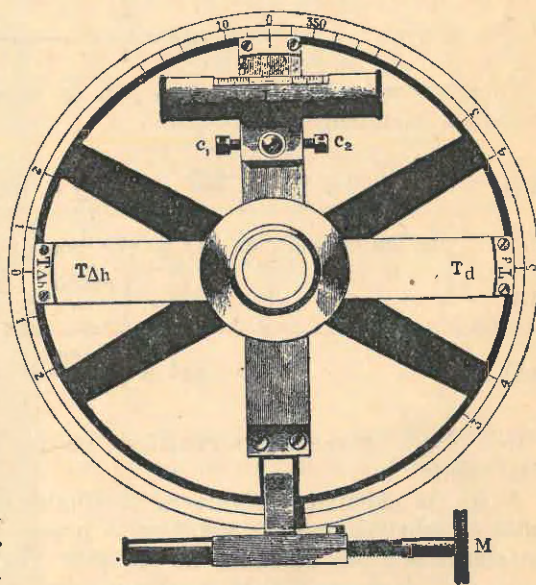


Fig. 3. Círculo vertical del taquímetro Tichy-Starke, con las 3 divisiones del limbo:

Arriba: División sexagesimal,
Izquierda: " $T_{\Delta h}$ para el desnivel,
Derecha " T_d " la distancia horizontal

Es decir la distancia horizontal d y el desnivel Δh resultan ser efectivamente **múltiplos de las respectivas lecturas de mira.**

Para que sobre una mira vertical sucesivamente colocada en puntos de igual distancia horizontal d , sea leída entre los “hilos estadimétricos”, siempre el mismo segmento l_1 , proporcional a d , debe forzosamente variar la distancia interfilar p_1 o variar el ángulo distanciométrico ϵ_1 , en función del ángulo de pendiente α del anteojo, correspondiente a la visual del hilo fijo inferior. Son los valores T_d que expresan en unidades del paso del tornillo, esas distancias p_1 .

Y análogamente: Para que sobre una mira vertical sucesivamente colocada en puntos de igual desnivel con respecto al punto de estación del instrumento, sea leída, entre los “hilos altimétricos”, siempre el mismo segmento de mira l_2 proporcional al desnivel Δh , es necesario que cambie la distancia interfilar p_2 o sea el ángulo altimétrico ϵ_2 , en función del ángulo de pendiente α del anteojo (debiendo ser 0 para el ángulo $\alpha = 0^\circ$). Son los valores leídos en $T_{\Delta h}$ que expresan en unidades de pasos de tornillo esas distancias p_2 .

Designando ahora, para el caso general, por p la distancia interfilar, por T un número que expresa las unidades de giros completos y fracción del tornillo micrométrico (en fracción decimal), por f la distancia focal del anteojo analítico y por $\frac{f}{500}$ el valor angular (en radián) de un giro completo o de un paso del tornillo micrómetro, tendremos para el ángulo diastimométrico ϵ :

$$(12) \quad \operatorname{tg} \epsilon = \frac{p}{f} = \frac{T \times \frac{f}{500}}{f} = \frac{T}{500}$$

Substituyendo este valor $\operatorname{tg} \epsilon$ en la ecuación (5), obtendremos para la distancia inclinada D :

$$(13) \quad D = l \times \left(\frac{500 \cos \alpha}{T} - \operatorname{sen} \alpha \right) = 100 l \times \left(\frac{5 \cos \alpha}{T} - \frac{\operatorname{sen} \alpha}{100} \right)$$

con la que las ecuaciones (1) y (2) nos dan:

$$(14) \quad d = 100 l \times \left(\frac{\cos^2 \alpha}{T} - \frac{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha}{100} \right)$$

$$(15) \quad \Delta h = 100 l \times \left(\frac{5 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha}{T} - \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{100} \right)$$

Con $T=5$ obtenemos nuevamente las fórmulas (9) y (10) de la taquimetría común.

A fin de calcular los valores particulares T_d y $T_{\Delta h}$, correspondientes a cada ángulo vertical α , y teniendo presente las ecuaciones (11), deben ser igualadas a 1 los binomios de las (14) y (15), encerrados en paréntesis, y luego ser determinadas de las dos nuevas ecuaciones los valores T para cada ángulo α .

La (14) nos da:

$$\frac{5 \cos^2 \alpha}{T} - \frac{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha}{100} = 1$$

Luego:

$$(16) \quad T_d = \frac{5 \cos^2 \alpha}{1 + \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{100}}$$

Ejemplos prácticos: para $\alpha = 0^\circ$ resulta $T_d = 5$ (ver fig. 3);

$$\alpha = 30^\circ \quad d = \frac{5 \times 0,86603^2}{1 + \frac{0,5 \times 0,86603}{100}} = 3,75$$

y, análogamente, de la (15) para $T_{\Delta h}$:

$$(17) \quad T_{\Delta h} = \frac{5 \sin \alpha \cos \alpha}{1 + \frac{\sin^2 \alpha}{100}}$$

$$\text{Para } \alpha = 0^\circ, T_{\Delta h} = 0; \text{ para } \alpha = 30^\circ, T_{\Delta h} = \frac{5 \times 0,5 \times 0,86603}{1 + \frac{1}{400}} = 2,160$$

El método que acabamos de analizar ha recibido el nombre de “**método Tichy**”.

Para la aplicación de este método deben ser efectuadas entonces, luego de bisectar el punto objeto mediante el plano visual del hilo inferior, las siguientes operaciones:

- a) 2 lecturas de índice, T_d y $T_{\Delta h}$
- b) 2 colocaciones del tornillo micrométrico filar de acuerdo a las indicaciones de los respectivos índices.
- c) 2 lecturas de mira, l_1 y l_2 .

En el uso del taquímetro **Hammer-Fennel**, sólo deben ser efectuadas las dos lecturas l_1 y l_2 ; lo demás va ejecutado automáticamente por el mismo instrumento, razón por la cual el mismo recibió el nombre de “**autotaquímetro**”.

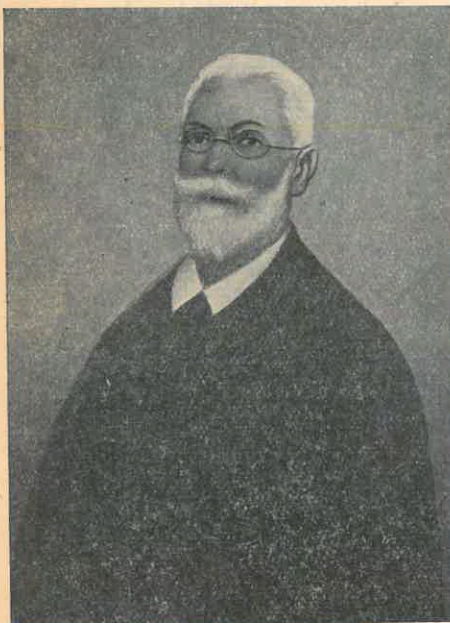


Fig. 4. Prof. Dr. E. Hammer.
1858 - 1925

D. Tres característicos modelos de taquímetros de diagrama autorreductores.

7. Autotaquímetro Hammer-Fennel; antecedentes y perfeccionamientos.

He aquí el programa que **Hammer** (fig. 4) se había propuesto realizar:

Construir un taquímetro que permitiese obtener inmediatamente la distan-

cia horizontal, así como el desnivel entre el punto de estación y el punto de apoyo de la mira, por medio de una sola puntería y las 2 lecturas, l_1 y l_2 , sobre la mira vertical, sin ninguna otra operación y sin colocación de algún elemento mecánico especial.

Con la eficaz colaboración del mecánico **A. Fennel, Hammer** pudo realizar su objeto mediante la construcción de un taquímetro no sólo **autorreductor** (de la distancia al horizonte), sino también **autocalculador** del desnivel, es decir, un verdadero **autotaquímetro**.

Las dos distancias interfilares, p_1 y p_2 (p_1 para las curvas distanciométricas y p_2 para las curvas altimétricas) pueden ser representadas gráficamente en un *diagrama de curvas*, las curvas de distancias según función $\cos^2 \alpha$ y las curvas altimétricas se-

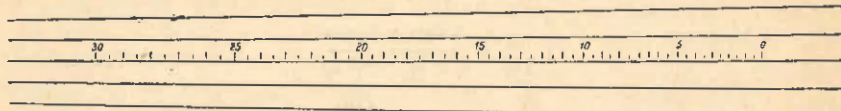


Fig. 5. *Diagrama de curvas de Roncagli-Urbani*, con 2 pares de curvas distanciométricas para las constantes 100 (exteriores) y 200 (interiores) y un trozo de división sexagesimal (para α de 0° a 30°) sobre la línea central ("hilo medio").

gún la función $\text{sen} \alpha \cos \alpha$, y luego ser desplazado convenientemente ese diagrama en el plano de la imagen, en función de α .

En el año 1893 los ingenieros italianos **G. Roncagli** y **E. Urbani** construyeron por primera vez un "taquímetro de diagrama". El diagrama se componía de dos pares de curvas distanciométricas (ver fig. 5), simétricamente dispuestas con respecto a una recta central ("hilo medio"), un par de curvas exteriores para constante $k = 100$ y un par de curvas interiores para $k = 200$. Sobre la línea central se hallaba colocado un trozo de la graduación del limbo vertical (de 0° hasta 30°).

Para la determinación de la distancia horizontal de un punto visado mediante este instrumento debía previamente efectuarse la lectura del ángulo vertical α y luego ser desplazado el diagrama, mecánicamente, hasta que el hilo vertical del retículo se hallaba sobre el valor α de esa graduación central. Recién entonces podía ser leído sobre la mira vertical entre las curvas exteriores, el segmento l , el que, multiplicado por 100, daba la distancia horizontal buscada.

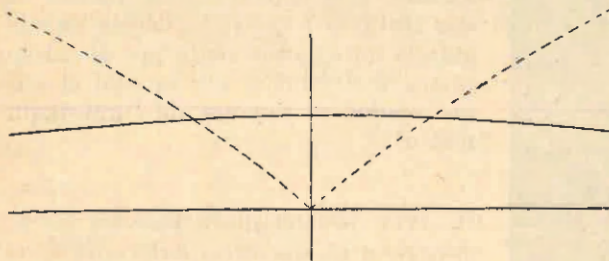


Fig. 6. *Diagrama de curvas de Hammer*, con una curva distanciométrica y dos ramas de curvas altimétricas, para las constantes 100 y 20, respectivamente, y angular α de 0° a 30° .

derecha, la rama de los ángulos de elevación (ver fig. 6).

El desplazamiento de este diagrama en el plano de la imagen fué ejecutado mecánicamente por los talleres *Tesdorpf* en Stuttgart. Esta construcción no dió resultado satisfactorio.

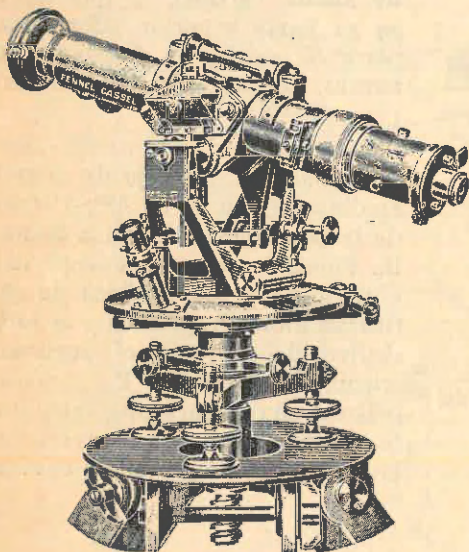
Este primer modelo de taquímetro de diagrama constituyó para **Hammer** el punto de partida para la realización de su propio plan.

Empezó por modificar el diagrama de Roncagli - Urbani, refiriéndolo al hilo inferior y agregándole las curvas altimétricas: a la izquierda, la rama correspondiente a los ángulos de depresión, y a la

Hammer entró entonces en relaciones con el mecánico Adolfo Fennel de Kassel, el que tiene el mérito de haber encontrado el nuevo recurso que condujo a la solución definitiva del problema.

La resolución de abandonar el principio puramente mecánico la tomó Fennel al recordar un aparato semejante, el "ghost micrometer" del mecánico inglés Grubb de Dublín. Sirvió este dispositivo para observar, en el plano de imagen de anteojos de grandes instrumentos astronómicos, en lugar de los trazos materiales las imágenes de trazos materiales, iluminados y ubicados en otra parte de esos instrumentos. "Evidentemente" razonó Fennel, "si en un tal dispositivo se hace variar la posición de los trazos reales, o si se produce un giro sobre alguna superficie reflectante que participa en la formación de la imagen, entonces variará también la posición de esta imagen de los trazos".

Estas reflexiones indujeron a Fennel a ubicar el diagrama fuera del anteojo en posición fija sobre un brazo de alidada vertical, en la proximidad de un cojinete del eje horizontal, y proyectar una imagen del diagrama a través de una abertura del anteojo



Modelo primitivo (año 1900).

Fig. 7. Autotaquímetro Hammer-Fennel.
1/5 del tamaño natural.

y mediante un sistema de prismas y una lente hasta el plano del retículo. Antes de iniciar la construcción definitiva, Fennel examinó, por medio de algunos instrumentos de ensayo, si efectivamente un giro del anteojo (alrededor de su eje de rotación) frente al diagrama fijo, produjera, mediante esos recursos ópticos, en el plano del retículo, el correspondiente desplazamiento giratorio de la imagen del diagrama. Esos ensayos dieron resultados positivos.

En el año 1900 salió a la venta el primer modelo del autotaquímetro Hammer-Fennel (ver fig. 7), el que

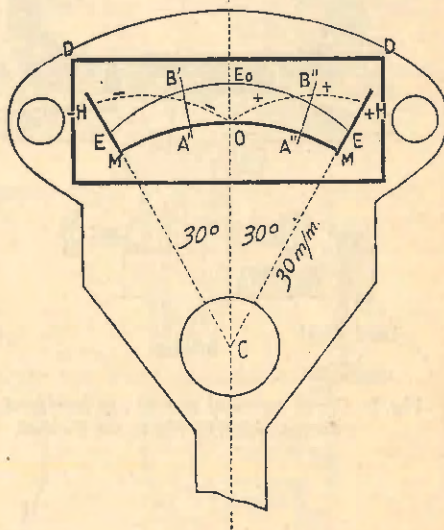


Fig. 8. Diagrama de curvas (en posición natural).

Aproximadamente de tamaño natural.

Los radios (líneas punteadas) no figuran en el diagrama sobre la lámina de cristal; ellos son trazados por la construcción del diagrama, sirviéndonos aquí para la explicación.

MM es el llamado arco fundamental cero, cuyo radio es de 30 mm. Su centro C coincide con el eje horizontal del anteojo.

EE es la curva distanciométrica, la que, en unión con el arco MM, permite obtener el segmento de mira l_1 , el que, multiplicado por 100, nos da la distancia horizontal d .

—H, +H, son las curvas altimétricas, sirviendo para obtener el segmento de mira l_2 , el que, multiplicado por 20, nos da el desnivel Δh .

hasta el día de hoy ha venido perfeccionándose con todos los adelantos de la técnica instrumental, los que consistían principalmente en la reducción de las dimensiones del instrumento y notables mejoras ópticas.

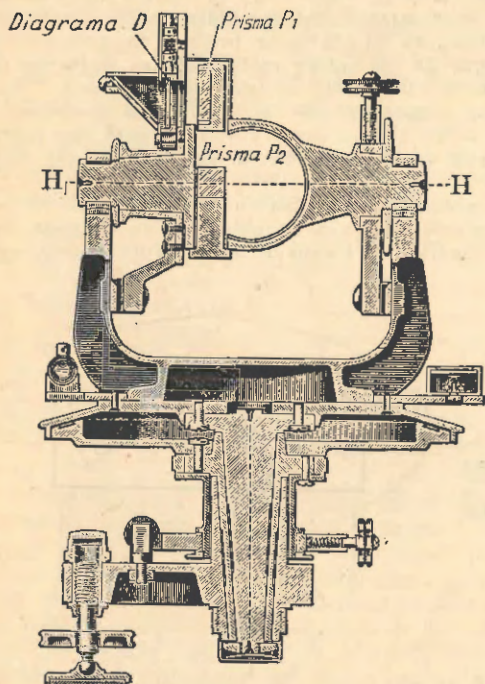


Fig. 9. Corte vertical por el eje horizontal del autotaquímetro Hammer-Fennel.

Razones didácticas, empero nos obligan en nuestras explicaciones descriptivas a considerar tanto el modelo primitivo, más sencillo (fig. 7), como el modelo actual (fig. 16).

Como se desprende de las figuras 7 y 16, el autotaquímetro Fennel carece de limbo vertical. Tiene tan sólo un pequeño **brazo de aliada vertical**, el que lleva en su parte superior, sobre una placa de vidrio, un **diagrama de curvas, DD**, en posición vertical (ver fig. 8).

Para la iluminación de este diagrama sirve un **espejo de cristal opalino**, inclinado en 45°. Detrás de la placa portadiagrama se halla montado sobre el cuerpo del anteojo un **primer prisma de reflexión total, P₁**, y, debajo de éste dentro del anteojo el **segundo prisma de reflexión P₂**. Ambos prismas sirven para proyectar los haces luminosos que atravesaron la lámina del diagrama de curvas

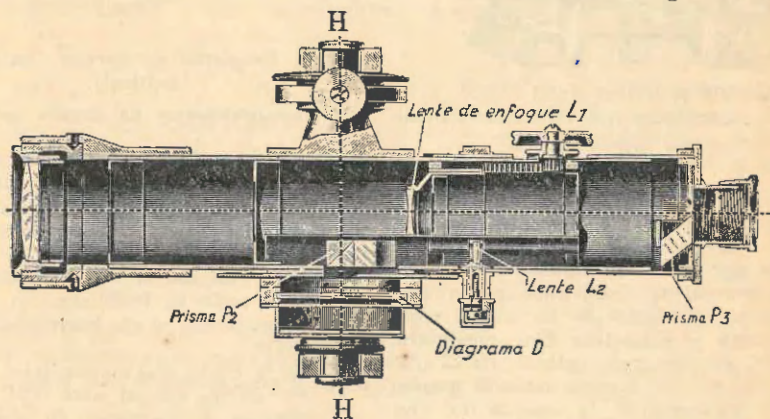


Fig. 10. Corte horizontal por el anteojo del autotaquímetro Hammer-Fennel.

DD, hacia el ocular del anteojo. Una **lente convergente L₂** recoge esos rayos, formando del diagrama **D** una imagen real, invertida, la que, luego de una doble reflexión en el **tercer prisma P₃**, aparece en el campo visual del anteojo



Fig. 11. Mira Hammer-Fennel de 4 m, plegable, con manijas y nivel esférico (con división a trazos en la parte superior, y división a campos en la parte inferior).

(ver fig. 12). Este tercer prisma está montado en tal forma que una de sus caras ocupa la mitad izquierda del campo visual (ver fig. 13), apareciendo la arista **AA** del mismo como si fuera el "hilo vertical" del retículo.

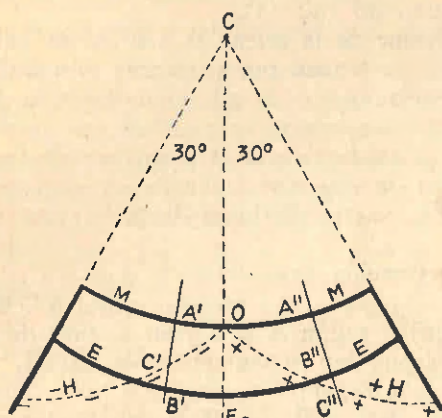


Fig. 12. Diagrama de curvas (después de la 1ª inversión abajo arriba).

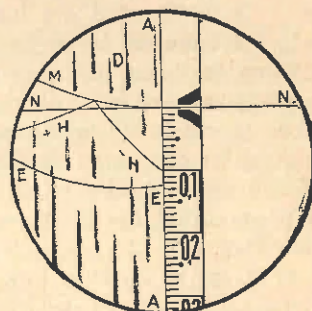


Fig. 13. Para visual descendente.

Distancia horizontal d :
 $d = 0,124 \times 100 = 12,4 \text{ m.}$

Diferencia de nivel Δh :
 $\Delta h = -0,100 \times 20 = -2,0 \text{ m}$

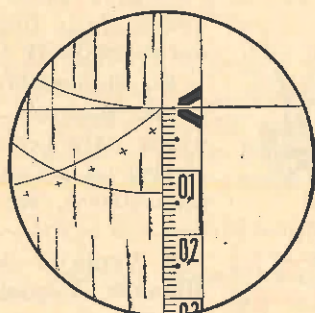


Fig. 14. Para visual horizontal.
 $d = 0,135 \times 100 = 13,5 \text{ m.}$
 $\Delta h = 0,0$

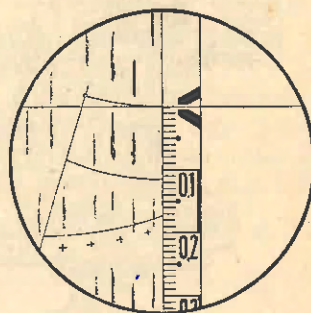


Fig. 15. Para visual ascendente.
 $d = 0,115 \times 100 = 11,5 \text{ m}$
 $\Delta h = +0,173 \times 20 = +3,46 \text{ m}$

La parte derecha del campo queda libre para la observación de la imagen de la mira formada por el objetivo del anteojo, imagen que debe ser llevada a la tangencia con la arista **AA**.

En la parte superior del campo visual (fig. 13) se ve el único hilo que existe, que es el hilo horizontal fijo inferior llamado "hilo cero", que designaremos por **NN**. El mismo es perpendicular a la arista **AA** y siempre tangente al arco fundamental **M** en el mismo punto medio **O** (figs. 8 y 12) en que ese arco incide sobre la arista **AA**.

En el trabajo, ese hilo **NN** va siempre colocado en la imagen de la marca cuniforme cero (ver figs. 11 y 13), partida en dos mitades, con un estrecho

espacio blanco en el medio a fin de aumentar la precisión de la bisección. A partir de esa marca son contados los segmentos de mira l_1 y l_2 .

En el taquímetro Hammer-Fennel esa marca se halla a la altura $a_v = 1,40$ m sobre el punto de apoyo de la mira, que es aproximadamente igual a la altura i del eje horizontal del instrumento ($a_v \sim i$).

La división de la parte inferior de la mira, de 1,40 m de extensión, es a **campos**, la de la parte superior a **trazos**, por prestarse esta última más que la primera para la exacta apreciación de los puntos de incisión de las curvas sobre la escala de la mira.

Como el diagrama es fijo, es evidente que al pasar por su lado el primer prisma del anteojo, en el giro de éste alrededor de su eje, aparecerán, en la proximidad de la arista **AA**, partes distintas de la imagen del diagrama (ver figs. 8 y 12).

Al darse al anteojo una inclinación cualquiera, $+\alpha$ ó $-\alpha$, la arista **AA** cortará a la imagen del diagrama según el segmento radial **A'C'B'** (en el caso de una inclinación hacia abajo) o según **A"B"C"** (en el caso de una inclinación hacia arriba); y los correspondientes segmentos de mira l_1 y l_2 , directamente leídos en la división de la mira, entre la línea **NN** (arco cero **MM**) y los puntos de incisión de las curvas **EE**, $+H$ y $-H$, multiplicados por 100 ó 20, respectivamente, nos darán, en cada caso, la distancia horizontal y desnivel del punto bisectado (ver figs. 13, 14 y 15 con ejemplos de lectura).

Para el caso de $\alpha = 0^\circ$, la tangencia de la línea **NN** se produce en el punto **O** (ver fig. 14).

En el modelo actual del taquímetro Hammer-Fennel (fig. 16) existe para pequeños ángulos verticales un segundo par de curvas altimétricas, con la constante 10.

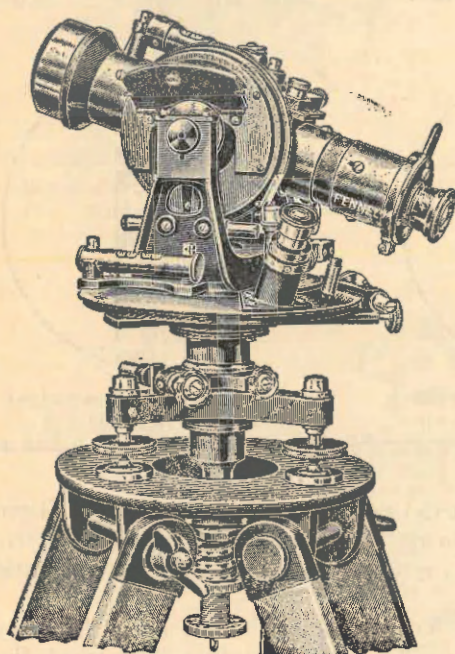


Fig. 16. Autotaquímetro Hammer-Fennel.
Modelo actual.

8. Ventajas del autotaquímetro Hammer-Fennel.

Prescindiendo de la medición de ángulos horizontales, la que no se diferencia del procedimiento común, las operaciones a ejecutar con este instrumento se reducen a las siguientes:

- a) Bisección de la marca cero de la mira mediante el hilo horizontal fijo **NN**, arrimando en ello con toda la precisión posible la arista vertical **AA** al correspondiente canto vertical de la imagen de la mira.
- b) Efectuar las dos lecturas de mira, l_1 y l_2 , en los lugares indicados por los puntos de incisión de las curvas **EE**, $+H$ ó $-H$ sobre la división de la mira.

Usando nuestra **Libreta de Taquimetría (Registro de taquimetría)**, se llenarían tan sólo las columnas (1), (6), (9), (10) y (11), así como la página: **Croquis y Observaciones** de la misma.

Comparando el nuevo procedimiento, basado en la lectura de diagrama, con el método taquimétrico común, podemos destacar las siguientes **ventajas**:

En la taquimetría común es preciso efectuar dos diferentes lecturas, la lectura del segmento de mira l y la lectura del ángulo vertical α , en el limbo vertical, es decir **dos lecturas completamente heterogéneas**. En la moderna taquimetría con lectura de diagrama, en cambio, también son requeridas dos lecturas, pero ambas son de la misma índole, efectuadas en el campo visual del anteojo sobre la mira, resultando por eso la operación más cómoda y mucho más rápida que las lecturas de l y α de la taquimetría común.

Pero hay más: Sabemos que las lecturas l y α son sólo los elementos numéricos básicos, con los cuales deben ser luego calculados las distancias horizontales d y desniveles Δh , cálculos que significan un trabajo de gabinete pesado (ver pág. 59), mientras que la multiplicación de los valores l_1 y l_2 por 100 ó 20 representa una fácil operación mental.

Precisión. Para distancias mayores de 100 metros las lecturas de los segmentos l_1 son efectuadas sólo al centímetro. Una **inseguridad** de 1 cm hace entonces sobre la distancia un efecto de $100 \times 1 \text{ cm} = 1 \text{ metro}$; lo que carece de importancia en trabajos de levantamiento a la escala de 1:2000 por ejemplo.

Una inseguridad de 1 cm, en la lectura del segmento de mira l_2 , daría un efecto de $20 \times 1 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$ sobre el **desnivel**, lo que tampoco tiene mucha importancia cuando los desniveles no son muy pequeños. Para este último caso de pequeños valores α , la casa Fennel provee los actuales modelos de taquímetro de un **segundo par de curvas altimétricas** con la constante 10.

Hammer admitió para la distancia d un **error medio** de $\frac{1}{300}$ y, para el desnivel Δh , 1 a 2 dm. Compare: **Precisión de la taquimetría común**, pág. 42.

9. Teoría del taquímetro Hammer-Fennel.

Sean O (fig. 17) el punto analítico del anteojo del taquímetro, M la **marca cero** de la mira, E el punto de incisión de la curva **EE** sobre la graduación de la mira, $l_1 = ME$ el segmento de mira que sirve para el cálculo de la distancia horizontal d , ϵ_1 el correspondiente ángulo diastimométrico y α el ángulo de pendiente referido al plano horizontal del hilo fijo inferior (con $\alpha = 0^\circ$).

Tenemos entonces nuevamente para la **distancia oblicua** D , con poner en la (5), pág. 61, en lugar del ángulo ϵ , el valor ϵ_1 :

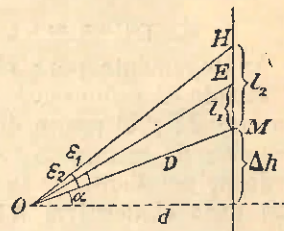


Fig. 17. Teoría del autotaquímetro Hammer-Fennel.

ϵ_1 , ángulo distanciométrico
 ϵ_2 , " altimétrico
 α " de pendiente

$$(18) \quad D = l_1 \times \frac{\cos(\alpha + \epsilon_1)}{\sin \epsilon_1} = l_2 \times \left(\frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \epsilon_1} - \sin \alpha \right)$$

y para la distancia horizontal d :

$$(19) \quad d = D \cdot \cos \alpha = l_1 \times \left(\frac{\cos \omega}{\operatorname{tg} \epsilon_1} - \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \right)$$

Ahora bien, según se propuso Hammer se debía verificar, para cualquier ángulo de pendiente la condición:

$$(20) \quad d = k_1 \times l_1$$

donde $k_1 = 100$ es la constante de multiplicación.

La (19) nos da entonces:

$$(21) \quad k_1 = \frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{tg} \epsilon_1} - \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$$

de la que deducimos:

$$(22) \quad \begin{cases} \operatorname{tg} \epsilon_1 = \frac{\cos^2 \alpha}{k_1 + \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha} \\ \operatorname{ctg} \epsilon_1 = \frac{k_1}{\cos^2 \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \end{cases}$$

Para $\alpha = 0^\circ$, $\operatorname{ctg} \epsilon_1 = k_1 = 100$, $\epsilon_1 = 34,38'$
 $\alpha = 30^\circ$, $\operatorname{ctg} \epsilon_1 = 133,91068$, $\epsilon_1 = 25'40''$

La variación del ángulo diastimométrico ϵ_1 tiene por consecuencia una modificación de la distancia interfilar, la que designaremos por p_1 cuando se refiere, como en este caso, a la curva de distancia **EE**.

Para su determinación tenemos según ecuación (10) de pág. 8:

$$(23) \quad \operatorname{ctg} \frac{\epsilon_1}{2} = f \cdot \frac{p_1}{2} = \frac{2f}{p_1}$$

de la que sacamos para p_1 :

$$(24) \quad p_1 = \frac{2f}{\operatorname{ctg} \frac{\epsilon_1}{2}}$$

la que en unión con la (22) y para $f = 340$ mm, nos da los siguientes valores:

para $\alpha = 0^\circ$, $p_1 = 3,40$ mm; para $\alpha = 30^\circ$, $p_1 = 2,54$ mm.

Análogamente para el desnivel Δh :

Siendo en este caso l_2 el segmento de mira ($l_2 = \mathbf{MH}$, fig. 17) entre la marca cero **M** y el punto de incisión **H** de la curva altimétrica **H**, sobre la graduación de la mira, ϵ_2 el correspondiente ángulo diastimométrico y α el ángulo de pendiente de la visual a la marca cero **M** de la mira, tenemos según (2) para el desnivel Δh :

$$(25) \quad \Delta h = D \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

y con tener en cuenta la (5), pág. 61:

$$(26) \quad \begin{aligned} \Delta h &= l_2 \times \left(\frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \epsilon_2} - \operatorname{sen} \alpha \right) \operatorname{sen} \alpha \\ &= l_2 \times \left(\frac{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha}{\operatorname{tg} \epsilon_2} - \operatorname{sen}^2 \alpha \right) \end{aligned}$$

y como según Hammer debe verificarse la condición:

$$(27) \quad \Delta h = k_2 \times l_2$$

donde $k_2 = 20$ es la constante de multiplicación para los desniveles, obtendremos para la misma:

$$(28) \quad k_2 = \frac{\text{sen } \alpha \cos \alpha}{\text{tg } \epsilon_2} - \text{sen}^2 \alpha$$

de la que deducimos:

$$(29) \quad \begin{cases} \text{tg } \epsilon_2 = \frac{\text{sen } \alpha \cos \alpha}{k_2 + \text{sen}^2 \alpha} \\ \text{ctg } \epsilon_2 = \frac{k_2}{\text{sen } \alpha \cos \alpha} + \text{tg } \alpha \end{cases}$$

Para $\alpha = 0^\circ$, $\text{ctg } \epsilon_2 = \infty$ $\epsilon_2 = 0^\circ$

$$\alpha = 30^\circ, \text{ctg } \epsilon_2 = 46,764, \epsilon_2 = 1^\circ 13' 30'', \frac{\epsilon_2}{2} = 36' 45''$$

La variación del ángulo diastimométrico ϵ_2 tiene por consecuencia una modificación de la distancia interfilar, la que designaremos por p_2 cuando se refiera, como en el presente caso, a la curva altimétrica $+H$.

Para su determinación tenemos según ecuación (10), pág. 8:

$$(30) \quad \text{ctg } \frac{\epsilon_2}{2} = \frac{2f}{p_2}$$

$$(31) \quad p_2 = \frac{2f}{\text{ctg } \frac{\epsilon_2}{2}}$$

la que, en unión con la (29) y con $f = 340$ mm nos da para $\alpha = 0^\circ$, $p_2 = 0$ y para $\alpha = 30^\circ$, $p_2 = 7,27$ mm.

Para valores α de signo negativo (o visuales dirigidas hacia abajo) se obtendrán las mismas fórmulas (22) y (29), con signo cambiado.

Para la ejecución práctica, se dibujará el diagrama a escala 20:1, reduciéndoselo luego fotográficamente a la escala natural, sobre la lámina D.

Resumiendo: Son las distancias interfilares, p_1 entre la marca **M** y la curva **EE** (ejemplos **A'B'** y **A"B"**, figs. 8 y 12) y p_2 entre esa marca **M** y las curvas $+H$ o $-H$ (ejemplos **A"C"** y **A'C'**, fig. 12) que se calculan según las

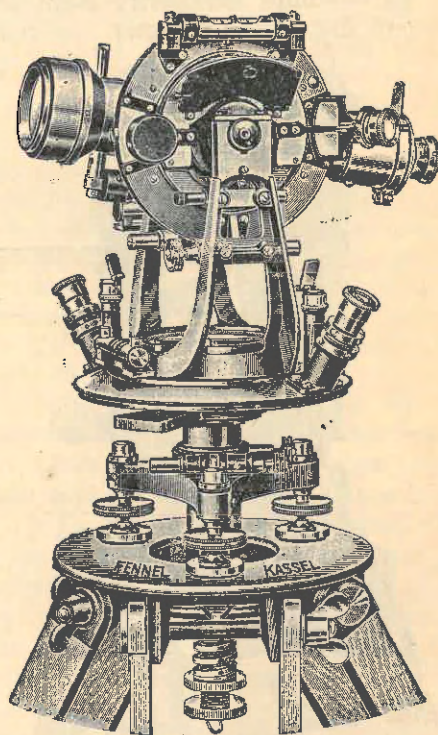


Fig. 18. Teodolito-taquímetro Hammer-Fennel.

Principales características:

Abertura del objetivo.	36 mm
Aumento del anteojo analítico . .	24
Luminosidad del anteojo	2,25

fórmulas (24) y (31) para un suficiente número de valores α , obteniéndose así un diagrama de curvas que reúne en sí un infinito número de valores p_1 y p_2 , en el intervalo de $\alpha = 0^\circ$ y $\alpha = 30^\circ$.

Las tangentes que se imaginan trazadas en los puntos medios **O** y **E** (fig. 12) de las curvas de distancias **MM** y **EE**, paralelas entre sí, corresponden a los hilos estadimétricos (inferior y superior) de un taquímetro común de las mismas cualidades ópticas.

10. Aplicación del principio de Hammer a otros instrumentos de la casa Fennel.

La casa Fennel dota del sistema autorreductor según Hammer también a los siguientes instrumentos:

Teodolito-taquímetro Hammer-Fennel (fig. 18), *Alidada de plancheta*, *Brújula taquimétrica*, *Topómetro*.

11. Teodolito taquímetro autorreductor "Kern DKR".

El teodolito taquímetro Kern DKR es un teodolito DK2, dotado de un nuevo dispositivo reductor, designado por R (ver fig. 19), cuyos buenos re-

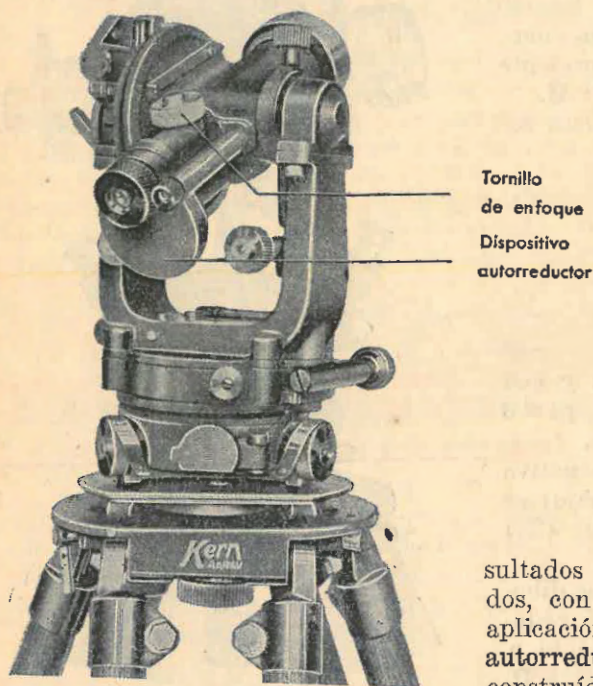


Fig. 19. Teodolito-taquímetro autorreductor Kern DKR.

1/3 del tamaño natural.

Principales características:

Abertura del objetivo 45 mm
Aumento del anteojo analítico. 27
Luminosidad del anteojo 2,78

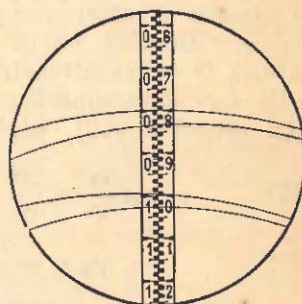


Fig. 20 Campo visual del anteojo.

Distancia horizontal:
 $d = 100 \times 22,7 = 22,7 \text{ m}$

Desnivel:
 $\Delta h = 20 \times 16,5 = 3,3 \text{ m}$

sultados prácticos quedaron confirmados, con anterioridad, en su primera aplicación a la alidada de plancheta autorreductora (ver fig. 6, pág. 117), construída por la misma casa.

Ese nuevo dispositivo reductor se compone de un primer disco de cristal, giratorio alrededor de un centro situado fuera del anteojo, giro que se realiza en función del ángulo de pendiente α del anteojo.

Sobre ese disco de cristal se halla grabado un **diagrama de curvas** (ver fig. 20), con un par de curvas exteriores y un par de curvas interiores. El par de curvas exteriores son las llamadas "**curvas distanciométricas**" y el par de curvas interiores, las "**curvas altimétricas**".

Las **curvas distanciométricas** están construídas de tal modo que las distancias "interfilares" (verticales), p_1 , varían según la función $\cos^2 \alpha$. El correspondiente **segmento de mira**, l_1 , leído sobre la división de la mira, multiplicado por la **constante 100**, nos dará directamente la **distancia horizontal** d buscada (ver fig. 20).

Las **curvas altimétricas** están construídas de tal modo que las distancias "interfilares", p_2 , varían según la función $\text{sen } \alpha \cdot \cos \alpha$. El correspondiente segmento de mira, l_2 , multiplicado por la **constante 20**, nos dará el **desnivel** Δh , y, en caso de ser $a_v = i$, directamente el desnivel ΔH entre el punto de estación del instrumento **A** y el punto objeto **B**.

Utilízase la constante 20 para ángulos α entre 0° y 12° , la constante 50 para valores α entre 12° y 27° y la constante 100 para ángulos α entre 27° y 40° .

Signos convencionales. Quedan señaladas, en el diagrama, las curvas altimétricas a emplear, mediante **tracitos de referencia**, colocados entre las curvas: tracitos dobles repetidos, para la constante 20, grupos de 5 tracitos para la constante 50 y tracitos simples, repetidos, para la constante 100 (fig. 21).

Una rápida mirada al campo visual nos revelará en seguida la constante a emplear.

Comparando la fig. 13 con la fig. 20 cabe destacar: Mientras el **diagrama de Hammer** está basado en el arco fundamental cero, tangente al hilo fijo inferior **NN** (fig. 13), el **diagrama de Kern** se halla simétricamente dispuesto por arriba y por debajo de un **arco fundamental central**, evitándose así que las curvas distanciométricas y las curvas altimétricas se corten, con la ventaja adicional que estas últimas inciden bajo ángulo mayor sobre la división de la mira, no siendo por eso necesaria tanta precisión en el centraje de la mira con respecto al hilo vertical.

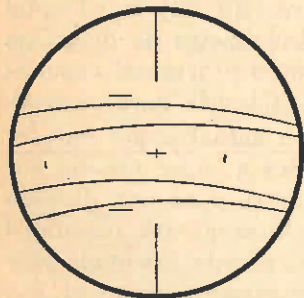


Fig. 21. Campo visual del anteojo.

Se ve: en el **disco portadiagrama**, los dos pares de curvas, con un ejemplo de signo convencional de curva (tracito simple, repetido); en la **placa reticular**, el hilo vertical, la cruz filar y los dos trocitos de hilos estadimétricos.

El dispositivo reductor Kern se compone, además, de una **segunda placa de cristal**, la que es fija (ver fig. 21). La misma lleva en el centro la **cruz filar**, el **hilo vertical** (en dos trozos) y a la izquierda, dos trocitos de "**hilos estadimétricos**", es decir, todos los elementos esenciales de un **retículo de taquímetro común**.

El dispositivo está construído de tal modo que tanto las curvas del disco rotatorio como los elementos de la placa reticular fija aparecen simultáneamente nítidos (sin paralaje) en el campo visual del anteojo, siendo así posible la bisección nítida de la señal (ver fig. 17, pág. 53) de la mira, colocada en el punto objeto, cuya distancia horizontal y desnivel se trata de determinar.

En el caso de una visual con inclinación mayor de 40° , se lee el intervalo de mira comprendido entre los hilos estadimétricos, así como el ángulo

de pendiente α , sobre el limbo vertical; calculándose entonces la distancia horizontal d y el desnivel Δh según las fórmulas (53) y (54), pág. 23, de la taquimetría común.

La mira que se emplea con este equipo es la **mira taquimétrica común**.

Para **ángulos de pendiente muy pequeños** conviene determinar los desniveles por el **método de nivelación**, con visual horizontal.

[Establecida para ello la visual horizontal mediante el centrado del nivel de anteojo (ver fig. 19), y efectuada la correspondiente lectura de mira a_v con el hilo medio (cruz filar), se obtendrá, en base a la cota H_0 del punto estación, la cota H de un nuevo punto, por la simple fórmula:

$$H = H_0 + i - a_v$$

donde $H_0 + i$ expresa la **altura del horizonte** del aparato (ver ejemplo, punto N° 79, planilla pág. 52)].

12. Complementos del equipo reductor normal DKR para aumentar su aplicación.

La casa Kern provee el instrumento **DKR** también como **equipo poligonal** para **centración forzosa** (ver pág. 235, volumen 2 del Tomo II), bajo la designación **DKR—P**, así como con **micrómetro óptico M**, siendo entonces su designación **DKRM—P**. Sirve así el instrumento tanto para taquimetría, para poligonales taquimétricas y triangulación de orden menor.

Se aplicó, como ya dijimos, el sistema reductor, con anterioridad a la alidada de plancheta, en la llamada "**plancheta autorreductora**", cuyo ventajoso uso práctico ha sido recientemente reconocido y ponderado. (*)

13. Taquímetro autorreductor "Dahlta" de Zeiss.

El **taquímetro autorreductor "Dahlta" de Zeiss** (ver fig. 22) es, al igual que los dos modelos que acabamos de estudiar, un **taquímetro de diagrama** que permite determinar la distancia horizontal al punto objeto así como el desnivel directamente, con las simples lecturas l_1 y l_2 sobre la mira vertical.

Debido a las dificultades internacionales de la hora actual y por carecer de otros elementos informativos, nos veremos obligados a basar nuestra explicación en el modelo "**Dahlta**" con **división centesimal**, y no con división sexagesimal, como es nuestra costumbre. Pero no obstante esta inevitable circunstancia, trataremos de dejar al lector convenientemente orientado tanto sobre las cualidades constructivas del nuevo instrumento como el uso práctico y el rendimiento del mismo.

A iniciativa del ingeniero noruego **Dahl** (de Oslo) y con el objeto de obtener el campo visual libre, la casa **Zeiss** ubicó el diagrama de curvas de **Hammer** entre dos mitades de un prisma de inversión de **Porro** (2° espe-

(*) *Leisner*: "Die distanz. - und hoechenmessende Kippregel Kern", Zeitschrift für Instrumentenkunde, Heft 1, Año 1944.

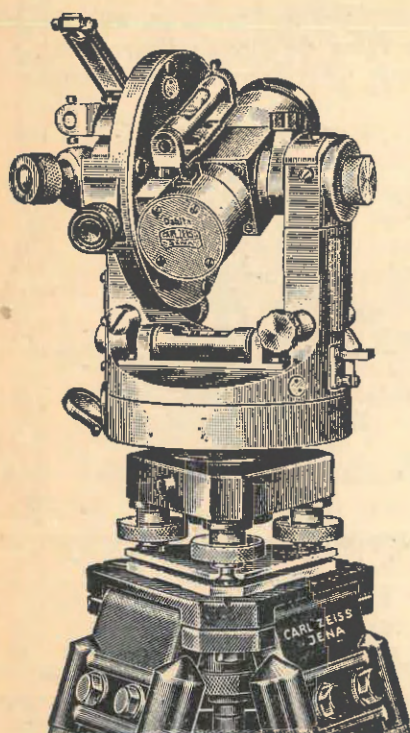


Fig. 22. Taquímetro autorreductor "Dahlta" de Zeiss.

- 1, ocular del anteojo,
 - 2, ocular de lectura del limbo horizontal,
 - 3, botón de enfoque.
- Abertura del objetivo 40 mm
 Aumento del anteojo 21
 Lectura directa, círculo hor. $1^{\circ} 6' 1''$
 " por estima $0,2^{\circ}$ ó $0,1'$
 Coeficiente del rendimiento
 del limbo horizontal . . 15° ó $5''$

cie), ver fig. 24. El necesario desplazamiento del mismo, en el "Dahlta" en función de la distancia cenital z , se realizó, de un modo muy sencillo, con emplear el limbo vertical, en el campo visual del anteojo, en forma de placa de trazos.

La figura 23 nos muestra el camino del rayo y las figuras 25 y 25 A el campo visual del anteojo (las que nos hacen recordar la fig. 5 de pág. 66).

Con esta nueva disposición queda garantizada, una vez por todas, la correcta vinculación del diagrama de curvas con la distancia cenital del anteojo.

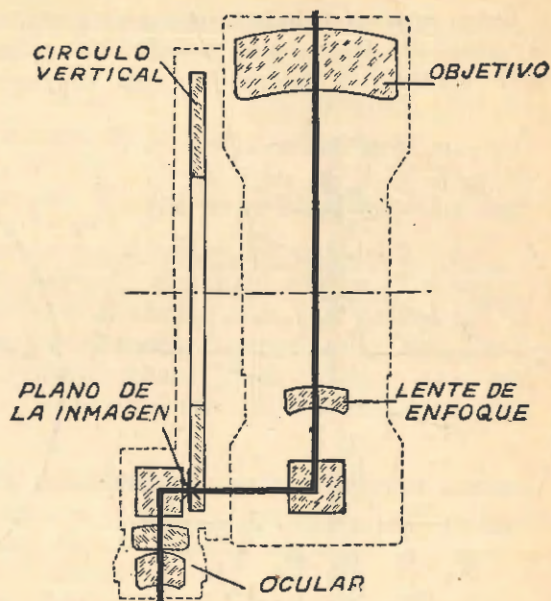


Fig. 23. Camino del rayo.

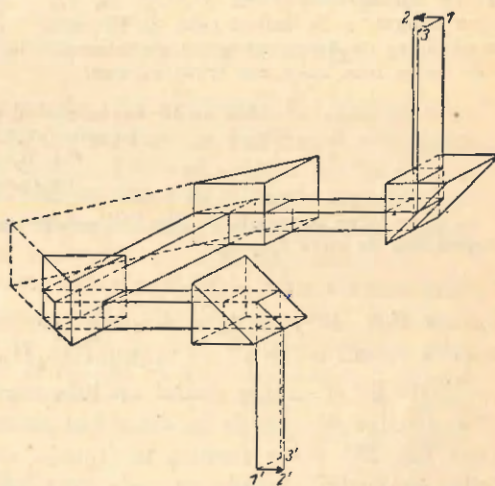
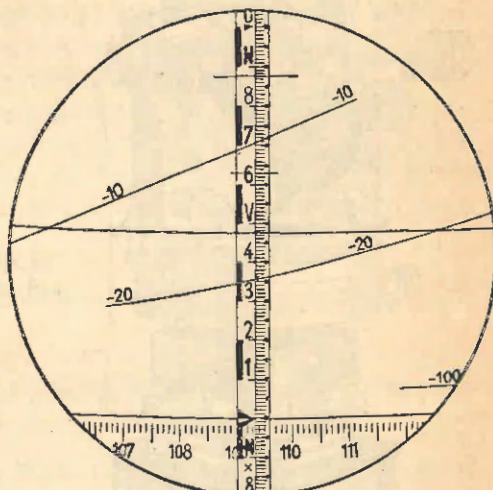
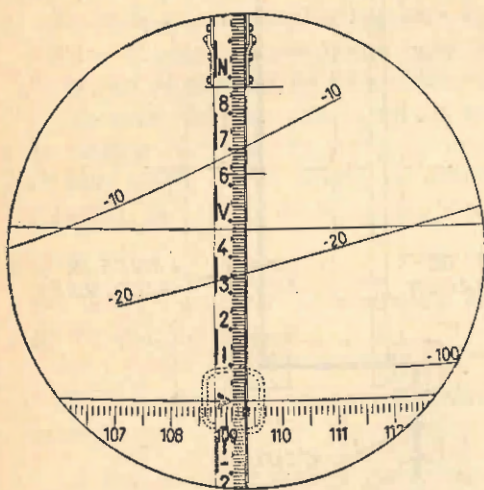


Fig. 24. Prisma de inversión de Porro (2ª especie).

Este empleo del limbo vertical en forma de placa de trazos, en unión con el prisma de Porro, hizo posible que el diagrama de curvas apareciera en toda la extensión del campo visual del anteojo, en la forma que se ilustra



1/2 de la magnitud aparente

Fig. 25. Campo visual del anteojo (el 1er. metro debajo de la marca cero de la mira, con el signo negativo sobre los decímetros). Se ve la fina línea del trazo vertical.

Fig. 25 A. Campo visual del anteojo (el 1er. metro debajo de la marca cero de la mira, con la cruz echada sobre los decímetros).

$$\begin{aligned} \text{Distancia horizontal } 0,478 \times 100 &= 47,8 \text{ m} \\ \text{Desnivel } 0,706 \times -10 &= -7,06 \text{ m} \\ \text{id. } 0,353 \times -20 &= -7,06 \text{ m} \\ \text{Distancia cenital } z &= 109,32^\circ \end{aligned}$$

La gran letra punteada O (fig 25) señala, groseramente, el origen de la lectura de los segmentos de mira l_1 y l_2 .

en las figs. 25 y 25 A, quedando ese campo así libre en su totalidad y no sólo la mitad como en el taquímetro Hammer - Fennel.

Existe en el campo visual un **hilo vertical**. Los lugares de lectura de división son los puntos de intersección de ese hilo con las curvas del diagrama (ver fig. 25). Esto facilita la lectura sobre la mira aún cuando ésta no se halle en posición perfectamente vertical.

El **procedimiento operativo** es el siguiente:

Hallándose la mira en posición vertical sobre el punto objeto (usando **nivel esférico**), se comienza por colocar el **arco cero** en la **marca cuniforme** de la mira (ver figs. 25, 25 A y 26), en la división 0,0 m de la misma. Luego se efectuarán las lecturas de mira l_1 y l_2 que se cuentan como en el Hammer - Fennel, a partir de ese cero hasta los respectivos puntos de intersección de las curvas, de la curva distanciométrica y de la curva altimétrica, con el hilo vertical.

La **constante de multiplicación** para las distancias es 100.

Para los **desniveles**, el diagrama del '**Dahlta**' tiene 3 curvas; con la constante 100 para distancias cenitales de 51^s hasta 88^s [de $51 \times \left(\frac{9}{10}\right)^0 = 45^\circ 54'$ hasta $79^\circ 12'$] y 112^s hasta 149^s ($100^\circ 48'$ hasta $134^\circ 6'$), con la **constante 20** para distancias cenitales de 74^s hasta 93^s ($66^\circ 36'$ hasta $83^\circ 42'$) y 107^s hasta 125^s ($96^\circ 18'$ hasta $112^\circ 30'$), y con la **constante 10** para distancias cenitales de 89^s hasta 111^s ($80^\circ 6'$ hasta $99^\circ 54'$).

La precisión de la lectura depende de la longitud de la visual y de la magnitud del desnivel o de la distancia cenital. La dependencia de esa precisión de la distancia cenital se explica por el hecho de que una pequeña desviación vertical de la mira en la dirección de la visual (hacia adelante o hacia atrás) tiene mayor efecto con visual de fuerte pendiente que en el caso de visual levemente inclinada.

Errores medios. Pueden admitirse los siguientes **errores medios**:

Distancias horizontales: 0,3 % (compare pág. 42).

Desniveles con constante 10: 0,02 m hasta 0,1 m

" 20: 0,05 " " 0,2 "

" 100: 0,1 " " 1,0 "

Precisión de la línea visual. La lectura de la distancia cenital se efectúa en el campo visual del anteojo (ver figs. 35 y 25 A) con la precisión de 1^c (ó 1'). Corresponde esa lectura a la visual que pasa por el **punto de intersección del arco cero con el hilo vertical** (ver fig. 25).

Precisión de ángulos horizontales. En el ocular 2, situado a la izquierda del soporte del anteojo, se leen los **ángulos horizontales**. Se puede admitir el valor de 0,2° (ó 0,1') como **error medio de una dirección observada una sola vez en una sola posición del anteojo**. El instrumento puede ser empleado por eso también para pequeños trabajos trigonométricos.

El "Dahlta" como taquímetro común. Para el caso de una pendiente mayor que la máxima prevista ($+45^\circ$ ó -45°), o el caso de que la lectura de curva no fuera posible debido a algún obstáculo, hállese colocados en el campo visual del anteojo **2 trazos estadimétricos fijos**, un trazo superior, más largo, y un corto trazo inferior, siendo la correspondiente **constante de multiplicación 200**.

El trazo superior tiene del arco cero la distancia angular de 1^s (ó 1°), debiendo, por ello, ser deducida de la distancia cenital **z** leída la cantidad 1^s (ó 1°).

En este caso de taquimetría común, se obtiene entonces la **distancia horizontal d** en base al segmento de mira **l**, interceptado por esos dos hilos, según la 2^a de las fórmulas (53), pág. 23:

$$d = 200 \times l \times \sin^2 z$$

donde **z** expresa la distancia cenital.

Fig. 26. Mira "Dahlta" de 4 m, plegable, con división a trazos y pie de desenchufe.

Y para el desnivel Δh , según la 2ª de las fórmulas (55), pág. 23:

$$\begin{aligned}\Delta h &= 200 \times l \times \frac{1}{2} \text{sen } 2z \\ &= 100 \times l \times \text{sen } 2z\end{aligned}$$

Cuando con el hilo no puede ser enfilada la señal a la altura i del aparato ($i \sim 1,40$ m), debe ser empleada para el cálculo del desnivel la fórmula completa (3) para el desnivel ΔH entre el punto estación y el punto objeto:

$$\Delta H = i + \Delta h - a_v$$

donde a_v indica la altura del punto de intersección de la visual, sobre el pie de la mira y Δh el desnivel entre el eje horizontal del instrumento y el punto de mira bisectado.

Para el cálculo se utilizarán las conocidas **tablas de Jordan-Reger** o la regla de cálculo.

Mira "Dahlta". Por medio del **pie de desenchufe** (ver fig. 26) puede ser colocada fácilmente la **marca cero** de la mira a la **altura i del aparato**, altura que puede ser controlada por el operador con el taquímetro. Esto constituye una ventaja cuando la misma varía un poco, no siendo uniformemente igual a 1,40 m.

La mira está dotada de un par de manijas y un **nivel esférico**.

Señalación de los metros de mira.

Hacia arriba:

sin señal especial, en el metro 0,...

con un pequeño círculo negro, en los decímetros del metro 1,...

con dobles circulitos negros, en los decímetros pares del metro 2,...

Hacia abajo:

con una cruz echada, sobre los decímetros decádicos (figs. 25 A y 26), o con un signo negativo sobre los decímetros negativos del primer metro debajo de la marca cero de la mira (ver fig. 25).

Resulta así una mira de 4 metros cuando el trozo de alargamiento se halla enchufado. Sobre la ventaja del empleo de los **números decádicos**, ver pág. 194, Volumen 1 del Tomo III.

Como se ve en las figuras 25 y 26, la cifra 9 se halla substituída por la letra mayúscula **N**, y la cifra 5 por el número romano **V**, todo ello para mayor rapidez y seguridad de la lectura.

Para que el taquímetro "Dahlta" sirva para la **poligonación taquimétrica**, la casa lo provee también como **equipo de poligonación para centración forzo**sa (ver pág. 235, Volumen 2 del Tomo II).

E. Recapitulación.

Los tres modelos de taquímetros autorreductores que acabamos de estudiar, marcan tres tendencias constructivas y operativas que merecen ser destacadas:

Con el taquímetro **Hammer-Fennel** (con mira centimetrada especial) se realizó por vez primera en un taquímetro autorreductor la máxima sencillez constructiva unida a la máxima rapidez de la operación en el terreno: una

sola puntería para cada punto objeto y dos lecturas de mira. Su inconveniente reside en la limitación del campo visual del anteojo.

En el **taquímetro autorreductor DKR** de **Kern** (con mira común) se hizo posible la observación de las curvas del diagrama en todo el campo visual del anteojo. En lo demás, el taquímetro DKR de Kern se caracteriza por su **analogía con el taquímetro común**: la misma disposición de hilos estadimétricos, el mismo plano visual por el hilo medio (cruz filar) y, por ende, las mismas fórmulas de reducción $\cos^2 \alpha$ y $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$, con las que son calculadas también las curvas del diagrama. En consecuencia de todo ello, empero los segmentos de mira, l_1 y l_2 , que son **diferencias**, no pueden ser leídos con la misma comodidad y rapidez que en los otros dos modelos, que permiten obtenerlos como lecturas directas.

En el "**Dahlta**" de **Zeiss** (con mira centimetrada especial) se obtiene el campo visual del anteojo totalmente libre para la observación con ubicar el **diagrama de Hammer** entre las dos mitades de un prisma de inversión de Porro, y el necesario desplegamiento del diagrama, en función de la distancia cenital del anteojo, con vincular ese diagrama con el limbo vertical transformado en **placa de trazos**, realizándose así, al mismo tiempo, el **enderezamiento de la imagen**.

§ 4.

Brújulas e instrumentos complementarios (eclímetros).

Poligonales a brújula.

1. Gravedad y fuerza magnética.

Son dos las fuerzas que directamente indican direcciones en el terreno, la **gravedad** y la **fuerza magnética**. La primera nos da la dirección de la **vertical**, dirección que determinamos mediante la plomada, la segunda nos da la dirección del **meridiano magnético**.

2. Definiciones: inclinación y declinación magnéticas; sus variaciones.

Utilízase la fuerza magnética al operar con la **brújula**: Una aguja imantada (parte principal de ésta) completamente libre o apoyada en su centro de gravedad, se **orienta** poniéndose en la dirección de las líneas de fuerza magnética, es decir, toma cierta dirección inclinada con respecto al plano horizontal orientándose dentro de un determinado plano vertical, llamado **plano meridiano magnético**.

El ángulo que la aguja libre en un cierto lugar forma con el plano horizontal se llama **inclinación magnética** del lugar.

La **declinación magnética** de un lugar es el ángulo comprendido entre el plano meridiano astronómico y el plano meridiano magnético.

La declinación magnética de un lugar es **oriental** u **occidental** (**declinación Este** o **declinación Oeste**) según que la punta norte de la aguja mag-

nética se desvíe hacia el lado Este o hacia el lado Oeste del meridiano astronómico.

Si se unen los puntos de la superficie terrestre de igual declinación, se obtienen curvas que se llaman **líneas isogónicas** o **isógonas**. La fig. 1 demuestra aproximadamente la situación y forma de las líneas isogónicas sobre la superficie de la Tierra; la fig. 2 de pág. 84 da las mismas, más detalladamente, para la República Argentina y países vecinos.

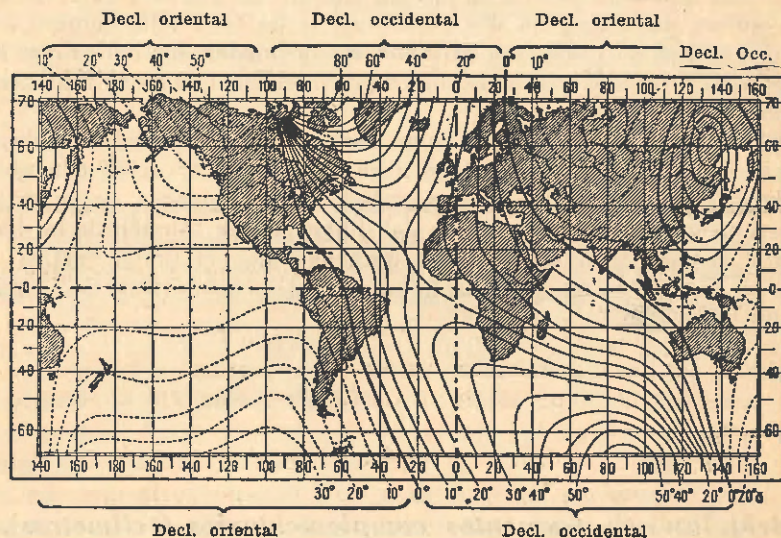


Fig. 1. Carta de conjunto de las líneas isogónicas de la Tierra para el año 1905.

La inclinación magnética varía con el lugar, aumentado por lo general hacia los polos. En las zonas que circundan los polos geográficos existen dos puntos en que la inclinación toma los valores $+90^\circ$ y -90° , respectivamente. Estos dos puntos (no coincidentes con los polos geográficos) se llaman los dos **polos magnéticos**. Se encuentran respectivamente en el Norte del Canadá (en la latitud geográfica de $+73^\circ 25'$) y en el Victoria Land (en la latitud geográfica de $-73^\circ 25'$).

Es de observar que la declinación y la inclinación en cada lugar sufren pequeñas **variaciones con el tiempo**.

La declinación varía durante las horas del día y de la noche por varios minutos de arco (dentro de unos $10'$). Si es declinación Este, toma generalmente su valor máximo a medianoche y un valor mínimo alrededor de las horas después de mediodía. Como las operaciones topográficas con la brújula no pueden pretender una precisión superior a $1/4^\circ$ (debido a la inseguridad con que la aguja se sitúa en el plano meridiano magnético por causa de la fricción en el punto de apoyo), no hay por qué preocuparse de las **variaciones diurnas** en tales operaciones.

Pero fuera de las variaciones diurnas la declinación magnética de cada lugar sufre lentas **variaciones seculares**, las que deben ser tomadas en cuenta. Por ejemplo, la declinación Este en la región de la ciudad de Buenos Aires disminuye anualmente en unos 9 minutos de arco (ver fig. 2). Pero

la disminución anual en esa magnitud durará solamente un cierto número de años; después la disminución será más lenta hasta anularse finalmente y convertirse en aumento, lo cual ocurrirá en una época bastante lejana. Para ilustrar este fenómeno, consignaremos a continuación las variaciones de la declinación observadas en París desde el siglo XVI hasta la época actual:

Año 1580, declinación 11°30' oriental				Año 1825, declinación 22°22' occid.			
„ 1618,	„	8°	„	„ 1832,	„	22° 3	„
„ 1663,	„	0°	„	„ 1858,	„	19°36'	„
„ 1700,	„	8°10'	occid.	„ 1875,	„	17°21'	„
„ 1780,	„	19°55'	„	„ 1892,	„	15°18'	„
„ 1814,	„	22°34'	„				

En el siglo XVI y hasta mediados del siglo XVII la declinación era **oriental** y decrecía hasta anularse en el año 1663; pasó luego a ser **occidental**. Creció esta declinación occidental hasta 1814, época en que inició un nuevo período de decrecimiento, el que incluye la época actual (ver fig. 1).

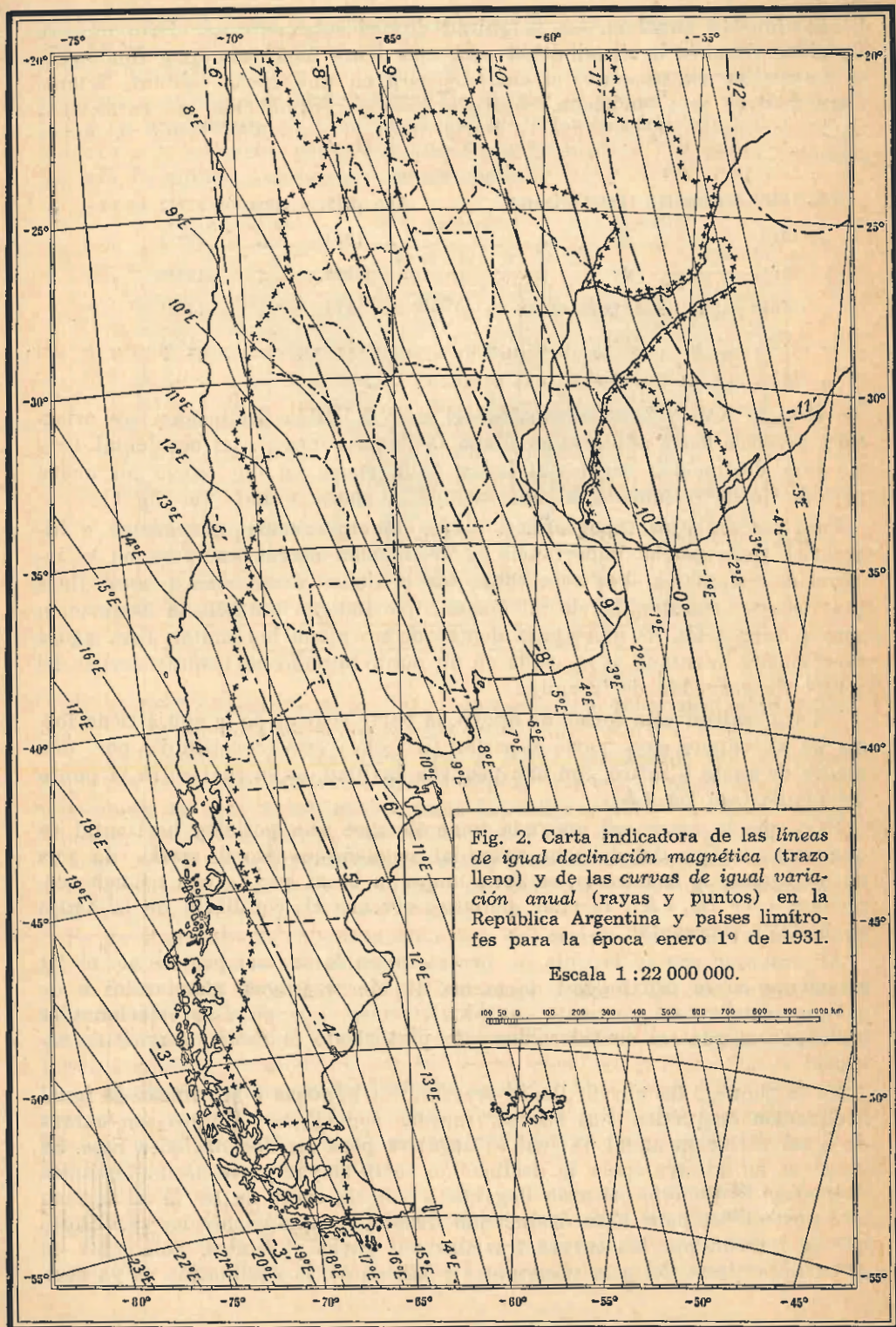
Para los trabajos topográficos, viajes de exploración, navegación e itinerarios tiene mucha importancia la declinación magnética, pero no la inclinación magnética. Por esta causa las brújulas destinadas a esos fines prácticos son construídas de tal manera que indican tan sólo la declinación con la orientación de una **aguja** dentro de un plano horizontal. Esta aguja fuertemente imantada es apoyada en un punto situado un poquito arriba del centro de gravedad de la aguja.

Para realizar esta forma de apoyo, la parte central de la aguja tiene forma de un capote cuya parte superior (o techo) está constituída por una piedra de ágata o zafiro, con una pequeña cavidad, en la cual entra la punta del pivote (ver fig. 4 A).

Para que la aguja así apoyada tome siempre una posición horizontal (o que no se incline debido a un eventual pequeño exceso de masa de uno de los brazos de la misma), se suele munir el brazo sur de una pequeña corredera (ver fig. 4 A), la cual permite obtener el equilibrio de la aguja en posición horizontal.

Al trabajar con la brújula es necesario cuidarse siempre de no elegir estaciones en la proximidad de masas de hierro (vigas, alambrados o de cables eléctricos de corriente continua), puesto que en esas estaciones se halla por lo general considerablemente **perturbado** el campo magnético natural.

En la figura 2 las curvas llenas representan **isógonas** o sea **líneas de igual declinación magnética**. Las curvas trazadas con rayas y puntos son **curvas de igual variación anual**, la cual es **negativa** para las declinaciones Este. Se nota que en nuestra época la declinación en la mayor parte de la República Argentina es todavía oriental, llegando a valores cerca de 18° E en la zona más austral del país. Esta declinación disminuye anualmente en cantidades que se indican por las curvas trazadas por rayas y puntos. Solamente en la parte nordeste del país (Corrientes y Misiones), la declinación es ya occi-



dental, la que indicaremos como **declinación Este con signo negativo**. Esas declinaciones Oeste aumentan anualmente en cantidades entre 10' y 12'. Ver también fig. 1.

Ejemplo práctico para el uso de la carta de fig. 2.

Se desea saber la declinación magnética que existe en la esquina suroeste de la Provincia de Santa Fe para principios del año 1946.

La interpolación para las curvas +6° E y +7° E da para dicho punto:

$$\text{Declinación Este para principios de 1946} = +6^\circ + \frac{4,0}{5,5} \times 1^\circ = +6,7^\circ$$

$$\text{Variación en 15 años} = 15 \times (-7,8') = -117' \dots\dots = -2,0^\circ$$

$$\text{Declinación Este en la esquina SW de la Provincia de Santa Fe para principios de 1946} \dots\dots\dots = +4,7^\circ$$

Si se desea conocer la declinación magnética en cualquier punto **P** del país, se comienza por ubicar ese punto en la carta de figura 2, teniendo en cuenta sean sus coordenadas geográficas o sea su situación dentro de algún plano o carta a escala mayor. Una vez ubicado en fig. 2 el punto que interesa, se procede a la interpolación de la declinación y de su variación anual de acuerdo con el ejemplo anterior.

3. Dos tipos de brújulas en uso en topografía.

Utilizanse en los instrumentos topográficos dos formas típicas de brújulas:

1° La llamada **declinatoria**, en la cual la aguja magnética tiene tan sólo un campo de oscilación limitado dentro de un tubo horizontal de forma cilíndrica o paralelepipedica (ver fig. 3);

2° la **brújula circular**, cuya caja es de tal forma (cilindro de eje vertical) que la aguja magnética tiene libertad de moverse en todo un giro completo de 360° (ver figs. 4 a 7).

El primer modelo sirve especialmente para determinar la dirección del plano meridiano magnético de un lugar y, con tener en cuenta la declinación, también la dirección del meridiano astronómico.

El segundo modelo se utiliza para tomar el rumbo de la visual a un punto **P** cualquiera del terreno, rumbo referido al meridiano magnético como origen, por lo cual se le llama **rumbo magnético** (ver fig. 4).

Pasamos a la breve descripción de ambos tipos de brújulas.

4. Declinatoria (llamada a veces brújula de orientación).

En esta brújula la **aguja magnética** (generalmente de 7 a 15 cm de largo) oscila, apoyada sobre la punta aguda de un pivote de acero situado en el centro de su caja cilíndrica o paralelepipedica de latón (ver fig. 3). En cada uno de los extremos de la caja existe un segmento de arco dividido, de una extensión de unos 10° a ambos lados del cero. La recta definida por los trazos cero de los arcos, determina una recta paralela al eje longitudinal de la caja.

Cuando la declinatoria sirve para orientar una plancheta, se la fija sobre una regla de bronce que sirve para trazar sobre el tablero la dirección del meridiano magnético.

Cuando el teodolito es de repetición, la declinatoria va fijada al limbo. Opérase en la orientación del limbo en la siguiente forma: Después de haber colocado la alidada en cero, se apunta con el anteojo y se gira el conjunto hacia el Norte, luego se suelta la aguja y se gira el conjunto limbo-alidada, todavía lo necesario hasta que la punta de la aguja oscile sobre sus respectivos ceros. Obtiénese así la coincidencia del plano visual del anteojo con el plano meridiano magnético de la estación del instrumento (ver fig. 3A).



Fig. 3. Declinatoria.

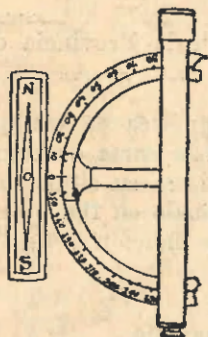


Fig. 3A. Se ilustra la vinculación de la declinatoria con un teodolito repetidor.

Luego se fija el limbo y se inmoviliza la aguja (para evitar el desgaste inútil de la punta del pivote). Se afloja el tornillo de presión de la alidada, después de lo cual se puede apuntar con el anteojo a cualquier punto del terreno en condición tal que la lectura del limbo representa directamente el rumbo magnético a ese punto.

Cuando, como en fig. 3A, el nonio se encuentra a 90° de la dirección del anteojo, la recta cero-cero de la declinatoria (y por consiguiente su tubo) tiene que ser paralela a la recta $90^\circ - 270^\circ$ de la graduación del limbo del teodolito.

5. Brújulas circulares. Dos clases típicas.

Las brújulas circulares se subdividen en dos clases:

Las brújulas circulares a limbo fijo (limbo solidario con la caja, ver fig. 4 y 5) y

brújulas circulares a limbo móvil (limbo solidario con la aguja magnética, ver figs. 6 y 7).

La primera de esas dos clases de brújulas comprende todavía dos tipos distintos: la brújula circular de teodolito y la brújula de mano.

La brújula circular de teodolito (fig. 4) está provista de una graduación que crece en sentido contrario a la marcha de las agujas del reloj. Se apunta con la recta $180^\circ - 0^\circ$ hacia un punto P (ver fig. 4) y se lee el rumbo magnético en el punto de la graduación de la brújula que coincide con la punta Norte de la aguja.

Cuando este tipo de brújula esta montado en un teodolito, generalmente la recta $180^\circ - 0^\circ$ de la graduación de la brújula coincide con la dirección del anteojo; y cuando el teodolito es repetidor, se puede fácilmente orientar el limbo horizontal del mismo de tal manera que su lectura sea 0° cuando el anteojo está dirigido hacia el Norte magnético.

La brújula de mano, en cambio, tiene graduación fija, creciente en el sentido de la marcha de las agujas del reloj (fig. 5) o puede también carecer de graduación indicando simplemente los puntos cardinales (N, E, S, W) (*) y a veces los medios rumbos (NE, ES, etc.).

(*) W, del inglés West, Oeste.

Al usar esta brújula se la mantiene horizontalmente de tal modo que la punta Norte de la aguja coincida con el trazo cero de la graduación, o con la letra **N** en caso de no existir graduación. Entonces todos los números de

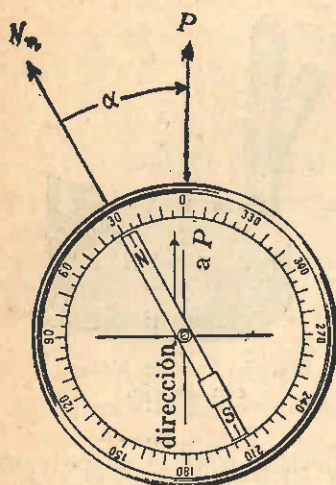


Fig. 4. Brújula circular de teodolito.

Se ilustra el concepto del rumbo magnético de la dirección al punto **P** del terreno desde el punto estación del instrumento.

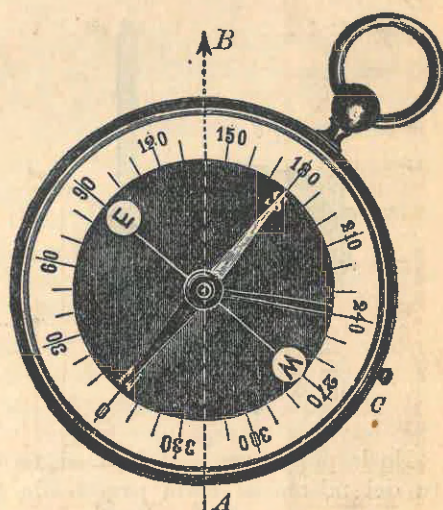


Fig. 5. Brújula de bolsillo (tamaño natural).

Se ilustra el modo de medir el rumbo magnético de una línea **AB** del terreno, el que resulta ser de 140°.

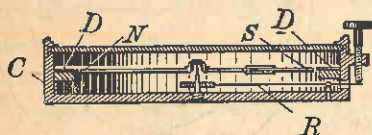


Fig. 4 A. Corte vertical por la caja **C** de la brújula circular de fig. 4, en la dirección **N-S**.

DD, división de la brújula;
R, mecanismo de descarga.

la graduación o las letras **N**, **NE**, **E**, etc., indican los rumbos magnéticos de sus respectivos radios del limbo.

La segunda clase de brújulas circulares o sea las brújulas a limbo móvil (figs. 6 y 7) tienen el círculo graduado unido a la barra magnética, la que oscila sobre un pivote como "aguja magnética". Para que la pieza así compuesta de círculo y barra

magnética no tenga un peso demasiado grande, se elige para el círculo un material de poco peso específico, como aluminio o cartón. La bisección de los puntos del terreno se efectúa por medio de dos pínulas (ver pág. 49 del tomo I), de las cuales una (la llamada **pínula objetiva**) es en su esencia un hilo vertical colocado en el extremo de un diámetro de la caja, y la otra (la llamada **pínula ocular**) una rendija ubicada en el otro extremo de ese diámetro (fig. 6). La graduación del limbo crece en el sentido de la marcha de las agujas del reloj. La lectura del círculo se hace con ayuda de un **prisma rectangular** (de reflexión total) de tal modo que el ojo percibe una imagen reflejada de una parte del limbo, por lo cual los números del mismo están grabados como "**números de espejo**" (ver fig. 8).

Para que el ojo reciba una imagen aumentada de la graduación y numeración del limbo, la cara cateto del prisma situada frente al ojo generalmente es convexa, lo que equivale al agregado de una lente planoconvexa al prisma, la que actúa como lupa.

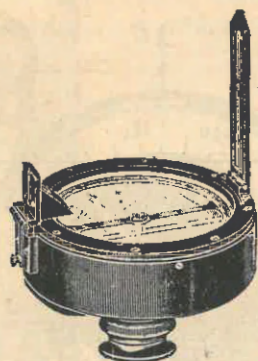


Fig. 6. Brújula Kater.

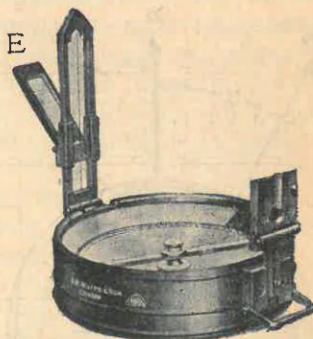


Fig. 7. Brújula Kater con espejo.

En la parte superior de la armadura de ese prisma y en la chapa portadora del mismo se halla practicada la pínula rendija antes mencionada. Mirando entonces por esta pínula rendija hacia un punto objeto bisectado por el hilo de la pínula objetiva, ese hilo se ve proyectado sobre una cierta división del limbo reflejada por el prisma. La lectura de esa división da el rumbo magnético de la visual tomada.

Damos a continuación algunos detalles relativos a la brújula circular de teodolito y la brújula a limbo móvil.

6. Brújula circular de teodolito. Detalles constructivos y verificación.

La brújula circular de teodolito (fig. 4) tiene en el centro de la caja cilíndrica de latón un pivote de acero atornillado, con punta aguda que sostiene la aguja imantada N-S. La aguja a veces tiene forma prismática con trazos índices en los extremos de los brazos, otras veces forma romboidal con brazo Norte generalmente pavonado para distinguirlo a primera vista. La punta del pivote, sostén de la aguja, debe coincidir con el centro del limbo: de no ser así, existe un llamado **error de excentricidad del pivote**. Si la brújula tuviera ese defecto en cantidad considerable, se lo podría evidenciar del siguiente modo:

Con el anteojo dirigido a cualquier dirección se hace la lectura del limbo de la brújula con el extremo Norte. Luego se gira la alidada exactamente en 180° con ayuda de lecturas de círculo horizontal del teodolito, efectuando una nueva lectura en el extremo Norte de la aguja. Esas dos

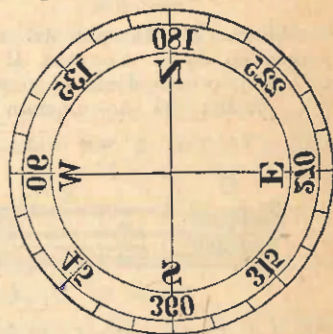


Fig. 8. Se ilustra el aspecto natural del limbo de una brújula Kater (simplificado) con sus números y letras en tipos de espejo.

lecturas de brújulas deberían diferir en 180° exactos. Si esto no ocurre, la discrepancia podría provenir de la inseguridad con que la aguja se coloca cada vez en el plano del meridiano magnético, inseguridad que puede ser debida a la debilidad del magnetismo de la aguja o también al desgaste de la punta del pivote. Pero si se repite el experimento varias veces y si se notara que la diferencia de las lecturas de brújula, que debería ser de 180° , discrepara de este valor siempre en el mismo sentido sería esto un indicio de la existencia de un error de excentricidad, sobre cuya naturaleza se obtendría mayor información con parejas de análogas lecturas correspondientes a otras direcciones del anteojo.

Si en esta forma se llegara a comprobar la indudable existencia de un error de excentricidad, se podría todavía usar la brújula con buenos resultados si en cada bisección se efectuaran las lecturas en las dos puntas (punta Norte y punta Sur) de la aguja. En el promedio de esas lecturas quedaría eliminado el efecto del error de excentricidad.

Con el fin de evitar un rápido desgaste de la punta del pivote y con ello una disminución de la sensibilidad de la aguja, la brújula está munida de un **mecanismo de descarga** (R, fig. 4A) compuesto de una palanca, la que movida por un tornillo, puede levantar la aguja, separándola del pivote e inmovilizándola al presionarla contra el cristal que recubre el limbo.

Se verifica la sensibilidad de una brújula acercándosele algún objeto de hierro (cortapluma, etc.) y luego retirándolo. La aguja que mediante esta operación se mueve debe volver a su posición inicial con la aproximación de pocos décimos de grado cuando haya dejado de oscilar. Si esto no ocurre, es indicio de que la aguja no está suficientemente imantada o de que es muy grande la fricción en la punta del pivote (la brújula ha perdido en sensibilidad).

Cuando se deja de usar la brújula y muy especialmente antes de un transporte del instrumento, no se debe nunca olvidar de inmovilizar la aguja con el fin de la conservación del pivote en buen estado.

7. Brújula circular a limbo móvil (llamada "brújula Kater" o "brújula Schmalcalder" o también "brújula prismática"). Datos históricos y detalles constructivos; verificación y uso.

Esta brújula fué ideada por el físico inglés **Henry Kater** (1777-1835), lo que justifica la denominación de "**brújula Kater**" que se halla en uso en la República Argentina y otros países de idioma español. En la misma época en que vivió Kater (por el año 1812) un mecánico alemán, de nombre **Schmalcalder**, construyó esta misma brújula, por lo cual es conocida en Alemania y otros países (Estados Unidos de Norte América etc.) bajo en nombre de "**brújula Schmalcalder**". En Inglaterra y Estados Unidos se suele llamarla comúnmente "**brújula prismática**" debido al prisma que en esa brújula se emplea en las lecturas.

Las **pínulas de bisección** son movibles alrededor de charnelas. Cuando la brújula se deja de usar, la pínula ocular con el prisma se abate sobre la superficie cilíndrica de la caja, con lo cual se hace posible la ubicación del

instrumento dentro de un estuche de cuero de poco volumen; luego se abate la pínula objetiva sobre el vidrio cristal, operación que hace accionar automáticamente el mecanismo de suspensión de la aguja.

Para que el ojo de cualquier observador pueda ver con claridad la graduación a través de la lupa que forma cuerpo con el prisma, éste, en su posición de trabajo, es algo desplazable dentro de guías verticales, lo que permite variar la distancia entre limbo y prisma.

En los trabajos con la brújula Kater puede ser algo molesta la circunstancia de que, una vez hecha la bisección con las pínulas, la barra magnética necesita algún tiempo para tranquilizarse, con lo cual se ocasionaría una cierta pérdida de tiempo. Para evitar o por lo menos aminorar este **inconveniente**, muchas brújulas Kater tienen un dispositivo que permite interrumpir por momentos las oscilaciones de la barra magnética y conseguir así que ésta se tranquilice más pronto dentro del plano meridiano magnético. Este dispositivo se utiliza apretando un botón, que generalmente se halla ubicado en la superficie exterior de la caja debajo de la pínula objetiva.

En los últimos tiempos se usan también brújulas Kater a líquido (constructores: E. R. Watts & Son Ltd., Londres, y otros), cuya caja está llenada de un líquido, generalmente alcohol diluido. Dentro de este líquido las oscilaciones de la barra magnética se amortiguan mucho, llegando ésta pronto a su posición de equilibrio.

Muchas veces, especialmente cuando la brújula Kater se use como instrumento de mano, no conviene esperar la completa tranquilidad del limbo para hacer la lectura. En tales condiciones el observador se fija en las dos lecturas de la graduación entre las cuales tienen lugar las oscilaciones, tomando entonces el promedio de las mismas.

Para poder tomar el rumbo a puntos situados considerablemente por encima o por debajo del horizonte del observador, en regiones montañosas, la brújula está provista de un espejo especial (**E**, fig. 7) unido a la pínula objetiva. Este espejo es girable alrededor de una charnela horizontal. El operador le da entonces una inclinación tal que desde la pínula ocular vea en el espejo la imagen del punto a bisectar. Girando luego el aparato lo necesario, consigue la coincidencia de la pínula objetiva con la imagen del punto tomado.

Cuando es necesario bisectar puntos con depresión considerable, se puede sacar el espejo de sus guías y colocarlo en posición invertida o sea con cara hacia el suelo.

Algunos modelos de brújula Kater que se ofrecen en el comercio tienen como accesorio un juego de vidrios de color, el cual, a nuestro juicio, carece de verdadera utilidad práctica. Podría existir la idea que esos vidrios servirían para tomar bisecciones al Sol, en hora determinada, con el objeto de hallar la **declinación magnética del lugar**, aumentada o disminuida por el error de índice de la brújula. Pero para este fin (muy raras veces perseguido) sería fácil, aun sin vidrios oscuros, tomar bisecciones del Sol en momentos que éste se halle próximo al horizonte.

Podría todavía existir en las brújulas Kater un error de excentricidad del pivote, o sea la no-coincidencia del pivote de suspensión con el cen-

tro de la graduación. Este error se pondría de manifiesto con el siguiente experimento:

Márquense con jalones en el terreno dos puntos **A** y **B** a unos 200 metros de distancia entre sí. En un punto medio **M** entre **A** y **B** y bien alineado con éstos, se arma sobre trípode o bastón la brújula Kater a examinar. Tomando con ella sucesivamente los rumbos a **A** y **B**, éstos deberían diferir en 180°. Una discrepancia considerable con este valor podría ser debida a una excentricidad del pivote, cuya dirección se investiga repitiendo el experimento con otras orientaciones de la línea **AB**.

Un examen de esta índole, además de dar la magnitud de una eventual excentricidad del pivote, puede proporcionar también una buena información general sobre la precisión de los rumbos que se toman con el instrumento en cuestión.

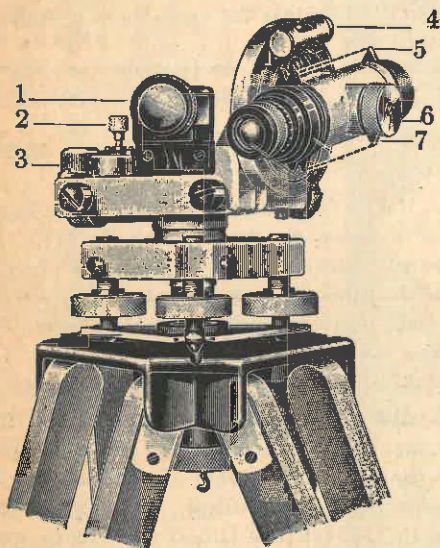


Fig. 9. Brújula taquimétrica
"Taquitopo Zeiss".

Escala 1:3

- 1, lupa para la lectura del limbo de la brújula y del círculo vertical;
- 2, botón con el cual se inmoviliza la aguja magnética;
- 3, nivel esférico;
- 4, nivel de anteojo;
- 5 y 7, puntos de alza y muescas;
- 6, tornillo de enfoque.

tical con los respectivos índices (ver fig. 10). Ambas graduaciones se leen con la precisión del décimo de grado.

Para poder evidenciar eventuales errores de lectura, se halla colocado frente a cada división un segundo índice (índice de contralor) distante del índice principal en un número no redondo de grados.

8. Brújula taquimétrica "Taquitopo Zeiss".

Una construcción fina a base de la brújula Schmalcalder (Kater) la representa el llamado **taquitopo Zeiss** (fig. 9).

Es ésta una combinación de una brújula Schmalcalder con un pequeño anteojo taquímetro (de 12 aumentos) muy luminoso y círculo vertical. El eje principal alrededor del cual gira el aparato visor (alidada con anteojo) puede ser verticalizado por medio de un nivel esférico. El anteojo está provisto de un pequeño nivel tubular (con sensibilidad de 2' por división de 2 mm), con cuya ayuda se pueden tomar visuales horizontales (para hacer nivelación geométrica, por ejemplo). Por medio de un sistema de prismas combinados con lupa, las lecturas del limbo de la brújula y del círculo vertical pueden efectuarse cómodamente desde el lugar que ocupa el operador al tomar las bisecciones (ver figs. 9 y 10). Un botón (2, fig 9) sirve para inmovilizar la barra magnética sea momentánea o permanentemente.

En la lupa se ven simultáneamente el limbo de la brújula y el círculo ver-

La figura 11 representa el campo visual del anteojo con el retículo y la imagen de un trozo de la mira especial construída por la casa Zeiss para uso con el instrumento en cuestión.

El hilo principal (marcado con <) es el superior. A las lecturas con ese hilo corresponden las elevaciones y depresiones leídas en el círculo vertical, y cuando se halla **centrada la burbuja** del pequeño nivel tubular del anteojo, la visual correspondiente al **hilo superior** es **horizontal**. Los otros dos hilos horizontales son los llamados **hilos taquimétricos**; corresponde a la distancia entre los hilos superior e inferior la constante multiplicativa 100 y a la distancia entre el hilo superior y el hilo medio la constante 200.

Las figuras 12 y 13 ilustran el aspecto de la mira del Taquítopo Zeiss. El modo como está dividida esta mira la hace igualmente eficaz para distancias pequeñas (menores de 100 m, apreciándose los mm en las lecturas) como para distancias grandes mayores de 100 m (apreciándose los cm). Como la extensión de la parte graduada de la mira es de 2 m, se puede (con la constante 200) tomar distancias hasta 400 m, lo que permite levantar desde una estación una superficie de terreno de $0,4^2 \times \pi = 0,5 \text{ km}^2$.

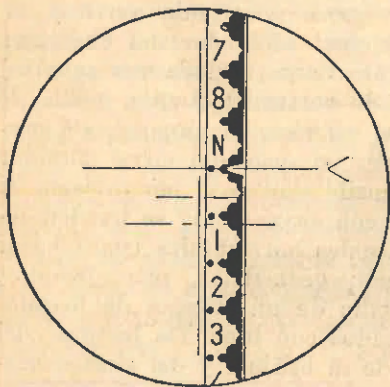


Fig. 11. Campo visual del anteojo con un trozo de la mira especial construída por la casa Zeiss para la brújula "taquítopo".

El hilo principal da la lectura 1,000 m y el hilo taquimétrico inferior la lectura 1,118 m.

La diferencia de 0,118 m multiplicada por 100 da la distancia de 11,8 m que media entre instrumento y mira.

para levantar los perímetros de los cultivos, bosques, lagunas, pantanos, terrenos de diferente calidad, para levantar cursos de agua, etc.

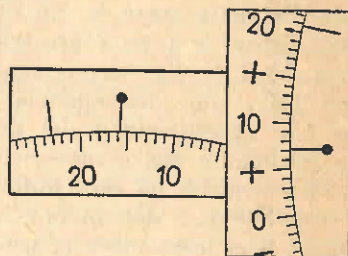


Fig. 10. Se ilustra el campo visual de la lupa.

Lectura del limbo de la brújula: 15,8°

(índice de contralor en 23,2°)

Lectura del círculo vertical: + 7,2°

(índice de contralor en 20,8°)

La circunstancia de que el anteojo es **excéntrico** no es ningún inconveniente en el uso de esta brújula, en vista de que para distancias mayores de 40 metros la excentricidad (de unos 7 cm) produce sobre la lectura del limbo un efecto que no alcanza a un décimo de grado (lo que queda dentro de la precisión máxima de las lecturas de brújula). En visuales a una mira colocada a menor distancia que 40 m, es fácil **eliminar el efecto de la excentricidad** cuando, con anteojo a la derecha, se bisecta el borde derecho de la mira, cuyo borde izquierdo coincide con la estaca del punto bisectado.

El Taquítopo Zeiss se presta especialmente para trabajos topográficos a escalas 1:2000 hasta 1:25000. Permite completar cómoda y rápidamente cartas topográficas, planos catastrales existentes y cartas obtenidas por fotogrametría,



Fig. 12. Mira taquimétrica del Taquitopo Zeiss.

Escala aprox. 1:16.

El número 9 se halla reemplazado por la letra N para evitar que se confunda con 6.

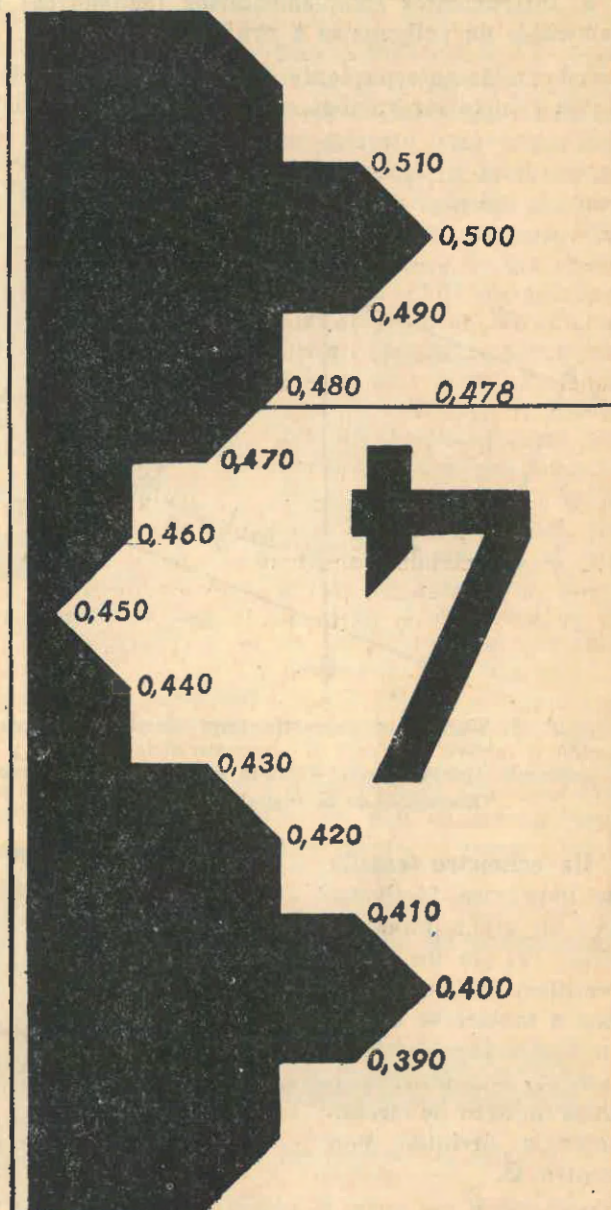


Fig. 13. Representa un trozo de la mira del Taquitopo Zeiss a escala 1:1.

Los números más pequeños (que no existen en la mira) indican las lecturas correspondientes a los vértices del polígono negro.

La raya horizontal corresponde a la lectura 0,478.

9. Instrumentos complementarios (eclímetros) necesarios para los levantamientos de poligonales a brújula.

Las brújulas anteriormente descritas, con excepción del taquítopo Zeiss, permiten sólo tomar rumbos, sin proporcionar ni distancias ni desniveles. Pero

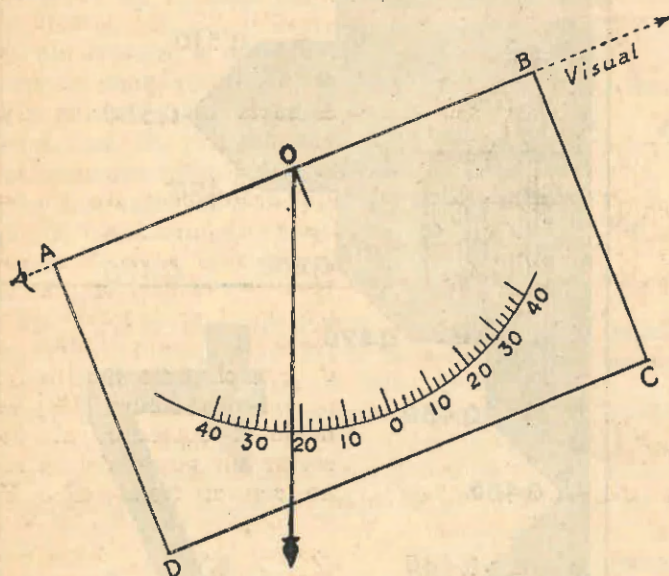


Fig. 14. Se ilustra un eclímetro improvisado a base de un cartón o tablero con arco de circunferencia dividido y una plomada (perpendicular) colgada en el centro del arco.

Elevación de la visual AB leída: $22,2^\circ$.

Un eclímetro sencillo se improvisa fácilmente: En algún punto O (fig. 14) de un borde rectilíneo AB de un cartón o tablero se cuelga una plomada. Sobre el cartón (o tablero) se dibuja un arco de circunferencia dividido, con centro O.

Apuntando con el borde AB a un punto del terreno, la posición del hilo de la plomada, con respecto a la graduación, indica la inclinación de la visual tomada.

En el mismo principio de la plomada se basan diversos modelos de eclímetros, como, por ejemplo, el eclímetro Zugmaier-Sickler representado en las figs. 15 y 16.

como en los levantamientos topográficos se necesita también medir las distancias y los desniveles, las brújulas simples deben ser completadas con ciertos pequeños instrumentos adicionales

Como instrumentos más sencillos servirán para esos fines el **podómetro** (ver fig. 11 pág. 39 del tomo I) para las distancias y el **eclímetro** (también llamado **clisímetro**, **inclinómetro** o **clinómetro**).

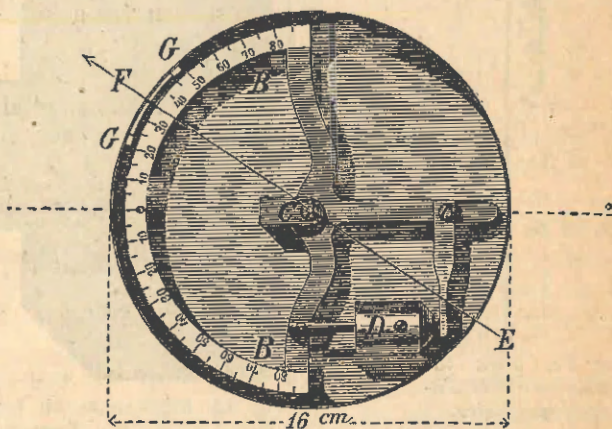


Fig. 15. Eclímetro de Zugmaier y Sickler.

Alrededor del eje horizontal **C** de una caja cilíndrica puede girar una pieza portadora de un limbo vertical dividido (fig. 15). Un peso **D** que forma parte de esa pieza, está calculado de tal manera que el radio de **C** a la raya 0° de la graduación toma la posición horizontal cuando el aparato está tranquilo.

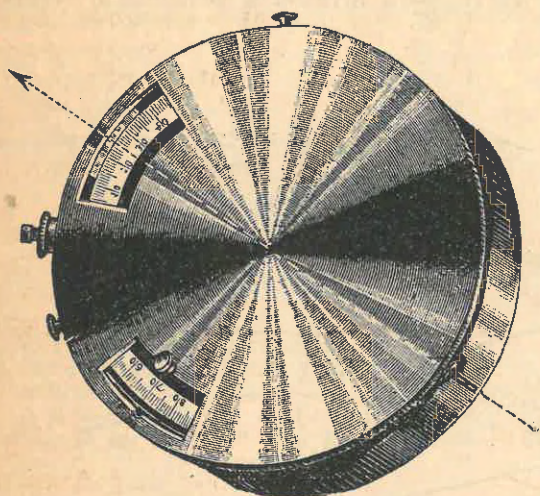


Fig. 16. Aspecto exterior del eclímetro de Zugmaier y Sickler. Lectura: $+25^{\circ}$.

La visual se toma mirando por un pequeño agujero **E** hacia una ventana **GG** con un trazo índice horizontal **F** (hilo de pínula). La graduación **BB** no se halla dispuesta sobre un plano sino sobre una superficie cónica, de modo que los trazos forman en realidad un ángulo de unos 45° con el plano del dibujo de nuestra figura. De ese modo el operador, al bisectar un punto del terreno con el trazo-índice **F**, ve también la graduación iluminada por una ventana

lateral (ver fig. 16) y puede apreciarse cuál trazo del limbo coincide con el índice **F**, trazo éste que da el ángulo de elevación o depresión de la visual tomada.

En lugar de la plomada puede ser empleado el **nivel tubular** para la construcción de eclímetros. Los instrumentos sencillos que han encontrado mayor aceptación en la práctica, permiten ver simultáneamente el punto objeto bisectado y la burbuja centrada.

Un instrumento de esa clase en el cual se halla realizada una parte de la idea del eclímetro a base de nivel tubular, es el **nivel de mano norteamericano** (fig. 17) también llamado **nivel de Locke**.

Consiste en un tubo de bronce de unos 15 cm de largo y $2\frac{1}{2}$ cm de diámetro. Uno de los extremos del tubo, al cual se aplica el ojo, lleva una tapa con un pequeño agujero **O**. En el otro extremo se halla fijado un hilo horizontal a través de la abertura del tubo. Sobre el tubo y un poco al costado del mismo está montado un pequeño nivel tubular **N**, cuya burbuja se refleja en un pequeño espejo **E** ubicado en el interior del tubo e inclinado 45° con respecto al eje del mismo. Cuando la burbuja está centrada, puede ser vista por el observador a través del agujero **O** su imagen reflejada por el espejo del lado del hilo horizontal y simultáneamente con el punto bisec-



Fig. 17. Nivel (de reflexión) de mano norteamericano.

N, nivel tubular; **E**, espejo con inclinación de 45° ; **O**, orificio ocular.

tado del terreno visible en la parte más iluminada del campo dejado libre para la visión directa.

Este instrumento permite solamente tomar visuales horizontales, y, con juntamente con una mira puede servir para nivelación geométrica de precisión reducida.

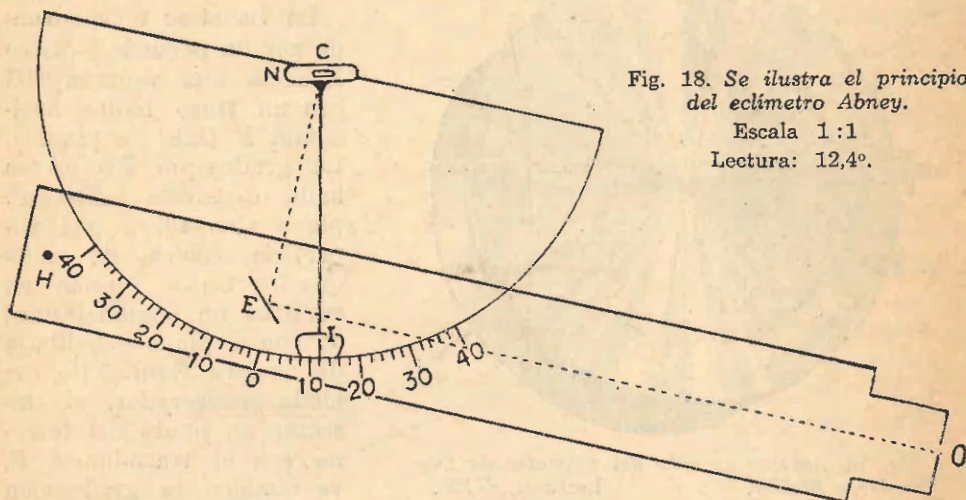


Fig. 18. Se ilustra el principio del eclímetro Abney.

Escala 1:1

Lectura: 12,4°.

El físico inglés Capitán **Abney** transformó el nivel de mano norteamericano, agregándole un semicírculo dividido, con el objeto de hacerlo apto para tomar visuales inclinadas. Las figuras 18, 19 y 20 muestran, respectivamente, el funcionamiento y el

aspecto exterior del eclímetro Abney. Una parte principal del mismo es el tubo visor con eje visual **OH** (fig. 18) y un espejito **E** para la observación de la burbuja del nivel. El eclímetro Abney se diferencia del nivel norteamericano antes descrito por el hecho de que el nivel tubular **N** no se halla mon-

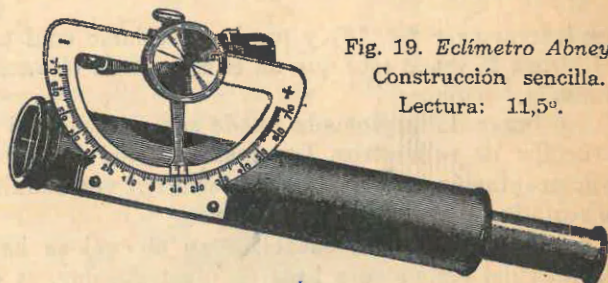
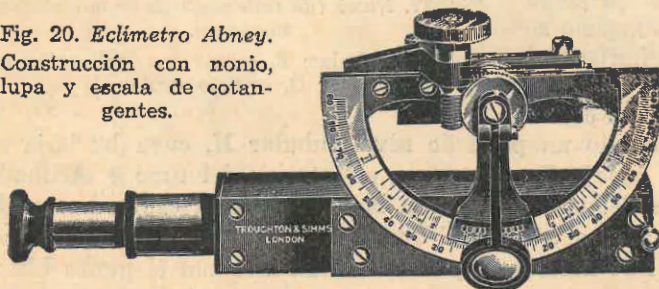


Fig. 19. Eclímetro Abney.

Construcción sencilla.

Lectura: 11,5°.

Fig. 20. Eclímetro Abney. Construcción con nonio, lupa y escala de cotangentes.



tado sobre el tubo visor mismo, sino en forma girable sobre un eje horizontal que pasa por el centro de un semicírculo graduado. Este semicírculo se halla fijamente unido al tubo visor, y el nivel tubular **N** es so-

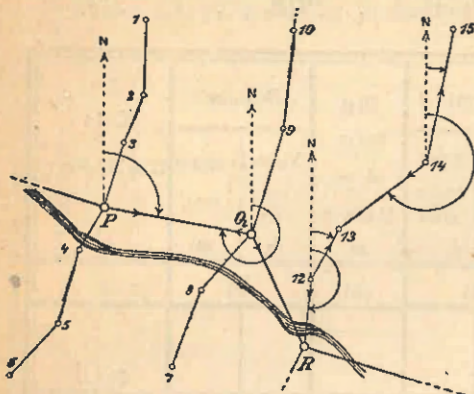


Fig 21. Se ilustra el recorrido de un trozo de poligonal principal a brújula con estaciones en P, Q y R y poligonales secundarias (1-2-3-4-5-6, 7-8-9-10-..., 12-13-14-15) apoyadas en los puntos P, Q y R de esa poligonal principal.

instrumentos se facilita el cálculo de los desniveles cuando de algún modo se ha averiguado (o estimado) la correspondiente distancia horizontal, puesto que la distancia horizontal dividida por la cotangente del ángulo de inclinación da el desnivel.

En el uso de este instrumento se mantendrá con una mano el aparato de tal forma que el semicírculo se halle en lo posible en un plano vertical. Con el hilo horizontal se bisectará el objeto del terreno cuya elevación se desea conocer. Se girará el brazo CI (fig. 18) hasta conseguir que la burbuja del nivel sea vista en el espejo al lado del hilo horizontal en el momento de tomar una bisección del objeto. La lectura que luego se efectúa en el índice I dará la inclinación buscada.

Si se toman desniveles con ayuda de una mira o un jalón, conviene fijar una tablilla en los mismos a una altura igual a la que tiene el ojo del operador sobre el suelo.

Poligonación a brújula.

10. Dos ejemplos prácticos de poligonales a brújula.

La fig. 21 muestra el recorrido de trozos de poligonales a brújula. La línea quebrada ... PQR ... representa una poligonal principal y las líneas quebradas 1-2-3-4-5-6, 7-8-9-10-..., ... 12-13-14-15 son poligonales secundarias.

Se supone que los ángulos verticales fueron medidos con eclímetros y las distancias a pasos (de hombre o caballo) con ayuda de un podómetro.

En las dos planillas que siguen se hallan consignadas las lecturas y cálculos correspondientes a la poligonal principal PQR y a la poligonal secundaria 12-13-14-15.

lidario con un brazo CI portador del índice de lectura. Cuando el brazo CI es vertical, la burbuja del nivel está centrada; y como ella tiene siempre la misma posición respecto al espejo E debido a la ubicación de la burbuja en el eje de rotación, puede ser vista desde O, cualquiera que sea la inclinación de la visual OH tomada.

La graduación del limbo está dispuesta de tal modo que se lea 0° cuando con burbuja centrada se visa en dirección horizontal.

En muchos modelos de eclímetro Abney el semicírculo, además de la división de grados, lleva una escala cuya numeración expresa las cotangentes de las inclinaciones que se tomen; con estos ins-

Trozo de poligonal a brújula principal ... PQR ... (fig. 21).

Punto estación	Punto visado	Rumbo mag.		Dist. incl. D m	Ang. vert. α		Dist. horiz. d = D cos α m	Desnivel		Cota $H = H_0 + \Delta h$ m
		Adel. Atrás °	Adel. corregido °		Adel. Atrás $\pm$ °	Adel. corregido $\pm$ °		$\Delta h = D \text{ sen } \alpha$		
								+ m	- m	
(1)	(2)	(3)		(4)	(5)		(6)	(7)		(8)
P										805,0
	Q	100,7			- 6,9					
			100,6	80,0		- 6,9	79,4		9,6	
Q	P	280,5			+ 6,9					795,4
	R	153,2			- 13,5					
			153,8	65,0		- 13,6	63,2		15,3	
R	Q	334,4			+ 13,6					780,1

Form. top. 4 (Levantamientos expeditivos).

Se supone que la poligonal secundaria 12-13-14-15 (ver fig. 21) ha sido medida según el llamado "método de estaciones saltadas", no habiéndose hecho estación en los puntos 13, 15, ..., sino tan sólo en los 12, 14, etc. De esta manera se han obtenido los datos necesarios para el cálculo de la poligonal secundaria con un mínimo de trabajo, pero sin contralores, de lo cual se desprende que este método hace necesario emplear especial cuidado al efectuar las lecturas para evitar errores groseros, los que no se revelarían.

11. Propagación de errores en poligonales a brújula y en poligonales a teodolito.

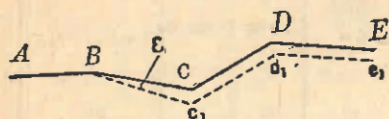
Los errores de observación que se pueden cometer en las poligonales a brújula igual que los que afectan a las poligonales taquimétricas ejecutadas con teodolito, son principalmente de dos tipos: **errores lineales**, que originan un desplazamiento en sentido longitudinal del punto final de la poligonal, y **errores angulares**, que producen un desplazamiento transversal (o lateral) del mismo punto final.

Trozo de poligonal a brújula secundaria 12-13-14-15, (fig. 21).

Punto estación	Punto visado	Rumbo mag.		Dist. incl. D m	Ang. vert. α		Dist. horiz. d = D cos α m	Desnivel $\Delta h = D \sin \alpha$		Cota $H = H_0 + \Delta h$ m
		Adel. Atrás °	Adel. corre- gido °		Adel. Atrás $\pm$ °	Adel. corre- gido $\pm$ °		+	-	
(1)	(2)	(3)		(4)	(5)		(6)	(7)		(8)
R										780,1
			4,3	35,0		+ 21,5	32,6	12,8		
12	R	184,3			- 21,5					792,9
	13	26,8			+ 20,3					
			26,8	30,0		+ 20,3	28,1	10,4		
(13)										803,3
			52,6	60,0		+ 19,0	56,7	+ 19,5		
14	13	232,6			- 19,0					822,8
	15	10,4			+ 13,8					
			10,4	75,0		+ 13,8	72,8	+ 17,9		
(15)										840,7

Un ángulo poligonal medido con brújula por lo general está afectado de un error medio mayor que un ángulo medido con teodolito, porque los rumbos magnéticos tomados con brújula Kater común tienen generalmente errores entre $0,1^\circ$ y $0,5^\circ$, mientras las lecturas de teodolito, por más simple que éste sea, se obtienen con la precisión de un minuto. No obstante cabe destacar que para **poligonales taquimétricas de muchos lados** la brújula puede dar resultados más satisfactorios que el teodolito en lo referente a la ubicación de los vértices poligonales, lo que es, en suma, la finalidad principal de esas mediciones.

Para comprender eso, supóngase que una poligonal **ABCDE** (ver figs. 22 y 22 A) haya sido medida una vez con brújula y otra vez con teodolito y que en ambas operaciones se haya medido el ángulo poligonal en el vértice **B** con un cierto error ϵ . En la figura 22 que ilustra una poligonal a brújula



Propagación del error en poligonales a brújula y teodolito.

Fig. 22. Se ilustra el efecto de un error ϵ cometido en un vértice **B** de una poligonal a brújula.

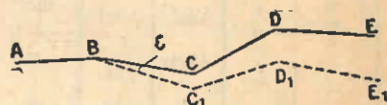


Fig. 22 A. Se ilustra el efecto de un error ϵ cometido en el vértice **B** de una poligonal a teodolito.

jula, el error ϵ produce cierto desplazamiento transversal **Cc₁**, **Dd₁**, **Ee₁** de los vértices que se siguen.

Pero como los rumbos de los lados **CD, DE**, etc., se toman en manera independiente del rumbo (**BC**), el error ϵ cometido en **B** no tiene efecto creciente para los vértices posteriores **D**, **E**, etc., y si los desplazamientos de esos puntos crecieran, sería solamente debido a otros errores cometidos luego en esos vértices posteriores.

Si suponemos el caso hipotético de que en **C**, **D**, etc. no se hubieran cometido errores, los desplazamientos **Dd₁**, **Ee₁**, etc. (debido al error ϵ cometido en **B**) serían todos iguales al desplazamiento **Cc₁**.

En cambio, la figura 22 A demuestra que un error ϵ cometido en **B** (aun cuando en **C**, **D**, etc. no se hubiera cometido error alguno) tiene efectos crecientes **CC₁**, **DD₁**, **EE₁** en lo concerniente a la ubicación de los puntos **C**, **D**, y **E**.

Por otra parte, el Cálculo de Compensación da fórmulas completas para el efecto de los errores de medición cometidos en poligonales a brújula y poligonales taquimétricas a teodolito (ver "C. de C.", págs. 136-140 y pág. 19 de la misma obra).

Para la poligonal a brújula abierta (aproximadamente derecha y de lados iguales) vale la fórmula:

$$(1) \quad M_{\varphi} = m_{\alpha} \cdot \sqrt{l} \cdot \sqrt{L}$$

y para la poligonal a teodolito la fórmula:

$$(2) \quad M_{\varphi} = \frac{m_{\beta}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{l}} \cdot L^{3/2}$$

donde l es la longitud de cada lado poligonal, L la extensión total de la poligonal, m_{α} y m_{β} los errores medios de un ángulo poligonal medido con brújula o teodolito, respectivamente y, finalmente, M_{φ} el valor medio del desplazamiento del punto terminal de la poligonal en cada caso.

Si suponemos una poligonal (derecha) de solamente 20 lados de 150 metros cada uno, sucesivamente medidos a brújula, con un error medio $m_\alpha = 0,1^\circ$, y mediciones a teodolito con $m_\beta = 1'$, las fórmulas (1) y (2) nos dan, respectivamente, los desplazamientos medios del último punto.

Para la poligonal a brújula:

$$M_\varphi = \frac{0,1}{57,3} \sqrt{150} \cdot \sqrt{3000} = \underline{1,2 \text{ metros.}}$$

y para la poligonal a teodolito:

$$M_\varphi = \frac{1}{3438} \cdot \frac{1}{\sqrt{3 \cdot 150}} \cdot 3000^{3/2} = \underline{2,3 \text{ metros.}}$$

La ventaja de la poligonal a brújula, ya bien visible en el presente ejemplo, es todavía más pronunciada para poligonales con mayor número de lados.

§ 5.

Telémetro de coincidencia (o telémetro monocular).

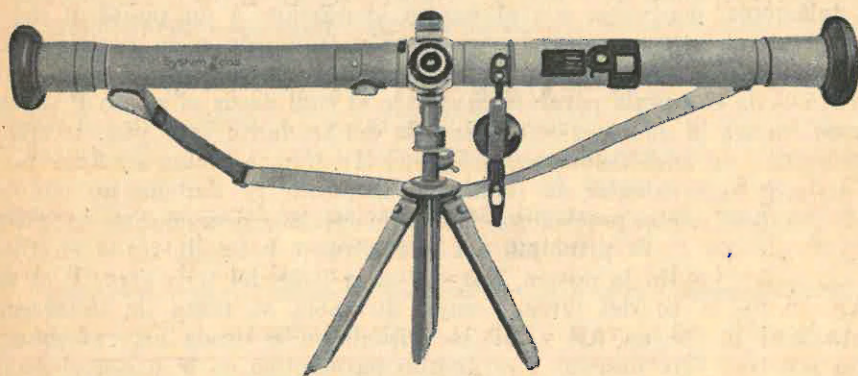


Fig. 1. Telémetro de inversión (o telémetro monocular o de coincidencia), sistema Zeiss, con base de 1 m y 11 aumentos.

Escala 1:10.

1. Distanciómetro que no requiere el uso de una mira; su empleo.

Después del anteojo distanciómetro a retículo filar interesa todavía conocer un instrumento, llamado **telémetro**, que permite determinar las distancias a puntos del terreno sin que sea necesario colocar una mira en esos puntos. Un tipo de telémetro de muy frecuente uso, el llamado **telémetro de coincidencia** o **telémetro de inversión**, lo muestra la figura 1. Es, en realidad, un **distanciómetro a base fija y ángulo paraláctico variable** con la distancia (ver pág. 128, Volumen 2, Tomo II).

El otro tipo usual de telémetro es el **telémetro estereoscópico** (telémetro binocular), del cual trataremos en el próximo párrafo.

En estos telémetros, la base necesaria para la medición de las distancias no se halla ubicada en el punto cuya distancia se busca sino en el instrumento mismo, estando determinado el tamaño del telémetro por la magnitud de dicha base.

Uso del telémetro en operaciones militares y trabajos de levantamiento.

Fuera de su uso en **operaciones militares** con fines de asegurar la precisión del tiro, el telémetro es empleado principalmente en **trabajos de levantamiento topográfico**, especialmente en los de carácter expeditivo: En ellos los rumbos pueden ser tomados con brújula y las distancias sea a pasos o sea con telémetro y las alturas con eclímetro.

El telémetro tiene la **ventaja** que permite levantar puntos sin que sea necesario trasladarse a los mismos y tomar distancias hasta de varios kilómetros. Se utiliza el telémetro en el Instituto Geográfico Militar argentino en los trabajos de levantamiento a pequeñas escalas (1:100 000, por ejemplo), con visuales a objetos para los cuales no alcanza la taquimetría gráfica común con mira topográfica.

2. Principio del telémetro y construcciones antiguas.

Un teodolito con anteojo excéntrico (ver pág. 62 y siguientes, y fig. 5, pág. 76 del Volumen 2 del Tomo II) puede, en realidad, ser considerado como **telémetro**, porque si con el mismo apuntamos a un punto **P** del terreno sucesivamente con anteojo en posición izquierda y en posición derecha, y si leemos cada vez el círculo horizontal, la diferencia entre ambas lecturas nos da el **ángulo paraláctico** ϵ , bajo el cual desde el punto **P** se vería la "base" o sea la doble excentricidad $2e$ del teodolito (ver pág. 10, fig. 1, del Volumen 2 del Tomo II). Con los datos ϵ y $2e$ se puede calcular la distancia al punto **P**, aunque no con mucha precisión debido a la relativa pequeñez de la "base".

El principio del telémetro se halla ilustrado en fig. 2.

En la misma, **AB = b** es la base del telémetro, **P** el punto del terreno cuya distancia se trata de determinar. Sean **AP** y **BP** las visuales a **P** desde los extremos de la base **b, ϵ el **ángulo paraláctico** en **P** o sea el ángulo entre **BP** y la paralela **BC** a la **AP**.**

Tenemos entonces, en vista de la pequeñez del ángulo ϵ para la distancia **D**:

$$(1) \quad D = \frac{b}{\epsilon} \quad (\text{cuando } \epsilon \text{ está expresado en radianes})$$

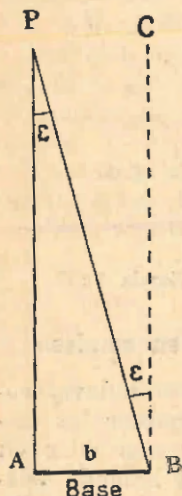


Fig. 2. Se ilustra el principio del telémetro.

El telémetro debe ser construido de tal modo que permita medir el ángulo ϵ en la estación misma donde se halla la base **AB**. Como esa medición del ángulo ϵ será generalmente afectada de un error de observación $d\epsilon$, es de interés averiguar la **influencia** que ese error tiene sobre la precisión de la distancia **D** a determinar.

Para eso diferenciamos la (1) y obtenemos:

$$dD = -\frac{b}{\epsilon^2} d\epsilon$$

o, por ser según (1): $\epsilon = \frac{b}{D}$, también en esta otra forma:

$$(2) \quad dD = -\frac{D^2}{b} d\epsilon$$

En esta ecuación reemplazamos las diferenciales $d\epsilon$ y dD por los respectivos errores medios m_ϵ y m_D , y prescindimos del signo "menos", en vista de que errores medios, aun cuando se les indica con signo positivo, siempre son magnitudes de errores a esperar, con cierta probabilidad, tanto por exceso como por defecto respecto al valor exacto. Por lo tanto, deducimos de la (2) la siguiente relación entre los errores medios de ϵ y D :

$$(3) \quad m_D = \frac{D^2}{b} m_\epsilon$$

Si el error medio m_ϵ se expresa en segundos de arco (en vez de expresarlo en radianes), usamos en lugar de la (3) la siguiente ecuación:

$$(4) \quad m_D = \frac{D^2}{b \cdot 206265} \cdot m_\epsilon$$

Cada objetivo conjuntamente con el ocular representa un anteojo de cierto aumento A , y se supone generalmente que el error medio m_ϵ es inversamente proporcional a ese aumento según la fórmula:

$$(5) \quad m_\epsilon = \frac{10''}{A}$$

Así que con un aumento $A = 10$ (valor muy corriente en telémetros de pequeño tamaño) se tiene el valor $m_\epsilon = 1''$. En base a este valor de m_ϵ y suponiendo una base b del telémetro de un metro, se ha calculado con la fórmula (4) la siguiente planilla:

(6)

Distancia D	Paralaje $\epsilon = \frac{b}{D} \cdot 206265''$ expresada en grados, minutos y segundos	Error medio m_D	Error medio expresado en porcentaje de la distancia: $100 \frac{m_D}{D}$	Razón $\frac{m_D}{D}$ 6 Error rela- tivo
50 m	1° 8' 45"	0,012 m	0,024 %	1:4125
100 „	34 23	0,048 „	0,048	1:2063
500 „	6 53	1,21 „	0,24	1:413
1 000 „	3 26	4,85 „	0,48	1:206
5 000 „	0 41	121,2 „	2,4	1:41

El modo más sencillo de llevar a la práctica el principio del telémetro que acabamos de exponer, consiste en montar dos anteojos en los extre-

mos de una regla-base de acero, anteojos que apuntan en dirección perpendicular a la misma. Si suponemos el anteojo izquierdo fijamente unido a la regla y el anteojo derecho girable alrededor de un eje vertical, se podría obtener el ángulo paraláctico ϵ (ver fig. 2), midiendo con un tornillo micrométrico el ángulo que es necesario girar al segundo anteojo (a partir de la posición perpendicular) hasta lograr la bisección simultánea de un punto P del terreno con los dos anteojos.

Otra manera de obtener el ángulo paraláctico ϵ consistiría en medir el desplazamiento δ que la imagen del punto P tiene que sufrir en el campo visual del segundo anteojo, cuando se supone que el punto P se mueve sobre el eje de colimación (fijo) del primer anteojo desde el infinito hasta la distancia finita D . Podemos decir: **Cuanto mayor es este desplazamiento, tanto más pequeña es la distancia D** , y se puede sin dificultad establecer la relación entre el desplazamiento y la distancia D buscada.

Si, por ejemplo, un micrómetro proporcionara directamente el ángulo $\epsilon = \frac{\delta}{f}$ en radianes (siendo f la distancia focal del anteojo), se obtendría por medio de la (1) la distancia D :

$$D = \frac{b}{\epsilon}$$

Esta clase de instrumentos fueron construídos ya antes de 1770 por el taller mecánico de **G. F. Brander** en Augsburgo (Alemania) y otros modelos según una idea del conde español **Pacecco ob Ucedos**, y también por la casa **Breithaupt** (Kassel, Alemania).

3. Telémetro de coincidencia (telémetro de inversión o telémetro monocular).

Un importante progreso en la construcción de telémetros se realizó con el instrumento ideado por el mencionado mecánico **G. F. Brander** en 1781.

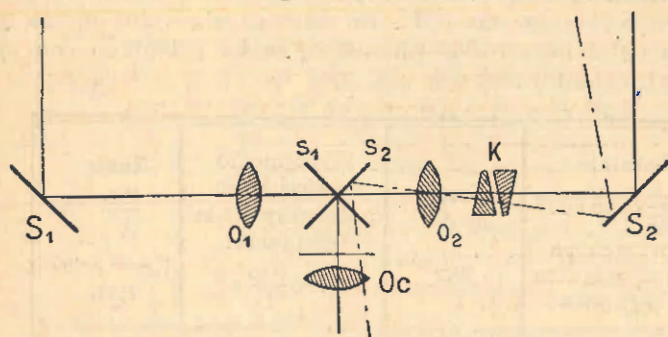


Fig. 3. Se ilustra el esquema explicativo del telémetro de inversión de Brander. El trazo raya y punto indica el camino del rayo para la imagen desviada.

(Según A. Koenig: "Die Fernrohre und Entfernungsmesser".)

Montó en los extremos de un tubo-base dos espejos S_1 y S_2 (ver fig. 3) de tal modo que los rayos procedentes del punto objeto P son desviados en 90° , pudiendo así seguir caminos en la dirección del eje del tubo-base hacia su centro. Los rayos atraviesan luego las lentes objetivas O_1 y O_2 y son desviados nuevamente por dos espejitos s_1 y s_2 , estando situado s_2 encima de s_1 (cruz de espejos ver fig. 10, pág. 8 de la "Óptica") para formar luego dos imágenes reales que pueden ser vistas simultáneamente en el plano focal de

los dos objetivos (indicado en la figura por una rayita horizontal) a través de un solo ocular **Oc.** Una de las dos imágenes se verá generalmente desplazada con respecto a la otra (se la indica en la figura 3 con trazo raya y punto). Pero esas dos imágenes pueden ser llevadas a la coincidencia (ver fig. 4) con accionar sobre un dispositivo de cuñas **Abat** (esquemáticamente indicado en la fig. 3 por **K**, ver también fig. 7, pág. 135 del Volumen 2 del Tomo II), cuyo movimiento es proporcional al ángulo paraláctico que forman los rayos emitidos desde el punto **P** hacia los extremos de la base.

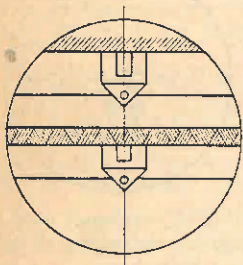


Fig. 4. Campo visual del telémetro de Branden con las dos imágenes en coincidencia.

Como ϵ es función de la distancia **D**, se pueden vincular las cuñas **Abat** con una **escala**, la que indica directamente la distancia **D** en metros.

Las cuñas **Abat** generalmente son movidas mediante un cilindro metálico, llamado **cilindro de medición**, dispuesto en un lugar conveniente de la superficie exterior del tubo-base.

En los modelos más perfeccionados de telémetros de coincidencia, como los construídos por las casas **Barr & Stroud** (Inglaterra), **Zeiss y Goertz** (Alemania), los espejos están reemplazados por prismas. La figura 5 ilustra esquemáticamente el telémetro de **Barr & Stroud**.

Por medio de un prisma especial, colocado en los modelos modernos en el centro del tubo, llamado **prisma separador**, se consigue una nítida separación de las semi-imágenes producidas por los dos objetivos, lo cual es de importancia para la precisión con que se logra la coincidencia.

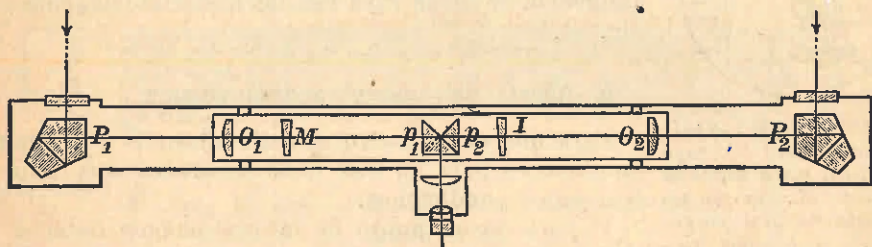


Fig. 5. Esquema del telémetro de Barr & Stroud.

Mediante el desplazamiento del prisma **M** en el sentido longitudinal del tubo se obtiene la coincidencia de las dos semi-imágenes, y con accionar sobre el prisma **I** se puede eliminar un eventual error de índice del instrumento.

(Según **Jordan-Eggert**: "Handbuch der Vermessungskunde", pág. 300, Tomo II, Volumen 2)

4. Telémetro de coincidencia o telémetro de inversión Zeiss.

Con una adecuada modificación del sistema de prismas la casa **Zeiss** construye telémetros de coincidencia, en los cuales una de las semi-imágenes es vista derecha (es decir no invertida) en el campo del ocular; la otra, en cambio, es conducida hasta el ocular mediante un simple prisma de reflexión total, y aparece, por lo tanto **invertida en altura** (ver fig. 13).

Instrumentos contruídos así se llaman **telémetros de inversión**. La inversión de una semi-imagen contribuye también a aumentar la precisión de las coincidencias.

Limitación de la extensión de la semi-imagen invertida. A la semi-imagen invertida se le asigna solamente una extensión limitada del campo visual (es vista dentro de una ventana rectangular, ver figs. 6, 7, 8 y 13, en los modelos más modernos, o dentro de una estrecha faja, ver figs. 9, 10 y 11, en modelos anteriores), para que el operador pueda ver la imagen derecha casi completa y sin mayor estorbo, lo que le facilita la orientación respecto a la región a que el instrumento se halla dirigido. Producida la coincidencia, el número de la distancia es leído mediante un índice y una escala movable, colocada en la parte lateral o parte superior del campo visual (ver las figuras que se acaban de indicar).

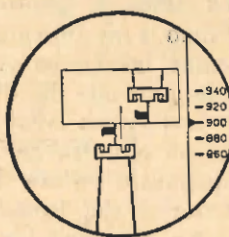


Fig. 6. Campo visual de un telémetro de inversión antes de llevar las semi-imágenes a la coincidencia.

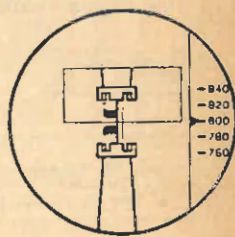


Fig. 7. Campo visual de un telémetro de inversión luego de producir la coincidencia. Distancia que se lee en la escala: 800 m

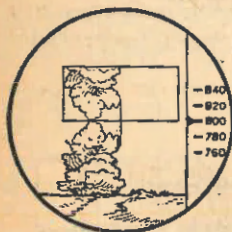


Fig. 7. Se ilustra la utilización de la raya vertical para producir la coincidencia con un objeto natural carente de contornos rectilíneos verticales o partes puntiagudas.

En el campo visual se halla trazada una **raya vertical**. Esta raya se utiliza cuando haya que medir distancias con objetos naturales que no ofrezcan líneas verticales nítidas o partes puntiagudas, como, por ejemplo, copas de árboles. En tales casos se produce la tangencia de dicha raya con las dos semi-imágenes (ver fig. 8).

5. Ajuste del telémetro de inversión

Para que el telémetro se halle ajustado y en buenas condiciones para su uso, debe satisfacer ante todo las siguientes **condiciones**:

1) Cuando un punto de la semi-imagen derecha (es decir, de la **no invertida**) aparece en la línea de separación (o sea, en la línea inferior de la ventana, ver figs. 6-11), debe también hallarse en la misma línea de separación el correspondiente punto de la semi-imagen invertida, y las dos semi-imágenes llevadas a la coincidencia deben presentarse **simétricas** respecto a la línea de separación.

2) Después de haber hecho girar el cilindro de medición y producida así la coincidencia de las dos semi-imágenes (ver figs. 7 y 11), la distancia leída frente a la marca-índice del campo visual debe concordar con cierta aproximación propia del aparato con la verdadera distancia existente entre el instrumento y el punto objeto observado.

De existir un **error de altura**, sucedería que, al variar el ángulo de altura de las visuales, los puntos de las dos semi-imágenes no llegan simul-

táneamente a la línea de separación (fig. 9) o que la hayan sobrepasado, desapareciendo debajo de la misma (fig. 10).

El aparato lleva un dispositivo adecuado para la corrección de tal defecto.

La **rectificación relativa a la distancia** puede ser efectuada con ayuda de un punto objeto a distancia conocida con proceder en la siguiente

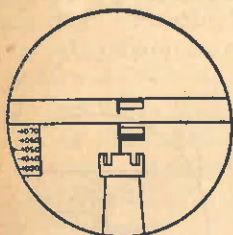


Fig. 9.

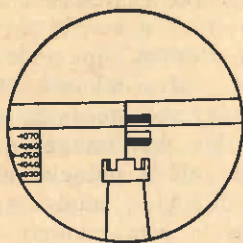


Fig. 10.

Ejemplos del aspecto que puede presentar el campo visual de un telémetro de inversión afectado de un error de altura.

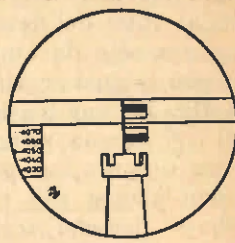


Fig. 11.

Aspecto que debe presentar el campo visual de un telémetro de inversión al producir la coincidencia, cuando no existe error de altura.

forma: Luego de dirigir el telémetro al punto de distancia conocida, se colocará la escala a esa distancia. La eventual falta de coincidencia de las dos semi-imágenes que se notara, se haría desaparecer con accionar sobre un **pequeño cilindro de corrección** existente en la superficie exterior del tubo.



Fig. 12. *Mira de ajuste montada sobre soportes.*
Escala 1: 10.

Un telémetro de inversión bien construido, si está corregido para alguna distancia, indica correctamente también otras distancias cualesquiera.

Existe otra manera muy cómoda de corregir el telémetro por distancia con ayuda de la llamada "**regla de ajuste**", ideada por **Barr & Stroud**

(1888). Es ésta una mira con dos marcas pintadas sobre tablillas en los dos extremos (ver fig. 12). La distancia entre las dos marcas es exactamente igual al largo de la base del telémetro.

Para efectuar la **corrección del telémetro**, la mira es colocada frente al mismo a una distancia no muy larga, según lo permita el terreno (por ejemplo entre 30 a 100 metros). La regla debe situarse en posición paralela al tubo del telémetro, lo que se consigue con suficiente aproximación por medio de una pequeña **dioptra**, que existe en el medio de la regla y con la cual se visa hacia el centro del telémetro.

La fig. 12 muestra la mira de ajuste montada y la fig. 13 el campo visual de las dos semi-imágenes de la mira después de producir la debida coincidencia. La semi-imagen del extremo izquierdo (semi-imagen de abajo, derecha) coincide con la semi-imagen (invertida) del extremo derecho de la mira de ajuste.

Producida esta posición de las semi-imágenes, se debe leer frente al índice en la escala la distancia ∞ . Esto se explica de la siguiente manera: El rayo principal que emite el extremo izquierdo de la mira hacia la abertura izquierda del telémetro, es paralelo al rayo principal emitido por el extremo derecho de la mira hacia la abertura derecha del telémetro. Estos dos rayos, por lo tanto, concurren a sus respectivas semi-imágenes como si provinieran de un solo punto situado en el infinito. Si producimos entonces la coincidencia en la forma indicada en fig. 13, debe leerse en la escala la distancia ∞ . En caso de ser otra la lectura, se requiere la rectificación por medio del pequeño cilindro de corrección antes mencionado.

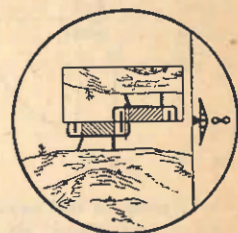


Fig. 13. Aspecto de las semi-imágenes de la mira de ajuste cuando ésta es usada para corrección por distancia.

(7)

D	v	v ²
5074 m	— 8	64
5148	— 82	6724
5092	— 26	676
4895	+171	29241
5130	— 64	4096
5177	—111	12321
5066	+ 30	900
5111	— 45	2025
5055	+ 11	121
4942	+124	15376
5566 = Media		71544

6. Precisión de las determinaciones de distancias con telémetro de coincidencia (de inversión).

Con el objeto de estudiar la precisión de una determinación de distancia con telémetro de inversión, con base de 1 m y aumento 10, se han efectuado 10 observaciones a un punto objeto distanciado en 5003 m, con los resultados consignados en planilla (7).

Obtenemos:

$$m_D \text{ (de 1 obs.)} = \sqrt{\frac{71544}{9}} = 89 \text{ m}$$

$$\mu_D = \frac{89}{\sqrt{10}} = 28 \text{ m}$$

(error medio de la media de 10 observaciones).

Pero como el promedio de las observaciones obtenido (5066 m) difiere bastante del valor verdadero (5003 m) conocido de antemano [la diferencia

es mayor que el **duplo del error medio** (28 m) del promedio], es conveniente en el presente caso corregir el telémetro algo por distancia mediante el pequeño **cilindro de corrección**.

No sería, empero, aconsejable efectuar tal corrección si la diferencia entre el promedio obtenido y el valor verdadero tuviera solamente un valor parecido al valor del error medio del promedio.

En vista de que los **errores** que afectan las distancias medidas con el telémetro de coincidencia **crecen y decrecen proporcionalmente al cuadrado de la distancia** [ver planilla (6)], podemos, en base a las observaciones prácticas consignadas en planilla (7), hacernos fácilmente una idea sobre los errores a esperar en la medición de cualquier otra distancia más corta o más larga. Así, por ejemplo, para una distancia de 1 km sería de esperar un error medio de una simple observación $m_D = \frac{89}{25}$ o sea de 4 metros.

§ 6

Telémetro estereoscópico (telémetro binocular).

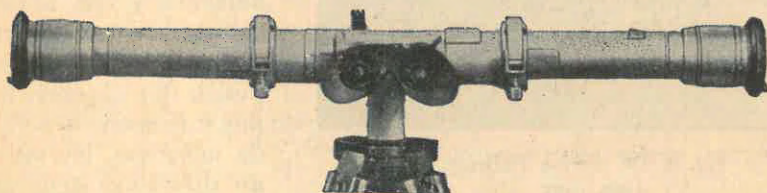


Fig. 1. *Telémetro estereoscópico Zeiss, modelo de 70 cm.*

Escala aproximada 1: 8.

1. Dato histórico.

En el año 1899, la casa Carl Zeiss, Jena, construyó según las indicaciones de H. de Groussilliers, basadas en los trabajos de Ernesto Abbe y Carlos Pulfrich (ver fig. 2), un nuevo tipo de telémetro, llamado **telémetro estereoscópico** o **telémetro binocular**, en cuyos planos de imágenes se hallan colocadas varias hileras de marcas, las que en la visión binocular aparecen como objetos reales suspendidos arriba del paisaje, a diferentes distancias del observador.

2. Observaciones previas de carácter fundamental.

Con la visión binocular el hombre posee en sí mismo un telémetro aunque de base muy reducida, de sólo unos 65 mm.

Según expusimos en pág. 213 de nuestra "*Optica*", la facultad del ojo para distinguir diferencias de profundidad o diferencias de distancias se basa en las pequeñas diferencias que existen entre las imágenes recibidas sobre la retina de los dos ojos, debido a que esas imágenes son proyecciones

de objetos del espacio tomadas desde dos centros de proyección distintos (centros ópticos de los dos cristalinicos).



Fig. 2. Dr. Carlos Pulfrich
1858-1927.

Esta facultad de los ojos humanos de percibir diferencias de distancias en profundidad es muy fina: Recordamos que dos objetos son percibidos como objetos situados a diferentes distancias cuando sus respectivas paralajes binoculares difieren en 10" o más (ver "Optica", pág. 219).

Sabemos también que esa facultad del ojo para ver estereoscópicamente los objetos del espacio puede ser acrecentada (es decir, acrecentado el efecto plástico) con armar a ambos ojos por medio de un anteojos de cierto aumento y con agrandar la distancia entre los objetivos, que reciben los haces de rayos de los objetos distanciados y forman luego los pares de imágenes, las que son algo diferentes por causa de la diferente ubicación de los

centros de proyección (ver "Optica", págs. 224 y 225).

De estos dos recursos para aumentar el efecto plástico se ha hecho uso en la construcción de los conocidos **gemelos prismáticos**. Si en los planos de imágenes de los dos anteojos de esos gemelos se dispone (especialmente para fines militares) ciertas series de marcas, que en la visión estereoscópica aparecen como objetos suspendidos en el espacio a diferentes distancias, tenemos en principio un pequeño telémetro estereoscópico.

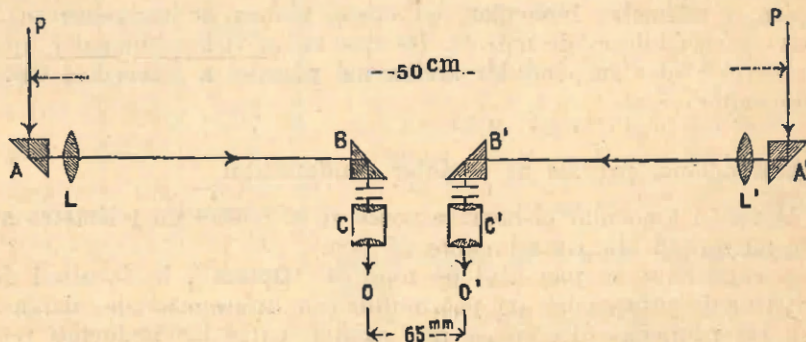


Fig. 3. Esquema de un telémetro estereoscópico, con base $b = 50$ cm.

El instrumento llamado en lenguaje común "telémetro estereoscópico" difiere de los gemelos distanciométricos, que acabamos de caracterizar, solamente en la mucho mayor separación de los objetivos, con el consiguiente aumento de la plasticidad que proporciona.

Para esos fines se montan los objetivos cerca de los extremos de un tubo metálico, cuyo largo es de unos pocos decímetros, en los modelos más pequeños, y llega a varios metros en los modelos grandes.

La figura 3 muestra esquemáticamente la disposición de las principales partes de un telémetro estereoscópico: L y L' representan las lentes objetivas, A, B, A', B' son prismas para la conducción de rayos emitidos por un objeto P hasta que formen imágenes en los planos I y I' , las que serán observadas por los ojos O y O' mediante los oculares C y C' .

3. Construcción de una escala estereoscópica.

Las dos series de imágenes (algo diferentes), que es necesario disponer en los planos de imágenes de los dos anteojos de un telémetro estereoscópico, forman en conjunto lo que se llama una es-

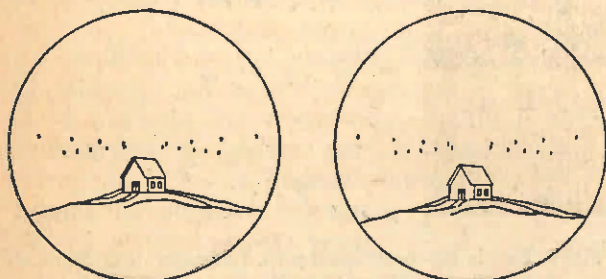


Fig. 4. Aspecto del campo visual de los dos anteojos de un telémetro estereoscópico dirigido hacia una casa. Según A. Koenig: "Die Fernrohre und Entfernungsmesser"

cala estereoscópica. Teóricamente se podría obtener este tipo de escala si se colocara en el terreno una hilera de objetos (por ejemplo, tablas triangulares, algunas provistas de números indicadores de distancias) y si se fotografiara las imágenes producidas en cada uno de los planos de imágenes del telémetro.

En la práctica no se sacan las vistas de objetos mediante los objetivos del telémetro mismo, sino que se emplean fototeodolitos (teodolitos combinados con máquinas fotográficas), y se dispone la ubicación de las marcas en hilera y los dos estacionamientos del fototeodolito en tal forma que (con las reducciones necesarias) las dos imágenes de la hilera de objetos resulten

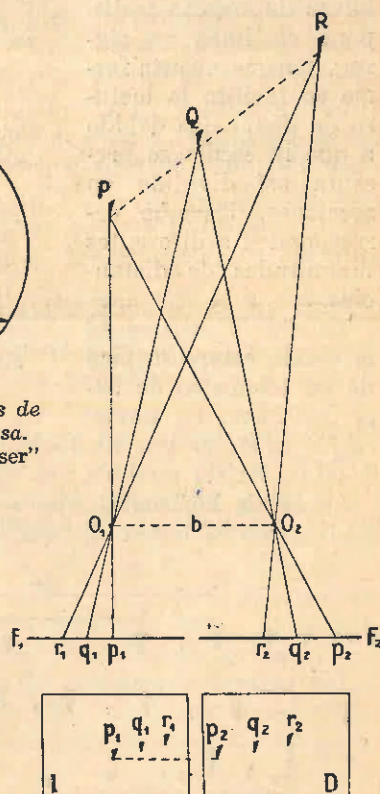


Fig. 5. Se muestra la manera de obtener las dos imágenes ($p_1q_1r_1$ y $p_2q_2r_2$) de una hilera de objetos PQR proyectadas desde dos centros de proyección O_1 y O_2 , como las que se disponen sobre placas de vidrio en los planos focales de los anteojos de un telémetro estereoscópico.

iguales a las que hubieran dado los objetivos del telémetro en los respectivos planos de imágenes. Las dos imágenes así obtenidas sobre placas de vidrio transparente se colocarán en los planos de imágenes del telémetro, y vistas a través de los oculares proporcionan la impresión estereoscópica de una hilera de objetos ubicados en el terreno a diferentes distancias.

La figura 4 muestra esquemáticamente el aspecto del campo visual de los anteojos de un telémetro estereoscópico. Se ha exagerado la diferencia existente entre las dos imágenes de la hilera de marcas para hacerla notar a simple vista. (En realidad esas dos imágenes son tan poco diferentes entre sí que a simple vista parecerían iguales).

La fig. 5 muestra, también esquemáticamente, la manera de obtener las dos imágenes (p_1 q_1 r_1 y p_2 q_2 r_2) algo diferentes de una hilera de objetos **PQR**, proyectadas desde dos centros de proyección distintos, O_1 y O_2 .

En la práctica de la medición telemétrica la hilera de marcas se dispone en línea en zigzag, porque en esta forma se facilita la lectura de distancias, debido a que la escala se presenta así dividida en secciones, las que corresponden a diferentes magnitudes de distancias.

La fig. 6 representa la escala estereoscópica de un telémetro de base $b=0,36$ m. La numeración es en metros. El instrumento sirve para medir distancias entre 30 m y 3 000 m. Existe también una marca ∞ correspondiente a la distancia infinito.

La escala horizontal colocada en la parte superior del campo sirve para medir frentes o sea distancias transversales. Un intervalo de esta escala

(la que conviene observar con un solo ojo) corresponde a un ángulo de $1/1000$.

La fig. 7 representa una escala estereoscópica de un telémetro con base $b=1$ metro. La numeración es en hectómetros. El instrumento sirve para medir distancias entre 250 m y 8 000 m, y existe también una marca

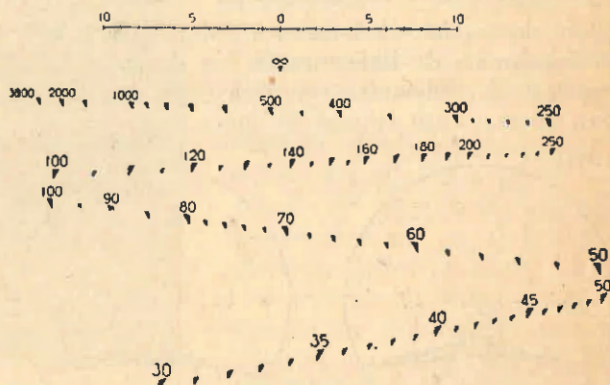


Fig. 6. Escala estereoscópica para telémetro de 0,36 m. de base (para distancias entre 30 m. y 3 000 m.)

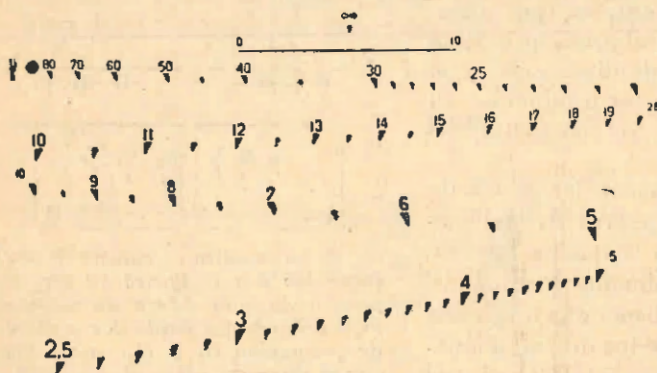


Fig. 7. Escala estereoscópica para telémetro de 1 m de base (para distancias entre 250 m y 8 000 m.).

para la distancia ∞ . La unidad de la escala horizontal para las mediciones de distancias transversales es también 1/1 000.

4. Uso del telémetro estereoscópico y correcciones.

Para medir una distancia el operador dirige el telémetro hacia el objeto en cuestión, de tal manera que éste aparezca próximo a alguna de las marcas de la hilera en zig-zag. El operador puede apreciar entonces fácil y rápidamente cuáles de las marcas aparecen más cercanas y cuáles más lejanas que el objeto que interesa. Teniendo en cuenta la numeración de las marcas, puede el observador interpolar la distancia del objeto entre las distancias de dos marcas que lo encierran, es decir, una de esas dos marcas aparece un poco más próxima y la otra un poco más alejada que el objeto a medir.

Con un telémetro estereoscópico un operador muy práctico puede medir con mayor rapidez que mediante el uso del telémetro de coincidencia, puesto que el primero no requiere otra manipulación que la de dirigir el instrumento hacia el objeto y leer la distancia. Por esta circunstancia el telémetro estereoscópico se presta muy ventajosamente para la medición de distancias a objetos en rápido movimiento.

Pero es de tener en cuenta que no todas las personas son aptas para usar el telémetro estereoscópico. Unicamente los que pueden "**ver estereoscópicamente**" (es decir, los que logren unir las dos imágenes producidas por los dos anteojos en una sola imagen en relieve) son los que pueden usar este instrumento. Los que tengan algún defecto en uno u otro ojo y los que posean uno solo, no pueden emplearlo.

Antes de emplear un telémetro estereoscópico, es generalmente necesario hacer un **ejercicio previo**, puesto que muchas personas corrientemente se sirven de un ojo más que del otro en las diferentes circunstancias de la vida, mientras que la visión estereoscópica presupone un uso igual o casi igual de ambos ojos, al cual se puede llegar con ejercicios cuando el defecto visual no es muy grave.

Corrección por altura. Puede suceder que en un telémetro estereoscópico la placa porta-marcas en uno de los dos anteojos no ocupe, en cuanto a altura, un sitio tal que las hileras de marcas en los dos anteojos puedan ser consideradas como imágenes de una hilera de marcas objetos en el terreno. Cuando esto ocurre, será difícil y hasta imposible para el operador conseguir la unión de las dos imágenes de la escala en una sola imagen estereoscópica de la misma. Es entonces necesario **subir o bajar** un poco una de las dos placas porta-marcas hasta que el operador vea con facilidad la imagen en relieve de la hilera de marcas. Existe para esto en el instrumento un **botón de ajuste**.

Corrección por distancia. Cuando las placas porta-marcas se hallan corregidas por altura y que, por lo tanto, el operador obtiene la imagen estereoscópica de las marcas, puede todavía suceder que la distancia leída en el instrumento no corresponda a la verdadera distancia de los objetos del terreno con la aproximación que racionalmente se puede esperar del instrumento. Este defecto se pone de manifiesto al apuntar a un objeto de distancia conocida de antemano, y se lo corrige por medio de un bo-

tón de ajuste (generalmente tapado), cuya acción mueve lateralmente una de las dos placas porta-marcas hasta que la distancia del objeto en cuestión, que se lee en el aparato, resulte concordante con la distancia verdadera conocida.

De igual manera que para el telémetro de coincidencia (ver pág. 107) pertenece al equipo del telémetro estereoscópico una **mira de ajuste**, con la cual se reemplaza un objeto a la distancia infinita, la que se emplea cuando no se dispone de distancia conocida.

5. Principales características de los modelos de telémetros militares y topográficos Zeiss. Precisión.

Para fines militares y topográficos la casa Zeiss construye 3 modelos de coincidencia y 4 modelos de telémetro estereoscópico, cuyas principales características se hallan consignadas en la siguiente planilla.

(I)

Base b	Aumento A	Campo visual	Peso	Error medio m_D para 1000 m 5000 m	
Telémetro de coincidencia					
0,36 m	8	5°	1,8 kg	17 m	421 m
0,70 „	11	3° 36'	4,8 „	6,3	157 „
1,00 „	11	3° 36'	5,5 „	4,4	110 „
Telémetro estereoscópico					
0,36 m	7,8	3° 20'	1,8 kg	17 m	*)
0,50 „	7,8	4° 40'	2,2 „	12 „	311 m
0,70 „	7,8	4° 40'	4,0 „	9 „	222 „
1,00 „	7,8	3° 50'	4,3 „	6 „	155 „

Los errores medios consignados en las dos últimas columnas de la planilla (1) fueron calculados por medio de la fórmula:

$$(2) \quad m_D = \frac{D^2 \cdot 10''}{b \cdot A \cdot 206\,265''}$$

la que es la ecuación (4) de § 5, con el valor:

$$m_\epsilon = \frac{10''}{A}, \text{ indicado en}$$

la (5) de § 5. La magnitud de $10''$, que figura en el numerador, se basa en la experiencia.

Esa fórmula (2) la hemos deducido en el § 5 para telémetros de coincidencia, pero es igualmente válida para telémetros estereoscópicos, lo cual también está comprobado por la experiencia.

Es evidente que para telémetros estereoscópicos la fórmula para m_D tiene que estar de acuerdo con lo que se ha expuesto respecto a la capacidad del ojo humano para distinguir diferencias de profundidad, capacidad que se halla relacionada con las **diferencias de paralajes binoculares** correspondientes a diferentes objetos. Ver pág. 219 de la "Optica". En esta referencia se había indicado que dos objetos son sólo percibidos como diferentemente distanciados cuando su diferencia de paralajes binoculares alcanza a lo menos el valor de $10''$. Como el enlace entre el error medio m_D de la distancia D y el error medio m_ϵ del ángulo paraláctico ϵ es dado por la fórmula:

$$(3) \quad m_D = \frac{D^2}{0,065 \cdot 206\,265} m_\epsilon$$

la que es análoga a la (4) de § 5, (siendo 0,065 m la distancia interpupilar), y en la cual debemos poner: $m_\epsilon = 10''$, es evidente que para un te-

lémetro estereoscópico con base b (en lugar de los 0,065 m) y de aumento A de los dos anteojos, el error medio m_D tiene que obtenerse multiplicando el segundo miembro de la (3) por las razones $\frac{0,065}{b}$ y $\frac{10''}{A}$, con lo cual la (3) se transforma en la (2), que es la que hemos aceptado para el cálculo de las cantidades m_D .

§ 7.

Levantamiento a plancheta *o* *taquimetría gráfica.*

Sumario.

- | | |
|--|---|
| <i>A. Instrumental.</i> | <i>E. Colocación de los puntos trigonométricos en el tablero.</i> |
| <i>B. Corrección de la plancheta.</i> | <i>F. Problema de la carta.</i> |
| <i>C. Centración y nivelación de la plancheta.</i> | <i>G. Problemas de Marek y Hansen.</i> |
| <i>D. Métodos para determinar nuevos puntos.</i> | <i>H. Poligonación gráfica.</i> |
| | <i>I. Altimetría con la plancheta.</i> |
| <i>J. Recapitulación.</i> | |

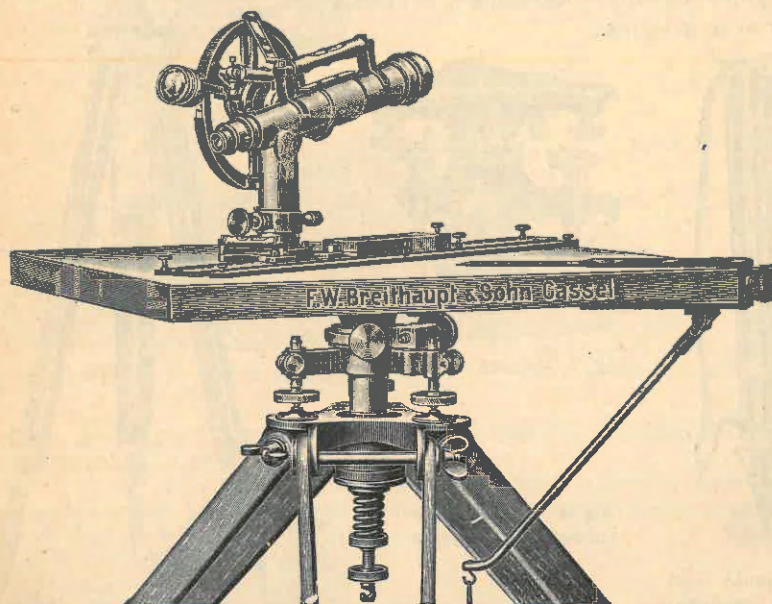


Fig. 1. Plancheta Breithaupt.

Muestra el conjunto del instrumento de la "plancheta" (sin la mira).

1. Observación previa.

Los métodos de levantamiento hasta ahora expuestos (taquimetría técnica y levantamientos expeditivos a brújula) consisten en que se toman datos numéricos en el terreno, dibujándose luego el plano en el gabinete, en base a esos elementos.

Existe, empero, otro método de levantamiento, por cierto muy importante, llamado **levantamiento a plancheta** o **taquimetría gráfica**, según el cual el plano se dibuja directamente en el terreno en base a los datos proporcionados por un instrumental adecuado que seguidamente pasamos a describir.

A. Instrumental.

2. Dato histórico.

El método de levantamiento a plancheta fué practicado ya en el siglo XVI por varios técnicos alemanes, holandeses y suizos, destacándose entre ellos el profesor **Juan Praetorius** (1532-1619, quien lo enseñó en Altdorf (Baviera), razón por la cual el tablero de la "plancheta" y por extensión todo el instrumento es llamado muchas veces "**ménsula praetoriana**".

3. Principales partes del equipo de plancheta y equipos más usados en nuestro país.

Se compone el equipo de planchetas de las siguientes partes principales: **trípode, cabeza de trípode, tablero, alidada y mira**, sobre las cuales daremos a continuación algunos detalles.

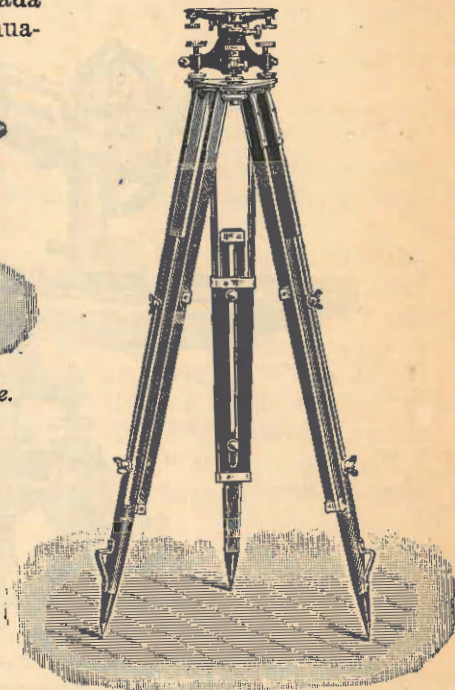


Fig. 2. Trípode (con patas de enchufe) listo para el transporte.



Fig. 3. Cabeza de trípode.

Fig. 4. Trípode con cabeza de trípode montada.



Trípode (fig. 2). El trípode con patas de enchufe es ventajoso porque permite un rápido estacionamiento en terreno accidentado.

Cabeza de trípode (fig. 3). La cabeza de trípode tiene por objeto establecer una adecuada unión entre el trípode y el tablero, facilitando la rápida nivelación de este último.

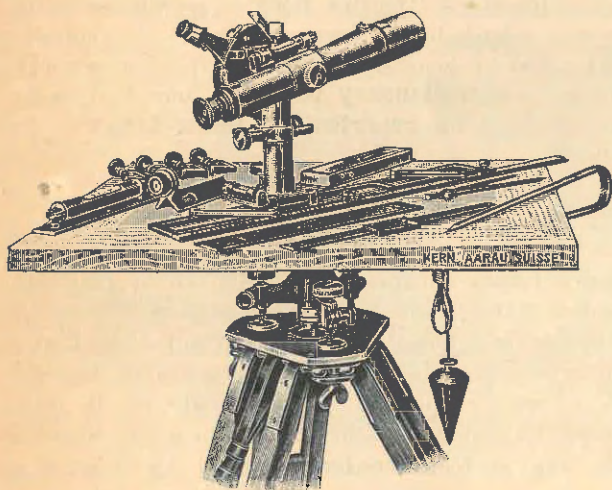


Fig. 5. Plancheta Kern con sus accesorios: Declinatoria, horquilla de centración, nivel de regla, escala transversal, regla de cálculo.

Tablero. Encima del platillo de la cabeza de trípode (fig. 3) se fija el tablero (figs. 1, 5 y 9). Lleva para este fin el tablero en su superficie inferior tres roscas, que sirven para sujetarlo al platillo por medio de tres tornillos (ver figs. 3 y 4). El tablero es generalmente de madera ensamblada, lo que garantiza un mínimo de deformaciones debidas a cambios de temperatura y humedad.

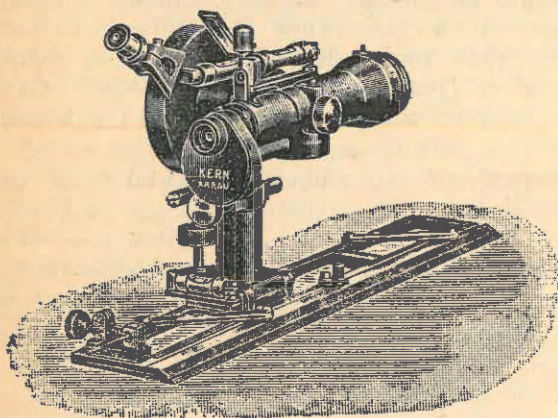


Fig. 6. Plancheta autorreductora Kern.

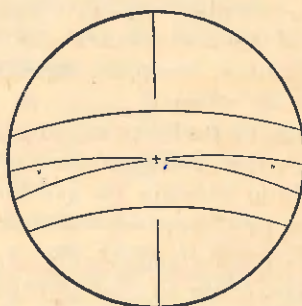


Fig. 7. Campo visual del anteojo de la plancheta autorreductora.

Entre las 2 curvas exteriores se lee directamente la distancia horizontal d , con la constante de multiplicación $k = 100$.

Entre las 2 curvas inferiores se lee la diferencia de nivel Δh en la siguiente forma: hasta pendientes de 12° para la constante 20, hasta 25° para la constante 50 y hasta pendientes de 45° para la constante 100.

Dimensiones muy corrientes: 55 cm por 55 cm, que son las adoptadas para los trabajos de levantamiento del Instituto Geográfico Militar argentino.

Papel de dibujo con los puntos básicos.

Fíjase sobre el tablero, a fin de tenerlo en condiciones para el trabajo de campo, una hoja de buena clase de **papel de dibujo**, en la cual se hallan ubicados con toda precisión los llamados "**puntos fijos**" (señalados en el terreno), cuyas posiciones fueron calculadas en base a trabajos de triangulación o poligonación ejecutados con anterioridad. También figuran generalmente sobre el papel de dibujo los **meridianos y paralelos**, que limitan la superficie a levantar, y muchas veces un **cuadrículado Gauss-Krüger** (ver pág. 128 de Tomo I).

Chapas de aluminio.

Desde algunos años, en varios países europeos y también en el **Instituto Geográfico Militar argentino** los trabajos de levantamiento a plancheta se ejecutan sobre **chapas de aluminio**, de 2 mm de espesor, con papel de dibujo pegado en ambas caras, chapas que se fijan sólidamente sobre el tablero. Este procedimiento evita en forma absoluta el inconveniente de la dilatación y contracción irregulares del papel de dibujo (debido a los cambios de humedad) y hace posible una perfecta **conservación** de los originales por largos tiempos.

Alidada, definiciones. Principales partes de la alidada de plancheta.

Definición general del concepto de alidada. Llámase **alidada** a aquella parte móvil de un instrumento de levantamiento (teodolito, plancheta) que consiste en un dispositivo para **tomar direcciones (aparato visual)** solidariamente unido con una pieza (**porta-índice** en el teodolito o regla) que sirve, sea para **registrar** o sea para **conservar en el dibujo** las direcciones tomadas.

En el **teodolito-taquímetro** entendemos por **alidada horizontal** toda aquella parte del instrumento que acompaña el movimiento de giro horizontal cuando pasamos de una bisección a otra. La alidada así explicada es entonces la parte del aparato que **varía su posición relativa al limbo horizontal fijo**.

(Originariamente la palabra árabe "**alidada**" significaba una especie de regla, sobre la cual llevaba montado un dispositivo visor y que podía girar alrededor de un círculo fijo graduado, concepto que en el fondo está de acuerdo con nuestra definición de **alidada**.)

La **alidada vertical de un teodolito-taquímetro** podría definirse en forma análoga si éste poseyera un limbo vertical fijo y con índice móvil en sentido vertical, solidario con el anteojo. Pero por razones técnicas casi todos los teodolitos se construyen con círculo vertical solidario con el anteojo y una pieza porta-índice fija, cuya posición es controlada por un nivel, llamado **nivel testigo (nivel de índice de alidada vertical)**.

No obstante esta diversidad, se entiende por **alidada vertical de un teodolito** a esa pieza fija porta-índice. Lo que hay de común en los conceptos así definidos de alidada horizontal y alidada vertical es entonces, esencialmente, la circunstancia de que el **índice varía su posición respecto al limbo**.

En el instrumental de la **plancheta** se entiende por **alidada** un aparato de bisección, generalmente con anteojo, unido a una regla metálica.

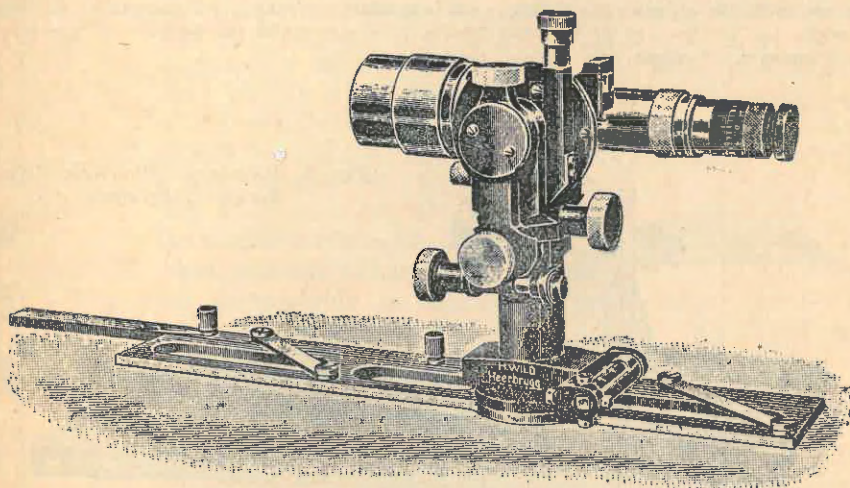


Fig. 8. Alidada de plancheta Wild (construida en los talleres de la firma: "S. A. Enrique Wild", Heerbrugg, Suiza).

El concepto de alidada de plancheta así definido está en perfecto acuerdo con la definición general que hemos dado del término de "alidada", puesto que es aquella parte del instrumento que sirve para apuntar y que varía su posición respecto a otra parte del equipo, que en el caso de la plancheta es el tablero de dibujo fijo sobre el trípode.

En el Instituto Geográfico Militar argentino es usual llamar "**dioptra de plancheta**" al aparato (compuesto de anteojo y regla) que acabamos de describir bajo el nombre más universal de "**alidada de plancheta**".

Esta denominación de "**dioptra**" (para el equipo de plancheta) usada en nuestro Instituto Geográfico Militar, merece ser conservada, a pesar de no ser la universalmente adoptada. Es una denominación acertada máxime cuando se tiene en cuenta el alto *significado histórico* que tiene: Nos hace recordar al instrumento universal de los geodestas griegos que llevaba ese nombre y que está detalladamente descrito en la famosa obra "**Dióptrica**" de "**Herón de Alejandría**" (el que vivió alrededor del año 100 a. J. C.).

(La palabra "**Dióptrica**" es una mutilación posterior del verdadero título: "**Sobre la dioptra**", que llevaba originariamente la obra. Es un verdadero tratado de agrimensura y no tiene por eso nada que ver con la refracción de la luz a través de medios transparentes.)

Según la mencionada descripción la dioptra de los griegos consistía en un pie, que podía ser colocado en posición vertical con la plomada. Sobre este pie estaba montado un disco o una mesa, la que podía ser nivelada por medio de un nivel de agua. Sobre esta mesa, se hallaba montada (cual dioptra en el sentido estricto del término) una regla de 3 varas de longitud, provista de 2 pínulas, una pínula ocular y una pínula objetiva, que permitía tomar visuales con bastante precisión. La movilidad del conjunto mesa-regla, tanto en el sentido horizontal como en el sentido vertical, rea-

lizada con el concurso de ruedas dentadas, permitía tomar visuales a puntos objetos cualesquiera. Topes especiales facilitaban la medición de ángulos de 90° en el plano horizontal (escuadra de pínulas).

Despréndese de lo que antecede de una manera inequívoca el hecho de que este instrumento antiguo, quizás antiquísimo, es el inmediato antecesor del *astrolabio de Tolomeo* usado por los astrónomos de la Edad Media y, — ¿por qué no decirlo? — por lo menos indirectamente, el origen del actual *teodolito*.

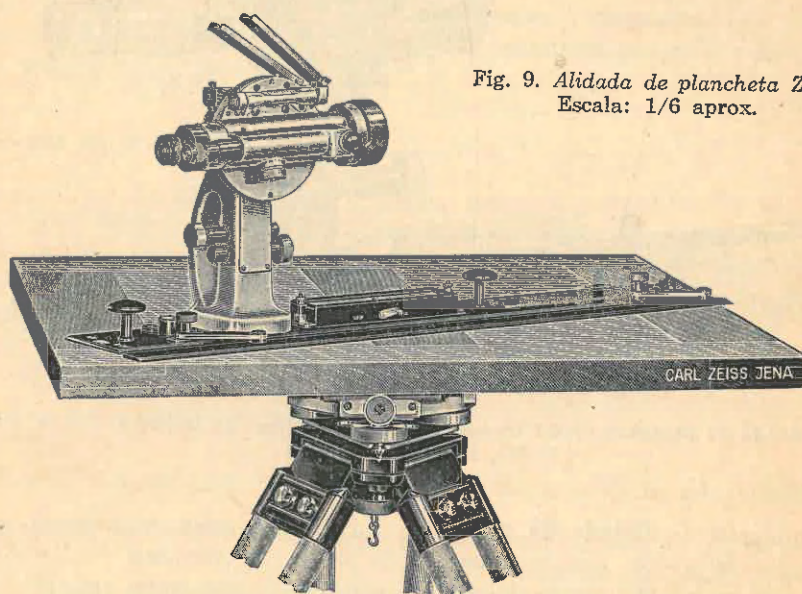


Fig. 9. Alidada de plancheta Zeiss.
Escala: 1/6 aprox.

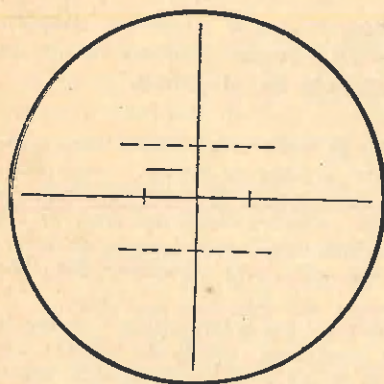


Fig. 10. Reticulo del anteojo de Zeiss con pares de trazos para las constantes 100, 200 y 400.

(El par de cortas rayitas verticales sirve para el caso no muy frecuente que las circunstancias locales obliguen a sostener la mira en posición horizontal.)

DIVISION POR CUADRANTES
CON NONIOS DOBLI

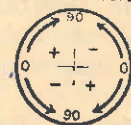


Fig. 11. Esquema explicativo de la graduación de limbo vertical por cuadrantes.

Los modelos de figs. 1, 5, 6, 8 y 9 muestran diferentes tipos de alidades de plancheta en uso en nuestro país.

Las ventajas de la plancheta autorreductora de Kern (fig. 6) quedan explicadas en el §3 del presente Volumen, cuya lectura previa consideramos indispensable para la justa apreciación de este nuevo modelo de plancheta.

Como se ve en las figuras citadas, el anteojo está montado sobre una sólida

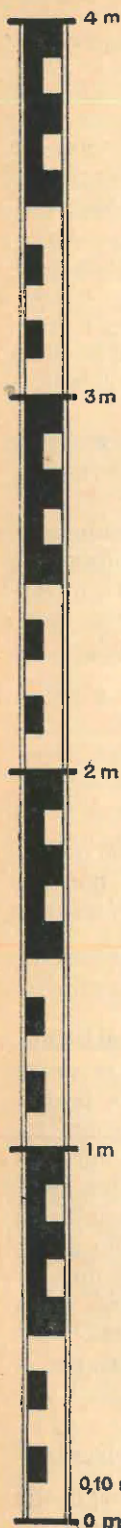


Fig. 13. Mira topográfica del I. G. M.

columna cerca de un extremo de la regla. Este anteojo es estadiométrico. La figura 10 muestra, como ejemplo, el retículo del anteojo de la alidada Zeiss. El anteojo es girable alrededor de un eje horizontal, pudiendo leerse los ángulos verticales (ángulos de elevación o ángulos de depresión) directamente en un círculo. Para ese fin la graduación de este círculo está efectuada **por cuadrantes** según queda esquemáticamente ilustrado en fig. 11, con lo cual se facilita la lectura del ángulo provisto de su signo.

Las lecturas de círculo son efectuadas con ayuda de un **doble nonio**, en muchos modelos, o mediante un **microscopio a escala** con doble numeración (ver fig. 12).

Las lecturas de círculo vertical son controladas por un **nivel testigo**. Además existe un **nivel para asegurar la horizontalidad del eje de rotación**, lo que es necesario principalmente en terreno accidentado. También existe en los modelos modernos casi siempre un **nivel reversible** montado sobre el anteojo, el que facilita el empleo del instrumento para **nivelación geométrica** en terreno llano.

La **regla**, que forma parte de la alidada de plancheta, tiene unos 55 cm de largo y está provista de un mecanismo que permite trazar cómodamente **paralelas** a la dirección de la regla dentro de un cierto límite de separación (unos 20 mm) de la arista de la regla. Se suele llamar por eso a ese mecanismo "**regla paralela**". La **ventaja** de este mecanismo se pone de manifiesto cuando hay que trazar sobre el tablero visuales que pasan por el punto estación ya marcado en el terreno.

Mira. La mira topográfica en uso para los trabajos de levantamiento del **Instituto Geográfico Militar argentino** es decimetrada, sin numeración (ver fig. 13). Tiene un largo de 4 m y es plegable. Los metros son señalados por delgadas varillas horizontales. Los campos de decímetros están agrupados en tal forma que cada medio metro imita una letra **E**, **negra** o **blanca**.

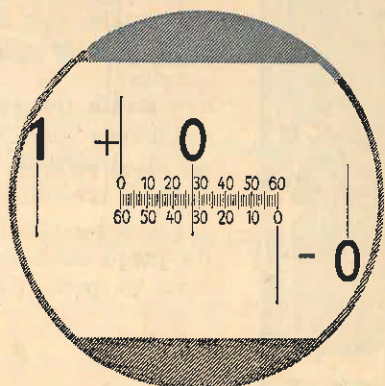


Fig. 12. Campo visual en el microscopio a escala de la alidada de plancheta Zeiss.

Lectura directa: $+0^{\circ} 27,5'$.

4. Accesorios.

Los equipos de plancheta, especialmente los modernos, vienen con un cierto número de **instrumentos accesorios**, que facilitan la preparación y la ejecución del trabajo de levantamiento. En fig. 5 se muestran los siguientes **accesorios**.

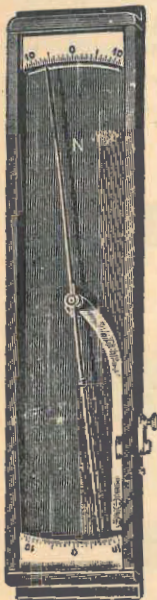


Fig. 14.
Declinatoria.

- una **horquilla con plomada** (para centrar el tablero en poligonales gráficas);
- un **nivel de regla** (para poner horizontal el tablero);
- una **declinatoria** (para la orientación aproximada de la plancheta); ver fig. 14; la declinatoria puede estar fijada a la regla, ver fig. 1;
- una **regla de cálculo** (para el cálculo de distancias y desniveles);
- una **escala transversal** y
- un **compás** (para trasladar al dibujo las distancias calculadas);
- un **nivel esférico para mira** (solamente a usar en poligonales gráficas y cuando se pretende sacar una distancia con mayor precisión de la que generalmente se necesita);
- un **juego de prensas papel** (para sujetar sobre el tablero hojas de papel destinadas a dibujos previos).

B. Corrección de la plancheta.

5. Colocación del tablero en posición horizontal.

Después de haber fijado el tablero sobre la cabeza de trípode, se lo colocará en posición **aproximadamente horizontal** por medio de las patas del trípode. Luego se **nivela** el tablero exactamente por medio del nivel de regla o de un nivel esférico.

6. Corrección del error de colimación.

El eje de colimación debe ser perpendicular al eje de rotación del anteojo. Para averiguar si en el anteojo está satisfecha esta condición, se opera del siguiente modo: Biséctese con el anteojo un punto lejano (si es posible situado a la misma altura del instrumento), tirando con la regla, sobre los bordes opuestos del tablero, dos tracitos finos. Suele a veces marcarse la dirección de la arista de la regla por medio de **alfileres**, que se colocan en el tablero cerca de los extremos de la regla. Invirtiendo la regla sobre la recta así determinada y girando el anteojo (sin mover el tablero), el mismo punto objeto debería estar bisectado por el hilo vertical del anteojo. Si esto no ocurre, es decir, si se notara una desviación lateral, se corrige la mitad de la misma por medio de los tornillos de corrección del retículo, con lo cual está **corregido el error de colimación**. Se repetirá la operación para mejorar el resultado de la misma.

7. Corrección del error del eje de rotación del anteojo (eje horizontal).

El eje de rotación del anteojo debe ser paralelo a la base de la regla, de tal modo que si ésta es horizontal, el eje de rotación también lo será.

Para averiguar si esta posición está satisfecha, se dirige el anteojo hacia una plomada, bisectando el hilo de la misma con el trazo vertical del retículo, y se observa si con un movimiento en sentido vertical el trazo vertical del retículo permanece coincidente o no con el hilo de la plomada. En caso negativo se acciona sobre el tornillo de elevación de la columna, corrigiendo la mitad de la desviación notada. Se repite la operación hasta conseguir que en ese movimiento de campana del anteojo el hilo vertical del retículo permanezca coincidente con el hilo de la plomada.

Habiendo así puesto en posición horizontal el eje de rotación del anteojo, se corrige el **nivel transversal** situado en la base de la columna, centrando la burbuja por medio de sus tornillos de corrección.

8. Condición que debe estar satisfecha para la medición de ángulos verticales.

Para la medición de ángulos verticales debe satisfacerse la siguiente condición: Con visual (o eje de colimación) horizontal y nivel testigo centrado deberá leerse en el círculo vertical 0° .

9. Horizontabilidad del eje de colimación y paralelismo entre el eje de colimación y el eje del nivel de anteojo.

Para obtener la **horizontabilidad del eje de colimación**, se harán dos lecturas de mira con hilo central y nivel de anteojo centrado, la primera en posición principal del anteojo o **posición de trabajo** (círculo vertical a la izquierda, ver fig. 1) y la segunda con anteojo invertido (círculo vertical a la derecha). La media de ambas lecturas es el valor que corresponde a la **posición horizontal del eje de colimación**.

Si al bisectar este valor en la posición de trabajo se descentrara el nivel de anteojo, es indicio de la existencia de un **error de paralelismo**. Se lo corrige por medio de los tornillos de corrección del nivel.

Indicando la operación de esta corrección en la segunda posición, se logra realizarla con un mínimo de manipulaciones con el instrumento.

10. Corrección del error de índice en caso de existir un nivel de anteojo.

Después de haber establecido la horizontalidad del eje de colimación según queda explicado en el número anterior, se llevarán a la coincidencia los ceros del nonio y del círculo vertical mediante el tornillo de corrección que acciona sobre los nonios. En esta posición del anteojo debería además estar centrado el **nivel testigo**. En caso que esta condición no se cumpliera, se lo centrará por medio del tornillo de corrección de ese nivel. De este modo queda satisfecha la condición exigida en el número 8: **Estando en posición horizontal el eje de colimación y centrado el nivel testigo, se tendrá en el círculo vertical la lectura 0° .**

11. Corrección del error de índice en caso de que la alidada no tenga nivel de anteojo (fig. 8).

Biséctese un punto con hilo horizontal central. Léase en el círculo el correspondiente ángulo, lectura que designaremos por (I). Pásese la alidada a la posición invertida, gírese el anteojo a la segunda posición (círculo a la derecha) y biséctese (después de haber aplicado la arista de la

regla al punto) nuevamente el mismo punto objeto. Efectúese la lectura (II). La media $\frac{(I) + (II)}{2}$ de ambas lecturas corresponde al ángulo vertical **sin error**, es decir, la mitad de la diferencia expresa el **error de índice i** (ver planilla, con dos ejemplos prácticos). Se lo corrige con accionar con el tornillo de corrección que mueve la alidada vertical.

He aquí dos ejemplos prácticos:

Punto visado	Posición	Lectura nonio o microscopio	Angulo verti- cal exacto $\alpha = \frac{(I) + (II)}{2}$	Punto visado	Posición	Lectura nonio o microscopio	Angulo verti- cal exacto $\alpha = \frac{(I) + (II)}{2}$
A	I	+ 5° 26' 30"	+ 5° 28' 05"	B	I	- 2° 52' 40"	- 2° 54' 15"
	II	+ 5 29 40			II	- 2° 55' 50"	
		2i = - 3' 10"	i = - 1' 35"			2i = + 3' 10"	i = + 1' 35"

Para más detalles sobre la ejecución práctica de esta corrección del error de índice, ver la análoga **corrección de cenit** del taquímetro descrito en pág. 49.

C. Centración y nivelación de la plancheta.

12. Objeto de la plancheta y condiciones para cumplirlo.

La plancheta sirve en primer lugar para la construcción, sobre el tablero nivelado, de una figura semejante a la situación planimétrica existente en el terreno con un mínimo de mediciones. La **ventaja** de su aplicación práctica se pone de manifiesto principalmente por la facilidad con que la plancheta permite trazar en el tablero **ángulos horizontales**. El levantamiento y dibujo en el tablero de tales ángulos, por ejemplo del ángulo **BAC** (fig. 15), se realiza generalmente con llevar, estando nivelado el tablero, sucesivamente el plano visual del hilo vertical a la coincidencia con los planos verticales de los lados de ese ángulo, trazando con lápiz,

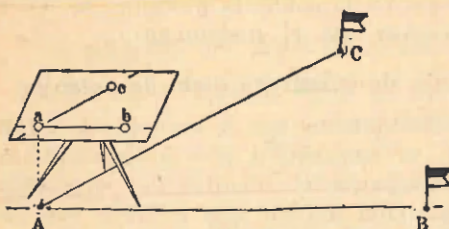


Fig. 15. Se ilustra el principio de la plancheta, su centración y orientación. Las letras mayúsculas designan los puntos del terreno y las letras minúsculas los correspondientes puntos de la figura a escala reducida.

a lo largo de la arista de la regla, la traza o línea de intersección de esos planos con el tablero. Son éstas las **condiciones características del principio de la plancheta**.

Muchas veces se halla de antemano indicada en el tablero la dirección **ab** de un lado de ángulo y marcado el vértice **a** del mismo, y se trata de levantar sobre el punto **A** del terreno el ángulo **bac** en el tablero. Para poder

levantar el segundo lado de este ángulo en la forma que acabamos de indicar, deberá ser llevado previamente el plano visual del hilo vertical a la coincidencia con el plano vertical de **AB** y el vértice **a** del ángulo sobre el punto **A** del terreno. Se dice entonces que la plancheta se halla **centrada** sobre **A** y **orientada** según **AB**. En estas condiciones podemos dirigir la visual al punto **C** y trazar a lo largo de la regla el segundo lado **ac**.

Podemos entonces decir que para que la plancheta esté en condiciones de trabajo, debe **estar centrado el punto de estación y nivelado y orientado el tablero**, condiciones sobre las cuales expondremos a continuación algunos detalles.

13. Nivelación del tablero.

Para **nivelar** el tablero se colocará el nivel esférico cerca del centro del mismo, se lo nivela por medio de los tornillos calantes de la cabeza de trípode. Cuando se dispone de nivel de regla, se lo centra sobre el tablero en dos posiciones perpendiculares entre sí.

14. Orientación exacta y centración de la plancheta.

Llámanse **orientada** la plancheta cuando una determinada dirección **ab** (fig. 15) marcada en el tablero (desde el punto de estación **a** hacia otro punto lejano **b**) se encuentra en el mismo plano vertical que la dirección homóloga **AB** del terreno, resultando así una recta cualquiera del tablero paralela a la homóloga del terreno.

Para realizar esta condición se centra aproximadamente (a ojo) el punto **a** del tablero sobre **A** del terreno. Luego se coloca la regla a lo largo de la recta **ab**. Se orienta el tablero aproximadamente con mirar a lo largo de la arista de la regla hacia el punto **B** del terreno (ver fig. 15). Se averigua ahora si en esta manipulación el punto **a** ha quedado sobre la vertical de **A**. Si la vertical de **a** cayese sobre otro punto **A'** del terreno muy próximo de **A**, no excediendo el segmento **AA'** de dos o tres centímetros, se consideraría suficientemente exacta la centración, y se procederá a la **nivelación y orientación definitiva del tablero**. En caso de resultar esa desviación de magnitud mayor, será necesario trasladar el conjunto "trípode con tablero montado" en la dirección del segmento **AA'**, repitiendo luego el trabajo, para conseguir finalmente la **horizontalidad y orientación exacta** del tablero. Colocando ahora la regla a la línea **ab**, se verá bisectado por el hilo vertical del retículo el punto **B** del terreno.

Para comprobar la exactitud de la orientación, se repetirá la operación con otro punto **c**, que se supone marcado en el tablero: Colocada la regla a la línea **ac**, se deberá ver bisectado el punto **C** del terreno.

Aprovéchase la exacta orientación del tablero para trazar en el mismo la **meridiana magnética**.

15. Trazado de la meridiana magnética con ayuda de la declinatoria.

Estando orientada exactamente la plancheta, se llevará la declinatoria a la dirección aproximada del meridiano magnético en la proximidad de un borde del tablero, se dejará libre la aguja, se gira la caja (o la regla que la sostiene, ver fig. 1) hasta que los extremos de la aguja oscilen sobre los cerros de la graduación. Se tira luego con lápiz muy afilado una línea fina a

lo largo de la caja (o arista de la regla), línea que marca la **dirección del meridiano magnético o meridiana magnética**.

16. Orientación aproximada de la plancheta.

La dirección de la meridiana magnética será utilizada durante el trabajo para la **orientación aproximada** de la plancheta del siguiente modo: Después de nivelar aproximadamente el tablero, se colocará el canto de la caja de la declinatoria (o arista de la regla) en la línea meridiana. Suelta la aguja, se girará el tablero hasta que los extremos de aquella se encuentren exactamente en los respectivos ceros de las graduaciones.

En cada nuevo estacionamiento de la plancheta, conviene hacer **preceder** a la **orientación** exacta del tablero exigida para todo levantamiento regular, **esta orientación aproximada**, tan sencilla y rápida, con el objeto de ganar tiempo (acelerándose así la primera).

D. Métodos para determinar nuevos puntos.

17. Observaciones generales relativas a la ejecución del trabajo.

Los puntos de estación, desde los cuales ha de ser efectuado el trabajo de levantamiento de los detalles, deben estar bien determinados e individualizados tanto en el terreno como en el tablero de dibujo, lo que puede estar hecho anteriormente o durante el desarrollo del trabajo.

En el caso de disponerse en el tablero de una **línea básica**, **ab**, y que se trate de determinar un nuevo punto **c**, son 3 los métodos de determinación de que disponemos:

- 1) por medio de una visual orientada desde uno de los puntos conocidos hacia el nuevo punto a determinar y la medición de la distancia al mismo desde el punto conocido;
- 2) por medio de la bisección (o intersección) hacia el nuevo punto desde **A** y **B** conocidos;
- 3) por medio de la bisección lateral desde el nuevo punto a determinar hacia los puntos conocidos **A** y **B**.

Con el objeto de sacar la máxima ventaja de la orientación del tablero según la dirección dada y marcada en el tablero, todas las visuales a nuevos puntos a determinar no son trazadas sólo en las inmediaciones del lugar donde se supone que van a caer, sino que se tiran al mismo tiempo sobre los bordes opuestos del tablero cortos trazos de línea, los llamados **trazos marginales** (ver figs. 16-18), los que van convenientemente designados con las correspondientes letras, para evitar confusión. En la nueva orientación del tablero, se colocará entonces la regla sobre estos trazos marginales con toda la precisión posible, lo cual proporciona un trozo de línea de **longitud máxima** para la buena orientación del tablero.

Alrededor de cada nuevo punto de estación determinado, se traza con lápiz un circulito. A este circulito no debe atravesar ningún rayo, conservándose así con toda claridad la exacta posición del punto. Y con el objeto de evitar que este punto marcado con lápiz se pierda borrándose, se lo pica en el papel por medio de una punta de compás muy fina.

18. **Determinación de un nuevo punto C por medio de una visual orientada AC y la medición de las distancias AC desde un punto A hasta el nuevo punto C.**

Estando los puntos **A** y **B** (ver fig. 16) del terreno marcados por **a** y **b** en el tablero, y tratándose de determinar el nuevo punto **C**, que se supone visible desde **A**, pero no visible desde **B**, se orientará el tablero en **A** según **ab**, se visa hacia **C** y se traza el rayo desde **a** en dirección a **C**. Para obtener la posición de **c** se mide taquimétricamente la distancia **AC**, llevando luego al dibujo del tablero la medida **ac** reducida a la escala del plano. Obtiénese así el punto **c** buscado, imagen de **C** del terreno.

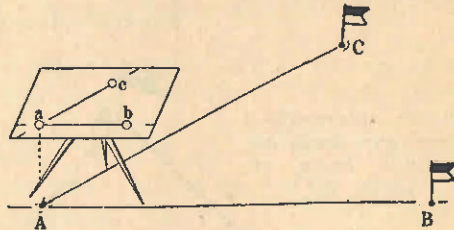


Fig. 16. Determinación del punto C por medio de una visual con tablero orientado y medición lineal.

19. Intersección hacia adelante.

Para obtener la posición **p**, en el tablero, del nuevo punto del terreno (ver fig. 17), se orienta en **A** el tablero según **ab**, y se traza luego el rayo desde **a** hacia el punto **P**. Luego se trasladará el tablero al punto **B**, orientándolo nuevamente según **ba**. Se trazará el rayo desde **b** hacia el punto **P**. En la intersección de ambos rayos se hallará el punto **p** buscado.

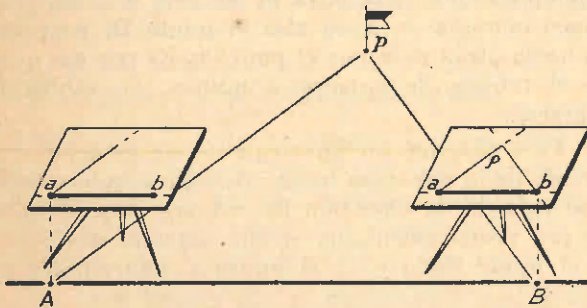


Fig. 17. Intersección hacia adelante.

Para comprobación se puede colocar la plancheta en **P**, orientándola según **pa**: Deberá en estas condiciones pasar el rayo **pb** por el punto **B** del terreno.

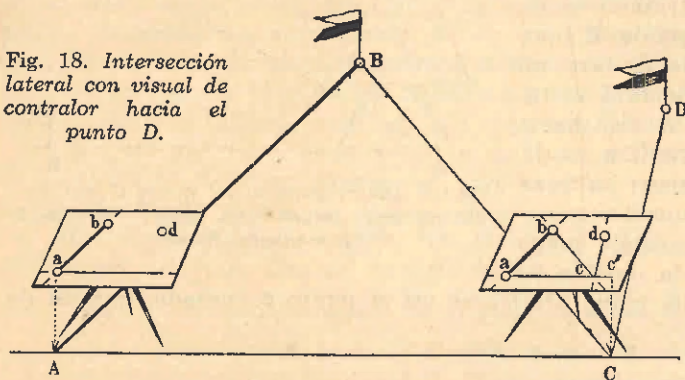
20. Intersección lateral.

Estando dados los puntos **A** y **B** y tratándose de determinar un nuevo punto de estación **C** (ver fig. 18), sin poder estacionar en **B**, se situará primeramente la plancheta en **A**, orientándola según **ab**. Trácese ahora el rayo hacia **C** (tirando al mismo tiempo los trazos marginales), obteniéndose así un primer lugar geométrico para el buscado punto **c**. Se traslada luego la plancheta al punto **C**, determinando al efectuar este traslado aproximadamente la distancia **AC**, directamente contando los pasos o indirectamente en cualquier forma. Estacionado el tablero en **C**, se transporta esa distancia aproximada al tablero (después de haberla reducido a la escala del plano). Obtiénese así un punto provisional **c'**, el que se centra sobre **C**. Se orientará luego el tablero según **c'a**. Se coloca la regla al punto **b**, se visa a **B** y se

traza el rayo desde **b** hacia atrás, obteniéndose así el punto de intersección **c**. Si este punto **c**, intersección de los dos rayos lugares geométricos, no difiere del punto provisional **c'** más de una tolerancia de 1 cm, se puede considerar:

$$\text{ángulo } acb = \text{ángulo } ACB,$$

Fig. 18. Intersección lateral con visual de contralor hacia el punto D.



es decir, al punto **c** como imagen de **C**. El tablero estaría entonces **definitivamente orientado**.

En caso de que la desviación entre **c** y **c'** fuera mayor que la tolerancia establecida, se efectuaría un pequeño traslado de la plancheta en el sentido que corresponda.

Una colocación de la plancheta en **B** podría establecer un contralor de la determinación de **c**. Pero como la **ventaja** del método estriba justamente en que se evite esa colocación de la plancheta en **B**, se conseguirá el necesario **contralor de la determinación** empleando el método de bisección atrás a otros puntos visibles desde **C**, por ejemplo el punto **D**, cuya proyección **d** se supone marcada en el tablero. Se coloca la regla en **d**, se visa al punto **D**, y se ve si el trazo desde **d** prolongado hacia atrás pasa por el punto **c**. Es por eso que sólo cuando se dispone sobre el tablero de numerosos puntos, se empleará con buen éxito la bisección lateral.

Resumiendo podemos decir: Para obtener un nuevo punto de estación de plancheta con **contralor**, el método de la bisección hacia adelante requiere tres colocaciones de la plancheta, el método de bisección lateral sólo dos. El máximo de trabajo da el método con visual orientada, el que requiere dos colocaciones de la plancheta (en el punto dado y en el punto a determinar) y una medición lineal.

Los puntos básicos que figuran en el tablero son generalmente **puntos trigonométricos** obtenidos con procedimientos de precisión superior y cuyas posiciones se hallan expresadas por sus **coordenadas geográficas**, latitud y longitud, o sus **coordenadas planas Gauss-Krüger**.

A continuación daremos algunos detalles relativos a la colocación de los puntos básicos en el tablero, sobre la característica de los mismos y su verificación en el terreno.

E. Colocación de los puntos trigonométricos en el tablero y su verificación.

21. Colocación de los puntos trigonométricos dados por sus coordenadas geográficas.

Estando dados los puntos trigonométricos por sus **coordenadas geográficas**, latitud y longitud, deberá primeramente trazarse en el tablero la **red**

geográfica, a la que van referidos los puntos trigonométricos correspondientes a la hoja.

Se empezará por trazar el **margen inferior** (borde sur) del tablero. En el punto medio del mismo se levantará una perpendicular. De una tabla especial ⁽¹⁾ se sacarán las magnitudes lineales correspondientes al ancho de la hoja en el borde inferior y el superior (cada vez para 12 minutos de longitud, por ejemplo), como asimismo la de la altura (12 minutos de latitud, por ejemplo). Se trasladará esta altura sobre la perpendicular del medio, tirando por el extremo superior el **borde norte**, paralelo al inferior. Se trasladará sobre estos bordes, a cada lado de la perpendicular media, 6 minutos de longitud, en medida lineal y escala 1:50 000, por ejemplo. Unidos los puntos esquineros así obtenidos, resultarán los **bordes oeste y este**, respectivamente. Se subdividirán luego éstos en minutos, numerándolos. Se trazará finalmente la red completa.

En base a esta **red básica**, se colocarán sobre los bordes los valores exactos correspondientes a los **puntos trigonométricos** a ubicar. Uniendo los puntos marginales opuestos así determinados, se obtendrá en los puntos de intersección la **exacta posición de los puntos dados**.

22. Colocación de los puntos trigonométricos dados por sus coordenadas rectangulares Gauss-Krüger.

Sobre los bordes de la **red de coordenadas de cuadrícula**, se transportarán los valores correspondientes a los puntos trigonométricos a ubicar. Uniendo las marcas marginales, se obtendrá en su intersección la exacta posición de dichos puntos. Para más detalles ver: Tomo I, págs. 92-98 y 122-131.

23. Desviación de la aguja magnética.

Como la red de **coordenadas** según el sistema **Gauss-Krüger** ha adquirido para la orientación en la carta una importancia especial, indícase sobre el borde de las modernas cartas oficiales con ellas confeccionadas la **desviación de la aguja** con respecto al reticulado.

24. Verificación de los puntos trigonométricos.

Estando estacionado en un punto trigonométrico, se orientará el tablero, valiéndose de otro punto de igual categoría. En estas condiciones del tablero deberían bisectarse todos los demás puntos visibles, cada vez que se coloque la regla en el punto de estación y el respectivo punto marcado en el tablero. Todos los puntos trigonométricos que así se vayan controlando, se circundarán de un pequeño círculo, usando lupa.

En caso de que no fuera posible bisectar ninguno de los demás puntos fijos, sería esto indicio de que el punto estación en cuestión estaría mal elegido o mal ubicado el punto en el tablero, debiendo entonces efectuarse la verificación desde otro punto trigonométrico.

(1) Ver: "Tablas y Fórmulas para el cálculo de la proyección de la Carta de la República", publicadas por el Instituto Geográfico Militar, Buenos Aires, 1900.

25. Rol de los puntos trigonométricos en los trabajos de levantamiento.

Los puntos trigonométricos colocados en el tablero representan **posiciones de la más alta precisión**, la que se tratará de aprovechar en grado sumo en los trabajos de levantamiento. Esto sólo se consigue efectuando los estacionamientos con la máxima prolijidad posible. Obtiénese, así, con los **puntos de estación** no sólo una excelente base para el levantamiento de los detalles a representar, sino también una **densificación de los puntos fijos**, pudiendo por eso considerar a tales puntos, en su conjunto, como una **ampliación de la red de puntos trigonométricos dada**. Es, pues, conveniente, en muchos casos, hacerlos visibles por señales apropiadas, mientras duren los trabajos de levantamiento en la zona. Estos puntos de estación debidamente ubicados y señalados pueden servir para múltiples controladores del trabajo.

La **determinación de los nuevos puntos de estación** puede ser efectuada de acuerdo a uno de los siguientes métodos:

- a) intersección (bisección) hacia adelante (ver fig. 17),
- b) " " lateral (ver fig. 18),

métodos que en sus **principios** ya fueron tratados en los números 19 y 20.

- c) problema de la carta, e) problema de Hansen,
- d) " " Marek, f) poligonación gráfica,

sobre los cuales pasamos a exponer algunos detalles.

F. Problema de la carta (problema de Pothenot).

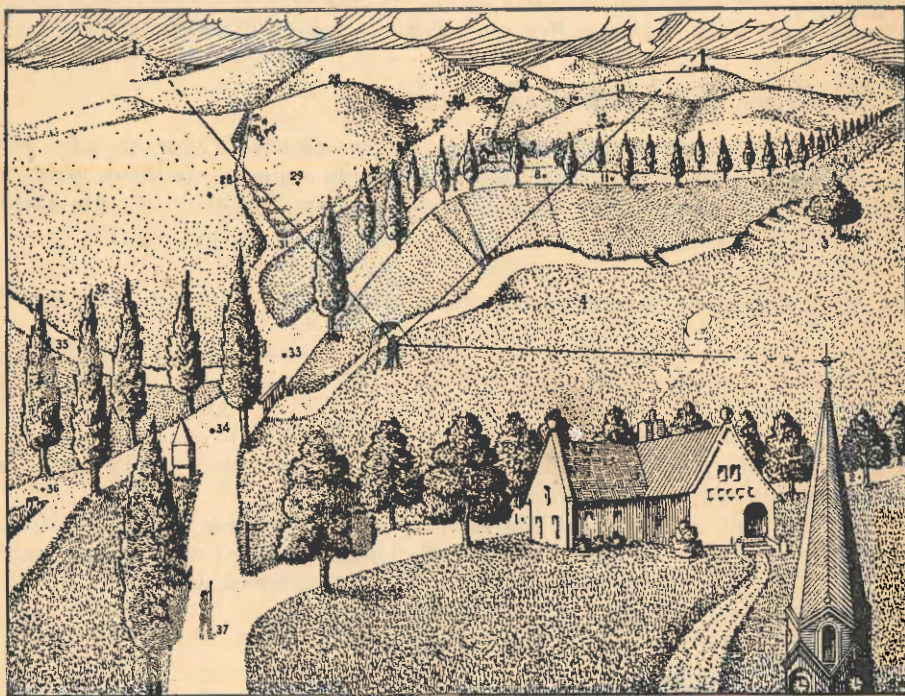


Fig. 19. Problema de la carta o problema de los 3 puntos.

No hay otro problema de la Geometría Práctica más importante que el problema de la carta, importancia a la cual es debido su nombre.

26. Problema de los tres puntos; su enunciado. Intersección hacia atrás.

Sean **A**, **B** y **C** (fig. 20) tres puntos del terreno marcados en el tablero con las letras **a**, **b** y **c**. Trátase de encontrar en el tablero un cuarto punto **o**, correspondiente al punto **O**, sobre el cual se halla colocada la plancheta. Es decir, mientras la bisección hacia adelante y bisección lateral son problemas del triángulo cuya solución requiere un mínimo de dos colocaciones de la plancheta, nos hallamos ahora en presencia de un problema del cuadrilátero el que hace necesaria una sola colocación de la plancheta en el mismo punto buscado.

Se supone en fig. 20 orientado el tablero, es decir exactamente paralelos los lados de triángulo **ab**, **bc** y **ca** del tablero a sus homólogos **AB**, **BC** y **CA** del terreno. Se obtendrá así en la intersección hacia atrás de los rayos **aA** y **bB** la posición del punto de estación **o** buscado. Deberá entonces pasar el tercer rayo **cC** también por ese punto.

27. Condiciones geométricas del problema.

La solución geométrica del problema consiste en la determinación gráfica del punto estación **o** (fig. 21), desde el cual se ven los lados **AC** y **BC** del terreno bajo los ángulos $\alpha = \angle AOC$ y $\beta = \angle BOC$, respectivamente.

Queda entonces el punto **o** geoméricamente determinado por la intersección de dos circunferencias trazadas sobre **AC** y **BC**, como cuerdas, y los ángulos α y β como ángulos inscritos. La tercer circunferencia (no indicada en la figura) sobre el lado **AB**, como cuerda, serviría de contralor.

Existen numerosas soluciones del problema de la carta, de las cuales exponemos a continuación las más importantes.

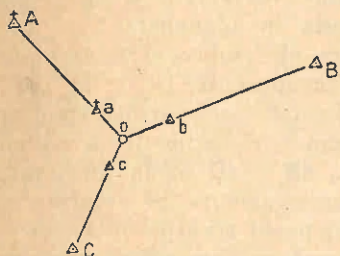


Fig. 20. Bisección hacia atrás (problema de la carta).

A, **B**, y **C**, puntos dados en el terreno; **a**, **b** y **c**, los correspondientes puntos marcados en el tablero; **o**, punto estación buscado.

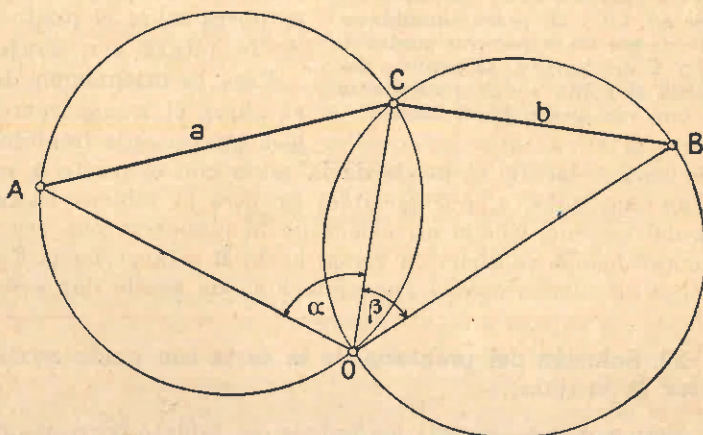


Fig. 21. Se ilustran las condiciones geométricas del problema de la carta.

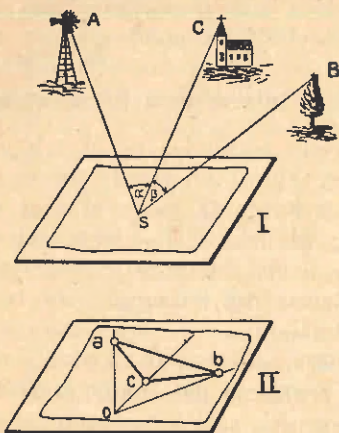


Fig. 22. Solución del problema de la carta por medio de un papel transparente, según Berget

I: desde el punto s se han trazado en una hoja de papel transparente colocada sobre el tablero, las visuales a los puntos A, B , y C del terreno, las que forman entre sí los ángulos α y β

II: Se ha ajustado sobre el tablero el transparente hasta que las visuales aA, bB y cC pasen simultáneamente por los respectivos puntos A, B y C del terreno. El punto o designa el punto s del transparente una vez picado en el tablero.

Se hará coincidir el borde de la regla con el punto o y uno de los puntos fijos marcados, a , por ejemplo. Se gira el tablero hasta bisectar el punto A del terreno. Queda así orientada la plancheta con regular precisión. Para comprobación se dirige la visual hacia B y luego hacia C , los que deben aparecer biseitados con la aproximación que puede dar este método.

29. Solución del problema de la carta con punto auxiliar de Collins (sin usar la brújula).

Sean a, b y c (fig. 23) los puntos del tablero correspondientes a los puntos fijos A, B y C señalados en el terreno. La plancheta se encuentra colocada y nivelada sobre el punto O , cuya posición o en el tablero se trata de determinar.

Detallaremos a continuación las diferentes operaciones prácticas a ejecutar, valiéndose de números (provistos de flechas) indicadores de los sucesivos pasos a dar.

Con el objeto de transportar el ángulo β al lado ab , se colocará primeramente la arista de la regla a la línea ab . Con ojo en a , se gira el tablero hasta ver el punto B del terreno exactamente biseitado por el hilo vertical

28. Solución del problema de la carta por medio de un papel transparente.

Sean A, B y C (fig. 22) tres puntos trigonométricos del terreno, marcados por a, b y c en el tablero. Trátase entonces de encontrar sobre el tablero el punto o correspondiente al punto del terreno O , en el cual se halla colocada la plancheta.

Se fijará para ello sobre el tablero una hoja de papel transparente. Desde un punto s (ver fig. 22, I) del mismo arbitrariamente elegido, se trazan por medio de la alidada las visuales sA, sB y sC hacia los puntos A, B y C , respectivamente. Se tendrán así transportadas al papel transparente tres direcciones concurrentes a un punto s , las que comprenden entre sí los mismos ángulos α y β que las visuales oA, oB y oC (ver fig. 22, II) forman en el punto o .

Sacando ahora la alidada del tablero, se dispondrá el transparente sobre el tablero (fig. 22, II) en tal forma que las líneas sA, sB y sC pasen por los puntos a, b , y c del mismo. El punto s del transparente caerá entonces sobre el punto estación o buscado. Se lo picará con aguja fina.

Para la orientación del tablero se quitará ahora el transparente del tablero, se coloca nuevamente la alidada sobre el tablero.

del retículo (operación 1). Manteniendo fijo el tablero, se gira la alidada alrededor de a hasta bisectar el punto C del terreno. Se tira con la regla el rayo aC' , con trazo fino (operación 2).

Análogamente se transporta sobre ba , en b , el ángulo α . Se coloca la regla en ba . Con ojo en b , se gira el tablero hasta bisectar al punto A (operación 3). Se fija el tablero y se gira la regla alrededor de b hasta bisectar nuevamente el punto C del terreno. Se traza bC'' (operación 4). Ambas visuales, aC' y bC'' , se cortan en el punto q , llamado punto auxiliar de Collins referido a la base ab . Se coloca ahora la regla en los puntos q y c , girando el tablero hasta la bisección exacta del punto C del terreno. Hállase así la plancheta **exactamente** orientada. Trácese la línea cq (operación 5), prolongándola hacia atrás. Sobre esta línea se encuentra el punto estación o buscado.

Se lo determina por **intersección lateral**. Trácese

para ello el rayo aA (operación 6), dándonos su intersección con cq el punto o buscado. El rayo bB (operación 7) nos proporciona una **comprobación**.

La **precisión** de la determinación con punto de Collins depende de la posición de este último. En caso de caer el punto q muy cerca de c , la línea cq por su reducida longitud no ofrecería para la orientación del tablero una buena base. Un pequeño error en la posición de q o c tendría tanto más efecto cuanto más reducida fuera la base qc .

Otro **inconveniente** del método consiste en la circunstancia de que el punto de Collins q a veces cae fuera del tablero, siendo en este caso necesario borrar todo lo hecho y elegir otro punto de Collins referido a otra base para la determinación de o .

Finalmente la posición del punto o quedaría indeterminada si o cae sobre la circunferencia que pasa por los puntos A , B y C ("circunferencia peligrosa") o cerca de la misma. En este caso se recurre al **problema gráfico de Hansen** (ver fig. 29), el que sólo utiliza dos puntos fijos.

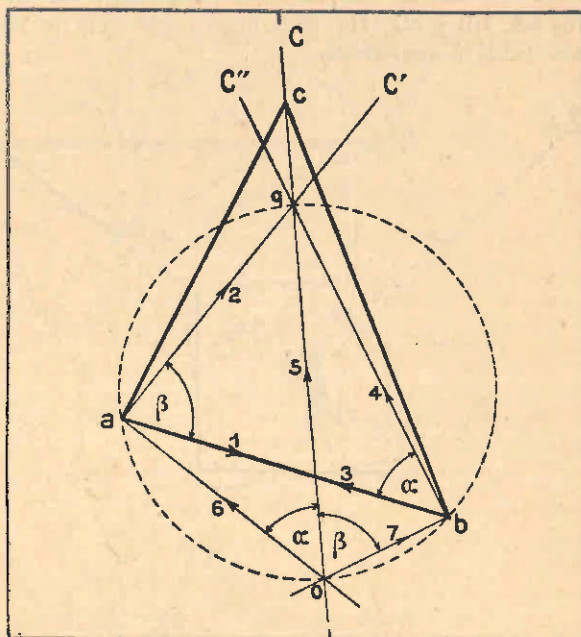


Fig. 23. Solución del problema de la carta con punto auxiliar de Collins.

Se supone en esta figura (así como en las figs. 25 y 26) que el tablero es fijo y acimutalmente desplazado el punto C del terreno, una vez hacia la izquierda a la posición C' y otra vez hacia la derecha a la posición C'' .

30. Orientación aproximada de la plancheta por medio de la brújula, y origen del triángulo de error.

Cuando se oriente el tablero por medio de la brújula, los lados ab , ac y bc no resultan exactamente paralelos a sus homólogos del terreno, y los rayos aA , bB y cC (fig. 24) no se cortan en un punto o , como ocurrió en fig. 20 con tablero orientado.

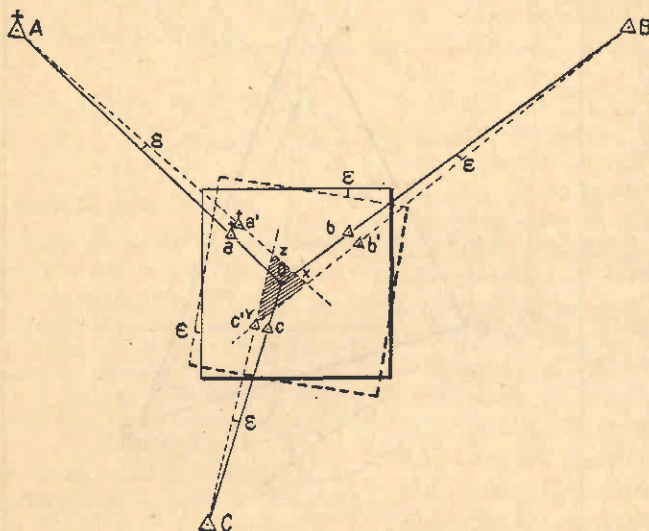


Fig. 24. Se muestra el origen del triángulo de error xyz por causa de que el tablero es levemente girado fuera de su posición exacta en el ángulo ϵ , según Baumgart.

(Con trazo interrumpido se halla indicada la posición del tablero girado y con trazo lleno la posición exacta.)

El pequeño ángulo ϵ (fig. 24) expresa una supuesta desviación de la plancheta indicada con trazo punteado. El tablero con **orientación exacta** queda indicado con trazo lleno. Debido a ese giro acimutal los puntos fijos a , b , c quedan desviados a las posiciones a' , b' , c' . En estas condiciones los rayos $a'A$, $b'B$ y $c'C$ dan origen al llamado **triángulo de error** xyz , el que nos sirve para determinar la posición del punto de estación o y con ayuda de éste para la **exacta orientación** del tablero.

31. Solución del problema de la carta con triángulo de error

La solución del problema de la carta por medio de uno o dos triángulos de error, se basa en el teorema del mayor sajón **Lehmann** (1765-1811), el que dice: **El punto de estación o buscado se halla dentro o fuera del triángulo de error según que el punto O del terreno se halla dentro (caso 1°) o fuera (caso 2°) del triángulo ABC de los tres puntos dados, y se halla situado en la intersección de los segmentos a_1a_2 , b_1b_2 y c_1c_2 que se obtienen con formar dos triángulos de error.**

Esta solución con triángulos de error, no obstante ser un procedimiento de aproximación, no falla nunca, siendo por eso de gran importancia práctica por servir muchas veces de **contralor** para los demás métodos.

En caso de hallarse el punto O fuera del triángulo fundamental ABC , se opera del siguiente modo: Colocada la plancheta sobre el punto O , se centra el tablero y se orienta el mismo con ayuda de la brújula. Se trazan sucesivamente los rayos a los puntos A , B y C del terreno, que son designados por A' , B' y C' , respectivamente, en fig. 25. Para no complicar esta figura hemos supues-

to en ella el tablero fijo y desplazados los puntos del terreno. Los rayos aA' , cC' y bB' forman entonces entre sí los ángulos α' y β' , cuyos vértices a_1 y c_1 se encuentran sobre las circunferencias, (arcos capaces) C_α y C_β . Los rayos aA'

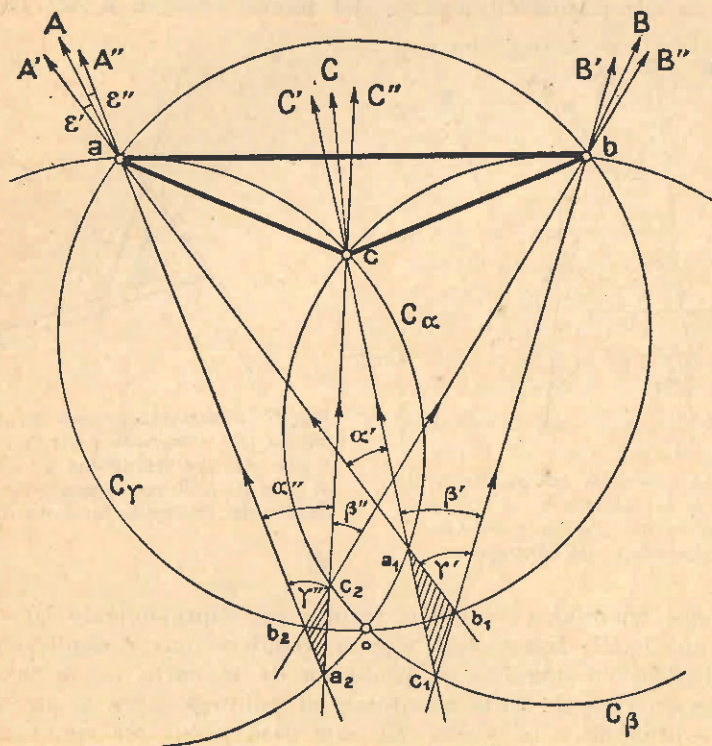


Fig. 25. Solución del problema de la carta por medio de dos triángulos de error, $a_1b_1c_1$ y $a_2b_2c_2$, según Naebauer.

(Se supone el tablero fijo y los puntos trigonométricos desplazados en ϵ' para la formación del primer triángulo de error y en ϵ'' para el segundo triángulo de error.)

Debido a la gran distancia de los puntos fijos tenemos:

$\alpha' = \alpha'' = \alpha$ no indicado en la figura (con vértice en o)

$\beta' = \beta'' = \beta$ " " " " " " " " " " " "

y finalmente:

$\gamma' = \gamma'' = \gamma$ no indicado en la figura (con vértice en o),

es decir, las 3 circunferencias C_α , C_β , C_γ con los ángulos α (sobre AC), β (sobre BC) y γ (sobre AB) se cortan en el punto estación O buscado.

y bC' dan el vértice b_1 sobre la circunferencia C_γ . Las tres circunferencias pasan por el punto o . Se origina así debido al ángulo ϵ' el **primer triángulo de error** $a_1b_1c_1$. Conviene ahora cambiar un poco la orientación de la plancheta, en consecuencia de lo cual se supone en fig. 25 que los puntos A , B y C hayan quedado acimutalmente desplazados, en sentido opuesto, a sus nuevas posiciones A'' , B'' y C'' , respectivamente. Los rayos aA'' , bB'' y cC'' forman entonces, análogamente, un **segundo triángulo de error** $a_2b_2c_2$. Sin cometer un error apreciable, los arcos a_1a_2 , b_1b_2 y c_1c_2 pueden ser consi-

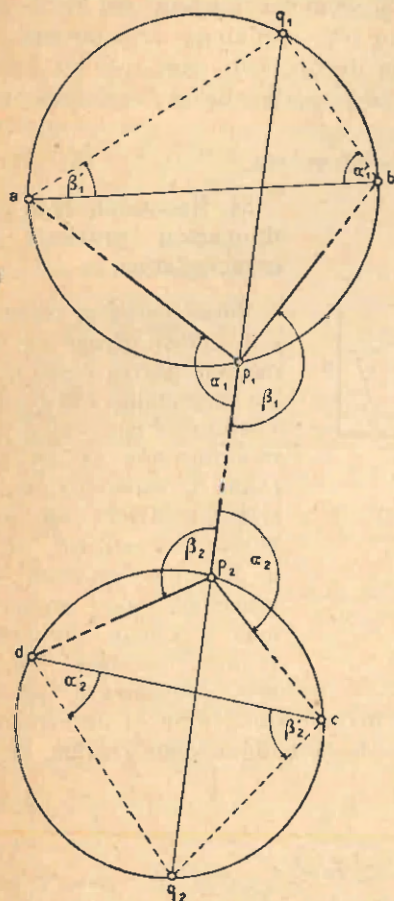


Fig. 28. Problema de Marek, o problema de los dos pares de puntos.

q_1q_2 y visual a P_2 , se obtendrá p_1 por bisección lateral de los puntos A y B .

33. Problema de Hansen.

El problema de Hansen (gráfico) no es sino un caso particular del de Marek.

Considerando superpuestos los dos pares de puntos A y B , C y D (del problema general de Marek), se determinará en P_1 el primer punto de Collins, q_1 , por medio de A , B y P_2 , en P_2 , al segundo, q_2 , con A , B y P_1 y luego los puntos p_2 y p_1 del tablero

Sobre la base cd se construirá, en c , el ángulo β_2' ($=180^\circ - \beta_2$) bisectando a D y el nuevo punto P_1 , y en d , sobre dc , el ángulo α_2' ($=180^\circ - \alpha_2$), bisectando a C y P_1 , obteniendo así el segundo punto de Collins q_2 .

La línea de unión q_1q_2 o su prolongación contiene los dos nuevos puntos buscados, los que fácilmente se determinan por bisección lateral: Colocada la regla en P_2 a la línea q_1q_2 se girará el tablero hasta bisectar P_1 del terreno, quedando así orientada la plancheta. La posición p_2 del nuevo punto P_2 se obtendrá por bisección lateral de los puntos C y D del terreno.

Del mismo modo se determinará en P_1 la posición p_1 del tablero: Orientando primero la plancheta por medio de

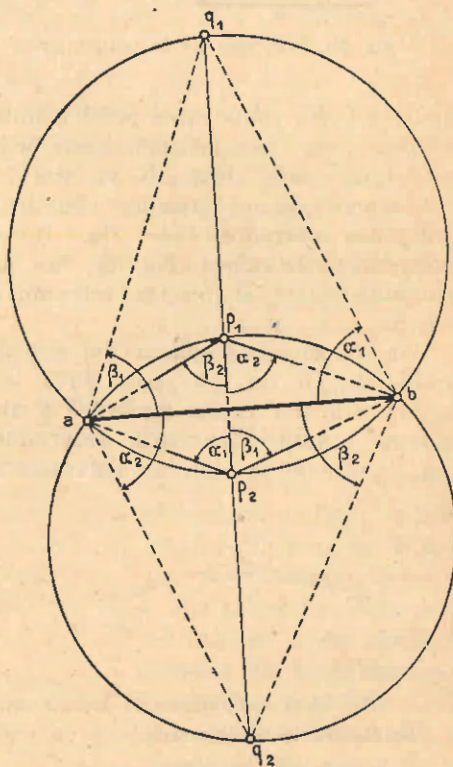


Fig. 29. Problema de Hansen o problema de los dos puntos.

por bisección lateral de los puntos **A** y **B**, como acabamos de explicar.

Cuando los dos puntos de **Collins** caigan muy próximos uno de otro y los dos nuevos puntos sobre la prolongación de un corto segmento de recta determinado por aquéllos, queda rebajada la precisión de la determinación.

H. Poligonación con la plancheta.

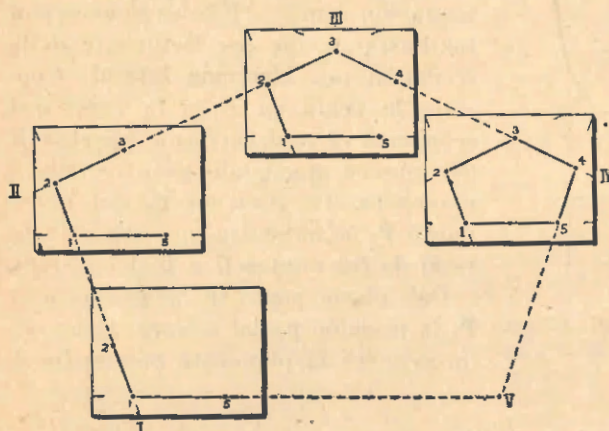


Fig. 30. Principio de la poligonación gráfica.

34. Necesidad de la poligonación gráfica; su característica.

Pocas veces el terreno a levantar ofrece en todas sus partes y en todas las direcciones tan buena visibilidad como lo exige la aplicación de los métodos de estacionamiento trigonométricos que acabamos de explicar. Muy a menudo estamos en presencia de sectores más o menos cubiertos (zonas boscosas, regiones densamente pobla-

das, etc.). En estos casos pueden obtenerse los necesarios puntos de estación de plancheta ventajosamente por el método de la poligonación gráfica, cuyo principio queda ilustrado en fig. 30.

Las poligonales pueden constituir polígonos cerrados (ver fig. 31) o poligonales de enlace (fig. 32), las que vinculan entre sí puntos trigonométricos.

Con un sucesivo aplicar del método explicado en fig. 16 (pág. 127), caracterizado por rectas dirigidas y distancias taquimétricamente determinadas, se circundan sectores aislados con

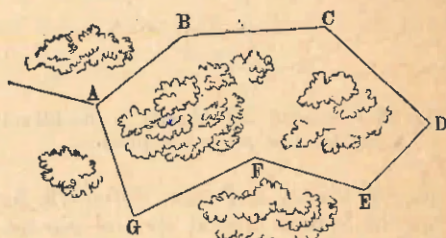


Fig. 31. Polígono cerrado.

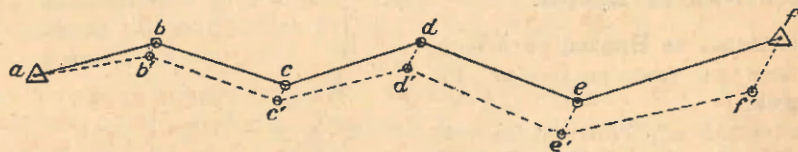


Fig. 32. Poligonación de enlace entre los puntos trigonométricos **A** y **F**. Se ilustra la compensación de un error de cierre ff' (exagerado en el dibujo).

polígonos (fig. 31) o se unen puntos trigonométricos por medio de poligonales de enlace (fig. 32), cuyos ángulos son tomados gráficamente con la plancheta

35. Explicación del método. Error de cierre. Método por estaciones saltadas.

Orientese en **A** (figs. 32 y 33) la plancheta con ayuda de la brújula. Se bisecta **B** y se mide **AB**, trasladando al tablero el segmento **ab** reducido a la escala del dibujo. Luego se coloca el tablero en

B, se lo orienta con **ba**, se controla la distancia **ba** y se bisecta el nuevo punto **C**, y así sucesivamente hasta llegar al punto **G**. Si las operaciones no estuvieran afectadas de ningún error, la visual desde **G** al punto de arranque **A** pasaría exactamente

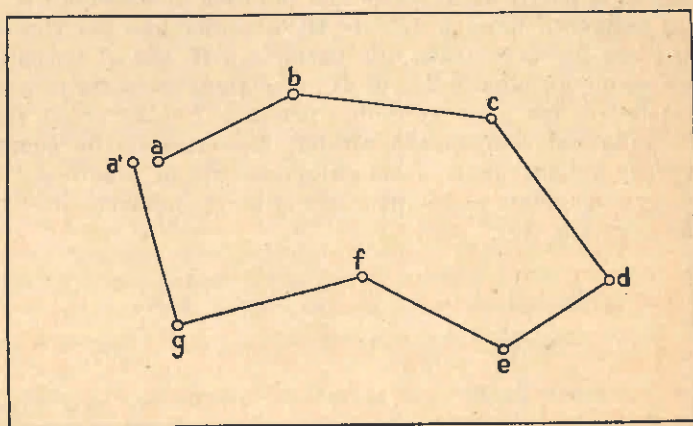


Fig. 33. Poligonación gráfica con error de cierre aa' .

por **a**. Pero esto no sucede generalmente. Debido principalmente a los inevitables pequeños errores de orientación, en lugar de **a** se obtendrá otro punto **a'**, próximo de **a** (ver fig. 33). El segmento aa' es llamado **error de cierre de la poligonación**. Si este error pasase el límite gráfico admisible para la clase de trabajo ejecutado, se repetirán las operaciones, recorriendo la figura en sentido contrario. En caso de que el error constatado se halle dentro de la tolerancia, se lo reparte (proporcionalmente a la distancia desde el punto de arranque) sobre todos los nuevos vértices de la poligonación así determinados.

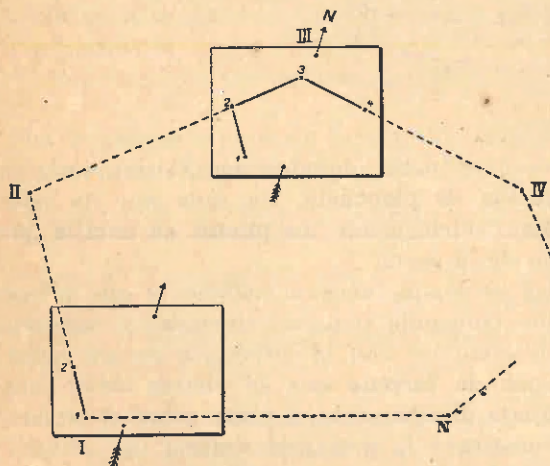


Fig. 34. Poligonación por estaciones saltadas.
II, IV, ... estaciones saltadas.

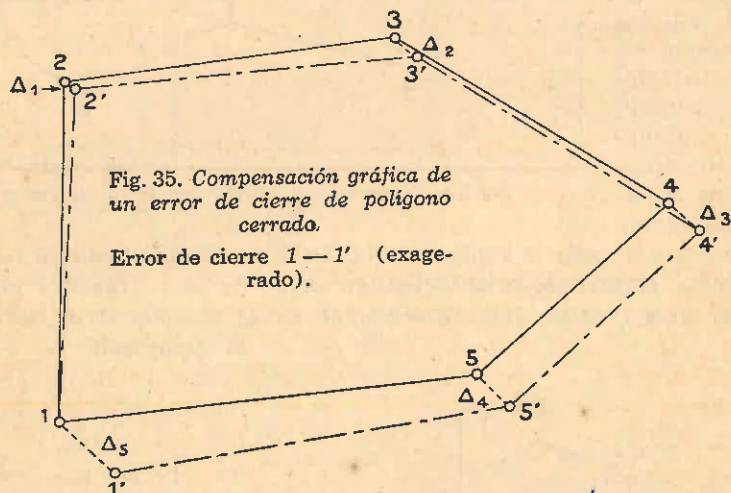
para la brújula. La figura 34 ilustra con suficiente claridad este procedimiento, razón por la cual no daremos mayores detalles.

En zonas boscosas conviene muchas veces emplear el **método de poligonación por estaciones saltadas**, método completamente análogo al explicado en págs. 98 y 99

36. Compensación gráfica de un error de cierre.

Sea $ab'c'd'e'f'$ (fig. 32) la poligonal medida, la que vincula entre sí los puntos trigonométricos **A** y **F**. Se ha constatado el **error de cierre ff'** (exagerado en la figura), el que se trata de corregir, siempre en el supuesto de que su magnitud no haya sobrepasado la tolerancia. Se transportará entonces, a partir de b' , sobre una paralela al segmento ff' y en dirección de ff' , un segmento igual a $1/5$ de ff' , obteniéndose así el punto b corregido. En análoga forma se traza una paralela a ff' por c' , trasladando sobre la misma un segmento igual a $2/5$ de ff' , y se sigue así hasta el punto f' , el que se halla trasladado ya a su verdadera posición f dada en el tablero. Se obtiene así la **poligonal compensada $abcdef$** . Este método de **compensación gráfica** satisface generalmente a las exigencias de la práctica.

Análogamente se compensaría el error de cierre, $1-1'$, del **polígono cerrado** (ver fig. 35).



Hemos expuesto hasta aquí los principales métodos que existen para la determinación de los **puntos estación de plancheta**. En cada uno de estos puntos se levantarán luego altiplanimétricamente los **puntos de detalle** que sean de interés para la confección de la carta.

El procedimiento que se emplea es completamente análogo al que se usa en taquimetría común con teodolito (tomando visuales orientadas y midiendo distancias y desniveles estadimétricamente) con la diferencia de que generalmente es **más extenso el sector de terreno** que se abarca desde una estación de plancheta y que se **dibuja directamente el plano sobre el tablero, a la vista del terreno**, lo cual constituye la principal **ventaja** del procedimiento a plancheta.

Los elementos altimétricos que se toman todavía en los puntos de estación y los que dan lugar a algunas breves explicaciones complementarias son a veces registrados en formulario especial (como, por ejemplo, el "**Registro de plancheta**", en uso en los trabajos de levantamiento del **Instituto Geográfico Militar argentino**, sobre el cual daremos más adelante algunos detalles.

I. Altimetría con la plancheta.

37. El principio de la taquimetría en el uso de la plancheta.

Todo levantamiento a plancheta igual que todo levantamiento taquimétrico con teodolito debe estar basado, en cuanto a la altimetría se refiere, en los puntos fijos de la nivelación geométrica del respectivo país, puesto que sólo así las cartas topográficas confeccionadas con los mismos tienen un valor general y duradero. De no proceder en esta forma, los planos sólo podrían responder a finalidades de importancia local, sin contribuir a la resolución de los grandes problemas de desagüe, riego y canalización de vastas zonas. Las operaciones planimétricas hasta ahora consideradas deben entonces ser completadas con las correspondientes **mediciones altimétricas**.

A este fin se acota a toda estación de plancheta por nivelación geométrica o nivelación trigonométrica, determinando luego, simultáneamente con los elementos planimétricos, los datos altimétricos de todos los puntos de detalle bisectados, para luego calcular los correspondientes desniveles y cotas. En este cálculo se hace uso de las tablas y reglas taquimétricas explicadas en págs. 23-38.

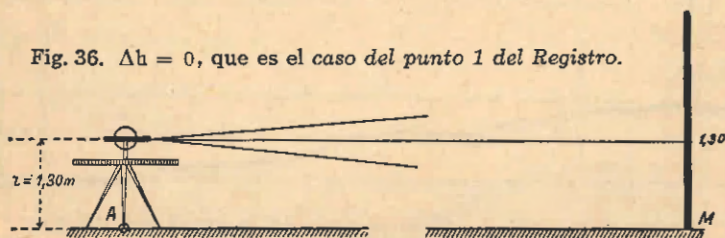
Obtiénese así la altimetría del terreno en forma de "**plano acotado**", el que nos sirve para el trazado de las **curvas de nivel**. Estas curvas expresan de un modo muy eficaz las **formas del terreno**.

En el segundo capítulo del presente Volumen, titulado "**Confección de Planos**", daremos todos los detalles explicativos sobre el trazado de las curvas de nivel en base a esos planos acotados.

Igual que en la taquimetría común, empléase también con la plancheta en estas operaciones altimétricas, en terreno llano, con preferencia la **nivelación geométrica**, y sólo cuando eso no sea posible se recurre a la **nivelación trigonométrica**. Para ambos casos podemos limitarnos a breves y muy someras explicaciones de algunos ejemplos típicos.

38. Ejemplos típicos de nivelación geométrica con la plancheta y su anotación en el "Registro de plancheta".

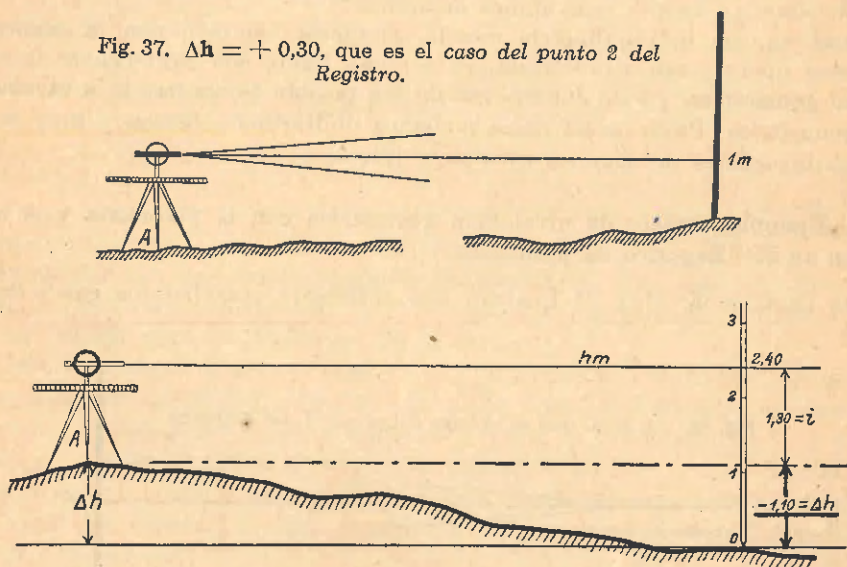
Las figuras 36, 37 y 38 ilustran con suficiente claridad los casos de los



puntos 1, 2 y 3 levantados desde estación **A** (altura $i = 1,30$ m), anotados y calculados en el "**Registro de Plancheta**" (ver pág. 142).

Registro de plancheta.

ESTACION	ALT. INSTR.	Nº PUNTO VISADO	DESIGNACION PUNTO VISADO	HILO MED. DIRIG. A	ANGULO VERTICAL		LECTURA DE MIRA			DISTANCIA		DESNIVELES Δh $i - h_m$	CORRECCION	COTA COMPENSADA
					+	-	SUP.	INF.	MED.	OBSERV.	REDUC.			
					0	0	h_i m	h_s m	h_m + m	D m	D · cos ² α d m	d · tg α + i - α _v + m - m		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	
130														325,86
		1	niv.					1,30	120		0			325,86
		2	curva					1,00	370		0,30			326,16
		3	esq. al.					2,40	390		1,10			325,06
		4	punto			3,70		+4,95	500		3,65			321,41
		5	casa				0,35	-0,75	440		2,05			323,46
130														510,34
		3	apv.	4	8 38				495	483,6	70,70			581,06

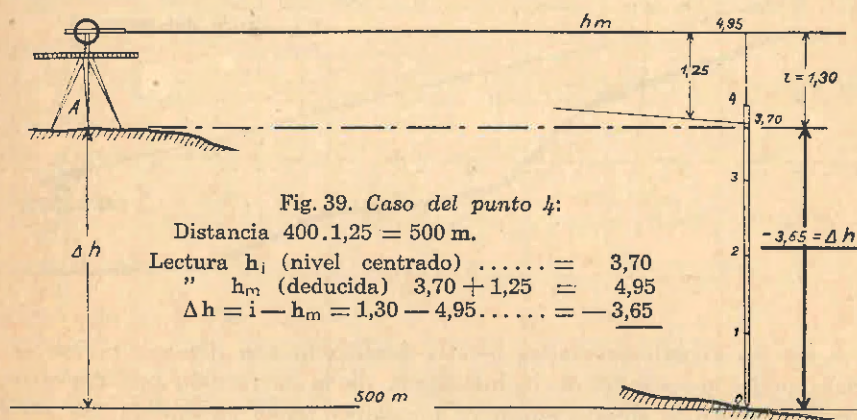
Fig. 37. $\Delta h = +0,30$, que es el caso del punto 2 del Registro.Fig. 38 $\Delta h = -1,10$ que es el caso del punto 3 del Registro.

Aun cuando con nivel (de anteojo) centrado el hilo medio del retículo cae fuera de la mira, es posible determinar geoméricamente el desnivel Δh a condición de que por lo menos uno de los hilos estadimétricos corte la

mira. Pueden presentarse en esas circunstancias los dos casos típicos que ilustran las figs. 39 y 40. En ambos casos se determina primeramente la **distancia**, leyendo, con cualquier inclinación del anteojo, el **segmento de mira** comprendido entre un hilo estadimétrico y el hilo medio. Este segmento de mira nos servirá también para la **deducción de la lectura imaginaria del hilo medio** en base a la lectura del hilo estadimétrico hecha con **nivel centrado**. Las figuras 39 y 40, que se refieren a los puntos 4 y 5 del **Registro de Plancheta**, contienen todos los datos explicativos para el cálculo de los respectivos desniveles y cotas. Compare lo dicho en pág. 61, arriba.

Ejemplo explicativo para el punto 4 (fig. 39).

Desde la estación **A**, con altura de instrumento $i=1,30$, se determina con cualquier inclinación del anteojo, la **distancia** al punto de mira 4, leyen-



do entre el hilo medio y un hilo extremo el segmento de mira de 1,25, al que corresponderá entonces, con $k=400$, la distancia de $400 \cdot 1,25 = 500$ metros, la que se colocará en la columna (10) del Registro.

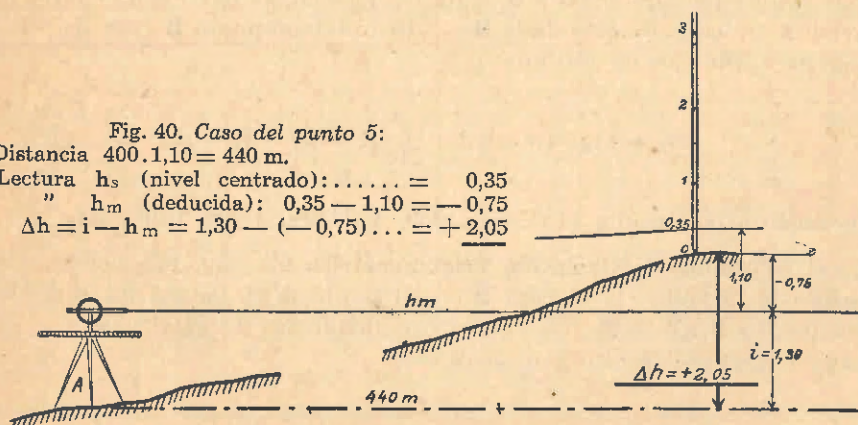
Fig. 40. Caso del punto 5:

Distancia $400 \cdot 1,10 = 440$ m.

Lectura h_s (nivel centrado): = 0,35

" h_m (deducida): $0,35 - 1,10 = -0,75$

$\Delta h = i - h_m = 1,30 - (-0,75) \dots = +2,05$

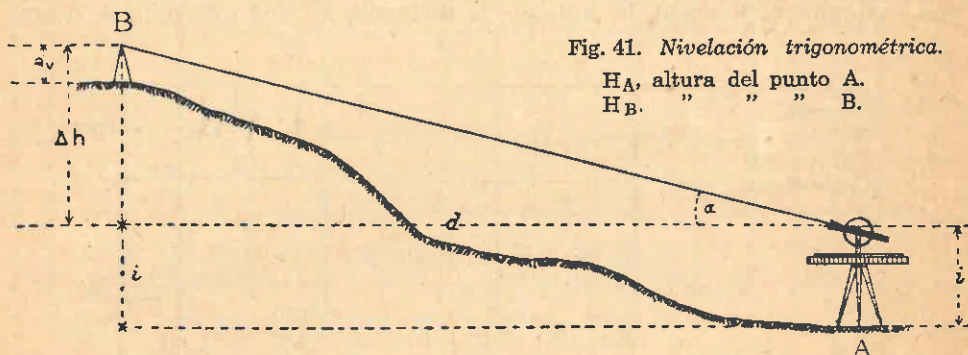


Luego se horizontalará el anteojo. Como en esta posición el hilo medio cae fuera de la mira, se hará la lectura correspondiente al hilo inferior h o sea de lectura superior (ver para más detalles fig. 39).

Análogamente para el punto 5 del Registro (ver fig. 40).

39. Nivelación trigonométrica

Para la **nivelación trigonométrica con la plancheta** (ver fig. 41) se emplean las mismas fórmulas (ver pág. 38) y normas de trabajo de campo establecidas para la taquimetría numérica en los párrafos 1 y 2.



A veces las visuales tomadas con la plancheta son demasiado largas como para poder prescindir de la influencia de la corrección por **curvatura y refracción terrestre**, siendo entonces necesario tener en cuenta ese término correctivo (siempre negativo):

$$\frac{d^2}{2R} (1 - k) \quad (\text{Ver pág. 239, Volumen 1 de este Tomo III.})$$

Esto ocurre siempre cuando se trata de determinar la cota H_A de un punto estación **A** en base a la cota dada H_B de un lejano punto **B** (ver fig. 41). Tenemos para este caso la fórmula:

$$(1) \quad H_A = H_B - d \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{d^2}{2R} (1 - k) - (i - a_v)$$

de acuerdo a la fórmula (15), pág. 239, Volumen 1 del Tomo III.

En el "Formulario Nivelación Trigonométrica 1", pág. 145, hemos calculado según la fórmula (1) la cota H_A del punto **A** en base a las cotas dadas de los puntos B_1 , B_2 y B_3 , las respectivas distancias d , las alturas a_v en los mismos y ángulos de altura α medidos.

Problema de la carta altimétrico.

Estación: G 31	Fórmula: $H_A = H_B - d \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{d^2}{2R} (1 - k) - (i - a_v)$											
i = 1,40 m	B ₁ : Escuela 84			B ₂ : Ag. del Barro			B ₃ : C° Calcatre			B ₄ :		
α	±	°	'	"	±	°	'	"	±	°	'	"
		0	22		+	1	8		+	1	35	30
d gráf. red.	5 260 m			7 750 m			8 160 m					
a _v	2,60 „			2,50 „			2,50 „					
log d	3,72 099			3,88 930			3,91 169					
log tg α	7,80 615			8,29 629			8,44 384					
log (d · tg α)	1,52 714			2,18 559			2,35 553					
- d · tg α	±	33,66 m			±	153,32 m			±	226,74 m		
$-\frac{d^2}{2R} (1 - k)$		1,88 „				4,10 „				4,54 „		
-(i - a _v)	+	1,20 „			+	1,10 „			+	1,10 „		
ΔH	+	32,98 m				156,32 m				230,18 m		
H _B	+	1 127,60 „			+	1 315,90 „			+	1 391,60 „		
H _A	+	1 160,58 m			+	1 159,58 „			+	1 161,42 m		
Prom. H _A de G 31 = + 1160,5 m.												
Corrección $0,87 \frac{d^2}{2R}$ por curvatura y refracción terrestre (k=0,13)												
d	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	Δ	
m	m	m	m	m	m	Δ m	m	m	m	m	cm.	
0	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,04	0,06	+ 1	
1 000	0,07	0,08	0,10	0,12	0,13	0,15	0,18	0,20	0,22	0,25	2	
2 000	0,27	0,30	0,33	0,36	0,39	0,43	0,46	0,50	0,53	0,57	4	
3 000	0,61	0,66	0,70	0,74	0,79	0,84	0,88	0,93	0,98	1,04	5	
4 000	1,09	1,15	1,20	1,26	1,32	1,38	1,44	1,51	1,57	1,64	6	
5 000	1,70	1,77	1,84	1,91	1,99	2,06	2,14	2,21	2,29	2,37	7	
6 000	2,45	2,54	2,62	2,71	2,79	2,88	2,97	3,06	3,15	3,25	9	
7 000	3,34	3,44	3,53	3,63	3,73	3,83	3,94	4,04	4,15	4,25	10	
8 000	4,36	4,47	4,58	4,70	4,81	4,93	5,04	5,17	5,29	5,40	12	
9 000	5,52	5,65	5,77	5,90	6,02	6,15	6,28	6,41	6,55	6,68	13	
10 000	6,82	6,95	7,09	7,23	7,37	7,52	7,66	7,80	7,95	8,10	15	
11 000	8,25	8,40	8,55	8,70	8,86	9,02	9,17	9,33	9,49	9,65	16	
12 000	9,82	9,98	10,15	10,31	10,48	10,65	10,82	10,99	11,17	11,34	17	

Form. niv. trig. 1.

*J. Recapitulación.***40. Importancia de la plancheta.**

Hemos tratado con alguna extensión el método de levantamiento a plancheta por considerar que para países como el nuestro y similares, aun carentes de regulares cartas topográficas, la plancheta tiene y conserva la importancia de un **método fundamental de levantamiento**, el cual en enormes extensiones de superficie terrestre no puede ser reemplazado con ventaja por ningún otro método de levantamiento.

Para todos los levantamientos topográficos es de suma importancia coordinar la elección de métodos con la característica del terreno (siendo, por ejemplo, razonable la fotogrametría para terreno montañoso y la plancheta para terrenos ondulados y llanos). Si no se procediera así, y si por algún prejuicio injustificado se tratara de desprestigiar alguno de los métodos fundamentales de levantamiento con la tendencia de reemplazarlo por otro menos eficaz para el caso, no se conseguirá otra cosa que perjudicar el rendimiento cuantitativo y la calidad de los levantamientos.

No hay que olvidar que el método de la plancheta tiene la gran **ventaja** de que el plano se crea a la vista del terreno, permitiendo una continua comparación del dibujo con la naturaleza, con la consiguiente garantía contra errores, que siempre hay cierto peligro que podrían deslizarse cuando el plano recién nace en el gabinete.

En países europeos que ya tienen completos sus levantamientos regulares al 1:25 000 ó escalas similares, es comprensible que haya disminuído algo la importancia de la plancheta a favor de otros procedimientos adecuados para la confección de planos más precisos aún y a escalas mayores. Pero para los países de América, que aun no tienen esas cartas regulares y fidedignas a escalas 1:25 000 ó 1:50 000, será **imprescindible** emplear todavía la plancheta



Fig. 42. Trozo del plano de Roma levantado a plancheta al 1:25 000 por Moltke en los años 1845 y 46 y dibujado según el sistema de trazos de Lehmann.

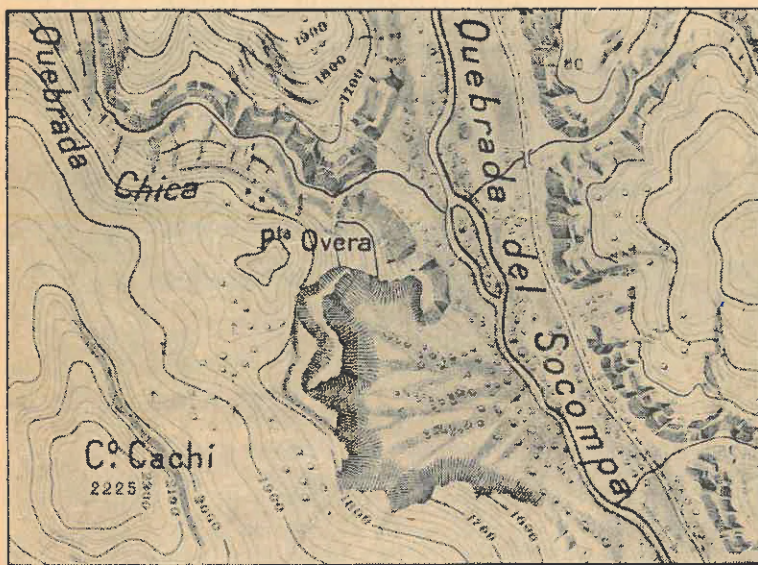
en un enorme volumen de trabajos a realizar, única manera de obtener esas cartas regulares en un plazo de tiempo razonable.

Cabe citar aquí, para terminar, a título de ejemplo histórico, el hecho de que el gran Helmuth **Moltke** (*) (1800-1891), más tarde mariscal de campo y conductor de la guerra franco-alemana de 1870, cuando ya tenía el grado de capitán y 45 años de edad, efectuó personalmente el levantamiento a plancheta (1:25 000) de un trozo considerable de terreno (35 km²), en los alrededores de la ciudad de Roma, produciendo un dibujo topográfico (ver fig. 42) que podría servir de modelo a más de un topógrafo. Y que este eminente militar encontró satisfacción en ese trabajo topográfico, lo prueban las palabras con las cuales en una carta posterior se refería al mismo, diciendo: "El esfuerzo que me costó el trabajo, me resultó ampliamente compensado por el placer que me proporcionó".

(*) *Moltke*, *Türkische Briefe* LXII.

CAPITULO SEGUNDO

Confección de Planos



Sumario

	Págs.
A. Generalidades	151
B. Curvas de nivel o curvas horizontales . .	155
C. Sistemas de trazos de pendiente	168
D. Esfumaje	179
E. Carta de relieve y pseudocarta de relieve .	179
F. Modernas cartas geográficas; carta mundial al millonésimo	182
G. Topografía militar y topografía civil . .	182
H. Recapitulación	184
I. Importancia de los conocimientos morfológicos en su aplicación a la topografía .	185

Confección de Planos

A. Generalidades.

1. Condiciones que debe satisfacer un plano topográfico. Signos convencionales.

Para que un plano topográfico sirva sea como base para anteproyectos de obras públicas o de otras construcciones técnicas cualesquiera, sea como elemento de orientación para fines de turismo, o como eficaz ayuda

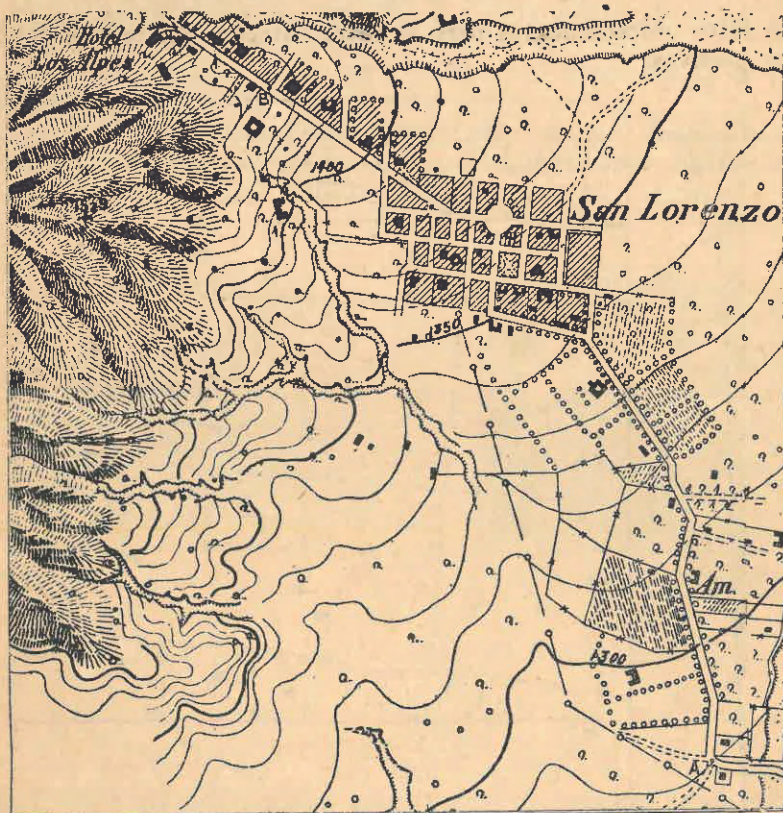


Fig. 1. Trozo de la plancheta "Campo Gral. Belgrano" (Provincia de Salta) del Instituto Geográfico Militar Argentino.

Escala 1:25 000, equidistancia 10 m.

para la administración y estadística de toda clase, debe **informar** con claridad y rapidez acerca de la ubicación de los múltiples detalles topográficos que contiene el sector de terreno representado: cursos de agua, formas del terreno, valles, barrancos, montañas, cultivos, monte alto y monte bajo, caminos (diferentes clases, como autopistas, carreteras, sendas, etc.),

ferrocarriles, casas, molinos, líneas telegráficas y telefónicas, alambrados; es decir, debe **informar** acerca del conjunto de detalles topográficos que caracterizan altimétrica y planimétricamente la zona en cuestión (ver fig. 1).

Para la fácil comprensión de los detalles topográficos que deben figurar en el plano, todos los países emplean ciertos **signos convencionales** (ver "**Signos convencionales argentinos**", Tomo I, Apéndice III).

2. Reticulado de planos topográficos.

Para facilitar el dibujo de un plano topográfico conviene generalmente trazar previamente un **reticulado de coordenadas planas**, con mallas más o menos amplias (de 4 cm por 4 cm o de 1 dm por 1 dm, por ejemplo). Ver para la ejecución de este trabajo preliminar: Tomo I, págs. 92-98 y 122-131.

3. Distintos procedimientos para la representación del relieve del terreno. Semiperspectivas.

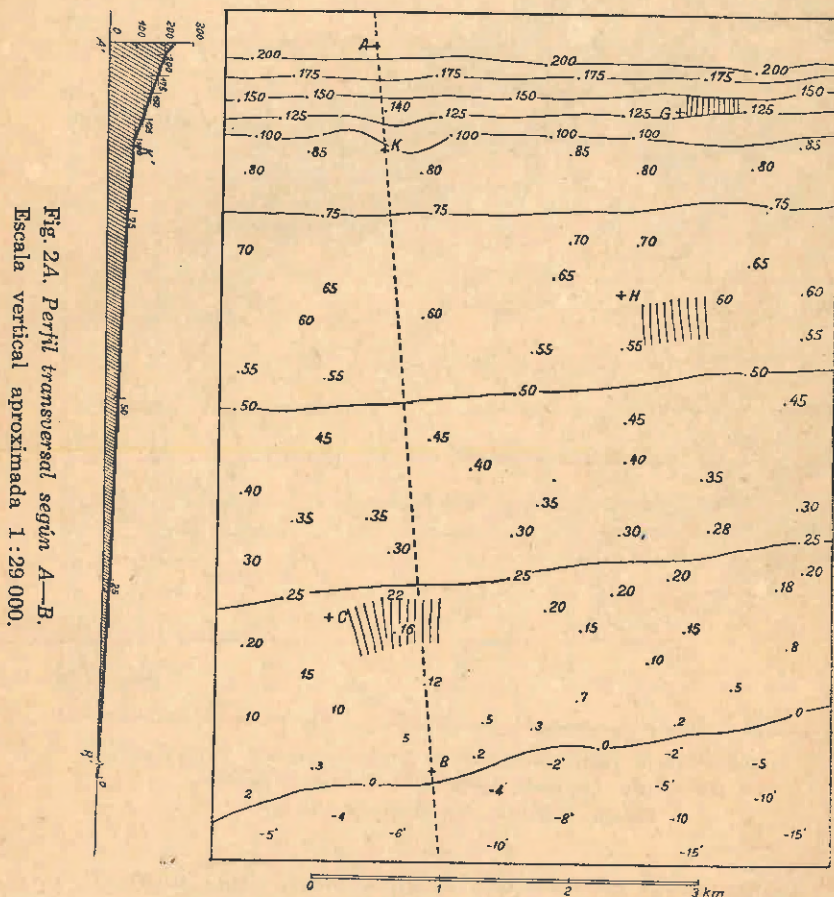


Fig. 2. Plano acotado de una llanura costera, con curvas de nivel de 25 en 25 metros, con tres ejemplos de trazos sencillos y dibujo de un perfil transversal en la dirección de la línea A-B.

Según Davis-Oestreich, "Praktische Uebungen in der Physikalischen. Geographie".

Escala 1:58 800.

La figura 3 muestra un paisaje costero parecido al representado en figs. 2 y 2 A.

Según la finalidad a que debe responder el plano topográfico, la representación del relieve del terreno será ejecutada por uno de los siguientes **sistemas principales**:

1º Por medio de **curvas de nivel** (ver figs. 1, 2 y 4), de las cuales es fácil deducir cualquier **perfil transversal** que pueda interesar (ver fig. 2A). Ejemplos para el empleo de las curvas de nivel son las planchetas al 1:25 000 y 1:50 000 del **Instituto Geográfico Militar argentino**.

2º Por el sistema de **trazos de pendiente** (fig. 5), los que tienen la ventaja de presentar a la vista inmediatamente el relieve del terreno con mucha claridad y bastante precisión. Ejemplo: plancheta "Campo General Belgrano" (Provin-

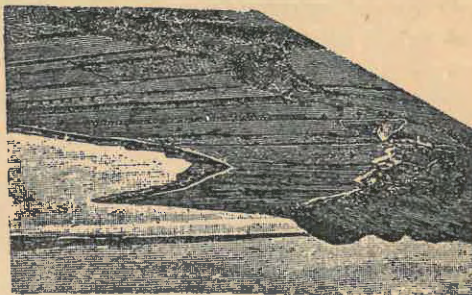


Fig. 3. Paisaje costero según W. M. Davis.



Fig. 4. Curvas de nivel.



Fig. 5. Trazos de pendiente.

cia de Salta), escala 1:25 000, fig. 1; "Plano de Roma" por Moltke, fig. 42, pág. 146.

3º Por el **esfumaje** (ver fig. 6), ejecutado con una mezcla de tinta de color sepia y siena), el que presenta el relieve del terreno en forma general y algo vaga y que se prefiere, por tanto, para cartas de regiones donde faltan datos para una representación más precisa del terreno. Ejemplos: las hojas a escala 1:500 000 de la Carta de la República Argentina editada por el **Instituto Geográfico Militar argentino**.

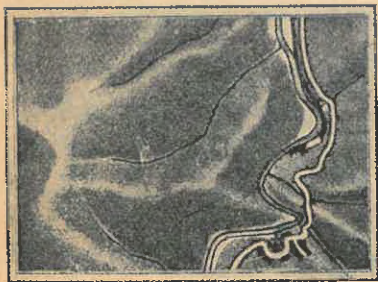


Fig. 6. Esfumaje.

Tanto para las curvas de nivel como para el esfumaje se recomienda mucho el empleo de tinta marrón.

Los trazos de pendiente se dibujaban antes en negro; hoy se prefiere marrón.

Tanto el sistema de trazos de pendiente como el sistema del sfumaje pueden ser combinados con curvas de nivel, superponiendo éstas (fig. 4) sobre los trazos (fig. 5) o el sfumaje (fig. 6); lográndose en este caso dos **ventajas**: datos más precisos debido a las curvas de nivel y representación plástica por medio de los trazos (ver fig. 7) o del sfumaje.

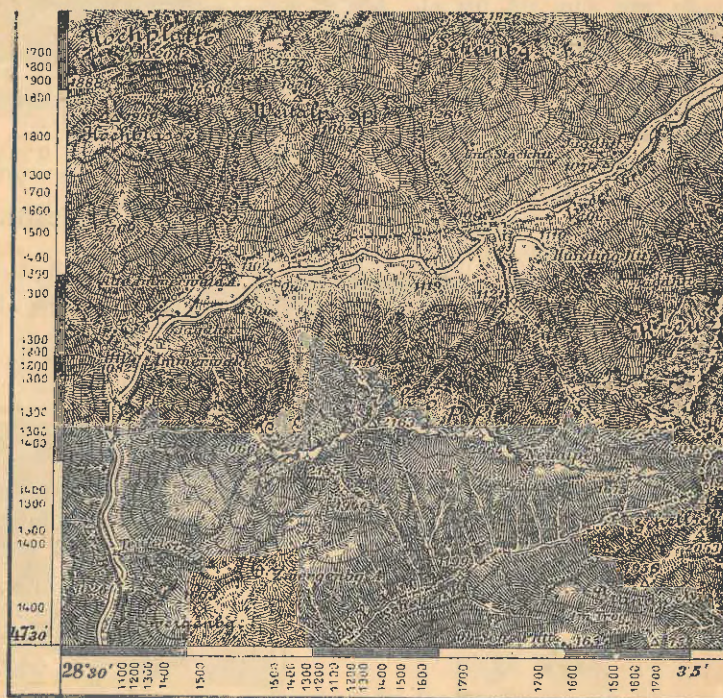


Fig. 7. Trozo de la "Spezialkarte von Oesterreich", con trazos y curvas de nivel.
Escala 1:75 000.

Semiperspectiva. Antes (principalmente desde los siglos XVI hasta XVIII) se solía "amenizar" la planimetría de las cartas por medio de las llamadas "**semiperspectivas**", es decir, se trataba de diseñar a escala la planimetría de las configuraciones principales (ríos, caminos), completándola con dibujos de destacados detalles (iglesias, otros edificios, árboles) presentados en **perspectiva** (ver fig. 8).

Estas **semiperspectivas**, las cuales se hallan en uso hasta el día de hoy (ver fig. 9), especialmente en las cartas para el turismo, tienen el **inconveniente** de que a veces detalles planimétricos resultan cubiertos por las figuras en perspectiva.

*B. Curvas de nivel o curvas horizontales.***4. Nota histórica.**

Las **curvas de nivel**, llamadas también **curvas hipsométricas** (del griego **hypsos**, alto, altura) fueron empleadas por primera vez en 1730 por el ingeniero hidráulico neerlandés **Cruquius**, para representar las formas de

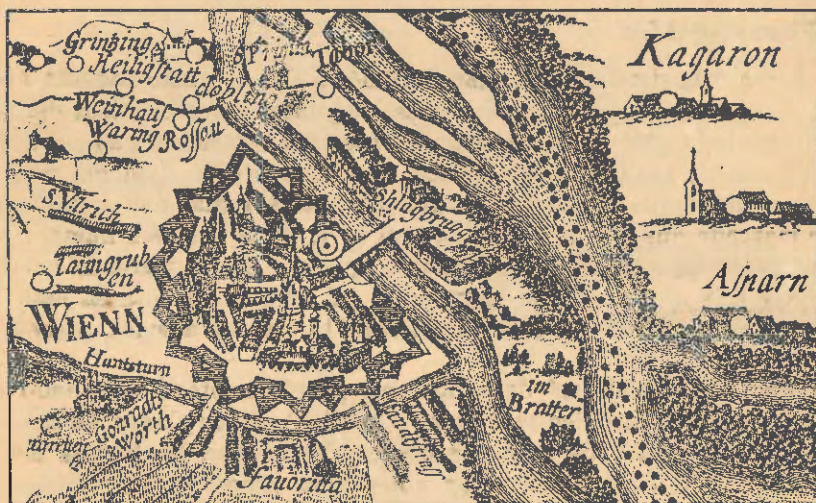


Fig. 8. Trozo de la carta de la ciudad de Viena y alrededores, levantada en 1670.
Escala 1:150 000.

lechos de ríos; y luego, en 1737, por el geógrafo francés Felipe **Buache** para designar líneas de igual profundidad, llamadas **líneas batimétricas** (del griego **bathys**, profundo) o **isóbatas** (isos, igual). Empero, la gran im-

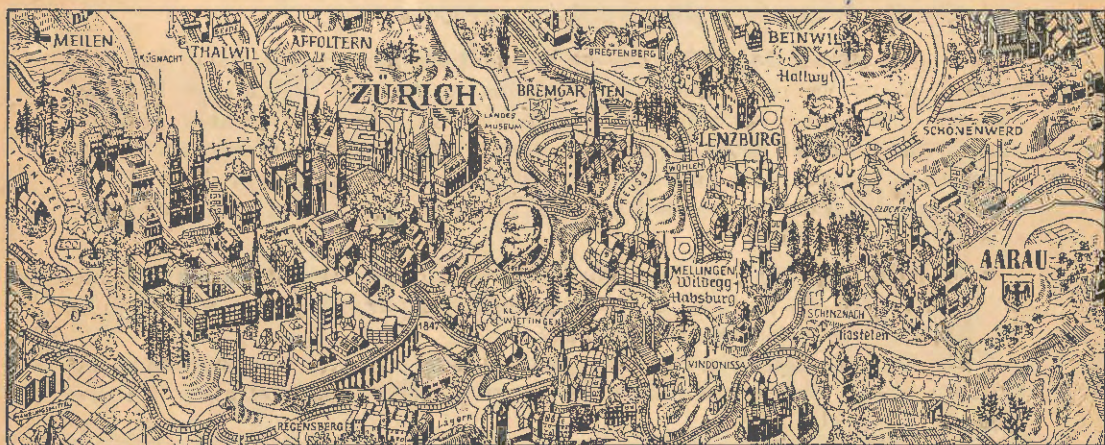


Fig. 9. Trozo de la Carta de Suiza, en semiperspectiva (con orientación hacia el Sur).

portancia de estas líneas para la representación del relieve terrestre, fuera, del agua, fué reconocida por primera vez por el ingeniero ginebrino **Ducarla**, el que en el año 1771 presentó un trabajo sobre este tema a la Academia de Ciencias de Francia. Por no ser cartógrafo práctico, Ducarla encargó a su amigo **Dupain** la ejecución de un primer proyecto de carta (publicado en 1791), por el cual Dupain obtuvo el Primer Premio Nacional de 10 000 francos.

5. Planos acotados.

La forma más simple de un plano altimétrico es el **plano acotado** (ver fig. 2), en el cual las proyecciones de todos los puntos característicos del terreno llevan a su lado anotada la correspondiente **cota** referida a una superficie de comparación de antemano establecida, generalmente el nivel del mar. Estas cotas son inscriptas en el plano siguiendo cierta **regla**, por ejemplo que el punto marcado quede a la izquierda y al nivel de la base del número cuando la cota es de signo **positivo**; en cambio, que ese punto marcado quede a la derecha y a la altura del borde superior del número de cota en caso de ser ésta de signo **negativo**. En este último caso, la cota es, además, precedida del signo —.

Los **planos acotados** así **definidos** son generalmente el resultado de un levantamiento taquimétrico (numérico o gráfico). Estos planos, en caso de ser suficiente la densidad de puntos acotados, **determinan las formas del terreno**; sin embargo, ellos no son muy aptos para proporcionar fácilmente y a simple vista una idea clara del conjunto del terreno, por la cual, antes de usarlos, para fines prácticos (proyectos de obras), es conveniente **trazar las curvas de nivel en base a las cotas** indicadas en los mismos.

La **representación de las formas del terreno por medio de las curvas de nivel basadas en planos acotados**, es la más apropiada para las necesidades del ingeniero. Ver figura izquierda, abajo, en la cubretapa.

6. Curvas de nivel; explicación del concepto.

Llámanse **curvas de nivel** o **curvas horizontales** a las proyecciones horizontales de las curvas de intersección de planos horizontales con la superficie del terreno. Los planos horizontales son elegidos de diferentes cotas y generalmente **equidistantes** entre sí. En este caso de ser uniformemente distanciados los planos horizontales que originan las curvas de nivel (ver fig. 10), se llama **equidistancia** de las curvas a la distancia que media cada vez entre dos planos sucesivos.

Sean **ASB** (fig. 10) una elevación del terreno que se levanta sobre el plano **P** de cota cero. Se imagina cortado ese saliente por los planos horizontales **1-1, 2-2, 6-6** equidistantes entre sí.

Cada uno de estos planos determina sobre el saliente un corte formado por una curva: el plano **P** mismo da la curva **AHB**, ó **OH0**, el plano **1-1** origina la curva **1K1**, etc.

Con proyectar estas curvas sobre el plano horizontal **P**, se obtendrá en el mismo un conjunto de curvas, correspondientes a diferentes alturas

del terreno; hallándose, en el caso considerado, cada curva situada dentro de la curva de cota inmediatamente inferior en una equidistancia (de 10 m).

Estas curvas resultan más acercadas entre sí en los lugares correspondientes a las pendientes más fuertes del saliente (ver fig. 10A).

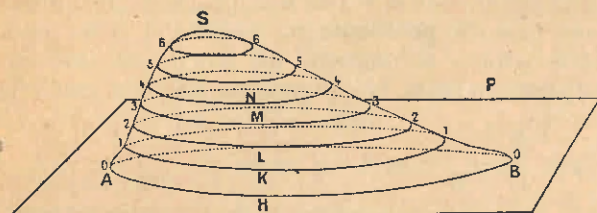


Fig. 10. Secciones horizontales equidistantes por un saliente del terreno.

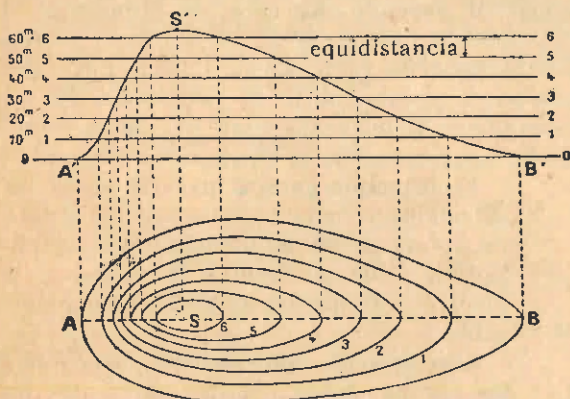


Fig. 10A. Se ilustra el principio de las curvas de nivel, según Berget, "Topographie".
Equidistancia 10 m.

Se ve que el conjunto de estas curvas que se llaman **curvas de nivel** o **curvas horizontales** o también **secciones horizontales equidistantes**, constituyen un modo bastante expresivo para representar el relieve del terreno, proporcionando no solamente un aspecto general del mismo sino también datos numéricos de cierta precisión referidos a las formas del terreno.

7. Equidistancia natural y equidistancia gráfica. Numeración de las curvas de nivel.

Llámase **equidistancia natural**, **E**, a la diferencia de altura de dos secciones horizontales sucesivas, y **equidistancia gráfica**, **e**, a la misma magnitud reducida á la escala horizontal $1/n$ del plano.

Tenemos entonces:

$$(1) \quad e = E \cdot \frac{1}{n}$$

o sea:

$$(2) \quad E = ne$$

Por ejemplo, en el trozo de plancheta de figura 1 tenemos **E** = 10 m, la escala horizontal $\frac{1}{n} = \frac{1}{25\,000}$, de modo que resulta:

$$e = 10\,000 \cdot \frac{1}{25\,000} = 0,4\text{ mm}$$

Si se quisiera construir un llamado "**relieve topográfico**" del terreno representado en dicha figura 1, con escala 1:25 000 tanto para la planimetría como para la altimetría, se podría emplear cartón de 0,4 mm de es-

pesor, recortar hojas con contornos de acuerdo a las curvas de nivel y luego pegarlas las unas sobre las otras en la forma indicada por el plano. Ver para más detalles el N° 32 de pág. 179.

Si por **D** indicamos la distancia horizontal que separa dos puntos del terreno pertenecientes a dos curvas sucesivas y por **d** a la misma magnitud medida en el plano, tendremos para la **pendiente p** (razón del desnivel a la distancia horizontal, la que es igual a la tangente del ángulo de pendiente α , ver fig. 11) de la recta que une esos dos puntos la relación general:

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} p = \frac{E}{D} = \frac{e}{d} = \operatorname{tg} \alpha \\ \alpha \sim \frac{e}{d} \cdot 57,3^\circ \end{array} \right.$$

La elección de la equidistancia **E** depende del carácter altimétrico del terreno se elegirá relativamente grande (10 m, 25 m, 50 m) para terrenos muy accidentados, y bastante más pequeña (5 m, 2,5 m, 1,25 m, 1 m, 0,5 m) para terrenos con ondulaciones poco pronunciadas o casi llanos. En este último caso se requieren equidistancias **E** pequeñas para que leves ondulaciones del terreno no escapen a la representación en el plano.

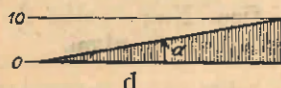


Fig. 11. El llamado "triángulo de perfil".

Es obtenido mediante un corte vertical según la recta que une dos puntos del terreno (supuesto de pendiente uniforme) pertenecientes a dos curvas de nivel sucesivas; trázase, además, la vertical **e**. En caso de hallarse esa recta de unión de dos puntos en *posición normal al recorrido de las dos curvas*, la misma tendría *inclinación máxima* contra el plano horizontal, puesto que la magnitud **e** (equidistancia) del nivel de los dos puntos es constante, y mínima, en este caso, la longitud de la recta de unión.

El principio general para la elección de **E** establece que la carta por un lado debe informar en la manera más completa posible sobre las formas del terreno y por el otro lado quedar todavía fácilmente legible.

Los números que indican las cotas de las curvas deben figurar sobre los **bordes** de las hojas y también con suficiente frecuencia en el interior de las mismas (dentro de pequeñas interrupciones de las curvas), en lugares donde faciliten eficazmente la lectura de la carta.

Las curvas correspondientes a números redondos [por ejemplo de 100 en 100 metros en terreno muy accidentado (y cartas a escalas pequeñas, ver pág. 154); o de 20 en 20 metros en terrenos menos accidentados] deben destacarse en alguna forma, sea dibujándolas con líneas más gruesas o sea (como se usa en Suiza) con trazo interrumpido.

8. Perfil transversal. Perfil natural y perfil sobrealzado.

Los planos provistos de curvas de nivel permiten estudiar secciones del terreno según **planos verticales** para un mejor conocimiento del relieve del terreno. La sección del terreno con plano vertical da una **línea de contorno** característica, llamada **perfil transversal** en la dirección del plano cortante.

Cuando, al dibujar esa línea de contorno abatida sobre el plano horizontal, las ordenadas de sus puntos son tomadas a la misma escala que las abscisas, el perfil se llama **perfil natural** (ver fig. 12), siendo entonces según la (3) las pendientes del terreno las mismas que las mostradas por la línea de contorno del perfil.

Cuando, en cambio, al dibujar un perfil, se agrandan las ordenadas en una cierta proporción en comparación con el dibujo de las abscisas, con el objeto de destacar más claramente el relieve, se dirá que el perfil es **alzado o sobrealzado**. En este caso las pendientes mostradas directamente por el perfil son mayores que los relieves del terreno en la misma razón que la escala vertical es mayor que la escala horizontal (ver fig. 2A: **perfil alzado** en la razón 1:2).

El perfil transversal da una figuración más clara del relieve que el plano con curvas de nivel. Si se usa papel milimetrado transparente para el dibujo de perfiles, existe cierta comodidad para la colocación de las ordenadas de los mismos.

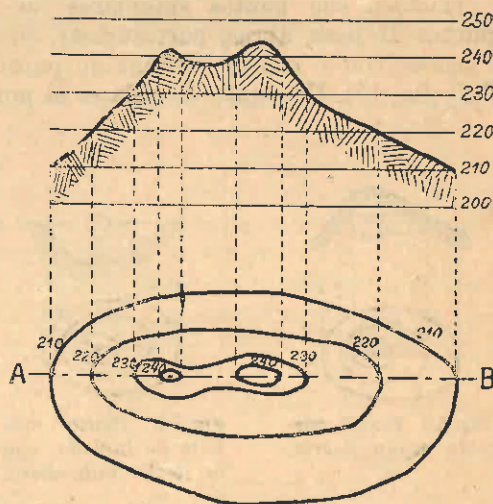


Fig. 12. Perfil transversal natural
Escala 1:2000.
(Horizonte levantado a 200 metros)

9. Propiedades de las curvas de nivel.

De un modo preciso las curvas de nivel pueden ser **definidas** como líneas de ribera de aguas tranquilas, cuyo nivel iría subiendo sucesivamente por etapas iguales a las equidistancias, resultando así las curvas de nivel ser **líneas de intersección de superficie de nivel con la superficie del terreno**. Se comprende entonces que las curvas de nivel así definidas no pueden ser sino **líneas cerradas** y, salvo raras excepciones de terrenos de alta montaña, con entrantes, donde cada vertical corta la superficie del terreno en más de un punto, las curvas de nivel de diferentes cotas no se cortan.

Las formas de las curvas de nivel son muy variadas y parecen no seguir ley alguna. Pero no es así. Generalmente, con sólo mirar el recorrido de estas curvas en un sector de la carta, se puede reconocer, sin mucha dificultad, ciertas propiedades geométricas de la superficie de terreno en el sitio considerado.

Una parte principal de lo que se llama "**lectura de carta**" consiste en lograr rápidamente una idea clara de las formas del terreno con sólo mirar las curvas de nivel correspondientes. La habilidad del intelecto de pasar de las curvas de nivel a la imagen de las formas del terreno se ejercita convenientemente con la creciente práctica.

10. Puntos singulares o puntos notables del terreno.

Existen puntos del terreno cuyas curvas de nivel se reducen a puntos. Son estos los puntos más altos (cimas) de lomas o mogotes (fig. 13) y los puntos más bajos de hoyadas (fig. 14).

También son puntos singulares los llamados puntos de silla (puertos, puntos de paso, abras, portezuelos), en los cuales una curva de nivel puede cruzarse con sí misma (formar un punto doble con 2 tangentes horizontales, S de fig. 15). Un punto de silla es el punto más alto de un recorrido que sin

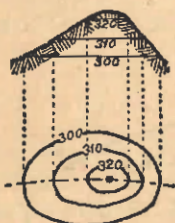


Fig. 13. Punto cúspide, según Egerer.

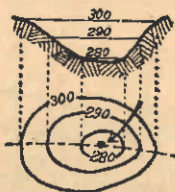


Fig. 14. Punto más bajo de hoyada, con la flecha indicadora.

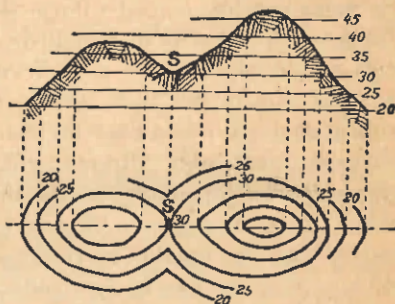


Fig. 15. Punto de silla, S.

subir más de lo necesario lleva de un valle a otro valle opuesto y, al mismo tiempo, el punto más bajo de un recorrido que sin bajar más de lo necesario lleva de una cima a otra opuesta,

11. Líneas de máxima pendiente o líneas de caída de una superficie topográfica; su construcción.

Por un punto cualquiera de la superficie topográfica pasan infinitas tangentes. Entre estas tangentes hay dos notables, la horizontal y la de máxima pendiente, siendo la horizontal al mismo tiempo tangente a la curva de nivel que pasa por el punto considerado. Para cualquiera de las demás tangentes, con excepción de una, existe una pareja de igual inclinación contra el plano horizontal. Una sola, cuya pendiente es más fuerte que las pendientes de las otras tangentes, no tiene pareja; se la llama línea de máxima pendiente de la superficie en el punto considerado.

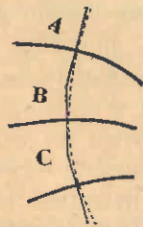


Fig. 16. Construcción de la línea de máxima pendiente (línea punteada) en el punto de curva A.

Es según esta línea que correría una gota de agua bajo la influencia de la gravedad, razón por la cual la línea de máxima pendiente se llama también línea de caída.

Una característica o propiedad muy importante de las líneas de caída es la de ser siempre perpendicular a las curvas de nivel que cruzan (ver fig. 16).

Para trazar la línea de máxima pendiente en un punto A de una curva de nivel (fig. 16), se levanta la normal en A (línea llena), prolongándola hasta aproximadamente el punto medio B del espacio que existe entre dicha curva de nivel y la curva de nivel vecina. Por este

punto **B** se baja la perpendicular a la curva vecina, y se la prolonga hasta otro punto medio **C** entre dos curvas sucesivas. Desde **C** se baja la perpendicular a la curva siguiente y así sucesivamente. Dichas normales son entonces las tangentes a la línea de máxima pendiente (línea punteada) que se busca, pudiendo ser trazada ésta fácilmente con suficiente aproximación.

12. Líneas de máxima pendiente notables: líneas divisorias y talwegs del terreno; su importancia práctica.

En general, por cada punto del terreno pasa una sola línea de máxima pendiente. Pero existen excepciones: Por cada punto más alto de un mogote (cima, punto cúspide, ver fig. 13) y por cada punto más bajo de una hoyada (ver fig. 14) pasa un número infinito de líneas de máxima pendiente, porque hay innumerables perpendiculares que desde esos puntos pueden ser trazadas a las curvas vecinas, más altas o bajas, respectivamente.

La figura 17 muestra una **hoyada** que suponemos con curvas elípticas, siendo **H** el punto más bajo. Las proyecciones de las numerosas líneas de caída, que cortan todas las curvas bajo ángulos rectos, según la ley establecida, llegan en este caso finalmente como **tangentes al eje mayor común** de todas las elipses, con punto de tangencia en la proyección del punto central **H**. La línea de caída cuya proyección es este eje mayor común, es una **línea de caída notable**, llamada **talweg**. La designamos por **t**. La única línea de caída cuya proyección no es tangente al eje mayor es aquella que se proyecta sobre el eje menor de la elipse.

(En caso de que las curvas de nivel de una hoyada tuvieran forma **circular**, no habría línea de caída notable, llegando entonces todas las líneas de caída radialmente al punto más bajo **H**).

Para el estudio del caso de una **elevación del terreno** podría servirnos la misma figura 17, con sólo suponer en ella invertida la dirección de las flechas de las líneas de caída. Resulta entonces el punto **H** ser **punto más alto de un mogote**, llamándose, en este caso, la línea de máxima pendiente **línea divisoria de las aguas** o simplemente **divisoria**.

Las figuras 18 y 19 representan trozos de terreno (hondonada y loma), en los que existen, respectivamente, un talweg **t** y una divisoria **d**.

Estas figuras enseñan que las **líneas de caída notables** son aquellas a las cuales se adosan las líneas de caída vecinas en grado máximo, sea en la dirección de las cotas descendentes (caso del talweg, fig. 18) o en la dirección de las cotas ascendentes (caso de la divisoria, fig. 19).

Los talwegs se denominan también **líneas de valle**, **líneas de recogidas** o **vaguadas**. Las divisorias también se llaman **dorsales**.

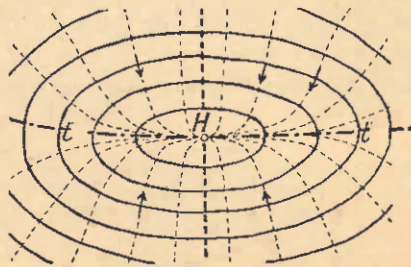


Fig. 17. Hoyada con curvas elípticas según Rothe.

H, punto más bajo;
t, talweg.

Las flechas indican la dirección de las líneas de máxima pendiente o líneas de caída.

En la proximidad de un **punto de silla**, llamado también **punto de paso**, **puerto**, **portezuelo**, las curvas de nivel tienen formas cuyas proyecciones son

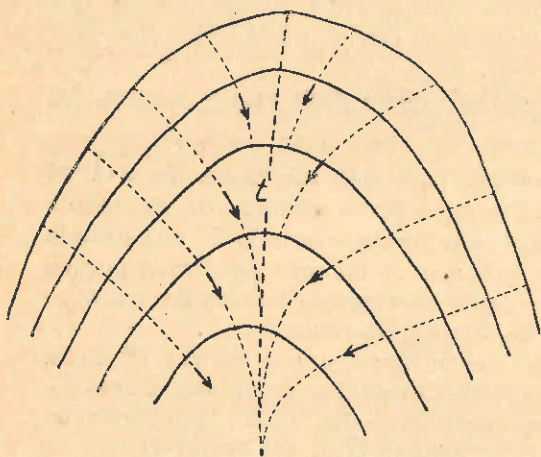


Fig. 18. Hondonada con talweg *t*.

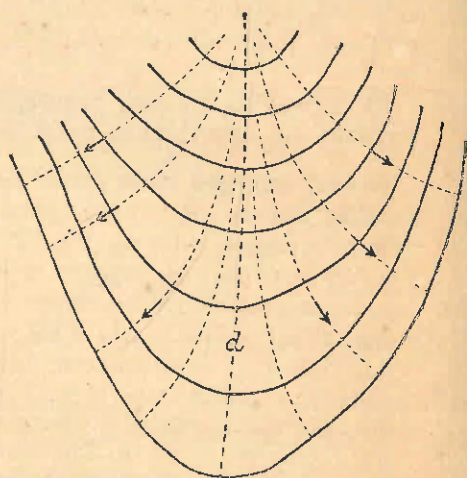


Fig. 19. Loma con divisorio *d*.

aproximadamente **hipérbolas**, con ejes **t** y **d** comunes y punto central **S**. La figura 20 muestra una forma de silla con las correspondientes curvas de nivel y líneas de caída. Se ve que por el punto de silla **S** pasan **dos líneas de caída notables** en la dirección de los ejes de las dos familias de hipérbolas: un talweg **t**, al cual las líneas de máxima pendiente se le vienen acercando en la dirección de las cotas descendentes, y una dorsal **d**, a la cual las líneas de caída se le vienen acercando en el sentido de las cotas ascendentes.

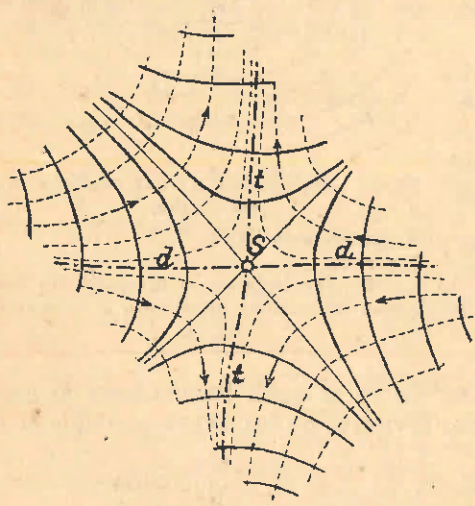


Fig. 20.

Silla, con punto central *S*, los talwegs *t* y las dorsales *d*.

se prestan muy especialmente para líneas de límite, sean fronteras internacionales, sean límites interprovinciales y hasta limitaciones de la propiedad raíz privada.

El término “**talweg**” (palabra alemana que quiere decir “camino del valle”) fué introducido por el ingeniero hidráulico alemán **Wiebeking** († 1842) y ha pasado como término técnico a los principales idiomas (francés, inglés, italiano, español, etc.).

Tanto las líneas de los talwegs como de las divisorias tienen mucha **importancia práctica**, porque de límite, sean fronteras internacionales, sean límites interprovinciales y hasta limitaciones de la propiedad raíz privada.

Límites de propiedades pequeñas situadas en faldas sin talwegs o divisorias, se suelen trazar con preferencia a lo largo de las horizontales y las líneas de máxima pendiente; y, cuando el terreno debe ser labrado con arado, conviene elegir para las dimensiones largas (profundidades) las horizontales y para las dimensiones cortas (frentes) las líneas de máxima pendiente (ver fig. 21).



Fig. 21. Vista de un paisaje de Alsacia-Lorena tomada desde un avión demostrando una conveniente forma de limitación de la pequeña propiedad raíz (profundidades a lo largo de las horizontales y frentes a lo largo de las líneas de máxima pendiente).

Cuando los terrenos están destinados a la labranza a mano, las dimensiones mayores del límite pueden elegirse coincidentes con las líneas de máxima pendiente y las dimensiones cortas con las horizontales (ejemplos: cultivos en Bolivia, viñedos en Europa).

En las **regiones de montañas**, parte de los caminos son trazados a lo largo de los talwegs y generalmente no muy lejos de los mismos, cruzando las sillas para pasar de un valle a otro valle opuesto. Otros caminos de montaña que suben por las faldas (en zig-zag o no), cortan las curvas de nivel bajo ángulos oblicuos tales que permiten evitar pendientes excesivas (ver fig. 32). Ver también pág. 245, Volumen 1 del Tomo III.

En **terreno ondulado** o sea de desniveles poco pronunciados (por ejemplo los existentes en las provincias de Corrientes y Entre Ríos) muchas veces se trazan caminos a lo largo de las divisorias de las aguas.

13. Líneas directrices del terreno; modo de representarlas en los croquis de campo.

La acertada ubicación de los talwegs y divisorias en un plano levantado es esencial para una correcta representación del terreno. Por eso ambas clases de líneas son llamadas también **líneas directrices del terreno** (ver fig. 22).

Las líneas directrices deben ser marcadas en los croquis de campo, para lo cual se ha generalizado el uso de indicar los talwegs con lápiz de color azul y las divisorias con rojo.

En la cubretapa del presente Volumen hállanse marcados, en la figura izquierda, abajo, con tinta marrón, las curvas de nivel; con tinta azul, el curso de agua y con trácitos negros las divisorias y líneas de caída.

La interpolación de puntos de curvas entre puntos acotados que han sido levantados, puede ser efectuada por estima a ojo, o mejor, por el cálculo de proporción, o gráficamente mediante diagramas de paralelas, o finalmente, en ciertos casos, con ayuda de perfiles transversales, procedimientos éstos sobre los cuales pasamos a dar algunos detalles.

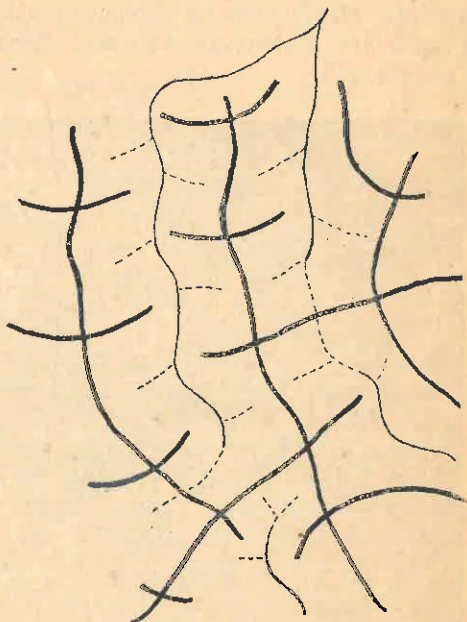


Fig. 22. Líneas directrices de un sector de terreno.

Las dorsales son representadas por líneas gruesas y los talwegs por líneas finas (llenas o punteadas).

14. Trazado de las líneas de forma o curvas de nivel provisionales en los croquis de campo.

En caso de efectuarse el trazado definitivo de las curvas de nivel en el gabinete, este trabajo se halla notablemente facilitado si el croquis de campo contiene las líneas de forma o sea un grosero esbozo de las curvas de nivel provisionales, trazado a la vista del terreno con interpolación a estima de las cotas redondas.

En lo que sigue explicaremos la interpolación lineal efectuada por el cálculo, luego la que se hace por medio de diagramas de paralelas y la que se efectúa con ayuda de los perfiles transversales.

Para los tres procedimientos es condición esencial que la recta que une cada vez dos puntos acotados entre los cuales se interpola, se halle prácticamente dentro de la superficie terrestre y que ningún punto se aparte sensiblemente de la misma.

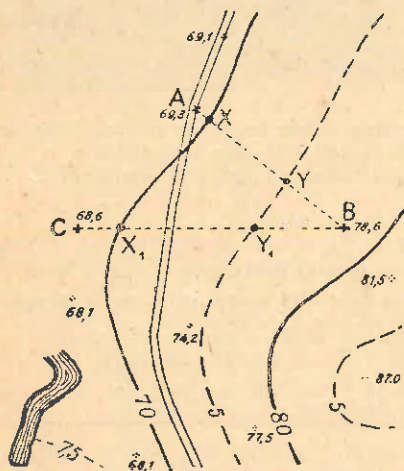


Fig. 23. Dos ejemplos de interpolaciones de curvas de nivel.

Escala 1:5 000.

15. Interpolación lineal por el cálculo.

Pasamos a explicar un ejemplo numérico para la interpolación de curvas de nivel por el cálculo.

Es éste un simple problema de proporcionalidad.

Sean **A** y **B** (fig. 23) dos puntos de cotas $H_A = 69,3$ y $H_B = 78,6$ siendo entonces la diferencia de nivel $H_B - H_A = \Delta H = 9,3$ metros.

La distancia de los puntos **A** y **B** en el plano es de 25,2 mm. Buscamos un punto **X** de cota 70 situado sobre la recta **AB**, y cuya distancia desde **A** la designamos por x . Entre H_A y 70 hay 0,7 m de desnivel.

Vale entonces la proporción:

$$\frac{x}{25,2} = \frac{0,7}{9,3}$$

de la cual resulta:

$$x = \frac{0,7 \cdot 25,2}{9,3} = 1,9 \text{ mm}$$

Si análogamente buscáramos un punto **Y** de cota 75, obtendríamos para su distancia al punto **A** el valor y :

$$y = \frac{5,7 \cdot 25,2}{9,3} = 15,4 \text{ mm}$$

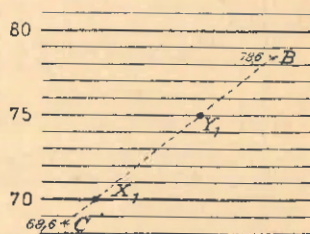


Fig. 24. Interpolación mediante diagrama de paralelas.

Cotas dadas:

$H_B = 78,6$; $H_C = 68,6$; X_1 , Y_1 , puntos interpolados.

16. Interpolación mediante diagramas de paralelas.

En figura 24 se muestra un sistema de paralelas que generalmente se dibuja sobre papel transparente, las que corresponden a cotas de metro en metro.

Sean dadas en el plano de fig. 23 las cotas de dos puntos **B** y **C**, a saber:

$$H_B = 78,6 \text{ m} \quad H_C = 68,6 \text{ m}$$

Trátase de ubicar en el plano dos puntos X_1 e Y_1 de cotas 70 y 75, respectivamente.

Se opera del siguiente modo: En el transparente de fig. 24 se marca entre las paralelas correspondientes a cotas 78 y 79 un punto **B** de cota 78,6. Luego se lleva el transparente sobre el plano de fig. 23, haciendo coincidir ese punto marcado con el punto **B** del plano. Sin perder esta coincidencia, se gira el transparente hasta que el punto **C** del plano caiga entre las paralelas 68 y 69 en un sitio correspondiente a la cota 68,6. Se trazará entonces a lápiz sobre el transparente la recta **BC**, y se picarán sobre el plano las intersecciones de **BC** con las paralelas de cotas 70 y 75, obteniéndose así en el plano los puntos X_1 e Y_1 buscados.

17. Interpolación con ayuda de perfiles transversales.

Este método es siempre aplicable cuando exista una serie de puntos acotados que han sido levantados, los cuales, suponemos unidos a modo de formar una poligonal. Cuando la proyección horizontal de esa poligonal es recta

(como en fig. 25 las poligonales **Aabhcdb** y **CefghijkD**), el perfil correspondiente se halla en un mismo plano vertical. Tales perfiles se suelen disponer con preferencia de modo que contengan líneas de máxima pendiente, especialmente también talwegs y divisorias (ver fig. 25).

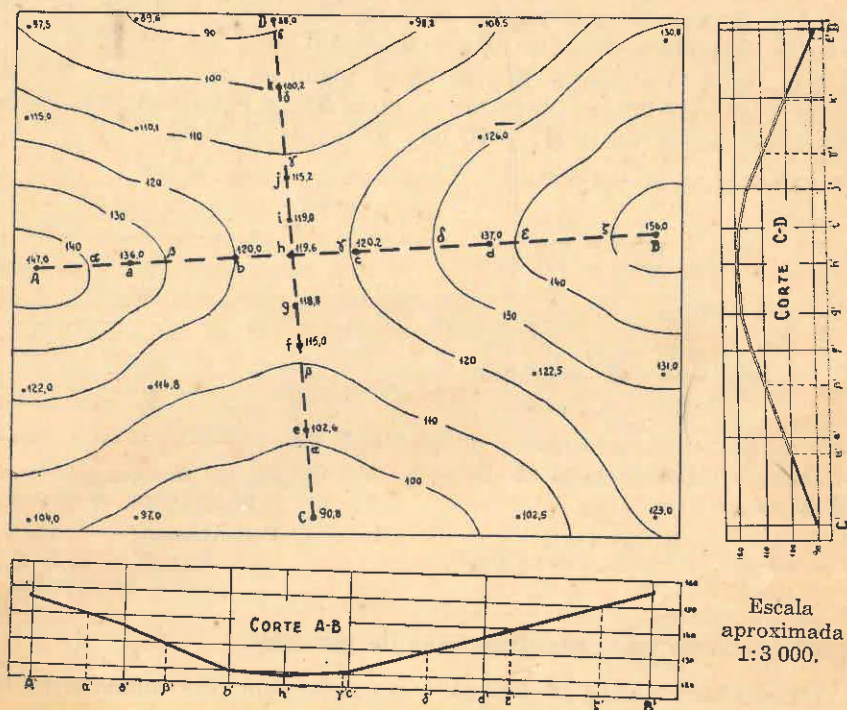


Fig. 25. Interpolación de puntos de curvas de nivel en un plano acotado mediante los perfiles A-B y C-D (a lo largo de las divisiones y talwegs de una formación de silla). Los puntos cuyas cotas se han utilizado para los perfiles, son designados por letras latinas minúsculas, y los puntos de curvas de nivel buscados, por letras griegas minúsculas.

Describiremos el procedimiento para obtener puntos de curvas de nivel dentro de la poligonal **Aabhcdb** de fig. 25. Sobre una línea base **A'B'** trasladaremos en orden sucesivo los segmentos **Aa**, **ab**, **bh**, **hc**, **cd**, **dB** (que son distancias horizontales), con lo cual obtendremos los puntos **a'**, **b'**, **h'**, **c'**, **d'**, **B'**.

Paralelamente a la recta **A'B'** se han trazado una serie de líneas equidistantes entre sí, las que corresponden a cotas redondas 115, 120, etc. (a escala vertical cualquiera). En los puntos **A'**, **a'**, **b'**, etc. se levantan perpendiculares, sobre las cuales se marcan puntos con ordenadas correspondientes a las cotas de **A**, **a**, **b**, etc. Estos puntos se unen sucesivamente, con lo que se obtiene la poligonal contorno del perfil. Esta poligonal corta a las paralelas de cotas redondas 120, 130, 140, etc. en una serie de puntos, los cuales, proyectados sobre la recta **A'B'** dan los puntos **α'**, **β'**, **γ'**, **δ'**, etc. Trasladamos ahora los segmentos **A' - α'**, **α' - β'**, **β' - γ'**, . . . sobre la poligonal **A-B** del plano, obteniéndose así los puntos de curvas **α**, **β**, **γ**, **δ**, etc. buscados.

En forma análoga se ha construido y utilizado el perfil entre los puntos **C** y **D**.

El método descrito es aplicable aún cuando la proyección de la poligonal utilizada no es recta sino una **quebrada** cualquiera.

18. Precisión de las curvas de nivel. Errores medios y tolerancias deducidos de grandes trabajos prácticos realizados.

Los errores de los puntos levantados afectan la situación de las curvas de nivel. En el supuesto de tratarse, por ejemplo, de una pendiente de $n = 1/20$ un punto levantado, si bien con la cota exacta, pero con un **error de situación** de 1 metro, en dirección normal a las curvas de nivel, produciría para las cotas sacadas del plano en las proximidades de dicho punto, un error de 1/20 metro.

En cambio, un punto levantado, si bien planimétricamente exacto, pero con un **error altimétrico** de 1/4 m, originaría un desplazamiento de las curvas de 5 m en las proximidades del punto levantado.

Para puntos más distanciados de los puntos levantados se podrían admitir errores aún algo mayores por no cumplirse con exactitud la suposición de que rectas de unión entre puntos levantados se confundan con la superficie del terreno (ver fig. 164), dependiendo esa no-coincidencia con el terreno principalmente de la cantidad y disposición de los puntos acotados levantados y de la mayor o menor falta de uniformidad de las pendientes.

Debido a esa dependencia del error de altura de las pendientes del terreno, **Koppe** ha establecido para el **error altimétrico** de puntos sacados del plano la siguiente fórmula:

$$a + b \cdot n$$

donde **n** expresa la pendiente del terreno en el punto considerado, siendo **a** y **b** dos constantes.

Por esos ejemplos se comprende que la ubicación planimétrica más o menos exacta de una curva de nivel depende, además de la precisión de las medidas tomadas, en manera esencial de la magnitud de la **pendiente**.

Para el plano topográfico de **Brunsviga**, a 1:10 000, **Koppe** encontró:

$$(6) \quad (1 + 10 \cdot n) \text{ para puntos sacados del plano.}$$

Error medio altimétrico para puntos sacados de la carta:

$$(5) \quad (0,3 + 3 \times n) \text{ metros}$$

al cual lógicamente se podría hacer corresponder una **tolerancia altimétrica** de:

$$(6) \quad (1 + 10 \cdot n) \text{ para puntos sacados del plano.}$$

Ver "Zeitschrift für Vermessungswesen", año 1902, pág. 412.

El geodesta **Hammer** estableció una fórmula empírica análoga para el **máximo error admisible de cotas** sacadas de planos a escala 1:25 000:

$$(7) \quad (0,8 + 15 \cdot \operatorname{tg} \alpha) \text{ metros,}$$

donde α significa el ángulo de pendiente en el punto considerado.

Multiplicando la fórmula (7) por $\operatorname{ctg} \alpha$ se obtiene una expresión para el **error máximo de la situación planimétrica de las curvas de nivel** en un plano topográfico. Ese **error máximo** (en el material estudiado por **Hammer**) resulta ser, en consecuencia, igual a:

$$(8) \quad (15 + 0,8 \operatorname{ctg} \alpha) \text{ metros}$$

Ver: Max **Eckert**, "Die Kartenwissenschaft", Tomo I, pág. 235.

En las **cartas topográficas de la "Deutsche Landesaufnahme"**, a escala 1:25 000, se encontraron errores que aproximadamente concuerdan con la fórmula de **Hammer**. Los ejemplos aducidos demuestran que los errores medios altimétricos de puntos de cartas no dependen solamente de la **pendiente** del terreno sino también de las **escalas** de las cartas, de lo cual fluye que las fórmulas para errores altimétricos hasta ahora establecidas, las que no consideran escalas, son únicamente aplicables para determinadas escalas y no pueden ser empleadas en la forma general.

Para la "**Carta Topográfica Fundamental de Alemania**" (Topographische Grundkarte des Deutschen Reichs"), a escala 1:5 000, iniciada por el "Reichsamt für Landesaufnahme" en el año 1925 y de la cual en la actualidad se halla terminada aproximadamente la mitad, fueron adoptadas, a propuesta de una comisión asesora, las siguientes **tolerancias**:

- (9) { 3,0 metros para la situación planimétrica,
 { 0,3 „ para las alturas.

Ver "**Zeitschrift für Bildmessung und Luftbildwesen**", 1928, pág. 159 y "**Reichsamt für Landesaufnahme**", 1929/30, folleto 4.

Es de observar que el establecer fórmulas y valores para errores máximos altimétricos sólo tiene objeto práctico para cartas o planos procedentes de **levantamientos regulares**. En contraposición a los **levantamientos expeditivos** entiéndese por **levantamientos regulares** a los efectuados a escalas mayores, 1:50 000, 1:25 000, 1:20 000, 1:10 000, 1:5 000, etc. con curvas de nivel basadas en puntos levantados de suficiente densidad para que las mismas expresen fielmente las formas del terreno.

C. Sistemas de trazos.

19. Inconveniente de las curvas de nivel.

A las curvas de nivel, conocidas desde la segunda mitad del siglo XVIII, se les reprochó que no producen siempre para la vista directa una impresión plástica del relieve del terreno.

En efecto, cuando el terreno es casi llano y si tiene muchas ondulaciones no muy pronunciadas, las curvas quedan en general muy distanciadas y tienen recorridos complicados, lo que hace que no transmitan inmediatamente a la imaginación la impresión del relieve.

Quien no está obligado por el ejercicio de su profesión a ocuparse continuamente de las curvas de nivel y de los signos convencionales cartográficos, no podrá ver de un solo golpe de vista si tiene que moverse a lo largo de una falda o una dorsal, o si tiene que atravesar una hondonada para llegar a un determinado punto del terreno.

Con el objeto de aumentar la plasticidad de la representación del terreno se introdujo el empleo de los **trazos de pendiente** (ver explicación más adelante), y se imaginó el terreno iluminado de cierta manera, con lo cual partes del mismo quedan en la luz intensa y otras en la sombra o con luz menos intensa. Resulta por esta causa un gran refuerzo del efecto plástico.

(Es de observar que en la aplicación práctica de los sistemas de iluminación queda suprimida la **sombra proyectada**, puesto que esta clase de sombra solamente perjudicaría la claridad de los detalles de las cartas).

20. Iluminación cenital.

Se supone el terreno iluminado **verticalmente** desde una gran altura. Entonces una superficie horizontal, como la 1 en fig. 26, recibirá luz de máxima intensidad, mientras que una superficie inclinada, como la 2, que podemos suponer de igual área que la 1, recibe solamente parte de la luz que recibe la 1, apareciendo por eso menos iluminada que la 1. Por la misma razón, la 3, más inclinada que la 2, aparecerá más oscura aún, y la superficie 4 supuesta vertical, no recibirá luz directa de fuente cenital.

Es decir: **Cuanto más inclinado un terreno, tanto menos luz recibe por unidad superficial y tanto más oscuro aparecerá en el plano.** Esto condujo a repre-

sentar en color blanco a las superficies horizontales y en tintas oscuras a las superficies inclinadas, empleándose tintas tanto más oscuras cuanto más fuerte sea la inclinación del terreno con respecto al plano horizontal.

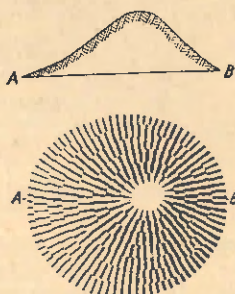


Fig. 27. Saliente AB con iluminación cenital y corte según AB.

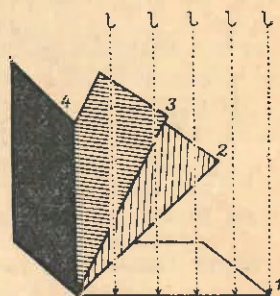


Fig. 26. Principio de la iluminación cenital.

21. Iluminación oblicua.

Se ha reprochado a la iluminación cenital que no permite distinguir siempre fácilmente elevaciones y hoyas, especialmente en regiones sin ríos

ni lagos, que podrían contribuir a la distinción entre esas dos formas de accidentes del terreno, haciéndose por eso a veces necesario el uso del signo negativo o de la flecha indicadora del sentido descendente del relieve. Este **inconveniente** puede ser salvado por la introducción de la **iluminación oblicua** desde una determi-

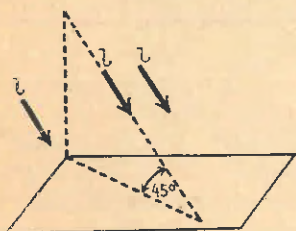


Fig. 28. Principio de la iluminación oblicua desde izquierda arriba.



Fig. 29. Saliente AB (ver fig. 27) con iluminación oblicua.

nada dirección convencionalmente adoptada. Cuando se emplea ésta, generalmente se supone que la luz incide desde el noroeste (o sea desde izquierda arriba) con una inclinación de 45° ó 50° contra el plano horizontal (ver fig. 28). La intensidad de la iluminación depende entonces ya no

sólo de la mayor o menor pendiente de una superficie del terreno sino también de su posición respecto a la dirección de los rayos incidentes (ver fig. 29).

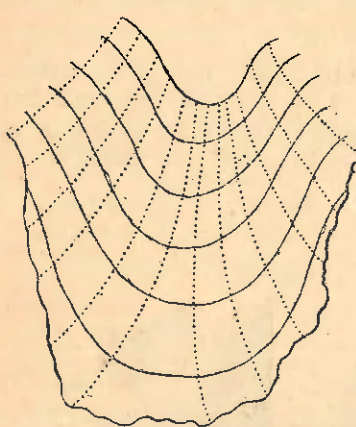


Fig. 30. Curvas de nivel con algunas líneas de máxima pendiente (punteadas), pero sin trazos.



Fig. 31. Trazos de pendiente correspondiente a la forma de terreno representada en fig. 30

22. Trazos

En un plano topográfico con curvas de nivel (fig. 30) se pueden dibujar muchas líneas de máxima pendiente bastante adosadas (fig. 31). Llámense entonces trazos de pendiente o simplemente trazos ("Bergstriche" en alemán y "hachures" en francés) a trozos de líneas de máxima pendiente.

te comprendidos entre curvas de nivel sucesivas. Es de observar (ver fig. 31) que no es necesario que cada trazo dibujado entre dos alturas sea la continuación exacta de otro trazo dibujado entre dos alturas inmediatas, superiores o inferiores: basta que cada trazo, considerado por sí solo, coincida con un trozo de alguna línea de máxima pendiente.

Tampoco es necesario que en planos topográficos con trazos, éstos se dibujen invariable y exactamente entre curva y curva con equidistancia

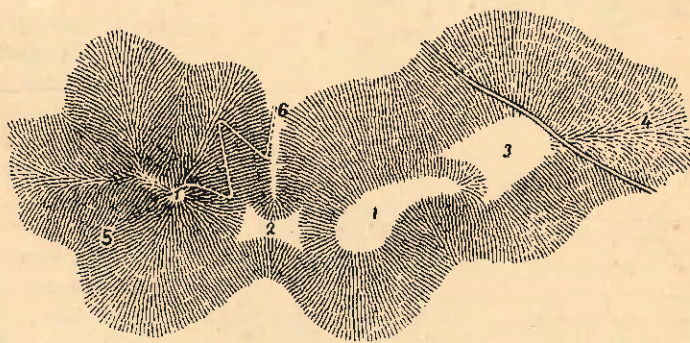


Fig. 32. Representación de formas de terreno montañoso mediante trazos, según Wolff-Rüsewald.

- | | | |
|-----------|--------------------------|--------------------------|
| 1, cima; | 3, terreno llano; | 5, hondonada (entrante); |
| 2, silla; | 4, pendiente con dorsal; | 6, garganta. |
- Se nota el recorrido de un camino en zig-zag, que sube a la cima, y una carretera que atraviesa la montaña.

uniforme, pudiendo variar esa equidistancia en distintas partes del plano según el **criterio estético del cartógrafo** y por la exigencia de una más clara representación de detalles de las formas del terreno.

Para obtener una buena plasticidad del plano topográfico, es importante que los trazos sean dibujados con diferente **grosor y adosamiento** según la pendiente del terreno, empleándose trazos más gruesos y densamente adosados para las pendientes más fuertes (ver fig. 32).

El ejemplo de la figura 32 nos muestra una aplicación de trazos de pendiente para un pequeño grupo de montañas. Desde la cima, marcada con **1**, los trazos que encierran una pequeña superficie blanca (parte llana superior), tienden a separarse; en cambio, alrededor de una **hoya** tienen tendencia de converger. En el lugar de una **dorsal 4**, los trazos tienen una marcada tendencia de separarse rápidamente hacia abajo a ambos lados de esa línea dorsal o divisoria de aguas. En cambio, en la **hondonada 5** los trazos van acercándose hacia el **talweg** en el sentido de las cotas descendentes. En la **garganta 6** los trazos de las faldas opuestas se encuentran en el fondo del entrante bajo ángulo agudo u obtuso, a veces hasta de 180° (ver también fig. 33). En cambio, desde una línea de **cresta** (ver fig. 34) los trazos salen bajo ángulo obtuso o agudo. En la **silla 2** los trazos dejan en blanco una característica superficie con lados cóncavos.

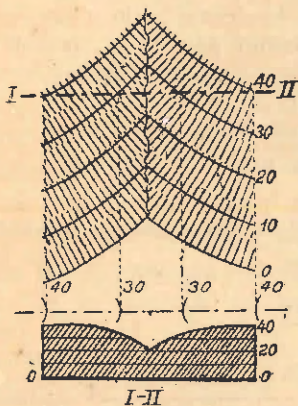


Fig. 33. Fisura.

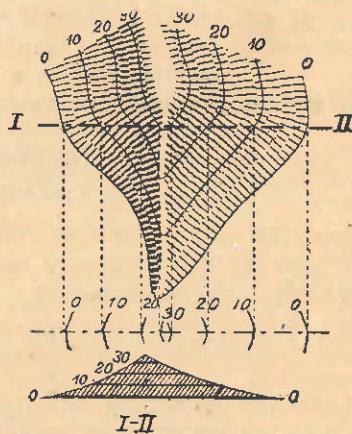


Fig. 34. Cresta.

Representación mediante curvas de nivel con trazos, según Hartner-Dolezal.

Se nota también que los trazos son interrumpidos en los caminos representados por dos líneas, práctica ésta que los hace destacar convenientemente sobre el modelado del relieve.

Para la representación de **acantilados y médanos** se suelen emplear trazos muy cortos, cuya longitudes y densidad están graduadas según la magnitud de los desniveles de esos accidentes a representar (ver fig. 35).

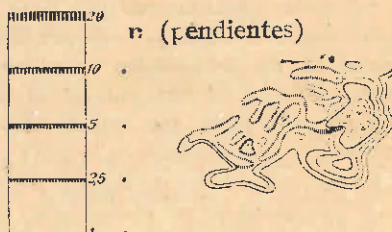


Fig. 35. Representación de acantilados y médanos.

23. Reglas para el grosor y adosamiento de los trazos.

En el número que antecede ya dijimos que el grosor y adosamiento de los trazos deben ser mayores en pendientes fuertes que en pendientes suaves. Se puede para diferentes pendientes establecer una relación que deben guardar el ancho de los trazos y el ancho de los espacios blancos que los separan. Esta relación debe basarse en una fórmula en la que entra como variable independiente el ángulo de pendiente α . A primera vista parecería conveniente una fórmula que expresara las cantidades de luz que en la iluminación cenital reciben planos de diferentes inclinaciones (ver pág. 169, fig. 26).

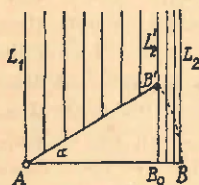


Fig. 36. Ilústranse las cantidades de luz que en la iluminación cenital reciben planos de diferente inclinación.

Sea **AB** (fig. 36) un corte por un plano horizontal iluminado con luz cenital; este plano recibe toda la luz de todos los rayos entre los L_1 y L_2 . Si inclinamos este plano en un ángulo α colocándolo en la posición **AB'** deja de recibir una parte de esa luz, que es la comprendida entre L_2 y L'_2 .

Tenemos entonces que la cantidad de luz recibida por el plano horizontal y la recibida por el plano inclinado son entre sí como los segmentos **AB** y **AB'** ($= AB \cdot \cos \alpha$). La cantidad de luz perdida por la superficie inclinada en comparación con la luz recibida por el plano horizontal es proporcional al segmento **B₀B**, cuya longitud es igual a **AB**. $(1 - \cos \alpha)$, de modo que la luz perdida debido a la inclinación es a la luz recibida por la superficie inclinada como $1 - \cos \alpha$ es a $\cos \alpha$, o sea en fórmula:

$$(10) \quad \frac{\text{luz perdida}}{\text{luz recibida}} = \frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

Se podría entonces pensar en dibujar los trazos de tal manera que se verificara para su grosor n y el ancho b de los intervalos entre ellos, la misma relación (10), es decir:

$$(11) \quad \frac{n}{b} = \frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

Si, por ejemplo, se supone para la suma del ancho de un trazo y de un intervalo la magnitud de 1 milímetro, resultaría un ancho de trazo de $(1 - \cos \alpha)$ mm y un ancho del intervalo de $(\cos \alpha)$ mm.

De acuerdo con esta suposición se ha dibujado la escala de trazos de figura 37.

Se nota fácilmente que esta escala no es recomendable para el dibujo topográfico, debido a que en una variedad de pendientes relativamente suaves pero muy frecuentes en la naturaleza, el dibujo mediante esos trazos no reflejaría con suficiente claridad los cambios de pendiente, empezando a variar claramente el dibujo solamente con la variación en pendientes muy fuertes, que muy pocas veces se encuentran en el terreno.

Esto se explica del siguiente modo: Si, en general, a es la suma del ancho de un trazo más el ancho del intervalo, corresponderá al trazo el grosor g :

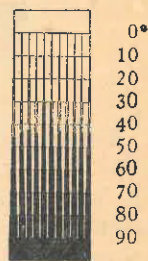


Fig. 37. Escala de trazos según la fórmula:

$$\frac{n}{b} = \frac{\alpha^\circ}{45^\circ - \alpha^\circ}$$

$$(12) \quad g = a(1 - \cos \alpha)$$

y el crecimiento dg del grosor g para un incremento $d\alpha$ del ángulo de inclinación α sería:

$$(13) \quad dg = a \cdot \operatorname{sen} \alpha \cdot d\alpha$$

Debido a que en el segundo miembro de la (13) figura el factor $\operatorname{sen} \alpha$ muy pequeño para pendientes suaves), resulta que en pendientes suaves un aumento casi insensible del grosor g de los trazos, de modo que la

fórmula (12) no da en la práctica una representación satisfactoria del relieve del terreno. Por esta razón ha sido reemplazada por otra, según la cual los incrementos dg de un grosor de trazo son directamente proporcionales a los aumentos $d\alpha$ de la inclinación del terreno (y no proporcionales a las $d\alpha$ multiplicadas por un factor que se anula para $\alpha = 0^\circ$).

24. Fórmula general para el dibujo de trazos.

En lugar de la fórmula (11) para la razón $\frac{n}{b}$ de lo negro a lo blanco, es muy conveniente una fórmula del tipo siguiente:

$$(14) \quad \boxed{\frac{n}{b} = \frac{\alpha^\circ}{C^\circ - \alpha^\circ}}$$

donde α° representa la inclinación de una pendiente en grados y C° la pendiente máxima existente en una vasta zona a representar.

El valor límite C° resultará distinto en diversos países; será pequeño para un país de carácter llano y grande para países montañosos.

25. Sistema de Lehmann.

Uno de los principales creadores de métodos adecuados para el empleo de trazos en cartografía ha sido el insigne topógrafo y cartógrafo J. G. **Lehmann** (1765-1811). Lehmann que dirigió en aquel entonces la oficina cartográfica de su país, estableció en 1794 para la constante C° de la fórmula (14) el valor de 45° , basando así la **escala de trazos**, que lleva su nombre, en la fórmula:

$$(15) \quad \boxed{\frac{n}{b} = \frac{\alpha}{45^\circ - \alpha^\circ}}$$

Según esta fórmula hemos dibujado la escala de trazos de figura 38 y hemos calculado para diferentes valores del ángulo de pendiente α en planilla (16) la razón $\frac{n}{b}$.

Vemos que para $\alpha = 5^\circ$, por ejemplo, el ancho del intervalo blanco es 8 veces más grande que el grosor del trazo. Para $\alpha = 45^\circ$ tenemos la razón 9:0, es decir, no existiría intervalo blanco alguno entre los trazos, y quedaría

entonces la respectiva superficie cubierta completamente con la tinta elegida para el trazo.

El dibujo de trazos según (15) presupone, por tanto, un terreno cuyas pendientes no llegan a 45° .

Para $\alpha = 0^\circ$ tenemos la relación inversa: 0:9, es decir no existen trazos, la superficie (que es horizontal) queda blanca.

La figura 39 representa un hermoso ejemplo de aplicación del sistema de trazos de Lehmann.

La fórmula (15) y la planilla (16) fijan la razón entre lo negro y lo blanco en una superficie cubierta de trazos según el sistema de Lehmann. Todavía hay libertad para el número de trazos que deben entrar en un determinado ancho, por ejemplo, de 1 centímetro. En la práctica más aceptada varía este número según la escala de los planos, el que se especifica a continuación:

Para pendientes de 5° a 40° en planos a escala 1:25 000, se colocan unos 20 trazos sobre un ancho de 1 cm, en planos a 1:100 000 se ponen unos 35 trazos sobre 1 cm de ancho.

(16)

Inclinación α°	$\frac{n}{b}$
0°	0:45 = 0:9
1°	1:44
2°	2:43
3°	3:42 = 1:14
4°	4:41
5°	5:40 = 1:8
10°	10:35 = 2:7
15°	15:30 = 3:6
20°	20:25 = 4:5
25°	25:20 = 5:4
30°	30:15 = 6:3
35°	35:10 = 7:2
40°	40:5 = 8:1
45°	45:0 = 9:0

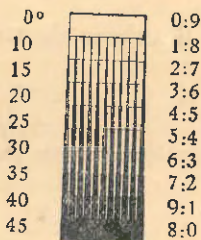


Fig. 38. Escala de trazos según la fórmula de Lehmann:

$$\frac{n}{b} = \frac{\alpha^\circ}{45^\circ - \alpha^\circ}$$

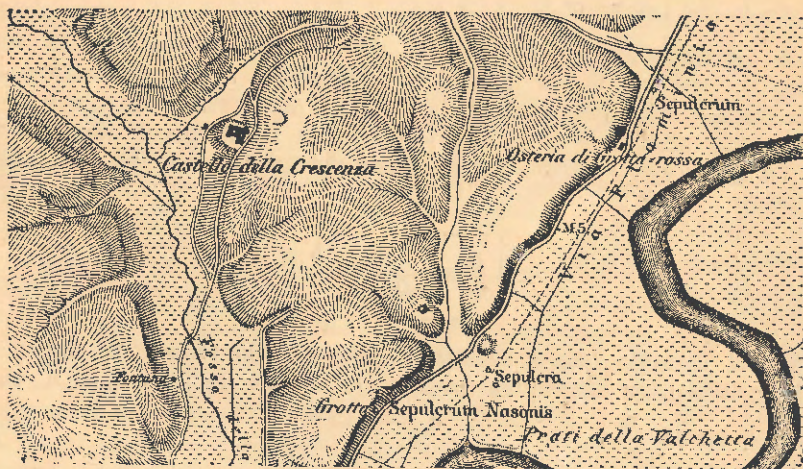


Fig. 39. Carta de los alrededores de la ciudad de Roma, a 1:25 000, levantada por Moltke y dibujada por el sistema de trazos según Lehmann. Sacado de Wilski: "Markscheidekunde".

Para pendientes más suaves que de 5°, se disminuye algo el número de trazos, por ejemplo, en la escala 1:25 000 se ponen para pendientes de 1° unos 10 trazos, para pendientes de 2° unos 13 trazos, de 3° unos 16 trazos y de 4° unos 18 trazos en un ancho de 1 cm.

Cuando se trate de representar formas pequeñas del terreno, se aumenta un poco el número de trazos que entran en 1 cm (a unos 24 para la escala 1:25 000 y a unos 42 para la escala 1:100 000).

En cartas que representan la orografía con curvas de nivel, puede excepcionalmente ser necesario el empleo de trazos, cuando se trate de representar terrenos rocosos, con pendientes tan rápidas que las curvas en esas partes no resultarían suficientemente expresivas (ver figura en página 149).

Para terrenos muy movidos puede presentarse en el sistema de Lehmann un inconveniente por el hecho de que pendientes fuertes resultan con tonos muy oscuros, dificultando la colocación de los detalles planimétricos y de la nomenclatura.

Para remediar hasta cierto punto a este inconveniente, Lehmann propuso para zonas muy accidentadas el empleo de trazos en color gris, en lugar de negro, pudiendo también ser reemplazado el color negro por otro color más claro como el marrón, destacándose entonces la planimetría y la nomenclatura (que se dibujan en negro) con gran nitidez. Ver, por ejemplo, las cartas de las guías "Baedeker" de fama mundial.

(17)

Inclinación α°	$\frac{n}{b}$
5°	8:72 = $\frac{1}{9}$
10°	13:67
15°	18:62
20°	23:57
25°	28:52
30°	33:47
35°	38:42
40°	43:37
45°	48:32 = $\frac{3}{2}$
50°	53:27
.	.
.	.
.	.

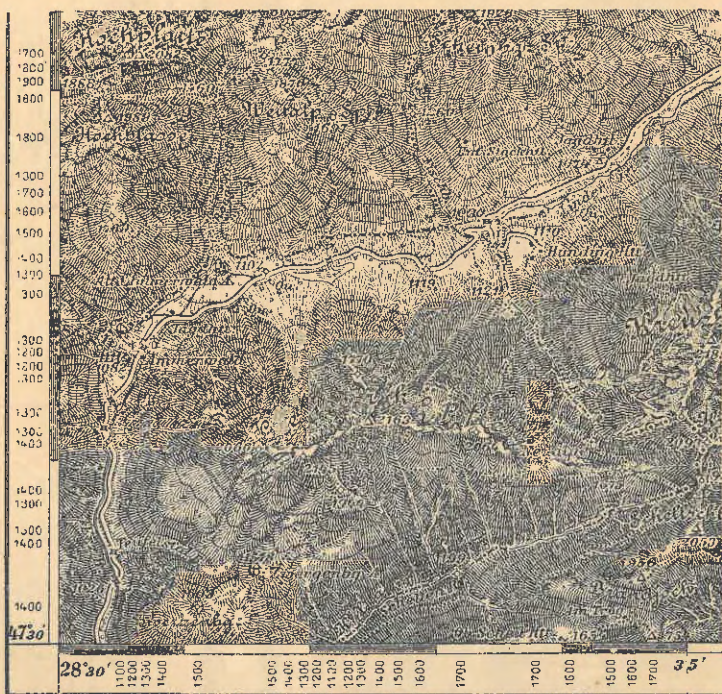


Fig. 40. "Spezialkarte" de Austria - Hungría.

Escala 1:75 000.

con trazos y curvas de nivel e iluminación cenital.

26. Sistema austríaco.

Otro modo de remediar el mencionado inconveniente del sistema de Lehmann, consiste en fijar para el valor extremo de las pendientes representables una magnitud superior a 45° . Esto lo hizo el **Instituto Geográfico Militar de Viena** para sus cartas militares y de turismo, a escala 1:75 000 (ver figura 40) con modificar la fórmula (15), elevando la constante C° a 77° y agregando en el numerador del segundo miembro una constante aditiva de 3° , resultando así la siguiente fórmula para la razón $\frac{n}{b}$:

$$(18) \quad \frac{n}{b} = \frac{\alpha^\circ + 3^\circ}{77^\circ - \alpha^\circ}$$

Esta fórmula da, para diferentes valores de α° , las razones $\frac{n}{b}$, consignadas en planilla (17) de pág. 175.

Otros ejemplos de cartas topográficas con trazos y curvas de nivel y con iluminación cenital: Algunas hojas de la **Carta Topográfica de Baviera** a 1:25 000, **Carta Topográfica de Alemania** a 1:100 000, **Carta Topográfica de Italia** a 1:100 000, plancheta "**Campo Gral. Belgrano**" (pág. 151) ya citada.



Fig. 41. Trozo de la Carta de Francia.
Escala 1:80 000.

27. Sistema de trazos francés.

El llamado sistema de trazos francés, principalmente aplicado en la **Carta Topográfica de Francia** a escala 1:80 000 (ver fig. 41), está basado en las siguientes dos leyes:

1ª Ley: Ley del $\frac{1}{4}$ (loi du quart), la que dice: Los

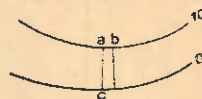


Fig. 42. Ley del $\frac{1}{4}$.
 $ab = \frac{1}{4} ac$

trazos tienen grosor constante, siendo las distancias que separan los trazos vecinos iguales a $\frac{1}{4}$ de la longitud de los mismos (ver fig. 42),

Pero mientras en la iluminación cenital la claridad de una superficie topográfica sólo depende de su inclinación, en cambio, en la iluminación oblicua la claridad de una superficie de terreno representada depende esencialmente de su posición respecto a la dirección establecida desde donde se supone que procede la luz. Eso tiene por lógica consecuencia que superficies de igual pendiente pueden aparecer con claridad muy diferente en la carta.

Resulta entonces que las cartas con iluminación oblicua (y sin curvas de nivel), si bien proporcionan una plasticidad del relieve del terreno no igualada por la iluminación cenital, no se prestan para sacar valores numéricos para la magnitud de las pendientes, cosa que solamente es posible con cartas que tienen iluminación cenital.

29. Procedimiento de cálculo para sacar ángulos de pendiente de un plano provisto de curvas de nivel, con el objeto de usarlos para el dibujo de trazos.

A los fines del dibujo de los trazos, el valor del ángulo de pendiente α puede ser obtenido fácil y rápidamente del **triángulo de perfil** (fig. 44) mediante la siguiente sencilla ecuación:

$$(19) \quad \alpha = \frac{E}{D} \cdot 57^\circ = \frac{e}{d} \cdot 57^\circ \quad [\text{compare (3), pág. 158}]$$

o sea, redondeando más aún:

$$(20) \quad \alpha = \frac{e}{d} \cdot 60^\circ$$

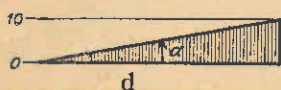


Fig. 44. Triángulo de perfil.
e, equidistancia gráfica.
d, proyección horizontal del trazo de pendiente.

donde **E** y **e** expresan, respectivamente, la equidistancia natural y la reducida a la escala de plano. **D** y **d** la distancia horizontal del terreno natural y la del plano, respectivamente.

Ejemplo. Sean **E** = 10 metros y **D** = 130 metros

Resulta:
$$\alpha = \frac{10}{130} \cdot 57^\circ = 4,4^\circ$$

30. Campo de aplicación de los trazos.

Para las **cartas topográficas de conjunto** (a escalas 1:100 000 y menores) así como para las **cartas geográficas** el procedimiento de los trazos artísticamente ejecutado conservará siempre la gran **importancia** que indudablemente tiene.

La circunstancia de que es relativamente difícil lograr una cierta maestría en la ejecución práctica del sistema, no debería contribuir, como ocurre, a fomentar la tendencia de desprestigiarlo, con lo cual no se consigue otra cosa que rebajar el nivel del arte cartográfico.

Un ejemplo de una carta geográfica dibujada con trazos es la **Carta de la República Argentina** al 1:2.000 000, publicada en 1910 por el Instituto Geográfico Argentino.

D. Representación del relieve del terreno por medio del sfumaje.

31. Esfumaje con iluminación cenital o iluminación oblicua.

La representación del relieve del terreno por el procedimiento del sfumaje, ejecutado con el pincel, tiene cierta semejanza con el método de trazos, ejecutado a pluma. En el sfumaje la magnitud de la pendiente

se expresa por la intensidad del color (ver fig. 45). Este color es generalmente una mezcla de siena con sepia u ocre amarillo.



75°—80°

70 — 75°

65— 70°

60 — 65°

55 — 60°

50 — 55°

45 — 50°

40 — 45°

35 — 40°

30 — 35°

25 — 30°

20 — 25°

15 — 20°

10 — 15°

5 — 10°

hasta 1 5°

Empléase en ello un pincel a doble punta, gruesa y fina: con la punta fina se toma el color. Se da la mancha en la cresta del accidente a representar, del lado de la sombra. Con la punta gruesa del pincel, mojada en un poco de agua, se extiende el color depositado en la dirección de la vertiente, cuidando de que su mayor parte quede en los lugares de sombra, desvaneciéndose hacia la luz para representar las medias tintas.

Cuando se supone el terreno iluminado con luz cenital, se aplicarán tonos tanto más oscuros cuanto más fuertes son las pendientes.

Existe en la actualidad la tendencia de usar cada vez más el sfumaje con **iluminación oblicua**. Se dan, en este caso, tonos más oscuros a las pendientes opuestas a la luz, obteniéndose así efectos de sorprendente plasticidad.

Para colocar correctamente el sfumaje según una escala de tonos (fig. 45), se requiere disponer de una carta provista de curvas de nivel. De no disponerse de esa base, el cartógrafo únicamente puede guiarse por la idea que tiene del terreno a representar, la que generalmente es muy vaga; proporcionalmente por eso la carta así confeccionada tan sólo una figuración muy somera del terreno en cuestión.

Un ejemplo de carta topográfica de conjunto con sfumaje de esta clase, es la **Carta de la República Argentina** al 1:500 000, editada por el **Instituto Geográfico Militar**.

E. Cartas de relieve y pseudocartas de relieve.

32. Relieves topográficos; su confección por el sistema clásico.

Fig. 45. Escala de tonos.

El relieve topográfico es una representación plástica en miniatura de una porción de terreno, la que expresa más o menos fielmente los más destacados rasgos de su fisonomía. En otros términos: es un modelo de un pequeño sector de superficie terrestre con una materialización de los valores numéricos de las curvas de

nivel y una representación gráfica de los detalles planimétricos que lo caracterizan o lo individualizan.

La base teórica de un relieve topográfico es generalmente un plano topográfico provisto de curvas de nivel, las que en el modelo van siendo substituídas por un sistema de plantillas superpuestas y fijadas entre sí. El espesor de estas plantillas es igual a la equidistancia de la escala vertical elegida (exagerada en caso de tratarse de un terreno muy poco accidentado).

Confección por el sistema clásico: Cálquese del plano-original, en trazo llano, sobre una plantilla de cartón (madera terciada o chapa de metal blanco) la primera curva de nivel (de cota más baja) y, en trazo punteado, la segunda (de cota inmediatamente superior). Córtese en esta plantilla el perímetro de la primera curva según el trazo lleno mediante cuchilla (o sierra de calar), procediendo luego de un modo análogo con todas las demás curvas del plano.

Obtenidos así los elementos constructivos del relieve, se sujetará, sobre un fuerte tablero mediante pequeños clavos (sin punta), la primera plantilla, sobre ésta la segunda, la que se apoyará sobre el trazo punteado anteriormente marcado en aquélla, y así sucesivamente con todas las demás.

Con el objeto de fijar mejor el conjunto de terrazas equialtas, se las armará con bulones (los rayos de bicicleta dieron buenos resultados en la práctica), rellenándose los escalones de aquéllas con sustancia plástica (pastilina o masilla).

Concluído así el relieve en forma rústica, se le dará un barniz protector, pintándolo luego con un color adaptado al carácter topográfico general de la zona que representa. Para terminar el relieve se indicarán (también con pintura) los detalles planimétricos más característicos (casas, caminos y ferrocarriles, puentes, cursos de agua, cultivos, etc.), los que aumentan considerablemente la utilidad práctica y el efecto artístico del relieve.

La utilidad de los relieves topográficos es teórico práctica. (*).

Aun cuando los relieves topográficos no podrán nunca substituir el atlas y las cartas murales, es indudable que ellos constituyen un recurso didáctico de primer orden para ilustrar ciertos conceptos geográficos.

33. Cartas de relieve y seudocartas de relieve; su característica. Carta mural de Suiza.

El relieve topográfico es un modelo y no una carta; la **carta de relieve** (ver fig. 46) es una **reproducción fotográfica** de un relieve topográfico convenientemente iluminado, reproducida según uno de los modernos procedimientos de impresión de cartas. La **seudocarta de relieve** es una carta cuyo original fué dibujado y pintado con un efecto plástico tal que parece haberle servido un relieve como original.

La **Carta Escolar Mural de Suiza**, a escala 1:200 000 (1ª edición año 1908). obra maestra del eminente cartógrafo suizo **Fr. Becker**, es considerada como el más hermoso ejemplo de **seudocarta de relieve**, la que en cuanto a su efecto plástico hasta el día de hoy no ha podido ser igualada ni menos superada por obra cartográfica similar alguna. El carácter de relieve fué logrado con el empleo de colores claros, excluyendo los oscuros. El negro quedó reservado a la escritura y al esqueleto.

(*) "*L'utilité des reliefs est beaucoup plus grande qu'on ne serait tout d'abord incliné de penser.*" Son éstas las palabras con las que el geógrafo **Claparède** inició su comunicación sobre un nuevo procedimiento de construcción de relieves en ocasión del VIIº Congreso Internacional de Geografía, en Berlín, 1899.

En hermosos colores claros (que hacen recordar el espectro solar), entre los cuales predominan los matices del rojo, se destacan las altas montañas. En las regiones más bajas, el marrón va gradualmente pasando al verde, el que en los fondos de los valles se transforma en un gris azulado con un



Fig. 46. Fotografía del relieve "Dique San Roque" (Prov. de Córdoba), construido por la Sección Fotogramétrica del Instituto Geográfico Militar Argentino.

Arriba: Dique existente, abajo: Dique proyectado.

efecto de conjunto que da la impresión de un magnífico paisaje artístico. (*).

En este sentido **Becker** debe considerarse inmediato precursor de **Peucker** (ver N° 34, pág. 182).

(*) Es ésta una verdadera carta del pueblo. El principal autor de la obra, Fr. Becker, no se mostraba satisfecho de su trabajo sino cuando sus populares intérpretes, un niño de 5 años y una sirvienta que le servían de inconscientes críticos, interpretaban correctamente lo que en la carta se proponía representar.

*F. Modernas cartas geográficas. Carta mundial al millonésimo.***34. Carta hipsométrica (*). Escala de tintas hipsométricas.**

El doble fin que se impone a la carta, que conjuntamente con los valores altimétricos proporcione también el efecto plástico de las formas del terreno, lógrase realizar, según hemos visto anteriormente, en la carta topográfica con curvas de nivel y trazos (fig. 40), o con sfumaje y curvas, con iluminación cenital o iluminación oblicua, según prime el primero o el segundo del doble objetivo perseguido.

En las **cartas geográficas modernas** empléase, para obtener dicho doble objetivo, el procedimiento de las **capas hipsométricas**.

Estando trazadas en una carta geográfica curvas de nivel, por ejemplo de 100 en 100 metros, como sucede en la conocida **Carta mundial al millonésimo**, se cubrirán, para la aplicación práctica de este procedimiento, los intervalos comprendidos entre las dos primeras curvas, 0-100 y 100-200, de dos distintas tintas de verde, el primero de un verde muy claro, y el segundo de verde más intenso; luego, análogamente, color amarillo, entre las curvas consecutivas, marrón después, siguiendo invariablemente el principio: "**Cuanto más alto tanto más oscuro**". Obtiénese, así, una carta cuya sola inspección, respecto al color de zona de un terreno, hace conocer la correspondiente altura.

Una **escala de tintas**, impresa sobre el borde de la carta, facilita la rápida interpretación de la misma.

Escala de Peucker. El geógrafo vienés Dr. **K. Peucker** (**), estudió el valor plástico específico de los diversos colores del espectro, estableciendo una **escala de colores**, que lleva su nombre, empezando con gris, pasando por el verde al amarillo, terminando por el rojo, cada color en 3 ó 4 matices que marcan la paulatina transición de un color al otro y la artística gradación de intensidad de los mismos. Esta escala tiene la ventaja que produce el efecto altimétrico y plástico aun con iluminación artificial (antiparras de color amarillo de aviador), y hasta en quien esté afectado de daltonismo (***), todo lo cual la hace muy apropiada para las **cartas aeronáuticas**.

En lugar de los diferentes colores indicadores de las diversas gradas de altura, empléase, a veces, un **color único**, generalmente ocre amarillo, en sus distintos grados de intensidad, cuando el número de capas no exceda de 6, utilizándose el color blanco para indicar las nieves perpetuas.

G. Topografía militar y topografía civil.

Las primeras cartas topográficas tienen su origen en las necesidades puramente militares de **orientarse en el terreno** para el transporte de las tropas y pertrechos de guerra. Tal necesidad exige que, de un golpe de vista sea

(*) *Hipsométrico*, del griego *hypsos* = altura.

(**) Peucker, Karl, "Schattenplastik und Farbenplastik", Viena 1898.

Peucker, Karl, "Höhenschichtkarten", Zeitschrift für Vermessungswesen, año 1911.

(***) *Daltonismo*, enfermedad de la vista que impide distinguir los colores; de Dalton, físico inglés que padecía esta enfermedad.

posible abarcar el carácter altimétrico de una extensa zona de terreno representada en la carta, bastando en ello generalmente una apreciación de las pendientes con 5° de aproximación, precisión ésta a que satisface el sistema de trazos de pendiente introducido por el mayor **Lehmann** en 1794. Obtuvo su procedimiento, como hemos visto, una rápida difusión, a pesar de su defecto de no prestarse bien para regiones de alta montaña, por resultar muy negras las superficies fuertemente inclinadas. La cartografía de **Austria-Hungría** salvó, en parte, este inconveniente extendiendo la escala hasta 77°, después de que la de Baviera la había ya antes ampliado hasta 60°. Pero aun así las zonas alpinas salieron muy oscuras, haciéndose difícil la lectura de los nombres (ver fig. 40). El **U. S. Coast and Geodetic Survey** modernizó el sistema de **Lehmann**.

En la célebre Carta del Estado Mayor Suizo (la “**Dufourkarte**”), obra a la que dedicó 32 años seguidos (1832-1864) de su vida, el General **Dufour** (*) (1785-1875) abandonó el sistema de **Lehmann**, con iluminación cenital, adoptando la oblicua, que ya había sido empleada con buen éxito por los ingenieros topógrafos franceses en el levantamiento de la isla de Córcega, con el objeto de aumentar el efecto plástico de la representación de terrenos montañosos.

Pero, según queda destacado ya en pág. 178, la carta con iluminación oblicua (sin curvas), no se presta para sacar de ella, según principios geométricos, pendientes con una precisión suficiente ni siquiera para operaciones militares.

En un **plano técnico**, en cambio (a escala que oscila entre 1:10 000 y 1:5 000), provisto de curvas de nivel, la precisión de una de éstas directamente levantadas en el terreno (método francés: “*filer une courbe*”, ver pág. 47), no está sujeta a ningún límite, a condición de que siempre la escala del plano responda a la precisión altimétrica exigida.

Pero esta clase de planos con curvas tan exactas no sirven para las necesidades militares: Ni el más hábil topógrafo sería capaz de abarcar rápida y objetivamente en un plano técnico de esta índole y con una ligera ojeada una extensa zona, lo que, en cambio, sería fácil de realizar en una carta a trazos con iluminación oblicua.

Hermanando entonces estas **dos tendencias**, y la de la **topografía militar** que exige ante todo plasticidad en la representación del terreno y armonía de las curvas, con la de la **topografía civil**, que requiere exactitud en el recorrido de aquéllas, se confeccionaron **cartas a trazos con curvas de nivel**, a 1:100 000, substituyendo, a veces, en ellas, por razones de economía, los trazos por el procedimiento del **esfumaje**.

H. Recapitulación.

En cuanto a la impresión de plasticidad que la carta topográfica tiene por misión de producir en quien la contemple y la compare con el sector de terreno que representa, podemos decir, resumiendo, lo siguiente:

Desde remotos tiempos se trató de producir en la carta la impresión del relieve mediante trazos. Eran éstos los **trazos irregulares**, que se usan hasta

(*) Cursó sus estudios en la Escuela Politécnica de París, dejó escritas varias obras muy apreciadas; pero su principal obra es el mapa de Suiza antes mencionado.

el día de hoy para la confección de croquis. A partir de 1794 se emplearon verdaderos **sistemas científicos de trazos de pendiente**, en los que quedó reglamentado el grosor, la longitud de los trazos, así como la ejecución del dibujo y los límites de su aplicación.

La tendencia de marcar mejor las formas del terreno, a la vista inmediata del paisaje, hizo nacer el empleo de las **líneas de forma**, perpendiculares a la dirección de los trazos de máxima pendiente.

Y de ahí faltó un sólo pasito a la introducción del **sistema de curvas de nivel** por el ingeniero ginebrino **Ducarla**, en 1771, año que señala el principio de un período de florecimiento cartográfico, conquistando **Dupain**, en 1791, con su trabajo un primer triunfo, el Gran Premio Nacional de Francia.

Pero la carta topográfica, sólo dotada de curvas de nivel, tenía sus **defectos**, los que no tardaron en revelarse. Se decía, por ejemplo, que **da la impresión de una carta "vacía"**, porque figuran en ella muchos espacios blancos. Esos "vacíos", resultan ser, efectivamente, por un lado una ventaja, y por el otro lado un inconveniente: **ventaja**: en cuanto constituyen una excelente base para estudios técnicos, por facilitar el sobredibujo de otros detalles (anteproyectos de caminos, obras de desagüe, de riego, canalización, etc.); **inconveniente**, por "**no hablar a los ojos**" de quien la contempla de un modo muy impresivo.

El paso más decisivo para el logro de la plasticidad de las formas del terreno significó la introducción de la **iluminación oblicua**, por primera vez empleada en gran escala en la **carta topográfica de Suiza**, llamada "**Dufour-karte**" (fig. 43).

Más tarde, por razones anteriormente expuestas se substituyeron los trazos por el **esfumaje**, empleándose este moderno procedimiento principalmente con la **iluminación oblicua**.

Creemos poder decir que la carta topográfica provista de curvas de nivel e impresa en por lo menos 3 colores (negro, azul y marrón, ver cubretapa), con esfumaje e iluminación oblicua, sería la **carta ideal**, capaz de responder a todas las necesidades de la vida civil y militar, la que seguramente ha de tener un importante papel en el desarrollo de la cartografía argentina; máxime a partir de aquel día, quizás no muy lejano, en que se llegue a la convicción de que la carta topográfica, convenientemente confeccionada, constituye uno de los elementos básicos para el **turismo**, a cuyo fomento puede contribuir con una eficacia insospechada.

I. Importancia de los conocimientos morfológicos en su aplicación a la topografía.

Cualesquiera que sean los métodos de levantamiento y procedimientos representativos de las formas del terreno que el lector ha venido estudiando con nosotros, fuera del conocimiento de tales métodos y procedimientos de necesidad inmediata para el ingeniero, éste debería tener, además, buenas nociones sobre las fuerzas naturales, internas y externas, las que en su rápida o lenta acción han **creado las formas actuales del suelo** que se nos presentan con una variedad muy grande: zonas fracturadas en las altas

montañas, zonas volcánicas, zonas de erosión glacial y fluvial, zonas de médanos, zonas con fuertes efectos de las aguas pluviales, zonas de llanuras aluviales, conos de deyección, etc., es decir, innumerables formas, grandes y pequeñas, en cuyo levantamiento y representación gráfica el ingeniero aplicará en forma muy variada los importantes conceptos de las líneas de máxima pendiente y de cambio de pendiente, las divisorias y los talwegs.

El conjunto de esas **nociones básicas de las formas del terreno**, es tema de la **Geografía Física** (materia integrante de los programas de estudios de Ciencias Naturales), razón por la cual nos hemos decidido a omitir, en esta edición, la nueva publicación del Capítulo IV, págs. 257-335, del Tomo III de la primera edición de nuestro Compendio.

Accediendo a la solicitud de numerosos lectores de nuestro país y del extranjero, hemos publicado por separado el mencionado capítulo, bajo la denominación "**Morfología Argentina**", el que contiene una somera exposición de esas nociones y su aplicación práctica a la topografía del territorio argentino.



186 Índice de los formularios explicados en la obra

Designación	Volumen, Tomo, pág.	Objeto a que se destina
Formularios de agrimensura.		
Form. Agr. 1	Tomo I, 31	Medición lineal común.
" " 2	" I, 32	" " de precisión.
" " 5	" I, 152	Cálculo de superficies según la fórmula del trapecio.
" " 6	" I, 152	Cálculo de superficies según la fórmula de Gauss.
" " 3	" I, Apéndice II, 20/21	Hallar las coordenadas Gauss-Krüger de un punto dado por sus coordenadas geográficas.
" " 4	" I, Apéndice II, 22	Idem, para fines cartográficos.
Formularios Trigonométricos.		
Form. trig. 1	Vol. 2, Tomo II, 112 y 196	Medición de ángulos con la regla de Bessel, con compensación.
" " 1 bis	" " , 117	Medición de ángulos en series.
" " 2	" " , 120	Determinación del coeficiente de rendimiento de un teodolito.
" " 3	" " , 115	Método de repetición de ángulos.
" " 4	" " , 186	Cálculo logarítmico de las coordenadas de puntos de detalle (alineaciones).
" " 5	" " , 187	Idem, con la máquina.
" " 6	" " , 225 230, 232/33	Cálculo de coordenadas de puntos poligonales, con compensación.
" " 6	Vol. 1, Tomo III, 83, 87, 94/95, 96/97	Idem.
" " 7	Vol. 2, Tomo II, 220/221	Cálculo de coordenadas y superficies de polígono cerrado.
" " 8	Vol. 1, Tomo III, 27	Cálculo de las coordenadas de un nuevo punto determinado por bisección hacia adelante (cálculo logarítmico).
" " 9	" " , 28	Idem, con la máquina.
" " 10	" " , 33	Problema de la carta (solución 1.ª con ángulo auxiliar μ).
" " 11	" " , 22, 42/44	Problema de la carta (solución 2.ª con punto auxiliar de Collins).
" " 11	" " , 69/70	Problema de Hansen.

Designación	Volumen, Tomo, pág.	Objeto a que se destina
Form. trig. 11	Vol. 1, Tomo III, 78/79	Problema de Marek simple.
" " 11	" " , 85/86	Problema de Marek con poligonal.
" " 12	" " , 46	Problema de la carta (solución 3. ^a con punto auxiliar de Collins, calculado con la máquina).
" " 13	" " , 48	Problema de la carta (solución 4. ^a con la ctg)
" " 14	" " , 54	Problema de la carta (solución 6. ^a , especial para la máquina).
" " 15	" " , 60/61	Problema de Hansen (solución con ángulo auxiliar μ).
" " 16	" " , 92	Triangulación de enlace.
" " 17	" " , 113	Proyecto de triangulación de orden menor.
" " 18	Vol. 1, Tomo III, 230 y " 2, " III, 50	Medición de la doble distancia cenital y determinación del doble error de índice.
" " 19	Vol. 1, " III, 233 y	Medición de ángulo de elevación y ángulo de depresión y determinación del doble error de índice.
" " 19 bis	" 2, " III, 124	

Formulario geodésico.

Form. geod. 1	Vol. 1, Tomo III, 64	Cálculo de acimut y distancia estando dadas las coordenadas geográficas de dos puntos.
---------------	----------------------	--

Formularios de nivelación geométrica.

Form. niv. 1	Vol. 1, Tomo III, 161	Nivelación común terrestre.
" " 1	" " , 166	Nivelación de perfiles
" " 2	" " , 171	Nivelación subterránea.
" " 3	" " , 197	Nivelación de alta precisión con visual horizontal.
" " 4	" " , 196	Nivelación de precisión con visual horizontal.
" " 5	" " , 200/201	Nivelación de alta precisión con visual horizontal o visual levemente inclinada.
" " 6	" " , 206/207	Nivelación de cruces de anchos ríos.

Designación	Volumen, Tomo, pág.	Objeto a que se destina
Formularios de nivelación trigonométrica.		
Form. niv. trig. 1	Vol. 1, Tomo III, 241 y	Problema de la carta altimétrico.
	„ 2, „ III, 145	
Formularios de nivelación barométrica.		
Form. niv. bar. 1	Vol. 1, Tomo III, 260	Cálculo de cotas barométricas con aplicación de la fórmula barométrica.
„ „ „ 2	„ „ „ 261	Idem, pero sin aplicar la fórmula.
Formularios topográficos.		
Form. top. 1	Vol. 2, Tomo III, 142	Levantamiento a plancheita.
„ „ 2	„ „ „ 52	Taquimetría común.
„ „ 2	„ „ „ 71	Su aplicación para la autotaquimetría.
„ „ 3	„ „ „ 56/57	Poligonales taquimétricas.
„ „ 4	„ „ „ 98	Poligonales a brújula.
„ „ 4	„ „ „ 99	Idem, con estaciones saltadas.
„ „ 5	Vol. 2, Tomo II, 252/ 253	Poligonal taquimétrica subterránea.

Índice alfabético

Los números significan páginas. Las rayitas (—) substituyen los términos impresos en negrita en el presente Índice.

- A** bat, cuña — 105.
Abbe, Ernesto (1840-1905), su retrato, pág. 30, Vol. 1, Tomo II, telémetro estereoscópico 109.
Abney, capitán y físico inglés, perfeccionó el nivel norteamericano de mano, nivel — 96.
Acantilados, su representación 171.
Aguja magnética, principales propiedades 81.
Alidada, definición general 118.
Alidada horizontal de un teodolito 118.
Alidada vertical de un teodolito 118.
Alidada de plancheta o "dioptra" 119.
Altimetría con la plancheta 141.
Altura del instrumento, definición 51.
Analático, explicación etimológica 7, punto —, definición 7.
Analatismo, condición de — 17.
Angulo de pendiente, su cálculo 158, 178.
Angulo diastimométrico, definición 6.
Angulo paraláctico constante 2, su relación con la constante de multiplicación k 8.
Angulo paraláctico variable 101.
Angulo paraláctico de un telémetro, dos maneras de realizarlo 103, 104.
Anotación, reglas de — 54, 55.
Anteojo analático, su teoría 8, 9.
Anteojo estadimétrico, su característica 2, su teoría 4.
Anteojo de Porro, teoría 8.
Anteojo de enfoque interior, su teoría 11.
Apuntador de una comisión de taquimetría, su función 48.
Autotaquimetría, definición 3.
Autotaquímetro Hammer - Fennel, antecedentes 66, descripción 67, teoría 71, ventajas 71, su precisión 71.
Bajos del terreno 46, 160.
Barr & Stroud (Inglaterra), inventores de la regla de ajuste del telémetro 107.
Batimétrica, explicación del término 155.
Baumgart, Gustav, "Gelaende- und Kartenkunde" 134.
Becker, F. autor de la Carta mural de Suiza 181.
Benoit, Profesor de la Escuela Saint-Cyr, estableció la "Loi du quart" 177.
Berget, A. "Topographie" 132, 157.
Bisección hacia adelante con la plancheta 127.
Bisección hacia atrás con la plancheta 131.
Bisección lateral con la plancheta 128.
Brander, G. F., mecánico de Augsburgo, construyó en 1781 un modelo de telémetro 104.
Breithaupt, Kassel (Alemania), inventó en 1745 un modelo de telémetro 104.
Breithaupt, plancheta — 115.
Brújula de orientación, principio 85.
Brújula circular de teodolito 86.
Brújula de bolsillo 87.
Brújula Kater 88, 89, objeto del espejo 90, inutilidad de los vidrios de color 90, error de excentricidad del pivote 90, su examen 91, inconveniente de la — 90.
Brújula Kater a líquido de Watts 90.
Brújula prismática 90.
Brújula Schmalcalder 89.
Brújula "Taquítopo" Zeiss 91.
Buache, Philippe (1700-1773), geógrafo francés, miembro de la Academia de Ciencias de París, su participación en la introducción de las curvas de nivel 155.
Característica del método de levantamiento a plancheta 124.
Característica del telémetro 101.
Característica del telémetro Zeiss 114.
Característica de la poligonación con la plancheta 138.
Característica de las semi-perspectivas 154.
Característica del sistema de trazos de pendiente según Lehmann 173.
Característica del sistema de trazos frances 176.
Característica del sfumaje 179.
Característica de la divisoria 161, 162,— del talweg 161, 162, de la silla 160.
Características de las curvas de nivel 157.

- Característica de las líneas de caída o de máxima pendiente 160.
- Carta de isógonas de la República Argentina 84.
- Carta de relieve 180.
- Carta geográfica moderna, su característica 182.
- Carta ideal, su característica 184.
- "Circunferencia peligrosa" 133.
- Clasificación de los taquímetros 2.
- Clinómetro 94.
- Clisímetro de Abney 96.
- Colocación de los puntos trigonométricos en el tablero de la plancheta 128.
- Collins, punto de — 132, su utilidad en la solución gráfica del problema de la carta 133, — del problema de Hansen 137, — del problema de Marek 137.
- Compensación gráfica de un error de cierre poligonal 140.
- Concepto del error medio 103.
- Condición de corrección de un telémetro 109.
- Condiciones de trabajo, con taquímetro 50, — con la plancheta 123.
- Condiciones para la correcta medición de ángulos verticales 123.
- Condición de los ojos para la visión estereoscópica 113.
- Condición para la correcta interpolación de las curvas de nivel 164.
- Constantes taquimétricas c y k , su determinación 17.
- Constante de Reichenbach 6.
- Constante aditiva c , su determinación 18, 19.
- Constante multiplicativa k , su determinación 18, 19, 20.
- Coordenadas Gauss-Krüger en el uso de la plancheta 129.
- Coordenadas geográficas en el uso de la plancheta 128.
- Corrección del error de cenit de un taquímetro 50.
- Corrección del error de índice o de cenit de una alidada de plancheta en el caso de existir un nivel de anteojo 123, — en el caso de no existir un nivel de anteojo 123.
- Corrección del error de colimación de la alidada de plancheta 122.
- Corrección del error del eje de rotación del anteojo de plancheta 122.
- Corrección del telémetro de coincidencia por altura 106, — por distancia 107.
- Corrección del telémetro estereoscópico por altura 113, por distancia 113.
- Cota, su determinación taquimétrica 38.
- Cresta, su representación 171.
- Criterio, sobre el levantamiento a plancheta 146, — sobre la corrección del telémetro 109.
- Croquis de levantamiento 47, — de campo, su papel en el trazado de las curvas de nivel 164.
- Cruquius, N. S. (1678-1754), ingeniero hidráulico, miembro de la Royal Society of Sciences de Londres, su papel en la introducción de las curvas de nivel 155.
- Cuñas Abat 104, 105.
- Curvas batimétricas, explicación del término 155.
- Curvas de nivel provisionales 164.
- Curvas de nivel, definición 157, propiedades características 159.
- Curvas hipsométricas, explicación del término 155.
- Curvas horizontales, definición 157.
- Ch**apas de aluminio, su empleo en los levantamientos a plancheta 118.
- D**ahl, ingeniero noruego, ideó el taquímetro autorreductor "Dahlita", construido por la casa Zeiss 76.
- Davis, W. M., geógrafo norteamericano 153.
- Declinación este o declinación oriental 81.
- Declinación oeste o declinación occidental 81.
- Declinación magnética de un lugar 81, variaciones diurnas 82, variaciones seculares 82, 83.
- Declinatoria 86, — de la plancheta 122.
- Densidad de los puntos de detalle en el levantamiento a taquimétrico 55.
- Dependencia de los errores altimétricos que afectan a los puntos de la carta de la pendiente, del terreno 167, — de la precisión planimétrica 167, — de la escala del plano 168.
- Designación de los puntos de estación de taquímetro 44.
- Desnivel, su determinación con el taquímetro 23, — con la plancheta 141.
- Diagrama de curvas Roncagli-Urbani 66.
- Diagrama de curvas 66, — de Hammer 66, — de Kern 74, — en el "Dahlita" de Zeiss 78.
- Diagrama de paralelas 165.
- Diastimométrico, ángulo —, explicación del término 6.
- Diferencia de nivel, su determinación con el taquímetro 22.
- Diferencia de paralajes binoculares 110, recursos para aumentarla 110.
- "Dioptra" en el sentido amplio del término 119.
- Dioptra en el sentido estricto del término 108, 119.
- Disco-señal de la mira taquimétrica 49, 53.

Distancia cenital verdadera, su determinación con el taquímetro 50.

Distancia horizontal, su determinación con el taquímetro 22.

Distanciómetro filar, principio 3.

Distanciómetro a base fija y ángulo paraláctico variable 101.

Divisoria 45, definición 161.

Dobles nonios de las alidades de plancheta 121.

Ducarla, ingeniero ginebrino, presentó en 1771 a la Academia de Ciencias de Francia un trabajo sobre curvas de nivel 156.

Dufour, Enrique Guillermo (1785-1875), general suizo, autor de la célebre carta suiza que lleva su nombre 177, 183.

Dupain, cartógrafo francés, ganó en 1791 el Primer Premio Nacional de Francia 156.

Eclímetro 94.

Eclímetro de Abney 96, escala de cotangentes del mismo 97.

Egerer, Alfredo, Dr. ing. "Kartenlesen" 160.

Elección de los puntos taquimétricos 46.

Equidistancia de las curvas de nivel 157.

Equidistancia gráfica 157, definición 157.

Equidistancia natural 157, definición 157, elección de la — 158.

Error de altura del telémetro de inversión 106, — del telémetro estereoscópico 113.

Error de cenit o error de índice del taquímetro 49, su corrección 49, 50.

Error de cierre de poligonal gráfica 139, su compensación 140.

Error de colimación de la plancheta 122.

Error de distancia del telémetro de inversión 107, — del telémetro estereoscópico 113.

Error del eje de rotación de la plancheta 122.

Error de índice de la plancheta 123, su corrección 123.

Error medio de la medición telemétrica 103, 108, 114, fórmula general 103, 114.

Escala estereoscópica 111, su construcción 111.

Escala de cotangentes 97.

Escala de tintas 182, — según Peucker 182.

Escala de tonos 179.

Escala de trazos de Lehmann 174.

Esfumaje 179, característica del procedimiento 179, ejemplo de carta con — 179.

Excentricidad del pivote de la brújula 88, su investigación 89.

Excentricidad de la brújula Zeiss 92.

Faber, A. W., regla taquimétrica "Castell" 1/38, 23, 24, progresos en la construcción de las reglas de cálculo 26.

Fennel, A., su colaboración con Hammer en la construcción de un autotaquímetro 66, 67.

Fisuras, su representación 171.

Formularios topográficos, ver Índice de formularios 186, 187 y 188.

Fórmula fundamental de la taquimetría común 6, 22, 23, resumen 38.

Fórmula general del anteojo con enfoque interior 17.

Fórmulas taquimétricas nuevas 62.

Gascoigne, W., introdujo en 1640 el retículo de anteojo 3.

Gemelos prismáticos, su definición como telémetro 110.

Graduación por cuadrantes en las alidades de plancheta 120.

Green, William, mejoró el retículo de Watt 3.

Grousilliers, H. de, indicó en 1899 la construcción del telémetro estereoscópico 109.

Hammer, Ernesto von (1858-1925), Dr. phil. Dr. ing. h. c., profesor de geodesia y astronomía práctica en la Technische Hochschule Stuttgart, su retrato 65, fórmula de — 167, programa de construcción de — 65.

Hansen, Peter Andreas (1795-1874), astrónomo, problema de — 137.

Hartner-Dolezal, "Niedere Geodäsie" 171.

Helmert, estudio del anteojo estadimétrico 39.

Hilos estadimétricos 2.

Hilo estadimétrico móvil 62, Gascoigne (año 1640) 62, Tichy (año 1878) 62.

Hipsométrico, explicación etimológica 155.

Hoyas, hoyadas del terreno, su representación 160.

Iluminación canital 169, ventaja 178, inconveniente 169.

Iluminación oblicua 169, ventaja 169, 184, inconveniente 178.

Importancia de los conocimientos morfológicos 184.

Inclinación magnética de un lugar 81.

Inclinómetro 94.

Inconveniente del sistema de Lehmann 175, — de la semi-perspectiva 154, — de la brújula Kater 90, — de la iluminación oblicua 178, — de las curvas de nivel 168, 184, — de la solución del problema de la carta con punto de Collins 133.

- Instituto Geográfico Militar (I. G. M.) argentino, empleo del telémetro 102, Carta Topográfica de la República Argentina al 1: 500 000, con esfumaje 179, Plancheta al 1:25 000: campo General Belgrano, con curvas de nivel y trazos 151, uso de chapas de aluminio 118, mira topográfica 121, dimensiones del tablero de plancheta 117, planchetas al 1:25 000 y 1:50 000 como ejemplos de cartas con curvas de nivel 153.
- Interpolación a estima 164.
- Interpolación por el cálculo 165, — mediante el diagrama de paralelas 165, — con ayuda de perfiles transversales 166.
- Intersección hacia adelante 127, — hacia atrás 131, — lateral 128.
- Isóbatas, explicación del término 155.
- Isógonas 82.
- J**effecott, (Inglaterra), constructor de taquímetro autorreductor 60.
- Jordan, W. (1842-1899), retrato 29, geodesta alemán, profesor de geodesia en la Technische Hochschule de Hanover, autor del "Handbuch für Vermessungskunde", tablas taquimétricas de — 29, 30.
- Jordan-Reger, tablas taquimétricas de — 29.
- K**, constante multiplicativa 6, su determinación 17, su elección 40, — expresada en forma de ángulo 8.
- Kater, Henry (1777-1835), físico inglés, brújula — 88.
- Kern, antejo analítico — 12, plancheta — 117, plancheta autorreductora 117, teodolito taquímetro autorreductor 74.
- Koppe, C. (1844-1910), Dr., profesor de geodesia en la Technische Hochschule de Brunsviga, fórmula de — 167.
- Krüger L. (1857-1923), profesor Dr., jefe de sección en el Instituto Geodésico de Potsdam, coordenadas Gauss-Krüger 129.
- L**ehmann, J. G. (1765-1811), mayor sargento, topógrafo y cartógrafo, introdujo el sistema de trazos que lleva su nombre 173, teorema de — 134.
- Levantamiento regular, definición 168.
- Levantamiento a plancheta, su característica 116, 124.
- Ley de error que rige en la medición telemétrica de distancias 103, 108, 114.
- Ley de error de las poligonales a brújula 100.
- Ley de error de las poligonales con teodolito 100.
- Ley del cuarto del sistema de trazos franceses 176.
- Ley del grosor de los trazos del sistema francés 176.
- Libreta de taquimetría común 52, 53.
- Libreta de taquimetría, su empleo para autotaquimetría 71.
- Líneas directrices 46, 161, 162.
- Líneas divisorias o dorsales, vaguadas o recogidas 161.
- Líneas isóbatas 155.
- Líneas isogónicas 82.
- Líneas de máxima pendiente o líneas de caída, definición y principales características 160, su construcción 160.
- Líneas de forma 47, 184.
- Líneas de valle o talwegs 162.
- Locke, nivel — 95.
- M**, designación del segmento de mira observado 4.
- Marek, J. ingeniero húngaro, redactó "Instrucciones técnicas para la ejecución de las operaciones trigonométricas de catastro", Budapest, 1875, problema de — 137.
- Medición de rumbos en la taquimetría común 51.
- Medición de rumbos en las poligonales taquimétricas 56.
- Meridiana magnética, su trazado 125.
- Método estadimétrico, definición 2.
- Método de Reichenbach 3, 6.
- Métodos para la determinación de puntos de estación de taquímetro: método trigonométrico 44, por poligonación 44, por poligonación taquimétrica 44, por taquimetría común 44.
- Método de levantamiento a plancheta, su característica 124.
- Método por estaciones saltadas, con la brújula 99, con la plancheta 139.
- Método Tichy 65.
- Mira taquimétrica, — de Zeiss 49, — de Siegrist 49.
- Mira topográfica, modelo del Instituto Geográfico Militar argentino 121.
- Mira especial para "Taquitopo" Zeiss 93.
- Mira Hammer-Fennel 69.
- Mira "Dahlta" de Zeiss para autotaquimetría 79.
- Mira de ajuste para telémetro 107.
- mk, su cálculo para un valor de k diferente de un número redondo 19.
- Moltke, Helmuth von (1800-1891), hizo un levantamiento a plancheta de los alrededores de la ciudad de Roma 147.
- Montanari, G. inventó en 1674 el retículo estadimétrico 3.
- Morfología, necesidad de su estudio 184.

- N**aebauer, Martín, "Grundzüge der Geodäsie" 135.
- Nestler, regla taquimétrica N° 28, 23, 24.
- Nivel testigo o nivel de alidada vertical o nivel de índice 48.
- Nivel taquímetro, su empleo en terreno llano 49.
- Nivel de reflexión de Abney 96.
- Nivelación de la plancheta 125.
- Nivelación geométrica con la plancheta 141, ejemplos típicos 141, 142, 143.
- Nivelación trigonométrica con la plancheta 144, ejemplo 145.
- Normas para la buena elección y distribución de los puntos de detalle 46.
- Normas de trabajo de campo 53, 54.
- Numeración de los puntos de estación y de los puntos de detalle 44.
- O**bjetivos de los levantamientos taquimétricos 1.
- Objeto de los puntos de detalle 45.
- Objeto de la plancheta 124.
- Objeto de la limitación de la imagen invertida en los telémetros 106.
- Ojo humano como telémetro estereoscópico 109.
- Orden de las observaciones taquimétricas 53.
- Orientación de la plancheta, definición 124, 125.
- Orientación aproximada de la plancheta con la brújula 134.
- Orientación exacta de la plancheta 125.
- Origen del triángulo de error 134.
- P**, designación para la distancia interfilar 2, 4.
- Pacecco ob Ucedos, conde español, su papel en la invención del telémetro 104.
- Paralajas binoculares, valor límite de las diferencias de las — 110.
- Pendiente, definición 158.
- Perfil natural 159.
- Perfil sobrealzado 159.
- Perfil transversal 152, 166.
- Peucker, Dr. Karl, inventor de la escala de colores que lleva su nombre 182.
- Plancheta, levantamiento a —, juicio al respecto 146, su ventaja 124.
- Plancheta Breithaupt 115.
- Plancheta Kern, normal 117, — autorreductora 117.
- Plancheta Wild 119.
- Plancheta Zeiss 120.
- Plano acotado, definición 156.
- Plano de referencia de ángulos verticales 60.
- Plano meridiano magnético, definición 81.
- Plano topográfico, condiciones a que debe responder 151.
- Poligonal con la brújula 100, 101.
- Poligonal con teodolito 100, 101.
- Poligonación con la brújula 97.
- Poligonación gráfica 138.
- Polígono cerrado, su levantamiento con la plancheta 139.
- Polos magnéticos de la Tierra 82.
- Porro, J. P. (1801-1875), topógrafo y óptico italiano, su retrato 7, anteojos de — 9, su papel en la historia del anteojo autorreductor 59.
- Pothénnot, problema de — con la plancheta 130.
- Praetorius, Juan (1532-1619), topógrafo alemán, inventor de la plancheta 116.
- Precisión de las distancias estadimétricas 39.
- Precisión de la taquimetría común 42.
- Precisión de la taquimetría de precisión 40.
- Precisión de los desniveles taquimétricamente obtenidos 41.
- Precisión de las distancias telemétricas 109, 114.
- Precisión de los rumbos magnéticos 91.
- Principio del sistema de Lehmann 173.
- Principio de la iluminación cenital 169, 172.
- Principio de la iluminación oblicua 169.
- Principio del telémetro 102.
- Principio de la taquimetría 1.
- Principio de la plancheta 141.
- Principio de las curvas de nivel 157.
- Principio del punto analítico 7.
- Problema de la carta, su enunciado 131, su solución con punto auxiliar de Collins 132, su solución con triangulito de error 134.
- Problema de Hansen con la plancheta 137.
- Problema de Marek con la plancheta 137.
- Propagación del error en poligonales a brújula y teodolito 100, 101.
- Propagación del error de distancias telemétricas 109.
- Pulfrich, Carlos (1858-1927), su retrato 110, su participación en la invención del telémetro estereoscópico 110.
- Punto analítico, concepto 7, — del anteojo de Porro 7.
- Punto auxiliar de Collins, su utilidad en la solución del problema de la carta 133, de problema de Hansen 137 y del problema de Marek 137.
- Puntos notables de una superficie topográfica 160.
- Punto de paso o punto de silla 160.
- Punto de silla, definición 160, característica 162.
- Puntos trigonométricos, si rol 129, su verificación 129.

- R**ecognocimiento previo 47.
 Rectificación del telémetro de inversión 106, 107.
 Reger, tabla auxiliar (IIA) 31, 32, 33.
 Registro de Taquimetría 52, 53.
 Regla de paralelas 121.
 Reglas taquimétricas 23.
 Reglas para la buena elección y distribución de los puntos de detalle 45, 46.
 Regla de ajuste del telémetro 107.
 Reglas prácticas para la confección de croquis 47.
 Reglas prácticas para la inscripción de las cotas en planos acotados 156.
 Regla práctica para el grosor y adosamiento de los trazos 172.
 Reichenbach, J. F. (1772-1826), su retrato 4, método de — 6.
 Relieve topográfico, concepto 179.
 Rendimiento del trabajo taquimétrico 55.
 Retículo estadimétrico con ángulo diastinométrico variable, lo introdujo en 1674 G. Montanari 3.
 Retículo del anteojo, lo introdujo en 1640 el inglés W. Gascoigne 3.
 Roncagli, G., construcción del taquímetro autorreductor 66.
 Rothe, R. "Darstellende Geometrie des Gelaendes" 161.
 Rumbo verdadero o acimut 56.
- S**chmalcalder, mecánico alemán, construyó en 1821 el tipo de brújula que lleva su nombre 89.
 Semi-imagen invertida en el telémetro Zeiss 106.
 Semiperspectiva, su característica 154, ejemplos 155 y cubretapa.
 Sensibilidad de la brújula 89, su verificación 89.
 Sendocarta de relieve, concepto 180, ejemplo de — 180.
 Siegrist, mira — 49.
 Silla, definición 160.
 Sistema de trazos de Lehmann 174, 183.
 Sistema de trazos francés 176.
 Sistema de trazos austriaco 175, 183.
 "Spezialkarte" de Austria-Hungría 154, 175.
 Stambach, resultados de sus investigaciones relativas al anteojo estadimétrico 39.
- T**ablas de Jordan-Reger 29, 30.
 Tablas de diferencias de alturas 33, explicación de la misma 34.
 Tabla auxiliar I para la corrección de las distancias inclinadas 271.
 Tabla auxiliar II para el cálculo de desniveles 28.
- Tabla II A de Reger para cálculos de contralor 32/33.
 Tablas y fórmulas para el cálculo de la proyección de la carta de la República 129.
 Talweg 45, — definición 161, importancia práctica del concepto 161, 162, — origen del término 162.
 Taquimetría común 3, 7, su teoría 4, su precisión 42.
 Taquimetría de precisión 3, 40.
 Taquimetría topográfica, definición 3, valor de la constante k 7.
 Taquimetría técnica, definición 3, valor de la constante k 7.
 Taquímetros, su clasificación 2.
 Taquímetrista, su función 48.
 Taquímetro, explicación del término 2.
 Taquímetro de construcción clásica, características 48.
 Taquímetro óptico, características 48, — de Wild 48.
 Taquímetro Tichy-Starke 62, teoría 64, 65.
 Taquímetro autorreductor 59.
 Taquítopo Zeiss 91.
 Telémetro, su característica 104, 105.
 Telémetro monocular 104.
 Telémetro binocular 109.
 Telémetro de coincidencia 104.
 Telémetro estereoscópico 109.
 Teodolito excéntrico como telémetro 102.
 Teodolito-taquímetro autorreductor 73, 74, 77.
 Teodolito-taquímetro 48.
 Teodolito taquímetro autorreductor Kern 74, característica de su diagrama de curvas 75.
 Teodolito taquímetro autorreductor "Dahlta" Zeiss 77, su característica 77, lectura del limbo vertical 78.
 Teorema de Lehmann 134.
 Teoría del anteojo estadimétrico con objetivo simple 4, — de Porro 8, 9.
 Teoría del anteojo con enfoque interior 11.
 Tichy, Antonio (1843-1923), oficial de caballería austriaco, más tarde inspector principal de ferrocarriles, luego asesor técnico de la Dirección de Ferrocarriles de Viena. Construyó en 1878, conjuntamente con J. Stareke, el taquímetro autorreductor (con tornillo micrométrico filar) que lleva el nombre de ambos; en 1833 construyó el taquímetro logarítmico y en 1902, con R. y A. Rost un nivel de precisión.
 Topografía civil, su exigencia 183.
 Topografía militar, su exigencia 183.
 Tornillo micrométrico filar 63.
 Trazos, definición 170, observaciones relativas al dibujo 171, 177.

Trazos marginales, su utilidad 126.

Triángulo de error, su utilidad en la solución del problema de la carta 134, 135, 136.

Triángulo de perfil, 158, 178.

Urbani E., construcción del taquímetro autorreductor 66.

Vaguadas 161

Variación diurna de la declinación magnética, — secular 83.

Ventajas de las poligonales taquimétricas 44, 58.

Ventajas del autotaquímetro Hammer-Fennel 71.

Ventajas del procedimiento a plancheta 124, 141, 146.

Ventajas de las poligonales a brújula 101.

Ventajas del telémetro 102.

Ventajas del telémetro estereoscópico 113.

Ventajas de las chapas de aluminio 118.

Verificación de los puntos trigonométricos con la plancheta 129.

Verificación de la sensibilidad de la brújula 89.

Visual orientada 126, método con — 127, 128.

Watt, James, introdujo en 1770 el retículo estadimétrico 3.

Watts, (Londres) brújula Kater a líquido 90.

Wiebeking († 1842) introdujo el término "talweg" 162.

Wild, Heinrich, Dr. h. c., constructor de instrumentos geodésicos (ver su retrato en pág. 22, Vol. 1, Tomo II).

Wild (Heerbrugg, Suiza), plancheta — 119.

Wild-Zeiss, anteojo con enfoque interior 13.

Wilski, P. Dr. "Markscheidekunde" 174.

Wolf-Rüeswald, "Karte und Kroki" 170.

Zeiss, plancheta 129, taquítopo 91, telémetro de coincidencia 101, telémetro estereoscópico 109, taquímetro autorreductor "Dahlta" 77.

ACABOSE DE IMPRIMIR ESTE LIBRO EN LAS
ESCUELAS GRAFICAS DEL COLEGIO LEON XIII
DORREGO 2112 -BUENOS AIRES

EL DIA 28 DE JULIO

DE 1950,

AÑO DEL LIBERTADOR GENERAL SAN MARTIN.



Trozo de la Carta de Suiza en semiperspectiva con orientación hacia el Sur.