

**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA BASE DE
CALIBRACIÓN PARA DISTANCIÓMETROS
ELECTROÓPTICOS DE USO EN TOPOGRAFÍA**

Tesis de Maestría

ROBERTO JOSÉ ROMANO

Presentada ante la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de
La Plata como requisito para la obtención del Grado Académico de

MAGÍSTER EN GEOMÁTICA

Director de Tesis: **Dr. Claudio Brunini**

Codirector de Tesis: **Ing. Pablo Paús**

Asesora Profesional: **Dra. Romina Galván**

Jurado de Tesis: **Dr. Mauricio GENDE**

Dr. Hernán Luis ALVIS ROJAS

Ing. Aldo Oscar MANGIATERRA

La Plata, 1 de julio de 2024

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi agradecimiento a quienes han colaborado en la dirección de este trabajo: Dr. Claudio Brunini, Dra. Romina Galván e Ing. Pablo Paús.

Y a quienes han colaborado de una u otra manera durante el desarrollo de esta tesis:

Al Ing. Roberto Aldasoro por su apoyo y asesoramiento.

Al Sr. Javier Bergamini por su colaboración.

Al Sr. Jorge Daniel Campbell. Departamento de Óptica y Dimensional. Metrología Física. INTI (Instituto Nacional de Tecnología Industrial) por la información brindada.

Al Sr. Alberto Basini (Gerente de Servicio Técnico) y Sr. Diogo Martins. Empresa Geosistemas SRL por la información entregada.

Al personal del Departamento de Agrimensura FI-UNLP.

A quienes llevan adelante la Maestría en Geomática de la UNLP.

NOMENCLATURA UTILIZADA

$\Delta\phi$	Diferencia de fase.
AGGO	Observatorio Geodésico Argentino Alemán.
c	Velocidad de la luz en el vacío.
CD	Posición Invertida del antejo (II) o Círculo Derecha.
CI	Posición Normal del antejo (I) o Círculo Izquierda.
C_{MED}	Corrección instrumental total para una distancia.
e	Presión parcial del vapor de agua en hPa.
E	Corrección de escala.
FI-UNLP	Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata.
GNSS	Sistema global de navegación por satélite (Global Navigation Satellite System).
GUM	Guide to the expression of uncertainty in measurement.
H	Humedad relativa en porcentaje (%).
IAG	Asociación Internacional de Geodesia.
INTI	Instituto Nacional de Tecnología Industrial.
IR	Distanciómetros infrarrojos.
ISO	International Organization for Standardization.
K	Constante aditiva.
k	Coefficiente de Refracción.
K'	Primera corrección de velocidad.
K''	Segunda corrección de velocidad.
MED	Medición Electroóptica De Distancias.
NIR	Infrarrojo cercano.
P	Presión en hPa.
ppm	Partes por millón.
R	Radio medio de la Tierra (6370 Km).
r	Resto o fracción de U.
RLM	Regresión Lineal Múltiple.
T	Temperatura de bulbo seco en °C.
U	Unidad de medida.
v	Velocidad de la luz en el medio.
VIM	Vocabulario Internacional de Metrología.

Índice

RESUMEN	7
CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS	9
Introducción	9
Objetivos	12
CAPÍTULO II: MEDICIÓN ELECTRÓNICA DE DISTANCIAS	14
Medición de distancias	14
Principio de la medición electrónica de distancias	18
Instrumentos de comparación de fase	25
Reflectores.....	32
Constante aditiva (K)	37
Estructura general de un distanciómetro	40
Distanciómetros de mano	40
Mediciones angulares en Topografía	41
Estaciones totales	44
Conclusiones del capítulo II.....	51
CAPÍTULO III: ERRORES SISTEMÁTICOS EN LA MEDICIÓN ELECTROÓPTICA DE DISTANCIAS	52
Errores sistemáticos y errores accidentales	52
Errores sistemáticos de un instrumento MED.....	53
Corrección y reducción de observaciones.....	53
Transmitancia de la atmósfera y alcance de un MED	54
Índice de refracción del grupo en ondas ópticas	57
Corrección del Índice de refracción de referencia (primera corrección de velocidad)	60

Corrección del índice de refracción medio (Segunda Corrección de Velocidad).....	66
Correcciones geométricas	69
Errores sistemáticos de los equipos MED.....	73
Error de la constante K.....	73
Error de escala.....	75
Error de ciclo.....	77
Modelo matemático para las correcciones.	82
Conclusiones del capítulo III	83
CAPÍTULO IV: LÍNEAS BASE PARA CALIBRACION DE INSTRUMENTOS MED .	84
Calibración, Incertidumbre y otros términos según el VIM	84
Diseño geométrico de una línea de base para instrumentos MED.....	87
Regla de Golomb.....	96
Diseño Heerbrugg.	99
Diseño de Aarau	102
Diseño de Hobart.....	103
Norma ISO 17123 parte 4	105
Antecedentes de base de calibración en la Argentina	108
Conclusiones del capítulo IV	110
CAPÍTULO V: DISEÑO DE UNA BASE DE CALIBRACIÓN PARA	
DISTANCIÓMETROS ELECTROÓPTICOS.....	111
Selección de un método de diseño para calcular las separaciones entre pilares (Heerbrugg, Aarau o Hobart).....	111
Cantidad de pilares	118
Longitud total de la base.	119

Elección de un valor de unidad de medida (U) como parámetro de diseño.....	123
Selección de una línea base.....	130
Diseño de una Línea base particular.....	131
Calibración de la línea base.....	135
Lugar de emplazamiento y diseño constructivo de los pilares.....	135
Conclusiones del capítulo V.....	136
CAPÍTULO VI: PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN Y CÁLCULO.....	137
Procedimiento de medición.....	137
Procedimiento de cálculo.....	141
Ejemplo y validación del método de cálculo.....	146
Incertidumbre en la medición de distancias.....	163
Conclusiones del capítulo VI.....	169
CAPÍTULO VII: MEDICIONES EXPERIMENTALES.....	171
Línea base para las pruebas de campo.....	171
Mediciones de campo.....	177
Cálculo de los parámetros de calibración.....	182
Incertidumbre de la medida de distancias del equipo ensayado.....	192
Conclusiones del capítulo.....	200
CAPÍTULO VIII: RESULTADOS, DISCUSIONES Y CONCLUSIONES.....	202
Análisis de Resultados y Discusiones.....	202
Conclusiones.....	206
Propuestas a futuro.....	207
BIBLIOGRAFÍA.....	208

RESUMEN

La presente tesis tiene como objetivo proponer un procedimiento para el diseño y uso de líneas base, que se destinarán a la calibración de instrumentos MED (medición electroóptica de distancias). Una línea base se compone de una serie de puntos fijos alineados en el terreno y debe cumplir con características específicas. De modo que permita determinar los parámetros de calibración de un equipo MED, basándose en las distancias observadas entre los puntos que la conforman.

Entre las características más importantes de una línea base, destaca que las distancias entre los puntos deben corresponder a valores nominales. Tales valores de referencia deben obtenerse con un equipo de precisión superior al que será sometido a prueba. Además, es esencial que estas mediciones sean trazables, asegurando así, que la línea base pueda ser utilizada como una base de calibración.

El proceso de establecer las dimensiones de una línea base es complejo y requiere la consideración de diversos parámetros. Entre ellos, es fundamental tener en cuenta el tipo de instrumental y los usos predominantes en la región donde se ofrecerá el servicio de calibración. Esto permitirá adecuar la línea base a las necesidades específicas de los usuarios.

Es importante entender la línea base como una herramienta que genera observaciones de distancias que constituyen un muestreo estadístico. Estas muestras deben representar las medidas que se realizan habitualmente con el equipo que será sometido a ensayo. El diseño de una línea base efectiva implica una planificación criteriosa, y la consideración de factores como el instrumental utilizado y los usos predominantes en la región. Garantizando así que las mediciones obtenidas representen de manera confiable el rendimiento del instrumento en las condiciones habituales de uso.

Se realizaron varios análisis relacionados con la calibración de equipos MED, incluyendo los procedimientos de medición y cálculo para obtener los parámetros de calibración a partir de mediciones crudas en una base de calibración. Los parámetros de calibración de un equipo incluyen las magnitudes de sus errores sistemáticos y sus correspondientes expresiones de incertidumbre.

Adicionalmente, a partir de estos análisis, se desarrolló un diseño específico de línea base que será construida en el ámbito de la Universidad Nacional de La Plata (UNLP). Esta línea base permitirá brindar servicios de calibración en la región, cumpliendo con los requisitos propios de la metrología dimensional. Hasta el momento, ningún laboratorio, ni público ni privado, ofrece este servicio en la región.

Se llevaron a cabo mediciones experimentales para validar las propuestas de diseño y cálculo. Estas mediciones se realizaron en una línea base transitoria diseñada especialmente

para este propósito. El equipo ensayado pertenece al Departamento de Agrimensura de la FI-UNLP. Para realizar estas mediciones, se utilizó el equipamiento del Observatorio Geodésico Argentino Alemán (AGGO), que cumple con las especificaciones técnicas necesarias para obtener las distancias requeridas como valores nominales. Gracias a este ensayo, se obtuvieron los parámetros de calibración del equipo de prueba y se completó el procedimiento de medición y cálculo desarrollado.

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

Introducción

La medición de distancias con instrumental MED (Medición Electroóptica de Distancias), también denominados electro-distanciómetros, es una actividad corriente en el campo de la Ingeniería, la Agrimensura y la Geodesia (García Balboa, 2011). Cobran relevancia en gran número de situaciones, vinculadas al sector productivo, industrial y agropecuario; en obras civiles e hidráulicas: trazado de rutas, construcción de diques, edificaciones o mediciones catastrales. Muchas veces estas mediciones pueden ser parte de la resolución de problemas jurídicos.

La importancia de resolver problemáticas mediante equipos MED es alta, tanto en el ámbito público como en el privado. Los perjuicios legales y económicos derivados de inexactitudes o mal funcionamiento en estos instrumentos pueden ser significativos. Por esta razón, resulta fundamental establecer un laboratorio en la UNLP dedicado a la verificación y calibración de distanciómetros electroópticos.

Apuntando a optimizar y perfeccionar todos los procesos productivos relacionados con la aplicación de instrumentos MED, el Grupo de Metrología ha trabajado en el diseño e implementación de una base de calibración para estos equipos. La finalidad de todas estas actividades es crear una base de calibración versátil, que pueda ser utilizada con la mayor cantidad posible de dispositivos MED. Con el objetivo de alcanzar este propósito, el Grupo de Metrología ha establecido dos líneas de trabajo fundamentales:

- Desarrollo de una metodología que permita el diseño y la utilización de bases de calibración adecuadas para cada región, adaptándose a sus necesidades productivas.
- Diseño específico de una base de calibración que tenga aplicación en el ámbito de la UNLP.

Con base en estos enfoques, el Grupo de Metrología ha llevado a cabo una serie de estudios y mediciones experimentales. Los resultados de estas investigaciones se han publicado y presentado en diversos eventos relacionados con la temática. Además, se ha participado en charlas, exposiciones y reuniones con instituciones vinculadas a los profesionales de la Agrimensura, como la Federación Argentina de Agrimensores (FADA) y el Consejo Profesional de Agrimensura de la provincia de Buenos Aires (CPA). Estas instituciones han demostrado un gran interés en el trabajo realizado, lo que refuerza su relevancia e impacto positivo.

En esta tesis se realiza un estudio minucioso de los criterios y fundamentos a considerar en el diseño e implementación de una base de calibración. Aplicando métodos y criterios de uso corriente en metrología dimensional, con el propósito final de calibrar y brindar trazabilidad al instrumental MED.

Los distanciómetros electrónicos son equipos que, estacionados sobre el extremo de una línea, emiten una señal electromagnética hacia un elemento reflector ubicado en el otro extremo y, tras ser reflejada la señal, retorna nuevamente al instrumento. Del procesamiento de la señal devuelta surge la medida de la distancia entre el distanciómetro y el elemento reflector. Tal como se explica en el capítulo II, estos equipos determinan la distancia midiendo el tiempo que tarda una señal electromagnética en recorrerla. Pudiendo ser la medición del tiempo directa (medición del tiempo de vuelo) o indirecta (medición por diferencia de fase).

Los distanciómetros electrónicos usados en topografía, en su mayoría, miden distancias aplicando el principio de la comparación o diferencia de fase (Chueca Pazos, 1996). Estos dispositivos pueden ser afectados por importantes errores sistemáticos (Wolf, 2016), explicados en el capítulo III. Los cuales se relacionan con la naturaleza de la señal electromagnética empleada por el instrumento y con las características de los reflectores utilizados. Mediante los procedimientos de verificación y calibración de estos equipos, son determinados estos errores con sus respectivas expresiones de incertidumbre.

La verificación y calibración de instrumental MED requiere de la existencia de un laboratorio que cuente con instalaciones específicas, entre otras, una base de calibración. Esta cuenta con un conjunto de pilares alineados y fijos en el terreno. Tal como se describirá en el capítulo IV, diseñar este tipo de base implica fundamentalmente definir las distancias entre los pilares. Para ello se considera, entre otros aspectos, el tipo de señal electromagnética empleada por los instrumentos. Uno de los problemas encontrados radica en que, los fabricantes de estos instrumentos no emplean un único tipo de señal, sino que, por lo contrario, varía con la marca y el modelo del aparato. Una base de calibración se deberá diseñar para un tipo de distanciómetro en particular. Por lo tanto, una determinada base de calibración no tendría aplicación plena en la totalidad de los equipos que están en uso.

Uno de los objetivos específicos de esta tesis, consiste en desarrollar un diseño único de base de calibración que sea compatible con la mayor cantidad de equipos MED en uso. De ese modo se maximizará la capacidad de trabajo de un laboratorio enfocado a este tipo de actividades, aumentando el rango de posibilidades en cuanto a los servicios que puedan brindarse.

Sobre los pilares de una base deben instalarse el distanciómetro y su prisma reflector y, realizando una serie de observaciones y cálculos, se obtiene como resultado sus parámetros de calibración, es decir sus errores sistemáticos (ISO 17123-4, 2012). De la compatibilidad

existente entre una base y un instrumento dado depende que puedan obtenerse la totalidad de esos errores.

En nuestro país no existen laboratorios que realicen la calibración de instrumental MED a partir de mediciones realizadas en una base de calibración. Este tipo de prácticas es un requerimiento frecuente en muchos países desarrollados. En Latinoamérica ya existen trabajos en este campo (Fernández Pareja, 2014).

Con esta tesis se busca abordar de manera integral y detallada el diseño e implementación de bases de calibración para satisfacer una necesidad no cubierta en la región: la realización de la calibración de instrumental MED. Entregando la correspondiente certificación de acuerdo con los criterios de la metrología dimensional.

A su vez, contar con este tipo de instalación, permitirá desarrollar otras investigaciones en el campo de la Geomática, en la calibración de instrumental GNSS, LiDAR o drones, generando además contenidos y prácticas de campo que tengan como propósito la enseñanza.

Motivación

Los instrumentos MED utilizados de modo independiente, o como es más frecuente, siendo un componente de otro equipo denominado estación total, permiten la determinación precisa e inmediata de las distancias. Este tipo de tecnología cuenta con más de 60 años de uso y constituyó en una época un gran adelanto para la Ingeniería y principalmente para la Topografía y la Geodesia (Wolf, 2016).

Regionalmente la utilización de estos instrumentos no ha sido acompañada por el desarrollo e implementación de métodos orientados a garantizar la calidad de las determinaciones efectuadas; ofreciendo la correspondiente certificación.

La temática de este trabajo se desarrolla en el marco de las diferentes actividades que lleva a cabo el Grupo de Metrología del Dpto. de Agrimensura de la FI (UNLP). Que se enfoca en la verificación y calibración de instrumentos topogeodésicos, como niveles ópticos y digitales, estaciones totales, equipos GNSS RTK. Uno de los objetivos de este grupo es contar con un laboratorio que brinde servicios de calibración y verificación de estos instrumentos. De esta manera, los usuarios podrán disponer de información objetiva sobre la calidad de sus mediciones. En la actualidad, solamente algunos de estos servicios se ofrecen únicamente desde el sector privado.

Para realizar la calibración de equipos MED se requiere de una base de calibración. En este momento, no existen en la región instalaciones de este tipo. El único antecedente hallado fue la base de comparación del Instituto Geográfico Militar (actualmente Instituto Geográfico Nacional), que funcionó en el partido de San Martín durante la década del 40 y 50, y que

actualmente está fuera de uso. En el capítulo IV se detallan las investigaciones realizadas al respecto.

Contar con este tipo de instalación es indispensable para poner en funcionamiento dentro del ámbito de la UNLP un laboratorio. Por ello, es fundamental contar con la capacidad para diseñar e implementar este tipo de infraestructura.

Ámbito de trabajo

El desarrollo de esta tesis requirió de una serie de mediciones de carácter experimental realizadas en el Observatorio Argentino Alemán de Geodesia (AGGO), haciendo uso de instrumental específico: estación total Leica TS60, trípodes y bases nivelantes Leica, estación meteorológica. Contando además con la colaboración y el asesoramiento del personal del observatorio. Las mediciones realizadas en AGGO dieron como resultado valores nominales para las distancias de referencia, obtenidos con la precisión necesaria.

Las demás actividades se llevaron a cabo en el Dpto. de Agrimensura de la FI UNLP con equipamiento propio del departamento.

Objetivos

General

Desarrollar e implementar bases de calibración para instrumental MED que puedan ser utilizadas para la calibración del mayor número posible de estos dispositivos. Esto permitiría que más usuarios de estos instrumentos tengan garantizada la calidad de sus medidas.

Específicos

1. Definir mediante una serie de análisis y la aplicación de criterios objetivos, una metodología concreta e integral para el diseño de bases de calibración, la cual podrá ser aplicada en diferentes circunstancias.
2. Definir un diseño de base de calibración en particular. Esta base podrá ser utilizada por el Grupo de Metrología para la calibración de instrumental MED.
3. Determinar qué tipo de cálculos y ajustes serán aplicados para alcanzar los resultados a partir de las mediciones crudas realizadas con instrumental MED en una base de calibración.
4. Aplicar criterios de metrología a los resultados obtenidos.

5. Validar mediante mediciones experimentales un diseño de base en particular. En caso de no contar con una base de calibración permanente, se utilizarán elementos alternativos (por ejemplo, trípodes y mecanismos de centrado forzoso).

El diseño constructivo de los pilares (dimensiones, materiales de construcción, profundidad de la zapata, etc.) así como los estudios de suelo necesarios, no se tratarán en este trabajo ya que esta temática corresponde a otra especialidad. También excede a los alcances de esta tesis las gestiones necesarias para la construcción de una base de calibración.

No obstante, más allá de los objetivos aquí fijados, el Grupo de Metrología tiene como meta la construcción de una línea base para ofrecer servicios de calibración en la región.

CAPÍTULO II: MEDICIÓN ELECTRÓNICA DE DISTANCIAS

Medición de distancias

Medir una distancia consiste en determinar por comparación, el número de veces que una unidad patrón está contenida en dicha distancia. En Argentina, de acuerdo con el Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA), la unidad patrón utilizada para referir medidas lineales es el metro.

El metro, cuyo símbolo es m, es la unidad de longitud del Sistema Internacional de Unidades (SI). Se define como la distancia que recorre la luz en el vacío en un intervalo de $1/299.792.458$ segundos.

Cuando se trata de medir distancias sobre el terreno, es necesario antes establecer si el trabajo en cuestión se encuentra en el ámbito de la Geodesia o de la Topografía.

La Topografía juntamente con la Geodesia tienen por objeto (Müller, 1937):

- a) la ejecución de todas las mediciones que conducen a la determinación de la posición relativa de puntos terrestres;
- b) la ejecución de los cálculos a que dan lugar dichas mediciones, y;
- c) el aprovechamiento de las mediciones y de los resultados del cálculo para la confección de planos y mapas, satisfaciéndose así necesidades políticas, económicas, técnicas, científicas y culturales.

Para poder establecer la posición relativa de los puntos levantados, es necesario realizar ciertas suposiciones sobre la forma de la superficie en la que se opera (plano, esfera, elipsoide o geoide). Las mediciones son utilizadas, en algunos casos, para la determinación precisa de la forma de la superficie de operación (Geodesia); otras veces, pueden tener como finalidad ulterior la determinación en detalle del relieve del terreno (Topografía).

En resumen, la diferencia entre Geodesia y Topografía radica en sus actividades técnicas específicas. Una diferenciación clásica entre estos dos campos es la siguiente (Müller, 1937):

- La Geodesia se ocupa de determinar la posición relativa de puntos bien distribuidos sobre la superficie terrestre, con el objetivo de proporcionar puntos de referencia esenciales para las operaciones de detalle y calcular las dimensiones de la Tierra.

- En cambio, la Topografía se enfoca en la medición y representación de los detalles y características de la superficie terrestre, como elevaciones, contornos, cuerpos de agua y construcciones humanas. Su propósito principal es producir mapas y planos detallados para diversos fines, como proyectos de ingeniería, cartografía y planificación urbana.

Aquí tienes la definición más actualizada de la Geodesia según el Instituto Geográfico Nacional de España, organizada y mejorada para mayor claridad:

Una definición más actualizada de la Geodesia, según el Instituto Geográfico Nacional de España: La Geodesia es la ciencia que estudia la forma y dimensiones de la Tierra. Las actividades de la Geodesia incluyen la determinación del campo gravitatorio terrestre, así como su orientación y posición en el espacio, y el establecimiento y actualización de los distintos Marcos de Referencia Geodésicos. La Geodesia se divide en diferentes especialidades:

- Geodesia geométrica: Se centra en la determinación de la forma y dimensiones de la Tierra desde una perspectiva geométrica, lo cual incluye fundamentalmente la determinación de coordenadas de puntos en su superficie.
- Geodesia física: Estudia el campo gravitatorio de la Tierra y sus variaciones, incluyendo mareas oceánicas y terrestres, y su relación con el concepto de altitud.
- Astronomía geodésica: Se ocupa de la determinación de coordenadas en la superficie terrestre a partir de mediciones de los astros.
- Geodesia espacial: Implica la determinación de coordenadas mediante mediciones realizadas a satélites artificiales u otros objetos naturales o artificiales exteriores a la Tierra (GNSS, VLBI, SLR, DORIS) y su relación con la definición de sistemas de referencia.
- Microgeodesia: Se dedica a la medición de deformaciones en estructuras de obra civil o pequeñas extensiones de terreno utilizando técnicas geodésicas de alta precisión.

La Geodesia, para el estudio de la forma de la Tierra, utiliza una superficie denominada geoide, que es una superficie equipotencial que se asemeja al nivel medio del mar en reposo. No obstante, el geoide presenta la doble dificultad para su utilización, de no ser representable por ninguna función algebraica, y no ser desarrollable sobre un plano. Es por lo que, para sanear los dos problemas señalados, se toma como superficie de referencia un elipsoide de revolución. Este último es representable matemáticamente y mediante herramientas cartográficas pueden ser proyectados los puntos de su superficie sobre un plano.

La Geodesia se ocupa del estudio de la geometría del geoide, el elipsoide y la esfera local, que puede ser considerada como una aproximación al geoide en su entorno cercano. Estos modelos matemáticos son fundamentales para definir la forma y dimensiones de la Tierra.

Cuando la superficie que se quiere representar es lo suficientemente pequeña, es posible no considerar la curvatura terrestre. En este caso, el error será menor a medida que la región a representar sea más pequeña. Éste es el ámbito de la Topografía, que emplea métodos e instrumentos para proyectar los puntos del terreno sobre un plano de comparación horizontal. Esta proyección, conocida como planimetría, ofrece una representación fiel de la realidad. Además, la Topografía permite determinar las alturas de los puntos con respecto a este plano horizontal, un proceso conocido como altimetría. Entonces, la Topografía abarca la proyección ortogonal de los puntos del terreno sobre un plano horizontal, así como la medición de sus alturas.

Para los trabajos de planimetría, que incluyen la medición de distancias, está demostrado que, para longitudes que no excedan los 10 km, puede omitirse la curvatura de la Tierra (Chueca Pazos, 1996). Por otra parte, el máximo alcance de los instrumentos MED de uso topográfico es menor a la longitud referida. No obstante, cuando las tareas topográficas incluyen la medición de alturas (altimetría), no es posible prescindir de la curvatura terrestre; en este caso, se requieren ciertas correcciones de acuerdo con la precisión buscada en los resultados.

En el presente trabajo, en cuanto a la medición de distancias con equipamiento MED se refiere, se tratarán aplicaciones dentro del ámbito de la Topografía; apuntando a actividades comunes en el campo de la Ingeniería y la Agrimensura. En este ámbito, los distanciómetros electrónicos se utilizan para la medición de distancias que raras veces superan 1 km, y por lo general son bastantes menores. La medición de distancias mayores, en trabajos mensuras rurales, por ejemplo, se utiliza instrumental GNSS. Mientras que los equipos MED se aplican mayoritariamente en mediciones para mensuras urbanas, obras civiles y públicas, montajes industriales y otras aplicaciones donde el rango de trabajo está muy por debajo de 1 km. En la actualidad, prácticamente sin excepción, los equipos MED para las aplicaciones mencionadas no existen de manera autónoma, sino que forman parte de un instrumento denominado estación total, que además de medir distancias puede medir ángulos y realizar cálculos a partir de esas mediciones elementales.

Distanciometría: Métodos directos e indirectos

La medición de la distancia entre dos puntos constituye una operación común en todos los trabajos de topografía. El método y los instrumentos utilizados dependen de la importancia y precisión requeridas. Puede hacerse en forma directa o indirecta.

Es directa cuando se obtiene su valor por aplicación sucesiva en toda su extensión de la unidad de medida o un múltiplo o submúltiplo de ésta. Mientras que se practica en forma indirecta cuando se realizan otras determinaciones sin aplicar el elemento de medición directamente sobre la línea a medir y se obtiene por cálculo su valor.

Entre los métodos directos se encuentran las mediciones con cintas metálicas y con hilo de invar. Entre los métodos indirectos se encuentran la estadimetría, que es un método óptico y geométrico, y la medición electrónica de distancias. Existen otros métodos del tipo expeditivos como la medida a pasos o el uso del odómetro.

Se describen a continuación muy brevemente los métodos de medición directos con cinta metálicas y con hilo de invar, que eran utilizados en trabajos de precisión.

La cinta de Agrimensor o de tambor, constituida por un fleje de acero cuyas dimensiones más usuales comprenden un ancho de 10 a 25 mm, espesor 0,4 a 0,5 mm, longitud de 50 o 100 m. Están graduadas en ambos lados mediante remaches de cobre o bronce fijos a la cinta cada 20 cm utilizando un remache algo mayor para los números impares y un pequeño óvalo numerado para los números pares. Por lo general están protegidas dentro de un rodete de latón. Tienen dos manijas de bronce en sus extremos para su exacto tensado y es posible desprenderlas completamente del rodete para mayor comodidad, siendo la longitud total la que existe entre los bordes exteriores de dichas manijas. Durante su uso hay que extenderla cuidadosamente evitando la formación de nudos que puedan fracturarla. El error relativo que se comete al medir con cinta es del orden de $1/2.000$ a $1/10.000$.

Las cintas de alambre de invar, que fueron utilizadas en mediciones de mayor precisión, como por ejemplo en la determinación de bases para las triangulaciones realizadas por el IGN en nuestro país. El invar una aleación de hierro y níquel con el 36% de este último, y tiene la propiedad de poseer un coeficiente de dilatación tan pequeño, que es prácticamente despreciable, del orden de $0,5 \times 10^{-6}$ (Domínguez García-Tejero, 2002). El error relativo que se comete es del orden de $1/100.000$ a $1/1.000.000$.

En muchos trabajos que requieren la medición de distancias sobre el terreno, los métodos citados se han reemplazado por la medición electrónica de distancias, dada la sencillez de su aplicación y la precisión de los resultados obtenidos. Otra metodología que permite determinar distancia de forma indirecta es mediante el sistema global de navegación por satélite (GNSS), que también en las últimas décadas ha reemplazado a los métodos topográficos clásicos, pero el tratamiento de este tema excede los alcances del presente trabajo.

Principio de la medición electrónica de distancias

Los instrumentos para la medición electrónica de distancias cuentan con varias décadas de uso y constituyeron un gran adelanto para la Geodesia, la Ingeniería, y principalmente para la Topografía. Estos dispositivos emiten una señal electromagnética desde un extremo al otro de una línea a medir, donde se ubica un elemento reflector que la devuelve al punto inicial luego de ser reflejado. Las bases de esta tecnología se establecieron en distintos trabajos realizados a finales del siglo XIX y comienzos del siglo XX.

Los experimentos realizados por Fizeau (1849) y Michelson (1926) tuvieron como objetivo el determinar la velocidad de la luz. Para esto, se midió el tiempo transcurrido entre la emisión de un haz luminoso y su recepción en un punto de partida tras una reflexión en un espejo plano situado a una distancia conocida. Posteriormente, esta misma idea se aplicó para medir distancias, considerando conocida la velocidad de la luz y determinando el tiempo de propagación en el trayecto recorrido (Chueca Pazos, 1996).

Las primeras aplicaciones prácticas de estos métodos se llevaron a cabo en el ámbito de la navegación y localización, permitiendo determinar puntos distantes. Sin embargo, debido al error absoluto que se presentaba, el cual alcanzaba decenas de metros, su aplicación en Geodesia y Topografía resultaba inviable.

En 1948, el profesor Bergstrand de Estocolmo puso en marcha un nuevo equipo de medición al que llamó Geodímetro. Su objetivo inicial era obtener mediciones más precisas de la velocidad de la luz. A diferencia de otros instrumentos que definían el tiempo de propagación de las ondas luminosas emitidas y reflejadas, el Geodímetro alcanzaba este propósito mediante la determinación de la diferencia de fase entre ambas perturbaciones (Chueca Pazos, 1996).

Bergstrand consiguió fijar la velocidad de la luz en $c = 299.792,5$ km/s con error de $\pm 0,4$ km/seg. Pero como consecuencia de estos trabajos, se logró la construcción del primer Geodímetro especialmente proyectado para fines geodésicos por la casa sueca AGA Co. (Svenska Aktiebolaget Gasacumulator. Stockolm-Lidingö) con licencia de Bergstrand.

A principios de la década de los cincuenta, con fines puramente geodésicos, Wadley del Consejo Sudafricano para la Investigación Científica e Industrial desarrolló un innovador instrumento que utilizaba microondas. Este dispositivo fue sometido a pruebas en mediciones sobre las bases de Mtubatuta y Kroonstand, y los resultados fueron sumamente exitosos. Como resultado de este éxito, se procedió a la construcción y perfeccionamiento del primer Telurómetro. Este desarrollo fue llevado a cabo por la compañía Tellurometer Ltd (Chueca Pazos, 1996).

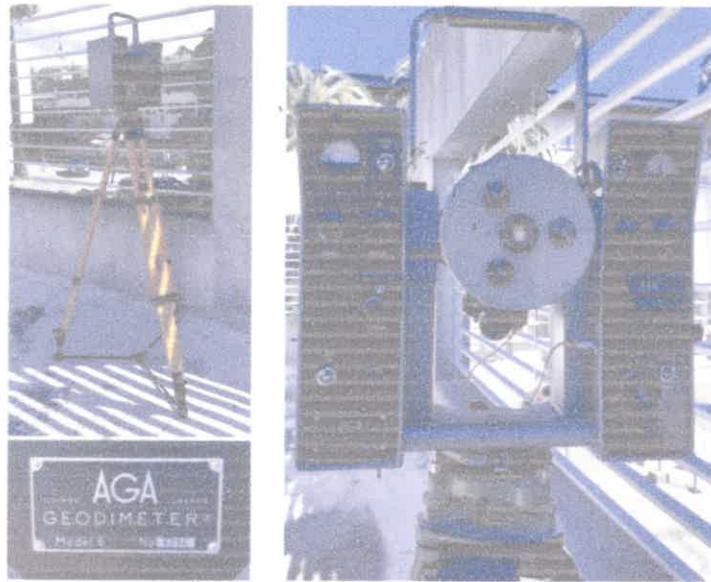


Figura 2.1: AGA Geodimeter Model 6, instrumento del Dpto. Agrimensura FI UNLP.

A partir de entonces quedaron establecidas dos grandes ramas de aplicación para las mediciones electrónicas. Una es la que utiliza la zona del espectro luminoso y el infrarrojo cercano, un instrumento de esta clase, el Geodímetro, se muestra en la figura 2.1. A la otra rama pertenecen los equipos que emplean microondas, como el caso del Telurómetro, expuesto en la figura 2.2.

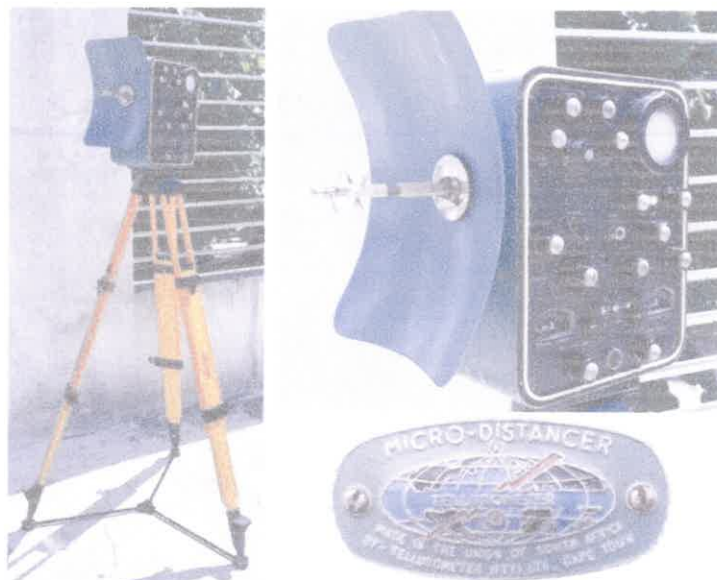


Figura 2.2: Telurómetro, instrumento del Dpto. Agrimensura FI UNLP. Las mediciones con estos equipos se realizan estacionando un telurómetro en cada extremo de la línea a medir.

En estos primeros distanciómetros electrónicos se usaron lámparas de tungsteno o de mercurio para generar la señal portadora. Esos instrumentos eran voluminosos, exigían una fuente de potencia eléctrica importante y tenían rangos de operación relativamente cortos, especialmente durante el día, debido a la difusión atmosférica excesiva. Estos equipos trabajaban de forma autónoma, montados sobre trípodes de madera, necesarios para estacionarlos sobre uno de los puntos extremos de la línea a medir.

La mayoría de los instrumentos MED fabricados actualmente son electroópticos, y transmiten luz generada por un láser en longitudes de onda infrarroja o del espectro visible como señal portadora. Estos instrumentos emplean luz coherente producida por láseres de estado sólido (diodo láser). Son más pequeños, portátiles y simples de utilizar, y pueden efectuar mediciones de grandes distancias, tanto de día como de noche.

“Desde que se exhibieron los primeros distanciómetros por infrarrojos en julio de 1968 en el Congreso de la Sociedad Internacional de Fotogrametría en Lausana, el topógrafo en ejercicio dejó de considerar el distanciómetro electrónico como un instrumento misterioso que sólo podía ser utilizado por especialistas. No hay duda de que hoy en día los distanciómetros electrónicos modernos se pueden utilizar de forma económica para el trabajo topográfico diario. Desde 1968, ha aumentado el número de distanciómetros disponibles para distancias de hasta 1000 m. La mayoría de estos instrumentos utilizan una onda portadora de infrarrojos con una longitud de onda de aproximadamente $0,9 \mu\text{m}$, es decir, la parte del espectro de infrarrojos junto a la luz visible. La razón principal para utilizar infrarrojos como onda portadora es la facilidad con la que se puede modular el diodo GaAs (arseniuro de galio), que normalmente se utiliza como fuente de radiación. A diferencia de las lámparas incandescentes o de descarga de gas, el diodo GaAs se puede modular directamente en el rango de alta frecuencia variando su corriente de alimentación. Otras ventajas de la radiación infrarroja con respecto a la absorción y la dispersión atmosférica son, sin embargo, de importancia secundaria” (Schwendener, 1972).

Con el avance de las nuevas tecnologías, los distanciómetros electrónicos experimentaron una notable reducción en tamaño y peso. Esta innovación permitió su montaje sobre teodolitos, lo que ha permitido medir tanto ángulos como distancias desde una única estación de instrumento (figura 2.3). Anteriormente, realizar mediciones precisas requería la utilización de equipos y estaciones adicionales. Este fue un gran avance para la Ingeniería y la Agrimensura, dado que la mayoría de los trabajos requiere mediciones angulares y lineales desde el mismo punto de estación del instrumento.



Figura 2.3: Electro-distanciómetro y teodolito digital marca Pentax, propiedad del Dpto. de Agrimensura de la FI UNLP. Mediante una conexión por cable podían vincularse ambos instrumentos y se obtenían la componente horizontal y la vertical de la distancia medida.

Los posteriores avances tecnológicos permitieron reducir considerablemente el tamaño de los componentes electrónicos empleados en los distanciómetros. Estos pasaron a ser incorporados internamente en el anteojo de los teodolitos digitales, generando así un nuevo tipo de equipo denominado estación total (figura 2.4).



Figura 2.4: Estación total marca Geodimeter, modelo 600. A este equipo lo integra un teodolito digital, un distanciómetro electrónico y una computadora interna.

Ondas electromagnéticas

La aplicación de ondas electromagnéticas a la medida de distancias utiliza dos principios fundamentales (Chueca Pazos, 1996): “instrumental de tiempo transcurrido” e “instrumentos de comparación de fase”. Antes de comenzar a tratar los principios en los que se basa la medición electrónica de distancias es necesario realizar algunas definiciones elementales sobre ondas electromagnéticas.

En una onda electromagnética la longitud de onda y la frecuencia están relacionadas por la ecuación:

$$\lambda = \frac{v}{f},$$

donde v es la velocidad de las ondas electromagnéticas en un medio, se conoce comúnmente como la velocidad de la luz en el medio.

La velocidad de la luz en el vacío denotada como c y es una constante física fundamental, cuyo valor es 299.792.458 m/s. Mientras que v la velocidad de la luz en un medio está relacionada con c por:

$$v = \frac{c}{n},$$

donde n es una cantidad adimensional conocida como índice de refracción del medio. Dado que nada viaja más rápido que la velocidad de la luz en el vacío:

$$v < c \quad \text{y} \quad n > 1.$$

El índice de refracción del aire varía de $n=1,0001$ a $n=1,0005$ dependiendo de la temperatura y la presión, por lo que v varía de 299.642.637 a 299.762.482 m/s.

Ya se mencionó que el metro (m) se define en el Sistema Internacional de Unidades (SI) como la distancia que recorre la luz en el vacío en $1/299.792.458$ de segundo.

Se puede definir al periodo (T) como la duración en el tiempo de un ciclo, por lo tanto, es el recíproco de la frecuencia:

$$T = \frac{1}{f}.$$

Entonces se puede establecer:

$$\lambda = \frac{v}{f} = v T .$$

Las frecuencias altas se corresponden con una pequeña longitud de onda, y viceversa. La parte visible del espectro electromagnético tiene longitudes de onda entre 400 nm y 700 nm (donde 1 nanómetro [nm] equivale a 10^{-9} metros).

Una onda electromagnética se puede definir por

$$y = A \operatorname{sen} (\omega t + \varphi_0),$$

donde:

- y es la elongación,
- A es la amplitud (elongación máxima),
- ω es la frecuencia angular,
- t es el tiempo y
- φ_0 es la fase inicial (indica el estado de fase en el instante $t=0$).

Se entiende por fase a la característica que indica el estado de avance o progreso de un fenómeno cíclico (o periódico), y viene relacionado por:

$$\varphi = \omega t + \varphi_0 .$$

Por lo tanto, la fase es una medida que indica el estado de avance o progreso de un fenómeno cíclico. En una onda electromagnética, la fase representa la posición relativa de un punto en el ciclo de la forma de onda. Se mide en términos de ángulos y generalmente se expresa en grados o radianes.

Puede representarse un ciclo en un círculo de 360° (figura 2.5) y definir a la fase como la diferencia angular entre un punto sobre este círculo y un punto tomado como referencia, una rotación de 360° es equivalente a un ciclo completo.

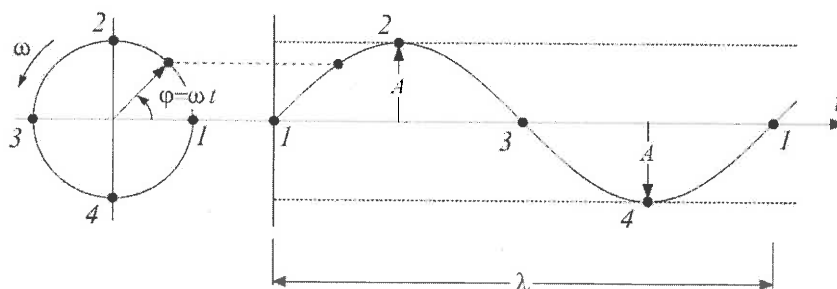


Figura 2.5: Representación de un ciclo completo de onda sinusoidal.

El espectro electromagnético ordena todas las ondas electromagnéticas según su frecuencia y longitud de onda (figura 2.6).

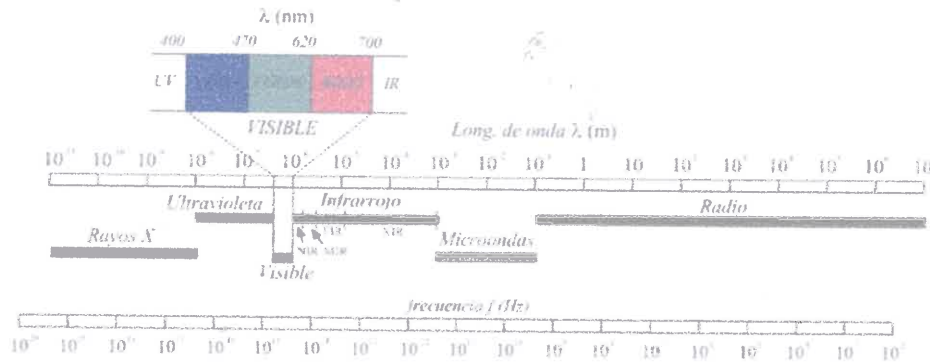


Figura 2.6: Espectro electromagnético.

La porción infrarroja del espectro se subdivide por longitud de onda en:

- infrarrojo cercano (NIR) 700 nm - 3000 nm (0,7 μm - 3,0 μm),
- infrarrojo medio (MIR) 3,0 μm - 6,0 μm,
- infrarrojo lejano (FIR) 6,0 μm - 15,0 μm e
- infrarrojo extremo (XIR) 15,0 μm - 1 mm.

La mayoría de las estaciones totales modernas utilizan ondas electromagnéticas en la región visible ROJA y NIR del espectro electromagnético (Deakin, 2016).

Instrumentos de tiempo transcurrido (Pulsación).

Consiste en medir el tiempo que emplea para recorrer una distancia una onda cuya velocidad es conocida. Una señal corta e intensa es emitida por el instrumento, esto es lo que se conoce como un pulso. Este llega hasta un punto de destino y retorna recorriendo el doble de la distancia D . Midiendo el denominado tiempo de vuelo entre la emisión y la recepción del mismo pulso, la distancia puede calcularse mediante:

$$2D = v \Delta t'$$

donde:

- D es la distancia entre instrumento y reflector.
- v es velocidad de la luz en el medio y
- $\Delta t'$ el tiempo de vuelo del pulso.

Estos distanciómetros utilizan contadores electrónicos de alta resolución. Sistemas basados en este principio tienen aplicaciones en topografía terrestre y para determinaciones espaciales.

Los láseres empleados en su inicio eran de rubí, con una longitud de onda de 694 nm. Posteriormente han sido sustituidos por los de Ytrio Aluminio con iones de Neodimio, con longitudes de onda de 532 nm.

Instrumentos de comparación de fase

Dado que prácticamente todos los aparatos de uso en Topografía funcionan según este método (Chueca Pazos, 1996), se realizará a continuación una breve descripción de su funcionamiento.

Estos instrumentos utilizan para medir una onda modulada en amplitud. La onda está compuesta por una onda portadora de luz y la onda medidora que modula la intensidad luminosa de la portadora. La onda medidora es una onda continua senoidal.

En el proceso de medición, un equipo se coloca en un extremo de la línea que se desea medir, llamado punto estación. Desde este punto, se emite una señal hacia un reflector ubicado en el otro extremo, conocido como punto señal. Cuando la señal llega al punto señal, este la refleja de vuelta hacia el emisor-receptor, permitiendo así determinar la distancia entre ambos puntos.

Es importante mencionar que la señal recorre el doble de la distancia que se pretende medir, lo que implica que la diferencia de fase entre la señal emitida y la recibida es el resultado de ese recorrido. En este proceso, el tiempo que toma la señal para realizar dicho trayecto se determina indirectamente a través de la medida de fase, ya que estas dos magnitudes están estrechamente relacionadas.

La medida de distancia se obtiene electrónicamente determinando la fracción de ciclo y los ciclos enteros de la onda electromagnética transmitida, reflejada y recibida, necesarios para recorrer la distancia de ida y vuelta entre los dos extremos de la línea. El instrumento multiplica el número entero y la fracción de ciclo por la longitud de onda conocida y, dividiendo por dos, se obtiene la distancia desconocida.

Como antes se estableció, una onda electromagnética se puede definir por:

$$y = A \text{ sen } (\omega t),$$

donde la fase es: $\varphi = \omega t$.

La fase en un instante t_1 se puede expresar como: $\varphi_1 = \omega t_1$

y a su vez en otro instante t_2 como: $\varphi_2 = \omega t_2$.

Por lo tanto, la diferencia de fase será:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \omega (t_2 - t_1),$$

de lo que se deduce que:

$$t_2 - t_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\omega}.$$

La frecuencia angular (ω) se puede expresar mediante el periodo (T) o a partir de la frecuencia (f) de la señal:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f .$$

Entonces la diferencia entre los instantes t_1 y t_2 puede expresarse como:

$$t_2 - t_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi f} .$$

De este modo, se puede establecer una relación entre diferencias de tiempo y diferencias de fase de una señal de frecuencia conocida. Con la tecnología actual, es posible determinar la diferencia de fase y frecuencia con muy buena precisión.

Si la diferencia de fase es mayor a 2π deberán contabilizarse el número de ciclos enteros además de la fracción de ciclo. Existen diferentes técnicas para determinar el número entero de ciclos que componen la diferencia de fase.

En la figura 2.7, se ilustra el procedimiento básico para medir distancias con un instrumento que funciona por diferencia de fase.

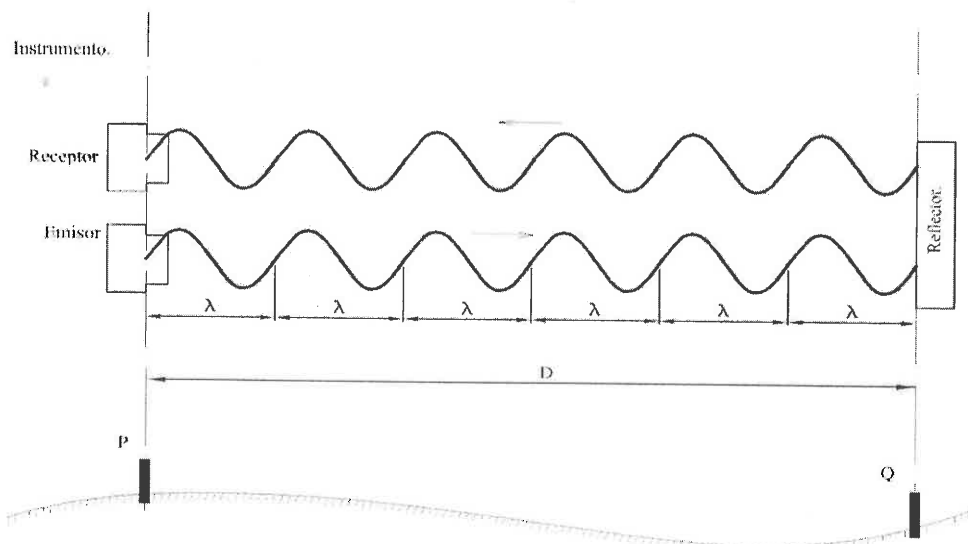


Figura 2.7: Esquema de medición de una distancia D por diferencia de fase. En este supuesto, la distancia D es equivalente a un número entero de longitudes de onda λ .

Mediante un oscilador muy estable ajustado en fábrica, se ha modulado sobre la onda portadora una señal de referencia con longitud de onda λ conocida. Esta última es la medida patrón que utiliza el dispositivo y se denomina onda medidora. El equipo estacionado en el punto P transmite hacia el reflector ubicado sobre el punto Q la señal denominada onda medidora. La señal regresa desde el reflector en Q , recorriendo el doble de la distancia desconocida D . La onda medidora está en la figura representada por una serie de sinusoides, cada una con una longitud de onda λ . El instrumento en P determina el número de ciclos completos que recorrieron dos veces la distancia D , multiplicados por la longitud de onda en la unidad correspondiente, y dividido por dos se obtiene la distancia D .

En este caso particular:

$$2D = n \lambda.$$

A diferencia de la figura anterior, la distancia D normalmente no ha de ser un número entero (n) de longitudes de onda, o sea que D , raramente es un múltiplo de λ . Con lo cual se presentan fracciones de ciclo r (figura 2.8).

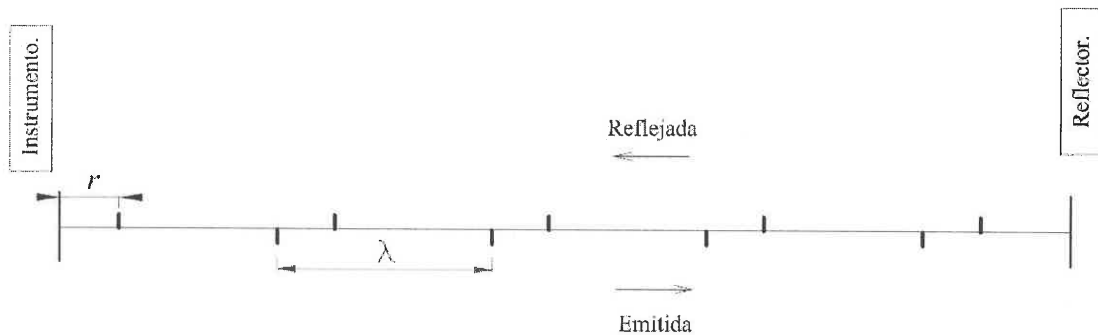


Figura 2.8: La distancia D es expresada mediante un número enteros de ciclos de longitud λ , más una fracción r .

Al considerar la fracción de ciclo r se consigue la expresión:

$$2D = n \cdot \lambda + r,$$

por lo que la distancia será:

$$D = \frac{n \cdot \lambda + r}{2}.$$

El instrumento mide la diferencia de fase entre la señal retornada y la emitida, y de esa forma determina el valor de $\Delta\varphi$ asociado a la fracción r :

$$r = \frac{\lambda}{2\pi} \Delta\varphi .$$

La distancia queda expresada de la siguiente manera:

$$D = n \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4\pi} \Delta\varphi ,$$

donde λ es la longitud de la onda medidora, n es el número entero de ciclos (u ondas completas) y $\Delta\varphi$ es una fracción de ciclo.

Dado que la trayectoria que recorre la onda medidora es el doble de la distancia a medir, la longitud de onda efectiva es $\lambda/2$. Este valor se denomina **distancia fundamental de medida o unidad de medida ($U = \lambda/2$)**:

$$U = \frac{1}{2} \lambda ,$$

entonces:

$$D = n U + r .$$

En la formula anterior, a pesar de que el recorrido de la señal es el doble de D , la utilización de U hace innecesario dividir la distancia por dos.

El número entero n de ciclos o longitudes de onda constituye lo que se denomina una ambigüedad. Los distanciómetros electrónicos pueden determinar este número n para una distancia desconocida mediante la emisión de múltiples señales.

La ambigüedad se determina emitiendo diferentes frecuencias de onda medidora y resolviendo el sistema de ecuaciones resultante del conjunto de mediciones. La diferencia de fase $\Delta\varphi$ es medida directamente.

Existen diferentes métodos para determinar la diferencia de fase entre la señal emitida y la recibida tras ser devuelta por el reflector. Estos se basan en el procesamiento digital de señales. En general lo que se busca es medir la diferencia de fase mediante la superposición interferencial de ambas señales, la emitida y la de retorno.

Con los electro-distanciómetros antiguos, el cambio de frecuencias (determinación de ambigüedades) y la determinación de la diferencia de fase se hacían manualmente, operando el instrumento. En la actualidad, los equipos modernos incorporan microprocesadores que

controlan el proceso de medición completo. La diferencia de fase puede ser medida con un error del orden de una milésima del valor de la longitud de onda. Una vez que se apunta al reflector y se inicia la medición, la distancia final aparece en la pantalla del equipo en pocos segundos, o menos.

Mediciones electroóptica y mediciones por sistemas de microondas

En el ámbito de las telecomunicaciones, la modulación es un proceso por el que una magnitud característica de una onda, llamada portadora (típicamente una onda sinusoidal), es obligada a seguir las variaciones de otra señal, denominada moduladora.

Básicamente, la modulación consiste en hacer que un parámetro, amplitud, frecuencia o fase, de la onda portadora cambie de valor de acuerdo con las variaciones de la señal moduladora, que es la onda que se desea transmitir.

El elemento de medida es la onda moduladora, la onda portadora se utiliza como transporte. En la medición electrónica de distancias, la señal moduladora es la utilizada como onda medidora. Existen diferentes técnicas de modulación, de frecuencias, de amplitud, de impulsos y de fase (Chueca Pazos, 1996).

Un parámetro básico en el sistema de medición electrónica de distancias es el tipo de onda portadora que utiliza, caracterizada por su frecuencia y longitud de onda. En función de la frecuencia de la señal portadora, se pueden establecer dos categorías de equipos:

- Sistemas de microondas.
- Electroópticos.

Sistemas de microondas.

Se denomina microondas a las ondas electromagnéticas definidas en un rango de frecuencias determinado, generalmente de entre 300 MHz y 300 GHz y una longitud de onda en el rango de 1 m a 1 mm.

Los distanciómetros que utilizan este tipo de señal como portadora son de largo alcance y de aplicaciones principalmente geodésicas, pueden medir hasta 150 km con precisiones del orden de $\pm (10 \text{ mm} + 3 \text{ ppm})$. Son equipos de gran peso y tamaño, lo que los hace poco viables en trabajos de Topografía o Agrimensura, motivo por el cual prácticamente ya no son utilizados.

En este trabajo nos ocuparemos principalmente de instrumentos electroópticos.

Sistemas electroópticos.

Son equipos que utilizan como portadora una señal electromagnética que se hallan en el sector del rojo y el infrarrojo cercano (NIR) del espectro. En la tabla 2.1 pueden encontrarse algunos ejemplos en equipos que se utilizan comúnmente en trabajos de Ingeniería y Agrimensura.

La mayoría de los distanciómetros electrónicos fabricados actualmente son electroópticos, y transmiten luz infrarroja láser como señal portadora. Esto se debe a que la intensidad de esta radiación puede modularse directamente, simplificando de manera considerable el equipo (Wolf, 2016). Los distanciómetros electrónicos embebidos en estaciones totales son de este tipo. Estos actúan en la zona del espectro visible o del infrarrojo, utilizando fuentes de luz del tipo LED (del inglés light-emitting diode) o láser. Es posible establecer dos grupos, según opera en la banda visible o no.

- Distanciómetro de luz visible.
- Distanciómetros infrarrojos (IR).

Los equipos con distanciómetros de luz visible utilizaban como portadora láser gaseoso de He-Ne para equipos de medida de largo alcance “geodímetros” y en distanciómetros submilimétricos, que emiten en la banda visible del espectro $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$. Estos equipos se utilizaron en trabajos geodésicos y cuentan con un alcance máximo de 40-60 km, con precisiones de $\pm (5 \text{ mm} + 1 \text{ ppm})$. Los distanciómetros submilimétricos son de alcance máximo variable 2 a 5 km, con una precisión de $\pm (0,2 \text{ mm} + 0,2 \text{ ppm})$, como por ejemplo el Mekometer 5000 de la empresa Kern, ya discontinuado.

Dentro de los distanciómetros IR se encuentran aquellos que utilizan como fuente portadora un diodo láser de arseniuro de galio. Estos equipos que emplean láser operan en el NIR y, por tanto, no visible. Dentro de esta categoría, se encuentran los equipos usados con fines topográficos, con un alcance de 3-4 km y con precisiones usuales del orden de $\pm (2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm})$. Las estaciones totales utilizan este sistema (Chueca Pazos, 1996).

A los instrumentos de esta clase, que **emplean como portadoras ondas electromagnéticas del sector visible del espectro se los denomina simplemente equipos MED** (medición electroóptica de distancias).

Algunos ejemplos de ondas portadoras empleadas en distanciómetros de equipos de estación total actuales son mostrados en la tabla 2.1.

Tabla 2.1: Distanciómetros electroópticos de algunas estaciones totales de uso corriente.

Fabricante	Modelo	Long. de onda portadora (nm)	Fuente
Spectra	Focus 2	620 a 690	Guía del usuario instrumento
Leica	TPS700	780	Manual de empleo TC(R)702/703/705
Leica	TS60	658	Manual de uso MS60/TS60
Trimble	Serie S	660	Guía del usuario instrumento

Utilizar la banda visible del espectro electromagnético aporta las siguientes características:

- buena penetración,
- dificultad de ser interferida o perturbada (esta ventaja es más notable en el IR),
- sencillez en obtener su reflexión, puntería y detección (esta característica es compartida con los equipos que utilizan IR).

Pero este tipo de señales poseen tan alta frecuencia y tan pequeña longitud de onda que es imposible de utilizar directamente como unidad de medida. Por lo tanto, es necesario modular la onda luminosa con otra de baja frecuencia cuya longitud de onda sea más adecuada para este propósito.

La onda portadora de un distanciómetro electroóptico se modula con otra señal cuya longitud es más apropiada considerando las magnitudes que habrá que determinar. A esta señal se la denomina onda medidora. Tal como se ha mencionado, a la mitad de la longitud de la onda medidora, se lo denomina unidad de medida (U).

Unidad de medida

Una de las características propias de los instrumentos MED basados en el método de la diferencia de fase es el parámetro U. Los fabricantes de estos equipos emplean diferentes valores.

En la publicación de J. Rüeger de 1996 se mencionan valores típicos de U de: 2 m, 5 m, 10 m, 7,50 m, 15 m, 20 m, 30,769 m y 33,333 m, mencionando que los dos últimos son poco usuales.

Equipos más modernos pueden utilizar valores diferentes a los citados, por ejemplo, la estación total Topcon ES 55 utiliza una onda medidora con un valor de U de 4 m¹:

Como ya se ha mencionado:

$$U = \frac{1}{2} \lambda,$$

donde λ es la longitud de la onda medidora (o sea, la onda moduladora).

Reflectores

Para la medición electrónica de distancias con equipos MED es requerido un elemento reflector que se posiciona en el extremo opuesto de la línea a medir. El elemento reflector devuelve la señal al equipo para que este determine la distancia figura 2.9.

¹ Información brindada por la empresa Geosistemas SRL representante oficial de Topcon en Argentina.

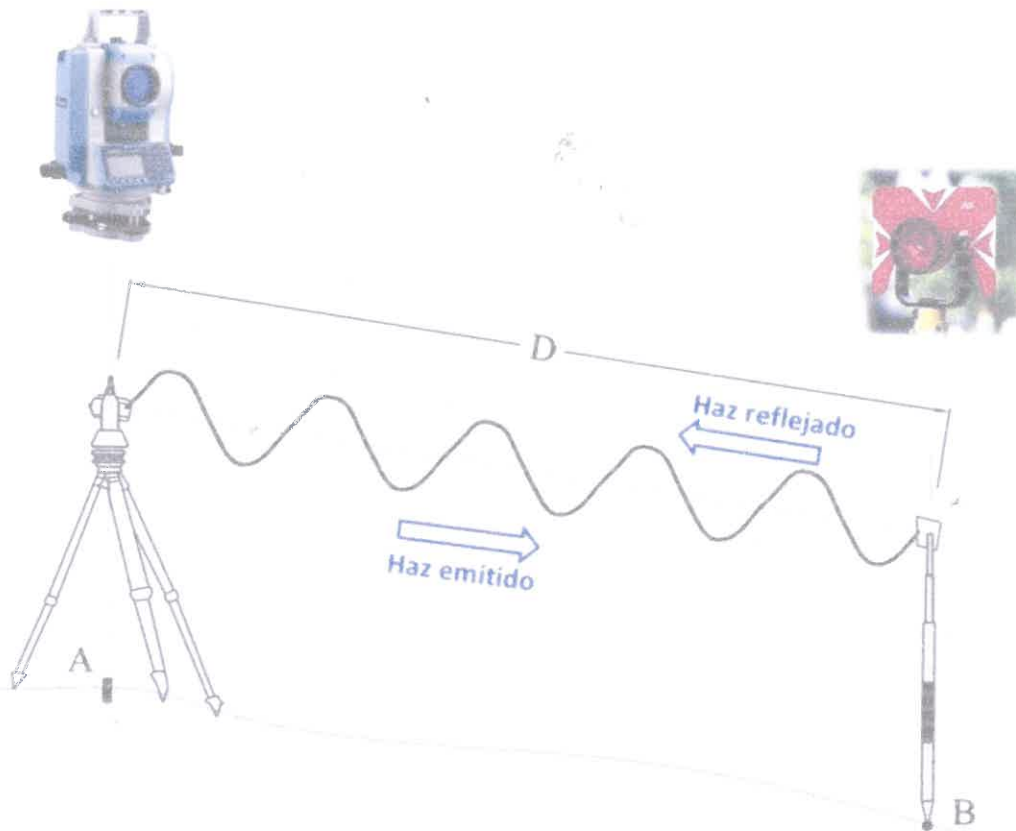


Figura 2.9: Distancia D medida entre los puntos A y B por un distanciómetro electrónico.

Los distanciómetros electroópticos trabajan con reflectores pasivos (Chueca Pazos, 1996), a diferencia de los instrumentos de microondas que utilizan reflectores activos. Los reflectores pasivos, son dispositivos inertes que devuelven la señal al distanciómetro. Se han utilizado dispositivos de reflexión pura mediante un espejo o sistema de espejos, pero son poco comunes. Lo más común es usar reflectores que actúan por medio de reflexión-refracción, denominados prismas de reflexión total.

El prisma más utilizado es el que resulta de trincar el vértice de un cubo, formando una pirámide tri-rectangular de lados isósceles y base equilátera (figura 2.10). La esquina de un cubo de vidrio se corta de tal manera que el plano del corte sea perpendicular a la diagonal de este. En la figura 2.10 se muestra el corte del cubo mediante un plano diagonal al mismo.

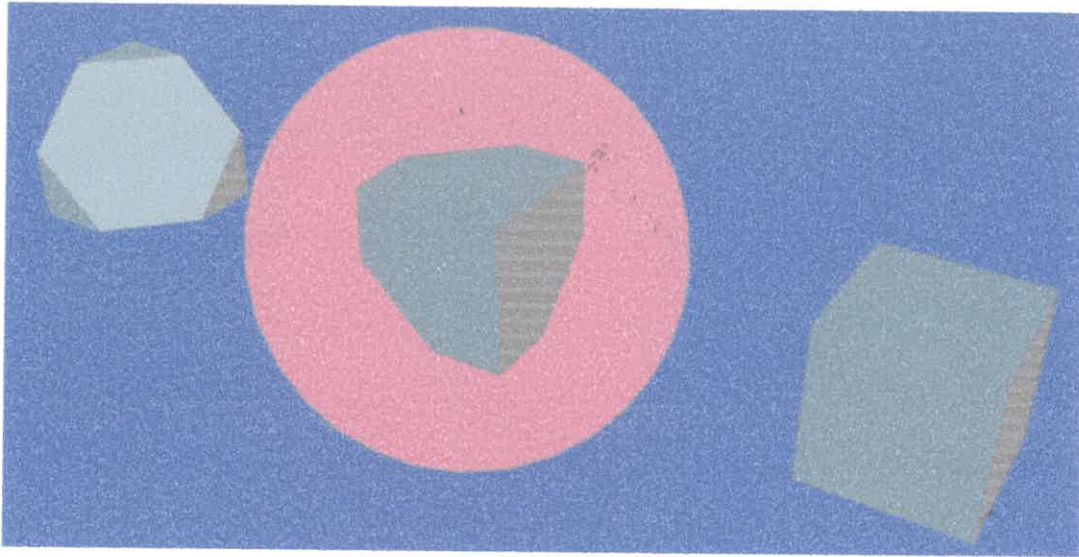


Figura 2.10: Un cubo es truncado en uno de sus vértices formando un sólido de forma piramidal.

Los prismas reflectores están fabricados con vidrio macizo y se fundamentan en un principio básico: cuando un rayo luminoso procedente del instrumento incide sobre la base del prisma, este es reflejado en la misma dirección de incidencia tras experimentar una triple reflexión, como se puede apreciar en la figura 2.11.

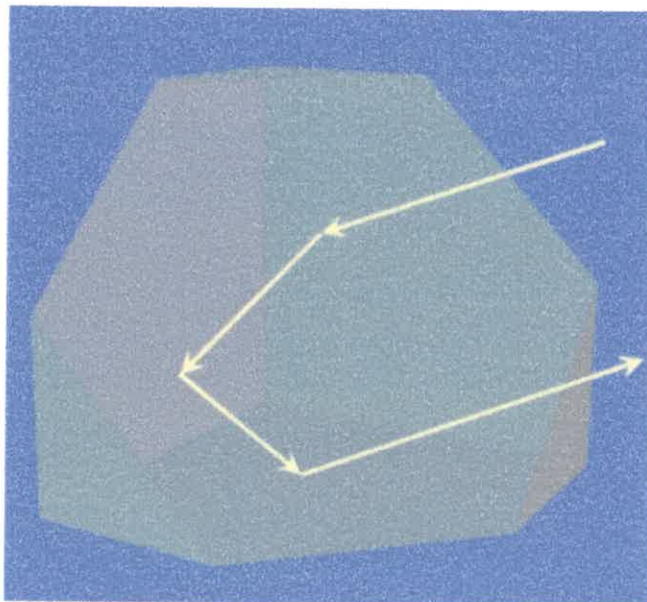


Figura 2.11: El haz incidente se refleja tres veces y es devuelto en la misma dirección de origen.

Tal como lo grafica la figura 2.12, si los ángulos entre los planos del cubo son rectos, todo rayo incidente se refleja de tal manera que, el rayo incidente y emergente han de ser paralelos

y simétricos al rayo central (rayo dirigido al ápice del prisma), independiente de la alineación del reflector (Rüeger, 1996). Todo rayo es refractado dos veces en la superficie frontal del prisma (a la entrada y a la salida) y se refleja tres veces internamente en las caras perpendiculares del prisma.

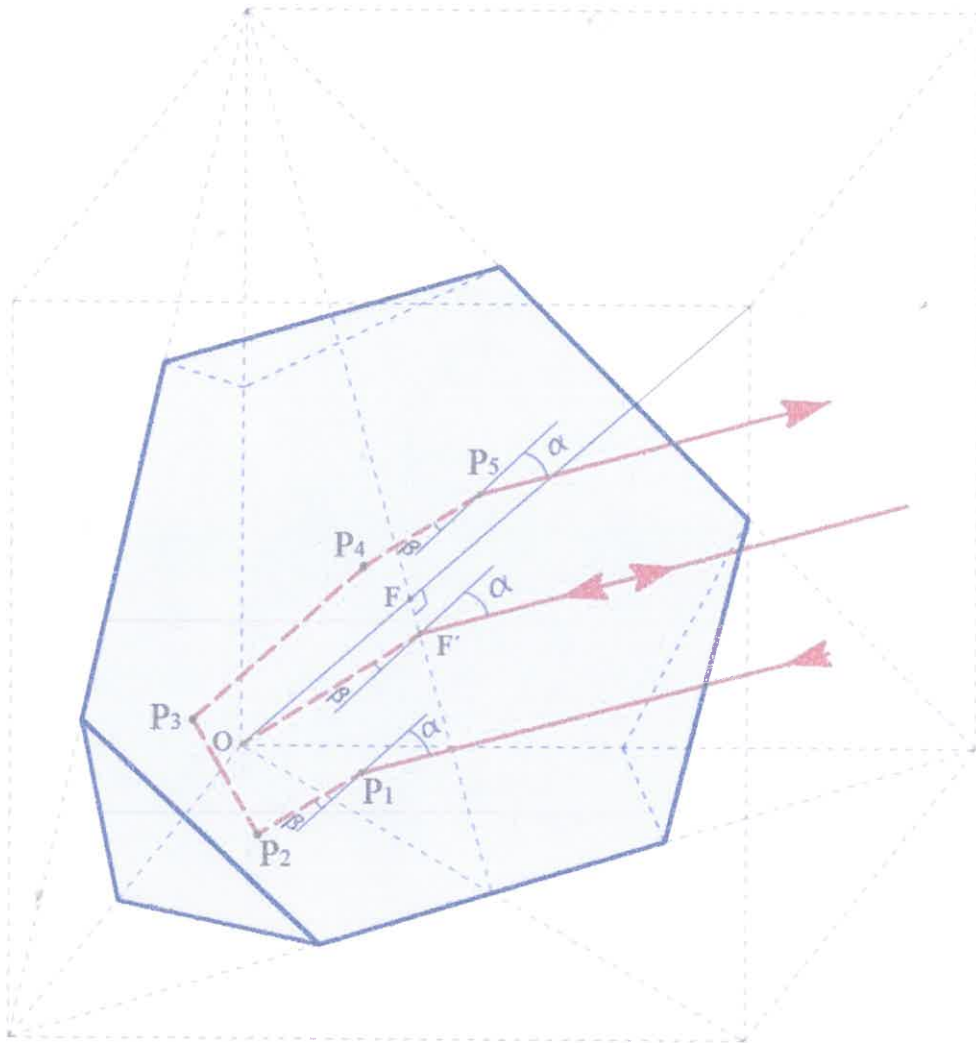


Figura 2.12: Recorrido de los rayos a través del prisma de vidrio. Adaptación de figura de J. Rüeger, 1996, ítem 10.2, figura 10.1.

En la figura 2.12 se esquematiza como es el tránsito de los rayos a través del interior de un prisma de vidrio empleado como reflector en la medición electroóptica de distancias. El ápice del prisma se denomina O y la intersección entre la diagonal del cubo y la cara frontal se denomina F. La línea OF es normal a la cara frontal del prisma, por donde ingresan los rayos. Los ángulos de incidencia y de refracción se denominan α y β respectivamente. El punto F' es el punto de ingreso y egreso del rayo central. Con P₁ se denomina al punto de

ingreso de un rayo excéntrico, que tras reflejarse internamente en los puntos P_2 , P_3 y P_4 emerge del prisma en el punto P_5 .

Para montar el prisma de vidrio, primero se coloca dentro de un resistente contenedor de plástico. Luego, mediante una unión de rosca, se sujeta este conjunto a un soporte especial que se adapta a un bastón verticalizador o una base nivelante, según el tipo de medición que se requiera realizar. Gracias a la presencia de un nivel esférico, se logra colocar el prisma con precisión sobre la vertical del punto que se desea medir (figura 2.13). El soporte posee una señal de puntería que facilita la puntería con el anteojo.

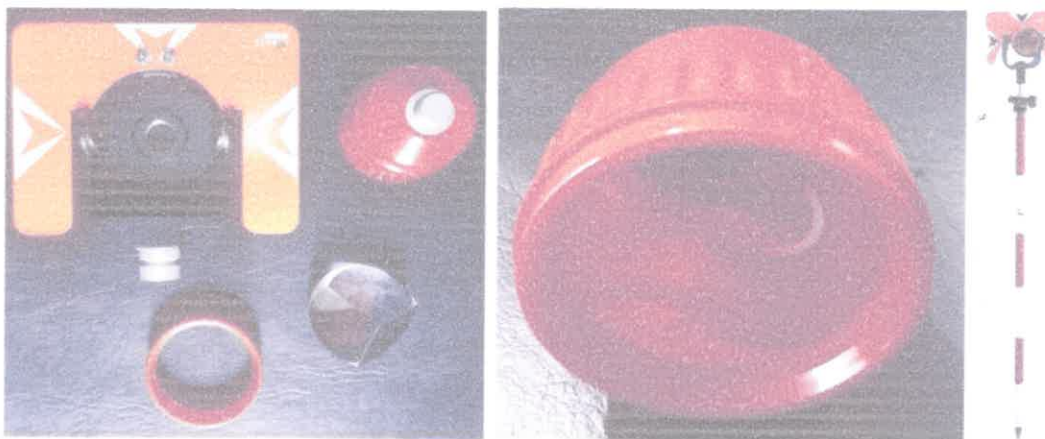


Figura 2.13. Izquierda: Despiece de un reflector convencional, puede verse el prisma de vidrio con la base de la pirámide hacia abajo. Centro: contenedor del prisma. Derecha: Todo el conjunto montado sobre el bastón verticalizador.

Existen diferentes modelos de prismas reflectores que pueden utilizarse, dependiendo del tipo de instrumento y/o tarea a realizar (fig. 2.14). Para trabajos de topografía en los que se requiere mayor precisión, por ejemplo, resultados que exigen una exactitud menor al centímetro, es posible utilizar miniprismas (figura 2.14 B), reduciendo errores de puntería y falta de verticalidad en el reflector. Otro modelo diferente de reflector son los prismas 360° (figura 2.14 C) utilizados en estaciones totales robóticas o semi-robóticas, donde el seguimiento del prisma se hace de forma autónoma.

Además de los prismas de reflexión total explicados, pueden usarse otras alternativas. Existen láminas reflectoras compuestas por diminutas esferas de vidrio que reflejan la señal recibida desde el distanciómetro. También existe, en la mayoría de los equipos modernos, la posibilidad de medición sin reflectores, en estos casos la señal es reflejada directamente por el elemento o superficie observado. Estas opciones requieren una mayor cantidad de energía en la señal emitida, suelen tener menor alcance y menor precisión en la determinación de la distancia.

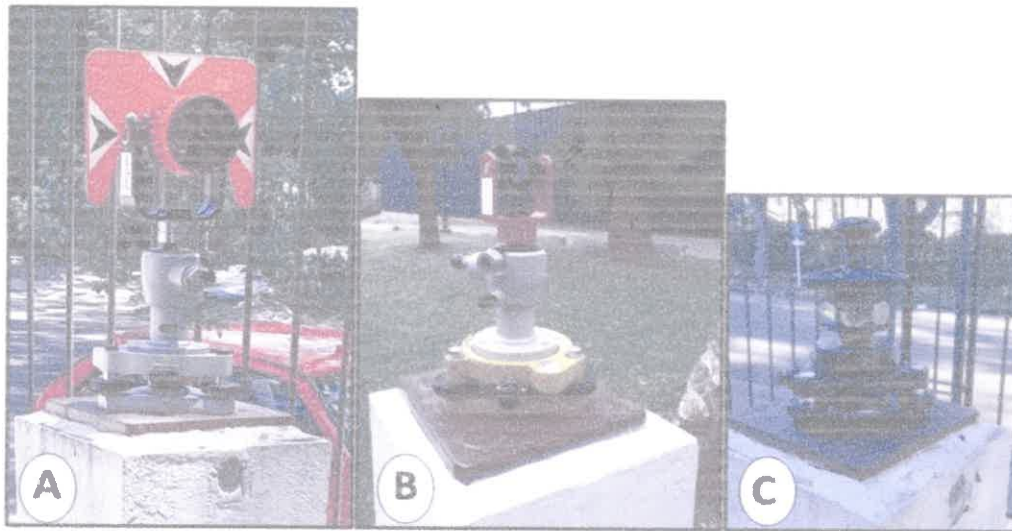


Figura 2.14. Prismas montados sobre bases nivelantes. A: Prisma estándar o convencional, es el modelo más utilizado. B: Modelo de mini-prisma, se utilizan cuando se requiere aumentar la precisión de las mediciones. C: Prisma de 360°, se utilizan en estaciones robóticas o semi-robóticas con función de seguimiento automático del reflector. Las fotografías A, B y C se escalaron para que los tamaños de los prismas sean comparables.

Independientemente de que estén presentes estas alternativas citadas, la medición más precisa y de mayor alcance se consigue utilizando como reflectores los prismas de reflexión total. Para utilizar distintos tipos de reflectoras debe configurarse previamente el modo de medición y modificar la constante del prisma.

Constante aditiva (K)

En los prismas de reflexión total, el haz de energía realiza un recorrido interno por un medio, el vidrio, con un índice de refracción diferente al del aire. Debido a que la luz viaja a una velocidad menor en el vidrio que en el aire, el centro efectivo del reflector, R en la figura 2.15, está realmente atrás del prisma. De acuerdo con esta figura, el recorrido del rayo por el interior del prisma puede representarse con las distancias l_1 , l_2 y l_3 , y se puede establecer la relación (Wolf, 2016):

$$2L = l_1 + l_2 + l_3.$$

Pero debido a que el índice de refracción del vidrio n_v es mayor que el del aire, la velocidad de la luz se reduce y la distancia efectiva queda reducida a:

$$n_v L = 1,517 L.$$

En la figura 2.15 puede verse el punto efectivo de reflexión R de acuerdo con lo expresado antes.

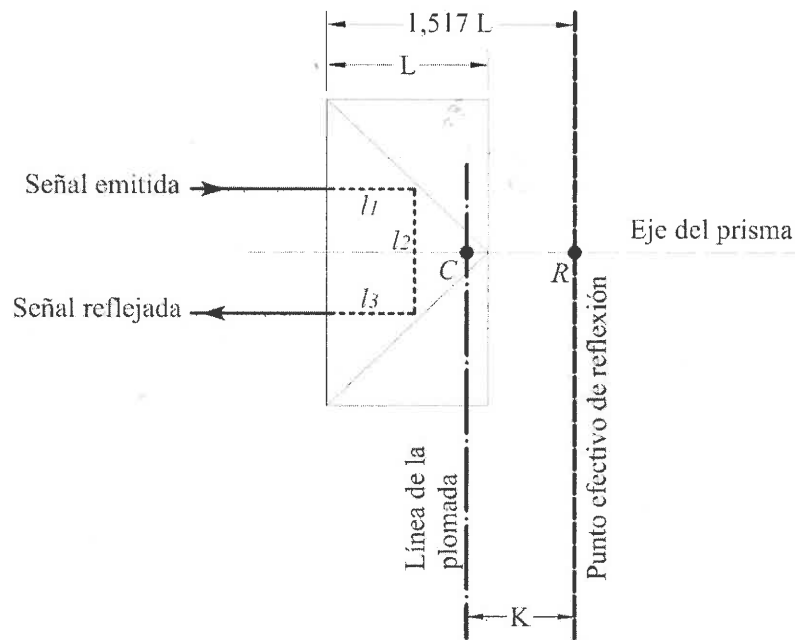


Figura 2.15: La constante K es la distancia entre el punto efectivo de reflexión R y el punto C intersección del eje del prisma con la línea de plomada. Adaptación de la figura de figura 6.15. de "Topografía" (Wolf, 2016).

Por lo tanto, suele ocurrir que la reflexión no se efectúa sobre la línea de la plomada del punto de interés, por lo que se introduce un error sistemático en la medida de las distancias. Entonces, la distancia medida será mayor y por lo tanto se requiere una corrección de punto cero, llamada habitualmente constante del prisma o constante aditiva y que en algunas fuentes bibliográficas (Chueca Pazos, 1996; Wolf, 2016) se la representa con la letra mayúscula K .

El valor de la constante del prisma dependerá de las características constructivas de éste. Además, es común que el valor de la constante cambie según la manera en que el prisma se monte sobre el soporte. Podría suponerse que lo más práctico sería montar el prisma de tal modo que el punto efectivo de medición R coincida con la línea de la plomada al momento de la medición (punto C en la figura 2.15). Esto implicaría colocar el prisma muy por delante de la línea de la plomada, lo que aumenta el efecto de los errores por falta de paralelismo entre el eje del prisma y la dirección del rayo. Es decir, si la constante K es igual a cero será necesario que el rayo incida perpendicular a la cara frontal del prisma cuando se realicen las mediciones, caso contrario aparecerán errores por falta de alineación del reflector (Rüeger, 1996).

Representado en la figura 2.16 está uno de los modelos de prisma más convencionales y de uso más generalizado. Estos tienen como constante K los valores 0 (cero) y -30 mm. Considerando el recorrido interno de la señal por el prisma de vidrio, la distancia medida corresponde a un hipotético reflejo directo en el punto R indicado en la figura 2.16.

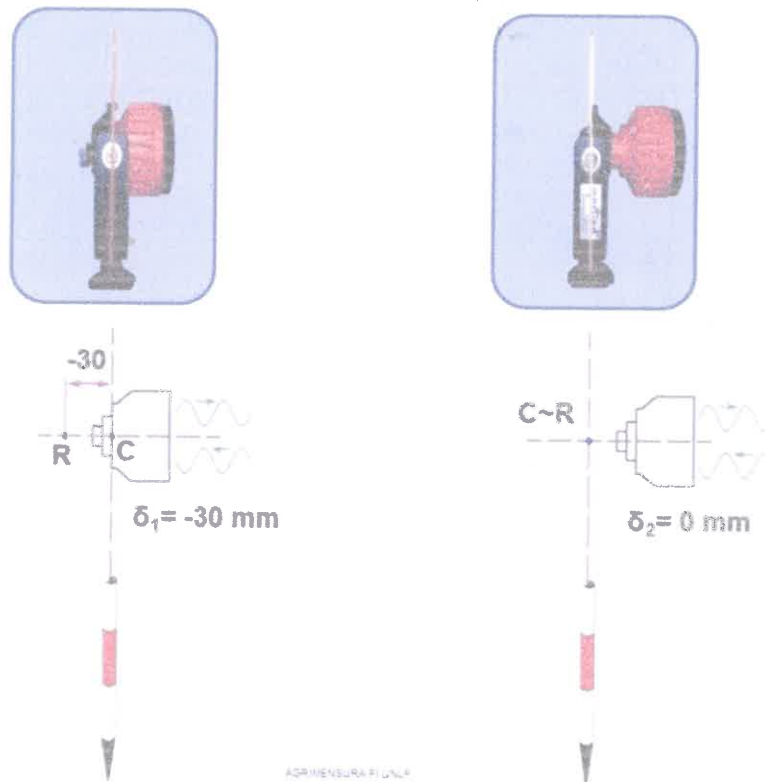


Figura 2.16: Prisma y soporte convencionales, de acuerdo con la configuración del montaje la constante K podrá tomar el valor 0 o -30 mm.

En la figura 2.16, en la parte izquierda, se muestra un prisma montado sobre el bastón, y en este caso, el punto efectivo de reflexión R se encuentra 30 mm detrás del eje del bastón. Además, la intersección de la línea de plomada con el eje del prisma se representa con la letra C . En este tipo de montaje, la distancia medida al prisma debe ser corregida en -0,030 m ($K = -30$ mm), dado que C es el punto que se necesita medir.

Por otro lado, en la parte derecha de la figura 2.16, se presenta otro tipo de montaje donde el prisma se coloca en el lado opuesto del soporte, de modo que los puntos R y C coinciden. En esta situación, la corrección a aplicar es cero ($K = 0$ mm), lo que soluciona el problema de la constante aditiva distinta de cero. Sin embargo, esta opción requiere una mayor precaución al apuntar la cara externa del prisma (base de la pirámide) hacia el instrumento, debido a que el prisma queda significativamente adelante del bastón. Además, esta posición

adelantada del prisma genera un desequilibrio en el conjunto prisma-soporte-bastón, lo que puede dificultar las actividades en el trabajo de campo.

Otros valores menos comunes para la constante del prisma son, entre otros, -40 mm, -17,5 mm, -62 mm, pudiendo llegar a valores de hasta 70 mm. Es fundamental configurar el equipo para que aplique una corrección acorde al montaje del prisma sobre el bastón. También es muy común, en levantamientos topográficos, trabajar con más de un prisma con constantes diferentes.

Estructura general de un distanciómetro

Un oscilador de cristal controla la frecuencia de modulación y genera la onda medidora. La señal, luego de ser modulada se divide en dos haces: un haz exterior que es emitido hacia el receptor para la medición y un haz interior para referencia. Mediante el anteojo del instrumento, el haz exterior es dirigido con precisión hacia el prisma reflector, que se ubica sobre el punto en el otro extremo de la línea.

El haz exterior es devuelto por el reflector al receptor, el cual suele estar compuesto por un fotodiodo. Luego de la recepción ambas señales son comparadas, para ello, los haces exterior e interior son convertidos en energía eléctrica, conservando la relación de desfaseamiento que se deriva de sus diferentes longitudes de recorrido (Wolf, 2016).

Los equipos modernos tienen incorporados microprocesadores que controlan el proceso de medición de distancia completo, resolviendo las ambigüedades usando solamente dos frecuencias y empleando detectores electrónicos de fase para medir la fracción de señal. Luego de aplicar distintas correcciones, el valor de la distancia se muestra en la pantalla. Todo el proceso no demora más que un par de segundos.

Distanciómetros de mano

Existen dispositivos de uso manual para la medición de distancias en el rango corto. El máximo alcance de estos dispositivos varía de acuerdo con la marca y el modelo, pudiendo estar entre los 60 m y los 250 m con precisiones del orden de ± 1 mm. Estos instrumentos no necesitan de prismas reflectores, la señal que retorna es reflejada directamente en objetos como por ejemplo muros (figura 2.17).

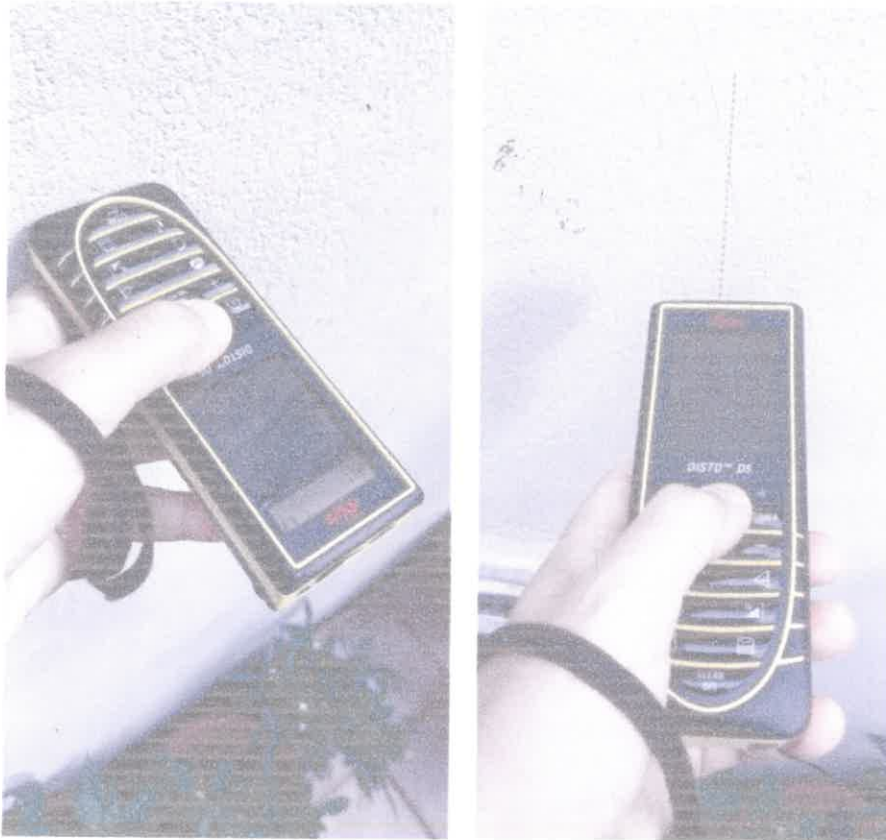


Figura 2.17: Distanciómetro de mano marca Leica modelo D5. Un puntero láser indica el punto en que se está midiendo la distancia. De acuerdo con la configuración elegida, la distancia puede ser medida desde la parte anterior o posterior del distanciómetro.

Los procedimientos de verificación/calibración de estos equipos son diferentes a los que se emplean para los distanciómetros que se vienen tratando en este trabajo. Además, en el ámbito de la Agrimensura, estos distanciómetros de mano se emplean en mediciones de menor importancia; si bien la precisión intrínseca del instrumento es de ± 1 mm, las distancias obtenidas son bastante menos precisas, dado que usualmente no se utilizan tripodes ni se reducen las distancias al horizonte. Por ese motivo, este tipo particular de distanciómetros electrónicos no se consideran en el presente trabajo.

Mediciones angulares en Topografía

Para muchos trabajos de Topografía, se requiere de la medición conjunta de ángulos y distancias. En lo que refiere a instrumental y técnicas de medición, las determinaciones angulares suelen ser más complejas que las de distancias. En estos párrafos se realizará una descripción rápida de las mediciones angulares, solamente a los efectos de poder comprender el instrumento denominado de estación total.

El instrumento topográfico que se utiliza para la medición de ángulos es el teodolito. Los ángulos de interés para la Topografía son los proyectados sobre planos horizontales o verticales. En la figura 2.18 interesa medir desde **P** los ángulos hacia los puntos del terreno **A**, **B** y **C**. Los ángulos que interesa medir son los ángulos acimutales (horizontales) β_1 y β_2 y ángulos de altura (verticales) α_A , α_B y α_C .

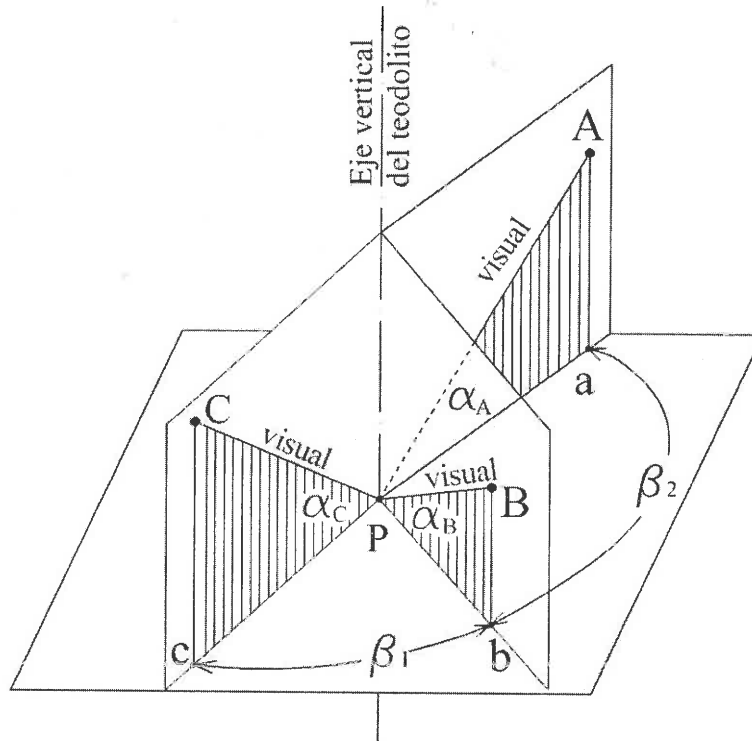


Figura 2.18: Ángulos acimutales (horizontales) β_1 y β_2 y ángulos de altura (verticales) α_A , α_B y α_C . Figura adaptada de "Teodolitos y Poligonaciones" (Müller, 1944) – Capítulo 1 - figura 1.

Los ángulos horizontales que deben medirse, como por ejemplo el β_1 , toman el valor de la sección normal del diedro determinado por los planos que contengan al eje verticalizado del teodolito y pasen respectivamente por los puntos **B** y **C**.

Por otra parte, los ángulos verticales que se mide con un teodolito son los que forman las visuales con la línea vertical que pasa por **P**, coincidente con el eje del instrumento.

Ambas mediciones angulares (horizontal y vertical) se efectúan utilizando el teodolito esquematizado en la figura 2.19, el cual es capaz de dirigir las visuales hacia los puntos de interés y proyectarlas en dirección vertical (línea de plomada) sobre un plano horizontal.

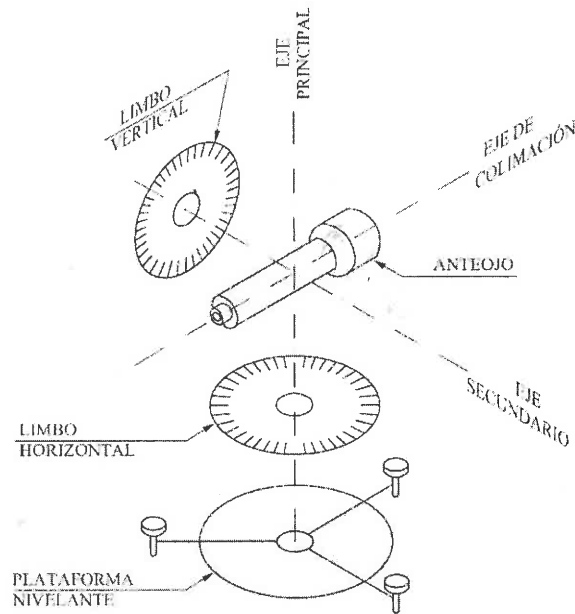


Figura 2.19: Esquema básico de un teodolito.

Este instrumento, mediante un anteojo astronómico permite dirigir visuales desde un punto de estación hasta otro punto de interés. Las proyecciones de esa línea de visión sobre un plano horizontal y sobre otro vertical, son medidas sobre los respectivos limbos acimutal y cenital.

El teodolito es un instrumento que debe ser verticalizado para realizar sus mediciones, el eje principal del instrumento debe hacerse coincidir con la dirección de la gravedad (plomada) en el punto de estación.

La evolución del teodolito ha ido en conjunto con los avances tecnológicos, contando actualmente con teodolitos digitales capaces de realizar mediciones angulares muy precisas, rápidamente y con facilidad. Al presente, es poco común encontrar teodolitos autónomos, ya que estos instrumentos actualmente forman parte de equipos topográficos denominados estación total. No obstante, en lo que refiere a sus fundamentos, el teodolito ha tenido muy pocas modificaciones, desde su concepción.

Existen diferentes errores sistemáticos que afectan a las mediciones efectuadas con un teodolito. En la actualidad esos errores pueden ser eliminados de forma efectiva aplicando un método específico de medición denominado “de Bessel”.

El círculo o limbo vertical solidario con el anteojo, puede ocupar en la medición angular dos distintas posiciones:

- Posición Normal I o Círculo Izquierda (CI).
- Posición Invertida II o Círculo Derecha (CD).

Para pasar de CI a CD se debe girar la alidada 180° respecto del eje principal y luego girar el anteojo sobre el eje secundario para realizar nuevamente la colimación del punto, a esta tarea se la denomina "vuelta de campana" (figura 2.20).

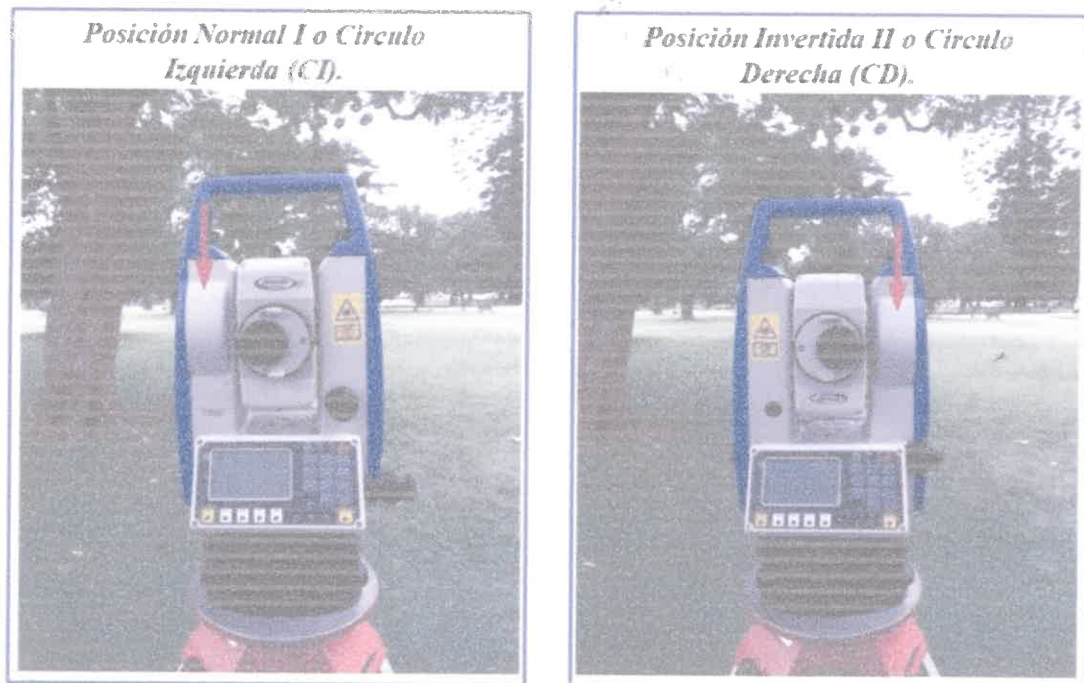


Figura 2.20: Imágenes de las dos posiciones del anteojo en un teodolito moderno, componente de una estación total.

La regla o método de Bessel consiste en colimar y medir dos veces a cada punto, la primera con el anteojo en posición normal (CI) y luego con el anteojo invertido (CD), previa vuelta de campana del anteojo y giro de 180° .

Estaciones totales

Una estación total es el instrumento que resulta de la integración en un solo equipo de un teodolito digital y del sistema MED. Además, incorporan un sistema de procesamiento digital embebido (microprocesador) para el cálculo automático de datos topográficos: componentes horizontal y vertical de la distancia medida, acimutes, pendientes, desniveles, conversión entre sistemas de coordenadas polares o cartesianas. Las funciones adicionales conferidas por la capacidad de cálculo, entre las más destacadas, son:

- Exploración electrónica del limbo y presentación digital de los resultados.
- Corrección automática de las lecturas iniciales del limbo, considerando la influencia de los errores sistemáticos que las afecten.

- Compensación de la distancia en función de las condiciones ambientales.
- Adición de la constante aditiva K a las distancias.
- Transformación entre sistemas de coordenadas: polares a cartesianas y viceversa.
- Operaciones geométricas sobre líneas, arcos, áreas y volúmenes.
- Resolución de intersección inversa (estación libre).
- Cálculo de alturas inaccesibles.
- Replanteo de puntos.

Además, las estaciones totales pueden almacenar los datos levantados en su memoria interna para que luego puedan ser descargados mediante los sistemas convencionales de transferencia de datos (RS-232, USB, Bluetooth). En equipos modernos es posible cargar en la memoria del instrumento archivos CAD, imágenes georeferenciadas, modelos digitales de elevación, entre otros formatos de datos espaciales; esto facilita la resolución en campo de muchas tareas que en caso contrario implicaría volver a gabinete.

En la figura 2.21 pueden apreciarse algunos de los componentes de una estación total.

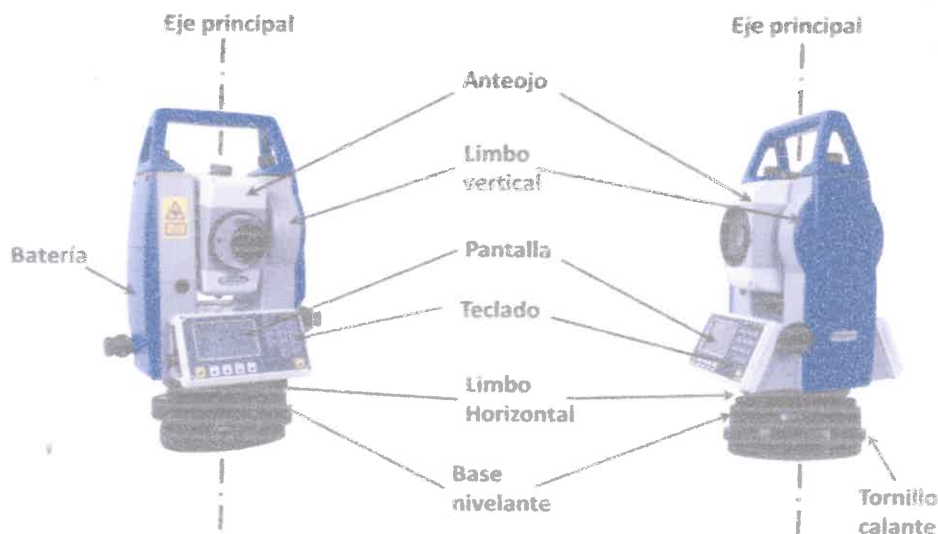


Figura 2.21: Componentes elementales de un instrumento de estación total.

En este ejemplo se muestra una estación total de gama básica, marca Spectra, modelo Focus 2. El anteojo está conformado por un sistema óptico con diferentes lentes y un retículo (cruz filar) que permite hacer puntería a los elementos a medir, dentro del anteojo está montado el distanciómetro electrónico, de forma que el haz emitido y el eje de puntería son colineales. En la figura 2.21 se aprecian los abultamientos que corresponden a los limbos horizontal y vertical. Estos son discos codificados que son leídos por sensores especiales durante los giros del instrumento, permitiendo así la medición de ángulos en la escala horizontal (direcciones) y en la vertical (ángulos cenitales). Un teclado permite controlar los

diferentes procedimientos de medición y en una pantalla digital se presentan los resultados de la medición, tanto valores crudos como calculados.

Estos instrumentos son electrónicos, lo que implica que requieren alimentación mediante baterías recargables. La parte superior del equipo se monta sobre una base nivelante tipo tribrach, que cuenta con tres tornillos calantes. Al accionar estos tornillos y haciendo uso de los niveles de aire del equipo, se logra posicionar verticalmente el eje principal del instrumento, una condición fundamental para llevar a cabo estas mediciones topográficas.

Estos equipos, además de los niveles a aire, suelen tener dispositivos electrónicos que detectan automáticamente y en tiempo real cualquier desviación del eje principal con respecto a la verticalidad. Esta información se muestra en la pantalla, lo que permite al usuario corregir la posición del instrumento mediante los tornillos calantes. Adicionalmente, cualquier inclinación residual del eje principal con respecto a la vertical del lugar, es corregida de manera automática por medio de compensadores automáticos. Los compensadores más básicos son conocidos como compensadores de doble eje, los cuales garantizan una nivelación precisa del instrumento y una mayor fiabilidad en las mediciones angulares.

En los ámbitos de la Ingeniería y la Agrimensura, las estaciones totales han reemplazado tanto a los teodolitos como a los electro-distanciómetros autónomos de forma casi absoluta. Por ese motivo, cuando se hace referencia a distanciómetro MED en general se trata de uno de los componentes de una estación total y no de un equipo independiente.

Salvo muy pocas excepciones, las observaciones que se realizan con una estación total requieren medición simultánea de distancias y ángulos. Es raro y poco frecuente realizar mediciones angulares o de distancias de forma independiente.

En función de la precisión en la medición de ángulos y distancias existen estaciones totales de diferentes órdenes de calidad. En estos equipos, el aumento en la precisión en las mediciones angulares debe ir acompañado en la precisión en la medición de distancias. Muchas de las determinaciones realizadas con una estación total son coordenadas rectangulares calculadas automáticamente a partir de las mediciones crudas de ángulos y distancias, por lo tanto, ambos tipos de magnitudes deben obtenerse con precisiones equivalentes.

La precisión angular de las estaciones totales es proporcionada por el fabricante del instrumento y se expresa en segundos de arco. Esta precisión se presenta como un valor de incertidumbre para la medición en ambas caras del anteojo, utilizando el método de Bessel, tanto para el limbo vertical como para el horizontal.

Para la medición de distancias, la precisión se da mediante una expresión del tipo:

$$(a \text{ mm} + b \text{ ppm}),$$

donde a es una constante expresada en milímetros y b se calcula en partes por millón (ppm) de la distancia.

Algunos ejemplos de estaciones totales existentes en el mercado actual:

- Estación Total marca Topcon, modelo ES55 (figura 2.22), con 5" de precisión angular y medición de distancias con o sin prisma con precisión de $\pm (2\text{mm} + 2\text{ppm})$. En cuanto a la precisión de medida, tanto para ángulos como para distancias, este equipo puede considerarse básico. Esta gama de instrumentos es suficientemente precisa para la mayoría de los trabajos realizados en Agrimensura e Ingeniería.



Figura 2.22: Estación Total marca Topcon, modelo ES55.

- Estación total servoasistida marca Trimble, modelo S7, este equipo (figura 2.23) puede realizar mediciones angulares con una precisión de 1" y medición de distancias con prisma de $\pm (1 \text{ mm} + 2\text{ppm})$. Es un equipo de gama media, se utiliza en trabajos que requieren mayores precisiones como en montajes industriales, control de deformaciones, armado de estructuras, etc.



Figura 2.23: Estación total servoasistida marca Trimble, modelo S7.

- Dentro de las estaciones totales de alta gama se encuentra la Leica modelo TS60 (figura 2.24), con una precisión para mediciones angulares de 0,5" y para medición de distancias de $\pm (0,6 \text{ mm} + 1 \text{ ppm})$. Este equipo tiene aplicaciones de alta precisión, como en trabajos de microgeodesia.



Figura 2.24: Estación total Leica modelo TS60.

En la generalidad de los casos, la precisión de la medida angular (ambos círculos) y de distancias se calculan en base a procedimientos basados en la familia de normas ISO 17123. Tanto los fabricantes de equipos, como sus comerciante y usuarios han adoptado estas normas para referirse a las precisiones de los instrumentos.

Aplicaciones usuales con estaciones totales

Los trabajos más frecuentes con estaciones totales se pueden clasificar en dos grupos:

- Levantamiento de puntos.
- Replanteo de puntos.

Levantamiento de puntos

Un levantamiento (o relevamiento) de puntos con estación total es la tarea topográfica que permite determinar las coordenadas polares (2D o 3D) de puntos de interés sobre el terreno. En esta tarea, el punto de estación constituye el origen del sistema de referencias para esas observaciones. Luego, mediante cálculo trigonométrico, el microprocesador obtiene las coordenadas rectangulares de esos mismos puntos.

Las coordenadas rectangulares x_P , y_P , z_P de un punto de interés P se calculan a partir de la medición de sus coordenadas esféricas polares S, Hz, α .

Obteniéndose la distancia reducida al horizonte mediante:

$$H = S \cdot \cos \alpha,$$

las coordenadas rectangulares de P serán:

$$x_P = H \cdot \cos Hz,$$

$$y_P = H \cdot \sen Hz,$$

$$z_P = S \cdot \sen \alpha,$$

donde: S es la distancia inclinada (distancia euclidiana), Hz el ángulo horizontal (o dirección) y α el ángulo de elevación (figura 2.25).

En los trabajos que interesan solamente las coordenadas planas (XY), el levantamiento se denomina planimétrico. Este es el caso de trabajos catastrales para planos de mensura, deslinde y amojonamiento, la medición de poligonales, replanteo de ejes de obras, entre otros.

Por otro lado, los trabajos que requieren las tres coordenadas (XYZ) de los puntos levantados, se denominan planialtimétricos. Este es el caso de los relevamientos para estudios de cuencas hidrográficas, levantamientos de caminos, mediciones para movimientos de suelos, etc.

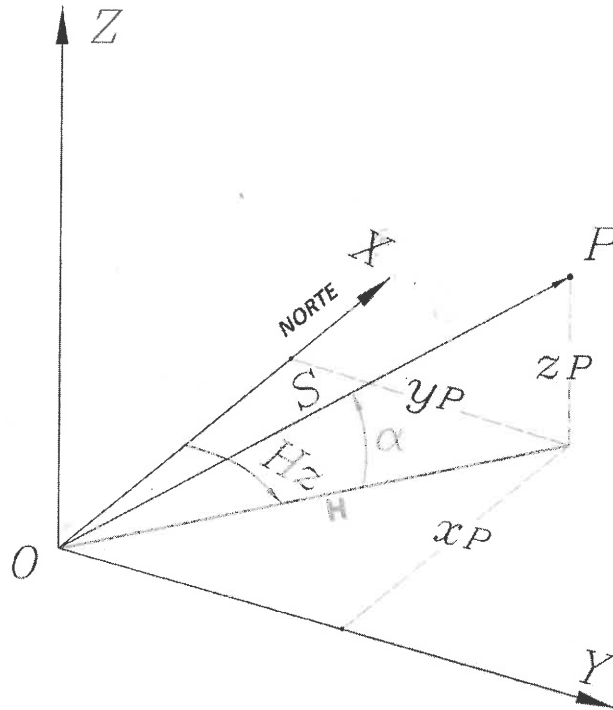


Figura 2.25: Transformación de coordenadas polares 3D a rectangulares x,y,z .

Replanteo de puntos

El replanteo de puntos constituye la operación inversa al levantamiento. Suele ocurrir que los puntos levantados sirven como base para algún tipo de proyecto en Agrimensura o Ingeniería. Sobre el plano dibujado a partir de los puntos medidos en campo, se trazan nuevos puntos y líneas que representan elementos como vértices de edificios, ejes de caminos, etc. que en una etapa posterior deberán materializarse. La marcación sobre el terreno de esos puntos y alineaciones es lo que en topografía se denomina replanteo. Esta tarea puede ser planialtimétrica (ej. ubicación de los moldes para cordones en la pavimentación de calles) o solo planimétrica (ej. amojonamiento de lotes acorde a un plano de mensura y división).

El replanteo con estación total se realiza cargando en la memoria del equipo (manualmente o por transferencia de datos) las coordenadas rectangulares de los puntos. Una vez en el terreno, la computadora de la estación total calcula la dirección, elevación y distancia al punto que se materializará; transformando las coordenadas x,y,z a coordenadas polares S, Hz, α . Entonces debe girarse el instrumento un ángulo horizontal H_z y elevar el anteojo un ángulo vertical α , de ese modo se consigue la línea visual al punto y sobre esa dirección a una distancia S se realiza su materialización. La marcación de puntos usualmente se hace con estacas de madera o hierro, clavos de acero, marcas de pintura, etc. La correcta ubicación de estos puntos materializados depende de la calidad de las mediciones y del buen estado del instrumento.

Conclusiones del capítulo II

En la actualidad, la medición electrónica de distancias para aplicaciones topográficas en la Agrimensura e Ingeniería se realiza casi exclusivamente con estaciones totales que están equipadas con distanciómetros electroópticos.

Es importante destacar que la calibración de distanciómetros electroópticos, distanciómetros de microondas y distanciómetros de mano requiere procedimientos y recursos distintos.

Esta tesis se enfocará específicamente en la calibración de equipos electroópticos que realizan mediciones utilizando el método de diferencia de fase. Estos equipos son los más comúnmente utilizados en los procesos productivos que involucran mediciones topográficas.

CAPITULO III: ERRORES SISTEMÁTICOS EN LA MEDICIÓN ELECTROÓPTICA DE DISTANCIAS

Errores sistemáticos y errores accidentales

En este trabajo se consideran dos tipos de errores en las mediciones topográficas: sistemáticos y accidentales. Para ello, se han consultado dos fuentes bibliográficas: el libro "Topografía" (Wolf, 2016) y la norma ISO 17123-1.

En el libro "Topografía" se mencionan las equivocaciones (o errores groseros), causadas por un concepto erróneo del problema, descuido, fatiga, mala comunicación, etc. Sin embargo, estas equivocaciones no son consideradas en la teoría de errores, ya que deben ser detectadas y eliminadas previamente. Según la clasificación de Wolf y Ghilani, "los errores sistemáticos, también conocidos como sesgos, son aquellos que se deben a leyes físicas que se pueden representar matemáticamente. Por tanto, si se conocen las condiciones y se pueden medir, es posible calcular una corrección y aplicarla a los valores observados. Los errores sistemáticos se pueden calcular y es posible aplicar las correcciones apropiadas a las medidas".

Por otro lado, se refieren a los errores accidentales (o aleatorios): "Los errores aleatorios son los que quedan en los valores medidos después de haber eliminado los errores sistemáticos y las equivocaciones. Son ocasionados por factores que quedan fuera del control del observador, obedecen las leyes de la probabilidad y se les llama también errores accidentales. Las magnitudes y los signos algebraicos de los errores aleatorios son consecuencia del azar".

La norma ISO 17123-1 (Parte 1: Teoría) establece:

- Error sistemático: componente del error de medición que en mediciones repetidas permanece constante o varía de manera predecible.
- Sesgo de medida: valor estimado de un error sistemático.
- Error aleatorio: componente del error de medición que en mediciones repetidas varía de manera impredecible. Los errores de medición aleatorios de un conjunto de mediciones repetidas forman una distribución que se puede resumir por su esperanza, que generalmente se asume que es cero, y su varianza.

En la primera fuente consultada, se considera que error sistemático y sesgo son conceptos equivalentes. Mientras que en la norma ISO, se discrimina entre error sistemático y sesgo, siendo este último la componente del error sistemático que puede ser estimada.

Para este trabajo, se considera que ningún modelo matemático puede representar perfectamente un fenómeno físico que implique un efecto sistemático en una observación o serie de observaciones. Por lo tanto, siempre quedará una fracción sin modelar que se incluirá en la parte de la medición considerada como aleatoria. Los errores accidentales están compuestos por elementos puramente aleatorios y por las componentes de los errores sistemáticos que no fueron abarcadas por el modelo matemático adoptado. Esta indeterminación que existirá sobre la observación es lo que constituye la incertidumbre de medida; este tema será retomado en el capítulo IV.

Errores sistemáticos de un instrumento MED

En la medición electroóptica de distancias existen diversos errores del tipo sistemático que pueden presentarse. Dichos errores pueden dividirse en dos clases: los causados por las condiciones del medio en el cual se mide, y los causados por el propio equipo.

La calibración de un distanciómetro MED implica determinar la magnitud y signo de los errores sistemáticos característicos del instrumento con sus respectivas expresiones de incertidumbre. Estos errores son:

- error de la constante aditiva K ,
- error de escala y
- error de ciclo.

Estos valores son conocidos como "parámetros de calibración" y se obtienen a partir de una serie de distancias medidas con el equipo en evaluación. Para que el proceso de calibración sea efectivo, es crucial identificar y corregir los errores sistemáticos derivados del medio de propagación. También se deben tener en cuenta los efectos de la curvatura de la tierra en las observaciones. En otras palabras, solo los errores sistemáticos inherentes al instrumento deben permanecer en las mediciones, de modo que sea posible calcular a partir de estas los parámetros de calibración del equipo. Es por esta razón que, durante la calibración del equipo MED, se deben analizar las diversas correcciones que se aplican a las observaciones en bruto.

Corrección y reducción de observaciones.

Al considerar los errores que se presentan en la medición electrónica de distancias, deben ser considerados por separado dos categorías de equipos (Chueca Pazos, 1996):

- los instrumentos de luz visible o infrarroja y
- los instrumentos de microondas.

Además, en cada una de estas clases se debe distinguir entre:

- los instrumentos de alcance topográfico y
- los instrumentos de alcance geodésico.

En la actualidad, los equipos MED tienen aplicaciones mayoritariamente topográficas. Mientras que los equipos de microondas ya no se utilizan y han sido reemplazados con otras técnicas, como las mediciones GNSS. Por lo tanto, en este trabajo el enfoque se realiza sobre instrumentos electroópticos de uso topográfico.

En cuanto al alcance topográfico, las distancias se consideran limitadas por un arco meridiano de 5', lo que equivale a aproximadamente 10 km (Chueca Pazos, 1996). Al suponer a la Tierra como una esfera con un radio medio de 6370 km, la diferencia entre la longitud de un arco meridiano de 5' y una línea recta tangente al centro de dicho arco es menor a 1 cm para una distancia de 10 km.

Al avanzar este trabajo se observará que las mediciones destinadas a la calibración de instrumentos MED se encuentran en un rango de distancias muy por debajo de este valor (menos de 300 m).

A continuación, serán analizados los errores que están presentes en la medición electrónica de distancias, cuya naturaleza puede tratarse como sistemática, pero no del tipo instrumental. Sobre estos errores es que se hace necesario aplicar correcciones por condiciones atmosféricas y correcciones geométricas.

Transmitancia de la atmósfera y alcance de un MED

La transmitancia de la atmósfera puede ser expresada mediante el cociente de la potencia de la radiación incidente sobre la potencia de la radiación transmitida. Es una medida de la atenuación y la extinción de la propagación de ondas. La transmitancia es una función de numerosas variables:

- longitud de la onda electromagnética,
- distancia,
- temperatura,
- presión barométrica,
- composición de los gases atmosféricos y
- partículas en suspensión (tipo y tamaño).

Las limitaciones en las transmisiones atmosféricas están determinadas por la dispersión y absorción de la radiación emitida. La dispersión en la atmósfera es causada principalmente

por las partículas suspendidas en la misma. Las absorciones en diferentes regiones del espectro electromagnético son causadas esencialmente por vapor de agua, dióxido de carbono y ozono.

Al trabajar con distanciómetros electroópticos, la transmitancia de la atmósfera provocará pérdidas por dispersión en el recorrido de la señal, limitando de ese modo el rango de medición (alcance) del instrumento.

La máxima longitud posible de medir con un distanciómetro MED depende de diferentes variables:

- las características propias del instrumento,
- la cantidad (entre 20 y 40 en los de largo alcance) y calidad de prismas reflectores empleados y
- de las características de la atmósfera al momento de realizar la medición.

Como caso particular, para la estación total Leica TS60, el fabricante publica las siguientes especificaciones técnicas en el manual del usuario, para informar el alcance con un prisma estándar:

- 1800 m: en un ambiente muy brumoso con visibilidad de hasta 5 km, o también con mucho sol y con fuerte centelleo por el calor.
- 7500 m: en ambientes poco brumosos con visibilidad aproximada de 20 km, o parcialmente soleado con poco centelleo por el calor.
- 10000 m: con cielo cubierto, sin bruma y visibilidad aproximada de 40 km, o en ambientes sin centelleo del aire.

Para mejorar el alcance de estos equipos, la estrategia más común consiste en aumentar el número de prismas en el reflector, lo que incrementa la intensidad de la señal de retorno. Normalmente, las mediciones se efectúan utilizando un solo prisma convencional; sin embargo, cuando es necesario ampliar el rango, se utilizan tres prismas en conjunto (ver figura 3.1).

El caso contrario se da cuando se utilizan mini-prismas, estos reducen el alcance del equipo, pero por lo general son empleados en mediciones que requieren mayor precisión que las de tipo estándar y se practican a corta distancia.

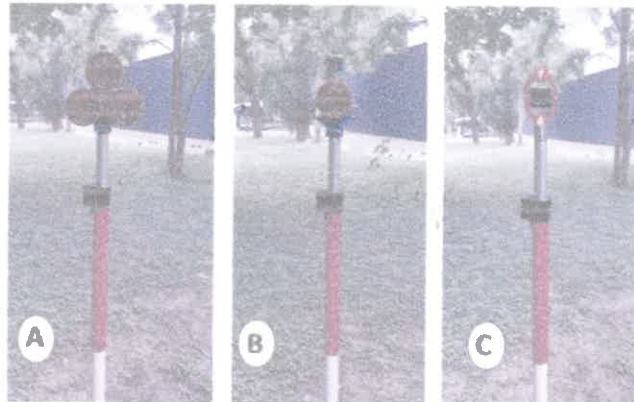


Figura 3.1. A: Bastón con tres prismas. B: Bastón con un solo prisma. C: Bastón con miniprisma.

Históricamente, los distanciómetros de uso geodésico capaces de medir decenas de kilómetros, utilizaban composiciones de prismas muchos más complejas para que la señal pueda ser reflejada a tales distancias. En la figura 3.2 se aprecia una batería de 19 prismas utilizada por el equipo Zeiss SM 11.

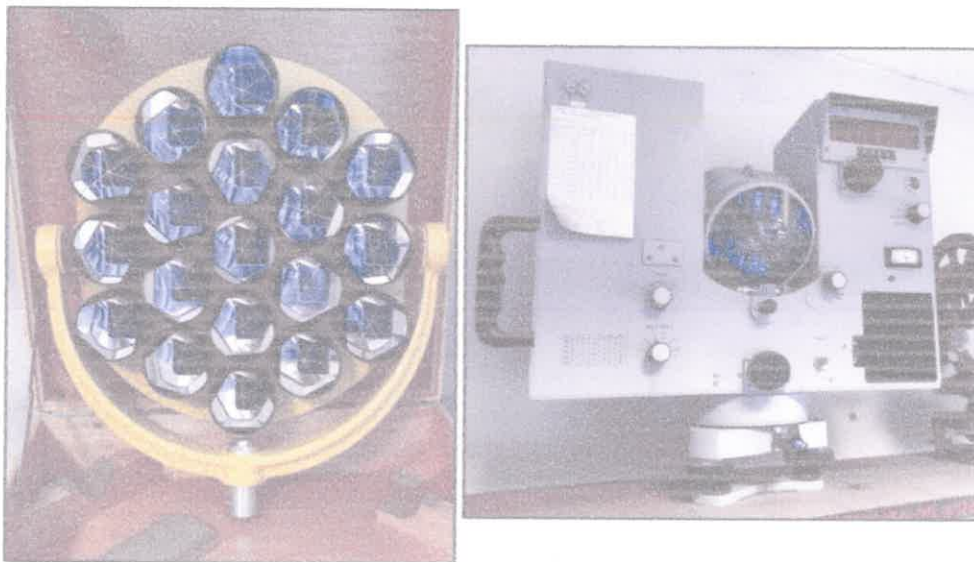


Figura 3.2. Derecha: Distanciómetro geodésico Zeiss SM 11. Izquierda: Reflector utilizado por este instrumento. Equipamiento del Dpto. Agrimensura FI UNLP.

De acuerdo con su alcance, los distanciómetros electroópticos pueden clasificarse en tres grupos (Rüeger, 1996), corto, medio y largo alcance (o rango):

- Instrumentos MED de corto alcance, son los que pueden llegar a medir distancias de entre 1000 m y 2000 m con un solo prisma. En este grupo se encuentran la generalidad de los distanciómetros usados en topografía.

- Los instrumentos de rango medio tienen un alcance entre los 5 km y 10 km.
- Finalmente, los equipos de largo alcance pueden llegar a medir distancias de 70 km durante el día y hasta 120 km por la noche.

Como se mencionó previamente, en la actualidad, tanto en trabajos de Ingeniería como en Agrimensura, se emplean distanciómetros electroópticos que operan en un rango corto. Midiendo distancias que rara vez superan los 1000 m y generalmente son considerablemente más cortas. Para distancias más largas, es conveniente recurrir a técnicas GNSS debido a su rapidez, economía y precisión.

Cuando se utiliza un distanciómetro electroóptico, las propiedades del medio por el cual se propaga la señal desempeñarán un papel crucial en el alcance de las mediciones. Estas características también ejercerán influencia en los resultados, introduciendo errores sistemáticos que pueden provocar que la medida sea "alargada" o "acortada". Esto ocurre debido a que la velocidad de propagación de la señal se ve modificada en las diferentes circunstancias de trabajo.

Índice de refracción del grupo en ondas ópticas

El índice de refracción es el parámetro que vincula la velocidad de la luz en el vacío c con la velocidad de la luz v en el medio donde se realiza la medición:

$$n = \frac{c}{v},$$

donde:

- c es la velocidad de la luz en el vacío y
- v la velocidad de la luz en un medio de propagación diferente al vacío.

En el caso de que el medio de propagación sea el aire, el índice de refracción estará en función de:

- la composición gaseosa de la atmósfera,
- la magnitud de la presión de vapor de agua en la atmósfera,
- la temperatura y la presión de los gases (mezcla) y
- la frecuencia de la señal emitida.

La variación del índice de refracción con la frecuencia constituye el fenómeno de dispersión.

En la medición electroóptica de distancias, es esencial determinar la velocidad de propagación de la señal utilizada como onda medidora en un medio de propagación específico. En estos casos, el medio de propagación es el aire.

La radiación visible o infrarroja se propaga en el vacío a la velocidad de la luz (c). Pero en el aire, las diferentes componentes espectrales de la luz tienen distintas velocidades. Por este motivo, deben utilizarse los conceptos de velocidad de grupo (v_g) e índice de refracción del grupo (n_g) de ondas.

La Asociación Internacional de Geodesia (IAG) adoptó como índice de refracción del grupo de ondas en aire estándar el valor N_g . El método para determinar el valor de este índice es desarrollado en los siguientes párrafos. Este parámetro se calcula para condiciones de temperatura, presión y humedad del aire estándar.

Normalmente, las mediciones se realizan en un medio de propagación que es el aire en condiciones diferentes a las fijadas como estándar. Por ello, cada fabricante brinda las expresiones de cálculo que permiten corregir las distancias medidas con sus equipos, considerando las condiciones reales del medio de propagación. Para este fin, deben conocerse los valores de temperatura, presión y humedad del aire al momento de efectuar las mediciones de distancias. Esta temática se analiza con más detalles a continuación y se desarrollan algunos ejemplos.

Determinación del índice de refracción del grupo

En los distanciómetros electroópticos, el índice de refracción depende de la longitud de onda de la radiación visible o infrarroja. Este tipo de radiación está conformado por varias frecuencias. Dichas frecuencias tienen idéntica velocidad de propagación en el vacío, pero no en el aire, debido a la interferencia entre las mismas. La señal resultante de la suma de todas las frecuencias tendrá la denominada velocidad de grupo, que siempre es menor que las velocidades de fase de sus frecuencias individuales. Por lo tanto, cuando una fuente luminosa emite luz compuesta con muchas longitudes de onda, la señal resultante de la suma de todas las frecuencias tendrá la llamada velocidad de grupo (Rüeger, 1996):

$$v_g = v - \frac{dv}{d\lambda} \lambda,$$

donde v_g y v son las velocidades del grupo y velocidades de fase respectivamente.

Llamando n_g al índice de refracción del grupo, se puede escribir la siguiente ecuación:

$$c = v_g n_g,$$

que equivale a:

$$v_g = \frac{c}{n_g}.$$

Por lo tanto, puede reescribirse la ecuación de v_g en términos de c :

$$\frac{c}{n_g} = \frac{c}{n} - \frac{d(c/n)}{d\lambda} \lambda$$

y luego, diferenciando respecto de n :

$$\frac{c}{n_g} = \frac{c}{n} - \frac{\left(-\frac{c}{n^2}\right) dn}{d\lambda} \lambda.$$

Si se multiplica por $(n_g n/c)$:

$$n = n_g + \frac{n_g}{n} \frac{dn}{d\lambda} \lambda.$$

Con el objeto de simplificar esa expresión, puede considerarse a los efectos prácticos, que el cociente $\frac{n_g}{n} = 1$. Luego se reagrupa:

$$n_g = n - \frac{dn}{d\lambda} \lambda,$$

donde λ es la longitud de onda en el vacío.

La IAG resolvió en 1999, en su XXII Asamblea General en Birmingham, la forma de calcular el índice de refracción en medidas electrónicas de distancia. Adoptando el procedimiento publicado por Ciddor & Hill en *Applied Optics* (1999, Vol.38, N°.9, 1663-1667) y Ciddor en *Applied Optics* (1996, Vol.35, N°.9, 1566-1573). Estableciendo que el valor de la refractividad de grupo N_g en aire estándar (0,0375% de dióxido de carbono, 0 °C de temperatura, presión de 1013,25 hPa y 0 % de humedad) para la medición electroóptica de distancias es:

$$N_g = (n_g - 1) 10^6 = 287,6155 + \frac{4,88660}{\lambda^2} + \frac{0,06800}{\lambda^4}.$$

Esta fórmula reemplazó a la expresada en el año 1963 por la *International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG)*. Esto es importante de señalar debido a que otras fuentes bibliográficas consultadas, tales como las obras de Chueca Pazos y Rüeger, ambas ediciones de 1996 utilizan una versión anterior. En este trabajo se utiliza como fuente para esta fórmula el libro *Topografía* de P. Wolf del año 2016, capítulo 6, ítem 16.

Cuando se trata de condiciones de temperatura normales, es decir, la temperatura toma un valor T , la presión P y la humedad del aire H , difiriendo de las condiciones ideales o estándar, el índice de refracción se calcula (Wolf, 2016):

$$n_a = 1 + \left(\frac{273,15}{1013,25} \cdot \frac{N_g P}{T + 273,15} - \frac{11,27 e}{T + 273,15} \right) \cdot 10^{-6} .$$

En la fórmula anterior:

- n_a es el índice real refractivo del grupo para la atmósfera al momento de la observación (diferente a condiciones de aire estándar),
- e es la presión parcial del vapor de agua en hPa,
- P es la presión en hPa y
- T es la temperatura de bulbo seco en °C.

La presión parcial de vapor de agua (e) puede calcularse para condiciones normales de operación como:

$$e = E \cdot \frac{H}{100} ,$$

siendo H la humedad relativa en porcentaje (%). Además, E es la presión de vapor de saturación y se calcula, según la ecuación de Magnus-Tetens, como:

$$E = 10^{\left(\frac{7,5 T}{237,3 + T} + 0,7858 \right)} .$$

Tomando como base esta expresión matemática para el índice de refracción n_a de una señal electroóptica que se propaga por el aire en determinadas condiciones de temperatura, presión y humedad, puede determinarse cuál será el efecto de ese medio de propagación sobre la medida efectuada. Los fabricantes de equipos MED, a partir de condiciones atmosféricas específicas, calculan un índice de refracción para sus equipos, denominado de referencia. Las mediciones que se realicen en condiciones diferentes deberán ser corregidas.

Corrección del Índice de refracción de referencia (primera corrección de velocidad)

Cada equipo tiene incorporado un índice de refracción propio para condiciones atmosféricas específicas, este es el índice de refracción de referencia n_{REF} . Este índice de refracción es aquel para el cual el distanciómetro proporciona directamente, sin necesidad de corrección, una medida correcta. No se requiere corrección del índice de refracción, si éste a

lo largo de la trayectoria de la onda, es igual al índice de refracción de referencia n_{REF} (Rüeger, 1996).

El índice de refracción de referencia n_{REF} de un instrumento es fijado por el fabricante mediante la adopción de una unidad de longitud adecuada y ajustando el oscilador principal a una frecuencia de modulación f_{MOD} . El valor n_{REF} así fijado corresponde aproximadamente a un índice de refracción promedio, esperado en condiciones de campo. La temperatura, presión y humedad de referencia son datos que los fabricantes proveen en el manual de usuario.

El índice de refracción de referencia n_{REF} (constante y específico en cada distanciómetro) se define por la siguiente ecuación (Rüeger, 1996):

$$n_{REF} = \frac{c}{\lambda_{MOD} \cdot f_{MOD}} = \frac{c}{2U \cdot f_{MOD}},$$

en donde:

- λ_{MOD} : longitud de la onda medidora,
- f_{MOD} : frecuencia de modulación y
- U : unidad de medida del instrumento.

Entonces, cuando un distanciómetro mide una distancia, el valor obtenido está en función del índice de refracción de referencia n_{REF} especificado por el fabricante, pero en la trayectoria del rayo el índice de refracción del medio puede tener otro valor. Por lo tanto, la distancia así medida debe ser corregida. Rüeger llama a esta corrección por índice de refracción “primera corrección de velocidad”:

$$d = \left(\frac{n_{REF}}{n} \right) \cdot d',$$

en donde:

- n : es el coeficiente de refracción correspondiente a la trayectoria de la onda,
- d : la distancia corregida por primera velocidad y
- d' : la distancia medida por el instrumento a partir de n_{REF} .

Rüeger plantea la corrección K' a partir de la diferencia:

$$K' = d - d',$$

donde K' es la corrección que se aplica a causa de la no coincidencia de n con n_{REF} .

Se cuenta con la ecuación de n_a , que permite determinar el índice de refracción del grupo de ondas para las condiciones de observación. También se dispone de un índice de refracción

de referencia n_{REF} obtenido en condiciones específicas. Por lo que se puede arribar a la siguiente expresión para instrumentos electroópticos (Rüeger, 1996):

$$K' = \left[C - \frac{D \cdot P}{(T + 273,15)} + \frac{11,27 e}{(T + 273,15)} \right] \cdot 10^{-6} d',$$

donde:

$$C = (n_{REF} - 1) \cdot 10^6,$$

$$D = (n_g - 1) \cdot 10^6 \frac{273,15}{1013,25}.$$

Los valores de C y D están en función de las características del instrumento, la corrección K' dependerá de las condiciones meteorológicas dadas por T , P y H . La corrección K' es del tipo aditiva:

$$d = d' + K',$$

donde:

- d : distancia corregida por primera velocidad y
- d' : distancia medida por el instrumento a partir de n_{REF} .

En la práctica, la corrección K' se aplica como constante multiplicativa, como un factor de corrección en partes por millón (ppm) de la distancia observada.

Se ha mencionado que los distanciómetros electroópticos actuales forman parte de un instrumento denominado estación total, que además tienen otros dos componentes elementales, un teodolito digital y una computadora interna. La conjunción del electro-distanciómetro con la computadora posibilita aplicar la corrección K' de forma automática a partir de los valores de presión, temperatura y humedad ingresados por el operador, y tomando como base el índice de refracción de referencia determinado en condiciones atmosféricas específicas. Una vez ingresados los parámetros atmosféricos, K' es calculada automáticamente a partir de una corrección en partes por millón de la distancia (ppm . d').

Solamente los equipos MED más precisos (ejemplo Leica TS60) incluyen en el cálculo de K' la humedad relativa.

Ejemplos de corrección por primera velocidad K'

Distanciómetro de la estación marca Sokkia modelo Serie 10K

El fabricante de estos equipos aplica la siguiente expresión que figura en el manual de usuario:

$$ppm = 278,96 - \frac{0,2904 \cdot P}{1 + 0,003661 \cdot T}$$

Según el manual del fabricante, este distanciómetro está diseñado de manera tal que el factor K' sea igual a cero (0 ppm) a una presión atmosférica (P) de 1013 hPa y a una temperatura (T) de 15 °C.

Esta fórmula es una versión de las vistas anteriormente, adaptada a un modelo particular de instrumento, con una longitud de onda e índice de refracción de referencia específicos. La presión debe ingresarse en hPa y la temperatura en °C. El equipo calcula automáticamente la corrección en partes por millón de la distancia (ppm).

De acuerdo con las especificaciones técnicas, la precisión para la medida de distancias de este equipo es de (2mm + 2ppm). Se trata de un instrumento básico, con la suficiente precisión para la mayoría de las mediciones topográficas, y no requiere considerar la humedad del aire para el cálculo de K'.

Al introducir en el equipo los valores de temperatura y presión correspondientes al momento de la medición, el valor de K' se calcula y guarda en la memoria. Luego, este valor se aplica de manera automática en cada medición realizada. Si no se deseara aplicar la corrección meteorológica se puede seleccionar la opción 0 (cero) para la corrección expresada en ppm.

En la tabla 3.1 pueden encontrarse tres casos diferentes, y en cada uno la aplicación de la corrección correspondiente a tres distancias distintas. El caso 1 corresponde a mediciones realizadas en condiciones atmosféricas para las que el equipo no requiere corrección. Las correcciones en la tabla 3.1 se obtuvieron aplicando la fórmula dada por el fabricante, y luego se controló que el equipo calcule la misma corrección al ingresar los mismos valores de T y P. Este equipo permite ingresar solamente valores enteros de temperatura y presión, sin decimales.

En la tabla 3.1 se aprecian distintas situaciones, y como, aún en distancias tan cortas como 100 m, pueden requerirse correcciones por primera velocidad cuando las condiciones atmosféricas de medición se apartan lo suficiente de las condiciones de referencia del equipo.

Tabla 3.1: Correcciones calculadas para distancias medidas con equipo Sokkia 10K. El caso 1 corresponde a 15 °C y 1013 hPa en los que la corrección es de 0 ppm.

Distancia sin corregir (m)	Casos	Condiciones atmosféricas.			Corrección en ppm	Corrección en milímetros (K'=ppm x d')
		T (°C)	P (hPa)	H (%)	Sokkia Serie 10 K	
100	1	15	1013	-	0	0,0
500						0,0
1000						0,0
100	2	26	1011	-	11	1,1
500						5,6
1000						11,2
100	3	12	1023	-	-6	-0,6
500						-2,8
1000						-5,6

Distanciómetro de la estación marca Leica modelo TS60

El fabricante de este instrumento brinda mayores datos sobre la aplicación de la corrección K'. De acuerdo con el manual del instrumento, la fórmula para láser de luz roja aplicada es:

$$ppm = 286,338 - \left(\frac{0,29535 \cdot P}{1 + \alpha \cdot T} - \frac{4,126 \cdot 10^{-4} \cdot H}{1 + \alpha \cdot T} \cdot 10^x \right).$$

Esta fórmula se calcula de acuerdo con la resolución de la IAG de 1999. También informa que el índice de refracción de referencia n_{REF} del distanciómetro es de 1,0002863 para:

- una presión de 1013,5 mbar,
- una temperatura del aire de 12 °C y
- con humedad relativa del 60%.

La longitud de la onda portadora es de 658 nm.

El resultado se obtiene en ppm si los parámetros atmosféricos se ingresan con las unidades: T en °C, P en mbar (1 mbar = 1 hPa) y H expresada en porcentaje (%).

Tomando los valores:

$$\alpha = \frac{1}{273,15},$$

$$x = \frac{7,5 \cdot T}{237,3 + T} + 0,7857.$$

En la tabla 3.2 pueden encontrarse valores de correcciones para distintas situaciones y diferentes distancias. Esos valores se calcularon con las fórmulas dadas por el fabricante, y además, coinciden con los valores calculados automáticamente por el equipo cuando se le introducen los mismos valores de T , P y H .

Tabla 3.2: Cálculo de correcciones para el equipo Leica TS60. El caso 1 corresponde a las condiciones atmosféricas para las que el instrumento no requiere corrección (0 ppm).

Distancia sin corregir (m)	Casos	Condiciones atmosféricas.			Corrección en ppm	Corrección en milímetros (K'=ppm x d')
		T (°C)	P (hPa)	H (%)	Leica ST60	
100	1	12,0	1012,3	60	0	0,0
500						0,0
1000						0,0
100	2	18,9	1023,9	67,3	4,1	0,4
500						2,0
1000						4,1
100	3	17,6	1023,7	73	2,9	0,3
500						1,4
1000						2,9

Una alternativa al cálculo es utilizar los nomogramas o ábacos que adjuntan los fabricantes en los manuales. En la figura 3.3 se encuentra el nomograma correspondiente a la estación total Leica TS60.

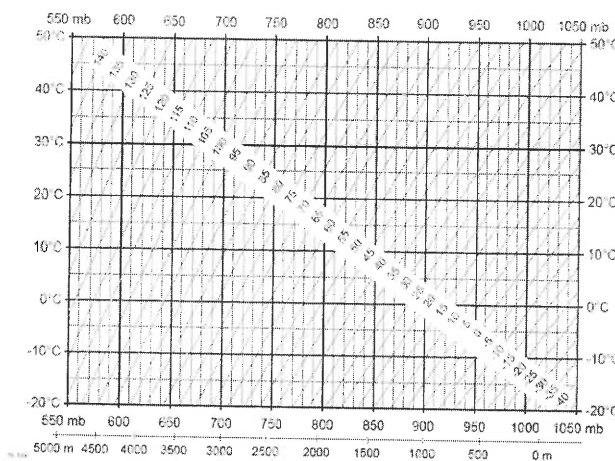


Figura 3.3: Correcciones atmosféricas en ppm con temperatura [°C], presión atmosférica [mb] y altura [m] con una humedad relativa del aire del 60 %, extraída del manual del fabricante.

Medición de los parámetros atmosféricos

Se ha explicado que cada instrumento es capaz de calcular y aplicar automáticamente la corrección K' , un procedimiento usual cuando se realizan mediciones topográficas. Pero, cuando el objeto de las mediciones es la calibración de un instrumento, se registran los datos ambientales y se calcula luego en gabinete la corrección de primera velocidad K' para aplicarla a las distancias crudas. En estos casos se debe configurar el instrumento para que aplique una corrección K' de 0 ppm.

A su vez, cuando de calibración de distanciómetros electrónicos se trate, para obtener los parámetros de calibración del instrumento, la medición de las condiciones atmosféricas debe realizarse con cierta precisión y cuidado.

La precisión requerida para la medición de temperatura, presión y humedad depende en gran medida del tipo de instrumento EDM, su precisión interna, la exactitud en la distancia requerida y la longitud a medir.

En estos casos, para estimar los parámetros de calibración de un equipo MED, es importante conocer las condiciones atmosféricas a lo largo de la trayectoria de la señal. Una incertidumbre de 1 °C sobre la temperatura media a lo largo de la trayectoria de la señal implica que no se puede determinar un factor de escala con precisión menor a 1 ppm (Astrua, 2016). Por esta razón, se recomienda tener varios sensores a lo largo de la distancia a determinar, donde la temperatura del aire, la presión del aire y la humedad relativa a lo largo de la línea se observan paralelamente a la campaña de medición de distancias. Todos los sensores deben montarse de manera que no estén directamente expuestos a la radiación solar, pero con poco contacto térmico con su alojamiento.

La medición de las condiciones ambientales se debe realizar con frecuencia durante todo el procedimiento y se registra con una marca de tiempo.

Corrección del índice de refracción medio (Segunda Corrección de Velocidad)

Una de las alternativas más utilizadas para aplicar la primera corrección por velocidad K' , es realizando mediciones de presión, temperatura y humedad en ambos extremos de la línea a medir. La corrección por primera velocidad K' se calcula para ambos extremos de la línea, luego se aplica la media de ambas correcciones (Rüeger, 1996). Esto equivale a considerar que el índice de refracción en la trayectoria del rayo es un promedio de los índices de refracción en cada extremo de la línea medida. Debido a que dicha suposición es tan solo una aproximación a la realidad, se introduce un pequeño error en el cálculo de K' que requiera

una pequeña corrección adicional, denominada segunda corrección de velocidad K'' (Rüeger, 1996) que se calcula con la fórmula de Saastamoinen:

$$K'' = -(k - k^2) \frac{d'^3}{12R^2}.$$

Siendo en la fórmula anterior:

- K'' : la corrección del índice de refracción medio (segunda corrección de velocidad),
- R : el radio medio del elipsoide a lo largo de la línea,
- d' : la distancia dada por el equipo (obtenida según parámetros de referencia) y
- k : coeficiente de refracción.

Entonces, la distancia corregida por condiciones atmosféricas será:

$$d = d' + K' + K'',$$

en donde:

- d' es la distancia indicada por el instrumento,
- K' la primera corrección de velocidad y
- K'' la segunda corrección de velocidad.

El término K'' es más importante en distanciómetros de microondas que en los electroópticos, y además su efecto es considerable solamente en distancias muy largas.

El término K'' también puede ser calculado y aplicado de forma automática en los distanciómetros de las estaciones totales. Estos equipos, por lo general, ya traen configurado de forma estándar un valor típico para k y otro para R , los cuales, pueden ser modificados por el usuario si es necesario.

A modo de ejemplo, en la tabla 3.3 se calculan los valores de K'' para diferentes distancias tomando valores típicos de k y R :

- $k = 0,13$ correspondiente a instrumentos electroópticos y
- $R = 6370$ km (radio medio de la Tierra).

Tal como se aprecia en la tabla 3.3, para una distancia de 10 km habría que aplicar una corrección negativa de 0,23 mm.

Dado que las distancias con las que se trabaja actualmente en el ámbito de la topografía son mucho menores (dificilmente superan 1 km en el común de las tareas) esta segunda corrección de velocidad no será considerada.

Tabla 3.3: Cálculo de K'' para distintas longitudes tomando valores típicos de $k=0,13$ y $R=6370$ km.

Distancia (m)	k	R (m)	K'' (mm)
100	0,13	6370000	-2.3E-10
500			-2.9E-08
1000			-2.3E-07
5000			-2.9E-05
10000			-2.3E-04
50000			-2.9E-02

Coefficiente de Refracción (k)

El índice de refracción del aire no solo influye en la velocidad de la luz, sino también en la geometría de su trayectoria. Cuando una onda atraviesa regiones de la atmósfera con distinto índice de refracción n , su trayectoria se apartará de una línea recta. La refracción atmosférica se da como consecuencia de las distintas densidades de las capas de aire que ha de atravesar la onda. Por lo general, las capas más densas son las más próximas a la superficie de la Tierra, por lo que la señal se refracta con una trayectoria curva cuya convexidad se dirige hacia el cenit.

Siendo R el radio medio de curvatura de la Tierra a lo largo de la línea a medir y r el radio de curvatura del camino de la onda, el coeficiente de refracción se define como:

$$k = \frac{\text{Curvatura de la trayectoria de la onda}}{\text{Curvatura media del elipsoide}} = \frac{1/r}{1/R} = \frac{R}{r}$$

Para distanciómetros electroópticos, con emisiones en las regiones visible o infrarrojo cercano del espectro electromagnético, puede adoptarse como valor medio del coeficiente de refracción $k=0,13$.

Dependiendo de la precisión de las observaciones y de su alcance, el coeficiente de refracción en algunos casos debe de ser determinado experimentalmente. Cuanto más próxima al suelo sea la trayectoria, mayor será la variación del coeficiente de refracción k .

Correcciones geométricas

Las correcciones geométricas involucran a la corrección por efecto atmosférico sobre la curvatura del rayo. Y también a la posterior reducción de esa distancia así corregida sobre una superficie de referencia geodésica, por ejemplo, un elipsoide de revolución. Esta reducción de las distancias era muy común en la medición de triángulos geodésicos.

Se presentan a continuación dos expresiones analíticas propuestas por el autor Rüeger, ambas incluyen la totalidad de las correcciones geométricas mencionadas. Las correcciones geométricas se aplican sobre las distancias que ya se han corregido por efectos atmosféricos, es decir primera y segunda corrección de velocidad.

Para ambas ecuaciones, Rüeger expresa que puede aproximarse la superficie del elipsoide por la de una esfera de radio medio, sin que esto represente errores que afecten los resultados. Las dos alternativas permiten realizar las correcciones geométricas de las distancias observadas, luego de que éstas hayan sido corregidas por efectos atmosféricos. Con estas correcciones geométricas se consigue la reducción a una superficie geodésica, además de la corrección por curvatura terrestre y refracción.

Como se ha dicho, las correcciones geométricas de las distancias medidas pueden realizarse a partir de dos expresiones diferentes. La primera de las alternativas considera al ángulo cenital medido en el punto de estación, una solución de este estilo es planteada en la fórmula de Dabrowski y Maier:

$$d_4 = R \cdot \arctan \left[\frac{d_1 \operatorname{sen}(z + \varepsilon + d_1 k / 2R)}{R + h + d_1 \operatorname{cos}(z + \varepsilon + d_1 k / 2R)} \right],$$

donde:

- z : ángulo cenital medido en el punto P de estación,
- R : radio medio del elipsoide a lo largo de la línea,
- d_1 : longitud de la trayectoria de la onda (corregida por efectos atmosféricos),
- d_4 : distancia reducida al elipsoide,
- h : altura elipsoidal del punto P de estación,
- k : coeficiente de refracción y
- ε : desviación de la vertical en el punto P de estación.

La segunda alternativa es utilizar las alturas elipsoidales de los puntos. Rüeger plantea una ecuación que permite reducir las distancias medidas a la superficie de referencia (elipsoide de revolución) por métodos que no requieran la medición de ángulos:

$$d_4 = 2.R.\text{arc sen} \sqrt{\frac{R^2 \text{sen}^2(d_1 k / 2R) - k^2 (h_2 - h_1)^2 / 4}{k^2 (R + h_1)(R + h_2)}}$$

donde:

- R : radio medio del elipsoide a lo largo de la línea,
- d_1 : longitud de la trayectoria de la onda (corregida por efectos atmosféricos),
- d_4 : distancia reducida al elipsoide,
- h_1, h_2 : alturas respecto al elipsoide de los puntos P_1 y P_2 y
- k : coeficiente de refracción.

La posibilidad de emplear equipos GNSS para la medición de las alturas elipsoidales hace más factible el uso de la segunda alternativa.

En la figura 3.4 se representa la situación del cálculo planteada en la segunda alternativa. Esta utiliza las alturas h_1 y h_2 de los dos puntos P_1 y P_2 (Rüeger, 1996), donde r es el radio de la trayectoria seguida por la señal debido a la refracción atmosférica:

$$r = \frac{R}{k}$$

Para valores típicos de $R= 6370$ km y $k= 0,13$ el valor $r= 49000$ km.

El segmento d_2 representa la cuerda del arco d_1 , mientras que el segmento d_3 representa la cuerda del arco d_4 .

Rüeger denomina K_1 a la corrección que se aplica a la longitud del arco d_1 para obtener la cuerda d_2 :

$$K_1 = -k^2 \frac{d_1^3}{24 R^2},$$

donde:

$$d_2 = d_1 + K_1 .$$

El valor K_1 es sumamente pequeño para cualquier distancia topográfica, si d_1 toma un valor de 10 km entonces K_1 resulta igual a 0,02 mm. Esto es de esperar debido a que el radio de curvatura r es muy grande. Por lo tanto, en el ámbito de las mediciones topográficas, esta corrección puede ser omitida.

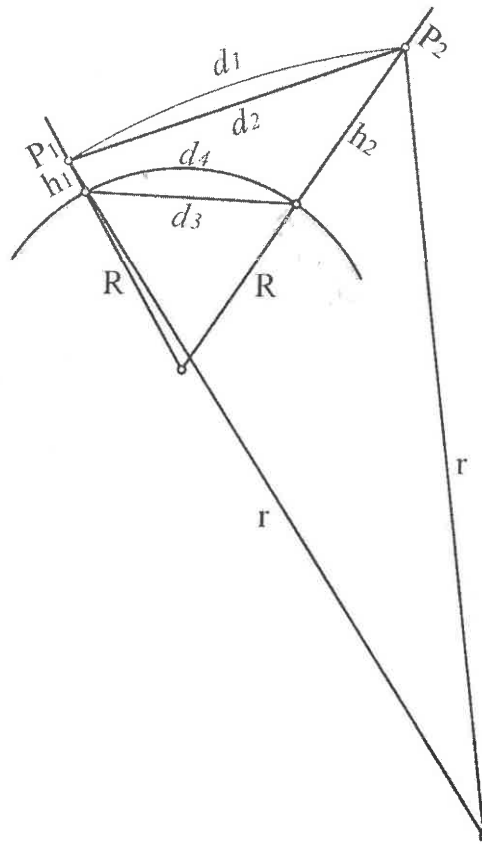


Figura 3.4: Representación de la distancia corregida geoméricamente d_4 a partir de la distancia d_1 , esta última ya debe estar corregida por K' y K'' . Basada en figura 7.1 (Rüeger, 1996).

Resumiendo, para las distancias que interesan en este trabajo, pueden ser omitidos:

- el efecto del coeficiente de refracción sobre la trayectoria de la señal y
- la reducción a una superficie geodésica.

Por lo dicho, cuando se trata de medir distancias para calibración de equipos MED, la situación puede ser simplificada notablemente, considerando nada más que la reducción al horizonte (plano horizontal tomado como referencia) como única corrección geométrica. La situación se representa en la figura 3.5, donde:

- d_1 : distancia dada por el instrumento, ya corregida por condiciones atmosféricas (K'),
- d_H : distancia reducida al horizonte,
- H_1 y H_2 : alturas de los puntos P1 y P2 respectivamente y
- z : ángulo cenital.

Siendo posible trabajar con trigonometría plana y calcular la distancia reducida al horizonte a partir del ángulo cenital (z):

$$d_H = d_1 \operatorname{sen} z .$$

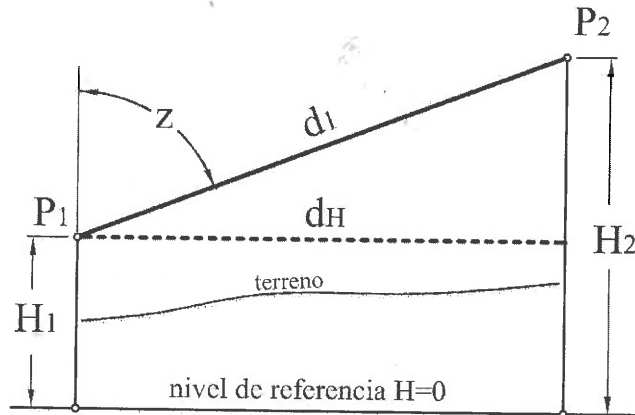


Figura 3.5: Reducción de distancia al horizonte.

Deberán ser tenidos en cuenta todos los posibles errores que pueden afectar a la medición de z a partir de la teoría de mediciones angulares.

La segunda alternativa es la reducción al horizonte a partir del desnivel calculado por la diferencia de las alturas H_1 y H_2 . Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$\Delta h = H_2 - H_1 ,$$

$$d_H = \sqrt{d_1^2 - (\Delta h)^2} ,$$

donde la superficie de referencia para las alturas H_1 y H_2 puede ser cualquier plano horizontal, ya que, lo que importa en la geometría de los puntos P_1 y P_2 es el desnivel existente entre ellos.

En el caso de una base de calibración las alturas H_1 y H_2 serán valores conocidos, medidos por métodos independiente, por ejemplo, nivelación geométrica.

Cuando se realizan mediciones dentro de un procedimiento de calibración, es importante revisar la configuración de la estación total para que estén desactivadas todas las correcciones automáticas, sean por condiciones atmosféricas o geométricas. Se deberán registrar las mediciones crudas y luego en gabinete se aplicarán las correcciones que se consideren necesarias.

Errores sistemáticos de los equipos MED

En los distanciómetros electroópticos que funcionan mediante la medición de diferencia de fase, es posible identificar tres tipos de errores inherentes al instrumento:

- el error de la constante K ,
- el error de escala y
- el error de ciclo.

Estos errores normalmente suelen ser pequeños y no afectan a las mediciones. Pero el uso prolongado del instrumento, el intercambio de reflectores y otros factores pueden determinar que excedan su magnitud normal y afecten los resultados.

Los errores de un distanciómetro electroóptico pueden ser determinados mediante un procedimiento de calibración del instrumento y su reflector. Conocidos estos errores, podrán aplicarse las correcciones correspondientes a las mediciones.

Error de la constante K

La distancia medida por un equipo MED debe corregirse debido a la existencia de dos factores:

1. Constante del instrumento (e): El cero del distanciómetro (punto de emisión/recepción de onda), origen para la medición de distancias, no coincide con el centro geométrico del instrumento o punto de estación, generando un desplazamiento constante e como puede verse en la figura 3.6. La corrección de esta magnitud se realiza en fábrica y el equipo la aplica automáticamente en cada medición sin que el usuario tenga alguna posibilidad de intervenir en su configuración.
2. Como fue mencionado anteriormente, dentro del reflector la señal realiza parte de su recorrido, y debido a que el índice de refracción del prisma (vidrio) es distinto al del aire, existe una separación entre los puntos C y R. Esta separación u offset se denomina constante del prisma K .

De acuerdo con la figura 3.6, y omitiendo otras correcciones producto del medio de propagación, la distancia medida por el instrumento es d' , la cual ya fue corregida automáticamente por el parámetro e :

$$d = d' - K .$$

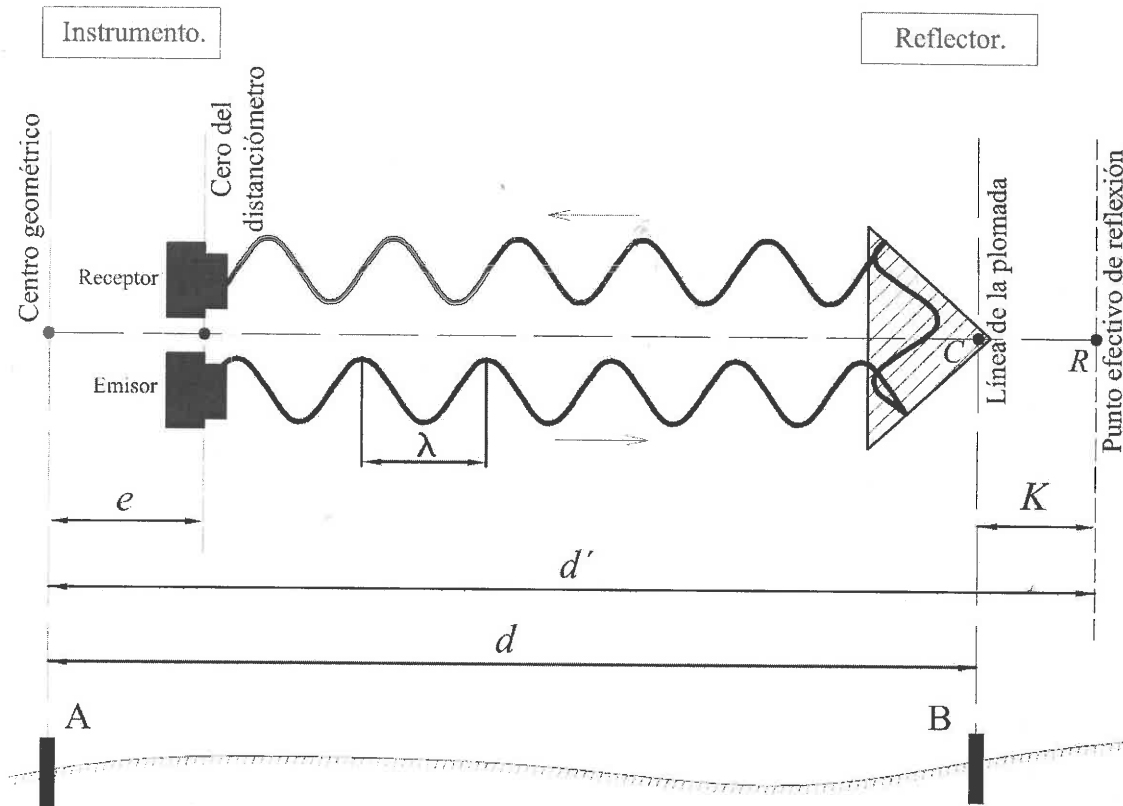


Figura 3.6. La distancia requerida es la existente entre los puntos de interés A y B. La corrección e es aplicada automáticamente por el equipo sin posibilidad de configuración. La constante K se aplica como corrección y su valor puede ser intervenido por el usuario. Adaptación de la figura 1 de N. Hazelton 2009.

En otras palabras, el error se debe principalmente a que los puntos de referencia de medición de distancia en el instrumento MED y en el reflector no coinciden con los ejes verticales en los extremos de la línea medida. Esta constante aditiva puede cambiar debido a un intercambio de reflectores, por fuertes vibraciones o impactos, por diferentes montajes de instrumentos o después de un servicio de mantenimiento o reparación. La constante aditiva es una constante algebraica (a menudo expresada en mm) que se aplica directamente a cada distancia medida.

En las estaciones totales, el operador ingresa el valor correspondiente de K para que el instrumento calcule directamente la distancia d . Sobre el valor de la constante del instrumento (e), aplicada automáticamente por el equipo, no puede hacerse ninguna intervención, cualquier error existente en esta magnitud, durante el proceso de calibración, se registrará como un error en la constante K del prisma utilizado.

La magnitud de K no se ve afectada por la longitud de la distancia medida. También, puede incluir otras constantes aparte de desvíos geométricos y excentricidades en los

instrumentos. Como ya se mencionó, también forma parte de K la corrección de la constante e. Además, podría incorporar un error de ciclo que no pudo resolverse durante el procedimiento de calibración.

Por todo lo dicho, el valor de la constante aditiva K puede ser diferente al valor dado por el fabricante en las especificaciones técnicas. Cualquier error existente en el valor teórico de K es determinado durante la calibración del distanciómetro MED con su respectivo prisma reflector. El valor de K determinado en la calibración pertenece al conjunto instrumento prisma.

Error de escala

Este error se origina porque el instrumento produce una frecuencia que difiere de la frecuencia de diseño, lo que conlleva a que la unidad de medida teórica (U) sea diferente de la unidad de medida real. Como resultado, la distancia medida tendrá un error proporcional a su longitud, lo que explica la naturaleza escalar de este error. Es causado por la inestabilidad del oscilador, que se refiere a la variación relativa de la frecuencia en un período determinado.

La figura 3.7 es meramente esquemática, y muestra el recorrido completo de una señal representada mediante una onda sinusoidal. A los fines de simplificar la explicación se omite momentáneamente que el instrumento contabiliza la semilongitud de onda U. En la parte inferior de esta figura se visualiza la señal de diseño del instrumento de longitud λ , ésta es la que emplea el instrumento para calcular la distancia. En este caso se asume que no hay error de escala, la distancia D se calcula con la señal efectiva λ emitida por el instrumento:

$$D = n \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4\pi} \Delta\varphi .$$

Esta distancia D no estará afectada por el error de escala.

En la parte central de la misma figura 3.7 se muestra la existencia de un error de escala. La señal efectiva, emitida por el instrumento y que se utiliza para la medición es λ' , la cual es diferente a la de diseño λ . A partir de la señal λ' , el instrumento determinará un número entero (n') de longitudes de onda, más una fracción de esta por diferencia de fase $\Delta\varphi'$. El problema radica en que, el cálculo de la distancia se realizará con la longitud teórica λ y las magnitudes medidas n' y $\Delta\varphi'$:

$$D' = n' \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4\pi} \Delta\varphi' .$$

Esta situación se grafica en la parte superior de la figura 3.7.

La distancia obtenida D' estará afectada por el error de escala producto de la señal de longitud λ' .

En el ejemplo desarrollado: $n = n'$ y $\Delta\varphi' < \Delta\varphi$.

Por lo tanto, $D' < D$.

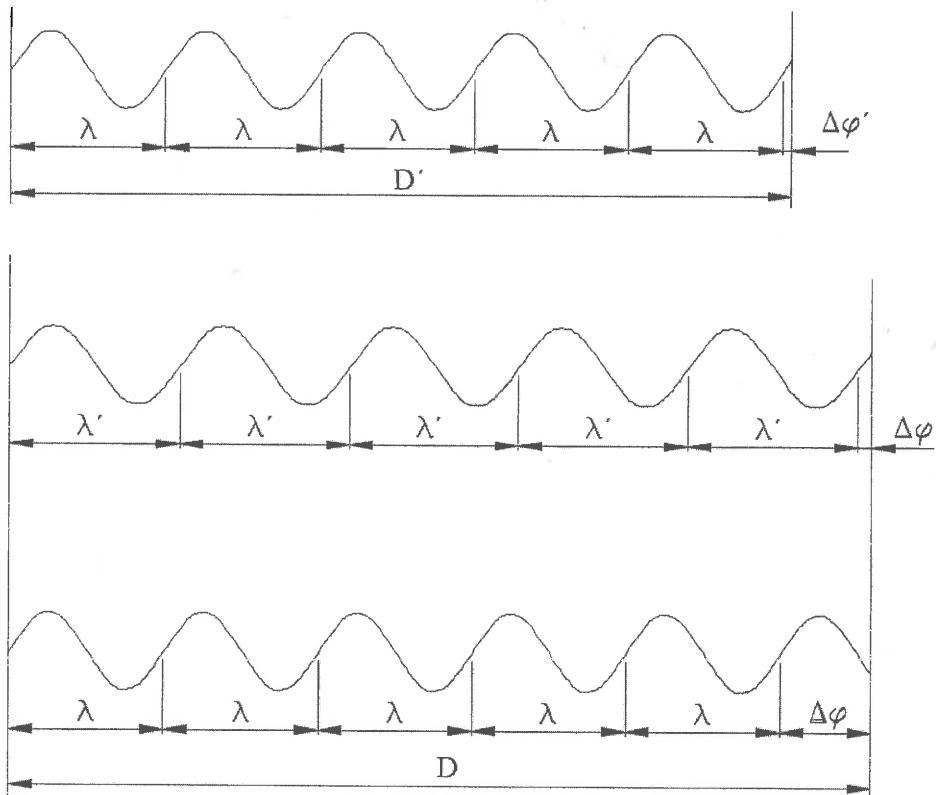


Figura 3.7: Esquemización del error de escala. En la parte inferior, la señal efectiva de medición λ es igual a la de diseño y por lo tanto no hay error de escala en la distancia obtenida D . En la parte central se observa la distancia expresada en ciclos enteros n' y fracción $\Delta\varphi'$ de longitud de onda λ' . En la parte superior se representa la distancia D' calculada con una longitud de onda λ utilizando las magnitudes n' y $\Delta\varphi'$. En este esquema, la distancia D' indicada por el instrumento será menor a la distancia de referencia D .

Entonces, existirá un error que será linealmente proporcional a la longitud de la línea medida y puede ser obtenido mediante la calibración del instrumento.

Algunos efectos externos pueden causar el mismo resultado que el error de escala, tales como el uso de un valor incorrecto de la primera corrección de velocidad, omisión de la corrección por humedad, errores en la medición o estimación de la presión y temperatura, etc. Para considerar al error de escala deben tenerse únicamente en cuenta el efecto causado por el instrumento, y no por el medio de propagación. Por este motivo es fundamental

corregir las observaciones por efectos del medio de propagación, durante el procedimiento de calibración; de lo contrario puede llegarse a la incorrecta conclusión de que un instrumento tiene error de escala, cuando en realidad los resultados expresan una aplicación deficiente de la corrección K' .

El error de escala (y su corrección) generalmente se expresa en partes por millón (ppm) y se aplica directamente a cada distancia medida.

Error de ciclo

Bajo este nombre se engloban todos aquellos errores sistemáticos y periódicos presentes en la medición electroóptica de distancias, cuya fuente es el instrumento. Se presentan solamente en los equipos que operan mediante el método de la diferencia de fase. En los equipos modernos, los errores cíclicos son pequeños, la mayoría de tamaño insignificante, pero pueden volverse importantes a medida que algunos componentes envejecen (FIG N°9, 1994). Por este motivo es importante verificar su presencia durante la calibración del instrumento.

El error cíclico es de naturaleza periódica, con una longitud de onda igual a la unidad de medida del instrumento U . Este tipo de error se manifiesta en la medición de fase $\Delta\varphi$. Su magnitud y su signo dependen de la fracción que represente la parte de la medida hecha por diferencia de fase, con respecto de la longitud de U . Es decir, que proporción representa el segmento:

$$\frac{\lambda}{2\pi} \Delta\varphi$$

sobre la longitud total de U , siendo $U = \frac{1}{2} \lambda$.

Para ilustrar más claramente el comportamiento periódico de este error sistemático, se desarrolla a continuación un ejemplo (Moffitt, 1975) en el que se utiliza un distanciómetro MED con $U=10,00$ m. Para ello, fueron medidas once distancias con una cinta métrica y se volcaron en la segunda columna de la tabla 3.4. En la tercera columna de la tabla se encuentran las mediciones de las mismas distancias, pero efectuadas con el equipo MED. En la tercera columna de esta misma tabla, están las diferencias entre los resultados de ambas técnicas de medición. En este ejemplo, las mediciones hechas con cinta se consideraron de orden superior y se toman como referencia. Las once distancias se distribuyen homogéneamente a lo largo de la unidad de medida $U=10,00$ metros. Las variaciones no lineales encontradas en las diferencias pueden ser atribuidas a un error periódico en las distancias observadas con el equipo MED.

Tabla 3.4: Ejemplo de la manifestación del error de ciclo (Moffitt, 1975).

Distancia	Medición con cinta (m)	Medición con MED (m)	Diferencia (m)
0	30.798	30.807	0.009
1	31.798	31.808	0.010
2	32.798	32.808	0.010
3	33.798	33.805	0.007
4	34.797	34.802	0.005
5	35.799	35.801	0.002
6	36.799	36.798	-0.001
7	37.798	37.796	-0.002
8	38.800	38.804	0.004
9	39.802	39.809	0.007
10	40.799	40.806	0.007

En la figura 3.8 se representan las diferencias para las once distancias. Se puede apreciar como las diferencias entre medidas se distribuyen a lo largo de la unidad de medida $U=10,00$ m adoptando una forma cuasi sinusoidal.

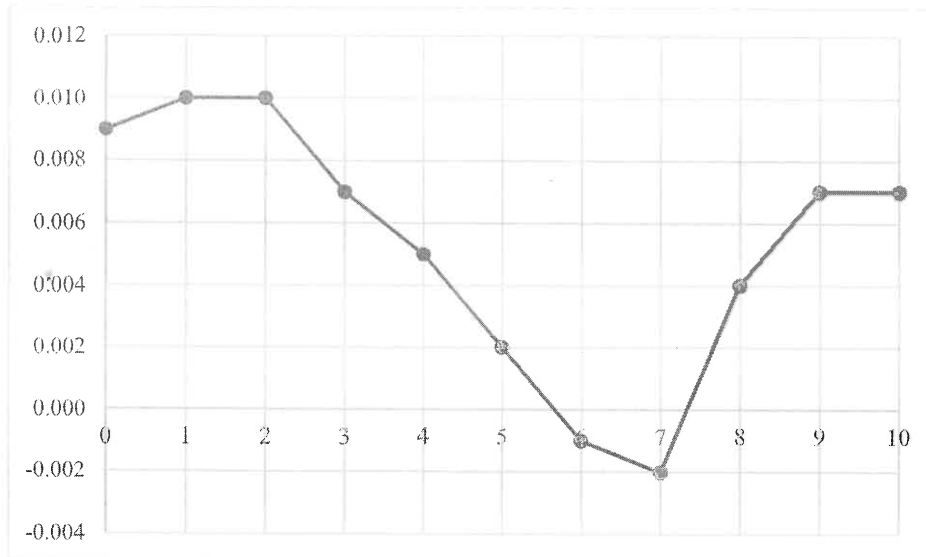


Figura 3.8: Distribución de las diferencias entre mediciones a lo largo de la unidad de medida $U= 10,00$ m (Moffitt, 1975). En el eje de ordenadas están los valores de las diferencias en metros, en las abscisas la denominación de cada distancia.

En los primeros distanciómetros, que utilizaban técnicas analógicas para la medición de fase, eran usuales errores periódicos con longitudes de onda submúltiplos de U ($U/2$, $U/3$, $U/4$, etc). Estos se denominan errores periódicos cíclicos cortos de orden superior. Eran causados por la falta de linealidad del medidor de fase. Pero no se considerarán en este trabajo por encontrarse este tipo de equipos fuera de uso.

Si durante un procedimiento de calibración no es tenido en cuenta el error de ciclo, éste podría introducir errores en el cálculo de la constante K .

Causas del error de ciclo

Los errores periódicos, que se repiten en múltiplos de la unidad de longitud U pueden darse debido a la diafonía (Crosstalk), eléctrica u óptica o debido a un error sistemático en el sistema de medición de fase. En Telecomunicaciones, se dice que entre dos circuitos existe diafonía, denominada en inglés Crosstalk (XT), cuando parte de las señales presentes en uno de ellos, considerado perturbador, aparece en el otro, considerado perturbado; una señal contamina a la otra. Errores de este tipo, con longitud de onda U , son llamados errores cíclicos cortos de primer orden (Rüeger, 1996).

Este acoplamiento eléctrico entre la señal emitida y la señal de medición recibida ocurre en todos los distanciómetros en mayor o menor grado, y es independiente del tipo de sistema de medición de fase.

En su publicación de 1996, Rüeger expresa que en equipos de uso topográfico la amplitud del error de ciclo no supera los 5 mm. Puede suponerse que los avances tecnológicos acontecidos desde esa fecha han reducido los efectos de este error dadas las mejoras en los sistemas ópticos y electrónicos. No obstante, los datos técnicos de los equipos modernos forman parte de sus patentes, las empresas que los fabrican y comercializan no suelen brindar esta información. A pesar de que la existencia del error de ciclo, a priori, sea despreciable, deberá ser verificado en el proceso de calibración.

El efecto de la interferencia eléctrica u óptica puede apreciarse en la figura 3.9 (Rüeger, 1996).

Tanto la señal transmitida y_1 como la de retorno y_2 pueden expresarse:

$$y_1 = A_1 \text{ sen } (\omega t) ,$$
$$y_2 = A_2 \text{ sen } (\omega t + \Delta\varphi) ,$$

donde:

- y_1 : es la señal transmitida y A_1 su amplitud,
- y_2 : es la señal de retorno y A_2 su amplitud.

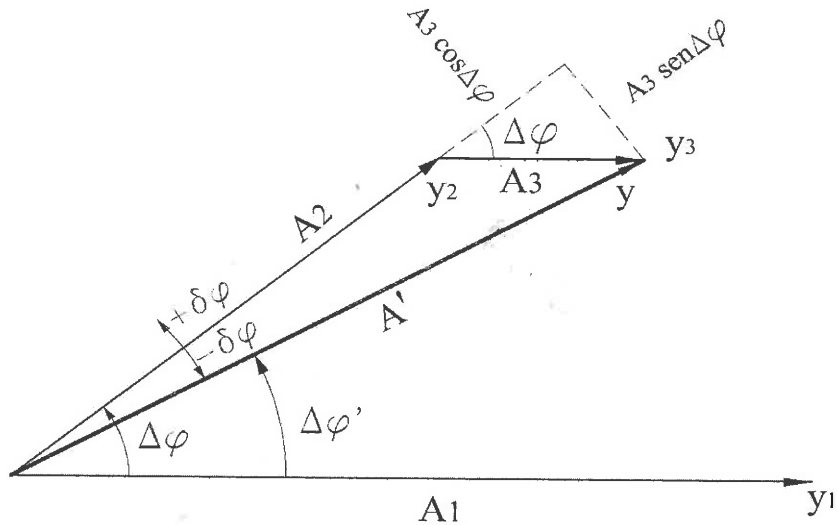


Figura 3.9: Error periódico $\delta\phi$ causado por la señal y_3 que contamina a la señal de retorno y_2 . La señal de retorno efectiva es y , en tanto que la diferencia de fase real es $\Delta\phi'$. Basada en la figura 12.1 (Rüeger, 1996).

Se presenta un error de ciclo cuando la componente y_3 de la señal transmitida y_1 contamina a la señal de retorno y_2 . Esta señal "contaminante" y_3 se puede escribir como:

$$y_3 = A_3 \text{sen}(\omega t).$$

La señal y_3 es inducida en el receptor por el transmisor, su frecuencia y fase es igual a la transmitida pero su amplitud A_3 es mucho menor:

$$A_3 \ll A_2.$$

Entonces, debido a la contaminación de la señal de retorno y_2 por la señal y_3 , la señal de retorno ha de ser:

$$y = y_2 + y_3 = A_2 \text{sen}(\omega t + \Delta\phi) + A_3 \text{sen}(\omega t),$$

por lo tanto, la señal de retorno efectiva y resulta:

$$y = (A_2 + A_3 \cos \Delta\phi) \text{sen} \left[\omega t + \left(\Delta\phi - \frac{A_3}{A_2} \text{sen} \Delta\phi \right) \right].$$

La amplitud de y se expresará como:

$$A' = A_2 + A_3 \cos \Delta\phi,$$

mientras que la diferencia de fase será:

$$\Delta\varphi' = \Delta\varphi - \frac{A_3}{A_2} \text{sen } \Delta\varphi .$$

Dado que los instrumentos considerados en este trabajo funcionan por el método de la diferencia de fase, esta última expresión es la que realmente interesa. Este error está en función de la diferencia de fase $\Delta\varphi$ por lo que se repetirá de forma periódica cada U metros. Denominado resto (r) a la fracción de U obtenidas por diferencia de fase la expresión anterior puede expresarse:

$$r' = r - \frac{A_3}{A_2} \left(\frac{U}{2\pi} \right) \text{sen} \left(\frac{2\pi r}{U} \right).$$

Con r' se indica la fracción de U medida con la señal de retorno contaminada y .

Entonces, este error cíclico o periódico $\delta\varphi$, identificado en la figura 3.9, hace que la diferencia de fase medida sea $\Delta\varphi'$ en lugar de $\Delta\varphi$.

La bibliografía consultada indica que se han encontrado errores periódicos en algunas mediciones experimentales que no responden a la teoría precedente. Por lo tanto, no es posible tener una explicación física en todos los casos, considerando el hecho de que se mide la suma de varios errores periódicos y no las contribuciones individuales. En este contexto, cabe señalar que las series de Fourier pueden modelar de forma eficiente la mayoría de los errores sistemáticos periódicos, inclusive si estos no son sinusoidales (Rüeger, 1996).

Los fabricantes de instrumentos MED utilizan distintas técnicas para reducir el efecto de estos errores periódicos: blindaje del emisor y el receptor, separación de canales ópticos y revestimientos antirreflejos de partes ópticas. Además, pueden incorporarse en estos dispositivos diferentes compensaciones electrónicas, todas ellas bajo el supuesto de que la amplitud y la fase de los errores periódicos no varía con la distancia (Rüeger, 1996).

Los distanciómetros que funcionan determinando el tiempo de vuelo de un pulso electromagnético están libres del problema de diafonía debido a que los impulsos transmitidos y recibidos se separan en el tiempo (no coexisten). Los procedimientos de interpolación de tiempo pueden, sin embargo, exhibir errores sistemáticos que se repiten en una distancia equivalente del intervalo de interpolación de tiempo. Sin embargo, este tipo de instrumentos no serán tratados en este trabajo.

Modelización matemática del error de ciclo

Dado que el error de ciclo es una señal periódica, puede expresarse como la suma de ondas periódicas sinusoidales y puede ser modelado matemáticamente mediante la serie de Fourier.

Dada una función $f(t)$ periódica con periodo T , las series de Fourier tienen la forma:

$$f(t) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos \cos \frac{2n\pi}{T} t + b_n \frac{2n\pi}{T} t \right],$$

donde a_n y b_n se denominan coeficientes de Fourier de la serie de Fourier de la función $f(t)$. Dependiendo del conocimiento del instrumento y del objetivo buscado, el error de ciclo puede ser expresado hasta el cuarto orden $n=4$ (Rüeger, 1977).

Modelo matemático para las correcciones.

Rüeger en el ítem 12.5 de su libro (Electronic Distance Measurement - An Introduction, 4^{to} edición, 1996) propone la siguiente ecuación para las correcciones de un distanciómetro electroóptico:

$$C_{MED} = K + E d + a_1 \cos \left(\frac{2 \pi d}{U} \right) + b_1 \operatorname{sen} \left(\frac{2 \pi d}{U} \right) + a_2 \cos \left(\frac{4 \pi d}{U} \right) + b_2 \operatorname{sen} \left(\frac{4 \pi d}{U} \right) + \dots$$

$$+ a_3 \cos \left(\frac{6 \pi d}{U} \right) + b_3 \operatorname{sen} \left(\frac{6 \pi d}{U} \right) + a_4 \cos \left(\frac{8 \pi d}{U} \right) + b_4 \operatorname{sen} \left(\frac{8 \pi d}{U} \right),$$

donde:

- C_{MED} : corrección instrumental total para una distancia d ,
- d : distancia corregida por primera velocidad K' ,
- K : constante aditiva y
- E : corrección de escala.

Siendo a_n y b_n los coeficientes para la corrección del error de ciclo, expresado mediante una serie de Fourier de orden cuatro ($n=4$). El error periódico con longitud de onda igual a U (errores cíclicos cortos de primer orden) corresponde a los coeficientes a_1 y b_1 . El 2^{do}, 3^{ro} y 4^{to} orden corresponden a errores periódicos cíclicos cortos de orden superior con longitudes de onda de $U/2$, $U/3$ y $U/4$ respectivamente. De acuerdo con lo expresado por Rüeger, esta expresión no se sugiere para fines de calibración, siendo suficiente con desarrollar el error de ciclo solamente con el orden $n=1$:

$$C_{MED} = K + E d + a \cos \left(\frac{2 \pi d}{U} \right) + b \operatorname{sen} \left(\frac{2 \pi d}{U} \right).$$

Otros autores, simplifican aún más la expresión matemática del error de ciclo representándolo directamente como una función seno pura (Hazelton, 2009).

$$C_{MED} = K + E d + b \operatorname{sen}\left(\frac{2 \pi d}{U}\right).$$

Avanzando más en este trabajo, se verá que el tratamiento dado al error de ciclo dependerá de la compatibilidad entre un instrumento y el método de calibración utilizado. Puede comenzarse calculando el error de ciclo con un orden de $n=2$ o superior y luego reducirlo si los coeficientes resultantes son poco significativos. Entonces, la expresión matemática para las correcciones instrumentales de un equipo podrá ser más o menos compleja de acuerdo con el método de calibración utilizado y con la magnitud del error de ciclo.

Es importante resaltar que este trabajo se centra en instrumentos electroópticos empleados en topografía, con aplicaciones en ingeniería y agrimensura. El propósito es desarrollar fórmulas para las correcciones que sean lo más simples posible, siempre y cuando no se afecte la precisión de los resultados.

Conclusiones del capítulo III

Para mediciones de uso topográfico, las distancias crudas obtenidas con un instrumento MED deben corregirse por primera velocidad (K') y puede omitirse la corrección de segunda velocidad (K'') y luego por errores instrumentales (error de K , error de escala y error de ciclo). Posteriormente, si es requerido para el propósito de la observación, se realizan las correcciones geométricas.

En un procedimiento de calibración, el objetivo es obtener los errores sistemáticos del equipo MED con sus incertidumbres. En este tipo de trabajo, es fundamental corregir las mediciones crudas de todos aquellos efectos sistemáticos que no dependen del equipo utilizado (distanciómetro y reflector). Esos errores son los provocados por el medio de propagación. Con este fin, deben realizarse mediciones de temperatura, presión y humedad relativa del aire durante el procedimiento de calibración.

CAPÍTULO IV: LÍNEAS BASE PARA CALIBRACION DE INSTRUMENTOS MED

Calibración, Incertidumbre y otros términos según el VIM

Es importante, antes de continuar con el desarrollo de este trabajo, especificar ciertos términos de uso común en metrología.

La calibración de un distanciómetro electroóptico permite determinar sus errores instrumentales junto al valor de incertidumbre asociado a cada uno de ellos. En este trabajo, se utilizan las definiciones de los términos “verificación”, “calibración”, “incertidumbre” de acuerdo con las definiciones del Vocabulario Internacional de Metrología (VIM, 2012):

“Calibración: operación que bajo condiciones especificadas establece, en una primera etapa, una relación entre los valores y sus incertidumbres de medida asociadas obtenidas a partir de los patrones de medida, y las correspondientes indicaciones con sus incertidumbres asociadas y, en una segunda etapa, utiliza esta información para establecer una relación que permita obtener un resultado de medida a partir de una indicación” (VIM, 2012).

Esta definición, en una primera instancia, trata sobre la comparación entre las mediciones obtenidas con un instrumento (indicación), y las mediciones tomadas como referencia. A partir de ese contraste surgen los errores instrumentales del equipo bajo prueba. Donde las mediciones de referencia deben ser trazables a patrones de media. A su vez, expresa que todas estas mediciones tienen asociado un valor de incertidumbre. Luego agrega que, con la información obtenida en esa comparación (correcciones instrumentales) pueden corregirse las mediciones realizadas con el equipo evaluado. Entonces, la calibración de un equipo MED tendrá como resultado las magnitudes de sus errores sistemáticos del tipo instrumental con sus respectivas incertidumbres. Los valores que expresan la incertidumbre de los errores instrumentales son utilizados para dar la precisión de medida del instrumento.

De acuerdo con el VIM, una calibración puede expresarse mediante una declaración, una función de calibración, un diagrama de calibración, una curva de calibración o una tabla de calibración. En algunos casos, puede consistir en una corrección aditiva o multiplicativa de la indicación con su incertidumbre correspondiente.

No debe confundirse la calibración de un instrumento con el ajuste de este, por ejemplo: ajuste de cero y ajuste del offset (desplazamiento). En algunos casos también suele confundirse la calibración con la reparación de un instrumento. Cada vez que un instrumento se someta a algún tipo de ajuste o reparación, sea intervenido en sus componentes ópticos, mecánicos o eléctricos, posteriormente deberá ser calibrado.

Tampoco debe confundirse calibración con verificación. De acuerdo con el VIM: “Verificación: aportación de evidencia objetiva de que un elemento dado satisface los requisitos especificados” (VIM, 2012). En una verificación se comprueba que los instrumentos de medida cumplen con los errores máximos permitidos o las especificaciones establecidas bien por el fabricante, bien por una norma que les sea de aplicación, bien por requisitos legales.

El concepto de calibración está vinculado al término incertidumbre, que según el VIM se define: “Incertidumbre de medida: parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información que se utiliza” (VIM, 2012). Este parámetro puede ser, por ejemplo, una desviación típica, en cuyo caso se denomina incertidumbre típica de medida (o un múltiplo de ella), o la semi-amplitud de un intervalo con una probabilidad de cobertura determinada. En general, la incertidumbre de medida incluye numerosas componentes. Algunas pueden calcularse mediante una evaluación tipo A de la incertidumbre de medida, a partir de la distribución estadística de los valores que proceden de las series de mediciones y pueden caracterizarse por desviaciones típicas. Las otras componentes, que pueden calcularse mediante una evaluación tipo B de la incertidumbre de medida, pueden caracterizarse también por desviaciones típicas, evaluadas a partir de funciones de densidad de probabilidad basadas en la experiencia u otra información” (VIM, 2012).

La incertidumbre del resultado de una medida refleja la falta de conocimiento sobre el verdadero valor de la magnitud medida (mensurando). Indica de forma cuantitativa la calidad de un resultado. Sin dicha indicación, las mediciones no pueden compararse entre sí, ni con otros valores de referencia dados en especificaciones o normas. Un resultado está completo solamente cuando es asociado a un valor de incertidumbre (figura 4.1).

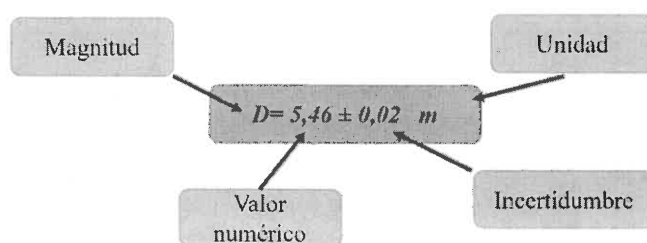


Figura 4.1: Medición de una distancia y su incertidumbre de medida.

La Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida (GUM, 2008) establece las reglas generales para la evaluación y expresión de la incertidumbre de medida destinada a ser aplicable a un amplio espectro de mediciones. Entre otras, las siguientes organizaciones apoyaron el desarrollo de esta Guía: la Oficina Internacional de Pesas y Medidas (BIPM), la Comisión Electrotécnica Internacional (IEC), la Organización Internacional de Normalización (ISO) y la Organización Internacional de Metrología Legal (OIML).

En cuanto a los tipos de incertidumbre, una clasificación posible es entre las de Tipo A y las de Tipo B.

Incertidumbre Tipo A: desviación típica experimental estimada por métodos estadísticos, obtenida a partir de la repetición de n observaciones independientes en las mismas condiciones (GUM, 2008).

Incertidumbre Tipo B: cuando la incertidumbre típica no es obtenida a partir de observaciones repetidas, sino que se establece mediante decisión científica basada en toda la información disponible (GUM, 2008). El conjunto de la información puede comprender:

- resultados de mediciones anteriores,
- experiencia o conocimientos generales sobre el comportamiento y las propiedades de los materiales e instrumentos utilizados,
- especificaciones del fabricante,
- datos suministrados por certificados de calibración u otros tipos de certificados,
- incertidumbres asignadas a valores de referencia procedentes de libros y manuales.

Ambos tipos de incertidumbre se combinan, considerando a las componentes tipo B en términos de varianza. La desviación típica que resulta es una expresión de la incertidumbre de medida (GUM, 2008).

Continuando con las definiciones del VIM importantes para este trabajo, se aborda a continuación el concepto de trazabilidad.

“Trazabilidad metrológica: propiedad de un resultado de medida por la cual el resultado puede relacionarse con una referencia mediante una cadena ininterrumpida y documentada de calibraciones, cada una de las cuales contribuye a la incertidumbre de medida” (VIM, 2012).

Entonces, puede entenderse una cadena de trazabilidad como una cadena ininterrumpida y documentada de calibraciones, cada una de las cuales contribuye a la incertidumbre de medida. En nuestro país, el INTI (Instituto Nacional de Tecnología Industrial) es quién garantiza la trazabilidad de las mediciones, por cumplir las funciones de Organismo Nacional de Metrología. En una instancia inferior se encuentran los laboratorios que realizan las calibraciones de los instrumentos utilizados por la industria y los profesionales.

Otros términos utilizados y que en este trabajo se adoptan según el VIM:

- Veracidad: proximidad entre la media de un número infinito de valores medidos repetidos y un valor de referencia.

- Precisión: proximidad entre las indicaciones o los valores medidos obtenidos en mediciones repetidas de un mismo objeto, o de objetos similares, bajo condiciones especificadas.
- Exactitud: proximidad entre un valor medido y un valor verdadero de un mensurando.

Aclaración: la versión en inglés del VIM (International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms (VIM). 3rd edition) tiene su equivalente para el término “exactitud” en el término “accuracy”:

- accuracy: closeness of agreement between a measured quantity value and a true quantity value of the measurand.

Se aclara lo anterior debido a que en las fuentes en inglés consultadas suele emplearse el término *accuracy* para expresar la calidad de los resultados.

Diseño geométrico de una línea de base para instrumentos MED

Una base de calibración para instrumentos MED es una instalación diseñada para materializar distancias de referencia, con el fin de llevar a cabo las mediciones necesarias para determinar los errores instrumentales de estos equipos.

Estas bases se componen principalmente de pilares construidos de forma permanente sobre el terreno, provistos de sistemas de fijación que permiten colocar una base nivelante tipo tribrach. Sobre estas bases nivelantes se podrán colocar sobre los pilares un instrumento MED y su reflector.

Las distancias entre los pilares deben ser determinadas con distanciómetros de alta precisión capaces de mediciones submilimétricas que a su vez sean trazables al metro definido por el Sistema Internacional de Unidades. Estas distancias se utilizarán como referencia o valor nominal, para ser contrastadas con las indicadas por los instrumentos a calibrar.

El tipo más común y efectivo de base de calibración es el denominado “línea base”, en el cual los pilares se encuentran perfectamente alineados. Este tipo de disposición de los pilares permite adoptar procedimientos de trabajo en los que se determinen los tres errores instrumentales característicos: error de la constante aditiva, error de escala y error de ciclo, de un equipo MED en forma simultánea. Realizando mediciones con el electro-distanciómetro y su prisma en todas las combinaciones posibles de pilares, y tras una serie de cálculos, se obtienen como resultado sus parámetros de calibración.

Existen esquemas alternativos como patrones radiales y redes de calibración, pero rara vez son utilizados. Estos últimos métodos ofrecen menos ventajas que los diseños de línea de base. En este trabajo, a partir de aquí, al tratar sobre base de calibración se hará referencia exclusivamente al tipo “línea base”.

Si se tienen n elementos y se toman todas las combinaciones posibles entre r de ellos, sin repetir, se tienen el número de combinaciones n_d :

$$n_d = C_{(n,r)} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Si n es el número de pilares, y considerando que las distancias se miden entre dos pilares cada vez, entonces $r=2$ y las combinaciones posibles serán:

$$n_d = \frac{n!}{2!(n-2)!}$$

que puede simplificarse:

$$n_d = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{2!(n-2)!}$$

Resulta de lo anterior:

$$n_d = \frac{n(n-1)}{2}$$

donde:

- n_d : número de distancias diferentes que podrán ser medidas en una base con n pilares y
- n : cantidad de pilares.

En una base de 5 pilares podrán ser medidas un total de 10 distancias:

$$n_d = \frac{5(5-1)}{2} = 10$$

Desde cada pilar se miden todas las distancias posibles “hacia adelante”. Según el esquema de la figura 4.2, podrán ser medidas las distancias:

- 1) d_1 : desde el pilar 1 al pilar 2.
- 2) d_2 : desde el pilar 1 al pilar 3.
- 3) d_3 : desde el pilar 1 al pilar 4.

- 4) d_4 : desde el pilar 1 al pilar 5.
- 5) d_5 : desde el pilar 2 al pilar 3.
- 6) d_6 : desde el pilar 2 al pilar 4.
- 7) d_7 : desde el pilar 2 al pilar 5.
- 8) d_8 : desde el pilar 3 al pilar 4.
- 9) d_9 : desde el pilar 3 al pilar 5.
- 10) d_{10} : desde el pilar 4 al pilar 5.

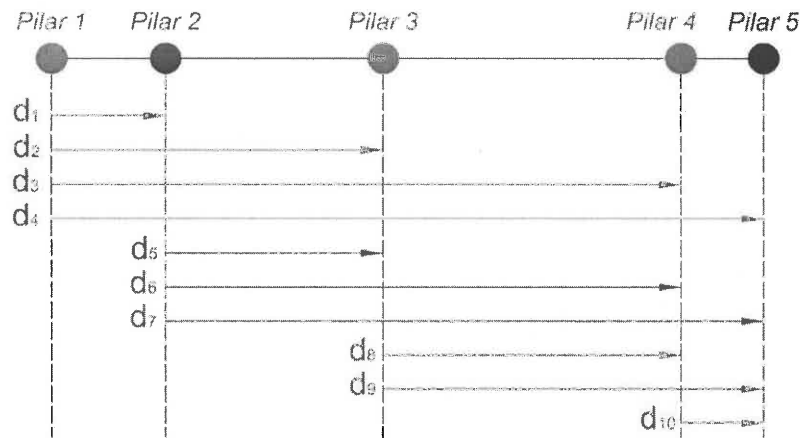


Figura 4.2: Esquema de una línea base de 5 pilares con las 10 distancias que podrán ser medidas.

Tal como se aprecia en la figura 4.2, la distribución de los pilares intermedios (pilares 2, 3 y 4 en este ejemplo) no es equitativa, sino que sigue un patrón determinado. Los métodos para definir las distancias entre pilares se tratarán en las siguientes secciones.

Los pilares usualmente se construyen de hormigón armado y su base se encuentra fundada profundamente en el terreno para asegurar su inmovilidad (figura 4.3). La profundidad de la excavación necesaria y las dimensiones de un pilar dependerá, entre otras cuestiones, de las características del terreno. Sobre los pilares se colocan de forma solidaria placas metálicas (figura 4.3) sobre las que se colocarán las bases nivelantes.

Las placas metálicas que coronan los pilares deben estar niveladas, los desniveles entre pilares deben conocerse para realizar la reducción de las distancias al horizonte.

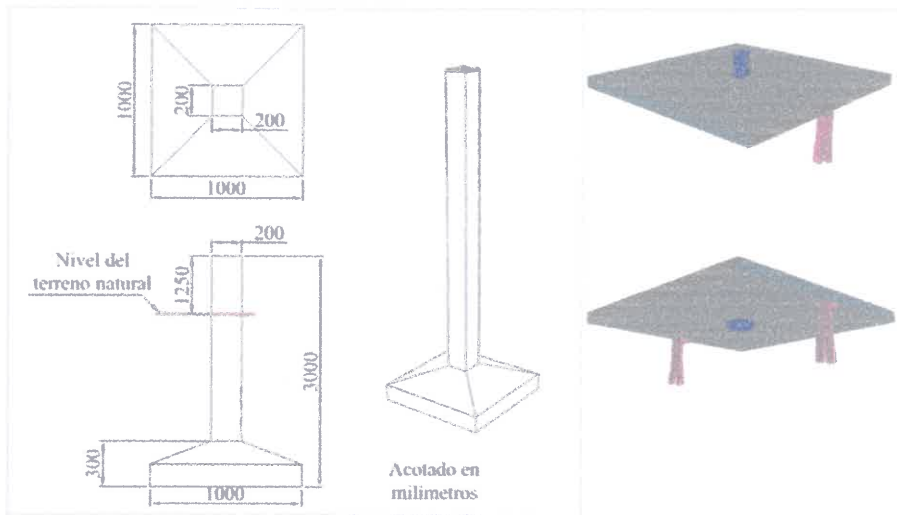


Figura 4.3. Izquierda: Diseño de pilar utilizado en la base de tres pilares de la Facultad de Ingeniería UNLP. Derecha: Diseño de placa de coronamiento para pilar, en color azul se representa el bulón de 5/8" que sirve para fijar la base nivelante.

A modo de ejemplo, en la figura 4.4, se muestran los pilares construidos para la base corta de calibración de la Facultad de Ingeniería de la UNLP. Esta base es de carácter experimental y permite determinar únicamente el error de la constante K (Paús, 2019).

Las técnicas utilizadas para la determinación de los parámetros de calibración (errores instrumentales y sus incertidumbres) inciden directamente en el diseño de una línea base. De acuerdo con las características de una línea base podrán ser determinados todos los errores de un equipo MED o no.



Figura 4.4: Pilares de la base corta de calibración FI UNLP. Fotografías de S. Rios Jacobsen (agosto 2019).

En la figura 4.4 se muestra los pilares de la base corta de calibración FI UNLP. En esta figura, arriba a la izquierda se aprecia en detalle la placa de coronamiento del pilar con un bulón de rosca 5/8", así como la tuerca utilizada para protección. Sobre estos pilares y mediante bases nivelantes se pueden colocar de forma indistinta tanto el instrumento de estación total como el prisma.

Determinación de la Constante de prisma K

Para determinar la constante del prisma K (o constante aditiva) una base debe estar constituida de tres o más pilares alineados. Considérese una línea recta dividida en varias secciones (figura 4.5), donde son medidas cada una de las secciones d_i y la longitud total D (Schwendener, 1972):

$$K = \frac{D - \sum d_i}{n - 1},$$

donde K es la constante aditiva y n el número de distancias observadas.

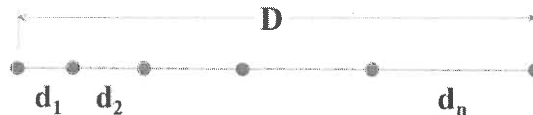


Figura 4.5: Esquema de estaciones para la determinación de la constante aditiva K (figura 1 - Schwendener, 1972).

En la figura 4.6 se presenta el caso más elemental de una base de tres pilares, en la que pueden ser medidas: la distancia total D y las intermedias d_1 y d_2 .

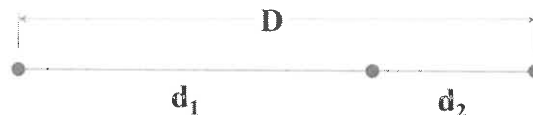


Figura 4.6: Base de tres pilares.

El equipo debe configurarse de modo que no aplique corrección K de forma automática para que con las mediciones obtenidas se pueda realizar el cálculo:

$$K = D - d_1 - d_2 .$$

Este método elemental para el cálculo de la constante K fue adoptado por la norma ISO 17123-4:2012 y es el mismo que se aplica en la base corta de calibración de la FI UNLP (Paús, 2019). Con tres pilares hay una única solución, con cuatro o más se tiene redundancia y se podrá calcular la desviación estándar experimental. Entonces, si cuatro o más pilares están perfectamente alineados, habrá distancias que se podrán medir enteras y por partes, esto permite obtener el valor de la constante K, motivo por el cual se construyen los pilares alineados. Un mayor número de pilares mejora la calidad de los resultados, ya que al

aumentar el número de observaciones mejora la calidad del ajuste del valor K . Si solamente se pretende determinar la constante K , no es necesario el conocimiento previo de las distancias (Schwendener, 1972).

Entonces, la posibilidad de determinar la constante K , es lo que determina en una base de calibración que los pilares deban estar alineados. Además, para poder hacer un ajuste en el resultado de este parámetro se requieren como mínimo 4 pilares.

Determinación del error de escala

El error de escala surge cuando la unidad de medida efectiva difiere de la unidad de medida de diseño debido al envejecimiento de los componentes electrónicos del equipo, especialmente la estabilidad a largo plazo del oscilador, que determina la longitud de la onda medidora. Al comparar las longitudes nominales entre pilares de la línea base con las medidas obtenidas mediante un distanciómetro, es posible determinar si existe un error de escala en el equipo.

El error de escala es proporcional a la longitud de la distancia medida. Como en toda medición topográfica, además de los errores sistemáticos estarán inevitablemente presente los errores accidentales (Wolf, 2016). Por este motivo, para determinar la presencia del error de escala (o su corrección) las distancias máximas medidas deberían ser importantes en la escala topográfica, para que este error sistemático aumente y no sea enmascarado por los del tipo accidental.

Las siguientes son las longitudes de algunas de las bases de calibración existentes, medidas entre los pilares de sus extremos:

- base de Nummela, Finlandia, con 864 m (tomada como estándar internacional),
- base de Watson, Australia, con 1118 m y
- base del PTB (Physikalisch-Technische Bundesanstalt), Brunswick, Alemania, con 600 m.

Una línea base más larga favorece la determinación del error de escala con una baja incertidumbre. La longitud total de una línea base debería ser la distancia máxima (alcance) posible que podrá medirse con un instrumento a un solo prisma (Rüeger, 1996).

Entonces, la posibilidad de determinar el error de escala, es lo que determina la longitud de una línea base. Cuanto más largas sean las distancias que puedan ser medidas, mejor podrá resolverse el error de escala de los equipos evaluados. Además, se requiere el conocimiento de esas distancias entre pilares con una precisión submilimétrica.

Un inconveniente que se presenta al utilizar una línea base con las longitudes del orden de 1 km, es que las distancias observadas (muestra estadística) podrían no ser representativas

de las que se miden habitualmente con el equipo durante su uso habitual. Este es uno de los temas que se discutirán en esta tesis.

En nuestro país, la utilización de instrumentos GNSS es frecuente y ha reemplazado en muchas aplicaciones a los distanciómetros electrónicos, en aplicaciones de la Agrimensura. Consultados distintos profesionales de la región, que desarrollan diversos tipos de labores, han expresado que en general los equipos MED se utilizan en distancias que no superan los 300 m, en trabajos catastrales urbanos o en obras civiles. En otras aplicaciones de mayor precisión como montaje industrial o microgeodesia esas distancias son aún menores.

El error de escala también se puede detectar y cuantificar realizando mediciones de la frecuencia de trabajo del instrumento con un frecuencímetro (ISO 17123-4, 2012). Este tipo de determinación se realiza en laboratorio y tiene la ventaja de que el resultado no está influenciado por las condiciones atmosféricas, aunque el costo de este procedimiento es superior (Fernández Pareja, 2012).

Determinación del error de ciclo (errores periódicos)

Cada equipo, al medir una distancia determina un número entero de unidades de medida U más una fracción de ésta, denominada resto r . El valor de un resto depende tanto de la distancia observada como del valor de la unidad de medida del instrumento usado:

$$d_i = n U + r_i,$$

donde:

- d_i : distancia i observada,
- U : unidad de medida de un instrumento,
- n : número entero positivo (parte entera del cociente d_i/U) y
- r_i : resto obtenido al medir la distancia i .

La determinación de los errores periódicos que se engloban en el llamado error de ciclo requiere medir con el instrumento MED una serie de distancias que involucren restos r_i con valores que se distribuyan uniformemente a lo largo de la unidad de medida U (Hazelton, 2009):

$$r_i = d_i - n U.$$

En la tabla 4.1 se representan diez distancias medidas en una línea base hipotética. Sobre esa base, con un equipo cuya unidad de medida es 5 metros, omitiendo errores de medición, se obtendrían los restos r_i indicados en la misma tabla. Estas distancias proporcionan una distribución de restos suficientemente uniforme como para determinar y modelar matemáticamente el error de ciclo.

Tabla 4.1: Restos de medida para un distanciometro con $U= 5 \text{ m}$ en una línea base compatible con ese equipo.

	d_i [m]	resto (r_i) [m]	r_i / U [m]
1	10.625	0.625	0.125
2	81.875	1.875	0.375
3	153.125	3.125	0.625
4	163.750	3.750	0.750
5	224.375	4.375	0.875
6	306.250	1.250	0.250
7	377.500	2.500	0.500
8	388.125	3.125	0.625
9	459.375	4.375	0.875
10	470.000	0.000	0.000

En la figura 4.7 puede visualizarse como la distribución de los restos a lo largo de $U= 5 \text{ m}$ es la misma que la de los restos normalizados r_i/U a lo largo de la unidad (1).

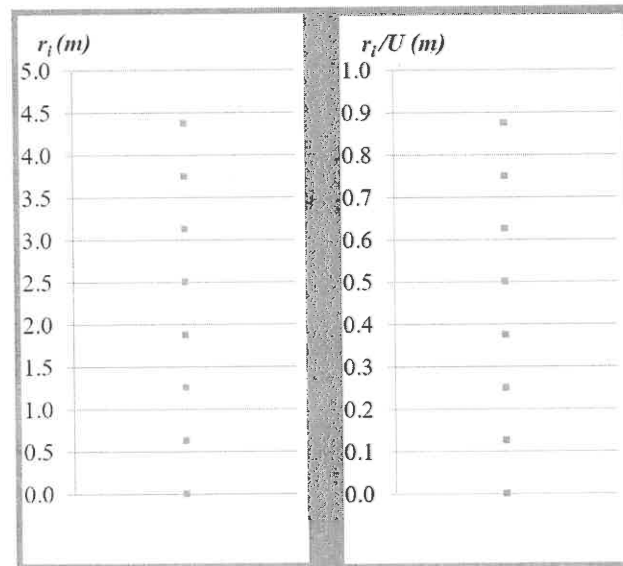


Figura 4.7. Izquierda: Distribución de restos r_i a lo largo de la longitud de $U=5 \text{ m}$. Derecha: Distribución de los restos normalizados r_i/U a lo largo de la unidad (1).

Utilizar restos normalizados permite comparar la distribución en instrumentos con distintos valores de U . Los gráficos para el análisis de la distribución de los cocientes de restos normalizados r_i/U fue una metodología adoptada por el Grupo de Metrología que permitió de forma rápida y precisa determinar si uno o más equipos son compatibles con una línea base (Romano, 2017).

Dada una serie de distancias, no siempre se cumplirá que los restos obtenidos tengan una distribución óptima a lo largo de U . En la figura 4.8 se representan las mediciones realizadas en la base de cinco pilares antes usada, pero esta vez con un distanciómetro distinto, con un valor $U=7,50$ metros. En la parte derecha de dicha figura se ve como la distribución de los restos normalizados r_i/U tiende a concentrarse en dos sectores y no se distribuye de manera uniforme.

Por lo tanto, la base hipotética planteada permitirá un mejor modelado del error de ciclo en equipo con unidad de medida $U=5$ m que en equipos con $U=7,50$ m.

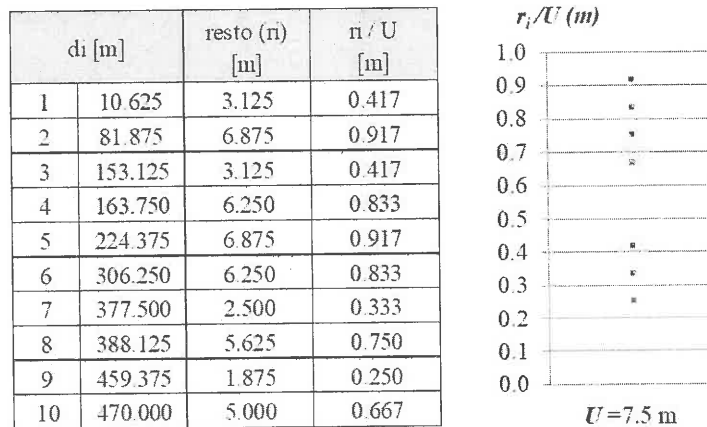


Figura 4.8. Izquierda: Distancias medidas en la base hipotética de cinco pilares con un equipo con $U=7,50$ m. Derecha: Distribución de los restos normalizados.

La capacidad de una línea base para determinar el error de ciclo en un equipo se relaciona directamente con la separación entre los pilares. En una misma base podrán obtenerse buenos resultados para el error de ciclo en un determinado equipo con un valor de U , pero puede ocurrir lo contrario con un equipo distinto con unidad de medida diferente. Este punto es central y se analizará detalladamente en el siguiente capítulo.

Un nuevo caso se ilustra con el ejemplo de la figura 4.9. Se trata de una base de siete pilares donde se pueden medir hasta 21 distancias. Aumentando el número de pilares aumenta el tamaño de la muestra y mejora su distribución. En la figura 4.9 se aprecian las distancias que podrían medirse en esta base teórica con el equipo de $U=5$ m.

	d_i [m]	resto (r_i) [m]	r_i / U [m]
1	50.833	0.833	0.167
2	142.778	2.778	0.556
3	275.833	0.833	0.167
4	388.333	3.333	0.667
5	459.722	4.722	0.944
6	490.000	5.000	1.000
7	91.944	1.944	0.389
8	225.000	5.000	1.000
9	337.500	2.500	0.500
10	408.889	3.889	0.778
11	439.167	4.167	0.833
12	133.056	3.056	0.611
13	245.556	0.556	0.111
14	316.944	1.944	0.389
15	347.222	2.222	0.444
16	112.500	2.500	0.500
17	183.889	3.889	0.778
18	214.167	4.167	0.833
19	71.389	1.389	0.278
20	101.667	1.667	0.333
21	30.278	0.278	0.056

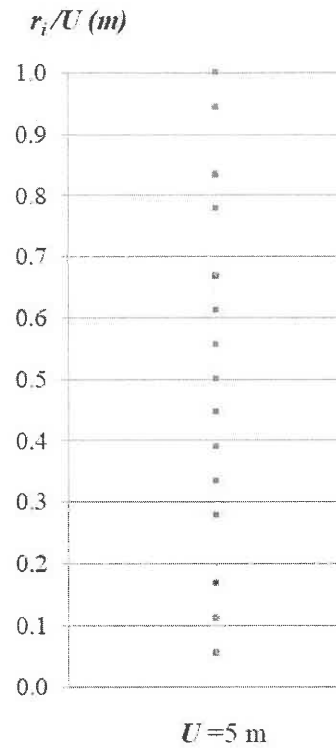


Figura 4.9. Izquierda: Las 21 distancias, con sus restos y cocientes r_i/U , que pueden medirse en una base de calibración teórica de siete pilares con un equipo con $U = 5$ m.

Regla de Golomb.

Otra característica buscada en una línea base, al considerar las separaciones entre pilares, es que las distancias posibles de ser medidas se distribuyan regularmente entre la distancia más corta y la más larga de la base. Este último requisito podría obtenerse con una regla de Golomb.

Una regla de Golomb es un conjunto de números enteros no negativos tomados desde 0, marcados en una representación gráfica lineal, tales que cada par de marcas determinan distancias diferentes con cualquier otro par propio del conjunto, y todas las distancias entre dichos pares abarcan valores naturales hasta un valor menor o igual al máximo del conjunto.

Una regla de Golomb es perfecta cuando se pueden medir todas las distancias desde cero hasta la longitud total de ésta usando sus marcas. Una regla de Golomb es óptima si es la más corta que se puede construir con ese orden, con ese número de marcas. No existen reglas de Golomb perfectas con más de cuatro marcas, pero se han construido reglas óptimas de Golomb de hasta 26 marcas.

En la figura 4.10 se puede apreciar una regla de Golomb de orden 4 y longitud 6.

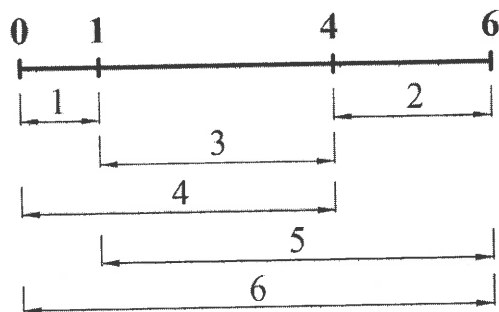


Figura 4.10: Ejemplo de la regla de Golomb perfecta. Con 4 marcas quedan determinados todos los valores entre 0 y 6 inclusive.

Una regla de este tipo marcada en 0, 1, 4, 6 puede medir todas las distancias integrales de cero a la longitud de la regla, es decir, 1, 2, 3, 4, 5, 6. No hay ningún requisito de que una regla de Golomb pueda medir todas las distancias hasta su longitud máxima, pero si lo hace, se le llama en ese caso regla de Golomb perfecta, como es la del ejemplo anterior. Golomb demostró que esta regla se cumple para cuatro marcas o menos.

Las diferentes alternativas de diseño para una línea base siguen principios similares para buscar una distribución equitativa de las distancias intermedias, entre la de menor y la de mayor longitud.

Trazabilidad

Las distintas longitudes entre pilares deben ser conocidas con un orden de precisión superior al de los equipos a calibrar y deben ser trazables al metro definido por el Sistema Internacional de Unidades. Esto implica que las distancias entre pilares deben ser medidas con un distanciómetro submilimétrico que esté calibrado. Uno de los instrumentos que cumple con los requisitos técnicos mencionados es el “Kern Mekometer ME 5000” con una desviación estándar de acuerdo con el fabricante de $\pm (0,2 + 0,2 \text{ ppm})$.

Además de la capacidad de medir distancias con alta precisión, el equipo debe estar calibrado en una base de calibración dotada de escala absoluta, como la existente en Nummela, Finlandia. Ésta es usada como estándar internacional de longitudes al aire libre. Alternativamente, pueden usarse otras bases de calibración que estén vinculadas a la de Nummela mediante una cadena continua de certificados de calibración.

Uno de los instrumentos más empleados para realizar la transferencia de escala es el antes mencionado Mekometer. Este equipo cumple con los requerimientos de precisión, pero quedan muy pocos en funcionamiento y ya no se fabrican ni comercializan más (García Muñoz, 2017).

Un Mekometer fue el distanciómetro empleado para medir las bases de “Curtin” y “Kalgoorlie” en Australia. En ese caso, la calibración se realizó por otro medio: el contador

de frecuencia del Mekometer ME 5000 fue calibrado por el Organización de Investigación Científica e Industrial del Commonwealth (CSIRO) de ese país, contrastando con el Estándar Nacional de Frecuencia (documentación adjunta al software Baseline.exe producido por The Western Australian Land Information Agency).

La condición de que las distancias entre pilares sean trazables a la definición internacional del metro, no constituye un requisito técnico, pero sí uno legal, y es requerido para la calibración (VIM, 2012) de los instrumentos MED. Estrictamente, una “línea base” podrá ser considerada una “base de calibración” sólo si las medidas de las distancias entre los pilares son trazables a la definición internacional del metro.

Condicionantes en el diseño de una línea base

A modo de resumen, se analizarán cada uno de los condicionantes geométricos que intervienen en el diseño de una línea base. Además de la posibilidad de obtener la magnitud de los tres errores instrumentales típicos del equipo, es necesario que la calibración se realice a partir de muestras (distancias observadas) que sean representativas de las que normalmente se miden con el instrumento. Los parámetros de calibración deben obtenerse bajo condiciones similares a las de trabajo del equipo. Por lo tanto, las distancias que podrían ser medidas en una línea base deben poseer representatividad estadística.

La tabla 4.2 resume las condiciones que debe tener una línea base y cómo esas condiciones se asocian con el objetivo de la base de acuerdo con cada ítem de la tabla:

1. La alineación de los pilares es lo que define a una línea base y permite la determinación del valor de la constante del prisma K .
2. El incremento en la cantidad (o número) de pilares aumenta la precisión en el resultado del valor de la constante del prisma, mejora la distribución de los restos a lo largo de la unidad de medida U y aumenta el tamaño de la muestra.
3. Cuanto más larga sea una base, mejor podrá determinarse el error de escala. Pero una longitud excesiva de la base puede llevar a que las distancias obtenidas como muestra no sean representativas de las que habitualmente se miden con ese equipo.
4. La distribución de los pilares juega un doble papel. En primer lugar, debe asegurar que los restos de las distancias se distribuyan a lo largo de la unidad de medida del equipo bajo prueba. En segundo lugar, y no menos importante, los pilares en su distribución deben permitir que las distancias intermedias se distribuyan uniformemente entre la más corta y la más larga de la base. Este último condicionante procura la representatividad de la muestra estadística que constituyen las distancias observadas en la línea base.

Tabla 4.2: Condicionantes geométricos de una línea base y su objeto.

Condicionante geométrico		Constante de prisma	Error de escala	Error de ciclo	Representatividad de la muestra estadística
1	Alineación de los pilares	X			
2	Cantidad de pilares	X		X	X
3	Longitud máxima		X		X
4	Distribución de los pilares			X	X

Entonces, una base de calibración no solo debe permitir el cálculo de los errores de un instrumento junto a sus valores de incertidumbre, sino que además debe asegurar que las distancias que se puedan medir sean del orden de las que se miden mayoritariamente con ese equipo. Para esto último es fundamental conocer cuáles son las aplicaciones actuales de las estaciones totales para la medición de distancias, en trabajos topográficos en el ámbito del catastro, obras civiles, montaje industrial, etc.

Existen tres modelos de cálculo que permiten diseñar una línea base atendiendo a los condicionantes mencionados (Rüeger, 1996):

- diseño de Heerbrugg,
- diseño de Aarau y
- diseño de Hobart.

En cada uno de estos diseños se establecen métodos de cálculo que permiten determinar la separación entre pilares para la construcción de una línea base. Los principales datos de partida serán un valor de unidad de medida U y la longitud total deseable para la línea base.

Diseño Heerbrugg.

El diseño de “Heerbrugg” lleva el nombre de la ciudad de Suiza donde Wild (ahora Leica) está ubicada. También se lo suele denominar diseño de “Schwendener” por el autor que lo publicó (Schwendener, 1972).

Este diseño de línea base ofrece una distribución prácticamente igual de las distancias medidas, en todas las combinaciones posibles, sobre la longitud total de la base. Además, posibilita una distribución uniforme de los restos sobre la longitud de la unidad de medida del distanciómetro. Una base de calibración obtenida por este tipo de diseño posibilitará la detección de los tres errores sistemáticos del instrumento.

El procedimiento de diseño permite calcular las distancias que debe haber entre pilares a partir de los siguientes datos de entrada:

- U: unidad de medida,
- C₀: longitud total deseada de la línea de base,
- n: número de pilares de la línea de base y
- A: menor distancia de la línea de base (Múltiplo de U).

Uno de los parámetros de diseño es la unidad de medida del distanciómetro a evaluar. Las distintas marcas y modelos de equipos funcionan con diferentes valores de U, según la elección del fabricante. Por lo tanto, al seleccionar un valor de U para el diseño de una línea base, existe la posibilidad de que ésta no sea compatible con la totalidad de los equipos. Este problema se repite con todos los tipos de diseños.

La longitud total de la línea base C₀, según Rüeger, debe ser el alcance que tenga el distanciómetro con un solo prisma en condiciones normales. Para los equipos de uso topográfico esta distancia supera los 1000 m.

En la tabla 4.3 se detallan las ecuaciones para el cálculo de los parámetros B₀ y D para el diseño de base de Heerbrugg (Rüeger 1996). Estos parámetros son requeridos para luego obtener la separación entre pilares.

Tabla 4.3: Cálculo de los parámetros B₀ y D en función del número de pilares que se proyecte para la base (Rüeger 1996).

Número de Pilares	B ₀	D
5	$\frac{1}{6}(C_0 - 4A - U)$	$\frac{1}{16}U$
6	$\frac{1}{10}(C_0 - 5A - U)$	$\frac{1}{25}U$
7	$\frac{1}{15}(C_0 - 6A - U)$	$\frac{1}{36}U$
8	$\frac{1}{21}(C_0 - 7A - U)$	$\frac{1}{49}U$

El rango de distancias entre A y C₀ debe incluir las longitudes que a diario mide el distanciómetro en cuestión, en los diferentes trabajos topográficos. Siendo A la distancia más corta, al elegirla, debe tenerse en cuenta que los errores sistemáticos calculados serán válidos para distancias entre A y C.

En cuanto al número de pilares, un balance razonable entre costos y precisión se obtiene con seis o siete (Rüeger, 1996). En el proceso de diseño se determinan los siguientes parámetros:

- C: longitud total definitiva de la línea de base,
- B_0 : estimación del primer parámetro de diseño,
- B: valor final del primer parámetro de diseño (B_0 se redondea al múltiplo más cercano de A) y
- D: segundo parámetro de diseño.

El parámetro B_0 se determina utilizando la tabla publicada por Rüeger, luego redondeando al múltiplo más próximo de la unidad de medida U. El segundo parámetro de diseño D se deduce directamente del número de pilares y la unidad de medida U. A partir de los valores de A, B y D, todas las secciones de la base, así como la longitud total (definitiva) C, podrán ser calculadas. Para ello se aplican las ecuaciones de la tabla 4.4 dadas a continuación.

Tabla 4.4: Cálculo de las secciones entre pilares.

Sección	Nº de Pilares			
	5 Pilares	6 Pilares	7 Pilares	8 Pilares
1 ^{ra}	$A+B+3D$	$A+B+3D$	$A+B+3D$	$A+B+3D$
2 ^{da}	$A+3B+7D$	$A+3B+7D$	$A+3B+7D$	$A+3B+7D$
3 ^{ra}	$A+2B+5D$	$A+4B+9D$	$A+5B+11D$	$A+5B+11D$
4 ^{ta}	$A+D$	$A+2B+5D$	$A+4B+9D$	$A+6B+13D$
5 ^{ra}	-	$A+D$	$A+2B+5D$	$A+4B+9D$
6 ^{ta}	-	-	$A+D$	$A+2B+5D$
7 ^{ma}	-	-	-	$A+D$
C	$4A+6B+16D$	$5A+10B+25D$	$6A+15B+36D$	$7A+21B+49D$

Con este diseño se consigue que la distribución de las distancias dentro de la unidad de medida U sea exactamente la misma que la distribución sobre la longitud total de la base. Si el diseño calculado no resultase totalmente satisfactorio, se pueden realizar pequeños cambios en A o en B, o en ambos.

Este diseño consigue una distribución equitativa de las distancias sobre la longitud total de la base, así como sobre la unidad de medida. Las distancias y sus fracciones (restos) de la unidad de longitud no se repiten.

A continuación, se muestra (figura 4.11) un ejemplo de este tipo de diseño donde:

- $U=10$ m,
- $n= 8$ pilares y
- $C= 989,99$ m.

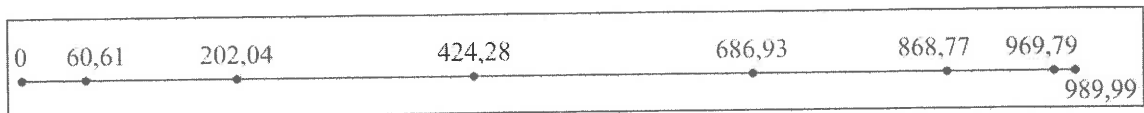


Figura 4.11: Ejemplo de diseño de línea base por el método de Heerbrugg, las distancias están en metros.

En este ejemplo, el valor $U=10$ m adoptado es un parámetro de diseño. Podrán ser medidas 28 distancias, estacionando el instrumento en cada pilar, comenzando en 0 y midiendo hacia todos los pilares que tenga por delante.

Diseño de Aarau.

Este método de cálculo para una línea base, llamada así por la ciudad de Suiza donde se fabricaron los instrumentos de Kern, fue publicado por Aeschlimann y Stocker (1974) y Kern (1974). En este diseño todas las posibles combinaciones de distancias se distribuían equitativamente sobre la longitud total de la base.

En este tipo de línea de base, el error de ciclo se determina por separado, dado que todos los segmentos son múltiplos exactos de la unidad de medida U . Asumiendo que la fase y la amplitud del error de ciclo no varían a lo largo de la longitud de la línea de base, el error de ciclo se mantiene constante en todas las combinaciones de distancias medidas, y la determinación de la constante aditiva podría estar sesgada por su influencia. La determinación del error de escala no se ve afectada por la influencia del error de ciclo. Mediante un proceso independiente, por ejemplo, medición de distancias sobre una base corta, se determina el error de ciclo y posteriormente se corrige la constante aditiva de cualquier efecto sistemático que la afectara por esta causa.

En la tabla 4.5 se encuentran las ecuaciones para el cálculo del parámetro B_0 en el diseño de base de Aarau (Rüeger 1996).

Tabla 4.5: Ecuaciones para el cálculo del parámetro B_0 usando el diseño de Aarau.

Número de Pilares	B_0
5	$\frac{1}{6}(C_0 - 4A)$
6	$\frac{1}{10}(C_0 - 5A)$
7	$\frac{1}{15}(C_0 - 6A)$
8	$\frac{1}{21}(C_0 - 7A)$

El cálculo de los segmentos de línea base del diseño de Aarau según el número de pilares se encuentra en la tabla 4.6 (Rüeger 1996).

Tabla 4.6: Cálculo de segmentos entre pilares para un diseño de línea base de Aarau.

Sección	N° de Pilares			
	5 Pilares	6 Pilares	7 Pilares	8 Pilares
1 ^{ra}	A+B	A+B	A+B	A+B
2 ^{da}	A+3B	A+3B	A+3B	A+3B
3 ^{ra}	A+2B	A+4B	A+5B	A+5B
4 ^{ta}	A	A+2B	A+4B	A+6B
5 ^{ra}	-	A	A+2B	A+4B
6 ^{ta}	-	-	A	A+2B
7 ^{na}	-	-	-	A
C	4A+6B	5A+10B	6A+15B	7A+21B

En la figura 4.12 se representa un ejemplo de línea de base según el diseño de Aarau:

- U=10 m,
- n= 8 pilares y
- C= 980 m.

Con un número de 28 observaciones (Sin considerar las mediciones adicionales para determinar el error de ciclo).

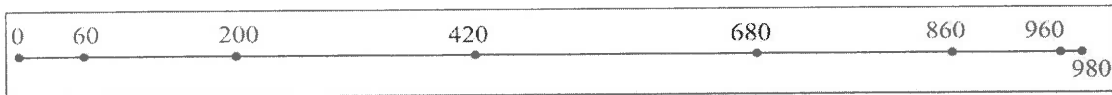


Figura 4.12: Ejemplo de diseño de línea base por el método de Aarau, las distancias están en metros. Todas las distancias son múltiplo de 10 metros, valor adoptado como parámetro de diseño.

Diseño de Hobart.

El tercer diseño es el “Sprent y Zwart” o diseño “Hobart”, el nombre de los autores que lo desarrollaron (Sprent y Zwart, 1978), o la ciudad en Australia, donde eran miembros de la Universidad de Tasmania. Este diseño no se basa en la medición de una combinación de distancias como los dos anteriores. Los pilares están distribuidos a intervalos iguales sobre la longitud total de la línea de base.

Solo son utilizados para estación del distanciómetro dos pilares, uno de los extremos y otro ubicado a una longitud de media unidad de medida ($U/2$), con lo cual el trabajo se ve simplificado. Este segundo pilar se denomina “auxiliar”.

El diseño original de Hobart contaba con los pilares 0, 5, 10, 123, 231, 359, 477 y 595 metros, donde los de 5 m y 10 m eran pilares auxiliares para unidades de medida de 10 m y 20 m respectivamente. Esta línea de base específica cuenta con seis pilares fundamentales, así como dos auxiliares.

Realizando solamente dos estaciones en dos pilares muy próximos se obtienen las observaciones necesarias para calcular los valores de la constante aditiva y del error de escala. Cada segmento se mide desde el pilar cero y luego desde el auxiliar, como consecuencia de ello, las mediciones de cada segmento estarán afectadas por errores de ciclo de la misma magnitud, pero de signo opuesto. Si se combinan adecuadamente las observaciones así realizadas se eliminan los errores de ciclo del cálculo. Determinando el valor de la constante aditiva sin la influencia del error de ciclo.

Adoptar el diseño de Hobart implica trabajar con un número menor de mediciones. Esto se puede compensar aumentando el número de estaciones fundamentales y/o auxiliares, estas últimas a $1/4 U$ y $3/4 U$ desde la primera estación.

Las longitudes de las secciones entre pilares fundamentales son constantes y se definen por la suma de B y D (tabla 4.7).

Tabla 4.7: Cálculo de los parámetros B y D para el diseño de Hobart.

Número de estaciones	Número de secciones	Número de mediciones	C	B_0	D
6 (+1)	5	10	$5B+U$	$(C_0-U)/5$	$U/5$
7 (+1)	6	12	$6B+U$	$(C_0-U)/6$	$U/6$
8 (+1)	7	14	$7B+U$	$(C_0-U)/7$	$U/7$
9 (+1)	8	16	$8B+U$	$(C_0-U)/8$	$U/8$
10 (+1)	9	18	$9B+U$	$(C_0-U)/9$	$U/9$
11 (+1)	10	20	$10B+U$	$(C_0-U)/10$	$U/10$
12 (+1)	11	22	$11B+U$	$(C_0-U)/11$	$U/11$

Los elementos de la tabla 4.7 son:

- U: unidad de medida del distanciómetro,
- C_0 : longitud total deseada de la línea de base,
- C: longitud total definitiva de la línea de base,
- B_0 : estimación del primer parámetro de diseño,
- B: valor final del primer parámetro de diseño,
- D: segundo parámetro de diseño y
- B+D: longitud de las secciones entre pilares fundamentales.

El siguiente es un ejemplo de línea base de acuerdo con el diseño de Hobart:

- $U=10$ m,
- $n= 8$ pilares (más 1 pilar auxiliar a los 5m) y
- $C= 990$ m.

La base resultante de este diseño se representa en la figura 4.13.

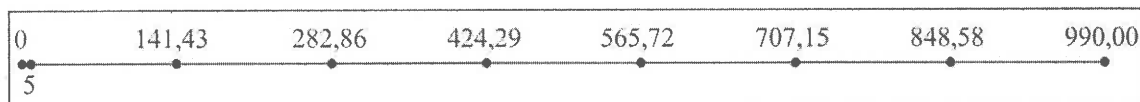


Figura 4.13: Ejemplo de diseño de línea base según el método de Hobart. Medidas en metros.

En esta base podrán medirse 14 distancias, ya que solamente se realizarían estaciones en los pilares de 0 y 5 metros.

Norma ISO 17123 parte 4

La mayoría de los fabricantes de instrumentos expresan la precisión en la medición de distancias para sus equipos según el procedimiento de la norma ISO 17123 parte 4.

La Norma ISO 17123 consta de diferentes partes, bajo el título general “*Optics and optical instruments — Field procedures for testing geodetic and surveying instruments —*”. Las distintas partes establecen procedimientos para verificación en campo (no calibración) de distintos instrumentos:

- Parte 1: Teoría.
- Parte 2: Niveles.
- Parte 3: Teodolitos.
- Parte 4: Distanciómetros Electroópticos (medición MED con reflector).
- Parte 5: Estaciones Totales.
- Parte 6: Niveles Láseres rotativos.
- Parte 7: Plomadas ópticas.
- Parte 8: Sistema de medición de campo cinemático GNSS en tiempo real (RTK).
- Parte 9: Láser escáner terrestre (LiDAR terrestre).

La parte 4 de esta norma ISO trata sobre la verificación de distanciómetros electroópticos en mediciones con reflector (prisma), no considera las mediciones por reflexión directa. A continuación, se realizará una breve descripción de la última versión de esta norma publicada en el año 2012.

Se establecen dos procedimientos para verificar un distanciómetro, uno simple y otro completo.

Procedimiento simple ISO 17123-4:2012

El procedimiento simple se realiza midiendo distancias que no responden a la configuración de una línea base, y no se calcula ninguno de los parámetros de calibración del equipo. Finalizado este procedimiento simple, se indica que, en caso de detectar un posible error de escala, se debe verificar la frecuencia de medición del instrumento MED por medio de un medidor de frecuencia, o se debe contactar al servicio local del fabricante del equipo. Del mismo modo, para comprobar el valor de la constante aditiva K , se debe establecer una línea de base temporal (aproximadamente 50 m) que consta de tres puntos alineados (procedimiento antes indicado). Una línea base temporal se puede establecer con trípodes sobre marcas en el terreno.

Procedimiento completo ISO 17123-4:2012

De acuerdo con este documento, se adoptará el procedimiento de prueba completo para determinar la mejor precisión alcanzable con un instrumento MED en particular, y su equipo auxiliar (reflector, bastón, etc.), en condiciones de campo. Este procedimiento completo se basa en medir todas las combinaciones de distancias en una línea base sin valores nominales (distancias a priori desconocidas).

Posteriormente, mediante un ajuste por mínimos cuadrados, podrá calcularse la desviación estándar experimental (s_0) para una medición simple de distancia, es decir, una única medición. Este procedimiento no puede detectar los errores de escala de un instrumento MED. Para determinar la estabilidad de la escala, por sugerencia de esta norma, debe verificarse la frecuencia de medición del instrumento MED por medio de un medidor de frecuencia.

El procedimiento completo está destinado a obtener la medida de precisión en el uso de un instrumento MED en particular. Esta medida de precisión se expresa en términos de la desviación estándar experimental (s_0), de una medición simple de distancia, que se considera como una incertidumbre estándar de tipo A.

Para este procedimiento debe establecerse una línea base de siete puntos, con una longitud total de entre 300 m y 600 m, o la longitud total que se adecue al uso previsto para el equipo MED. En esa línea base podrán ser medidas 21 distancias diferentes.

Las mediciones de distancia deberán ser corregidas por primera velocidad, por lo tanto, deben registrarse la temperatura, la presión y la humedad relativa durante el procedimiento de medición.

En cuanto al diseño de la línea base, propone dos alternativas. Uno es el diseño de Heerbrugg tal como fue explicado, el otro es un método de diseño diferente a los vistos. Este diseño alternativo no posibilita obtener el error de ciclo y se calcula:

$$d_1: \frac{D}{63}, \quad d_2: 2 d_1, \quad d_3: 4 d_1, \quad d_4: 8 d_1, \quad d_5: 16 d_1, \quad d_6: 32 d_1$$

Donde D es la distancia total, y los d_i son las separaciones entre los siete pilares. En la tabla 4.8 y en la figura 4.14 se muestra un diseño de estas características para una distancia total D de 250 m.

Tabla 4.8: Longitud de secciones y distancias posibles de medir en un diseño de base alternativo según Norma ISO 17123-4:2012, para una distancia total de 250 metros.

Sección	Longitud sección (m)	Distancia acumulada (m)
-	-	0.000
d_1	3.968	3.968
d_2	7.937	11.905
d_3	15.873	27.778
d_4	31.746	59.524
d_5	63.492	123.016
d_6	126.984	250.000



Figura 4.14: Diseño de base obtenido de acuerdo con el diseño alternativo propuesto por la norma ISO 17123-4:2012.

Es importante señalar que, al no contemplar valores nominales para la distancia, no se podrán obtener ni los errores de escala ni de ciclo.

Se establecen distintas pruebas estadísticas para determinar la calidad de los resultados. Una prueba (test) de chi cuadrado para verificar si la desviación estándar experimental " s_0 " obtenida pertenece a la población de la desviación estándar teórica dada por el fabricante del equipo " σ ". Una prueba de Fisher para probar si dos muestras analizadas pertenecen a la misma población. Y una prueba t de Student para evaluar si la constante aditiva es igual a cero o a un valor predeterminado.

Además, se consideran distintas incertidumbres tipo B, listadas en la norma, que se combinan con la de tipo A (s) calculada, y finalmente se calcula la incertidumbre expandida U_{EDM} para un intervalo de confianza del 95%.

Se volverá a tratar el procedimiento completo dado por esta Norma ISO cuando se analice el balance de incertidumbres para expresar los resultados de la calibración de un distanciómetro MED.

Con el procedimiento completo puede calcularse la incertidumbre de medida de una medición simple para un equipo MED, en un intervalo de confianza del 95%, de acuerdo con las formalidades de la metrología dimensional. Este procedimiento permite verificar si el instrumento cumple con la precisión informada por el fabricante. Además, posibilita calcular la constante aditiva K con un valor de incertidumbre.

Pero esta norma no establece un procedimiento de calibración para instrumental MED, solamente una verificación en campo. No obstante, menciona sin sugerir un procedimiento que, si la línea base armada con el método de Heerbrugg fuese medida previamente con un equipo de alta precisión, podrán ser determinados el error de escala y el error de ciclo.

Antecedentes de base de calibración en la Argentina

Esta sección se elaboró consultando el trabajo de T. J. Kukkamäki y T. Honkasalo, en la publicación técnica N° 26: “Base de Comparación Buenos Aires – Internacional estándar para medidas lineales” del Instituto Geográfico Militar (actualmente Instituto Geográfico Nacional).

El Instituto Geográfico Nacional (IGN) en el año 1946 construyó una base de comparación de 960 m para efectuar la calibración de elementos geodésicos (cintas métricas, alambres de INVAR y otros).

El sitio de emplazamiento elegido pertenecía al partido de Gral. San Martín, donde actualmente funciona el INTI-PTM (Instituto Nacional de Tecnología Industrial - Parque Tecnológico Miguelete). Esta base, con dirección SW-NE tenía 36 pilares de hormigón de 0,8 m de altura a distancias de 24 m.

La medición de esta base fue realizada en el año 1953, durante los meses de mayo y junio, por los geodestas del Instituto Geodésico de Finlandia, los doctores T. J. Kukkamäki y T. Honkasalo. Fue utilizado un aparato de medición por interferencia de luz del profesor finés Väisälä, de dicho instituto. Se aplicó una técnica similar a la utilizada para la medición de la base estándar de la ciudad finlandesa de Nummela. Las técnicas, mediciones y correcciones utilizadas pueden encontrarse en la publicación N° 26.

Cabe remarcar que, la calibración de las cintas e hilos de invar era fundamental para las triangulaciones geodésicas, técnica que se aplicaba para las mediciones de los marcos de referencia en esa época.

En la citada publicación técnica del IGN, se reportan problemas por movimiento de los pilares, datos importantes para tener en cuenta:

“La calidad del suelo en este lugar no es la mejor posible, es de sedimentos y el agua penetra sólo con dificultad, debiendo esperarse por lo tanto un movimiento continuo del suelo. Este factor puede constituir la razón principal de los movimientos de los pilares durante la medición... Otra razón para los movimientos continuos de los pilares puede ser el intenso tránsito de ferrocarriles no suficientemente alejados del lugar y el movimiento causado por una fábrica próxima”.

Dado este movimiento de los pilares, en algunas de las distancias medidas los errores fueron excepcionalmente grandes en comparación con los errores de las mediciones de la base de Nummela. Esta información debe ser tenida en cuenta para la elección del lugar de emplazamiento de una base de calibración. Además, en el mismo predio funcionaba una base subterránea de 120 m de longitud, que tenía el mismo propósito que la base larga, calibrar elementos geodésicos del IGN usados en las campañas de triangulación.

Sobre el estado y funcionamiento actual de estas instalaciones se hicieron consultas, obteniéndose una respuesta del Sr. Jorge Daniel Campbell del Departamento de Óptica y Dimensional, Metrología Física del INTI. Ante la consulta realizada, respondió que esa base dejó de utilizarse. Respecto a la base corta de 120 m también mencionó:

“Según entiendo, también se aprobaban allí las cintas métricas para que pudieran comercializarse en el territorio nacional. No recuerdo las fechas exactas, pero alrededor del 2000 este servicio se suspendió por falta de seguridad del edificio y unos años después se construyó en el INTI un banco mucho más modesto (10 m) para continuar con las aprobaciones / verificaciones que hacen a la metrología legal.

Ese edificio está abandonado por lo que, respondiendo a su última pregunta, le indico que no se está brindando ningún servicio allí.”

La base de comparación descrita no cumplía con todos los requerimientos propios de una línea base destinada a la calibración de equipos MED, ya que se destinaba a otro tipo de instrumental; las separaciones entre pilares no permitirían obtener el error de ciclo. No obstante, sus medidas eran trazables a la línea base de Nummela (estándar internacional), lo que constituyó un hecho fundamental. Esa base, si se hubiera conservado, permitiría obtener la constante aditiva y el error de escala de los distanciómetros electroópticos. Pero en la actualidad ninguna de las instalaciones descritas está en funcionamiento.

Conclusiones del capítulo IV

Una base de calibración es una instalación específica utilizada para la calibración de distanciómetros MED. A lo largo del tiempo, han surgido diversas alternativas para este propósito, pero el modelo de "línea base" ha sido universalmente adoptado como el más conveniente.

Una línea base se compone de pilares alineados y fijos en el terreno, que establecen las distancias que serán medidas durante el procedimiento de calibración. Existen diferentes técnicas para diseñar una línea base, todas estrechamente relacionadas con las características de los instrumentos que serán evaluados.

El desafío radica en seleccionar el diseño adecuado con los parámetros más convenientes, para permitir trabajar con la mayor cantidad de modelos de distanciómetros en una misma base. Esto es especialmente relevante debido a que de las características particulares de una línea base depende la posibilidad de determinar los errores sistemáticos que suelen manifestarse en los distanciómetros MED.

CAPÍTULO V: DISEÑO DE UNA BASE DE CALIBRACIÓN PARA DISTANCIÓMETROS ELECTROÓPTICOS

El proyecto de construcción de una línea base implica tomar decisiones, principalmente, sobre los siguientes aspectos:

1. selección de un método de diseño para calcular las separaciones entre pilares (Heerbrugg, Aarau o Hobart),
2. cantidad de pilares,
3. longitud total de la base,
4. elección de un valor de unidad de medida (U) como parámetro de diseño,
5. lugar de emplazamiento y
6. diseño constructivo de los pilares.

En una etapa posterior se planifican y redactan los procedimientos técnicos para la ejecución de las mediciones y los cálculos.

Selección de un método de diseño para calcular las separaciones entre pilares (Heerbrugg, Aarau o Hobart)

Se realizan las siguientes consideraciones:

- *Adaptabilidad a instrumentos con diferentes unidades de medida (U):* En este aspecto los diseños de Heerbrugg y Aarau tienen mayores ventajas sobre el diseño de Hobart. Este último requiere un pilar específico para cada valor de unidad de medida, mientras que los dos primeros tipos de base se adaptan para múltiples valores.
- *Número de observaciones:* El método de Hobart provee menor número de observaciones, lo que reduce la precisión de los parámetros determinados, en comparación con los otros dos diseños. En este tipo de diseño podría aumentarse el número de observaciones, pero esto requiere la incorporación de más pilares por fuera del diseño original.
- *Determinación conjunta de los parámetros de calibración:* Los diseños de Heerbrugg y Hobart permiten determinar en un mismo programa de observaciones los parámetros de calibración. El diseño de Aarau requiere de un procedimiento adicional e independiente para determinar el error de ciclo, como por ejemplo el uso de una “base corta” de longitud U . Si bien esto no va en desmedro de la precisión del último diseño, implica costos de instalación adicionales y mayor trabajo, tanto en las mediciones como en el cálculo.

- *Aplicación en norma ISO 17123*: El diseño de Heerbrugg ha sido adoptado por las normas de calidad internacional ISO. La norma ISO 17.123-4:2012 propone este diseño para la verificación de instrumentos MED.

El diseño de Heerbrugg presenta ventajas sobre las otras alternativas, esto se resume en la tabla 5.1.

Tabla 5.1: Comparación de los tres métodos para diseño de una línea base, el de Heerbrugg cumple la totalidad de requisitos.

Características	Diseño		
	Heerbrugg	Aarau	Hobart
<i>Adaptabilidad a instrumentos con diferentes unidades de medida (U)</i>	X	X	
<i>Número de observaciones</i>	X	X	
<i>Determinación conjunta de los parámetros de calibración</i>	X		X
<i>Aplicación en norma ISO 17123</i>	X		

La norma ISO 17123-4:2012, en su procedimiento completo, propone un método alternativo a los tres analizados, pero ese método no contempla la determinación del error de ciclo, por lo tanto, no fue considerado.

Distribución de los segmentos calculados a lo largo de la base.

Se explicó cómo el diseño de Heerbrugg permite una distribución equitativa de todas las distancias a lo largo de la longitud de la base. Lo que no menciona ninguna fuente es la lógica que persigue la distribución de los segmentos en la base: los segmentos de menor longitud se disponen en los extremos, mientras que los más largos se ubican en el centro de la base. Para profundizar en esta cuestión se estudiaron dos ejemplos. Para cada ejemplo se analizarán dos diseños diferentes: uno clásico y otro modificado, y se evaluará cuál de ellos es el mejor para cada caso.

Ejemplo 1:

- a) Diseño clásico de Heerbrugg para 5 Pilares.

Se calculó una base a partir del diseño de Heerbrugg, para 5 pilares, $C_0 = 150$ m y $U = 10$ m. La longitud total final es de 110 metros (tabla 5.2).

Tabla 5.2. Ejemplo 1: Diseño de Heerbrugg de 5 pilares con una longitud total de 110 m.

Sección	Longitud Sección (m)	Longitud Acumulada (m)
1 ^{ra}	21.87	21.87
2 ^{da}	44.38	66.25
3 ^{ra}	33.12	99.37
4 ^{ta}	10.63	110.00
C	110.00	-

En esta línea base se podrán medir 10 distancias, considerando todas las combinaciones posibles. Esta distribución de pilares se representa gráficamente en la figura 5.1.

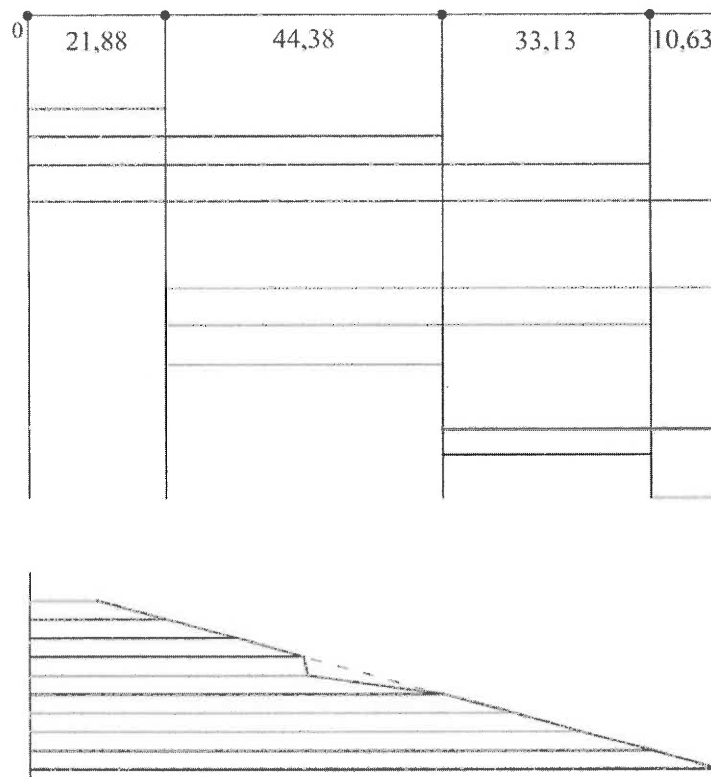


Figura 5.1. Superior: Representación esquemática de las distancias (en metros) posible de ser medidas en la base del ejemplo 1, en un diseño clásico de Heerbrugg de 5 pilares. Inferior: Las 10 distancias ordenadas de menor a mayor. En línea de trazos se representa la pendiente ideal.

b) Diseño alterado de Heerbrugg para 5 Pilares.

Para la misma base anterior de 5 pilares se propone una modificación, ordenando los segmentos de un modo diferente. Los pilares se distribuyeron ordenando los segmentos de menor a mayor, simplemente para proponer un esquema de distribución distinto (tabla 5.3).

Tabla 5.3: Diseño de Heerbrugg de 5 pilares alterado.

Sección	Longitud Sección (m)	Longitud Acumulada (m)
1 ^{ra}	10.63	10.63
2 ^{da}	21.87	32.50
3 ^{ra}	33.13	65.63
4 ^{ta}	44.37	110.00
C	110.00	-

En la figura 5.2 se grafican los resultados:

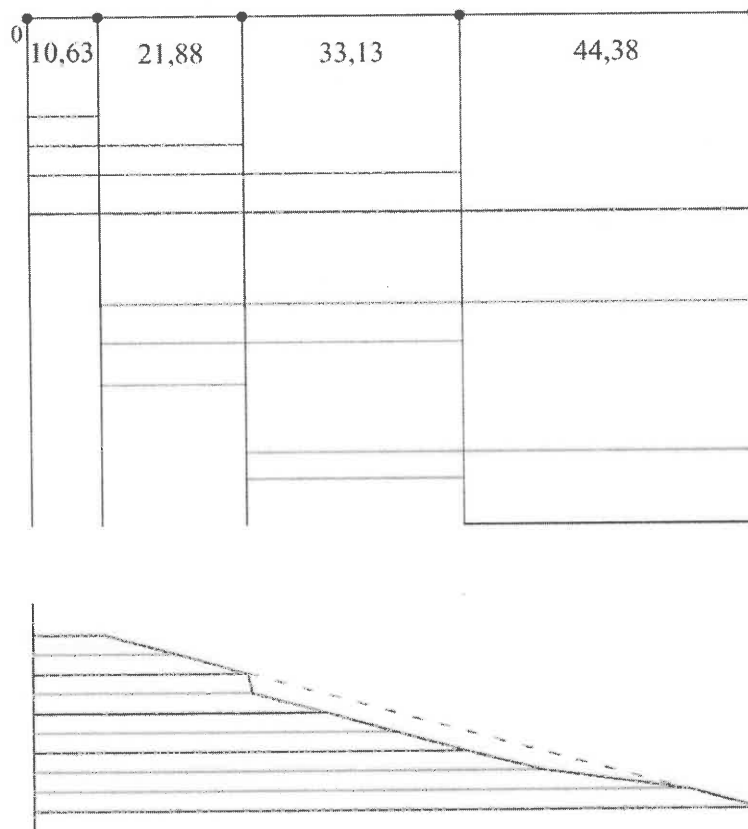


Figura 5.2. Superior: Representación esquemática de las distancias (en metros) posible de ser medidas en el diseño de base alterado. Inferior: Esas 10 distancias ordenadas de menor a mayor. En línea de trazos se representa la pendiente ideal.

c) Comparación de las dos bases:

Anteriormente, para cada planteo, el clásico y el alterado, se ordenaron todas las distancias en sentido creciente, luego se unieron los extremos mediante una polilínea. Finalmente, para

poder comparar la versión clásica con la alterada, se superpusieron las dos polilíneas en una gráfica (figura 5.3).

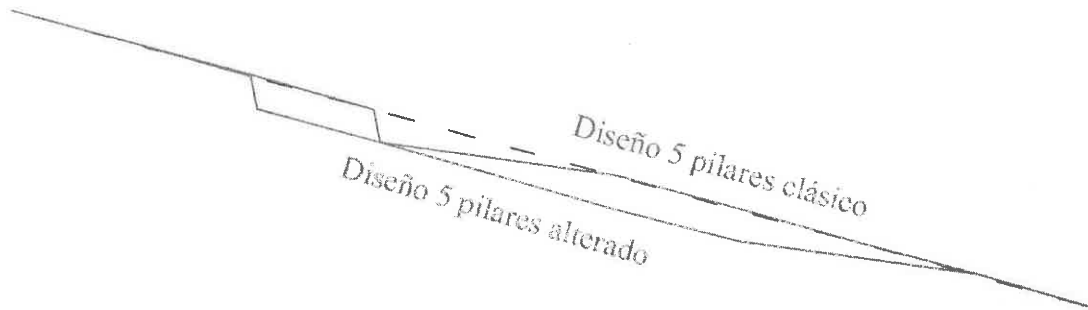


Figura 5.3: Comparación de los diseños planteados, el clásico y el alterado. La polilínea en el diseño clásico presenta menos variaciones en la pendiente. En línea de trazos se representa la pendiente ideal.

En el diseño clásico la pendiente de la polilínea presenta menos variaciones, lo que representa una distribución más uniforme de las 10 distancias a lo largo de la longitud total de 110 metros, comparado con el diseño alternativo.

Ejemplo 2:

a) Diseño clásico de Heerbrugg para 7 Pilares:

Parámetros de diseño $U= 5$ m, $C_0= 600$ m. La longitud final de la línea base resulta ser de 575 metros. El cálculo de los segmentos se encuentra en la tabla 5.4 y su representación gráfica en la figura 5.4.

Tabla 5.4: Base Heerbrugg de 7 pilares, diseñada con $U= 5$ m y una longitud inicial $C_0= 600$ m.

Sección	Long. Sección (m)	Long. Acum. (m)
1 ^{ra}	50.42	50.42
2 ^{da}	110.97	161.39
3 ^{ra}	171.53	332.92
4 ^{ta}	141.25	474.17
5 ^{ra}	80.69	554.86
6 ^{ta}	20.14	575.00
C	575.00	-

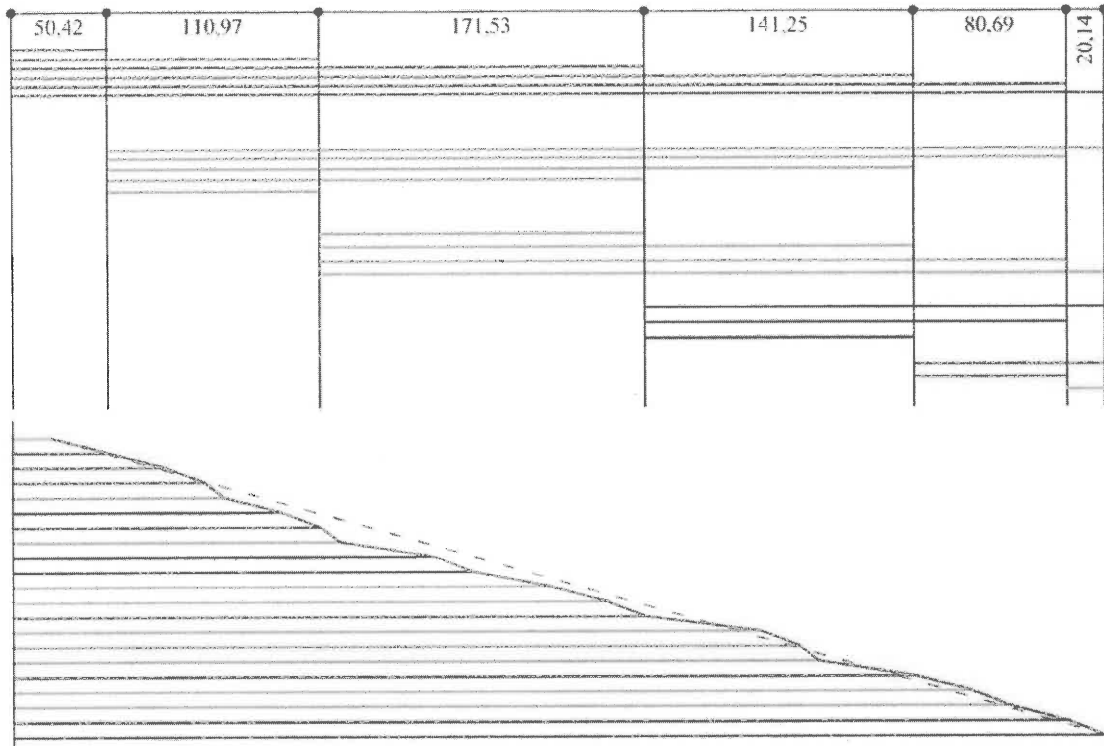


Figura 5.4. Superior: Representación esquemática de las distancias (en metros) posibles de ser medidas en el diseño de base clásico. Inferior: Esas 21 distancias ordenadas de menor a mayor. En línea de trazos se representa la pendiente ideal.

b) Diseño alterado de Heerbrugg para 7 Pilares:

El diseño de base de 7 pilares antes visto se altera proponiendo un ordenamiento diferente de los pilares para las mismas secciones, de menor a mayor (tabla 5.5).

Tabla 5.5: Diseño alterado de Heerbrugg para la base de 7 pilares.

Sección	Long. Sección (m)	Long. Acum. (m)
1 ^{ra}	20.14	20.14
2 ^{da}	50.42	70.56
3 ^{ra}	80.69	151.25
4 ^{ta}	110.97	262.22
5 ^{ra}	141.25	403.47
6 ^{ta}	171.53	575.00
C	575.00	-

En la figura 5.5 se representan las 21 distancias de la base alterada de 7 pilares ordenadas de menor a mayor.

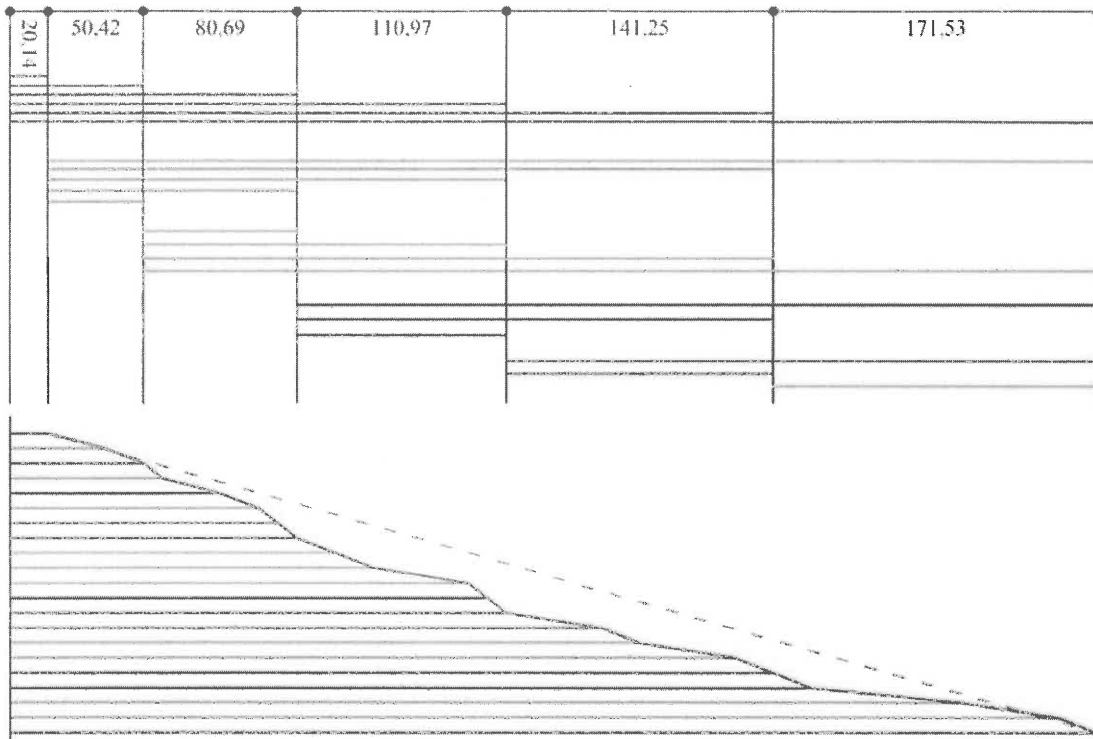


Figura 5.5. Superior: Representación esquemática de las distancias posibles de ser medidas en el diseño de base alterado. Inferior: Esas 21 distancias ordenadas de menor a mayor. En línea de trazos se representa la pendiente ideal.

c) Comparación de las dos bases:

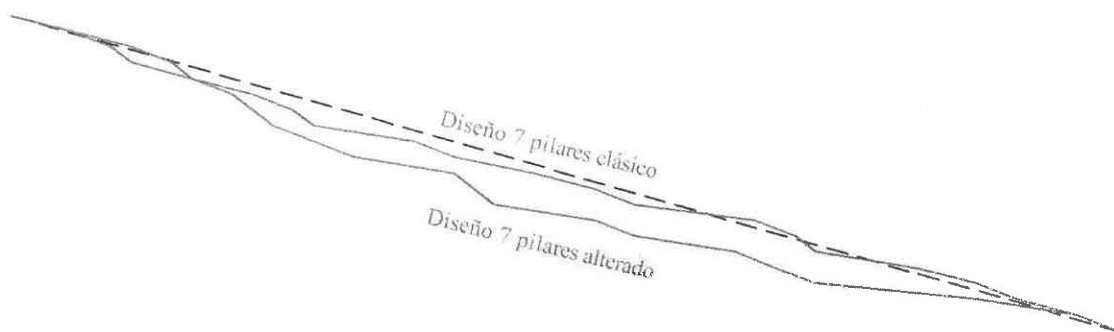


Figura 5.6: Comparación entre un diseño clásico de Heerbrugg de 7 pilares clásico y otro alterado. En línea de trazos se representa la pendiente ideal.

Nuevamente, se aprecia en la gráfica comparativa (figura 5.6) como el diseño clásico de Heerbrugg provee distancias que se distribuyen de un modo más uniforme que la alternativa planteada. Volviendo a las ecuaciones dadas por Rüeger, puede notarse que esta distribución surge de los coeficientes que multiplican al parámetro B en el cálculo de la longitud de cada segmento. Puede encontrarse fácilmente una relación entre el diseño de Heerbrugg y las Reglas de Golomb.

Como resumen de estas últimas secciones, puede concluirse que en las ecuaciones dadas en el diseño de Heerbrugg, los parámetros A y B son los que dan una distribución uniforme de todas las distancias posibles de ser medidas a lo largo de la línea de base. Mientras que el parámetro D, es el que asegura una distribución uniforme de los restos de las distancias medidas a lo largo de la longitud de medida U. Finalmente, si se prescinde del parámetro D, se estaría en el caso del diseño de Aarau, donde todas las distancias son múltiplos de U y el error de ciclo debe ser determinado por otro medio.

Cantidad de pilares

El método de Heerbrugg brinda las ecuaciones de cálculo para una línea base en función del número de pilares, entre otros parámetros. Una línea base diseñada por este método puede tener entre 5 y 8 pilares.

Un mayor número de pilares implica que se contará con más observaciones (aumenta el tamaño de la muestra) y esto mejora la precisión de los parámetros de calibración obtenidos. El número de distancias posibles de ser medidas está en función de la cantidad de pilares:

$$n_d = \frac{n(n-1)}{2}$$

En la expresión anterior n_d indica el número de distancias diferentes que podrán ser medidas en una base con n pilares. En la tabla 5.6 se indica el número de distancias distintas que podrán medirse en una línea base en función de la cantidad de pilares.

Tabla 5.6: Número de distancias (n_d) que pueden ser medidas en una base de n pilares.

Número de pilares	Distancias diferentes que pueden ser medidas
5	10
6	15
7	21
8	28

La mejor precisión se logrará con la mayor cantidad de observaciones, esto significa con el mayor número de pilares. Pero, por otro lado, debe considerarse el tiempo requerido para realizar todas las medidas, el procedimiento de medición en una base debe tener una duración razonable. Como en cualquier otro trabajo que requiera mediciones topográficas o geodésicas, se debe buscar un equilibrio entre precisión y productividad, y para este caso analizado, esto se consigue con seis a siete pilares (Rüeger, 1996). También debe tenerse en

cuenta que, al aumentar la duración de las mediciones, mayor será la variación de las condiciones ambientales.

Se considera que el número óptimo de pilares, para una línea base diseñada de acuerdo con método de Heerbrugg, es de siete. Esto conlleva a que se podrán medir 21 distancias diferentes. A su vez, una línea base de siete pilares permitiría desarrollar los procedimientos de verificación propuestos por la norma ISO 17123-4:2012.

Longitud total de la base.

Este parámetro fundamental se relaciona con dos aspectos:

- Poder determinar el error de escala.
- Las distancias medidas en la base deben constituir una muestra representativa de las que habitualmente se miden con el equipo.

Conviene analizar por separado cuales elementos determinan la longitud máxima y la mínima de una línea base.

Longitud máxima para una línea base

Una mayor longitud de la base permite determinar con mayor precisión el error de escala. En general, las distintas líneas base que prestan servicio tienen longitudes que van desde los 600 hasta los 1000 metros. El libro "*Electronic Distance Measurement (an Introduction)*" del autor J. Rüeger constituye una referencia universal y es citado en todo tipo de trabajos y publicaciones de esta temática. Rüeger en esta obra muestra diferentes tipos de líneas base, todas de longitudes próximas al kilómetro. La última edición de este libro es del año 1996 y desde entonces han evolucionado notablemente las técnicas e instrumental de uso en topografía. Uno de los cambios más importantes ha sido el reemplazo de las estaciones totales por tecnología GNSS en trabajos topográficos y geodésicos que requieren medición de medio y largo alcance.

Una línea base con una extensión total cercana a 1 km no aportaría observaciones representativas de las mediciones que habitualmente se realizan con los distanciómetros electroópticos. En los últimos años, el Grupo de Metrología ha llevado a cabo consultas con diversos profesionales de la Agrimensura para indagar acerca de su experiencia en mediciones en diversas actividades. En términos generales, se ha observado que las medidas realizadas con estación total rara vez superan distancias de 250 a 300 metros, con solo algunas escasas excepciones. Los profesionales consultados desarrollan sus actividades principalmente en la provincia de Buenos Aires, siendo este el ámbito que se pretende abarcar con los servicios de calibración.

En los últimos años ha ganado terreno la utilización de instrumental GNSS RTK y NTRIP para muchos trabajos que antes eran realizados con estación total. Relevamientos rurales, de grandes superficies, de caminos y rutas, entre otros, se realizan con este tipo de tecnología; la estación total en estos trabajos no permite al profesional ser competitivo. En la Provincia de Buenos Aires, la Disposición 1.792/1999 de la Dirección de Geodesia, exige la vinculación a la red geodésica de alta precisión de la provincia (RED GEOBA) de las parcelas zonificadas como rurales; este es otro aliciente para dejar de lado las estaciones totales en este tipo de actividades.

Las estaciones totales, que para la medición de distancias emplean distanciómetros electroópticos, son utilizadas más frecuentemente en trabajos de catastro urbano, en naves cerradas para montaje industrial, microgeodesia, en obras civiles que abarcan superficies chicas, por citar las más importantes. De los intercambios mantenidos con diferentes usuarios de estos equipos, se llegó a la conclusión que en trabajos de catastro urbano tales como mensuras, amojonamientos, constitución del estado parcelario, etc.; dado el nivel de detalle y las posibles obstrucciones a las visuales, estas distancias en general no superan los 250 metros.

Las estaciones totales pueden lograr precisiones del orden del centímetro o mejores en el levantamiento o replanteo de puntos, en esto supera a la tecnología GNSS RTK. Por ello, en tareas de topografía para obras públicas y civiles, fundamentalmente en el replanteo de puntos, el uso de la estación total sigue predominando. En este tipo de actividades las distancias de trabajo suelen ser cortas, raras veces superan los 100 metros.

También debe considerarse que las estaciones totales se emplean casi exclusivamente como taquímetros, es decir, se realizan mediciones simultáneas de distancias y ángulos, y la computadora del equipo calcula coordenadas XY o XYZ en un sistema de referencia dado. En el cálculo de las coordenadas Z (altura o cota) tienen gran influencia los errores en la medición del ángulo vertical y los errores de puntería, los efectos de ambos errores se incrementan con la distancia. El hecho de tener que hacer simultáneamente mediciones lineales y angulares condiciona las distancias máximas que pueden medirse. Las mediciones angulares requieren gran exactitud en la colimación de la señal de puntería. Además, cuando se obtiene la coordenada Z con estación total, tienen efecto sobre las mediciones el error por curvatura y refracción terrestre. Este último también incrementa su magnitud al aumentar la distancia entre el instrumento y el reflector.

Lo expresado en el párrafo anterior, se representa en la figura 5.7 extraída del libro Topografía (Wolf, 2016), en esta se muestra la relación entre distancia visual apropiada contra la precisión angular del instrumento. La precisión de medida angular se expresa mediante la norma DIN 18723. Puede observarse que para los equipos más precisos (1") la distancia óptima está entre los 200 y 300 metros. Para los equipos menos precisos y más comunes (5") esta distancia óptima es menor a los 100 metros. Cuando se trabaja solamente

en planimetría (coordenadas XY solamente) estas distancias pueden ser mayores, pero debe considerarse que para el cálculo de X e Y se utiliza la distancia reducida al horizontal, que se calcula con la distancia inclinada y el ángulo vertical.

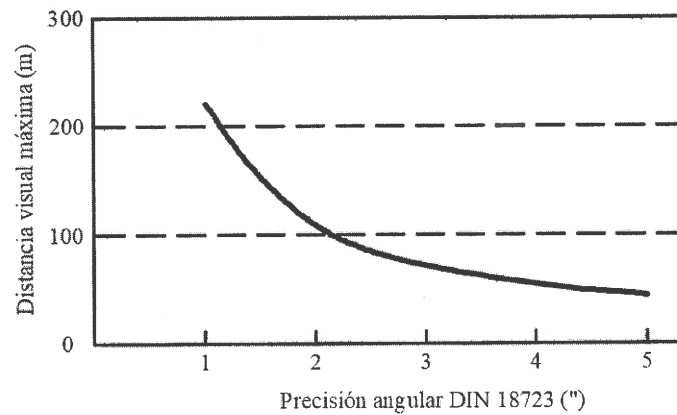


Figura 5.7: Distancia visual contra precisión angular. Topografía (Wolf, 2016), fig. 8.22.

Entonces, la necesidad de medir simultáneamente ángulos y distancias acorta las longitudes típicas de trabajo. Esto difiere de las fuentes bibliográficas clásicas sobre medición electrónica de distancias, como las de Rüeger, en las que los distanciómetros se utilizaban de forma autónoma. La concepción del distanciómetro MED como parte de un taquímetro digital (estación total), y ya no como un instrumento independiente, lleva a introducir un cambio en el diseño de las líneas base, el cual implica reducir su longitud.

Otro elemento que contribuye al “acortamiento” de las líneas base es una de las modificaciones introducidas en la segunda y última versión de la norma ISO 17123-4. En esta versión del año 2012, se menciona que la longitud total de la línea base puede ser de 300 m o menor, de acuerdo con las distancias que se miden habitualmente con el instrumento. Mientras que, en la primera versión del año 2001, la longitud sugerida para la base era de al menos 600 metros.

En el marco de esta tesis, se establecerá una longitud máxima de 300 metros para el diseño de la línea base. Esta decisión se basa en la importancia de asegurar la representatividad de la muestra estadística que se obtendrá a partir de las mediciones realizadas en la línea base.

Los errores sistemáticos calculados en esta línea base serán válidos para distancias comprendidas entre A y C, donde A representa la menor distancia posible de medir en la línea base, y C la mayor distancia posible de medir en dicha línea.

Al adoptar esta medida, se busca garantizar que los resultados obtenidos sean significativos y aplicables a las distancias más comunes y relevantes que suelen medirse.

Esta elección puede conllevar a una limitación en la determinación del error de escala; sin embargo, este error también puede ser evaluado mediante mediciones de frecuencia en un laboratorio. Se emplearán métodos de cálculo para establecer la significancia del error de escala obtenido a partir de una base más corta. De esta manera, se buscará obtener conclusiones sólidas y confiables sobre la precisión y fiabilidad de los resultados, considerando la longitud máxima de 300 metros en la línea base.

Longitud mínima de una línea base.

Ya se ha establecido que la línea base que se proyecta se diseñará por el método de Heerbrugg y constará de siete pilares. Estas elecciones ponen una cota mínima a la longitud posible de la línea base. Según la tabla 4.4 (capítulo IV), la longitud total (C) se calcula con la expresión:

$$C = 6A + 15B + 36D .$$

Los parámetros A y B no pueden tomar un valor menor a la unidad de medida U. Por lo tanto, la longitud mínima de una base ha de ser:

$$C_{MIN} = 6U + 15U + 36D .$$

De acuerdo con la tabla 4.3 (capítulo IV), para una base de siete pilares, el parámetro $D = U/36$:

$$C_{MIN} = 22U .$$

Entonces, una base de siete pilares diseñada por el método de Heerbrugg no podrá tener una longitud menor a 22 veces la unidad de medida seleccionada como parámetro de diseño. En la tabla 5.7 se pueden encontrar las longitudes mínimas C_{MIN} para distintos valores de U, las unidades de medida de 30,769 y 33,333 m no se consideraron por ser muy poco frecuentes.

Tabla 5.7: Longitud mínima de una línea base Heerbrugg de 7 pilares para valores de U diversos.

U (m)	C_{MIN} (m)
2	44
4	88
5	110
7.5	165
10	220
15	330
20	440

En la tabla 5.7 puede apreciarse como una unidad de medida de 15 o de 20 metros, tomada como parámetro de diseño, determinaría que la longitud de la base sea superior a los 300 metros establecidos como cota máxima. Los valores de 2, 4, 5, 7.5 y 10 m podrían utilizarse. En la siguiente sección se analizará cuál es el más conveniente.

Distancia más corta en una línea base

En el diseño de Heerbrugg la distancia menor que puede medirse en una base es un parámetro de diseño denominado A y debe ser múltiplo de la unidad de medida U. Este parámetro debe seleccionarse considerando que **las distancias medidas en la línea base constituyen una muestra de las que se miden con el equipo normalmente.**

Durante trabajos de levantamiento o replanteo se evitan distancias muy cortas, menores a 5 m aproximadamente, porque eso dificulta la colimación del prisma. Cuando se instala el equipo en campo, el sitio de estación se elige aplicando varios criterios, uno de ellos es que los puntos de interés no queden demasiado próximos.

Una posible opción para elegir un valor de distancia mínima sería considerar las distancias mínimas sugeridas por el fabricante de cada equipo. Sin embargo, estas distancias generalmente no son múltiplos de U. Algunos ejemplos de estos parámetros sugeridos por los fabricantes, midiendo con prisma reflector, son los siguientes.

- Sokkia Serie 10K: 1,00 m.
- Topcon ES-55: 1,30 m.
- Leica MS60/TS60: 1,50 m.

Además, es necesario que este valor mínimo forme parte de una muestra estadística. Por lo tanto, los valores mínimos sugeridos por los fabricantes suelen estar por debajo de las distancias más cortas que se miden habitualmente, considerando la mayoría de los trabajos.

Según la experiencia propia y las consultas con profesionales de la Agrimensura, y atendiendo a los criterios mencionados, se ha determinado que un valor óptimo para A es una longitud entre 5 y 10 metros.

Elección de un valor de unidad de medida (U) como parámetro de diseño

La unidad de medida (U) es una característica técnica de los distanciómetros electroópticos que aplican el método de la diferencia de fase para la medición de las distancias. Los distintos fabricantes utilizan diferentes valores, incluso un mismo fabricante cambia el valor de U en los diferentes modelos que produce. Algunos valores de unidad de medida conocidos son 2 m, 4 m, 5 m, 10m, 7,50 m, 15 m, 20 m, 30,769 m y 33,333 m. No

significa que no existan otros valores, la magnitud de U de un distanciómetro no siempre se encuentra en el manual del usuario dado que este dato forma parte de la patente del fabricante.

La selección cuidadosa de un valor de unidad de medida durante el diseño de una línea base es crucial. Esta elección está estrechamente vinculada con la posibilidad de determinar el error de ciclo en los equipos que serán calibrados. Es importante mencionar que una línea base solo garantiza determinar el error de ciclo en aquellos equipos que utilicen la misma unidad de medida que la establecida en el diseño. En caso contrario, existe la posibilidad que dicho error no pueda ser determinado.

Si existe un error de ciclo en un distanciómetro MED y no es determinado, este afectará la magnitud de la constante aditiva K obtenida en el procedimiento de calibración. Por tanto, es esencial definir adecuadamente el valor de la unidad de medida en la línea base, garantizando la precisión y validez del proceso de calibración de los equipos, y evitando posibles inexactitudes que puedan surgir debido a errores no detectados.

A partir de los diferentes restos medidos, puede modelarse el error de ciclo (capítulo IV). Cuando mejor sea la distribución de estos restos a lo largo de la unidad de medida, más precisa será la determinación de este error. Recordando que el diseño de Heerbrugg permite determinar este error juntamente con la constante aditiva y el error de escala.

Si bien la base se diseña para un valor en particular, es necesario que se adapte a múltiples instrumentos con diferentes valores de U . Entonces, uno de los principales problemas al diseñar una línea base es la selección de un valor para U que permita calcular el error de ciclo en la mayor cantidad de equipos.

Por ello, se creó una metodología que permite analizar la compatibilidad de una base con diferentes equipos, analizando gráficamente la distribución de los restos (r) a lo largo de la longitud de U . Mediante la representación gráfica de los restos normalizados (r_i/U), se puede analizar qué tan compatible es una línea de base en particular con diferentes instrumentos.

Relación entre la unidad de medida y los restos de las observaciones

Volviendo a las ecuaciones que propone Rüeger para el diseño de Heerbrugg, tanto el parámetro A como el B son múltiplos de la unidad de medida U , mientras que D es una fracción de este último valor. Este parámetro D del diseño de Heerbrugg es el que permite calcular segmentos de la línea de base con restos que se distribuyan uniformemente a lo largo de U .

Para poder determinar qué valor de U es el que permite diseñar la línea base que se adapta a la mayor cantidad de equipos, se realiza un análisis gráfico de la distribución de los restos normalizados r_{ij}/U_j . Inevitablemente, una base diseñada para un valor U_j específico podrá adaptarse a otros valores, pero no a todos. Lo fundamental del método propuesto por el Grupo

de Trabajo en Metrología, al analizar la distribución de los cocientes r_{ij}/U_j a lo largo de la unidad, es que permite establecer la potencialidad de una base cualquiera para ser utilizada con diferentes instrumentos.

Las distancias que se miden en una línea base se pueden expresar como:

$$d_{ij} = n U_j + r_{ij},$$

en donde:

- d_{ij} : distancia i observada con un distanciómetro con unidad de medida U_j ,
- U_j : unidad de medida de un instrumento j ,
- n : número entero positivo y
- r_{ij} : resto obtenido al medir la distancia i con un instrumento j .

El análisis de los restos normalizados r_{ij}/U_j a lo largo de la unidad (1) permite comparar la distribución de restos de varios equipos en una misma base de forma simultánea.

Análisis previos a la elección del diseño definitivo

Planteando una línea base de 7 pilares podrán ser medidas 21 distancias diferentes, este último es el número de restos normalizados con el que se contará para modelar el error de ciclo. El error de ciclo se modela mediante una serie de Fourier (capítulo III), por lo cual deberán obtenerse dos coeficientes a_n y b_n por cada término n de la serie. Para que las observaciones permitan calcular con la precisión requerida el error de ciclo, es necesario que los restos normalizados se distribuyan uniformemente a lo largo de la unidad (1); y esta característica depende de la compatibilidad que exista entre un equipo y la línea base utilizada. Solamente puede garantizarse esa compatibilidad cuando la unidad de medida U de diseño de la línea base (diseño de Heerbrugg) coincide con la que utiliza el distanciómetro MED.

A continuación, se muestran distintas líneas base diseñadas para los valores de U de 2, 4, 5, 7.5 y 10 metros. Aunque para cada caso se probaron distintas alternativas, aquí daremos solo la que brindó mejor distribución de restos para la mayor cantidad de equipos, con ese valor U de diseño. Para la elección de los parámetros A , B y C (A y B deben ser múltiplos de U) del diseño de Heerbrugg de 7 pilares se tuvieron en cuenta los siguientes criterios:

- la distancia más corta A debe encontrarse entre los 5 y los 10 metros y
- la longitud total de la línea base no debe superar los 300 m.

De acuerdo con la bibliografía especializada, se llega a mejores resultados cuando B es igual a $2A$ (Rüeger, 1996). No obstante, procurar esta condición puede implicar no cumplir

con los dos ítems antes mencionados sobre distancias mínima y máxima, por ello no se prioriza que $B=2A$.

En la figura 5.8 se ve la gráfica correspondiente al diseño con $U=2$ m, con valores $A=10$ m, $B=14$ m y $C=272$ m. En el eje de ordenadas se representan los cocientes r_{ij}/U_j y en el eje de abscisas los valores U_j . Cuando la unidad de medida de diseño coincide con la del equipo, se encuentra la mejor distribución, en este caso es para $U_j=2$ m. Una buena distribución es aquella en las que no hay valores de cocientes repetidos, se individualizan los 21 puntos en el gráfico, y además hay puntos en los extremos y a lo largo de la unidad. En el análisis de esta gráfica se busca que la distribución de puntos no deje huecos y cubra los extremos.

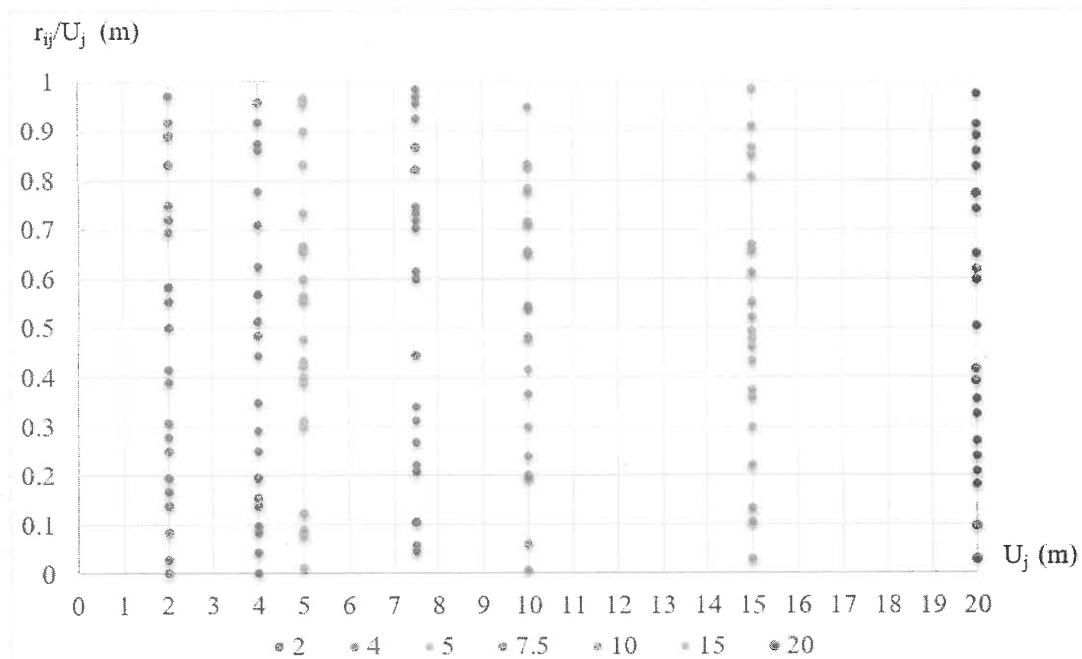


Figura 5.8: Distribución de cocientes de restos para diferentes instrumentos en una misma base de 7 pilares diseñada con $U=2$ m.

En cambio, en la figura 5.9 se muestra la base diseñada para $U=4$ m, con valores de $A=8$ m, $B=12$ m y $C=232$ m.

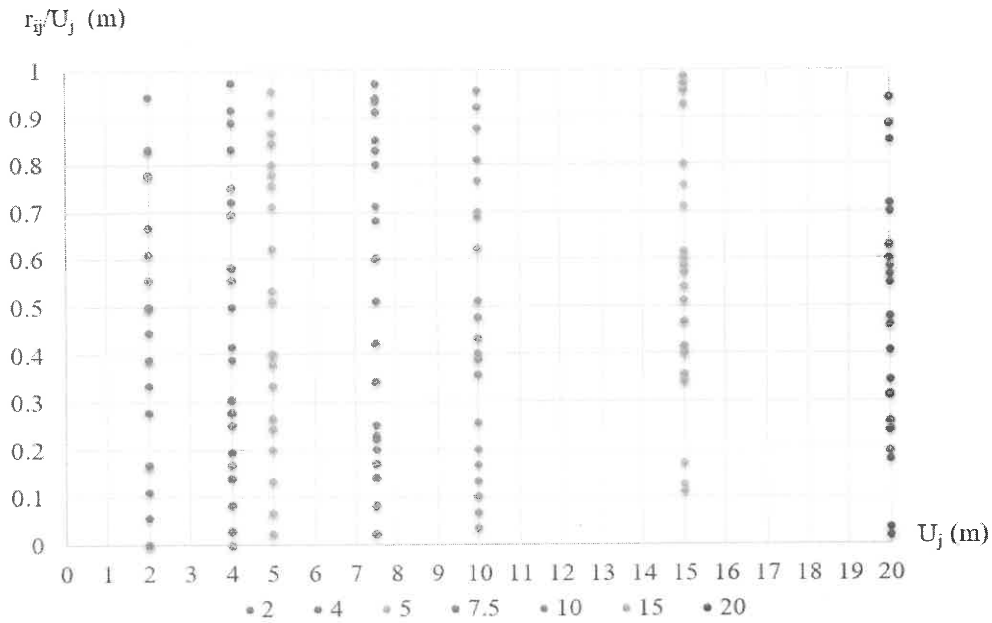


Figura 5.9: Distribución de cocientes de restos para diferentes instrumentos en una misma base de 7 pilares diseñada con $U=4$ m.

En la figura 5.10 se muestra la base diseñada para $U=5$ m, con valores de $A=10$ m, $B=15$ m y $C=290$ m.

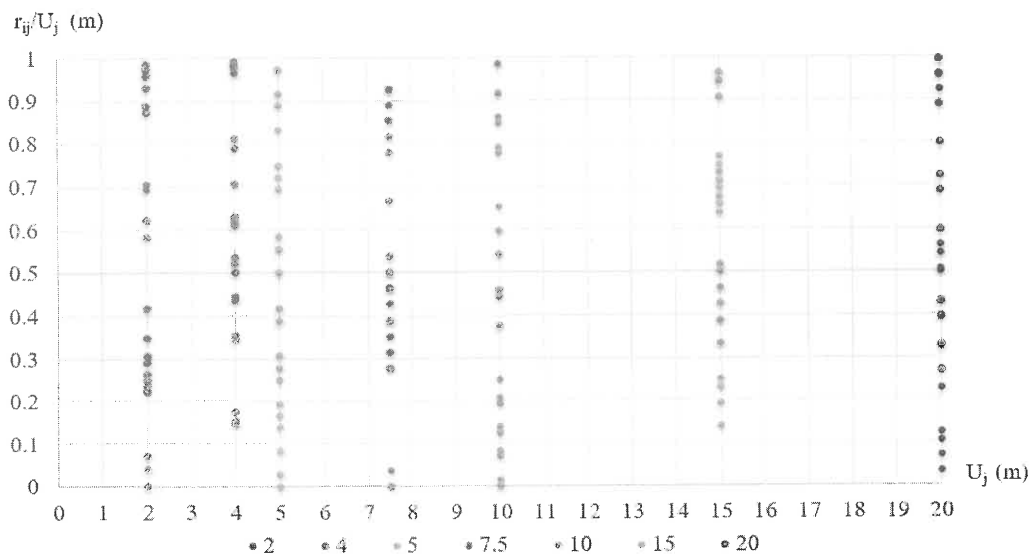


Figura 5.10: Distribución de cocientes de restos para diferentes instrumentos en una misma base de 7 pilares diseñada con $U=5$ m.

En la figura 5.11 se muestra la base diseñada para $U=7,5$ m, con valores de $A=7,50$ m, $B=15$ m y $C=277,50$ m.

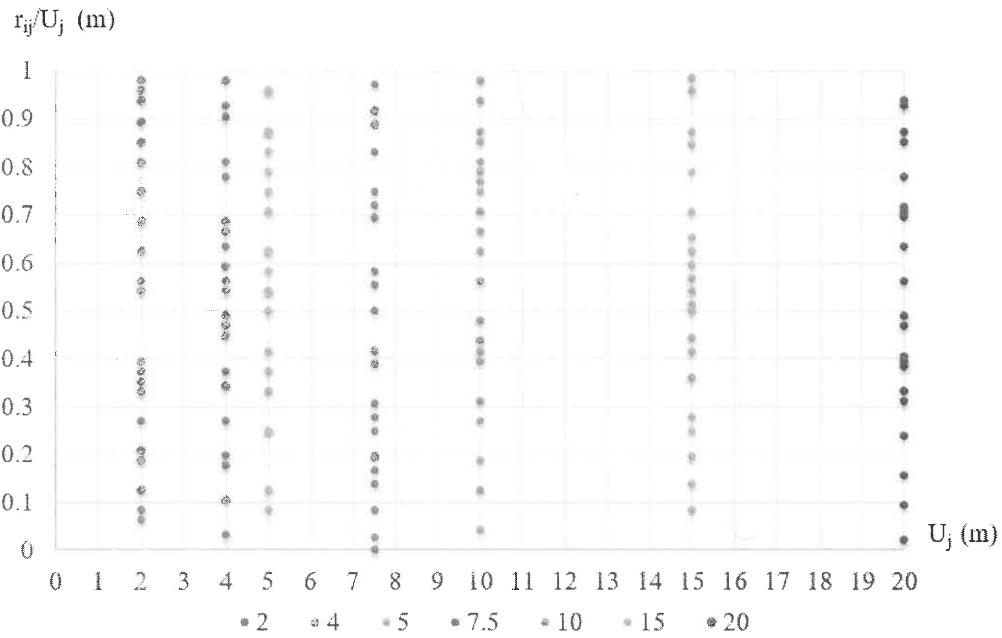


Figura 5.11: Distribución de cocientes de restos para diferentes instrumentos en una misma base de 7 pilares diseñada con $U=7,5$ m.

En la figura 5.12 se muestra la base diseñada para $U=10$ m, con valores de $A=10$ m, $B=10$ m y $C=220$ m.

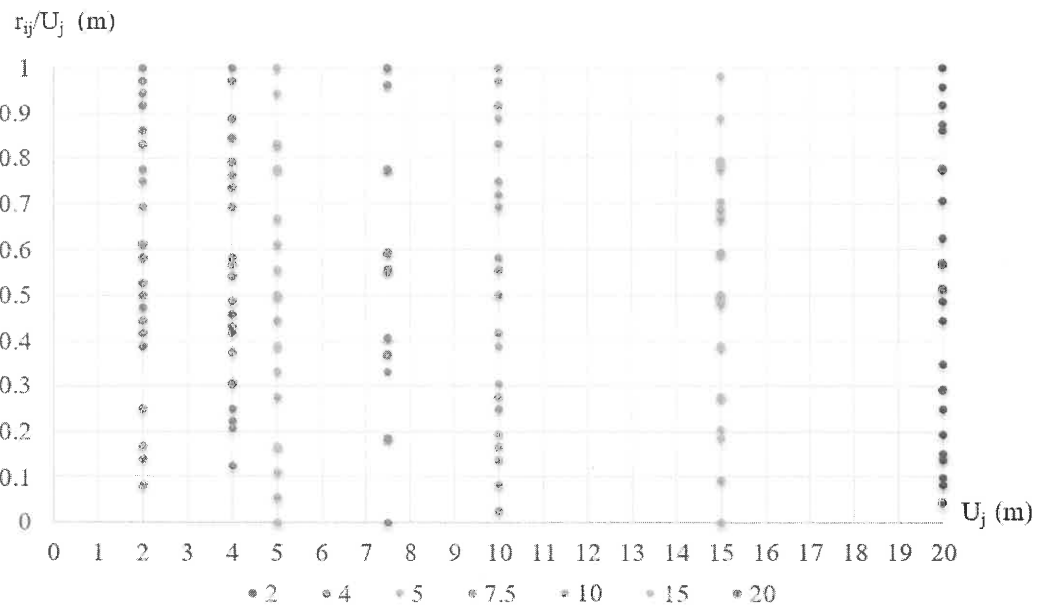


Figura 5.12: Distribución de cocientes de restos para diferentes instrumentos en una misma base de 7 pilares diseñada con $U=10$ m.

Valoración de los diseños

A partir de las gráficas de cocientes de restos normalizados se analizó qué diseño se adapta mejor al mayor número de equipos. Para esto se estableció un sistema de puntuaciones de 1 a 3.

Para cada instrumento con un valor U_j en particular se analiza en qué tipo de base tiene mejor distribución de restos. La puntuación 3 se obtiene cuando el equipo se utiliza en una base diseñada con un valor $U=U_j$. Luego se busca en que otra base se encuentra la segunda mejor distribución, y finalmente en qué diseño de base la tercera mejor. Con este análisis se elaboró la tabla 5.8.

Por ejemplo, para un equipo fabricado con $U_j=2$ metros (primera columna tabla 5.8) la mejor distribución se obtiene con una línea base diseñada con $U=2$ m. Observándose que las bases diseñadas con $U=7,5$ m y $U=4$ m también presentan distribuciones óptimas, pero con la pérdida de puntos, siendo mejor la primera. Para esto se analizó la distribución de puntos para el valor $U_j=2$ m en cada una de las gráficas (figura 5.8 a 5.12).

Está el caso de los valores U_j de 15 y 20 metros, los cuales no se utilizaron como parámetros de diseño para alguna base, ya que la longitud mínima en esos dos casos superaba los 300 m. De acuerdo con la tabla 5.8, si un instrumento tiene $U_j=15$ m, la mejor distribución de restos se obtiene con una línea base diseñada con $U=7,5$ m y se tendrán también buenos resultados con bases diseñadas con $U=10$ m y $U=5$ m. Para $U_j=20$ m el mejor resultado se dará con una base diseñada con $U=10$ m, luego para $U=5$ m y finalmente para $U=7,50$ m.

Tabla 5.8: Comparación de diseños a partir de la valoración de distribución de cocientes de restos.

		Unidad de medida del instrumento (U_j)						VALORACIÓN (SUMA)	
		2	4	5	7.5	10	15		20
Unidad de medida de diseño (U)	2	3	2	/	1	/	2	/	8
	4	1	3	1	2	/	/	/	7
	5	/	/	3	/	1	/	2	6
	7.5	2	1	/	3	2	3	1	12
	10	/	/	2	/	3	1	3	9

De ese modo, cada modelo de equipo (según su U_j) se analizó en los diferentes diseños de base Heerbrugg de siete pilares variando el parámetro de diseño U . Luego se sumaron los

puntajes por cada U de diseño (por fila) y se encontró que el mejor resultado se obtuvo para U de diseño de 7,5 m, 10 m y 2 m.

Selección de una línea base

Habiendo analizado las distintas alternativas, se valoran a continuación (tabla 5.9) las características de las líneas base diseñadas con unidades de medida de 2 m, 7,50 m y 10 m. En este caso, además de la adaptabilidad a instrumentos con U_j diferente a la de diseño, también se tuvieron en consideración la distancia más corta que pueda medirse (A) y la longitud total de la base (C). Estos dos últimos parámetros tienen relación directa con la representatividad estadística de la muestra que conforman las distancias que se midan en una base.

El diseño más conveniente se obtiene con una unidad de medida de diseño de 7,50 metros. En la tabla 5.9 se resume el análisis efectuado para llegar a esa conclusión, que se detalla a continuación:

- Longitud total de la línea base: El parámetro de diseño $U= 7,50$ m genera una longitud total de 277,50 m, este valor es el que más se aproxima a los 300 m deseables como distancia máxima.
- Distancia más corta: $A= 7,50$ m se considera más representativo que un valor de 10 m.
- Adaptación a otras unidades de medida: Como se discutió en la sección anterior, los mejores resultados se obtienen para el valor $U= 7,50$ m tomado como parámetro de diseño.

Tabla 5.9: Valoración final de las características de las líneas base consideradas.

Características analizadas	Valores de U de diseño (m)		
	2	7,50	10
Longitud total de la línea base (C)	272 m	277.50 m	220 m
Distancia más corta (A)	10 m	7,50 m	10 m
Adaptación a otras unidades de medida (valoración)	8	12	9

Por lo tanto, el valor de unidad de medida seleccionado es de 7,50 m y será utilizado como parámetros de diseño.

A este mismo resultado se arriba en el trabajo publicado por T. Fernández Pareja en la revista española de metrología e-medida nº 7 de diciembre de 2014:

“Los mejores resultados para los parámetros introducidos son aquéllos en los cuales $B=2A$, lo cual se cumple únicamente para $U=7,5$ m. En todos los demás casos, B es significativamente diferente a $2A$ ”.

En este trabajo de tesis, para los distintos diseños de líneas base estudiados, no se prioriza la condición $B=2A$, pese a que Rüeger lo menciona en su publicación de 1996. En las pruebas realizadas con diferentes modelos de líneas base, esta condición no fue determinante; como, por ejemplo:

$U_j=2$ m, con $A=6$ m, $B=12$ m y $C=218$ m resultó demasiado corta y la distribución de restos no se destacó sobre la alternativa planteada (figura 5.8) para este mismo valor de U como parámetro de diseño.

$U_j=4$ m, con $A=8$ m, $B=16$ m y $C=292$ m mostró ser menos compatible que la alternativa que fue antes analizada (figura 5.9) para ese mismo valor U_j .

Por lo tanto, en esta tesis se llega a la misma conclusión sobre la unidad de diseño de 7,50 m pero mediante criterios diferentes.

Diseño de Línea base alternativos.

Pueden existir cuestiones singulares que lleven a plantear parámetros de diseño (longitud, número de pilares y valor U) alternativos a los propuestos hasta aquí. En algunas zonas del país puede existir la necesidad de medir distancias mayores con las estaciones totales; donde no pueda emplearse GNSS, lo que implica elegir una distancia C_0 mayor a 300 m; o por lo contrario, distancias muy por debajo de los 300 m. Puede que una empresa tenga varios instrumentos de igual marca y modelo, todos con idéntico valor de unidad de medida y diferente a 7,50 m, y para su control interno desarrolle una línea base específica para sus equipos. Dentro de este mismo trabajo, como se verá en los siguientes capítulos, la necesidad de contar con una línea base transitoria, condujo a un diseño de 5 pilares, en lugar de 7. En las secciones precedentes se han analizado y fundamentado los criterios para la selección de los parámetros de diseño de líneas base, y al hacerlo, se ha creado la posibilidad de utilizar esos mismos criterios para adoptar valores alternativos.

Partiendo de las fórmulas del diseño de Heerbrugg, características como la máxima y mínima longitud de la línea, número de pilares y valor U de diseño podrán elegirse convenientemente, de modo que la base que se proyecte cumpla con el objetivo fijado.

Diseño de una Línea base particular.

Uno de los principales objetivos de esta tesis es establecer un diseño de línea base específico para ofrecer servicios de calibración desde el Grupo de Metrología del

Departamento de Agrimensura (FI-UNLP). Se presenta a continuación el diseño propuesto con el fin de brindar servicios de calibración a la región:

- Método de diseño: Heerbrugg
- Cantidad de pilares: 7
- Unidad de medida de diseño: 7,50 m
- Longitud total (C): 277,50 m
- Distancia más corta (A): 7,50 m

La longitud de cada sección se muestra en la figura 5.13 y las distancias que podrán medirse figuran en la tabla 5.10. La notación d_{ij} significa distancia entre el pilar i (i de 1 a 6) y el pilar j (j de 2 a 7).

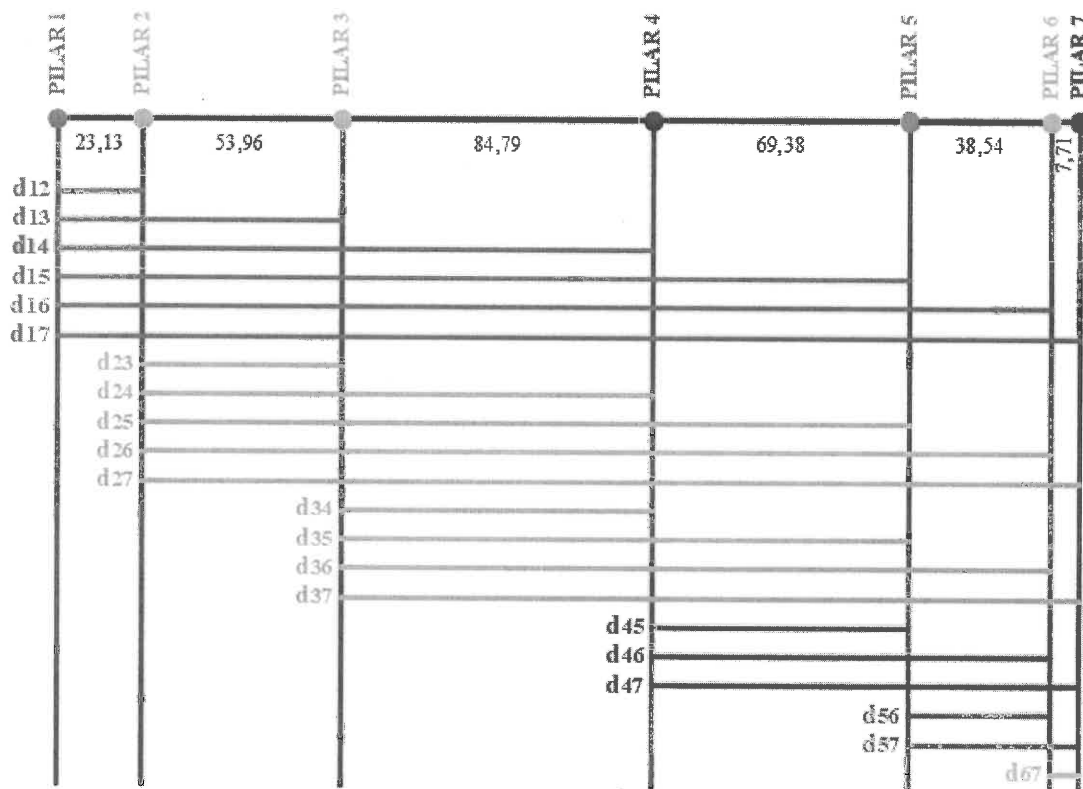


Figura 5.13: Esquema de la base proyectada. Se observa la separación (en metros) entre pilares y las 21 distancias que podrán ser observadas.

Las distancias:

$d_{12}= 23,13$ m, $d_{23}= 53,96$ m, $d_{34}= 84,79$ m, $d_{45}= 69,38$ m, $d_{56}= 38,54$ m y $d_{67}= 7,71$ m corresponden a la separación entre pilares consecutivos. Estos valores surgieron de aplicar el método de Heerbrugg.

Tabla 5.10: Distancias que podrán medirse en la línea base proyectada. Menor 7,71 m. Mayor 277,50 m.

Distancias		
Nº	Designación	Longitud (m)
1	d_{12}	23.13
2	d_{13}	77.08
3	d_{14}	161.88
4	d_{15}	231.25
5	d_{16}	269.79
6	d_{17}	277.50
7	d_{23}	53.96
8	d_{24}	138.75
9	d_{25}	208.13
10	d_{26}	246.67
11	d_{27}	254.38
12	d_{34}	84.79
13	d_{35}	154.17
14	d_{36}	192.71
15	d_{37}	200.42
16	d_{45}	69.38
17	d_{46}	107.92
18	d_{47}	115.63
19	d_{56}	38.54
20	d_{57}	46.25
21	d_{67}	7.71

En la figura 5.14 se encuentran ordenadas de menor a mayor longitud las 21 distancias de la línea base diseñada. Se puede apreciar la distribución uniforme de las distancias a lo largo de la longitud de la base.

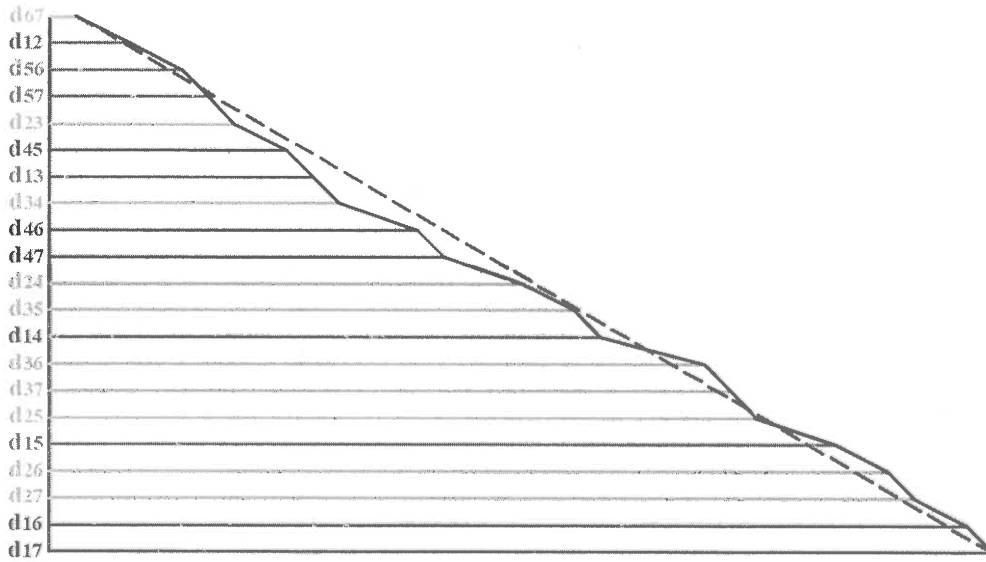


Figura 5.14: Distancias ordenadas de menor a mayor longitud.

Otra forma de ver la distribución de las distancias a lo largo de la longitud de la línea base es mediante un histograma (figura 5.15). Se crean intervalos de 50 m de ancho (salvo el último), en cada clase caen 3 o 4 distancias.

Las medidas calculadas para esta línea base son para el proyecto, al construirse los pilares pueden tolerarse algunos centímetros de diferencia sin que esto represente un problema. Las medidas definitivas de la base serán las que se obtengan al realizar su calibración. Esto es, cuando las distancias entre pilares sean medidas con un distanciómetro de alta precisión que posea un certificado de calibración.

Rango	Frecuencia
0 - 50	4
50 - 100	4
100 - 150	3
150 - 200	3
200 - 250	4
250 - 277.50	3
Total	21

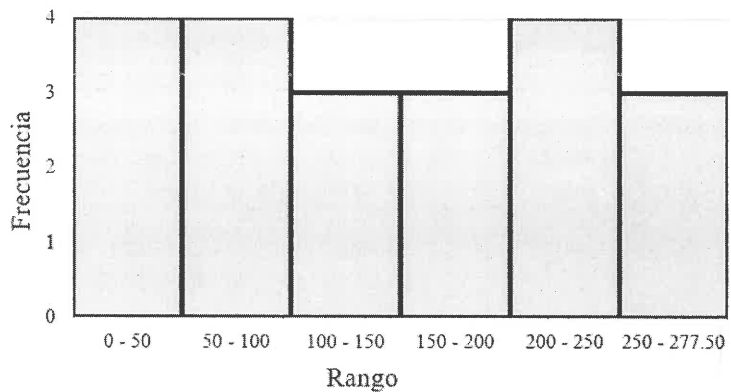


Figura 5.15: Distribución de las distancias en clase de 50 metros, en cada intervalo hay 3 o 4 elementos.

Calibración de la línea base

La calibración de la línea base implica que las distancias entre pilares sean medidas con un instrumento submilimétrico, con una precisión varias veces superior a los que se van a ensayar. A su vez, las medidas dadas por ese equipo deben ser trazables mediante una cadena ininterrumpida de documentos hasta la definición de la unidad patrón (metro).

Para este fin se prevé utilizar la estación total Leica TS60 del observatorio AGGO, con una precisión expresada por el fabricante de $0,6 \text{ mm} + 1,0 \text{ ppm}$. Este equipo posee un certificado de calibración confeccionado en el laboratorio de Calibración Acreditado SCS 0079 de la empresa Leica en Suiza.

Lugar de emplazamiento y diseño constructivo de los pilares

El lugar para la construcción de la línea base, así como el diseño de los pilares no son temas que se tratarán en esta tesis, por ello solamente se realiza una mera descripción de esto.

La construcción de la línea base requiere seleccionar un lugar adecuado que permita la extensión lineal de la misma, y además sea accesible y seguro. Este sitio debe estar lejos de fuentes de vibraciones como ferrocarriles e industrias. También es deseable que no haya obstáculos a los lados para posibilitar mediciones con instrumental GNSS (esto no es requisito para una base de calibración, pero posibilitaría otros usos para ésta).

El terreno deberá ser plano y horizontal para asegurar que no haya grandes desniveles entre pilares, además los pilares no deben ser una obstrucción para las líneas de visual, dado que estarán alineados. En caso de bases más largas se sugiere que el terreno tenga una suave concavidad.

El diseño constructivo de los pilares dependerá, entre otras cuestiones, de las características del suelo del sitio de emplazamiento. En general, los pilares deben tener una altura que asegure comodidad durante las mediciones y deben poseer mecanismos para fijar los sistemas de centrado forzoso.

También, es de gran importancia que los pilares que constituyen la línea base no esté cerca de estructuras que puedan influir en la trayectoria del haz por refracción lateral.

Orientación de la base.

La dirección de la base puede estar condicionada por el sitio de emplazamiento, dado su desarrollo lineal, podrá ubicarse en forma paralela a un camino, un electroducto, edificios, etc. Pero el sentido en que se mida deberá elegirse de acuerdo con la posición del sol, para

optimizar el trabajo es necesario trabajar con “sol de espalda”. Esta situación varía de acuerdo con la hora del día en que se realizan las mediciones.

Dada una dirección, existen dos sentidos para recorrerla; en una línea base se inicia midiendo desde el primer pilar (distancia 0) y siempre hacia adelante. Por ello, una vez seleccionado el lugar para emplazar para la línea base, deberá elegirse convenientemente el sentido en el que se medirá. Eligiendo, de esta manera, cuál de los extremos corresponderá al pilar 1, punto cero para las mediciones.

Conclusiones del capítulo V

En las secciones anteriores, se ha seleccionado y justificado un diseño específico de línea base. Uno de los objetivos futuros del Grupo de Metrología es construir esta línea base en alguna de las dependencias de la UNLP.

El desarrollo de un diseño de línea base particular es una de las líneas de trabajo trazadas para esta tesis. La otra vía de trabajo comprende un análisis minucioso de cada variable que interviene en el diseño de una base de calibración. De esta manera, podrán ser desarrollados diferentes diseños, adaptados a las características productivas de cada zona, basándose en la información generada en este trabajo.

Se pretende que todo el material generado con esta tesis sirva como punto de partida para aquellos interesados en desarrollar esta temática, teniendo en cuenta que en nuestro país y la región no se brindan los servicios de calibración de equipos MED debidamente.

El estudio de los antecedentes en esta temática permitió conocer los desarrollos que realizó el IGN (ex IGM) décadas atrás. Sin embargo, todos esos avances quedaron truncados debido a la falta de continuidad. En la actualidad, cualquier emprendimiento que se realice necesita partir desde cero, ya que toda esa infraestructura quedó obsoleta.

CAPÍTULO VI: PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN Y CÁLCULO

A continuación, se presentan los procedimientos de medición y cálculo que se aplicarán en la línea base definida previamente, especialmente diseñados para su implementación en la Facultad de Ingeniería de la UNLP. Estos métodos también pueden ajustarse para su empleo en otras bases con características distintas. Se han elaborado a partir de combinar la información de distintas fuentes bibliográficas, con la valiosa experiencia adquirida al utilizar la línea base de tres pilares en la Facultad de Ingeniería.

Procedimiento de medición

Se describen en esta sección los pasos a seguir para realizar las mediciones en la línea base con una estación total, con el objetivo de realizar la calibración de su distanciómetro MED.

Configuración del instrumento

La estación total debe configurarse de tal manera que no aplique ningún tipo de corrección; en otras palabras, debe estar en su configuración por defecto. Para ello, antes de comenzar con el procedimiento de medición, se debe consultar el manual del instrumento, el cual es proporcionado por el fabricante junto con el equipo. Si no se dispone del manual físico, este puede descargarse de la página oficial de la empresa que fabrica y/o comercializa el instrumento.

En general, esto implica configurar los parámetros ambientales, como temperatura, presión, humedad y altura respecto al nivel medio del mar (NMM), para que el valor de las correcciones aplicadas sea de 0 ppm. Es importante reiterar que, para realizar esta configuración, se deben seguir cuidadosamente las instrucciones dadas por el fabricante.

Se deberán tomar únicamente datos crudos, se aplicarán posteriormente las correcciones:

- Corrección por primera velocidad (K').
- Corrección de la constante aditiva (K). Solamente si el equipo cuenta con certificado de calibración.
- Corrección del error de escala. Solamente si el equipo cuenta con certificado de calibración.
- Reducción de las distancias al horizonte.

Estas correcciones serán aplicadas mediante cálculo en gabinete.

Los equipos MED ofrecen la posibilidad de configurar diversos modos de medición, adaptándose a las necesidades específicas del trabajo. Es factible buscar rapidez en las mediciones, lo que implicará una reducción en la precisión de las mismas. Por el contrario, si se busca mejorar la precisión, se puede optar por tomar más tiempo en realizar las mediciones.

Al medir en una línea base, con el objeto de calibrar un equipo, se debe elegir el modo más preciso, conocido como "modo fino". Con esta configuración, el instrumento realiza automáticamente un promedio de varias mediciones. El usuario tiene la posibilidad de seleccionar el número "n" de mediciones que se tomarán para dicho promedio.

Por lo general, los distanciómetros MED más comunes tienen una precisión milimétrica, proporcionando distancias con tres decimales. Sin embargo, cuando se trabaja en el "modo fino", debido a la realización del promedio de "n" observaciones, los resultados pueden obtenerse con un decimal adicional, lo que incrementa la precisión en la obtención de las mediciones.

La experiencia ha demostrado que un promedio de tres mediciones brinda un equilibrio óptimo entre precisión y rapidez. Por lo tanto, cada "medición simple" se llevará a cabo como un promedio de tres observaciones, calculado directamente por el instrumento y mostrado en pantalla.

Pruebas en la base corta FI-UNLP

Durante los trabajos en la base corta de tres pilares de la FI-UNLP, se llevaron a cabo ensayos con el objetivo de determinar el número más conveniente de repeticiones en las mediciones simples. Se realizaron pruebas incrementando gradualmente el número de mediciones que realiza el instrumento para calcular el promedio de una medida simple. Se pudo observar que el resultado de la medida se estabiliza después de tres repeticiones. Estas pruebas se hicieron tomando valores de $n=2$ hasta $n=8$, pero no se encontraron diferencias significativas en las comparaciones realizadas, luego de las tres repeticiones.

Es importante destacar que agregar mediciones adicionales implica un considerable aumento en el tiempo total requerido para el ensayo. Por lo tanto, se concluyó que tres repeticiones en la medición proporcionan resultados suficientemente precisos sin comprometer la eficiencia del proceso.

Medición de distancias

La estación total debe colocarse sobre el pilar 1 y se realizará el calado del instrumento en forma normal, tal como lo establece el manual del fabricante. Es conveniente realizar una evaluación previa del equipo para establecer que sus niveles de aire y su compensador funcionan correctamente.

Las mediciones se desarrollarán utilizando un único prisma reflector, si el usuario del instrumento utiliza varios, deberá elegir uno como referencia. Luego, de ser necesario, se podrán realizar mediciones extras para comparar las constantes aditivas de los otros prismas con la del que se utilizó como referencia.

Deberán colocarse la estación total sobre el primer pilar (distancia cero) y las bases nivelantes sobre los demás. El prisma se colocará sobre el pilar 2. Considérese que se utilizará un diseño de Heerbrugg. Para una línea base de n pilares, la estación total se colocará en los pilares 1, 2, ..., $n-1$. Mientras que el prisma se colocará en los pilares 2, 3, ..., n . Para el diseño seleccionado se contará con $n=7$ pilares. Los cambios de pilar de la estación total y del prisma reflector se realizarán utilizando el sistema de centrado forzoso de las bases nivelantes.

Cada distancia se medirá dos veces en CI (círculo izquierda) y otras dos en CD (círculo derecha), cuatro en total. Si bien no se miden ángulos, alternar entre las dos posiciones del anteojo obliga a realizar una nueva colimación previa a cada medida, consiguiendo la independencia de las mismas. Cada una de estas cuatro mediciones simples, se registrará en la planilla de forma individual, el promedio se realizará posteriormente en gabinete.

La estación total, para cada medición simple, mostrará en pantalla tres valores de distancia: la inclinada (euclídea), la reducida al horizonte (con pendiente igual a cero) y el desnivel entre estación total y prisma. La distancia necesaria para la calibración del equipo MED es la distancia inclinada. Se deberá consultar el manual del fabricante para conocer la forma en que el instrumento muestra las medidas. Además, se recomienda para cada medición simple, registrar los tres tipos de distancia.

Existe la posibilidad de almacenar las mediciones de distancias en la memoria interna del equipo. Aunque contar con una copia de seguridad de los datos es muy útil, es recomendable dar prioridad al registro manual en la planilla especialmente confeccionadas para este propósito.

Dado que la longitud de la línea base es corta, será suficiente con registrar la temperatura, presión y humedad una vez para cada distancia. Esto implica que, cada vez que se cambien la estación total o el prisma de pilar, se deberán tomar estos datos, conjuntamente con el horario de dicho registro.

Considerando una línea base de 7 pilares, la primera distancia que se registrará será la d_{12} , luego la d_{13} y así sucesivamente hasta la d_{17} . Luego, la estación total se cambiará al pilar 2 y se medirán las distancias d_{23} , d_{24} , ..., d_{27} . Se continuará avanzando de este modo hasta que la estación total se ubique sobre el pilar 6 y se mida y registre la distancia d_{67} .

Planillas de registro de observaciones

Las planillas utilizadas para registrar las observaciones deben tener espacios para todos los datos requeridos, no solamente las mediciones de distancia, sino también otra información: pilar de la estación, pilar del prisma, datos meteorológicos, características del instrumental, altura de instrumento y reflector, fecha y horario, etc. La configuración de la planilla debe permitir almacenar de forma clara y sencilla toda esta información evitando que queden datos sin registrar, o duplicación de estos.


 FACULTAD DE INGENIERÍA UNLP DPTO. AGRIMENSURA		Unidad de Trabajo en Medición Geometría Instrumental, Topografía Prof. Ing. "Gabriel Jesús Gómez"		ESTACIÓN TOTAL				Nº de Ensayo	
				Marca:					
				Modelo:					
				Número:					
EST. PILAR	REFLECTO PILAR	DISTANCIA HORARIO	MAGNITUD	REGISTRO DE MEDIDAS (m)				Observaciones	
				CI	CD	CI	CD		
1	2	1-2	S						
		HORA	H						
			V						
	3	1-3	S						
		HORA	H						
			V						
	4	1-4	S						
		HORA	H						
			V						
	5	1-5	S						
		HORA	H						
			V						
	5	1-6	S						
		HORA	H						
			V						
	7	1-7	S						
		HORA	H						
			V						
	Estación				Reflector				
	Modo de medición:				Marca:				
					Modelo:				
Con Prisma	Reflexión directa	Constante	Nº de serie:						
			Cte.:						
Operadores:						Fecha:			

Figura 6.1: Ejemplo de una planilla de campo para registro de observaciones en una línea base.

Antes de comenzar las mediciones, deben registrarse en la planilla la marca, modelo y número de serie de la estación total y el prisma reflector. Se registrará también la fecha,

nombre de los operadores, estado del clima, hora de inicio y finalización del trabajo. Además, deberá registrarse cualquier otro suceso que pueda tener incidencia sobre las mediciones (por ejemplo: cambios bruscos de la temperatura, vibraciones, etc.)

Cada pilar tendrá una marca de nivelación, las alturas de las marcas de todos los pilares estarán referidas a un único cero altimétrico. Deberán registrarse tanto la altura del instrumento como del prisma sobre estas marcas.

En la figura 6.1 se muestra un modelo de planilla en la que podrán registrarse las observaciones realizadas desde el pilar 1 de la base. Esa planilla se confeccionó para trabajar con una estación meteorológica que registra continuamente datos de temperatura del aire, presión atmosférica y humedad relativa, por lo tanto, solamente se anotará el horario en que se realiza cada medición (tercera columna).

Corrección de observaciones crudas

Las observaciones crudas deberán corregirse en gabinete por Primera velocidad K' a partir de los registros de temperatura, presión y humedad. En el manual del fabricante del equipo se puede encontrar la expresión que permite realizar este cálculo.

Luego, las distancias corregidas por K' deberán ser reducidas al horizonte. Para esto se trabajará con los desniveles entre los pilares y las alturas del instrumento y prisma reflector. Las distancias horizontales obtenidas son las que se utilizarán para calcular los parámetros de calibración.

Procedimiento de cálculo

La ecuación para las correcciones de un distanciómetro electroóptico con la que se trabajará es (capítulo III):

$$C_{MED} = K + E d + a \cos\left(\frac{2 \pi d}{U}\right) + b \operatorname{sen}\left(\frac{2 \pi d}{U}\right),$$

donde el error de ciclo se representa con una serie de Fourier de orden $n=1$.

Independientemente del tipo de notación utilizado anteriormente, por una cuestión de simplicidad, a partir de aquí se identificarán como d (minúscula) las distancias observadas ya corregidas y reducidas al horizonte, y como D (mayúscula) las distancias nominales. Entonces se puede expresar la relación:

$$C_{MED} = D - d,$$

siendo C_{MED} el valor que se le sumará a la distancia d para obtener para obtener el valor D libre de errores sistemáticos.

En la ecuación C_{MED} los parámetros de calibración son:

- K : constante aditiva,
- E : error de escala y
- a y b : coeficientes del error de ciclo expresado mediante una serie de Fourier de orden uno ($n=1$).

Un equipo ensayado puede estar afectado por alguno, todos o ninguno de estos errores sistemáticos.

Regresión lineal múltiple

Para el cálculo de los parámetros de calibración se utiliza una RLM (Regresión Lineal Múltiple), empleando el software R-project. Se conoce como R a un entorno y lenguaje de programación con un enfoque al análisis estadístico (<https://www.r-project.org/about.html>).

Considerando una muestra de n elementos, donde para cada uno se ha medido una variable dependiente y además de p variables independientes x_1, \dots, x_p . El i -ésimo elemento de la muestra tendrá el conjunto ordenado $(y_i, x_{1i}, \dots, x_{pi})$. Entonces, se puede ajustar al modelo de regresión múltiple (Navidi, 2006):

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_p x_{pi} + \varepsilon_i.$$

Aplicando un ajuste por medio de mínimos cuadrados se pueden determinar los estimadores de los coeficientes de la ecuación anterior:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \dots + \hat{\beta}_p x_p.$$

Se define \hat{y} como el resultado de y obtenido por el ajuste con mínimos cuadrados para los valores x (x_{1i}, \dots, x_{pi}).

Para analizar la significancia estadística de los coeficientes ajustados se realizan distintas pruebas estadísticas. Estas pruebas requieren que las observaciones estén normalmente distribuidas. Los estadísticos que más se utilizan en este tipo de ajustes son (Navidi, 2006):

- a) s^2 : estimador de la varianza del error,
- b) T_0 : para la prueba individual de cada coeficiente β_i ,
- c) R^2 : coeficiente de determinación y
- d) F_0 : prueba de significancia de la regresión.

a) Estimador de la varianza del error s^2 :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p - 1} = \frac{SSE}{n - p - 1},$$

donde SSE es la suma de los cuadrados del error. Si k representa la cantidad de coeficientes β_i a estimar, entonces:

$$p = k - 1.$$

El valor s^2 es la varianza de la RLM, además permite calcular el estimador de la varianza $s_{\hat{\beta}_i}^2$ de cada coeficiente de mínimos cuadrados $\hat{\beta}_i$.

b) Prueba individual de cada coeficiente β_i :

Cada coeficiente β_i puede ser probado de manera individual mediante el estadístico de prueba T, con distribución t de Student y con $n-p-1$ grados de libertad. Este estadístico es utilizado para probar la hipótesis nula que postula que el valor verdadero del coeficiente es igual a 0, de esta forma se analiza la importancia de cada coeficiente en el resultado \hat{y} . Para que cada elemento β_i se mantenga en el modelo de y_i debe poder rechazarse la hipótesis nula H_0 de las pruebas estadísticas individuales sobre ellos realizadas. Entonces, la hipótesis para la prueba de la significancia de cualquiera de los parámetros β_i es:

$$H_0: \beta_i = 0 \quad \text{contra} \quad H_1: \beta_i \neq 0.$$

Aceptar la hipótesis nula H_0 para un determinado coeficiente β_i implica que el término al que fue asignado debe eliminarse del modelo.

El estadístico de prueba T se calcula con la expresión:

$$T_0 = \frac{\hat{\beta}_i}{\sqrt{s_{\hat{\beta}_i}^2 C_{ii}}},$$

donde C_{ii} es el elemento de la diagonal de la matriz de covarianza de los coeficientes $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ que corresponde al elemento β_i . Siendo \mathbf{X} la matriz resultante del ajuste por mínimos cuadrados, tal como se plantea en las siguientes páginas. El subíndice 0 hace referencia a que se trabaja con la distribución nula del estadístico.

c) Coeficiente de determinación R^2 :

El estadístico R^2 mide la bondad del ajuste en una regresión lineal múltiple:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{SSR}{SST},$$

donde:

- y_i : i -ésima observación de la variable dependiente y ,
- \bar{y} : media de las observaciones y_i ,
- \hat{y}_i : resultado del ajuste para valores x (x_{1i}, \dots, x_{pi}),
- SSR : suma de los cuadrados de la regresión y
- SST : suma total de los cuadrados.

Los valores de R^2 cercanos a 1 o -1 indican una fuerte relación lineal, mientras que valores cercanos a 0 indican débil relación lineal. Este estadístico es el equivalente al coeficiente de correlación en una regresión lineal simple.

d) Prueba con estadístico F_0 :

También se aplica la prueba de significancia de la regresión mediante el análisis del estadístico F . Permite determinar si existe una relación lineal entre la variable de respuesta y con las variables de regresión x_i . Se utiliza la hipótesis nula H_0 , que postula que todos los coeficientes son igual a cero y la alternativa H_1 , que al menos uno de los coeficientes es distinto de cero:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots \beta_p = 0,$$

H_1 : al menos uno de los p coeficientes es distinto de cero.

Esta hipótesis establece que ninguna de las variables independientes tiene alguna relación lineal con la variable dependiente (Navidi, 2006). Esta hipótesis debe ser rechazada para aceptar los coeficientes dados por el ajuste de mínimos cuadrados. El estadístico de prueba que se utiliza es:

$$F_0 = \frac{\sum_{i=1}^n [(y_i - \bar{y})^2 - \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2] / p}{[\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2] / (n - p - 1)} = \frac{SSR/p}{SSE/(n - p - 1)}.$$

Para este estadístico F_0 su distribución nula es $F_{p,n-p-1}$.

Se rechazará H_0 si el valor calculado del estadístico de prueba de la ecuación anterior es mayor que $f_{\alpha,p,n-p-1}$, con p y $n-p-1$ grados de libertad, se utilizará un nivel de confianza $\alpha=0,05$.

Todos estos supuestos requieren que los errores ϵ_i estén normalmente distribuidos. Para efectuar esta comprobación suele ser útil realizar una gráfica de probabilidad normal de los residuos. Si se encuentra mayoritariamente la apariencia de una línea recta, se puede afirmar que los residuos tienen distribución normal. Es más sencillo suponer la normalidad cuando el número de observaciones es grande, pero cuando el número de observaciones es pequeño es más dificultoso detectar desviaciones de la normalidad (Navidi, 2006).

La ecuación para las correcciones C_{MED} se puede reescribir como:

$$v_i = K + E d_i + a \cos\left(\frac{2 \pi d_i}{U}\right) + b \operatorname{sen}\left(\frac{2 \pi d_i}{U}\right) + (D_i - d_i),$$

donde U es la unidad de medida del instrumento con que se realizaron las observaciones. Se denomina v_i al residuo de la i -ésima observación d_i . Estos residuos serán mínimos debidos al ajuste por “mínimos cuadrados”.

Comparando con la ecuación de la regresión lineal múltiple:

$$y = (D_i - d_i), \quad \beta_0 = K, \quad \beta_1 = E, \quad \beta_2 = a \quad y \quad \beta_3 = b.$$

La expresión matricial para las ecuaciones de observación será: $V = AX + L$.

Para n observaciones se tienen las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & d_1 & \cos\left(\frac{2 \pi d_1}{U}\right) & \operatorname{sen}\left(\frac{2 \pi d_1}{U}\right) \\ 1 & d_2 & \cos\left(\frac{2 \pi d_2}{U}\right) & \operatorname{sen}\left(\frac{2 \pi d_2}{U}\right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & d_n & \cos\left(\frac{2 \pi d_n}{U}\right) & \operatorname{sen}\left(\frac{2 \pi d_n}{U}\right) \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_n \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} K \\ E \\ a \\ b \end{pmatrix} \quad L = \begin{pmatrix} D_1 - d_1 \\ D_2 - d_2 \\ \dots \\ D_n - d_n \end{pmatrix}$$

Si fuese necesario utilizar una matriz de pesos P :

$$P = \begin{vmatrix} 1/\sigma_{d1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_{d2}^2 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sigma_{dn}^2 \end{vmatrix}$$

La precisión de medida de cada equipo MED es dada por el fabricante con una expresión del tipo:

$$[a \text{ (mm)} + b \text{ ppm}],$$

donde el término a se expresa en milímetros y es constante, mientras que el término b se expresa las partes en millón (ppm) de la distancia. Por ejemplo, un equipo con precisión:

$$\sigma = 2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm}.$$

En líneas de base cortas puede considerarse no aplicar esta ecuación debido a que todas las distancias tendrán precisiones muy similares.

La solución para las ecuaciones de observación aplicando mínimos cuadrados tienen la forma matricial (Ghilani, 2006):

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P L.$$

Ejemplo y validación del método de cálculo.

Con el objeto de validar la metodología de cálculo propuesta, se utilizarán datos publicados por “The Western Australian Land Information Agency” en la documentación adjunta del software “Baseline.exe” (Klinge, 1996). En la documentación que se descarga, una vez instalado el software, se publicaron algunos ejemplos de certificados de calibración.

Enlace de descarga (utilizado por última vez el 6 de noviembre de 2023):

<https://www.landgate.wa.gov.au/location-data-and-services/surveying/instrument-calibration/>

En la página 69 de ese documento, se brindan las medidas de referencia y las observaciones realizadas en la línea base de la Universidad de Curtin en Perth, Australia (figura 6.2).

El programa Baseline.exe permite calcular de forma automática los parámetros de calibración de un equipo MED que se use en alguna de las líneas base australianas. Solamente puede calcular con distancias de referencia de esas líneas base, no fue posible utilizarlo para

una línea base diferente. Este programa aplica un ajuste por mínimos cuadrados para obtener los parámetros de calibración de los equipos ensayados y utiliza pruebas estadísticas solamente para los coeficientes correspondientes al error de ciclo.

Appendix C (Page 15 of 20)



Department of Land Information
Government of Western Australia

Job Identification: Sample 2

EDM Calibration Report

This report has been generated by program Baseline Version 5.3.0.4, developed by the Western Australian Land Information Agency.
Use of this application elsewhere should rely on baseline distances certified by the relevant authority.

Date of Calibration:	20/01/2003	Computation Date:	21/11/2003
Instrument Operator:	Brian Hugessen	Computation Time:	15:47:52
Instrument Owner:	LANDGATE	Reflector Make:	Wild
EDM Instrument Make:	Sokkia	Reflector Model:	GPR 121
EDM Instrument Model:	2220	Serial Number:	121
EDM Serial Number:	33183	Reflector Constant:	0 mm

SUMMARY OF LINEAR MISCLOSES

PILLAR NUMBERS		FIXED	OBSERVED	MISCLOSE	A PRIORI
INSTR.	REFL.	DISTANCE (m)	DISTANCE (m)		STD. DEV. (m)
2	5	145.0469	145.0763	-0.0294	0.00070
2	6	279.3125	279.3439	-0.0314	0.00073
2	7	429.9861	430.0175	-0.0314	0.00078
2	8	451.0343	451.0634	-0.0291	0.00079
2	9	472.0428	472.0733	-0.0305	0.00080
2	10	493.0350	493.0669	-0.0319	0.00081
2	11	517.0232	517.0523	-0.0291	0.00082
2	12	539.9904	540.0219	-0.0315	0.00083
3	12	537.4920	537.5226	-0.0306	0.00083
3	11	514.5248	514.5571	-0.0323	0.00082
3	10	490.5366	490.5672	-0.0306	0.00081
3	9	469.5444	469.5757	-0.0313	0.00080
3	8	448.5359	448.5676	-0.0317	0.00079
3	7	427.4877	427.5170	-0.0293	0.00078
3	6	276.8141	276.8424	-0.0283	0.00073
3	5	142.5485	142.5775	-0.0290	0.00070

Figura 6.2: Baseline.exe reléase notes. Página 69. Distancias observadas y de referencia en la línea base Curtin.

De acuerdo con la figura 6.2, el instrumento ensayado en la línea base de Curtin, fue una estación total marca Sokkia (mod. 2220) con una unidad de medida $U=5$ m y una precisión para la medición de las distancias de $(2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm})$. Estos datos están disponibles en la misma publicación.

Las distancias observadas fueron corregidas por efectos atmosféricos y se redujeron al horizonte. Los resultados publicados en el mismo documento, para esas observaciones son los que se aprecian en la figura 6.3:

LEAST SQUARES ESTIMATED CALIBRATION PARAMETERS		
Parameter	Value	Std Dev
Index	-28.54 mm	0.44 mm
Scale	-4.60 ppm	0.99 ppm
1 - Cyclic	1.44 mm	0.24 mm
2 - Cyclic	-0.52 mm	0.16 mm
3 - Cyclic	-0.08 mm	0.20 mm
4 - Cyclic	-0.07 mm	0.21 mm

FULL INSTRUMENT CORRECTION IN MM (TO BE ADDED TO INSTRUMENT READING)		
$IC = -28.5 - 0.0046 D + 1.44 \sin(36D) - 0.52 \cos(36D)$ $- 0.08 \sin(72D) - 0.07 \cos(72D)$ $+ \text{Reflector Constant (mm)}$		
Where D = distance in metres and angles are in degrees		

Figura 6.3: Baseline.exe reléase notes. Página 70. Resultado del cálculo correspondiente a las distancias observadas en la base Curtin.

Es relevante destacar que el error de ciclo fue modelado matemáticamente mediante una serie de Fourier de grado $n=2$. Es llamativo observar los valores de los coeficientes, $-0,08$ mm y $-0,07$ mm, debido a que son notablemente pequeños para un equipo con una precisión de $2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm}$. Además, los valores de desviación estándar que les corresponden ($0,20$ mm y $0,21$ mm en la figura 6.3) tienen magnitudes que son varias veces mayores que las de los propios parámetros.

De esa publicación australiana, se tomaron las distancias de referencia y las observaciones, y se realizó un ajuste mediante una RLM para determinar si con esa metodología se llega a resultados similares. Se muestran a continuación las diferentes formas de cálculo probadas: modelando el error de ciclo con series de Fourier con grado $n=1$ y luego con $n=2$.

También se analizaron las diferencias en los resultados al utilizar una matriz de pesos.

En la tabla 6.1 se muestran las distancias con las que se trabajó.

Tabla 6.1: Distancias de referencia y observadas que se utilizan para la RLM. Valores publicados por "The Western Australian Land Information Agency".

D. Referencia (m)	D. Observada (m)
145.0469	145.0763
279.3125	279.3439
429.9861	430.0175
451.0343	451.0634
472.0428	472.0733
493.035	493.0669
517.0232	517.0523
539.9904	540.0219
537.492	537.5226
514.5248	514.5571
490.5366	490.5672
469.5444	469.5757
448.5359	448.5676
427.4877	427.517
276.8141	276.8424
142.5485	142.5775

Para este cálculo se utilizará la nomenclatura:

$$y = (D_i - d_i), \quad \beta_0 = K, \quad \beta_1 = E, \quad \beta_2 = a, \quad \beta_3 = b.$$

En la tabla 6.2 se encuentran los valores y , x_1 , x_2 y x_3 .

Tabla 6.2: Valores en metros para y , x_1 , x_2 y x_3 .

y (m)	x_1 (ppm)	x_2 (m)	x_3 (m)
-0.0294	0.000145	0.995407	0.095735
-0.0314	0.000279	0.678939	-0.73419
-0.0314	0.00043	0.999758	0.021989
-0.0291	0.000451	0.232345	0.972633
-0.0305	0.000472	-0.85965	0.510879
-0.0319	0.000493	-0.7568	-0.65364
-0.0291	0.000517	-0.84587	0.533384
-0.0315	0.00054	0.999621	0.027517
-0.0306	0.000538	-0.9996	-0.0284
-0.0323	0.000515	0.849075	-0.52827
-0.0306	0.000491	0.756557	0.653928
-0.0313	0.00047	0.861189	-0.50828
-0.0317	0.000449	-0.22721	-0.97385
-0.0293	0.000428	-0.99977	-0.02136
-0.0283	0.000277	-0.67755	0.735473
-0.029	0.000143	-0.99526	-0.09724

Los parámetros de la tabla 6.2 se obtuvieron con las expresiones:

$$y = (D_i - d_i),$$

$$x_1 = \frac{d_i}{1000000} \quad \text{para que el coeficiente } \beta_1 \text{ se obtenga en ppm,}$$

$$x_2 = \cos\left(\frac{2\pi d_i}{U}\right),$$

$$x_3 = \text{sen}\left(\frac{2\pi d_i}{U}\right) \text{ y}$$

$$U = 5 \text{ m.}$$

Cálculo con software R-project

El primer cálculo se realiza sin utilizar una matriz de pesos y empleando solamente dos coeficientes para el error de ciclo. Luego se comparan los resultados obtenidos con los publicados por la agencia australiana.

Se realiza el cálculo resolviendo el sistema de matrices y aplicando las herramientas del software R-project. Los resultados que se muestran fueron copiados y pegados directamente de la consola de este software.

Matriz A:

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]
[1,]	1	0.000145076	0.9954069	0.09573456
[2,]	1	0.000279344	0.6789392	-0.73419455
[3,]	1	0.000430018	0.9997582	0.02198938
[4,]	1	0.000451063	0.2323455	0.97263332
[5,]	1	0.000472073	-0.8596526	0.51087904
[6,]	1	0.000493067	-0.7568034	-0.65364254
[7,]	1	0.000517052	-0.8458731	0.53338423
[8,]	1	0.000540022	0.9996213	0.02751688
[9,]	1	0.000537523	-0.9995967	-0.02839618
[10,]	1	0.000514557	0.8490750	-0.52827237
[11,]	1	0.000490567	0.7565570	0.65392780
[12,]	1	0.000469576	0.8611895	-0.50828407
[13,]	1	0.000448568	-0.2272088	-0.97384606
[14,]	1	0.000427517	-0.9997718	-0.02136121
[15,]	1	0.000276842	-0.6775540	0.73547301
[16,]	1	0.000142578	-0.9952614	-0.09723549

Matriz L:

```
      [,1]
[1,] -0.0294
[2,] -0.0314
[3,] -0.0314
[4,] -0.0291
[5,] -0.0305
[6,] -0.0319
[7,] -0.0291
[8,] -0.0315
[9,] -0.0306
[10,] -0.0323
[11,] -0.0306
[12,] -0.0313
[13,] -0.0317
[14,] -0.0293
[15,] -0.0283
[16,] -0.0290
```

Se plantea la solución:

$$\mathbf{beta} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{L}$$

En R-project se ejecuta la sentencia (línea de código):

```
beta<-solve(t(A) %*% A) %*% t(A) %*% L
```

Obteniendo como resultado la matriz de coeficientes β_i :

```
      [,1]
[1,] -0.0285030776
[2,] -4.7252324939
[3,] -0.0005233581
[4,]  0.0014428093
```

Estos resultados se volcaron en la tabla 6.3.

Luego, se calculan las desviaciones estándar del ajuste y de los coeficientes con las siguientes sentencias:

```
#Cálculo de la desv. estándar.
```

```
betaT<- t(beta)
```

```
betaT
```

```
SSE <- t(L) %*% L - betaT %*% t(A) %*% L
```

```
SSE
```

```

n<-length(L); p<-length (beta)
n; p
MSE <- SSE/(n-p)
MSE # varianza
sigma<-sqrt(MSE) # desv. estándar
sigma

C<-solve(t(A) %*% A) #matriz de covarianza de los coeficientes
C

vbeta0<-MSE * C[1,1] #varianza de beta 0 (C)
vbeta0
sbeta0<-sqrt(vbeta0)
sbeta0

vbeta1<-MSE * C[2,2] #varianza de beta 1 (x1)
vbeta1
sbeta1<-sqrt(vbeta1)
sbeta1

vbeta2<-MSE * C[3,3] #varianza de beta 2 (x2)
vbeta2
sbeta2<-sqrt(vbeta2)
sbeta2

vbeta3<-MSE * C[4,4] #varianza de beta 3 (x3)
vbeta3
sbeta3<-sqrt(vbeta3)
sbeta3

```

Obteniéndose como resultados:

```

> sbeta0
      [,1]
[1,] 0.0004260734

> sbeta1
      [,1]
[1,] 0.9826341

```

```

> sbeta2<-sqrt(vbeta2)
> sbeta2
      [,1]
[1,] 0.0001510827

> sbeta3<-sqrt(vbeta3)
> sbeta3
      [,1]
[1,] 0.0002262857

```

En la tabla 6.3 se encuentran los resultados pasados en limpio:

Tabla 6.3: Resultados del ajuste por RLM.

Coefficiente	Desviación estándar
$\beta_0 = -28,50$ mm	$\sigma_{\beta_0} = 0,43$ mm
$\beta_1 = -4,73$ ppm	$\sigma_{\beta_1} = 0,98$ ppm
$\beta_2 = -0,52$ mm	$\sigma_{\beta_2} = 0,15$ mm
$\beta_3 = 1,44$ mm	$\sigma_{\beta_3} = 0,33$ mm

Pruebas estadísticas

Se realizaron las pruebas estadísticas para verificar si los coeficientes son significativos. Prueba de significancia de la regresión mediante el cálculo del estadístico F_0 :

```

SSR <- t(beta) %*% t(A) %*% L - (sum(L)^2)/n
SSR
k<-p-1
F0<-(SSR/k)/(SSE/(n-p)) #F-statistic
F0
1-pf(F0,k,(n-p)) #p-valor para esta prueba.

```

Obteniéndose:

```

> F0
      [,1]
[1,] 27.72087

> 1-pf(F0,k,(n-p)) #p-valor para esta prueba.
      [,1]
[1,] 1.113499e-05

```

Este estadístico de prueba debe ser mayor al cuantil del 95%, con $k=3$ y $(n-p)=12$ grados de libertad.

```

k<-p-1
k
qf<-qf(0.05,k,(n-p))
qf

> qf
[1] 0.1143558

```

Dado que $F_0 = 27,72$ es mayor al cuantil del 95% $qf = 0,11$ se rechaza la hipótesis nula H_0 que afirma que los coeficientes son iguales a cero. Se puede llegar a la misma conclusión analizando el p-valor, al ser $1,11 \times 10^{-5}$ menor a $0,05$ también puede ser rechazada la hipótesis nula.

Además, deben realizarse pruebas independientes sobre los coeficientes de manera individual utilizando el estadístico T_0 .

Prueba individual sobre el coeficiente de la regresión β_1 :

```

t0<-beta [1] / sbeta0
t0
2*pt(t0,(n-p)) #p-valor

```

Resultando:

```

> t0
      [,1]
[1,] -66.89711
> 2*pt(t0, (n-p))
      [,1]
[1,] 8.260984e-17

```

Debe obtenerse el cuantil del 95% para $(n-p)=12$ grados de libertad

```

qt<-qt(0.975,(n-p))
qt
> qt
[1] 2.178813

```

Debido a que $t_0 = -66,89$ es mayor (valor absoluto) al cuantil $2,17$ se rechaza la hipótesis nula H_0 que postula que el coeficiente β_0 es igual a cero. También se puede afirmar los mismo usando el p-valor $8,26 \times 10^{-17}$ menor a $0,05$.

Se realiza el mismo procedimiento para los demás coeficientes, resultando:

```

> t1
      [,1]
[1,] -4.808741
> 2*pt(t1, (n-p)) #p-valor
      [,1]
[1,] 0.000427138

```

```

> t3
      [,1]
[1,] -3.46405
> 2*pt(t2, (n-p)) #p-valor
      [,1]
[1,] 0.004682051
      [,1]
[1,] 6.376051
> 2*(1-pt(t3, (n-p))) #p-valor
      [,1]
[1,] 3.525321e-05

```

En todos los casos puede rechazarse que los coeficientes sean igual a cero, analizados en forma independiente. Es decir, se puede aceptar un modelo matemático C_{MED} para las correcciones con los cuatro parámetros obtenidos, y sus desviaciones estándar. Este mismo cálculo se puede realizar en R-project pero sin la necesidad de escribir cada una de las líneas de comando, mediante la opción *lm* (linear model). Este comando realiza de forma automática todos los cálculos que se realizaron paso a paso anteriormente.

Función *lm* de R-project

La función *lm* de R se usa para ajustar un modelo de regresión lineal simple o múltiple. Obteniéndose de forma rápida tanto los coeficientes de la regresión como los estadísticos de prueba requeridos, sin la necesidad de escribir todas las sentencias dadas anteriormente. Previamente deben cargarse los datos:

	y	x1	x2	x3
1	-0.0294	0.000145076	0.9954069	0.09573456
2	-0.0314	0.000279344	0.6789392	-0.73419455
3	-0.0314	0.000430018	0.9997582	0.02198938
4	-0.0291	0.000451063	0.2323455	0.97263332
5	-0.0305	0.000472073	-0.8596526	0.51037904
6	-0.0319	0.000493067	-0.7568034	-0.65364254
7	-0.0291	0.000517052	-0.8458731	0.53338423
8	-0.0315	0.000540022	0.9996213	0.02751688
9	-0.0306	0.000537523	-0.9995967	-0.02839618
10	-0.0323	0.000514557	0.8490750	-0.52827237
11	-0.0306	0.000490567	0.7565570	0.65392780
12	-0.0313	0.000469576	0.8611895	-0.50828407
13	-0.0317	0.000448568	-0.2272088	-0.97384606
14	-0.0293	0.000427517	-0.9997718	-0.02136121
15	-0.0283	0.000276842	-0.6775540	0.73547301
16	-0.0290	0.000142578	-0.9952614	-0.09723549

Luego simplemente se ejecuta la sentencia:

```

beta <- lm(y~x1+x2+x3)
summary(beta)

```

Los resultados se brindan inmediatamente:

```

Coefficients:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.0285031  0.0004261 -66.897 < 2e-16 ***
x1           -4.7252325  0.9826341  -4.809 0.000427 ***
x2           -0.0005234  0.0001511  -3.464 0.004682 **
x3            0.0014428  0.0002263   6.376 3.53e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.0004975 on 12 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8739,    Adjusted R-squared:  0.8424
F-statistic: 27.72 on 3 and 12 DF,  p-value: 1.113e-05

```

La primera columna “Estimate” muestra los coeficientes, la segunda columna “Std. Error” cada desviación estándar, la tercera columna “t value” muestra el estadístico T_0 de cada coeficiente y la cuarta columna “Pr (> | t |)” los p-valores correspondientes.

Además, se calcula la desviación estándar del ajuste 0,0004975 m. El coeficiente de regresión R^2 0,8739. El estadístico $F_0 = 27,72$ con su respectivo p-valor de $1,11 \times 10^{-5}$.

Utilizando esta herramienta de R-project se puede simplificar sustancialmente el cálculo, dado que no es necesario escribir todas las líneas de comando.

Comparación de resultados

Se muestran los resultados publicados en la documentación del software Baseline, obtenidos con dicho programa. Y los resultados obtenidos con la RLM (regresión lineal múltiple) aplicando R-project (tabla 6.4).

Tabla 6.4: Comparación de resultados.

	Baseline		RLM R-project	
	Coefficientes	Desv. Estándar	Coefficientes	Desv. Estándar
K (mm)	-28.54	0.44	-28.51	0.43
E (ppm)	-4.60	0.99	-4.70	1.00
a_1 (mm)	-0.52	0.16	-0.51	0.15
b_1 (mm)	1.44	0.24	1.46	0.23
a_2 (mm)	-0.07	0.21	-	-
b_2 (mm)	-0.08	0.20	-	-

Partiendo de que el instrumento ensayado tiene una precisión $\pm 2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm}$, se puede afirmar que los resultados obtenidos con la RLM aplicando R-project son equivalentes a los que se publicaron para el software Baseline.exe.

Distribución de los residuos

A partir de un gráfico Q-Q se analiza la distribución de los residuos. En la figura 6.4 puede ser apreciado el gráfico de probabilidad normal de los residuos de la RLM realizada con la sentencia $lm(y \sim x1 + x2 + x3)$. Si bien hay algunos puntos, como los identificados como 5, 7 y 14 en la figura, que se apartan de la línea recta, puede ser supuesta una distribución normal.

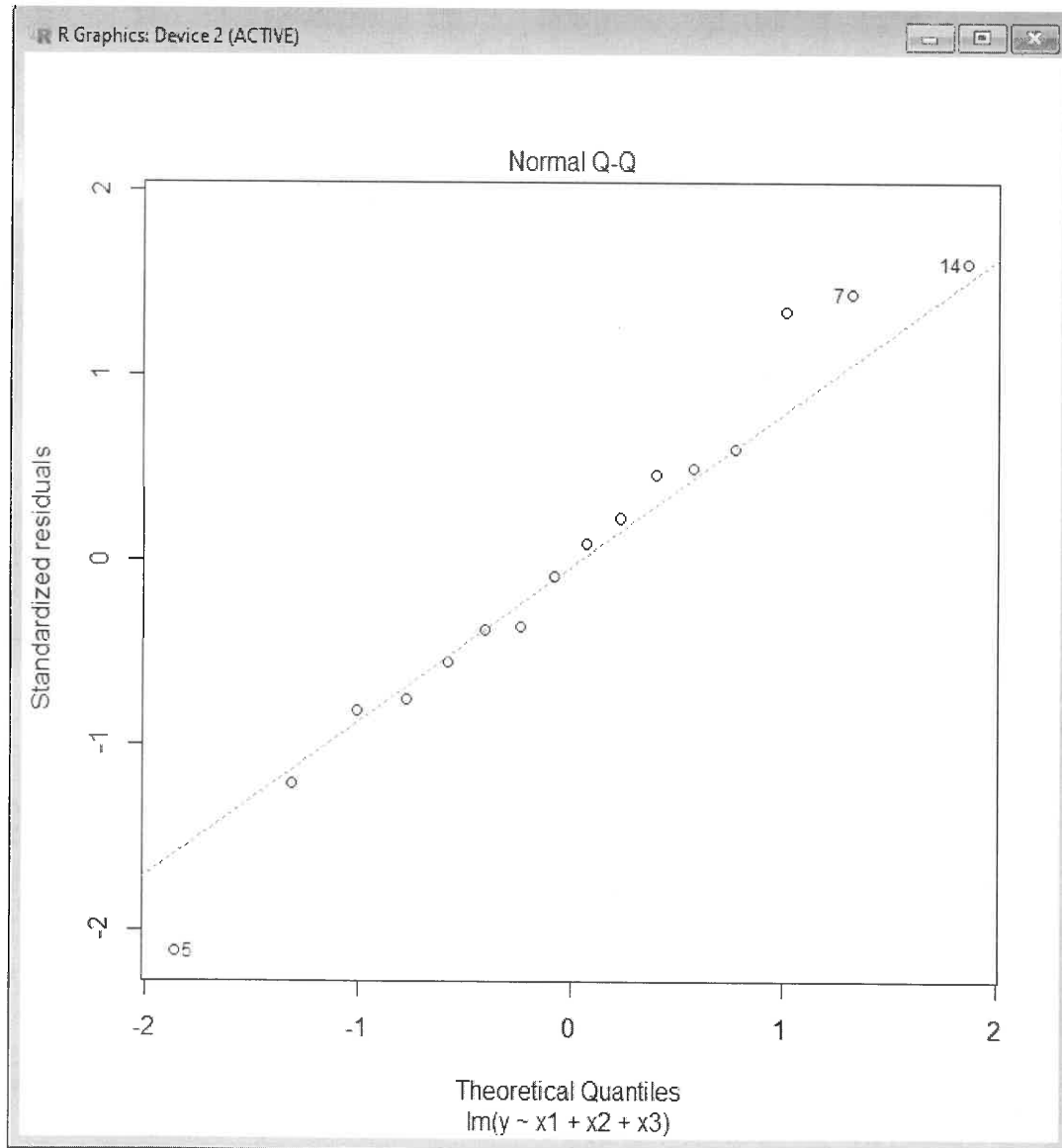


Figura 6.4: Gráfico de probabilidad normal. Este gráfico es de ayuda para determinar si los residuos siguen o no la distribución normal supuesta. Si los residuos siguen una distribución normal, los puntos se encontrarán aproximadamente a lo largo de una línea recta.

Cálculo con el error de ciclo expresado con una serie de Fourier de grado n=2

A continuación, se aplica nuevamente la función `lm` de R-project a los datos de la base de Curtin, pero utilizando cuatro coeficientes para el error de ciclo. Se analizará si esta modificación mejora los resultados.

Se incorporan las variables independientes:

$$x4 = \cos\left(\frac{4\pi d_i}{U}\right),$$

$$x5 = \text{sen}\left(\frac{4\pi d_i}{U}\right).$$

En este caso los datos para el cálculo serán:

	y	x1	x2	x3	x4	x5
1	-0.0294	0.000145076	0.9954069	0.09573456	0.98166979	0.19058969
2	-0.0314	0.000279344	0.6789392	-0.73419455	-0.07808326	-0.99694684
3	-0.0314	0.000430018	0.9997582	0.02198938	0.99903294	0.04396812
4	-0.0291	0.000451063	0.2323455	0.97263332	-0.89203115	0.45197393
5	-0.0305	0.000472073	-0.8596526	0.51087904	0.47800521	-0.87835700
6	-0.0319	0.000493067	-0.7568034	-0.65364254	0.14550286	0.98935783
7	-0.0291	0.000517052	-0.8458731	0.53338423	0.43100253	-0.90235072
8	-0.0315	0.000540022	0.9996213	0.02751688	0.99848564	0.05501292
9	-0.0306	0.000537523	-0.9995967	-0.02839618	0.99838731	0.05676946
10	-0.0323	0.000514557	0.8490750	-0.52827237	0.44185661	-0.89708589
11	-0.0306	0.000490567	0.7565570	0.65392780	0.14475686	0.98946726
12	-0.0313	0.000469576	0.8611895	-0.50828407	0.48329461	-0.87545778
13	-0.0317	0.000448568	-0.2272088	-0.97384606	-0.89675229	0.44253287
14	-0.0293	0.000427517	-0.9997718	-0.02136121	0.99908740	0.04271266
15	-0.0283	0.000276842	-0.6775540	0.73547301	-0.08184110	-0.99664539
16	-0.0290	0.000142578	-0.9952614	-0.09723549	0.98109052	0.19354947

Y se ejecuta la sentencia:

```
beta <- lm(y~x1+x2+x3+x4+x5)
summary(beta)
```

Los resultados obtenidos son los siguientes:

```

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -2.851e-02  4.814e-04 -59.218 4.58e-14 ***
x1           -4.712e+00  1.071e+00  -4.399 0.001337 **
x2           -5.233e-04  1.635e-04  -3.201 0.009483 **
x3            1.443e-03  2.449e-04   5.891 0.000153 ***
x4           -3.669e-05  2.207e-04  -0.166 0.871302
x5           -9.605e-05  2.002e-04  -0.480 0.641777
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.0005385 on 10 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8769,    Adjusted R-squared:  0.8154
F-statistic: 14.25 on 5 and 10 DF,  p-value: 0.0002816

```

Los primeros cuatro coeficientes variaron levemente y siguen siendo significativos. Pero los regresores β_4 y β_5 no superan la prueba t-student, en ambos casos los p-valores son mayores a 0,05, esto implica que se cumple en cada uno de ellos la hipótesis nula H_0 que postula que:

$$H_0: \beta_4 = 0,$$

$$H_0: \beta_5 = 0.$$

Si se comparan estos resultados con los publicados para la solución con Baseline.exe se encuentran algunas diferencias para β_4 y β_5 . Para ambas soluciones (tabla 6.5), Baseline.exe y RLM con R-projet, las magnitudes de los regresores β_4 y β_5 son menores a las magnitudes de sus respectivas desviaciones estándar.

Tabla 6.5: Comparación de resultados.

	Baseline		RLM R-project	
	Coefficientes	Desv. Estándar	Coefficientes	Desv. Estándar
K (mm)	-28.54	0.44	-28.51	0.48
E (ppm)	-4.60	0.99	-4.71	1,07
a_1 (mm)	-0.52	0.16	-0.52	0.16
b_1 (mm)	1.44	0.24	1.44	0.24
a_2 (mm)	-0.07	0.21	-0.04	0.22
b_2 (mm)	-0.08	0.20	-0.10	0.20

Se puede apreciar que con esos datos no se pueden calcular los coeficientes a_2 y b_2 del error de ciclo, por lo tanto, debe expresarse con un orden $n=1$. La metodología de cálculo aquí adoptada, mediante una RLM, difiere del método empleado por el programa

Baseline.exe en cuanto a la forma de expresar el error de ciclo, ya que los coeficientes β_4 y β_5 deben ser rechazados.

Cálculo con ponderación de las observaciones

A partir de la desviación estándar dada por el fabricante del equipo para la medición electrónica de distancias de (2mm + 2 ppm), se puede construir la matriz de pesos **P**:

```

> P
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [,9] [,10] [,11] [,12]
[1,] 190265.1 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
[2,] 0.0 152744.4 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
[3,] 0.0 0.0 122252.4 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
[4,] 0.0 0.0 0.0 118731.8 0.0 0.0 0.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
[5,] 0.0 0.0 0.0 0.0 115366.9 0.0 0.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
[6,] 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 112145.4 0.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
[7,] 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 108627.3 0.0 0 0.0 0.0 0.0
[8,] 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 105411.1 0 0.0 0.0 0.0
[9,] 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 105754 0.0 0.0 0.0
[10,] 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0 108985.5 0.0 0.0
[11,] 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0 0.0 112521.9 0.0
[12,] 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0 0.0 0.0 115759.4
[13,] 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
[14,] 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
[15,] 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
[16,] 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
      [,13] [,14] [,15] [,16]
[1,] 0.0 0 0.0 0
[2,] 0.0 0 0.0 0
[3,] 0.0 0 0.0 0
[4,] 0.0 0 0.0 0
[5,] 0.0 0 0.0 0
[6,] 0.0 0 0.0 0
[7,] 0.0 0 0.0 0
[8,] 0.0 0 0.0 0
[9,] 0.0 0 0.0 0
[10,] 0.0 0 0.0 0
[11,] 0.0 0 0.0 0
[12,] 0.0 0 0.0 0
[13,] 118141.3 0 0.0 0
[14,] 0.0 122201 0.0 0
[15,] 0.0 0 153343.5 0
[16,] 0.0 0 0.0 191500
  
```

La matriz P de 16 filas por 16 columnas tiene en su diagonal los términos $\frac{1}{\sigma^2}$ de cada distancia observada.

Se calcula para un error de ciclo representado por una serie de Fourier de grado n=1.

Se resuelve:

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P L.$$

Los resultados obtenidos son lo que se encuentran en la tabla 6.6.

Tabla 6.6: Resultados de la RLM calculada con ponderación de los datos y un error de ciclo representado por una serie de Fourier de grado $n=1$.

Coefficiente	Desviación estándar
$\beta_0 = -28,51$ mm	$\sigma_{\beta_0} = 0,43$ mm
$\beta_1 = -4,70$ ppm	$\sigma_{\beta_1} = 1,00$ ppm
$\beta_2 = -0,51$ mm	$\sigma_{\beta_2} = 0,15$ mm
$\beta_3 = 1,46$ mm	$\sigma_{\beta_3} = 0,23$ mm

Las pruebas estadísticas de F_0 y de T_0 individuales fueron superadas.

Para la muestra que constituyen las distancias observadas en la línea base de Curtin incorporar al cálculo la matriz de pesos no modifica, a los efectos prácticos, los resultados e implica aumentar el trabajo de procesamiento y cálculo.

Se calcula nuevamente aplicando la matriz de peso, pero en esta oportunidad para un error de ciclo representado por una serie de Fourier de grado $n=2$. Los resultados obtenidos son los volcados en la tabla 6.7:

Tabla 6.7: Resultados de la RLM calculada con ponderación de los datos y un error de ciclo representado por una serie de Fourier de grado $n=2$.

Coefficiente	Desviación estándar
$\beta_0 = -28,51$ mm	$\sigma_{\beta_0} = 0,48$ mm
$\beta_1 = -4,71$ ppm	$\sigma_{\beta_1} = 1,07$ ppm
$\beta_2 = -0,51$ mm	$\sigma_{\beta_2} = 0,16$ mm
$\beta_3 = 1,46$ mm	$\sigma_{\beta_3} = 0,24$ mm
$\beta_4 = -0,03$ mm	$\sigma_{\beta_4} = 0,22$ mm
$\beta_5 = -0,08$ mm	$\sigma_{\beta_5} = 0,20$ mm

Los coeficientes β_4 y β_5 no superan las respectivas pruebas de T_0 , tal como sucedió para el cálculo sin matriz de pesos.

Análisis de resultados

En la tabla 6.8 se pueden apreciar las correcciones y distancias corregidas aplicando la fórmula para correcciones IC publicada en la documentación del software Baseline.exe, y los mismos resultados para la fórmula de corrección C_{MED} obtenida con la RLM. Las distancias deben pertenecer al intervalo de las distancias observadas en la base.

Función de corrección de observaciones C_{MED} (resultado en mm) con coeficientes calculados por RLM usando R-project :

$$C_{MED} = -28,50 - 0,0047 d - 0,52 \cos \left(\frac{2 \pi d_i}{U} \right) + 1,44 \operatorname{sen} \left(\frac{2 \pi d_i}{U} \right).$$

La fórmula equivalente obtenida con Baseline.exe puede encontrarse en la figura 6.3.

Tabla 6.8: Correcciones y distancias corregidas obtenidas con las dos expresiones.

d (m)	C_{MED} (mm)		Diferencias (mm)	Distancias corregidas (m)	
	Baseline	RLM R-project		Baseline	RLM R-project
200.000	-30.05	-29.97	0.08	199.970	199.970
300.000	-30.51	-30.44	0.07	299.970	299.970
400.000	-30.97	-30.91	0.06	399.969	399.969
500.000	-31.43	-31.39	0.04	499.969	499.969

En la tabla 6.8 las distancias se expresan al milímetro porque el equipo utilizado tiene una precisión de (2 mm + 2 ppm) por lo tanto el cuarto decimal no puede asegurarse. En dicha tabla, se calcularon las correcciones para distancias de 200, 300, 400 y 500 metros, todas dentro del rango de validez de los coeficientes. Las diferencias encontradas entre ambas soluciones son menores a una décima de milímetro. En las últimas dos columnas se encuentran las distancias ya corregidas, expresadas al milímetro (tres decimales), y no se encuentran diferencias en los resultados.

Aplicando una RLM y utilizando las distintas pruebas estadísticas indicadas, trabajando con el programa R-project, es posible calcular los parámetros de calibración de un equipo MED ensayado. Además, es posible obtener los correspondientes valores de incertidumbre tipo A representados en la desviación estándar experimental de cada coeficiente. El proceso de cálculo se simplifica notablemente utilizando la función lm de R-project:

$$lm(y \sim x1 + x2 + x3).$$

Esta función realiza de forma automática el ajuste por mínimos cuadrados y el cálculo de:

- los coeficientes β_i ,
- la desviación estándar del ajuste,
- la desviación estándar de cada coeficiente estimado,
- el coeficiente de regresión,
- los estadísticos de prueba y sus p-valores.

Es suficiente con ejecutar la línea de comando $lm(y\sim)$ para que el programa calcule todos esos elementos.

La cantidad de regresores utilizados en el ajuste se deberá analizar y definir en cada caso. La versatilidad de R-project permite calcular rápidamente diferentes modelos y analizar la mejor solución a través de las pruebas estadísticas. Debe considerarse que la significancia de los regresores para el error de ciclo tiene directa relación con la compatibilidad que exista entre un equipo en particular y la línea base utilizada.

Para el tipo de línea base que se está proyectando, con distancias dentro del rango corto, introducir una matriz de peso implica invertir más tiempo en la preparación de los datos para el cálculo y no arrojará un cambio significativo en los resultados. En el ejemplo utilizado de la línea base de Curtin las distancias observadas se encontraban entre los 145 m y los 540 m, casi 400 m de diferencia y la ponderación de observaciones no modificó significativamente los resultados. En una línea base de menos de 300 m, destinada a la calibración de distanciómetros electrónicos de uso topográfico, se puede considerar el uso o no de la matriz de pesos, analizando si realmente contribuye a mejorar el resultado.

Incertidumbre en la medición de distancias

Tal como se ha mencionado en varias oportunidades, en la actualidad cuando se habla de medición electrónica de distancias, en el ámbito de la Agrimensura y de la Ingeniería se hace referencia esencialmente a los distanciómetros electroópticos de las estaciones totales. Los fabricantes de estos instrumentos normalmente expresan la precisión de estos equipos, para la medición de distancias, mediante la desviación estándar:

$$\sigma_D = a + b \cdot D .$$

El valor a se expresa en milímetros e incluye las fuentes de incertidumbre que no dependen de la distancia, como la precisión de lectura del equipo MED, la amplitud del error cíclico corto (para medición por diferencia de fase), la precisión de la constante aditiva y la precisión en la determinación de la distancia.

La parte b de la incertidumbre en un distanciómetro depende fundamentalmente de la precisión con que se determina el índice de refracción del medio y de la precisión de la frecuencia (precisión de la unidad de medida utilizada). Como el índice de refracción se calcula a partir de mediciones de Temperatura, Presión y Humedad, las incertidumbres de estas determinaciones atmosféricas formarán parte de b .

Estas fuentes de incertidumbre pueden ser de Tipo A o de Tipo B.

Los fabricantes de equipos aplican generalmente la norma ISO 17123 parte 4 para brindar la precisión de sus distanciómetros electrónicos. Esto se informa en las especificaciones técnicas de los instrumentos.

Fuentes de incertidumbre consideradas en la norma ISO 17123-4:2012

De acuerdo con la última edición (año 2012) de la norma ISO 17123-4, la precisión de un distanciómetro se compone de las fuentes de incertidumbre detalladas en la tabla 6.9.

Tabla 6.9: Fuentes de incertidumbre presentes en la medición electrónica de distancias de acuerdo con la norma ISO 17123-4:2012.

Fuentes de incertidumbre	Evaluación	Distribución
I. del equipo		
$\mu_{ISO-EDM}$: Precisión de la medición de distancias.	Tipo A	normal
$\mu_{\beta 0}$: Precisión de la constante K.	Tipo A	normal
μ_f : Precisión de la frecuencia modulada del equipo MED.	Tipo B	normal
II. de la atmósfera		
μ_T : Temperatura.	Tipo B	normal
μ_P : Presión.	Tipo B	normal
μ_H : Humedad relativa.	Tipo B	normal
III. del centrado		
μ_e : Excentricidad del instrumento.	Tipo B	rectangular
μ_r : Excentricidad del reflector.	Tipo B	rectangular
IV. de lectura		
μ_{rf} : Error de redondeo del instrumento.	Tipo B	rectangular

La incertidumbre $\mu_{ISO-EDM}$ se obtiene ajustando por mínimos cuadrados las distancias observadas, según el procedimiento completo establecido en esta norma ISO:

$$\mu_{ISO-EDM} = s_0 \cdot$$

Para el tipo de procedimiento de calibración propuesto aquí, se determinarán otras fuentes de incertidumbre, además de las ya indicadas. Independientemente de que la norma ISO no los contemple, deberán considerarse los componentes de incertidumbre Tipo A del error de escala y de los coeficientes para el error de ciclo, obtenidos en la RLM. También debe considerarse la incertidumbre del equipo utilizado para medir las distancias nominales.

En lo siguiente se analizan las fuentes de incertidumbre que se considerarán en este trabajo, tomando como base las postuladas por la norma ISO 17123-4:2012.

Incertidumbre de medida del equipo MED (s_0)

Se calcula la incertidumbre de medida del equipo (s_0) aplicando el procedimiento completo de la norma ISO 17123-4:2012.

Dado que la mayoría de las distancias fueron medidas en forma directa y a su vez también por partes, de acuerdo con la citada norma puede utilizarse el sistema de ecuaciones (para 7 puntos):

$$\begin{aligned}x_{1-2} + r_{1-2} &= 1 \cdot y_{1-2} + 0 \cdot y_{2-3} + \dots + 0 \cdot y_{6-7} - 1 \cdot \delta \\x_{1-3} + r_{1-3} &= 1 \cdot y_{1-2} + 1 \cdot y_{2-3} + \dots + 0 \cdot y_{6-7} - 1 \cdot \delta \\&\cdot \\&\cdot \\&\cdot \\x_{6-7} + r_{6-7} &= 0 \cdot y_{1-2} + 0 \cdot y_{2-3} + \dots + 1 \cdot y_{6-7} - 1 \cdot \delta\end{aligned}$$

donde $x_{i,j}$ son las distancias observadas, $y_{i,j}$ las distancias ajustadas por mínimos cuadrados y el término δ es una constante aditiva. El ajuste por mínimos cuadrados propuesto por la norma es de la forma:

$$y = (A^T P A)^{-1} A^T P x.$$

En la norma ISO se considera que la matriz de peso puede considerarse como matriz unitaria, dado que todas las medidas tienen el mismo peso:

$$y = (A^T A)^{-1} A^T x.$$

Se calcula s_0 (desviación estándar experimental para una distancia) de acuerdo con la norma:

$$s_0 = \sqrt{\frac{r^T r}{v}}.$$

Los residuos r (matriz columna) se obtienen del ajuste: $v = n - k$

Para una base de siete pilares:

- $n = 21$ (número de observaciones),
- $k = 7$ (número de incógnitas) y
- $v = 14$ (grados de libertad).

La norma ISO establece que la calidad de este parámetro debe verificarse aplicando un test de chi-cuadrado que permite responder a la pregunta *¿Es la desviación estándar*

experimental calculada menor que el valor equivalente σ dado por el fabricante (u otro tomado como referencia)?

Hipótesis nula: $s \leq \sigma$ contra Hipótesis alternativa: $s > \sigma$.

Se calcula:

$$s_0 \leq \sigma \cdot \sqrt{\frac{X_{1-\alpha}^2(v)}{v}},$$
$$s_0 \leq \sigma \cdot \sqrt{\frac{X_{0,95}^2(14)}{14}}.$$

Para una distribución chi cuadrado con 14 grados de libertad y un intervalo de confianza del 95%:

$$X_{0,95}^2(14) = 23,68,$$
$$s_0 \leq \sigma \cdot \sqrt{\frac{23,68}{14}} = \sigma \cdot 1,30.$$

El valor de σ se puede obtener de las especificaciones técnicas del instrumento. También podría utilizarse un valor que sirva como tolerancia en un trabajo de medición en particular, por ejemplo, el valor de σ establecido en un pliego de licitación.

Incertidumbre de la constante K ($\mu_{\beta 0}$)

Este valor representa la precisión con que se determina la constante aditiva y en este trabajo se obtiene como una desviación estándar experimental durante la RLM, por lo tanto, es de Tipo A. Si de la RLM aplicada no resultase ningún valor para K, se tomará su equivalente Tipo B dado en las especificaciones técnicas del equipo. Este parámetro no puede considerarse inexistente si el fabricante del instrumento especifica que no lo es.

Incertidumbre del patrón (μ_{pat})

La norma ISO 17123-4 solo considera la repetibilidad del instrumento, no realiza la comparación de las observaciones realizadas contra un patrón de medida. Por lo tanto, debe considerarse la incertidumbre propia de la base de calibración μ_{pat} , que depende del instrumento de precisión superior con el que se obtienen las distancias nominales entre los pilares de la base.

Tomando como referencia a la guía técnica del CeNaM (Centro Nacional de Metrología) mexicano, el parámetro μ_p tiene distribución normal y se calcula con la ecuación:

$$\mu_p^2 = \text{Desv. Máx.}^2 + \mu_{pc}^2$$

donde *Desv. Máx.* es la desviación máxima del patrón dentro del intervalo de medición del instrumento por calibrar. Para distanciómetros MED este valor se encuentra como “*Distance Linearity*” en el certificado de calibración.

En tanto que μ_{pc} es la incertidumbre estándar obtenida de la incertidumbre expandida (U_p) de los informes de calibración (manual o certificado de calibración) como: $\mu_{pc} = \frac{U_p}{2}$.

Ejemplo: Un equipo con una precisión de 3 mm + 2 ppm d. En una distancia de 300 m:

$$\mu_{pc} = \sqrt{\left(\frac{0,003 \text{ m}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} 2 \times 10^{-6} 300\right)^2} = 0,0015 \text{ m}.$$

Frecuencia (μ_f)

La norma ISO 17123-4:2012 considera la precisión de la frecuencia modulada como una de las incertidumbres tipo B. Es la parte variable (ppm) de la incertidumbre estándar ($\sigma = 1$) del instrumento a calibrar, su distribución es normal. Se puede obtener como Tipo B de la incertidumbre expandida (U_f) del manual del instrumento como: $\mu_f = \frac{U_f}{2}$.

En esta tesis se considerará en su lugar la incertidumbre $\mu_{\beta 1}$ de Tipo A, que incluye a la incertidumbre en la modulación de la frecuencia y la incertidumbre en el índice de refacción. Este valor $\mu_{\beta 1}$ cuantifica la precisión con que se obtiene el error de escala (E).

En caso de que este parámetro no supere las pruebas estadísticas, se tomará la componente Tipo B sugerido por la norma ISO; debido a que este es un valor considerado como distinto de cero por el fabricante de instrumentos.

Incertidumbre del error de ciclo

Se consideran como incertidumbre tipo A los valores correspondientes a la desviación estándar experimental obtenidos para cada coeficiente a y b de la serie de Fourier utilizada para modelar el error de ciclo. Son las magnitudes $\sigma_{\beta 2}$ y $\sigma_{\beta 3}$ (si se modeló con una serie de grado $n=1$) calculados durante la RLM.

Temperatura (μ_T)

Una incertidumbre de 1,0 °C en el registro de la temperatura equivale a 1 ppm de la distancia (Anexo C de la norma ISO 17123-4:2012).

Presión (μ_P)

Una incertidumbre de 1 hPa en el registro de la presión atmosférica equivale a 0,3 ppm de la distancia (Anexo C de la norma ISO 17123-4:2012).

Humedad relativa (μ_H)

Una incertidumbre del 1% en el registro de la humedad relativa del aire equivale a 0,005 ppm de la distancia (Anexo C de la norma ISO 17123-4:2012).

Excentricidad del instrumento (μ_e)

Siguiendo el ejemplo de la tabla c.1. del Anexo C de la norma ISO 17123-4:2012, se consideró una distribución rectangular con un valor de 0,4 mm ($\sigma = 1$).

Excentricidad del prisma (μ_r)

Siguiendo el ejemplo de la tabla c.1. del Anexo C de la norma ISO 17123-4:2012, se consideró una distribución rectangular con un valor de 0,4 mm ($\sigma = 1$).

Resolución (μ_{rf})

Es la incertidumbre estándar ($\sigma = 1$) asociada a la resolución del instrumento, la cual se considera de distribución rectangular y se calcula: $\mu_{rf} = \frac{\text{Resolución}}{\sqrt{3}}$.

Combinación de incertidumbres.

En la tabla 6.10 se volcaron las fuentes de incertidumbre que se consideran en este trabajo de acuerdo con las características del ensayo a realizar.

Tabla 6.10: Fuentes de incertidumbre consideradas en este trabajo.

Fuentes de incertidumbre	Evaluación	Distribución
I. del equipo		
s_0 : Precisión de la medición de distancias.	Tipo A	normal
μ_{β_0} : Precisión de la constante K.	Tipo A	normal
μ_{β_1} : Precisión del error de escala del MED.	Tipo A	normal
μ_{β_2} : Precisión del error de ciclo (coseno).	Tipo A	normal
μ_{β_3} : Precisión del error de ciclo (seno).	Tipo A	normal
II. del patrón		
μ_{pat} : Incertidumbre del patrón.	Tipo B	normal
III. de la atmósfera		
μ_T : Temperatura.	Tipo B	normal
μ_P : Presión.	Tipo B	normal
μ_H : Humedad relativa.	Tipo B	normal
IV. del centrado		
μ_e : Excentricidad del instrumento.	Tipo B	rectangular
μ_r : Excentricidad del reflector.	Tipo B	rectangular
V. de lectura		
μ_{rf} : Error de redondeo del instrumento.	Tipo B	rectangular

La combinación de las distintas fuentes de incertidumbre resulta en:

$$a = \sqrt{s_0^2 + \mu_{\beta_0}^2 + \mu_{\beta_2}^2 + \mu_{\beta_3}^2 + \mu_{pat}^2 + \mu_e^2 + \mu_r^2 + \mu_{rf}^2},$$

$$b = \sqrt{\mu_{\beta_1}^2 + \mu_T^2 + \mu_P^2 + \mu_H^2}.$$

Estos valores de incertidumbres combinadas pueden expandirse a un nivel de confianza de 0,95 multiplicándolos por 2.

Conclusiones del capítulo VI

En este capítulo, se han detallado los procedimientos de medición más adecuados para evaluar un equipo MED en una línea base. Además, se ha demostrado que la regresión lineal múltiple es una herramienta de cálculo altamente efectiva para realizar los ajustes necesarios en los parámetros de calibración de un equipo.

Asimismo, se ha establecido la utilidad del programa de uso libre R-project, especialmente su función lm (linear model), para llevar a cabo estos cálculos de manera eficiente.

En la parte final, se ha abordado la temática de las diversas fuentes de incertidumbre que afectan a las mediciones con equipos MED. Estas fuentes deben ser identificadas y cuantificadas para expresar los resultados de los parámetros de calibración de acuerdo con

los criterios de la Metrología dimensional. Para este trabajo se tomó como referencia lo tratado al respecto por la norma ISO 17123-4:2012.

Es fundamental destacar que cada instrumento MED bajo calibración requiere un análisis detallado, para establecer la expresión de corrección C_{MED} que mejor se ajuste a sus características particulares. Para ello, la aplicación de distintas pruebas estadísticas, especialmente el test del estadístico T_0 sobre los parámetros individuales, resulta clave.

El resultado obtenido será la expresión matemática de C_{MED} , que permitirá corregir las medidas del equipo ensayado en cualquier situación de trabajo. Siempre bajo la hipótesis de que las medidas obtenidas en la línea base, constituyen una muestra estadística representativa de las que habitualmente se toman con el equipo.

CAPÍTULO VII: MEDICIONES EXPERIMENTALES

Con el propósito de validar la metodología propuesta para el diseño e implementación de una línea base, se llevaron a cabo una serie de mediciones de carácter experimental. Dado que aún no se disponía de una línea base conformada por pilares permanentes, se optó por utilizar una versión transitoria, utilizando trípodes de madera para materializar los distintos segmentos de la línea base. Durante todo el proceso de medición, se tuvo especial cuidado en asegurar y controlar que estos puntos se mantuvieran inmóviles.

En el capítulo V se establecieron las características que debe tener una línea base para la calibración de distanciómetros electroópticos. En el futuro, una vez que se cuente con los fondos necesarios, se abordará el diseño de línea base mencionado en dicho capítulo. No obstante, para las pruebas de campo llevadas a cabo en esta tesis, se optó por un diseño alternativo con el objetivo de reducir el tiempo requerido en el proceso de medición y asegurar que la posición de los trípodes permaneciera invariable.

Se diseñó una línea base de 5 pilares con el objeto de ensayar una estación total del Departamento de Agrimensura de la FI UNLP. Este instrumento, el modelo ES55 de la empresa Topcon, puede medir distancias a un prisma con una precisión de acuerdo con sus especificaciones técnicas (ISO 17123-4) de: $2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm}$.

Se llevaron a cabo las pruebas de medición en el observatorio AGGO, debido a la necesidad de utilizar su equipamiento para realizarlas. El observatorio geodésico cuenta con una estación total de la firma Leica, modelo TS60. Este equipo cuenta con una precisión para la medición de distancias con reflector (prisma) expresada en su certificado de calibración de: $0,6 \text{ mm} + 1,0 \text{ ppm}$. Este valor es definido, en dicho certificado, como el desvío estándar de una sola medición, de acuerdo con la norma ISO 17123-4.

Por otro lado, este observatorio cuenta con instrumental de precisión para el registro de datos meteorológicos y de bases nivelantes Leica con sistema de centrado forzoso.

A continuación, se presentan los detalles del diseño adoptado para la línea base transitoria, el procedimiento de medición en campo, así como los cálculos realizados mediante una Regresión Lineal Múltiple (RLM) y la evaluación de la incertidumbre de medida del equipo.

Línea base para las pruebas de campo.

Se ha desarrollado una línea base específicamente diseñada para las condiciones de medición, con el propósito de identificar y evaluar posibles errores sistemáticos presentes en el instrumento evaluado. Esta etapa fue fundamental para poner a prueba tanto la metodología

de diseño de la línea base como los procedimientos de medición y cálculo propuestos en este trabajo.

El distanciómetro evaluado corresponde a una estación total marca Topcon, modelo ES55 con n° de serie WL0695, propiedad del Dpto. de Agrimensura de la Facultad de Ingeniería de la UNLP. Ya se ha señalado (capítulo II) que, una de las principales características de los distanciómetros electroópticos que miden por diferencia de fase, es su unidad de medida (U). El equipo Topcon que se evaluó posee un valor de unidad de medida de 4 metros. Esa información no figura en el manual del instrumento y se obtuvo de una consulta a la empresa comercializadora Geosistemas SRL. Este instrumento fue adquirido y donado por el Consejo Profesional de Agrimensura (CPA) de la provincia de Bs. As. en el año 2018. Se utiliza actualmente en las prácticas de las distintas cátedras de la carrera de Ing. Agrimensor, en trabajos de investigación y en actividades de extensión. Es a la fecha la estación total más moderna con la que cuenta el Departamento de Agrimensura.

Distanciómetro de referencia: Para medir las distancias de referencia (o nominales) se utilizó la estación total de la marca Leica modelo TS60, del observatorio AGGO. Este equipo posee condiciones técnicas superiores al que se ensayó, además de un certificado de calibración emitido por la empresa Leica.

Con el objeto de reducir el tiempo de medición, se trabajó con una línea base de cinco pilares, que requiere solamente 10 mediciones. Un menor número de observaciones reduce la precisión de los resultados, pero posibilita acortar el tiempo de medición; una base de siete pilares requiere más del doble de mediciones (21 en total). Acortar el tiempo de medición, en una línea base transitoria, reduce el riesgo de que los trípodes sufran algún tipo de desplazamiento.

Diseño de línea base transitoria

Se adoptó un valor de unidad de medida de diseño 7,50 m. Tal como se mencionó antes, la línea base se calculó para 5 pilares. Fue necesario previamente realizar un relevamiento topográfico planialtimétrico para encontrar el lugar más conveniente para ubicar la línea base. Se eligió un predio rural frente al observatorio AGGO, que contaba con el espacio suficiente para instalar esta línea base, y además el terreno era lo suficientemente plano.

Una vez realizado el relevamiento topográfico se procedió a replantear sobre el terreno los puntos de la línea base mediante estacas de hierro.

Las medidas de la línea base son las dadas por la tabla 7.1. Considérese que estas distancias representan un diseño de línea base, pero las medidas definitivas entre estos puntos se obtienen una vez armados los trípodes y bases nivelantes sobre las estacas.

Tabla 7.1: Distancias posibles de ser medidas en la línea base de 5 pilares.

Distancias		
Nº	Designación	Longitud (m)
1	d_{12}	46.396
2	d_{13}	169.656
3	d_{14}	254.487
4	d_{15}	262.461
5	d_{23}	123.261
6	d_{24}	208.091
7	d_{25}	216.065
8	d_{34}	84.830
9	d_{35}	92.804
10	d_{45}	7.974

Una representación esquemática de la línea base transitoria se encuentra en la figura 7.1.

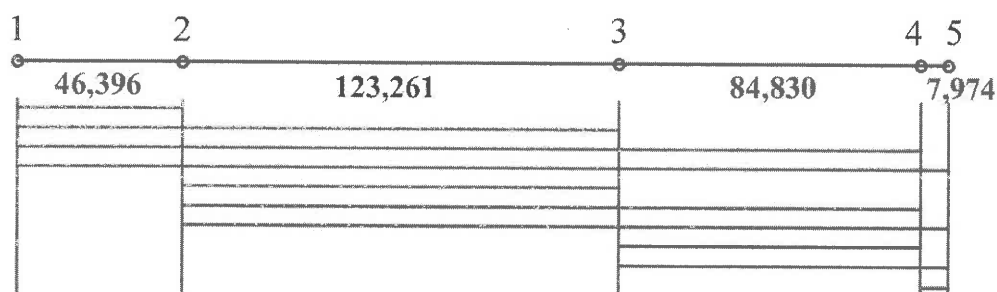


Figura 7.1: Distribución de las distancias entre los 5 pilares.

El día 13 de mayo del 2022 fue realizado el relevamiento topográfico y el replanteo, sobre el terreno, de las estacas con la configuración de distancias dada en la tabla 7.1 y representada en la figura 7.1. Las estacas fueron señalizadas convenientemente para ser fácilmente encontradas posteriormente cuando se realizara la campaña de medición. Sobre estas estacas, luego, se estacionaron los trípodes con bases nivelantes para configurar la línea base transitoria de 5 puntos.

En la figura 7.2, sobre una imagen de Google Earth, se ha esquematizado la posición de los puntos de la línea base.

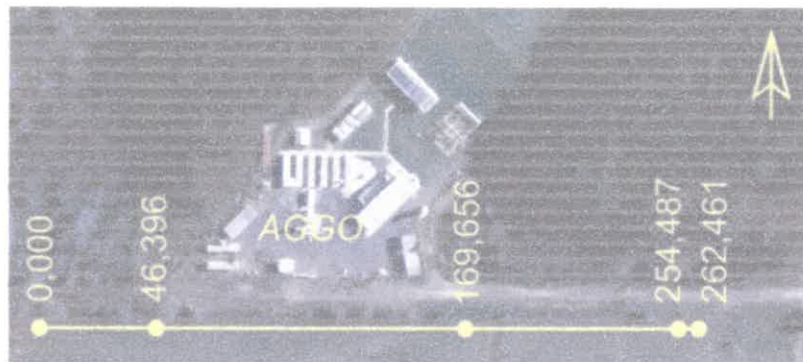


Figura 7.2: Línea base transitoria utilizada; frente al observatorio AGGO. Imagen de fondo Google Earth.

Procedimiento de campo

Contando con la línea base señalizada en el predio frente al AGGO, se redactó el procedimiento para las mediciones de campo. Este procedimiento contempla cuatro etapas que deben realizarse en un mismo día y en el menor tiempo posible:

1. Armado de los trípodes y bases nivelantes que constituyen los puntos de la línea base.
2. Medición y registro de las 10 distancias con la estación total Leica TS60.
3. Medición y registro de las 10 distancias con la estación total Topcon ES55.
4. Control de las distancias con el equipo Leica TS60 para asegurar que no hubo movimiento de los trípodes.

Se creó un procedimiento de campo para realizar el conjunto de mediciones necesarias. El mismo detalla todos los pasos para completar el proceso de medición en una línea base transitoria. Las etapas de este procedimiento son las siguientes:

A- Los trípodes se establecen de modo que sus patas no queden sobre la línea base, del lado en que trabaja el operador, para no entorpecer sus movimientos. El trípode sobre el punto 5 debe quedar enfrenteado al resto (figura 7.3).

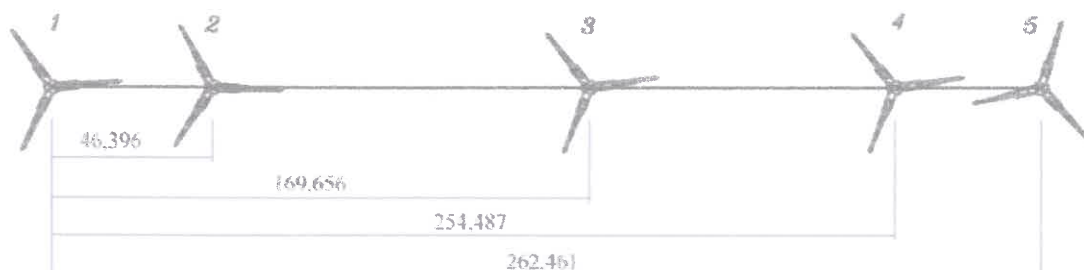


Figura 7.3: Colocación de trípodes sobre los puntos.

B- Al colocar cada trípode en su posición definitiva, debe hincarse el estribo de cada pata con todo el peso del cuerpo, para que no se produzcan hundimientos posteriores. Es muy conveniente que el piso no esté muy blando por exceso de humedad.

C- Se debe armar un trípode sobre el punto 1 con una estación total y en el punto 5 se coloca un trípode con un prisma. La señal de puntería de este prisma será la referencia para la alineación. Sobre el punto 5 se debe fijar una dirección de 0° . Además, se deberá registrar el ángulo vertical del punto 5, en el centro del prisma.

D- El prisma con su soporte se transporta a cada nuevo punto para realizar la alineación del trípode con su base nivelante.

E- Armados los trípodes sobre los puntos 1 y 5, luego se arman sobre los puntos 2, 3 y 4, en ese orden, para garantizar las visuales. El registro del ángulo vertical del punto 5 servirá para generar esa visual y determinar posibles obstrucciones.

F- Al armar el trípode sobre el punto 4, se utiliza el ángulo vertical al punto 5, para garantizar que ambos puntos tengan alturas similares.

G- La mejor alineación se debe garantizar en los dos puntos más próximos (4 y 5). En 8 metros de distancia, un apartamiento lateral respecto al eje de 0,01 m resulta en 0,00001 m de error en la distancia (verificado mediante cálculos trigonométricos).

H- Los puntos 4 y 5 deben estar aproximadamente a la misma altura, esto es simple de lograr dado que en ese sector el terreno es muy plano. Si existe un desnivel de 0,20 m (en 8 m de distancia) y considerando un error de 0,01 m en la determinación del desnivel, entonces el error en la distancia reducida será de 0,0003 m.

I- La estación total Leica debe utilizarse con el prisma GPH1P utilizado para su calibración.

J- Las diferencias de altura entre instrumento y prisma se determinan por nivelación recíproca sobre los pilares 4 y 5. Desde el punto 5 se medirá al 4 para tener las alturas de instrumento y prisma. Esta tarea es a modo de control, dado que esos datos se determinaron en una campaña previa en AAGO.

K- Los equipos deben configurarse con alturas iguales a cero, lo mismo para alturas de prisma.

L- Las constantes de prisma se configuran según la combinación que corresponda. Para el equipo Topcon ensayado debe ser cero.

M- Ambas estaciones totales deben ser configuradas en el modo de medición precisa.

N- Con ambas estaciones totales se registran las tres distancias (S-H-V).

O- Cada distancia debe medirse 4 veces (4 mediciones simples). Dos mediciones en CI (círculo izquierdo) y otras dos en CD (círculo derecho), alternando entre las dos posiciones del anteojo.

P- Debe tenerse registro de la temperatura del aire, presión atmosférica y humedad relativa una vez para cada segmento medido. Deberá registrarse la hora en que cada distancia comience a ser medida.

Q- Antes de comenzar la medición, se debe tener preparada la planilla correspondiente para el registro de las observaciones (cap. 6: Planillas de registro de observaciones).

R- Se inicia el procedimiento de medición con la estación Leica sobre el punto 1. Se deben medir las distancias 1-2, 1-3, 1-4, y 1-5. Antes de medir cada distancia debe trasladarse el prisma Leica hasta el punto y colocarlo en la base nivelante mediante el sistema de centrado forzoso. Al finalizar esta parte del procedimiento el prisma queda sobre el punto 5.

S- Luego, la estación Leica se traslada al punto 2. Se comienza midiendo hacia el punto 5, distancia 2-5. Posteriormente se deben medir las distancias 2-4 y 2-3.

T- A continuación, debe trasladarse la estación Leica al punto 3 mientras que el prisma se traslada al punto 4 para medir la distancia 3-4. Luego, se medirá la distancia 3-5.

U- Mientras el prisma permanece sobre el punto 5, la estación se lleva al punto 4. Se mide y registra la distancia 4-5.

V- Luego, se coloca la estación sobre el punto 5 y el prisma sobre el punto 4. Se mide y registra la distancia 5-4. Esta medición extra tiene como finalidad controlar la diferencia de alturas entre prisma y estación total.

W- Se repite el procedimiento completo con la estación Topcon, utilizando su prisma reflector correspondiente.

X- A modo de control, deberá repetirse el procedimiento con la estación Leica desde el punto 1 registrando nuevamente las distancias 1-2, 1-3, 1-4 y 1-5. En esta instancia, no solo se registrarán las distancias, sino que se controlará si hay diferencias respecto al primer registro, verificando de este modo si hubo o no desplazamiento de alguno de los tripodes.

Este procedimiento fue aplicado en la línea base transitoria conformada en AGGO, lo que permitió realizar las mediciones de acuerdo con lo previsto. Una vez finalizado el procedimiento de medición, la línea base fue desmontada.

Mediciones de campo

Contando con el procedimiento de campo se realizaron las mediciones el día 8 de julio del 2022. Se comenzó con el armado de la línea base alrededor de las 11:00 h y se utilizaron cinco trípodes con sus respectivas bases nivelantes tribrach con sistema de centrado forzoso. Se requirió de más de una hora para armar la línea base, colocando los trípodes sobre las estacas de hierro dejadas en el terreno previamente. En las figuras 7.4, 7.5 y 7.6 se muestra parte del registro fotográfico de la fecha.



Figura 7.4: Imagen de la estación total Leica TS60 sobre el punto 1.



Figura 7.5: Imagen de la estación total Topcon ES55 en el punto 3.



Figura 7.6: Selección de fotografías tomadas durante el trabajo.

Pasado el mediodía, a las 12:18 h se comenzó con el proceso de medición que finalizó a las 14:52 h.

Dado que la línea base utilizada no es permanente, fue medida primero con la estación total Leica y a continuación con el equipo Topcon ensayado. Para verificar que los trípodes no se movieron durante el proceso de medición, se midieron nuevamente al finalizar el ensayo con el equipo Leica. La mayor diferencia encontrada entre las distancias medidas al principio y al final del ensayo con la estación total Leica fue de 0,00017 m. Diferencia menor a dos décimas de milímetro, por lo que se puede aceptar que, durante el procedimiento de medición con ambos equipos, las posiciones de los trípodes permanecieron invariables.

Procesamiento de observaciones

En una etapa posterior, en gabinete, se calculó el promedio de cada distancia observada con las 4 mediciones crudas (2 en CI y 2 en CD), este valor promediado figura en las tablas 7.2, 7.3 y 7.4 como "distancia medida". Dado que el equipo entrega en pantalla la medida con cuatro decimales, los cálculos posteriores se realizaron con 1 decimal más.

Luego se aplicó la corrección K' utilizando los datos de la estación meteorológica de AGGO. A modo de control, en cada estación total se verificó que la corrección K' calculada a partir de las ecuaciones dadas en el manual del fabricante aportan los mismos resultados que el cálculo automático realizado por el equipo. Para los datos de la estación Topcon, luego de corregir por K' se calculó la distancia reducida al horizonte. Para el equipo Leica, tras

corregir por K' se aplicaron las correcciones a la constante aditiva y por error de escala de acuerdo con la información que se tienen en el certificado de calibración; luego se redujeron esas distancias al horizonte.

La reducción al horizonte de las distancias inclinadas (euclídeas) se efectuó mediante el teorema de Pitágoras utilizando los desniveles Δh . Los desniveles medidos con la estación total Leica se ajustaron por mínimos cuadrados (Ghilani, 2006). Desniveles ajustados:

$$\Delta h_{12} = 0,095 \text{ m,}$$

$$\Delta h_{23} = 0,271 \text{ m,}$$

$$\Delta h_{34} = 0,061 \text{ m,}$$

$$\Delta h_{45} = 0,037 \text{ m.}$$

La desviación estándar experimental de este ajuste fue de 0,0008 m. Se utilizó el programa R-project y se consideró que todos los desniveles se obtuvieron con el mismo peso.

Para el equipo Leica, la corrección K' se calculó con la expresión indicada en el manual del usuario (capítulo III):

$$CA[ppm] = 286,338 - \left(\frac{0,29535 \cdot P}{1 + \alpha \cdot T} - \frac{4,126 \cdot 10^{-4} \cdot H}{1 + \alpha \cdot T} \cdot 10^x \right),$$

donde:

$$\alpha = \frac{1}{273,15},$$

y

$$x = \frac{7,5 \cdot T}{237,3 + T} + 0,7857.$$

Luego, se aplicaron las correcciones al instrumento dadas en el certificado de calibración del equipo:

- Corrección de la constante aditiva: -0,20 mm.
- Corrección del error de escala: -0,6 ppm. A partir de la información dada en el certificado de calibración.

La corrección del error de escala de -0,6 ppm corresponde a la temperatura media durante todo el procedimiento de medición: 12,5 °C. Se tomó la información del certificado de calibración, mostrada en la figura 7.7, y se interpoló la corrección (en ppm) para dicho valor

de temperatura. La interpolación se realizó utilizando un polinomio de segundo grado (figura 7.8).

3. Relative EDM Frequency deviation:			
Temperature:	21.8 °C		-0.5 ppm + 0.10 ppm *)
Temperature:	-20.8 °C		-1.0 ppm + 0.10 ppm *)
Temperature:	51.8 °C		0.2 ppm + 0.10 ppm *)

Figura 7.7: Relative EDM Frequency deviation . Imagen obtenida del certificado de calibración de la estación Leica TS60.

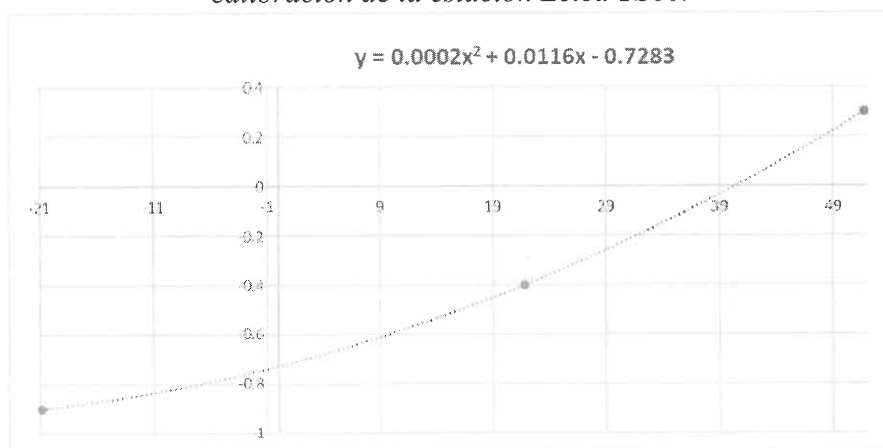


Figura 7.8: Interpolación mediante un polígono de segundo grado para el valor correspondiente a la corrección del error de escala: -0,6 ppm.

La reducción de las distancias se hizo por teorema de Pitágoras utilizando los desniveles ajustados Δh de las mediciones realizadas con este equipo.

En la tabla 7.2 se encuentran las distancias obtenidas con la estación total Leica TS60. La precisión de medida del equipo Leica ts60 está en el orden de 0,1 mm y podría apreciarse, por cálculo 0,01 mm.

Tabla 7.2: Resultados de mediciones con equipo Leica TS60.

Leica TS60													
Datos de campo							Corrección K'			Por parámetros de calibración		D: distancia reducida (m)	
Designación	Desnivel (Δh)	Distancia medida (m)	Horario (hh:mm:ss)	Temp del aire (°C)	Humedad Relativa (%)	Presión atmosférica (hPa)	ppm	Corrección en m	Distancia Corregida	Distancia Corregida por K=-0,20	Distancia Corregida por -0,6 ppm		
1	1-2	0.095	46.39575	12:18:00	12.7	48.3	1024.947	-2.7	-0.00012	46.39563	46.39543	46.39540	46.39530
2	1-3	0.366	169.65675	12:41:00	12.4	50.7	1024.947	-2.9	-0.00050	169.65625	169.65605	169.65596	169.65556
3	1-4	0.427	254.4872	12:45:00	12.3	49.9	1025.191	-3.1	-0.00079	254.48641	254.48621	254.48606	254.48571
4	1-5	0.464	262.4611	12:49:00	12.2	50.2	1025.029	-3.2	-0.00083	262.46027	262.46007	262.45992	262.45951
5	2-3	0.271	123.26088	13:04:00	12.5	48.9	1024.541	-2.7	-0.00034	123.26054	123.26034	123.26027	123.25997
6	2-4	0.332	208.0912	13:01:00	12.3	49.6	1024.46	-2.9	-0.00061	208.09059	208.09039	208.09028	208.09001
7	2-5	0.369	216.0652	12:58:00	12.3	49.9	1024.704	-3.0	-0.00065	216.06455	216.06435	216.06424	216.06392
8	3-4	0.061	84.8305	13:14:00	12.6	50	1024.135	-2.5	-0.00021	84.83029	84.83009	84.83004	84.83002
9	3-5	0.098	92.80455	13:18:00	12.8	49.6	1023.81	-2.2	-0.00021	92.80434	92.80414	92.80409	92.80404
10	4-5	0.037	7.974275	13:26:00	12.7	49.5	1023.81	-2.3	-0.00002	7.97426	7.97406	7.97405	7.97397

Las mediciones realizadas con el equipo ensayado Topcon son las volcadas en la tabla 7.3 dada a continuación. La precisión de medición de la estación total Topcon, podría afirmarse que está en el orden de 1 mm y por cálculo se aprecia hasta 0,1 mm.

Tabla 7.3: Resultados de mediciones con equipo Topcon ES55.

Topcon ES55											
Datos de campo							Corrección K'			d: distancia reducida (m)	
Designación	Desnivel (Δh)	Distancia medida (m)	Horario (hh:mm:ss)	Temp del aire (°C)	Humedad Relativa (%)	Presión atmosférica (hPa)	ppm	Corrección (m)	Distancia Corregida		
1	1-2	0.110	46.39500	13:39:00	12.7	47.5	1023.728	-5.6	-0.00026	46.39474	46.39461
2	1-3	0.381	169.65568	13:44:00	12.7	45.4	1023.403	-5.5	-0.00094	169.65473	169.65431
3	1-4	0.442	254.48650	13:48:00	12.7	43.7	1023.078	-5.5	-0.00139	254.48511	254.48473
4	1-5	0.478	262.46000	13:52:00	12.7	44.8	1022.916	-5.4	-0.00142	262.45858	262.45815
5	2-3	0.286	123.26000	14:07:00	13.6	41.1	1022.753	-4.5	-0.00055	123.25945	123.25912
6	2-4	0.346	208.09083	14:02:00	13.1	42.3	1022.672	-4.9	-0.00103	208.08980	208.08951
7	2-5	0.383	216.06400	13:58:00	12.9	42.9	1022.753	-5.2	-0.00111	216.06289	216.06255
8	3-4	0.075	84.83033	14:12:00	13.5	40.4	1022.672	-4.5	-0.00038	84.82994	84.82991
9	3-5	0.112	92.80400	14:18:00	13.2	40.5	1022.997	-4.9	-0.00046	92.80354	92.80348
10	4-5	0.051	7.97400	14:23:00	13.2	41.5	1023.078	-4.9	-0.00004	7.97396	7.97380

La corrección K' de las distancias observadas con la estación total Topcon se calculó con la expresión dada por el fabricante:

$$CA[ppm] = 282,324 - \frac{0,294362 \cdot P}{1+0,003661 T}$$

Al no contarse con un certificado de calibración de este equipo, las observaciones no pueden ser corregidas por una constante ni por un error de escala. Justamente esos son los parámetros que se buscan obtener en la calibración del equipo.

La reducción de las distancias se realizó aplicando trigonometría plana, utilizando los desniveles ajustados observados con la estación total Leica.

Tal como se mencionó antes, es fundamental que durante todo el proceso de medición los puntos (bases nivelantes sobre trípodes) no hayan sufrido ningún desplazamiento. Tras completar la serie de mediciones con el equipo Topcon, se efectuaron mediciones de control con la estación total Leica.

Sobre el punto 1 se midieron las distancias 1-2, 1-3, 1-4 y 1-5 (tabla 7.4).

Tabla 7.4: Distancias de control medidas con la estación total Leica.

Leica TS60 - CONTROL											
Datos de campo						Corrección K'			Por parámetros de calibración		
Designación		Distancia medida (m)	Horario (hh:mm:ss)	Temp del aire (°C)	Humedad Relativa (%)	Presión atmosférica (hPa)	ppm	K': Corrección (m)	Distancia Corregida por K'	Distancia Corregida por K=-0,20	Distancia Corregida por -0.6 ppm
1	1-2	46.39573	14:52:00	12.8	43.4	1022.428	-1.9	-0.00009	46.39564	46.39544	46.39541
2	1-3	169.65653	14:48:00	12.9	43.3	1022.428	-1.8	-0.00030	169.65623	169.65603	169.65593
3	1-4	254.48673	14:44:00	12.9	43.2	1022.591	-1.8	-0.00046	254.48626	254.48606	254.48592
4	1-5	262.46093	14:40:00	12.9	42.6	1022.753	-1.9	-0.00049	262.46044	262.46024	262.46009

Comparando las distancias medidas desde el punto 1 al inicio y al final de la jornada se encontró que las diferencias son tolerables, tal como se aprecia en la tabla 7.5.

La mayor diferencia encontrada fue de casi 2 décimas de milímetro en la distancia 1-5, esta magnitud está por debajo de lo que puede medir la estación total Leica TS60. Por lo tanto, se pudo concluir que, si hubo algún tipo de movimiento de los trípodes, fue menor a la capacidad de medición de los equipos utilizados. A los fines prácticos de este ensayo se concluyó que los trípodes no se movieron y la línea base transitoria se comportó como una base conformada por pilares permanentes.

Tabla 7.5: comparación de distancias.

Designación de distancias		Distancias comparadas Leica TS60		Diferencias (mm)
		Inicio	Final	
1	1-2	46.39540	46.39541	-0.01
2	1-3	169.65596	169.65593	0.02
3	1-4	254.48606	254.48592	0.14
4	1-5	262.45992	262.46009	-0.17

Cálculo de los parámetros de calibración

La estación total Leica TS60 tiene la capacidad de determinar medidas submilimétricas de distancias y muestra directamente cuatro decimales en las mediciones resultantes. Por otro lado, la estación total Topcon ES55, con una precisión de 2 mm + 2 ppm, normalmente proporciona distancias con tres decimales. No obstante, este último equipo cuenta con un método de medición fino que, de manera automática, realiza múltiples mediciones y calcula un promedio del resultado. Al emplear esta opción, cada medición individual es en realidad un promedio de 3 observaciones, y los resultados de las distancias medidas se expresan con cuatro decimales. Este aspecto se detalló en el Capítulo VI: Configuración del instrumento.

En base a lo mencionado anteriormente, todas las distancias medidas en la línea base con ambos instrumentos se registraron con cuatro decimales. Para mostrar los resultados, se adoptó un decimal adicional, trabajando con 5 decimales. Sin embargo, debido a la precisión declarada por el fabricante para la estación total Topcon (2 mm + 2 ppm), los resultados finales se expresarán únicamente con tres decimales.

El programa R-Project muestra la resolución de los cálculos con un número mayor de decimales, pero en cada caso, se realizarán los redondeos correspondientes antes de presentar formalmente los resultados.

De acuerdo con los procedimientos de cálculo abordados en el capítulo VI, aplicando una regresión lineal múltiple (RLM), se procedió con la determinación de los errores sistemáticos del distanciómetro MED de la estación total Topcon ES55.

Se modelaron las observaciones de acuerdo con el modelo:

$$C_{MED} = K + E d + a \cos\left(\frac{2 \pi d}{U}\right) + b \operatorname{sen}\left(\frac{2 \pi d}{U}\right).$$

Se cargaron los datos en el programa R-project:

	y	x1	x2	x3
1	0.000694476	4.63946e-05	-0.8139652	-0.58091370
2	0.001253376	1.69654e-04	-0.8561558	0.51671772
3	0.000976399	2.54485e-04	-0.7238629	-0.68994381
4	0.001365213	2.62458e-04	-0.7520344	-0.65912385
5	0.000851120	1.23259e-04	0.3958786	-0.91830286
6	0.000503143	2.08090e-04	0.9901319	0.14013871
7	0.001375173	2.16063e-04	0.9951777	0.09808863
8	0.000110950	8.48299e-05	0.2640139	0.96451887
9	0.000566091	9.28035e-05	0.3038205	0.95272930
10	0.000170606	7.97380e-06	0.9991531	-0.04114787

Luego se ejecutó la sentencia:

$$lm(y \sim x1 + x2 + x3),$$

obteniéndose los resultados dados a continuación. Se adjuntan directamente los valores dados por R-project tal como los muestra el programa, luego se pasan en limpio:

```

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  3.127e-04  2.321e-04   1.347   0.2265
x1           3.293e+00  1.382e+00   2.383   0.0545 .
x2          -1.372e-04  1.546e-04  -0.888   0.4089
x3          -9.713e-05  1.812e-04  -0.536   0.6113
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.0003479 on 6 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.6202,    Adjusted R-squared:  0.4303
F-statistic: 3.266 on 3 and 6 DF,  p-value: 0.1012

```

La imagen anterior corresponde a los resultados dados por el programa. En la última línea se observa un valor para el estadístico F_0 de 3,266 con un p-valor de 0,1012 (área a la derecha en la curva de distribución de probabilidad $F_{3,6}$). En la tabla 7.6 se muestran ordenados los resultados obtenidos.

Tabla 7.6: Resultado de la RLM efectuada con R-Project (4 parámetros).

Parámetro	Valor estimado	s	t_0	p-valor para t_0
K	3.13E-04	2.32E-04	1.347	0.2265
E	3.29E+00	1.38E+00	2.383	0.0545
a	-1.37E-04	1.55E-04	-0.888	0.4089
b	-9.71E-05	1.81E-04	-0.536	0.6113

Analizando estos resultados, dado que el p-valor de 0,1012 $>$ 0,05, existe evidencia suficiente para aceptar hipótesis nula H_0 que afirma que los coeficientes son iguales a cero. Para que los parámetros superen esta prueba debe poder rechazarse la hipótesis nula, y para ello el p-valor correspondiente al estadístico F_0 calculado debe ser menor a 0,05.

Por otro lado, analizando las pruebas individuales sobre los parámetros, se ve que los p-valores de los estadísticos t_0 son todos superiores a 0,05. Entonces se puede afirmar que ninguno de los parámetros calculados supera las pruebas estadísticas.

Por lo tanto, se procede a calcular con el modelo matemático que contempla dos términos más para el error de ciclo, es decir, expresado mediante una serie de Fourier de orden dos ($n=2$):

$$C_{MED} = K + E d + a_1 \cos\left(\frac{2 \pi d}{U}\right) + b_1 \sen\left(\frac{2 \pi d}{U}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4 \pi d}{U}\right) + b_2 \sen\left(\frac{4 \pi d}{U}\right).$$

Se utilizaron los datos:

	y	x1	x2	x3	x4	x5
1	0.000694476	4.63946e-05	-0.8139652	-0.58091370	0.32507855	0.94568702
2	0.001253376	1.69654e-04	-0.8561558	0.51671772	0.46600559	-0.88478177
3	0.000976399	2.54485e-04	-0.7238629	-0.68994381	0.04795507	0.99884949
4	0.001365213	2.62458e-04	-0.7520344	-0.65912385	0.13111151	0.99136763
5	0.000851120	1.23259e-04	0.3958786	-0.91830286	-0.68656029	-0.72707288
6	0.000503143	2.08090e-04	0.9901319	0.14013871	0.96072228	0.27751161
7	0.001375173	2.16063e-04	0.9951777	0.09808863	0.98075724	0.19523124
8	0.000110950	8.48299e-05	0.2640139	0.96451887	-0.86059331	0.50929280
9	0.000566091	9.28035e-05	0.3038205	0.95272930	-0.81538624	0.57891733
10	0.000170606	7.97380e-06	0.9991531	-0.04114787	0.99661371	-0.08222604

Obteniéndose como resultados:

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	3.518e-04	2.483e-04	1.417	0.2294
x1	3.330e+00	1.508e+00	2.208	0.0919
x2	-2.053e-04	1.773e-04	-1.158	0.3114
x3	-7.767e-05	1.974e-04	-0.394	0.7140
x4	9.554e-05	1.828e-04	0.523	0.6289
x5	-1.902e-04	1.908e-04	-0.997	0.3754

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.0003687 on 4 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.7157, Adjusted R-squared: 0.3604
F-statistic: 2.014 on 5 and 4 DF, p-value: 0.2586

Estos resultados, pasados en limpio, se observan en la tabla 7.7.

Tabla 7.7: Resultado de la RLM efectuada con R-Project (6 parámetros).

Parámetro	Valor estimado	s	t ₀	p-valor para t ₀
K	3.52E-04	2.48E-04	1.417	0.2294
E	3.33E+00	1.51E+00	2.208	0.0919
a1	-2.05E-04	1.77E-04	-1.158	0.3114
b1	-7.77E-05	1.97E-04	-0.394	0.714
a2	9.55E-05	1.83E-04	0.523	0.6289
b2	-1.90E-04	1.91E-04	-0.997	0.3754

Repitiendo el análisis realizado en el ajuste previo, se aprecia que los parámetros calculados no superan los test estadísticos aplicados. El p-valor del estadístico de prueba F₀ es mayor a 0,05. Además, cada p-valor de los seis estadísticos t₀ también es mayor a 0,05. Existe suficiente probabilidad de que los coeficientes de la RLM calculada sean iguales a cero. Entonces el modelo con 6 parámetros no corresponde en este caso.

Lo siguiente fue utilizar un modelo matemático que solamente considere los errores de la constante K y el de escala:

$$C_{MED} = K + E d.$$

Se utilizaron los datos:

	y	x1
1	0.000694476	4.63946e-05
2	0.001253376	1.69654e-04
3	0.000976399	2.54485e-04
4	0.001365213	2.62458e-04
5	0.000851120	1.23259e-04
6	0.000503143	2.08090e-04
7	0.001375173	2.16063e-04
8	0.000110950	8.48299e-05
9	0.000566091	9.28035e-05
10	0.000170606	7.97380e-06

Se calcula la RLM, que de esta manera queda reducida a una regresión lineal simple:

```

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 0.0002301  0.0002124   1.083  0.3102
x1          3.7962754  1.2568334   3.021  0.0165 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.0003342 on 8 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5328,    Adjusted R-squared:  0.4744
F-statistic: 9.123 on 1 and 8 DF,  p-value: 0.01655

```

Tabla 7.8: Resultado de la RLM efectuada con R-Project (2 parámetros).

Parámetro	Valor estimado	s	t ₀	p-valor para t ₀
K	2.30E-04	2.12E-04	1.083	0.3102
E	3.80E+00	1.26E+00	3.021	0.0165

Se analiza la prueba de hipótesis nula que postula “todos los regresores son iguales a cero” y puede rechazarse ya que su p-valor $0,01655 < 0,05$ además el estadístico $F_0 = 9,123$ es mayor al cuantil del 95% $qf = 0,04$.

```

> qf<-qf(0.05,k,(n-p))
> qf
[1] 0.004186155

```

El ajuste permite suponer los valores:

$K = 0,23 \text{ mm}$ y $E = 3,8 \text{ ppm}$.

Realizando los test estadísticos individuales a cada regresor:

Para K (interceptor): el p -valor $0,31 > 0,05$ no se puede rechazar la hipótesis nula que postula que es igual a cero.

Para E : el p -valor $0,0165 < 0,05$ es posible rechazar la hipótesis nula que postula que es igual a cero.

El valor de K no supera la prueba T_0 . Esto significa que no puede considerarse este parámetro en el modelo de las correcciones.

En la figura 7.9 se encuentra el gráfico Q-Q realizado con R_Project para el análisis de la normalidad de los residuos. La línea recta representa una distribución normal teórica, los puntos que representan a los residuos se distribuyen a ambos lados de esta línea. Existen valores atípicos en los puntos 2, 6 y 8 pero, dada la poca cantidad de observaciones, no se puede hacer un análisis profundo sobre la distribución de probabilidad de los residuos. En términos prácticos, se puede aceptar la normalidad de los residuos.

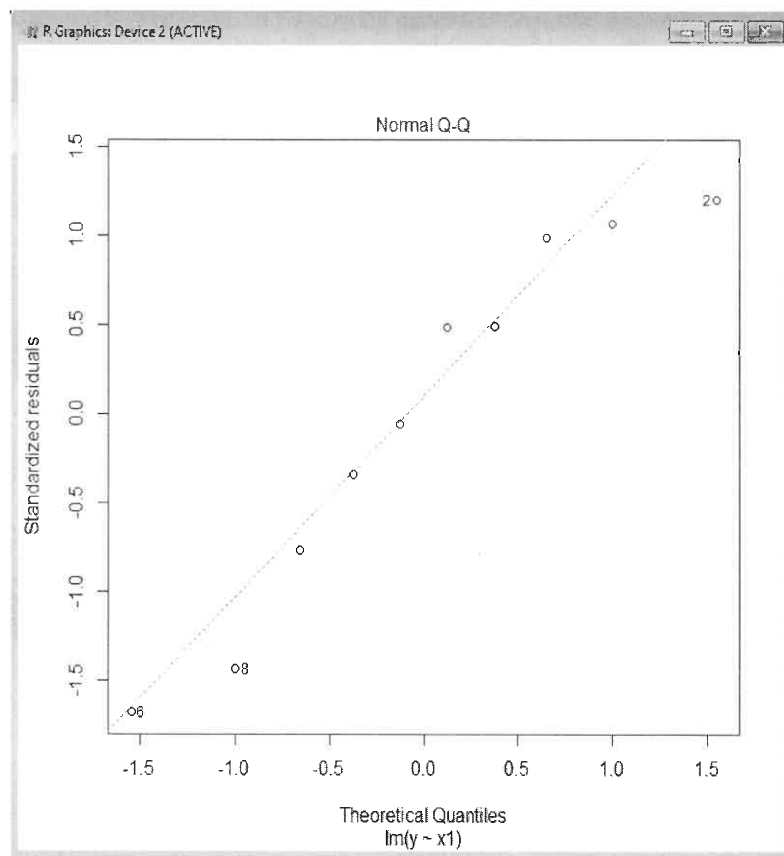


Figura 7.9: Gráfico Q-Q para analizar la normalidad de los residuos.

Los análisis realizados muestran que la estación total Topcon ES55 presenta un error de escala de 3,8 ppm.

Como complemento al desarrollo previo, se hizo un gráfico comparativo entre las distancias (d) del equipo Topcon y las diferencias (Δd). Estas son las diferencias entre las distancias medidas con ambos equipos: D-d.

Tabla 7.9: Distancias medidas con ambos equipos y sus diferencias.

D (m)	d (m)	Δd : Diferencia (mm)
46.39530	46.39461	0.69
169.65556	169.65431	1.25
254.48571	254.48473	0.98
262.45951	262.45815	1.37
123.25997	123.25912	0.85
208.09001	208.08951	0.50
216.06392	216.06255	1.38
84.83002	84.82991	0.11
92.80404	92.80348	0.57
7.97397	7.97380	0.17

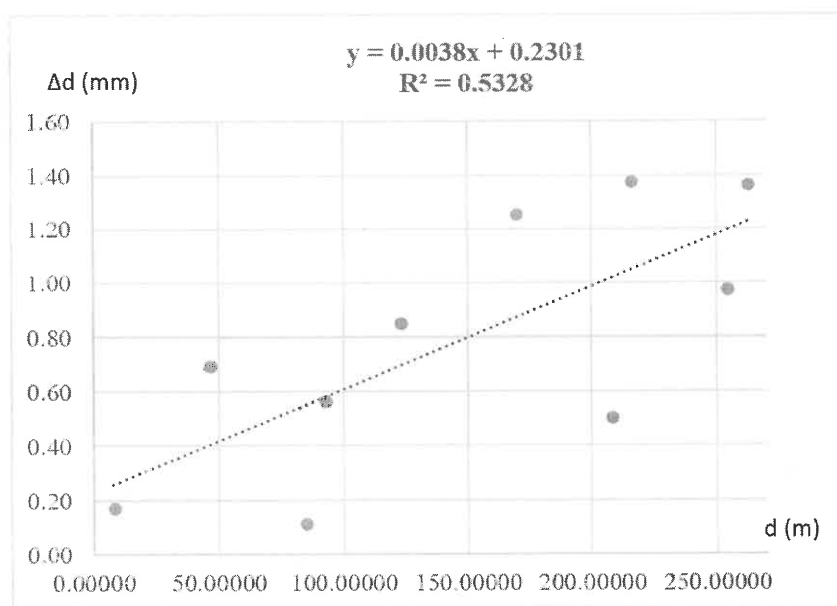


Figura 7.10: Gráfica de distancias, diferencias y línea de ajuste.

En la tabla 7.9 se presentan las magnitudes que se encuentran representadas gráficamente en la figura 7.10. Esta última muestra la relación entre Δd y d , con un total de 10 puntos. Se ajustaron los puntos con una recta, obteniendo resultados similares a los de la Regresión Lineal Múltiple (RLM): una pendiente de 3.8 ppm y una ordenada al origen de 0.23 mm.

La expresión C_{MED} queda conformada de la forma:

$$C_{MED} = 3,8 \text{ ppm } d [m].$$

Con una incertidumbre en su determinación:

$$\mu_{\beta_1} = 1,3 \text{ ppm}.$$

El valor para la constante aditiva K no puede adoptarse dado que no superó el test estadístico correspondiente. Deberá seguir utilizándose para esa configuración del prisma el valor $K=0$ provisto por el fabricante del instrumento.

Controles de cálculo

Al encontrar la existencia de un error de escala, debe verificarse que el valor dado por la RLM en ppm sea realmente un error de escala y no el resultado de una corrección mal aplicada. Previamente se verificó que las correcciones K' realizadas por cálculo son las mismas que calcula automáticamente el procesador de cada estación total. En el supuesto de que las expresiones dadas por el fabricante no sean las correctas, al aplicarlas, se estaría en presencia de un error de naturaleza similar al de escala que puede contabilizarse como tal. A la fecha no se tiene conocimiento de que los fabricantes de equipos brinden de forma errónea estas funciones.

Otra causa potencial que podría resultar en un error proporcional a la distancia es la incorrecta aplicación de la corrección en ppm proveniente del certificado de calibración (-0,6 ppm). Aunque este valor es significativamente menor que las 3,8 ppm, se lleva a cabo un cálculo adicional sin aplicar la corrección de distancias del equipo Leica utilizando dicho valor (-0,6 ppm) únicamente como medida de control.

```

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.0002301  0.0002124   1.083  0.31022
x1           4.3486631  1.2569351   3.460  0.00857 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.0003342 on 8 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5994,    Adjusted R-squared:  0.5494
F-statistic: 11.97 on 1 and 8 DF,  p-value: 0.008568

```

Calculando de esta manera el error de escala se incrementa a 4,3 ppm. Aplicar esta corrección de -0,6 ppm a las observaciones es necesario para no tener un sesgo en el resultado.

Por lo tanto, se puede descartar que el error encontrado de 3,8 ppm sea causado por una aplicación incorrecta de correcciones proporcionales a la distancia. Este resultado se considera efectivamente como error de escala.

Además, como medida de control, se realizó una verificación de la incidencia de la corrección para la constante aditiva de -0,2 mm. Este parámetro fue obtenido del certificado de calibración y se utilizó para corregir todas las distancias medidas con el equipo Leica TS 60 (tablas 7.2 y 7.4). Para ello, se aplicó el procedimiento de la norma ISO 17123-4:2012 a las distancias corregidas por los -0,2 mm. Luego se aplicó el mismo procedimiento a las distancias sin corregir por dicho parámetro. Los resultados obtenidos fueron:

- aplicando la corrección de -0,2 mm el error en la constante resulta en 0,08 mm,
- sin aplicar la corrección de -0,2 mm el error en la constante resulta en -0,10 mm.

Se resultados obtenidos con la aplicación de la corrección de -0,2 mm son ligeramente mejores que los obtenidos sin su aplicación.

Cálculo con ponderación de observaciones

Adicionalmente, se realizaron pruebas de cálculo incorporando una matriz de pesos. Se muestran a continuación los resultados de ponderar las observaciones en el planteo de la ecuación:

$$C_{MED} = K + E d.$$

La matriz de peso se calculó a partir de la varianza de cada distancia según la incertidumbre de medida dada por el fabricante 2mm + 2ppm. De acuerdo con esto, la incertidumbre de medida en las distancias aumenta con su longitud. Se utilizó una matriz de pesos P de 10 filas por 10 columnas, que tiene en su diagonal los términos $\frac{1}{\sigma^2}$ de cada distancia observada.

La precisión es expresada por la incertidumbre 2 mm + 2 ppm D. Esta es una incertidumbre expandida por un factor de 2, por lo tanto, se utiliza 1 mm + 1 ppm D.

Por ejemplo, el elemento [1,1] de la matriz P correspondiente a la distancia $d_{1-2}=46,39461$ m, se calcula:

$$\frac{1}{\sigma_{1-2}^2} = \frac{1}{(0,001 \text{ m})^2 + \left(1 * \frac{46,39461 \text{ m}}{1.000.000}\right)^2} = 997.852,16 \text{ m}^{-2}.$$

```
> P
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [,9] [,10]
[1,] 997852.2 0.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
[2,] 0.0 972022.7 0.0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
[3,] 0.0 0.0 939176.6 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
[4,] 0.0 0.0 0.0 935555 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
[5,] 0.0 0.0 0.0 0 985034.6 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
[6,] 0.0 0.0 0.0 0 0.0 958495.9 0.0 0.0 0.0 0.0
[7,] 0.0 0.0 0.0 0 0.0 0.0 955399.1 0.0 0.0 0.0
[8,] 0.0 0.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0 992855.3 0.0 0.0
[9,] 0.0 0.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 991461.1 0.0
[10,] 0.0 0.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 999936.4
```

Se resolvió mediante R-Project el sistema:

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P L.$$

Este ajuste no se puede resolver mediante la sentencia `lm(y~x1)`, debe trabajarse ejecutando uno por uno los diferentes cálculos. Los resultados obtenidos son los siguientes:

```
> beta2<-solve(t(A) %*% P %*% A) %*% t(A) %*% P %*% L
> beta2
      [,1]
[1,] 0.0002294161
[2,] 3.8019531093
```

- La constante aditiva calculada es: $\beta_0: K = 0,23 \text{ mm}$ mientras que,
- el error de escala obtenido fue: $\beta_1: E = 3,8 \text{ ppm}$.

La desviación estándar experimental del ajuste es de 0,33 mm. Los desvíos estándar de los dos parámetros ajustados fueron:

```
> sbeta0      > sbeta1
      [,1]      [,1]
[1,] 0.0003121082 [1,] 1.255031
>
```

Pasando en limpio:

$$\mu_{\beta_0} = 0,21 \text{ mm} \quad \text{y} \quad \mu_{\beta_1} = 1,25 \text{ ppm}.$$

La prueba del estadístico F_0 fue superada pero no así la prueba del estadístico T_0 para el interceptor K .

Prácticamente se arriba a los mismos resultados usando la matriz de pesos P , pero empleando un considerable tiempo adicional. En este caso en particular, puede omitirse la utilización de una matriz de pesos.

Incertidumbre de la medida de distancias del equipo ensayado

Según lo expuesto en el capítulo VI, en la sección “Incertidumbre en la medición de distancias” se realizan los cálculos correspondientes a la prueba realizada.

Cálculo de s_0

El ajuste por mínimos cuadrados que propone la norma ISO 17123:4:2012 es del tipo:

$$y = (A^T A)^{-1} A^T x$$

Se adaptó a una base de 5 pilares, donde se observaron 10 distancias.

El cálculo matricial para obtener s_0 se realiza con R-Project:

Matriz X (distancias observadas con el equipo Topcon):

```
> X
      [,1]
[1,] 46.394609
[2,] 169.654307
[3,] 254.484730
[4,] 262.458145
[5,] 123.259120
[6,] 208.089510
[7,] 216.062546
[8,]  84.829907
[9,]  92.803475
[10,]  7.973797
```

matriz A:

```
> A
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1    0    0    0   -1
[2,]  1    1    0    0   -1
[3,]  1    1    1    0   -1
[4,]  1    1    1    1   -1
[5,]  0    1    0    0   -1
[6,]  0    1    1    0   -1
[7,]  0    1    1    1   -1
[8,]  0    0    1    0   -1
[9,]  0    0    1    1   -1
[10,] 0    0    0    1   -1
```

Resultado de y:

```

> y<-solve(t(A) %*% A) %*% t(A) %*% X
> y
      [,1]
[1,] 4.639513e+01
[2,] 1.232594e+02
[3,] 8.483015e+01
[4,] 7.973608e+00
[5,] 2.119708e-04

```

Las líneas de la 1 a la 4 representan las distancias ajustadas 1-2, 2-3, 3-4 y 4-5. La línea 5 representa la constante $\delta = 0,00021$ m, que en este trabajo se denomina constante K.

Vector de residuos (r):

```

> #r= A * y - x
>
> r<- A %*% y - X
> r
      [,1]
[1,] 3.086875e-04
[2,] 1.755184e-05
[3,] -2.590406e-04
[4,] -6.719872e-05
[5,] 7.514352e-05
[6,] -1.690490e-04
[7,] 4.025930e-04
[8,] 2.670672e-05
[9,] 6.598864e-05
[10,] -4.013829e-04

```

Al analizar un gráfico de estos residuos (figura 7.11) no se aprecian valores atípicos ni sesgos.



Figura 7.11: Gráfico de residuos dados por el ajuste de las distancias de acuerdo con la norma ISO 17123-4:2012.

Cálculo de s_0 :

$$s_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{r}^T \mathbf{r}}{\nu}}.$$

La magnitud de $\mathbf{r}^T \mathbf{r}$ se calcula con R-proyect resultando en $5,297 \text{ e}^{-7}$.

Con:

- n : 10 (n° de distancias observadas),
- k : 5 (n° de incógnitas),
- $\nu = n - k = 5$,

resulta:

$$s_0 = 0,3 \text{ mm}.$$

Se realiza la prueba estadística sugerida por la norma:

Hipótesis nula: $s \leq \sigma$,

Hipótesis alternativa: $s > \sigma$.

Debe verificarse:

$$s_0 \leq \sigma \sqrt{\frac{X_{1-\alpha}^2(\nu)}{\nu}},$$

$$s_0 \leq \sigma \sqrt{\frac{X_{0,95}^2(5)}{5}}.$$

Para una distribución chi cuadrado con 5 grados de libertad y un intervalo de confianza del 95%:

$$X_{0,95}^2(5) = 11,07,$$

$$s_0 \leq \sigma \sqrt{\frac{11,07}{5}} = \sigma 1,48.$$

De acuerdo con las especificaciones del fabricante el valor σ es de 1 mm.

$$s_0 \leq \sigma \cdot 1,48,$$

$$0,3 \text{ mm} \leq 1 \text{ mm} \cdot 1,48,$$

$$0,3 \text{ mm} \leq 1,48 \text{ mm}.$$

La prueba estadística es superada.

El valor s_0 se considera como la incertidumbre Tipo A $\mu_{\text{ISO-DEM}}$ que se combinará con las demás fuentes de incertidumbre que afectan al resultado.

La constante δ calculada mediante el procedimiento de la norma ISO es equivalente al parámetro K calculado por la RLM con la expresión:

$$C_{MED} = K + E d.$$

Los valores obtenidos a partir de aplicar esta norma son:

$$\delta = 0,21 \text{ mm} \quad y \quad s_\delta = 0,23 \text{ mm},$$

donde, según el procedimiento de la norma ISO:

$$s_\delta = s_0 \times \sqrt{Q(5,5)}$$

donde $Q(5,5)$ es el elemento de la matriz de varianza-covarianza \mathbf{Q} de la fila 5 y columna 5, tal como se aprecia en la captura de pantalla de la consola de R-proyect dada a continuación:

```
> Q
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  0.48 -0.12  0.08  0.08  0.2
[2,] -0.12  0.48 -0.12  0.08  0.2
[3,]  0.08 -0.12  0.48 -0.12  0.2
[4,]  0.08  0.08 -0.12  0.48  0.2
[5,]  0.20  0.20  0.20  0.20  0.5
```

$$s_\delta = s_0 \times \sqrt{0,5} = 0,23 \text{ mm}.$$

Para el valor δ la norma ISO propone la prueba estadística:

$$|\delta - \delta_0| \leq s_\delta \times t_{1-\frac{\alpha}{2}}(v).$$

El valor δ_0 es la constante dada por el fabricante (cero en este caso) y s_δ la desviación estándar experimental obtenida en el ajuste por mínimos cuadrados dado por la norma. Se utiliza el estadístico t para 5 grados de libertad y una cobertura del 95%:

$$t_{0,975}(5) = 2,57,$$

$$0,21 \text{ mm} \leq 0,23 \text{ mm} \cdot 2,57.$$

En el procedimiento propuesto por la norma ISO el error en la constante de 0,21 mm supera el test estadístico. Sin embargo, no puede tomarse como el valor de la constante aditiva debido a que no se calculó en conjunto con el resto de los otros errores sistemáticos (como el de escala). Además, la norma ISO no utiliza distancias nominales en el cálculo por lo tanto los resultados no son trazables.

Se toma el procedimiento completo de la norma ISO 17123-4:2012 como medio para calcular s_0 pero no como método para determinar la constante aditiva.

Cálculo de $\mu_{\beta 0}$

En el ajuste realizado por RLM no se llegó a determinar ningún valor para la constante aditiva, por lo que se continuará utilizando el valor dado por el fabricante del equipo: $K=0$. Dado que el fabricante del instrumento establece una precisión de $2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm}$, se toma la parte constante como incertidumbre Tipo B para la constante aditiva. Este valor está expresado como incertidumbre expandida, por lo que se toma:

$$\mu_{\beta 0} \cong \mu_K = 1 \text{ mm}.$$

Cálculo de $\mu_{\beta 1}$

Se toma el valor $\mu_{\beta 1}$ dado por el ajuste realizado por RLM:

$$\sigma_{\beta 1} = 1,3 \text{ ppm}.$$

Cálculo de la incertidumbre del error de ciclo

No se detectó la presencia de error de ciclo en el instrumento ensayado por lo cual no se tienen incertidumbres Tipo A que aplicar. Puede considerarse como incertidumbre de Tipo B ya incluida en el valor $\mu_K = 1 \text{ mm}$ adoptado. Los errores de ciclo no detectados se computan como parte de la constante aditiva.

Cálculo de μ_{pat}

En este trabajo, el equipo ensayado se comparó con otro de precisión superior, la estación total Leica TS60. En el certificado de calibración de este instrumento de referencia, se expresa el valor de la desviación estándar para la medición de distancia mediante la norma ISO 17123-4:

$$0,6 \text{ mm} \pm 1,0 \text{ ppm.}$$

Según el certificado de calibración de este equipo, esta expresión es una incertidumbre expandida. La cual es obtenida, a partir de multiplicar la incertidumbre estándar de medición, por un factor de cobertura $K = 2$, correspondiente a una distribución normal, con un factor de probabilidad aproximado del 95 %.

Si se reduce a una unidad de sigma, la precisión de instrumento resulta ser:

$$0,3 \text{ mm} \pm 0,5 \text{ ppm.}$$

El certificado de calibración de la estación total Leica TS60 se generó en el año 2019, tiene la categoría de DORADO, correspondiente a los estándares de la empresa Leica, lo que implica que incluye las mediciones utilizadas en el proceso de calibración. El certificado fue emitido por el Laboratorio de Calibración Acreditado SCS 0079 de la empresa Leica en Suiza.

La acreditación 0079 está en acuerdo con la estándar ISO/IEC 17025 y es otorgado por el Servicio de Acreditación Suizo (SAS). El Servicio de Acreditación Suizo es miembro de la Cooperación Internacional para la Acreditación de Laboratorios (ILAC) y signatario del Convenio de Reconocimiento Mutuo, que asegura la aceptación internacional de certificados de calibración.

Los resultados de la prueba de medición de distancias, realizados para este certificado, cumplen con los requisitos del procedimiento de prueba estadística que se describen en la ISO 17123-4. La trazabilidad de las mediciones se realiza a partir de una línea de base controlada por un interferómetro. El factor de escala (ppm) fue verificado por la diferencia de frecuencia, entre la frecuencia interna de diseño del MED y la frecuencia de modulación de la radiación emitida por el MED a diferentes temperaturas. En la figura 7.12 se aprecia el encabezado del certificado de calibración.

En este certificado, se expresa además un parámetro denominado “linealidad de distancias”, que expresa la desviación máxima del patrón dentro del intervalo de medición del instrumento por calibrar. Esta magnitud se determinó en la línea base controlada por un interferómetro empleada por laboratorio Leica. En el balance de incertidumbres se denomina *Desv. Máx* y tiene un valor de $\pm 0,3 \text{ mm}$.

Leica Geosystems Calibration Certificate Gold

Calibration Certificate Gold with measurement values issued by Swiss Accredited Calibration Laboratory SCS 0079

Product:	TS60 I 0.5 R1000	Certificate No:	886926-30082019
Article No:	822430	Inspection Date:	August 30, 2019
Serial No:	886926	Order No:	2990216
Equipment No:	8782517	PO No:	B 15.33 - 0232/19/VV : 1
Issued by:	Accredited Calibration Lab. SCS 0079 Leica Geosystems AG 9435 Heerbrugg Switzerland	Ordered by:	
Status:	After inspection	Customer:	Bundesamt für Kartographie Sackenrieder Str. 25, 93444 Bad Kötzting DE

Figura 7.12: Encabezado del certificado de calibración de la estación total Leica TS 60 de AGGO. Autor: Leica Geosystems AG, 2019.

La incertidumbre del patrón se calcula de acuerdo con lo indicado en el capítulo VI. Se plantea para la distancia máxima medida de 262,50 m:

$$\mu_{pc-262,50m} = \sqrt{(0,3 \text{ mm})^2 + \left(0,5 \times \frac{262.500 \text{ mm}}{1.000.000}\right)^2} = 0,33 \text{ mm},$$

$$\mu_{pc} = 0,33 \text{ mm},$$

$$\mu_{pat} = \sqrt{Desv. \text{Máx}^2 + \mu_{pc}^2} = \sqrt{(0,3 \text{ mm})^2 + (0,33 \text{ mm})^2} = 0,4 \text{ mm}.$$

Valores de μ_T , μ_P y μ_H aplicados

Las temperaturas se registran con una incertidumbre de 0,1°C por lo que μ_T es 0,1 ppm.

La incertidumbre para el registro de la presión atmosférica es de 0,1 hPa por lo que el valor de μ_P es 0,03 ppm.

No se considera el valor μ_H debido a que el equipo Topcon no utiliza valores de humedad relativa en el cálculo de K'. No obstante, los valores registrados de humedad durante el ensayo no fueron valores extremos.

Cálculo de μ_e y de μ_r

Tal como fue expresado en el capítulo VI, cada uno de estos valores de incertidumbres se considera igual a 0,4 mm.

Cálculo de μ_{rf}

En el modo de medición preciso el equipo informa la distancia en pantalla con 4 decimales del metro.

$$\mu_{rf} = \frac{0,1 \text{ mm}}{\sqrt{3}} = 0,058 \text{ mm} \cong 0,06 \text{ mm}.$$

La siguiente tabla expresa los valores de incertidumbre Tipo A y Tipo B considerados:

Tabla 7.10: valores de las incertidumbres consideradas en el procedimiento de calibración.

Fuentes de incertidumbre	Evaluación	Distribución	Aporte	Unidad
I. del equipo				
$s_0 = \mu_{ISO-EDM}$: Precisión de la medición de	Tipo A	normal	0,33	mm
μ_K : Precisión de la constante aditiva K.	Tipo B	normal	1,00	mm
$\mu_{\beta 1}$: Precisión del error de escala del MED.	Tipo A	normal	1,30	ppm
I. del patrón				
$\mu_{pc-262,65m}$	Tipo B	normal	0,33	mm
μ_{pat}	Tipo B	normal	0,44	mm
III. de la atmósfera				
μ_T : Temperatura.	Tipo B	normal	0,10	ppm
μ_P : Presión.	Tipo B	normal	0,03	ppm
μ_H : Humedad relativa.	Tipo B	normal	-	
IV. del centrado				
μ_e : Excentricidad del instrumento.	Tipo B	rectangular	0,40	mm
μ_r : Excentricidad del reflector.	Tipo B	rectangular	0,40	mm
V. de lectura				
μ_{rf} : Error de redonde del instrumento.	Tipo B	rectangular	0,06	mm

Combinación de incertidumbres:

A continuación, se combinan las incertidumbres consideradas.

Se calcula la parte constante a (valores en mm):

$$a = \sqrt{s_0^2 + \mu_K^2 + \mu_{pat}^2 + \mu_e^2 + \mu_r^2 + \mu_{rf}^2},$$

reemplazando por los valores de la tabla 7.10:

$$a = \sqrt{0,33^2 + 1,00^2 + 0,44^2 + 0,40^2 + 0,40^2 + 0,06^2} = 1,27 \text{ mm} .$$

Se calcula también la parte proporcional a la distancia b (valores en ppm):

$$b = \sqrt{\mu_{\beta 1}^2 + \mu_T^2 + \mu_P^2} ,$$

nuevamente, se toman los valores de la tabla 7.10:

$$b = \sqrt{1,30^2 + 0,10^2 + 0,03^2} = 1,30 \text{ ppm} .$$

Cálculo de la incertidumbre expandida

Se multiplican los parámetros a y b por un factor de cobertura $K= 2$, correspondiente a una distribución normal, con un factor de probabilidad aproximado del 95 %. La incertidumbre de medida del instrumento será:

$$2 * 1,27 \text{ mm} = 2,54 \text{ mm} \quad y \quad 2 * 1,30 \text{ ppm} = 2,60 \text{ ppm} .$$

Resultando la expresión para dar la incertidumbre expandida de medida del equipo:

$$2,6 \text{ mm} + 2,6 \text{ ppm} .$$

Ambos términos se redondearon para expresarse con un solo decimal.

Los valores de temperatura y presión promedio durante el ensayo fueron: $T=13 \text{ }^\circ\text{C}$ y $P=1023 \text{ hPa}$. Se registraron variaciones de temperatura y presión que no superaron 1°C y 1 hPa .

Conclusiones del capítulo

Los ensayos realizados en la base de cinco pilares montada en AGGO arrojaron resultados satisfactorios. Tanto los criterios de diseño como los procedimientos de medición y cálculo fueron puestos a prueba exitosamente. En el próximo capítulo, se llevará a cabo un análisis detallado de estos resultados y se presentarán las conclusiones pertinentes.

A pesar del balance positivo de los trabajos desarrollados en la base transitoria, se considera que no es recomendable utilizar una base conformada por trípodes para ofrecer un servicio regular de calibración. El proceso de montar los trípodes junto con las bases nivelantes consume un tiempo considerable y durante todo el procedimiento de medición se deben tomar numerosas precauciones para evitar desplazamientos. Además, teniendo en

cuenta que lo ideal sería contar con una base de 7 pilares, el nivel de dificultad sería significativamente mayor.

Por lo tanto, para poder brindar un servicio de calibración de equipos MED adecuadamente, es necesario contar con una línea base conformada por pilares, tal como se expresó en el capítulo VI. Esta opción garantiza una mayor eficiencia y precisión en el proceso de calibración, asegurando resultados confiables y consistentes para cada instrumento evaluado.

CAPÍTULO VIII: RESULTADOS, DISCUSIONES Y CONCLUSIONES

Análisis de Resultados y Discusiones

Metodología de diseño de líneas base

La mayoría de los distanciómetros electrónicos utilizados actualmente en trabajos de Ingeniería y Agrimensura, son del tipo electroópticos y funcionan aplicando el método de la diferencia de fase. Para esta clase de instrumentos, y tras el análisis realizado, el diseño de bases de calibración a adoptar es el de una línea de pilares de acuerdo con el procedimiento de Heerbrugg.

Si en una base de calibración se prevé ensayar diversos tipos de equipos con distintas unidades de medida, el valor de diseño de 7,50 metros genera una base compatible con la mayor cantidad de instrumentos MED.

El diseño de una línea base tiene relación directa con las características del servicio de calibración demandado en la región. Se necesita conocer el tipo de medición de distancias predominante, para esto es fundamental tener comunicación con los usuarios de estos equipos; entendiendo que una línea base es una herramienta para generar datos que constituyen una muestra estadística.

Se propone un diseño particular de línea base con una longitud que varíe entre 250 y 300 metros, conformado por 7 pilares. Esta elección de longitud se fundamenta en que las distancias a medir deben ser representativas de las que habitualmente se miden con el equipo MED a ensayar. Para que una línea base proporcione distancias que constituyan una muestra estadística válida, es necesario que esta infraestructura esté asociada con la manera en que se utilizan los equipos. En este caso, se han tenido en cuenta las condiciones de medición de la región del AMBA (Área Metropolitana de Buenos Aires) y sus alrededores, que incluyen ámbitos urbanos con densidades edilicias variadas y paisajes rurales predominantemente llanos, con vegetación diversa. En general, se trata de espacios llanos que no permiten establecer líneas de visión demasiado largas. Además, para distancias superiores a las mencionadas, se suele optar por el uso de receptores GNSS.

En base a los análisis realizados en este trabajo, será posible proyectar la longitud de la línea base más conveniente para cada zona específica. Esto podría implicar trabajar con bases de mayor o de menor longitud, según las necesidades y características de cada región.

El uso de 7 pilares para la línea base representa un equilibrio óptimo entre la precisión de las mediciones y el tiempo requerido para el procedimiento. Sin embargo, en algunas

situaciones atípicas, puede ser necesario adoptar alternativas, como lo evidencia el caso de la línea base experimental de 5 pilares empleada en este trabajo.

Procedimiento de medición y cálculo adoptado

Procurando que la calibración de los equipos MED no sea un proceso engorroso y complicado en su desarrollo, se han creado los procedimientos de medición y cálculo necesarios para obtener los parámetros de calibración del instrumento. Las diferentes experiencias de campo han demostrado que 4 mediciones simples para cada distancia, alternado entre CI y CD, es un número suficiente; así como el promedio de 3 mediciones para tener una distancia simple. Considerando que en una línea base de 7 pilares se miden 21 distancias, cualquier incremento en el número de repeticiones implica un aumento considerable en el tiempo que requiere el ensayo. Para que el proceso productivo que representa calibrar un instrumento MED sea eficiente debió encontrarse un equilibrio entre precisión de las observaciones y tiempo requerido.

La regresión lineal múltiple (RLM) como método de ajuste para las observaciones ha demostrado ser muy versátil y puede adaptarse a diferentes tipos de bases de calibración, con diferentes tipos de distanciómetros. Se pueden calcular rápidamente distintas alternativas planteando modelos matemáticos que consideren todos o algunos de los errores sistemáticos del instrumento MED. Los resultados que arrojan las pruebas con los estadísticos F_0 y T_0 permiten evaluar si los coeficientes obtenidos son estadísticamente significativos y determinar cuál es el modelo de corrección C_{MED} que corresponde al instrumento ensayado.

Para que el resultado de la calibración de un equipo MED esté completo debe expresarse la incertidumbre de medida de una distancia simple. Para esto, deben contemplarse todas las fuentes de incertidumbre presentes en el proceso de calibración. La norma ISO 17.123-4:2012 es un punto de partida de gran utilidad para esta tarea, pero deben considerarse fuentes de incertidumbre que no están presentes en esta norma. En esta tesis se adoptaron como fuentes de incertidumbre adicionales la del patrón de medida, la del error de escala y la del error de ciclo. Cada parámetro de calibración es calculado con una desviación estándar experimental que es adoptada como incertidumbre Tipo A. Las cuales son combinadas, en términos de varianza, con otras evaluadas como Tipo B, y finalmente el resultado se expande a un nivel de confianza de 95%.

Diseño de base particular

El Grupo de Trabajo en Metrología del Dpto. de Agrimensura de la FI-UNLP tiene como objetivo brindar servicios de verificación y calibración a los usuarios, públicos y privados, de instrumental topogeodésico. Uno de los objetivos de esta tesis era desarrollar un diseño particular de línea base para brindar estos servicios regionalmente desde la universidad. Para

ello, dentro del capítulo V se plantea el diseño resumido en la tabla 8.1 e ilustrado en la figura 8.1.

Tabla 8.1: Línea base propuesta para construcción en el ámbito de la UNLP.

Tipo de línea base:	Heerbrugg.
Cantidad de pilares:	7
Unidad de medida de diseño:	7,50 m.
Longitud total (C):	277,50 m.
Longitud de las secciones:	1 ^{ra} : 23,13 m.
	2 ^{da} : 53,96 m.
	3 ^{ra} : 84,79 m.
	4 ^{ta} : 69,38 m.
	5 ^{ta} : 38,54 m.
	6 ^{ta} : 7,71 m.

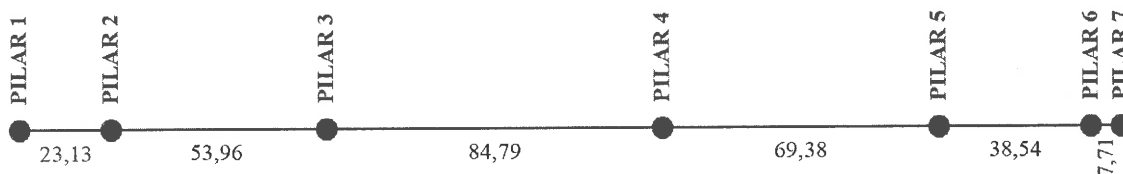


Figura 8.1: Esquema de la línea base propuesta para construcción en el ámbito de la UNLP.

Este es el diseño de línea base que se propone para ser construido en el ámbito de la UNLP y que permitirá brindar servicios de calibración de equipos MED acordes a las necesidades de la región.

Resultados de la calibración de la estación total Topcon ES55

Trabajar con una línea base, aunque de carácter transitoria, permitió validar la metodología propuesta, tanto para el diseño de la base como para su utilización.

El procedimiento de calibración y análisis de los resultados expuestos en el capítulo VII indicó que las mediciones de distancia que se realicen con la estación total Topcon ES55 deberán ser corregidas mediante la expresión:

$$C_{MED} = 4 \text{ ppm} \cdot d \text{ [m]}.$$

El parámetro 3,8 ppm se redondeó a 4 para estar acorde con la precisión del equipo.

El procedimiento de calibración no aportó evidencia de que exista un error en la constante aditiva informada por el fabricante (0 mm). Tampoco se evidenció en los resultados la presencia de un error de ciclo. Si estos errores están presentes, sus magnitudes están por debajo de la capacidad de medición del equipo ensayado.

Si fuera necesario calibrar un equipo de mayor precisión que el Topcon ES55, se necesitaría un equipo de referencia de un orden mayor que la estación total Leica TS60. En ese caso, podrían detectarse errores también de un orden mayor.

La tabla 8.2 muestra la aplicación de esta corrección en distancias tomadas como ejemplo.

Tabla 8.2: Aplicación de la corrección C_{MED} para la estación total Topcon ES55.

Distancia observada (m)	C_{MED} (m)	Distancia corregida (m)
50.000	0.0002	50.000
100.000	0.0004	100.000
150.000	0.0006	150.001
200.000	0.0008	200.001
250.000	0.0010	250.001

La expresión para la corrección C_{MED} es válida en el rango de distancias utilizado en el ensayo, el cual abarca desde 8 hasta 262 metros. Este intervalo coincide con el margen de operación del instrumento utilizado y con los rangos comúnmente empleados en trabajos de Agrimensura.

Tras realizar el balance de incertidumbres se obtiene que la precisión para una distancia observada con este instrumento será $3 \text{ mm} + 3 \text{ ppm}$.

Los parámetros calculados se redondearon para que sean acordes a la precisión del instrumento. Esta expresión corresponde a una incertidumbre expandida para una cobertura de probabilidad del 95 %.

La proximidad del observatorio AGGO resultó crucial para llevar a cabo las mediciones experimentales en la base transitoria de 5 pilares. La disponibilidad de la estación total Leica TS60 y otros instrumentos del observatorio geodésico permitió obtener mediciones nominales con un alto grado de trazabilidad. En otros trabajos (García Muñoz, 2017), se menciona el distanciómetro Kern Mekometer como el equipo utilizado para realizar mediciones que servían como referencia para la calibración en una línea base. No obstante, es importante destacar que este equipo ya no se encuentra en producción, pues fue discontinuado hace varios años y prácticamente no representa una opción viable en la actualidad. En cambio, el contar con un instrumento como la Leica TS60, el cual tiene la capacidad de medir distancias con precisión submilimétrica y posee un certificado de

calibración emitido por un laboratorio calificado, ha sido fundamental para llevar a cabo las mediciones experimentales que se presentan en esta tesis.

Conclusiones

Se ha conseguido desarrollar una metodología objetiva y ordenada para diseñar una línea base para la calibración de distanciómetros electroópticos que aplican el principio de la diferencia de fase. Identificados y analizados los diferentes elementos que forman parte del diseño de este tipo de instalaciones (principalmente: n° de pilares, longitud máxima, U de diseño), pueden ser elegidos objetivamente los parámetros a partir de los criterios analizados en esta tesis. Esto posibilita que una línea base pueda ser diseñada en función del tipo de uso que se dé a los instrumentos MED en cada zona.

Se pudo concretar un diseño de línea base específico para funcionar en el ámbito de la Universidad Nacional de La Plata, con la capacidad de dar servicios de calibración a los usuarios de equipos MED en esta región. Estando definidos todos los aspectos que determinan un modelo de línea base, es posible comenzar a gestionar los recursos necesarios para su construcción. Además, ya establecida la longitud total de la base y el número y distribución de los pilares, puede iniciarse la búsqueda de un lugar para su emplazamiento dentro de las distintas dependencias de la UNLP.

Se ha logrado establecer una metodología de cálculo para obtener los parámetros de calibración y sus expresiones de incertidumbre, la cual se adapta a distintas circunstancias; considerando la presencia o no de los errores instrumentales típicos en equipos MED. La aplicación de la RLM mediante el programa R-Project demostró ser una alternativa rápida y eficiente para el tratamiento de los datos y la obtención de resultados.

Se validó la metodología propuesta mediante el uso de una línea base transitoria, de esta manera el trabajo no se limitó meramente a un desarrollo teórico. Esta base de carácter experimental permitió poner a prueba tanto la metodología de diseño como el procedimiento de medición y ajuste desarrollados en esta tesis. Fue posible evaluar la metodología adoptada para la medición de las distancias en circunstancias reales de trabajo. Como resultado, se obtuvo un conjunto de datos propio, que posteriormente se utilizó para realizar el ajuste por RLM.

A través del trabajo en conjunto con el observatorio AGGO fue posible interiorizarse en el manejo y las capacidades de la estación total Leica TS60. Este equipo es entre 3 y 4 veces más preciso que la mayoría de los utilizados en la región, y cuenta con un certificado de calibración emitido por un laboratorio acreditado. Contar con este equipo y con el apoyo del personal de AGGO posibilitará medir y darles trazabilidad a las distancias nominales entre los pilares de la línea base una vez construida.

Los errores sistemáticos causados por el medio de propagación dan lugar a distintas correcciones que deben ser aplicadas sobre las observaciones crudas para garantizar la calidad de los resultados. También deben ser consideradas la influencia de la curvatura terrestre y la reducción de las observaciones a una superficie de referencia. Todas estas correcciones fueron analizadas para establecer en qué casos corresponde su aplicación. Por lo tanto, fue posible optimizar el procedimiento para la calibración de los equipos aplicando únicamente las correcciones que tienen real incidencia en las mediciones.

Propuestas a futuro

Desde el Grupo de Trabajo en Metrología de la FI-UNLP se desarrollarán las gestiones necesarias para lograr la construcción de una línea base en el ámbito de la UNLP.

Se realizarán diferentes actividades para difundir la necesidad de contar con una base de calibración para instrumentos MED. Para ello será necesario estar en contacto estrecho con las diferentes agrupaciones que nuclean a los usuarios de estos instrumentos, tales como el Consejo Profesional de Agrimensura (CPA) de la provincia de Buenos Aires, el Distrito V (CPA) y la Federación Argentina de Agrimensores (FADA). Así como también participar en diferentes eventos académicos afines, entre ellos el Encuentro Nacional de Investigadores de Agrimensura (ENIA) y el Encuentro Nacional de Estudiantes de Agrimensura (ENEA).

A partir de los resultados tras el ensayo de la estación total Topcon, pueden ser controladas las distancias en la línea base de tres pilares de la FI-UNLP, aumentando la seguridad de los resultados en los servicios que se están brindando actualmente.

BIBLIOGRAFÍA

- ASTRUA, Milena; FORDELL, Thomas; HOMANN, Christa; JOKELA, Jorma; NIEMEIER, Wolfgang; POLLINGER, Florian; TENGEN, Dieter; WALLERAND, Jean-Pierre; ZUCCO, Massimo. 2016. Good practice guide for the calibration of electro-optic distance meters on baselines. JRP SIB60 "Metrology for Long Distance Surveying".
- CeNaM (Centro Nacional de Metrología) de México. 2004. Guía técnica sobre trazabilidad e incertidumbre en metrología dimensional.
- CHUECA PAZOS, Manuel; HERRÁEZ BOQUERA, José; BERNÉ VALERO, José Luís. 1996. Tratado de Topografía 1 y 2: Teoría de Errores e Instrumentación. Editorial Paraninfo.
- DEAKIN, R. E. 2016. EDM: Notes on Electronic Distance Measurement.
- DOMÍNGUEZ GARCÍA – TEJERO, Francisco. 2002. Topografía General y Aplicada. Ediciones Mundi-Prensa.
- FERNÁNDEZ PAREJA, María T. 2012. Evaluación y análisis de la trazabilidad metrológica en redes para la verificación y calibración de instrumental GNSS (Global Navigation Satellite System). Tesis Doctoral. Universidad Politécnica De Madrid.
- FERNÁNDEZ PAREJA, María T.; QUINTERO ECHEVERRI, José Manuel. 2014. Proyecto de líneas base y diseño de un procedimiento de calibración de instrumentos geodésicos de medición electroóptica de distancias en la Universidad del Quindío (Colombia). Revista e-medida nº 7.
- FIG. International Federation of Surveyors (FIG). 1994. Nº 9: Recommended Procedures for Routine Checks of Electro-Optical Distance Meters. Editor: Rudolf STAIGER.
- GARCÍA BALBOA, José Luis; RUIZ ARMENTEROS, Antonio Miguel; MESA MINGORANCE, José Luis. 2011. Evaluación de la incertidumbre de medida de ángulos, distancias y desniveles medidos con instrumentación topográfica. Revista Mapping 149.
- GARCÍA MUÑOZ, Raquel Luján; GARCÍA ASENJO VILLAMAYOR, Luis. 2017. Distanciometría GNSS para metrología y control de deformaciones. Grado en Ingeniería Geomática y Topografía. Universidad Politécnica Valencia.
- GHILANI, Charles D.; WOLF, Paul R. 2006. Adjustment Computations Spatial Data Analysis. John Wiley & Sons, Inc. ISBN: 978-0-471-69728-2.

- GUM (Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida). 2008. Centro Español de Metrología.
- HAZELTON, N. 2009. Instrument Calibration for the 21st Century. Paper for the MSPS 57th Annual Meeting.
- ISO 17123-1. Optics and optical instruments. Field procedures for testing geodetic and surveying instruments. Part 1: Theory. Second edition 2010.
- ISO 17123-4. Optics and optical instruments. Field procedures for testing geodetic and surveying instruments. Part 4: Electro-optical distance meters (EDM instruments). First edition 2001.
- ISO 17123-4. Optics and optical instruments. Field procedures for testing geodetic and surveying instruments. Part 4: Electro-optical distance meters (EDM measurements to reflectors). Second edition 2012.
- KLINGE, Jim. 1996. Baseline.exe Release Notes. Documentación adjunta al programa Baseline.exe. Calibration of EDM instruments and baselines. Programa desarrollado por The Western Australian Land Information Agency.
- KUKKAMÄKI, T. J; HONKASALO, T. 1955. Publicación técnica N° 26: Base de Comparación Buenos Aires – Internacional estándar para medidas lineales. Instituto Geográfico Nacional.
- LEICA GEOSYSTEMS AG. 2016. Leica MS60/TS60 - User Manual.
- LEICA GEOSYSTEMS AG. 2019. Calibration Certificate Gold: N° 886926-30082019.
- MOFFITT, F. H. 1975. Calibration of EDM's for Precision Measurement. Surveyin and Mapping 35, n° 2 (pag. 147 a 154).
- MÜLLER, Roberto. 1937. Agrimensura y Catastro. Librería: "EL ATENEO"
- MÜLLER, Roberto. 1944. Teodolitos y Poligonaciones. Librería: "EL ATENEO".
- NAVIDI, William. 2006. Estadística para Ingenieros. Mcgraw-HILL/ Interamericana Editores, S.A. DE C.V. ISBN 970-10-5629-9.
- PAÚS, Pablo; ROMANO, José; PAREDI, Jorge; BERGAMINI, Javier; ALDASORO, Roberto. 2019. Construcción de una base corta de calibración en el departamento de Agrimensura de la Facultad de Ingeniería de la UNLP. 5tas Jornadas de Investigación, Transferencia y Extensión de la Facultad de Ingeniería (pag. 134 a 139). Archivo Digital:

descarga y online ISBN 978-950-34-1749-2.
<http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/75011>

Resolución 3 IAG adoptada en la XXII Asamblea General en Birmingham. 1999.

ROMANO, José; PAÚS, Pablo; BERGAMINI, Javier; ALDASORO, Roberto. 2017. Diseño de base para calibración de instrumentos MED. XXVIII Reunión Científica de la Asociación Argentina de Geofísicos y Geodestas y del Tercer Simposio sobre Inversión y Procesamiento de Señales en Exploración Sísmica (IPSES'17).
<http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/61011>

RÜEGGER, Jean M. 1977. Design and use of baseline for the calibration of EDM instrument. Proc. 20th Australian Survey Congress, Institution of Surveyors (pag. 175 a 189).

RÜEGGER, Jean M. 1996. Electronic Distance Measurement (an Introduction). Springer.

SCHWENDENER, H. R. 1972. Electronic distancers for short ranges: Accuracy and Checking procedures, Survey Review.

SOKKIA CO. LTD. 2006. Manual estación Sokkia modelo Seria 10K.

SPECTRA PRECISION. 2014. Guía de usuario - Estación total Spectra Precision serie Focus 2.

TOPCON CORPORATION. 2016. Instruction manual: ES-52 & ES-55.

VIM (Vocabulario Internacional de Metrología). 2012. Conceptos básicos generales y términos asociados (JCGM 200: 2012). Traducción de la 3ª edición del VIM 2008.

WOLF, Paul R; GHILANI, Charles D. 2016. Topografía. Alfaomega.