

APUNTES DE TOPOGRAFÍA

TEMA 4 TEODOLITO

1. DESCRIPCIÓN

El teodolito es un instrumento que sirve para medir ángulos horizontales (o acimutales) y verticales (fig. 92).

- **El fundamento de su funcionamiento** es el siguiente:

Si desde un punto E (figs. 92 y 93) en la vertical del punto e materializado en el terreno, se dirigen visuales a dos puntos A y B, el ángulo que interesa en topografía no es el AEB, sino el de su proyección sobre un plano horizontal, o sea el valor de la sección normal del diedro determinado por los dos planos que contengan a la vertical $E-e$ y pasen respectivamente por A y B.

Por otra parte, los ángulos verticales que también mide el teodolito son los que forman con la horizontal (o con la vertical) las visuales EA y EB .

Ambas mediciones angulares (horizontal y vertical) se efectúan utilizando el instrumento (teodolito) esquematizado en la fig 92.

- **Se compone de:** un anteojo astronómico O cuyo eje de colimación (C-C') bascula alrededor de un eje secundario S-S' arrastrando en su movimiento un limbo graduado cuyas divisiones enfrenta a un índice fijo (i). Su lectura da el valor del **ángulo vertical**.

Todo el conjunto, denominado **alidada**, gira a su vez alrededor del **eje principal E-E'** desplazando otro índice (i') sobre un segundo limbo graduado fijo (horizontal), que por construcción es perpendicular al eje principal.

Al dirigir las visuales sucesivamente a los puntos A y B, las respectivas posiciones del índice i e i' sobre dicho limbo acimutal proporciona por diferencia de lectura el valor del **ángulo horizontal**.

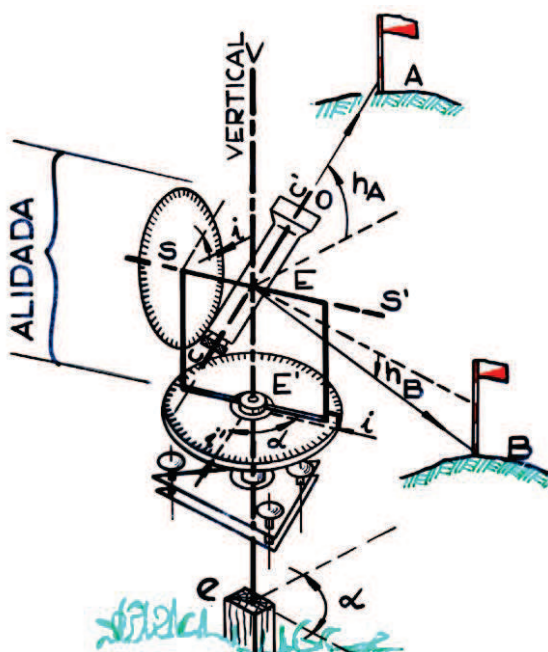


Fig. 92

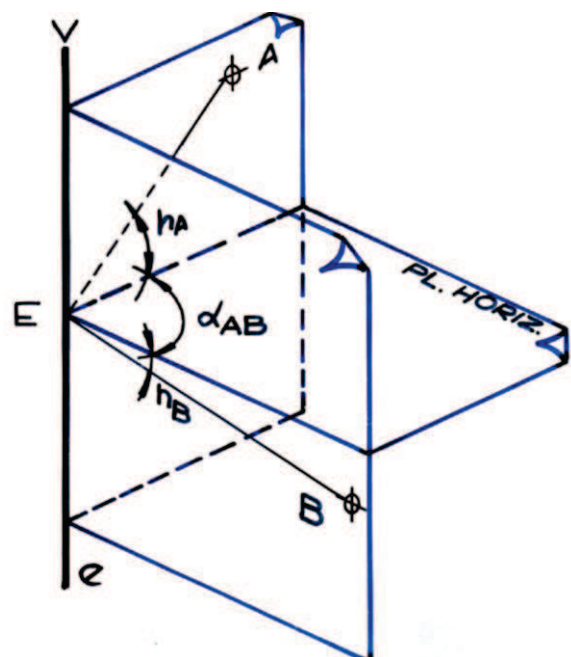


Fig. 93

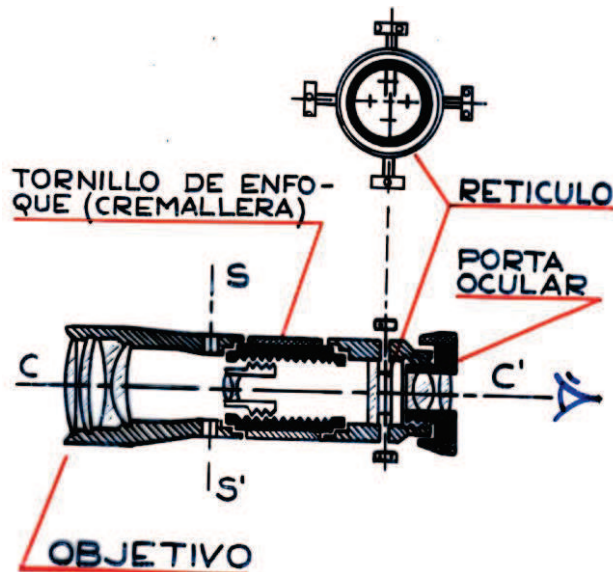


Fig. 94

- Hay que distinguir pues **3 ejes fundamentales en el teodolito:**

- 1) **Eje de colimación (C-C')** determinado por la cruz del retículo (fig 94) y el centro óptico del objetivo del anteojo astronómico. (SS') alrededor del cual bascula el anteojo.
- 2) **Eje secundario (S-S')** alrededor del cual bascula el anteojo.
- 3) **Eje principal (E-E')** alrededor del cual gira la alidada (parte superior móvil del teodolito).

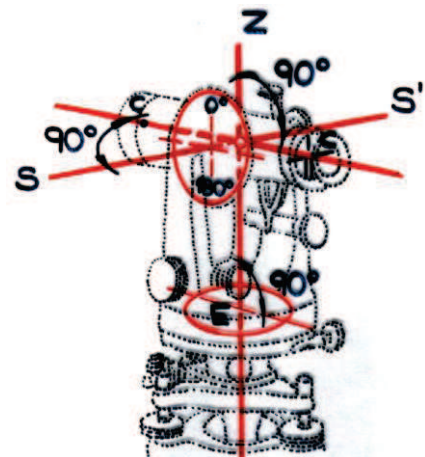
Entre los mencionados eje deben cumplirse las siguientes condiciones:

C-C' perpendicular a S-S'

S-S' perpendicular a E-E'

E-E' vertical

Los limbos vertical y acimutal deben ser perpendiculares a los ejes S-S' y E-E' respectivamente



DESCRIPCION SINTETICA DEL TEODOLITO

A los efectos didácticos, utilizaremos esquemáticamente la descripción de los teodolitos antiguos (figs. 95 y 96).

- a) **Plataforma nivelante con tres tornillo calantes**, que apoya sobre un trípode al cual se fija mediante un tornillo "ad hoc".
- b) **Limbo acimutal**, círculo graduado de 0° a 360° o 0° a 400 gon en el sentido directo (de la agujas del reloj) –también en sentido contrario-. Generalmente está dividido de $20'$ en $20'$.
- c) **Tornillo de fijación** del limbo acimutal, colocado radialmente.
- d) **Tornillo de pequeños movimientos** del mismo, colocado tangencialmente.
- e) **Alidada**: Parte superior móvil del teodolito que gira alrededor del eje principal.

La Alidada esta constituida por:

- 1) Anteojo astronómico: que bascula alrededor del eje secundario.
- 2) Limbo Vertical (graduado como el acimutal) que gira solidariamente con el anteojo.
- 3) Tornillo de fijación de la alidada (colocado radialmente).
- 4) Tornillo de pequeños movimientos de la misma (colocado radialmente).
- 5) Dos Nonius ubicados diametralmente, para lecturas en el Limbo acimutal (acompañan a la alidada en su movimiento giratorio alrededor del eje principal).
- 6) Nivel tubular para verticalizar el eje principal (a esta operación se la denomina **calaje**)
- 7) Dos Nonius fijos ubicados en la armadura que enfrenta al limbo vertical, para leer los ángulos verticales.
- 8) Nivel testigo solidario con los nonius fijos. Posee un tornillo para centrar la burbuja antes de leer con dichos nonius.
- 9) Tornillos de fijación y de pequeños movimientos del anteojo alrededor del eje secundario.

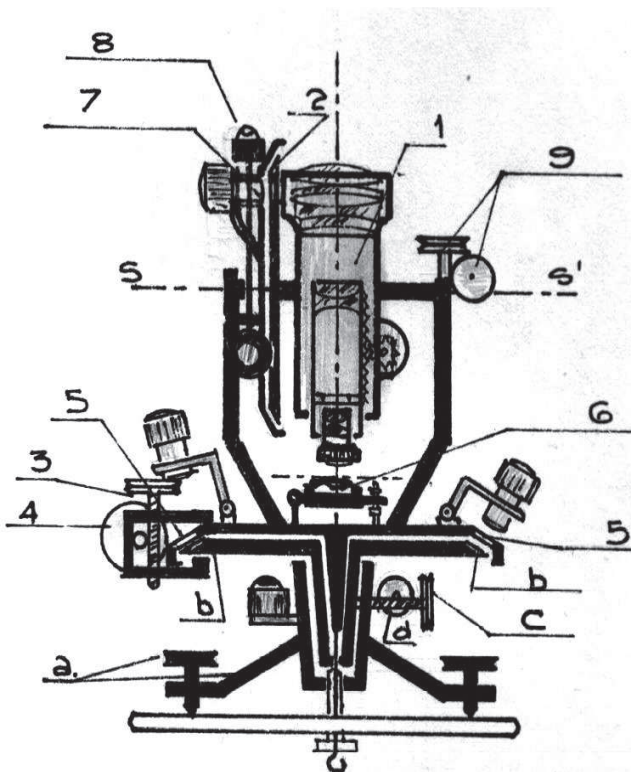


Fig. 95

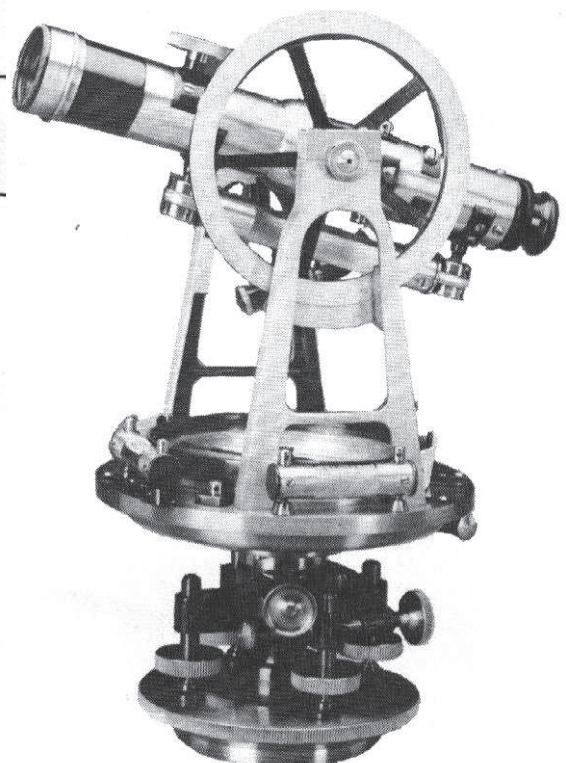


Fig. 96

NOTA: El teodolito desciende del “aparato topográfico” inventado por Diggers en 1571 y más tarde evolucionando hacia el teodolito por Sissons, Ramsden y Troughton.

A continuación describiremos sintéticamente los elementos consignados en 1) y en 6).

- **Anteojo astronómico** (fig. 97) Consta de dos lentes convergentes, montadas en un tubo formando un sistema óptico centrado con la facultad de poder variarse la distancia entre dichas lentes. La primera de éstas se denomina **objetivo** (enfrenta al objeto visado) y la segunda **ocular** (a la que se acerca nuestro ojo).

El objetivo da una imagen real e invertida del objeto. A su vez el ocular, que funciona como una lupa, proporciona de dicha imagen (que es pequeña) otra mayor, virtual y directa. De allí que en definitiva el operador observe imágenes invertidas, aunque en la actualidad los instrumentos poseen una lente intermedia que proporciona imágenes directas.

El proceso para la **bisección de un punto P** del espacio, es sintéticamente expresado, el siguiente:

- 1) Se enfoca el retículo desplazando la lente del ocular dentro del tubo porta-ocular. Para que el retículo sea observado nítidamente con vista descansada. Debe ocupar una posición coincidente con el foco del ocular, ya que éste funciona como lupa. De este modo la imagen visual del retículo dada por la lente ocular se forma prácticamente en el infinito y el operador no fuerza su vista.
- 2) Se busca el punto P soltando los tornillos de fijación de la alidada y del anteojo, hasta que aquel aparezca en el campo del anteojo. Luego se fijan los tornillos.
- 3) Se desplaza el conjunto ocular- retículo, hasta que el retículo coincida con el plano en que se forma la imagen real P' dada por el objetivo. Esto se logra accionando el tornillo a cremallera que permite el desplazamiento del tubo ocular dentro del tubo objetivo. De este modo nuestro ojo percibe en un mismo plano de profundidad (sin paralaje) las imágenes virtuales del punto P y del retículo. Consecuentemente para enfocar otro punto Q más distante, habrá que accionar nuevamente la cremallera para introducir más el tubo ocular. Para distancias superiores a 100 metros este desplazamiento es muy leve, apenas un afinamiento del enfoque.
- 4) Bisección del punto P: consiste en que el eje de colimación pase por dicho punto. A tal fin se lleva a coincidir su imagen P'' con la del centro del retículo (intersección de trazos). Esto se logra con los tornillos de pequeños movimientos de la alidada y del anteojo.

El proceso de enfoque y bisección se esquematiza en las figuras 97 y 98

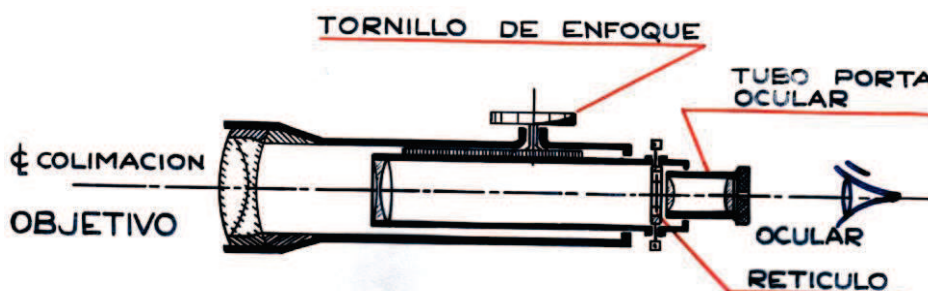


Fig. 97

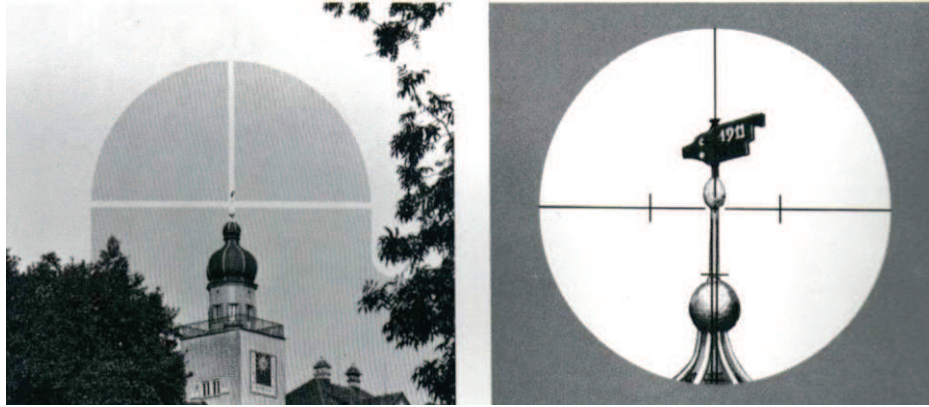


Fig. 98

• **Nivel tubular** (fig. 99)

Está constituido por un tubo de vidrio de forma tórica de muy pequeña curvatura, casi lleno de un líquido de escasa viscosidad (éter o alcohol) dejando una burbuja de aire mezclada con los vapores del mismo.

Dicha burbuja siempre ocupa la parte más alta del tubo. Para verificar su posición, el tubo de vidrio posee trazos transversales equidistantes.

Cuando la burbuja está centrada se dice que el nivel está calado. La tangente en el punto medio de las divisiones se denomina eje del nivel, el cual ocupará la posición horizontal cuando la burbuja está centrada (nivel calado).

Sensibilidad del nivel. Es el ángulo de giro correspondiente al desplazamiento de una división de la burbuja. De la figura 99 surge que:

$$S = a / R \quad (\text{en radianes})$$

La sensibilidad se exprese generalmente en segundos / div, o sea por ejemplo 20" / 2 mm.

En los instrumentos topográficos su valor oscila entre 10" y 60" por división.

Corrección del nivel. Se dice que un nivel está corregido cuando su eje de nivel es paralelo a la línea que le sirve de apoyo.

Si la línea de apoyo es horizontal y el nivel está corregido, su eje de nivel será horizontal, por lo tanto el centro de la burbuja estará en el cero de la graduación (fig. 100).

Fig. 99

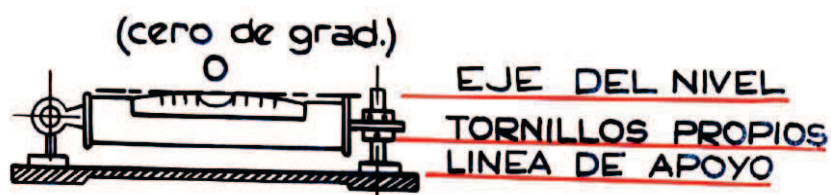
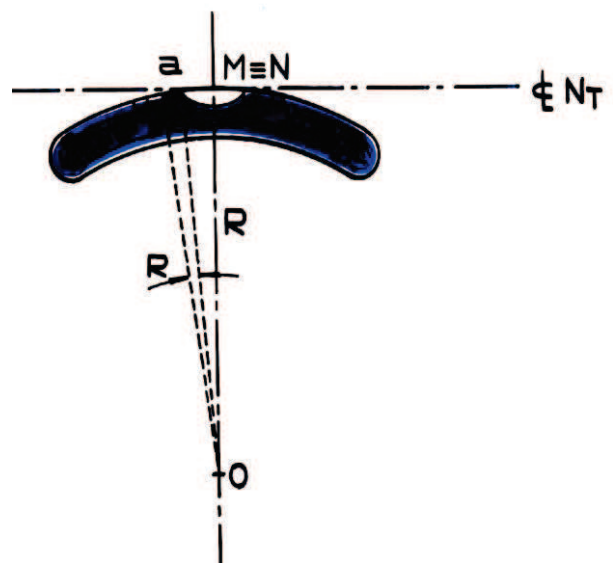


Fig. 100

Si el nivel no está corregido, el centro de la burbuja no coincidirá con el cero de la graduación, por lo que para corregirlo habrá que mover los tornillos propios del nivel hasta que el centro de la burbuja coincida con el cero. Toda la operación de corrección deberá realizarse con la línea de apoyo del nivel perfectamente horizontal.

Principio fundamental del nivel: (fig. 101)

Si se apoya un nivel sobre una recta y luego se invierten sus apoyos, el desplazamiento que experimenta la burbuja mide el doble del ángulo que dicha recta de apoyo forma con la horizontal.

Analizando las figuras se demuestra fácilmente el enunciado por igualdad de ángulos entre paralelas.

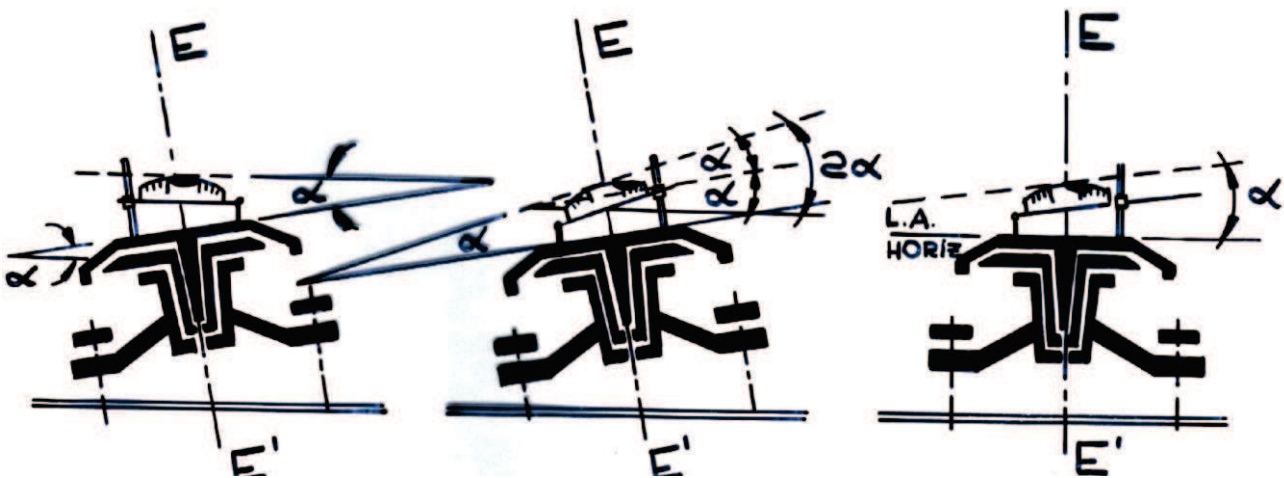


Fig. 101

2. CALAJE DEL TEODOLITO

El principio fundamental del nivel se aplica al efectuar el calaje del teodolito, operación esencial que tiene por finalidad verticalizar su eje principal E-E'. La teoría de tal verticalización es de cierta complejidad. No obstante, en la práctica es logable mediante sucesivas aproximaciones, que en general se limitan a dos, denominadas calaje aproximado y calaje fino. A tal efecto se utilizan los tornillos calantes que están dispuestos según los vértices de un triángulo equilátero.

- **Calaje aproximado:** Se coloca el nivel aproximadamente paralelo a la dirección de dos tornillos calantes cualesquiera y se centra la burbuja mediante el accionamiento de los mismos (fig. 102), de tal manera que ambos giren en sentido contrario. La burbuja se desplaza según el sentido indicado por el dedo índice de la mano derecha. Luego de centrada la burbuja se gira el nivel aproximadamente 90° y con el tercer tornillo calante se centra nuevamente la burbuja. Los teodolitos actuales, por lo general, vienen provistos de un nivel esférico (en la plataforma nivelante o en la alidada) que se utiliza para realizar el calaje aproximado con mayor rapidez, ya que no es necesario girar los 90° del procedimiento anterior. Primeramente se alinea la burbuja con el círculo central por medio de dos de los tornillos calantes, accionándolos de la misma manera ya descrita y luego con el tercer tornillo calante se la hace coincidir con el círculo central (fig. 103).

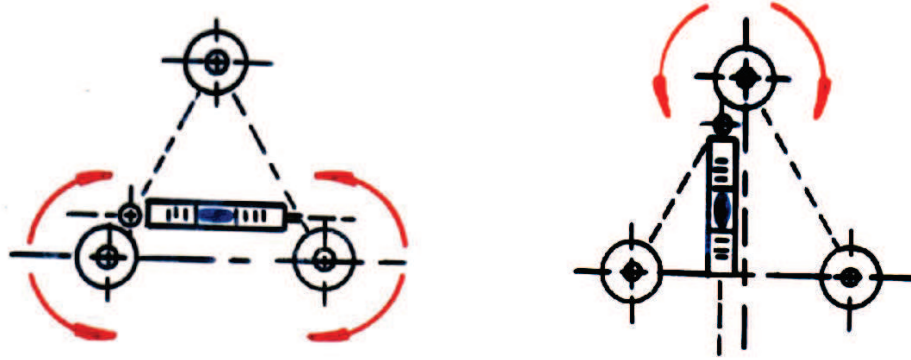


Fig. 102

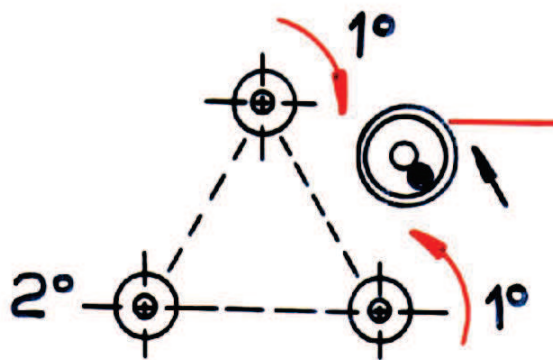


Fig. 103

- Calaje fino:** Una vez realizado el calaje aproximado, se vuelve a colocar el nivel en dirección paralela a dos tornillos calantes cualesquiera y se centra la burbuja. Luego se gira el nivel aproximadamente 180° , lo que es prácticamente a invertir sus apoyos y se aplica la consecuencia del principio fundamental del nivel: **si la burbuja se ha desplazado n divisiones, con los mismos tornillos calantes se corrige la mitad desplazándola en sentido inverso $n/2$ divisiones.** En ese instante se ha horizontalizado la familia de rectas que perteneciendo a un plano normal al eje principal, es paralela a la dirección de dichos tornillos calantes (fig. 101 y 104).

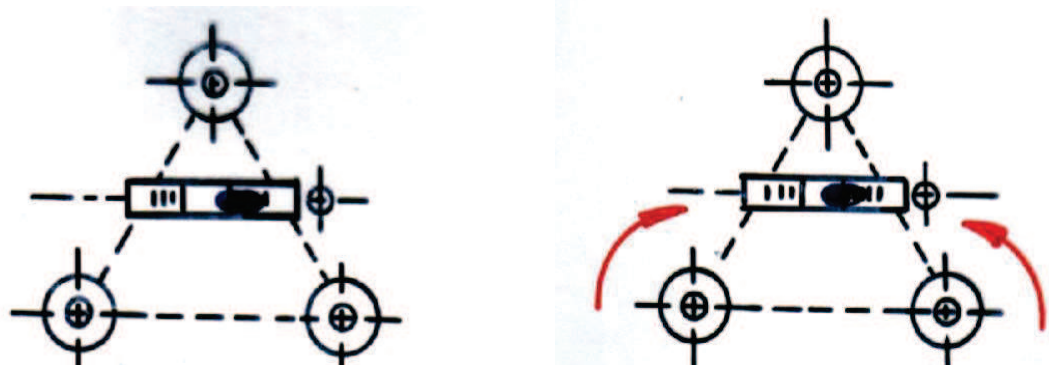


Fig. 104

Como por construcción el limbo acimutal debe ser perpendicular al eje principal, suele decirse también, con menos rigor, que se ha horizontalizado la familia de rectas del plano del limbo, paralelas a la dirección de dichos tornillos calantes.

Basta ahora con horizontalizar otra recta no paralela a las anteriores, para tener horizontal el mencionado plano. Conviene que esa recta sea la de máxima pendiente para lo cual se gira aproximadamente 90° y con el tercer tornillo calante se lleva la burbuja a la misma posición en que había quedado anteriormente, o sea descentrada $n/2$ divisiones. Queda así concluido el calaje fino. Como control obsérvese que en cualquier posición de la alidada la burbuja permanezca constantemente inmóvil (en dicha posición descentrada), lo cual implica que el eje principal está vertical. En caso contrario se repite la operación.

El segundo paso del calaje fino también se puede lograr de la misma forma que el primero, o sea se centra la burbuja, se gira 180° y luego se corrige la mitad de la desviación total (fig. 105).

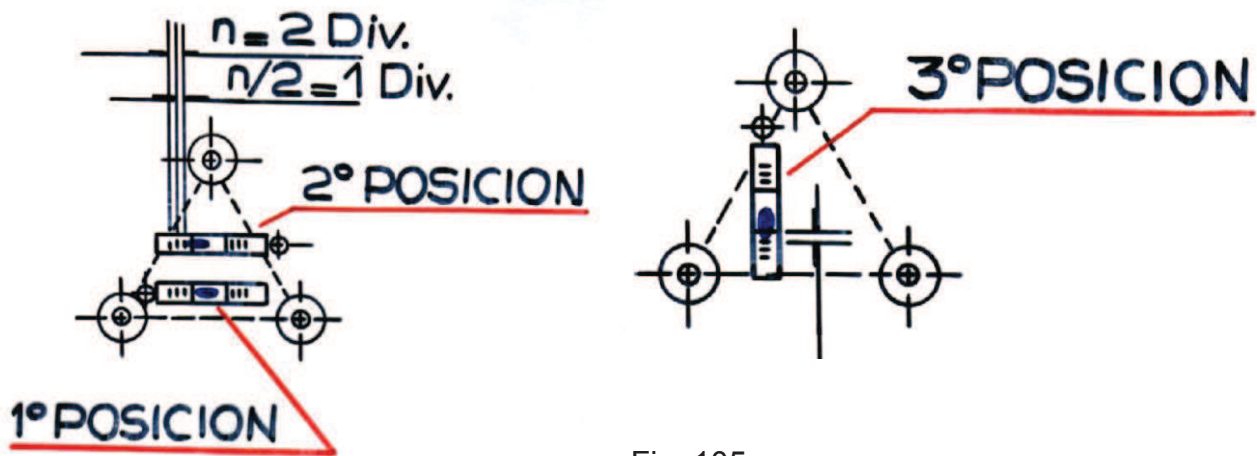


Fig. 105

Si se deseara por simple comodidad (o porque la descorrección es fuerte), puede llevarse la burbuja a su posición central mediante los tornillos propios de corrección del nivel (fig. 100)

3. PUESTA EN ESTACIÓN DEL INSTRUMENTO

Poner el teodolito en estación, es colocar el instrumento exactamente en un punto topográfico en perfectas condiciones de operación.

Primeramente aflojamos los tornillos de las patas del trípode y las extendemos hasta la altura necesaria según nuestra altura visual y apretamos los tornillos. Conviene ubicar la plataforma del trípode aproximadamente horizontal y los tornillos calantes a la mitad de su recorrido. Las posiciones inclinadas de la plataforma del trípode deben ser compensadas con los tornillos calantes de la base nivelante.

Colocamos el teodolito en la cabeza del trípode y apretamos ligeramente el tornillo de fijación en la base nivelante.

Colocamos la plomada en el tornillo de fijación, y luego plantamos el trípode en las proximidades del punto, haciendo bascular el trípode sobre una de sus patas, hasta que esté lo más cercano posible a la vertical del punto.

Clavamos las patas en el suelo lo suficiente para garantizar la estabilidad del trípode, para ello hay que procurar que la fuerza actúe en la dirección de las patas del trípode.

Luego se realiza el calaje aproximado y en el caso de que el teodolito esté provisto de una plomada óptica, se retira la plomada común y se verifica la correcta centración de

la cruz filar de la plomada óptica - en algunos instrumentos es un pequeño círculo-, si ésta no coincide con el punto topográfico se afloja el tornillo de fijación y se centra, realizando nuevamente el calaje aproximado y se repite la operación hasta que se verifique el centrado de la plomada óptica y el calaje aproximado.

Otra forma es colocar las patas del trípode de manera que la cruz filar de la plomada óptica caiga sobre el punto del suelo. Se clavan firmemente las patas del trípode y con los tornillos calantes centramos la plomada óptica sobre el punto topográfico. Calamos el nivel esférico modificando las alturas de las patas del trípode y el teodolito estará aproximadamente nivelado.

Finalmente se realiza el calaje fino, verificando una vez más el centrado de la cruz filar de la plomada óptica, si ésta no coincide se centra aflojando el tornillo de fijación y realizamos nuevamente el calaje fino.

4. LECTURAS DE LOS CÍRCULOS (LIMBOS)

- **En los teodolitos antiguos:**

A los efectos de mejorar la precisión de la lectura (no de la medición) el índice de los teodolitos viene provisto de un nonio o vernier. Definimos la apreciación angular como el cociente entre la menor división del limbo y el número total de divisiones del vernier.

$$a = \frac{\text{menor división del limbo}}{\text{N}^\circ \text{ total divisiones del vernier}} = \frac{d}{N}$$

1. Con vernier (nonius) y lupa. Por lo general el limbo está dividido de 20' en 20'. Si el vernier tiene 60 divisiones su apreciación será.

$$a = \frac{d}{N} = \frac{20'}{60} = 20''$$

El método de lectura es el siguiente: se observa (con ayuda de la lupa) la posición del índice o "cero" del vernier sobre el limbo, leyéndose los grados y múltiplos de 20' (00', 20', 40'). La fracción de 20' restantes se calculará multiplicando la apreciación a del vernier (20") por el N° de orden de la división de éste que coincide con una división del limbo:

Ej.: $174^\circ 40' + 43 \times 20'' = 174^\circ 54' 20''$ 43 es el N° de división del nonio.

Este cálculo se ha evitado escribiendo sobre las divisiones del vernier, no su N° de orden sino directamente sus valores angulares correspondientes. Ello permite la lectura directa de la fracción, expresada en minutos y segundos (fig. 106).

Ej.. lectura "guesa o entera"	174° 00'
lectura de la fracción (con vernier)	08' 20"
Lectura definitiva	174° 08' 20"

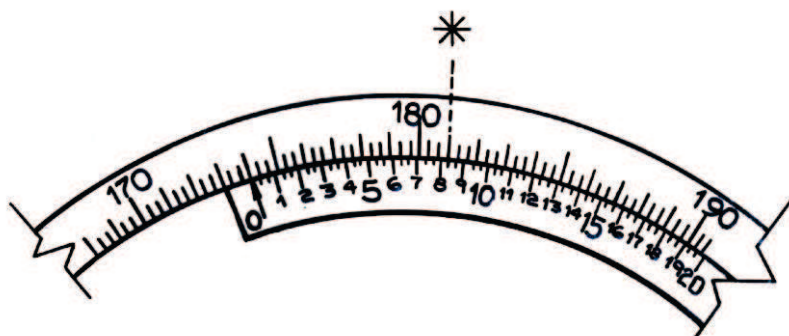
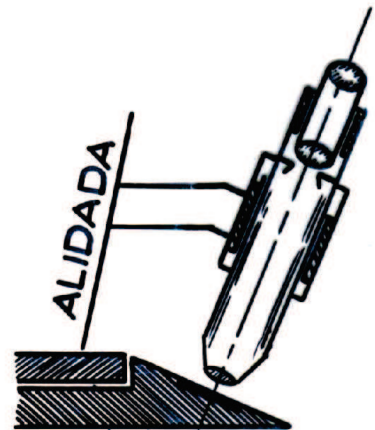


Fig. 106

2. Microscopios lectores

De trazos

Consta de un tubo soporte dentro del cual hay un diafragma y un ocular que se utiliza para enfocar el diafragma (fig. 107). Ese tubo soporte se utiliza dentro de otro tubo que está unido a la alidada para enfocar el limbo, el enfoque se realiza análogamente al de un antejo astronómico. Hay microscopios que tienen de tres a cinco hilos, donde se hace lectura por estimación de cada hilo y las semisumas de cada lectura de los hilos que distan igualmente del medio, deben ser igual a la lectura de este último, luego promediamos estas tres lecturas y obtenemos el valor que corresponde a la bisección.



- **En los teodolitos modernos**

De escala

En estos microscopios al diafragma va montado un micrómetro de cristal, es decir, una placa con una escala graduada de 0 a 60 de tal modo que la distancia entre su trazo inicial, que es el trazo de lectura y su trazo final, corresponde al valor de una división del limbo (fig. 108). Si en este caso el limbo se halla dividido en un grado, es decir 60', por lo tanto 60 divisiones micrométricas corresponden a 60', es decir, una división del micrómetro equivale a 1' y por estima se pueden hacer décimas de minuto o bien 6".

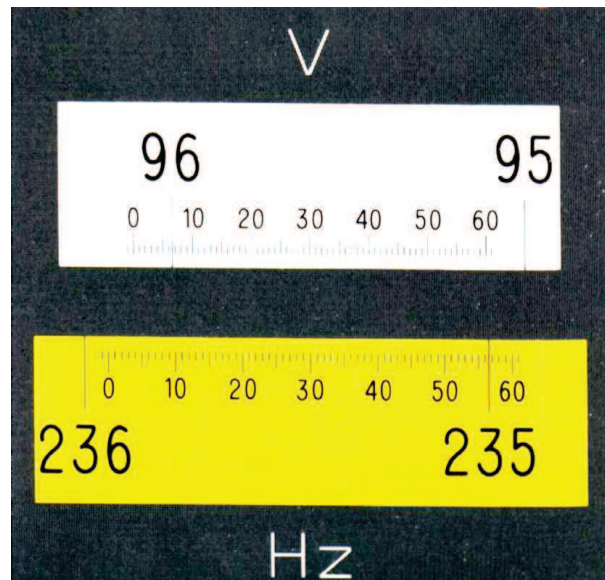


Fig. 108

Ejemplo de lectura 360°, Círculo Vertical: 96°06'24", Círculo Horizontal: 235°56'18"

De Nonius

Es análogo al de la escala, en vez de ella lleva un nonius montado en el diafragma y graduado en la placa de cristal. La lectura se realiza de la misma manera que con el vernier y la lupa (fig. 109).

Apreciación: $a = \frac{5'}{10} = \frac{300''}{10} = 30''$

Fig. 109



Lectura: $4^{\circ}40'$
 $\underline{2' 00''}$
 $4^{\circ}42' 00''$

3. Tornillo micrométrico

A Tambor

Es un tornillo de precisión, cuyos movimientos rectilíneos son acusados por un tambor graduado que gira alrededor de un índice *i*. El tambor gira adherido al tornillo (fig. 110).



Fig. 110

La flechita indica el lugar que debe ocupar el hilo cuando el tambor marca cero.

Cuando se visa un punto y se hace la lectura, se observa si hay alguna división del limbo en coincidencia con el hilo reticular, cosa que generalmente no sucede.

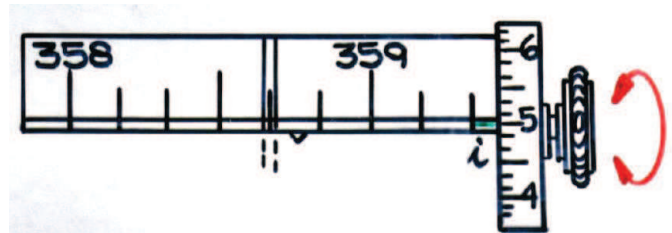


Fig. 111

Por lo tanto se anota el grado del limbo que está inmediatamente antes del hilo del retículo y se hace girar el tornillo hasta que éste hilo coincida con el grado leído (fig.111). Leyendo entonces sobre el tambor, conoceremos la cantidad que ha avanzado el tornillo, cantidad que sumada a la lectura hecha sobre el limbo, dará la lectura total. Desde ya, que la cantidad que avanza el tornillo está expresada en segundos, para poder así sumar directamente lo que indica el limbo.

Ej.: Lectura gruesa $358^{\circ} 40'$

Lectura fina $\frac{5' 00''}{358^{\circ} 45' 00''}$

apreciación $a = 10'/60'' = 600''/60 = 10''$

Optico

Funcionamiento del micrómetro óptico

El sistema de lecturas con micrómetro óptico, (ideado por Heinrich Wild) en la actualidad se utiliza en teodolitos de diversas marcas. Tal dispositivo se basa en el desplazamiento de los rayos luminosos que concurren a formar las imágenes de las divisiones de los limbos, al atravesar una lámina plana de caras paralelas accionada por un tornillo, de tal forma que los desplazamientos mencionados resultan con suficiente aproximación, proporcionales al giro de la misma, quedando indicados los valores angulares correspondientes en una escala adosada a dicho tornillo de comando (fig. 112).

Supongamos que debemos efectuar la lectura correspondiente a una determinada dirección. Observamos en la fig. 112 un sector del limbo, y a través de un sistema óptico no representado en la figura, la formación de las imágenes de las divisiones de aquel en el campo visual de lectura, donde se encuentra el índice. Para completar la lectura es menester agregar a la división del limbo correspondiente, en este caso 11° , el intervalo (*i*) comprendido entre la misma y el índice de lectura.

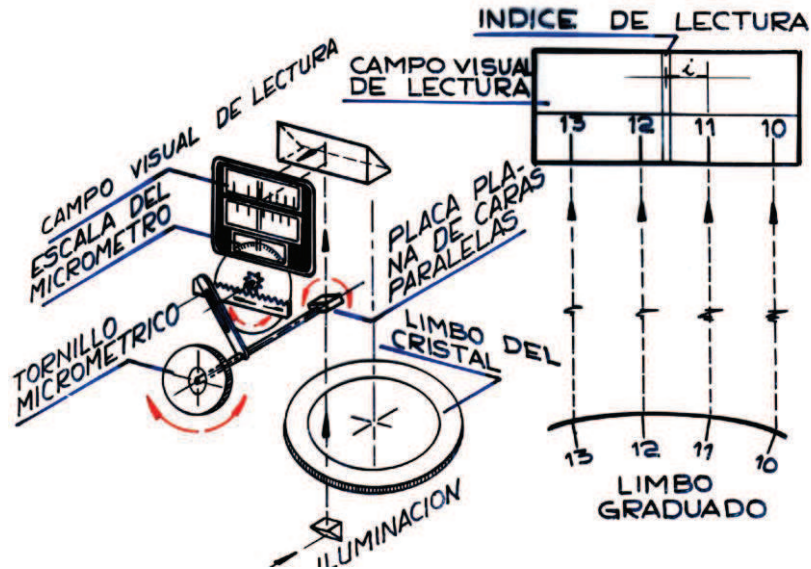


Fig. 112

Admitiendo una posición tal de la placa plana, que los rayos luminosos la atraviesen sin desviarse (fig. 113), y que la escala correspondiente se encuentre en cero antes de efectuar la lectura.

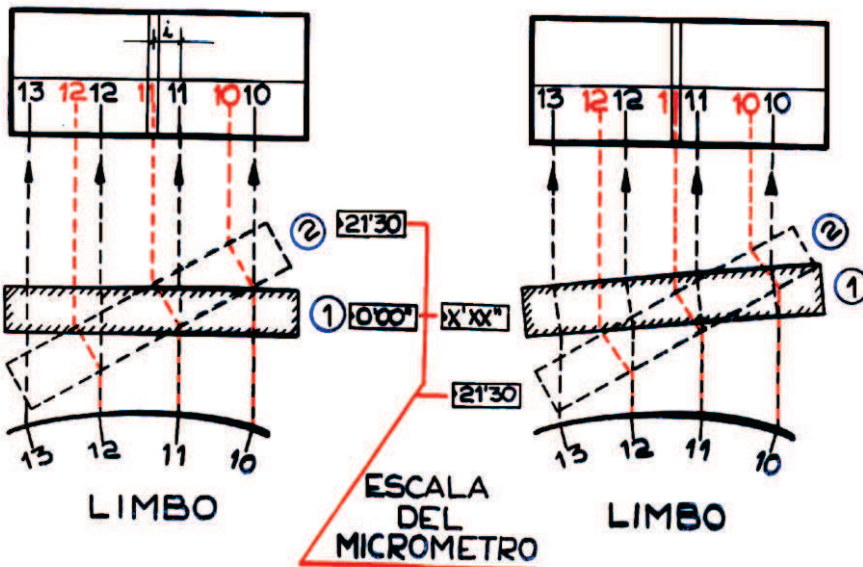


Fig. 113

Lectura directa: 11°
 Lectura con micrómetro: $\frac{21' 30''}{11^\circ 21' 30''}$
 Lectura completa

1): Posición inicial del micrómetro en el caso particular que corresponda a cero
 (2): Posición final del micrómetro (coincidencia): el valor de su escala completa la lectura.

Lectura directa: 11°
 Lectura con micrómetro: $\frac{21' 30''}{11^\circ 21' 30''}$
 Lectura completa

1): Posición inicial del micrómetro en el caso más general correspondiente a cualquier valor
 (2): Posición final del micrómetro (coincidencia): el valor de su escala completa la lectura. A la coincidencia le corresponde el mismo valor, a pesar de la distinta posición inicial.

De acuerdo a lo expuesto, el valor de la lectura sería 11° más el intervalo (i) comprendido entre dicha división y el índice. Para poder medirlo hacemos girar la placa accionando el tornillo, hasta que se produzca la coincidencia de la imagen correspondiente a la división 11° con el índice (posición punteada); como el desplazamiento de los rayos luminosos provenientes del sector del limbo considerado es proporcional al giro de la placa plana, se deduce que el valor medido en la escala nos proporciona el del intervalo i .

Teniendo en cuenta que a cada posición de la placa, y por lo tanto del tornillo de comando, le corresponde un solo valor en su escala, no es necesario que el micrómetro se encuentre en cero, antes de cada lectura, sino que podrá ocupar cualquier posición, siendo igualmente correctas sus indicaciones, debiendo ser llevada en cada caso la imagen de la división que corresponda, a formarse en coincidencia con el índice de lectura (fig. 113), accionando como ya se ha explicado el tornillo de comando y leyendo en su escala el valor que resulte, el que habrá que adicionar a la lectura efectuada en la división entera del limbo en coincidencia con el índice.

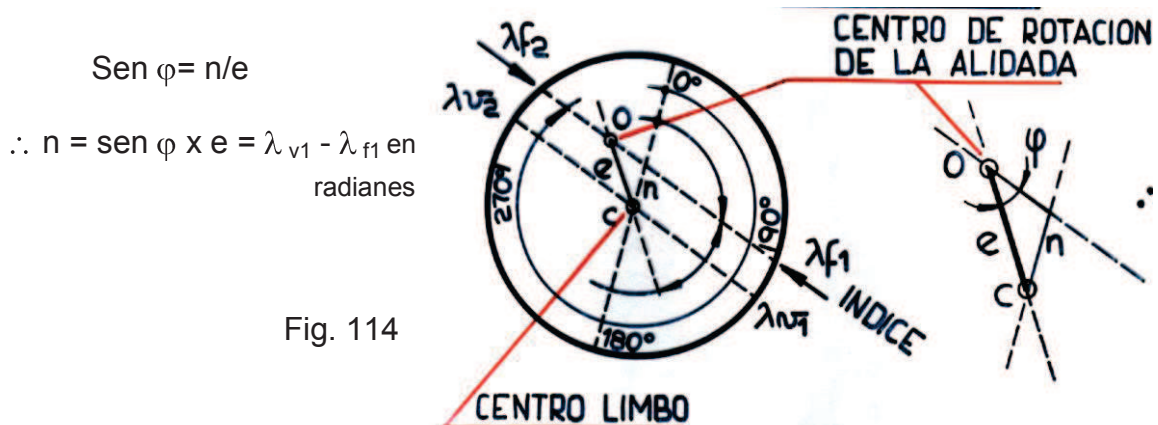
En los micrómetros ópticos más completos la imagen de la escala es observada en el campo visual de lectura, simultáneamente con el limbo y el índice.

Para efectuar la lectura, con el tornillo del micrómetro se desplazan las imágenes de las divisiones de los limbos (ambos a la vez) hasta obtener la coincidencia con el índice de la división que corresponda en el limbo (acimutal o vertical según el caso).

El valor de la división en coincidencia con el índice (única posible en cada caso), dará los grados, en tanto que los minutos y décimas, se completan en la escala del micrómetro.

4. ERROR DE EXCENRICIDAD

Es cuando el centro del limbo no coincide con el centro de rotación de la alidada por donde pasa el eje principal (fig. 114).



Se bisecta un punto en una dirección, con el círculo vertical a la izquierda y se lee el valor de λ_{f1} , valor que está afectado de error de excentricidad, cuando se tendría que haber leído λ_{v1} , si leemos a 180° vamos a leer λ_{f2} , también afectado de error, cuando tendríamos que haber leído λ_{v2} . Analizando el triángulo de la figura, que se origina en las distintas posiciones del círculo, surge que si $\varphi = 0^\circ$ ó $\varphi = 180^\circ$ no incide el error de excentricidad, pero si $\varphi = 90^\circ$ ó $\varphi = 270^\circ$ el error es máximo.

La forma de salvar este error es la siguiente:

Si hacemos el promedio, donde:

$$\begin{aligned} \lambda_{v1} &= \lambda_{f1} + n \\ \lambda_{v2} &= \lambda_{f2} - n \end{aligned} \quad \therefore \lambda_{v1} = \lambda_v \pm 180^\circ = \lambda_v$$

$$2\lambda_v = \lambda_{f1} + \lambda_{f2} \pm 180^\circ$$

$$\lambda_v = \frac{\lambda_{f1} + \lambda_{f2} \pm 180^\circ}{2}$$

Por lo tanto el error positivo de la lectura λ_{f1} se compensa con el error negativo de la correspondiente λ_{f2} , resultando así que el promedio de ambas lecturas será el valor angular correcto de la dirección a un punto P. Cosa análoga ocurre con el limbo vertical cuyo centro de graduación no coincide con el eje secundario del teodolito.

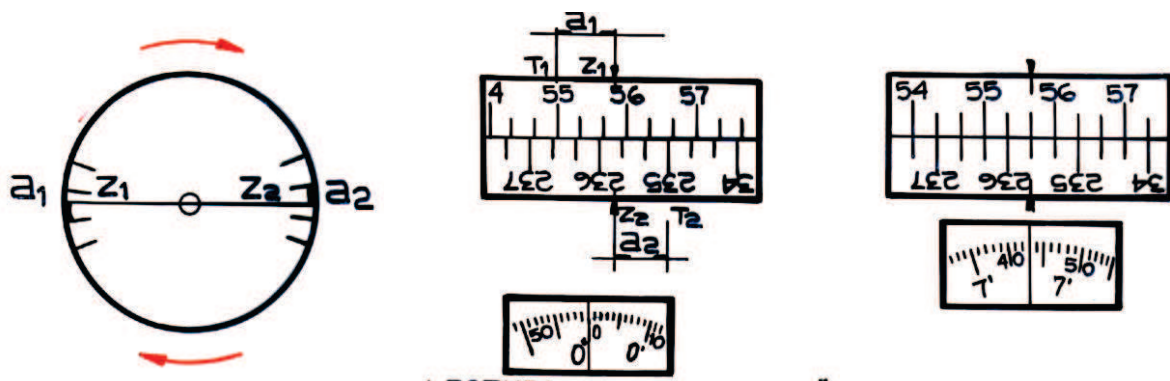


Fig. 115

LECTURA CIRCULO 55° 40"

Lect. Circulo	55° 40'
Lect. Tambor	7' 43"
Lectura	55° 47' 43"

La alidada está provista de dos índices Z_1 y Z_2 , cuyas distancias a_1 y a_2 a los trazos del limbo que le preceden se trata de medir (fig. 115).

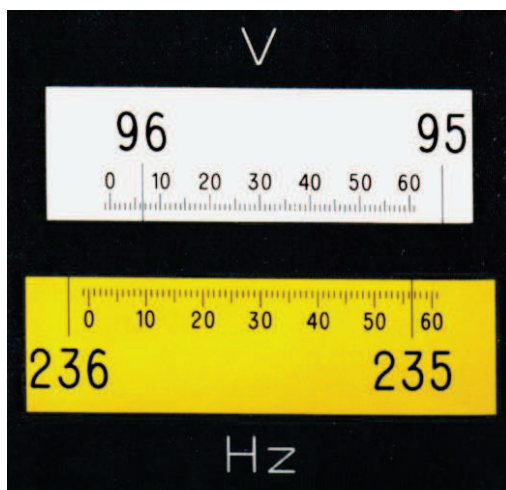
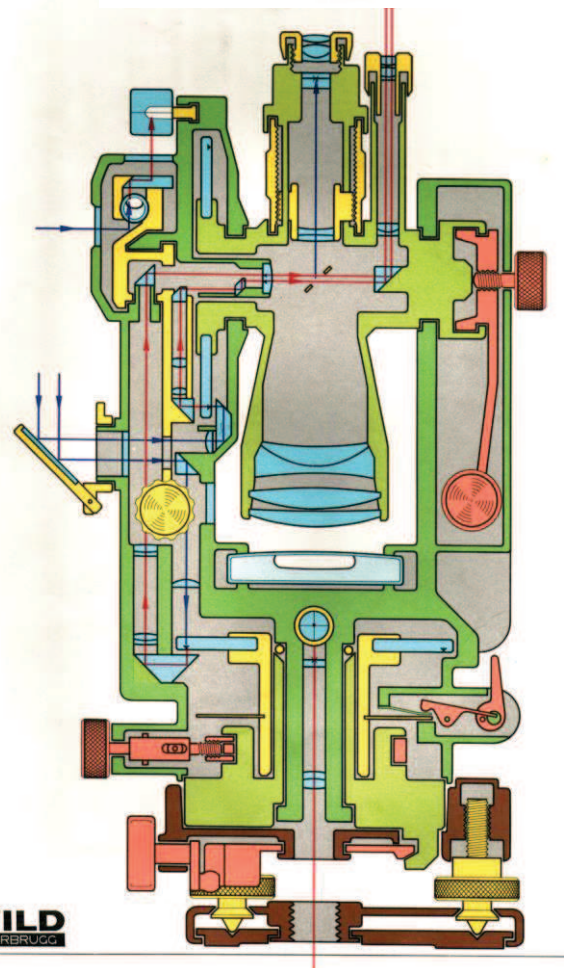
Por un sistema óptico adecuado se obtienen dos imágenes de las posiciones Z_1 y Z_2 que quedan una sobre la otra enfrentadas e invertidas.

La primer lectura es aproximada con los índices correspondientes y el micrómetro a cero, y se busca a la izquierda del índice en la escala directa (no invertida) el trazo numerado más próximo que da los trazos enteros y se anota el número, por ejemplo $55^\circ 40'$.

Después se busca en la escala invertida la división que se diferencia en 180° a la anteriormente anotada, y se toma la distancia angular entre ambos trazos y se divide por dos por medio de 2 plaquitas de vidrio, o sea, placas planas de caras paralelas enfrentadas entre sí que reciben las imágenes de cada uno de los trazos diametralmente opuestos, girando ambas, se hacen coincidir los trazos T_1 y T_2 . Se lee por medio de la escala la distancia angular que existe entre Z_1 a la graduación 55° y entre Z_2 a la graduación 235° , la lectura en esa escala da la media aritmética de las lecturas correspondientes a los dos puntos opuestos del limbo, siendo por ejemplo la lectura final $55^\circ 47' 43''$.

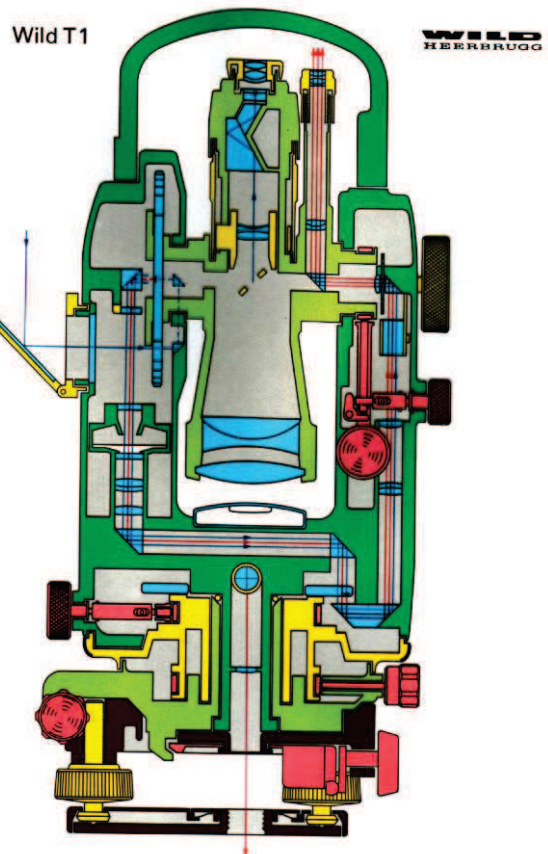
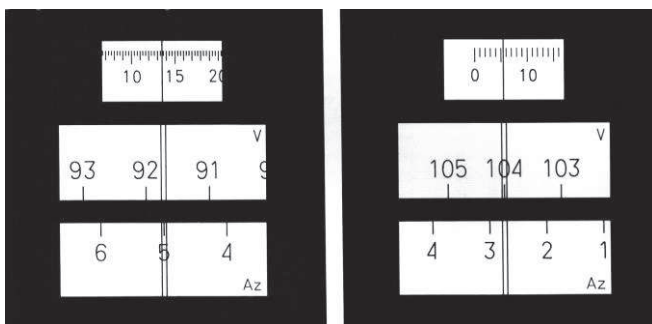
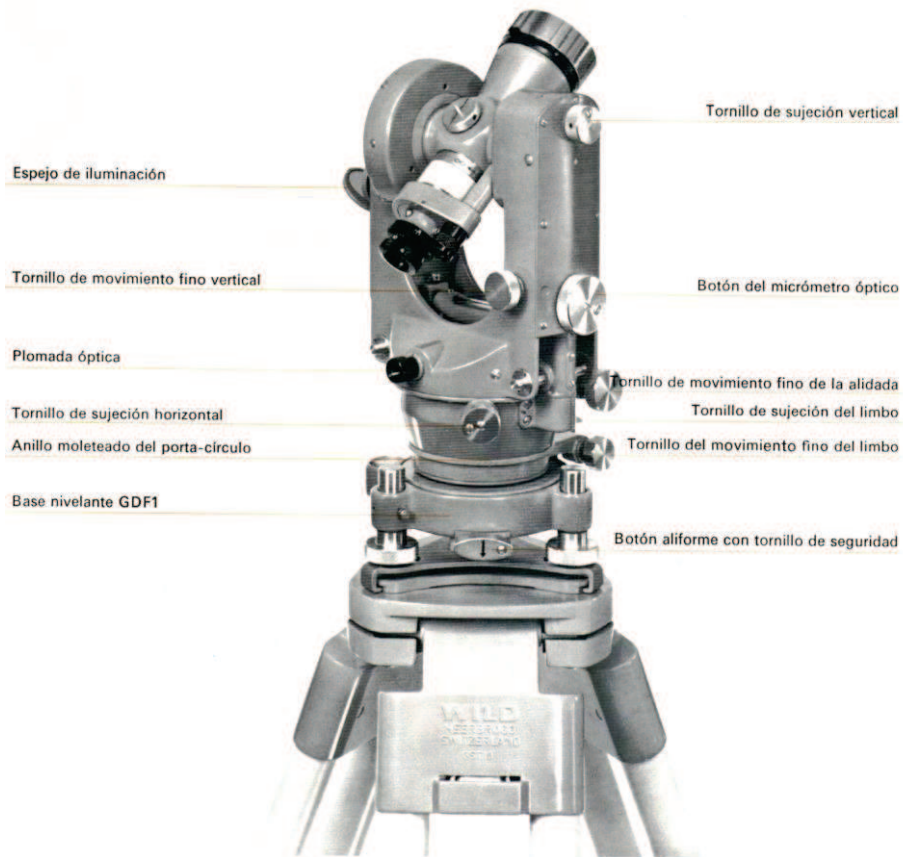
• **TEODOLITO DE ESCALA**

Teodolito marca Wild, modelo T16 28x aumentos, sensibilidad de niveles de alidada 30"/2mm, de índice 1 1/2mm, círculos 360° o 400°, apreciación 1', estima 6".

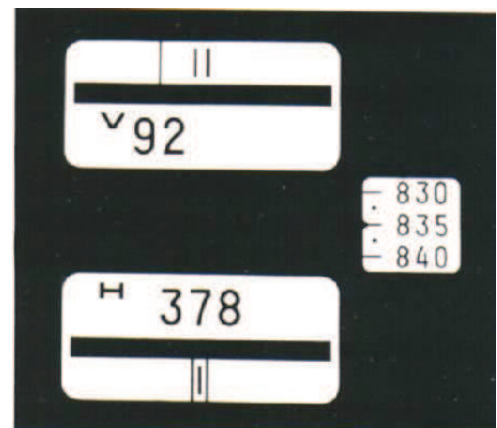
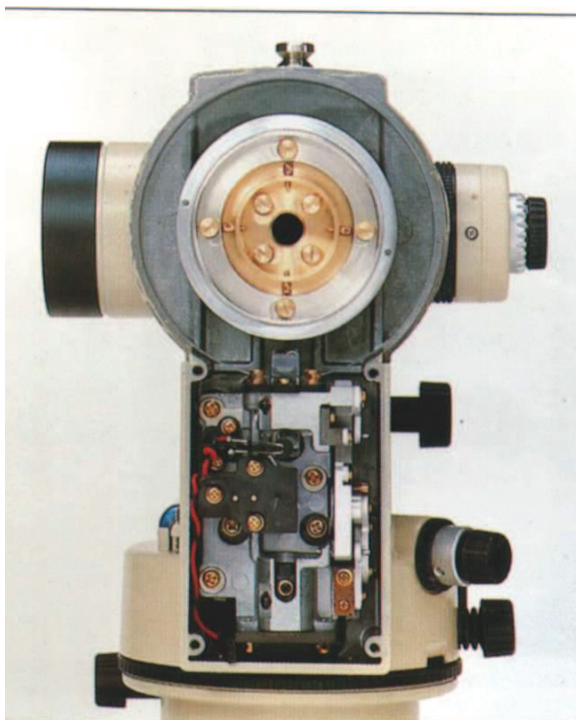


• **TEODOLITO CON MICROMETRO OPTICO**

Teodolito marca Wild, modelo T1A 28x aumentos, sensibilidad de nivel de alidada 30"/2mm, índice vertical automático, círculos 360° o 400^g, apreciación 20", estima 5".



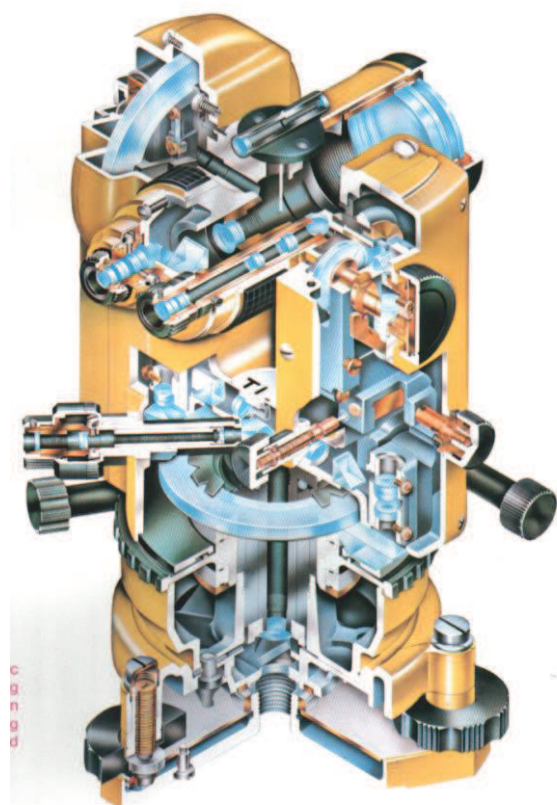
Teodolito marca Pentax, modelo TH-20D 30x aumentos, sensibilidad de nivel de alidada 30"/2mm, índice vertical automático, círculos 360° o 400^g, apreciación 20", estima 5".

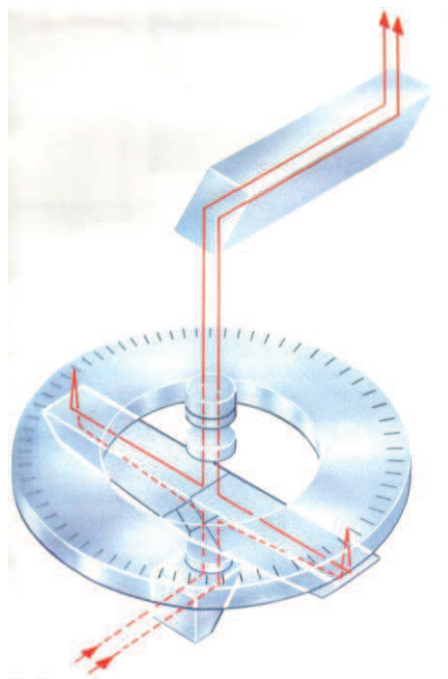
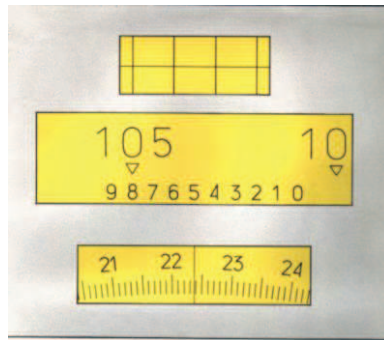


Teodolito marca Sokkisha, modelo TM20E, 30x aumentos, sensibilidad de nivel de alidada 40"/2mm, índice vertical automático, círculos 360° o 400^g, apreciación 20", estima 5".



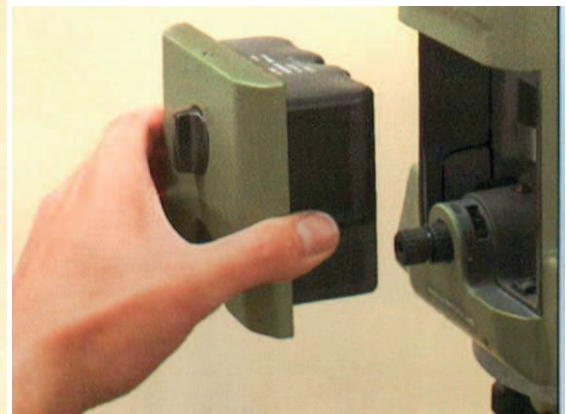
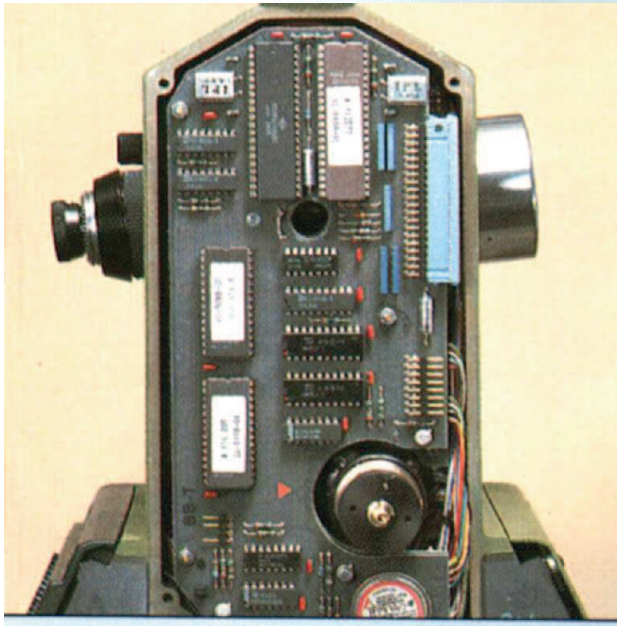
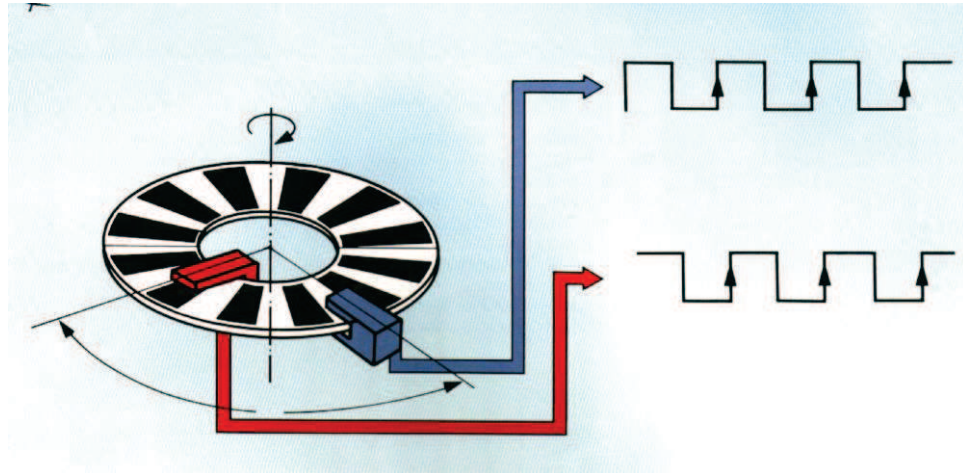
Teodolito marca Topcon, modelo TL-6DE, 30x aumentos, sensibilidad de niveles de alidada 30"/2mm, índice vertical automático, círculos 360° o 400^g, apreciación 6".





• TEODOLITOS ELECTRONICOS

La medición absoluta del ángulo se basa en una captación dinámica del ángulo con exploración optoelectrónica. En cada medición del ángulo, todos los trazos del círculo son explorados con lo cual queda eliminados el influjo de eventuales errores en la graduación. Las mediciones se llevan a cabo en posiciones diametrales.



Teodolito marca Nikon, modelo NE-5, 30x aumentos, sensibilidad de niveles de alidada 30"/2mm, índice vertical automático, círculos 360° o 400°, apreciación 5"

5. ERRORES AXIALES DEL TEODOLITO (Fig. 124)

- a. **Error de Colimación (c):** *El eje de colimación no es perpendicular al eje Secundario (SS')* (fig. 125).
- b. **Error de inclinación de eje secundario (i):** *El eje Secundario (SS') no es perpendicular al eje principal (EZ).* (fig. 126).
- c. **Error de Verticalidad del eje principal (V):** *El eje principal (EZ') no coincide con la vertical (EZ)* (fig. 104 y 105.) (Ver “Principio fundamental del Nivel” pag. 6, fig. 101 e Inc. 2 Calaje del teodolito, pag. 7 y 8)

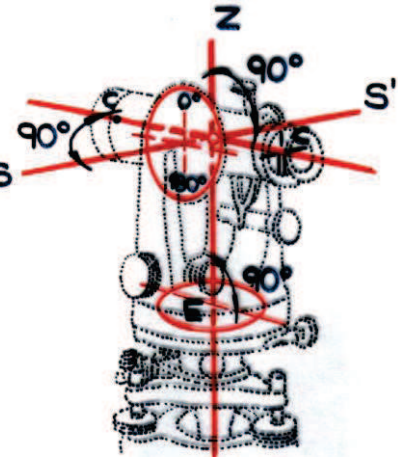


Fig. 124

6. INFLUENCIA DE LOS ERRORES AXIALES EN LA MEDICION DE ANGULOS HORIZONTALES

Para su estudio se considera en cada caso que el único error presente es el que se analiza.

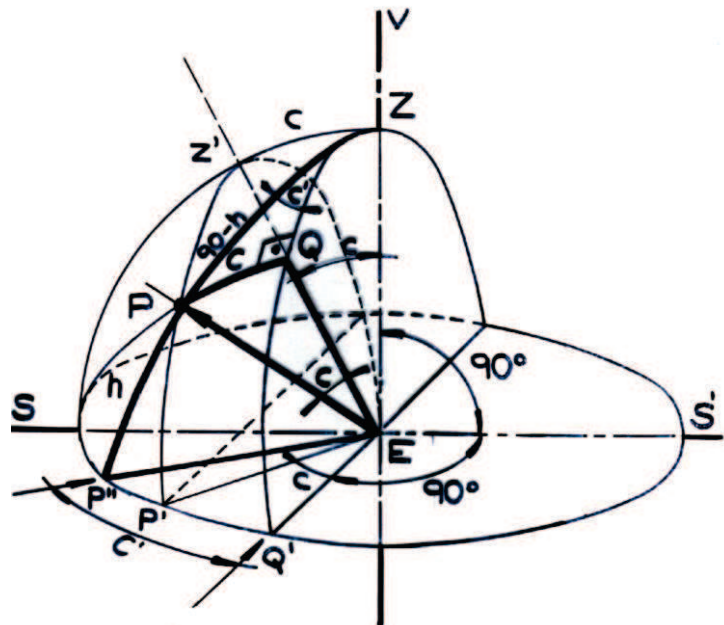
a. **Influencia del error de colimación:** (fig. 125)

Si no hubiera error, el eje de colimación describiría un plano vertical al rotar en torno al eje secundario, interceptando a una esfera de radio arbitrario con centro en E, según la circunferencia máxima ZQQ' (Normal al plano del dibujo). Fig. 125

En cambio, por efecto de "c", aquel genera una superficie cónica de vértice E que intercepta a dicha esfera según Z'PP' (circunferencia menor paralela a ZQQ').

En estas condiciones al bisectar un punto P, efectuamos una lectura sobre el limbo acimutal, que en rigor corresponde al punto Q.

Si ahora suponemos ya corregido el error de colimación, sin variar la posición de la alidada, el eje de colimación pasará por Q, y para bisectar nuevamente el punto P deberá girarse la alidada un ángulo c' (que es precisamente la influencia que el error de colimación c tuvo en la lectura acimutal correspondiente a P).



$$\text{Sen } c' = \text{Sen } c / \text{Sen } (90 - h) = \text{Sen } c / \text{Cos } h$$

Dada la pequeñez de los valores angulares c y c' reemplazamos los senos por los arcos, quedándonos finalmente:

$$c' \cong c \cdot \text{Sec } h$$

$$\text{si } h=0^\circ \Rightarrow c' \cong c ; \text{ si } h=45^\circ c' \cong c \times 1,41 \text{ y si } h=89^\circ c' \cong c \times 5,7$$

b. Influencia del error de inclinación del eje secundario: (fig.126)

La existencia del error de inclinación i del eje secundario hace que el eje de colimación se mueva sobre un plano inclinado $Z'PP'$ en vez de hacerlo sobre el eje vertical ZQQ' . Análogamente al caso anterior, al bisectar P efectuamos la lectura acimutal correspondiente a Q , concluyendo que la influencia del error i es i' . Comparando los triángulos esféricos ZPQ y $Q'PQ$:

$$\text{Sen } i' = \text{Sen } PQ / \text{Sen } (90-h) =$$

$$\text{Sen } i' = \text{Sen } PQ / \text{Cos } h$$

$$\text{Sen } i = \text{Sen } PQ / \text{Sen } h$$

\therefore

$$\text{Sen } PQ = \text{Sen } i' \cdot \text{Cos } h = \text{Sen } i \cdot \text{Sen } h$$

$$\text{Sen } i' = \text{Sen } i \cdot \text{Tg } h$$

y teniendo presente la pequeñez de i' e i :

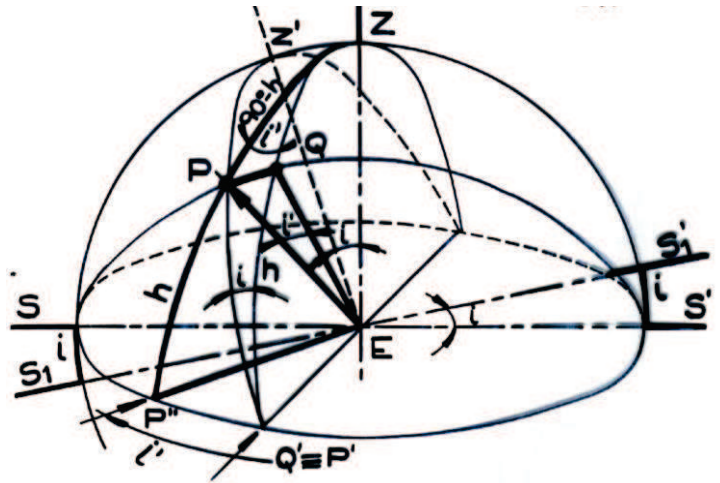


Fig. 126

$$i' \cong i \cdot \text{Tg } h$$

$$\text{si } h=0^\circ \Rightarrow i' \cong 0 ; \text{ si } h=45^\circ i' \cong i \text{ y si } h=89^\circ i' \cong i \times 57$$

c. Influencia del error de verticalidad del eje principal: (fig. 127)

La existencia del error de verticalidad v hace que el eje secundario varíe su inclinación entre los valores extremos cero (posición S_0 y S'_0) y v (posición S_v y S'_v), según sea el ángulo horizontal que forma la visual a un punto P con el plano vertical que contiene al eje principal inclinado (Plano EZZ' o del dibujo en fig. 127).

Es por ello que el análisis de la influencia $v' = \alpha - \alpha'$ se realiza como si fuese la de una inclinación variable del eje secundario.

Es decir $v' = i_\alpha \cdot \text{Tg } h$ (1) Si:

$\alpha = 0 \Rightarrow i_\alpha = 0$ (eje secundario horizontal)

$\alpha = 90^\circ \Rightarrow i_\alpha = v$ (inclinación máxima del eje secundario)

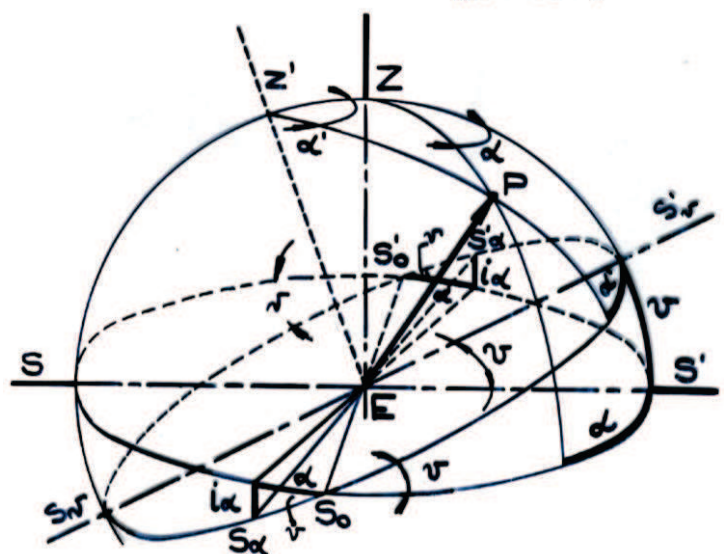
Llegándose, luego de varias consideraciones,

$$\text{sen } i_\alpha / \text{sen } v = \text{sen } \alpha / \text{sen } 90^\circ$$

i_α y v pequeños

$$i_\alpha \cong v \text{ sen } \alpha \quad (2)$$

de (1) y (2) $v' = v \cdot \text{Sen } \alpha \cdot \text{Tg } h$



Para compensar la influencia de los dos primeros errores sistemáticos se utiliza el método de BESSEL, que consiste en efectuar las mediciones en dos posiciones del teodolito: "Círculo a la izquierda" (C.I.) y "Círculo a la derecha" (C.D.) (denominaciones que tienen en cuenta la posición del círculo vertical respecto al anteojo, para el operador).

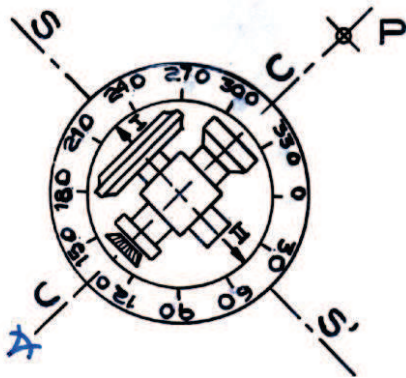
En cuanto a la influencia γ' , ésta no puede compensarse con el método de Bessel. De allí la importancia del calaje del teodolito.

7. DETERMINACION DEL ERROR DE COLIMACION (c). CORRECCION

Se bisecta un punto P situado aproximadamente en el horizonte (h = 0) para que no influyan los errores (i) y (v).

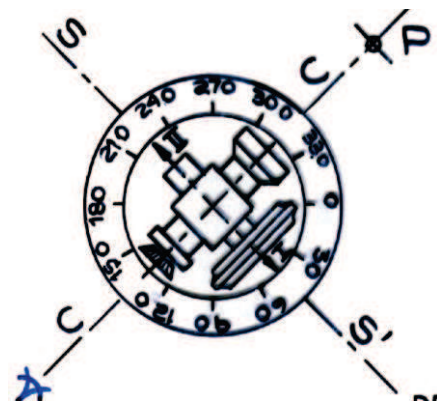
Operando según Bessel se efectúan las siguientes lecturas (fig. 128 a y b)

Fig.128 a



Círculo vertical izquierda

Fig. 128 b

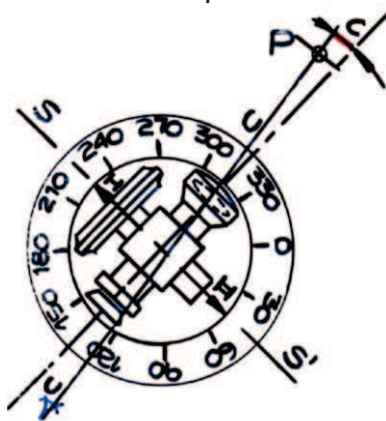


Círculo vertical derecha, giro de la alidada 180° y vuelta de campana del anteojo

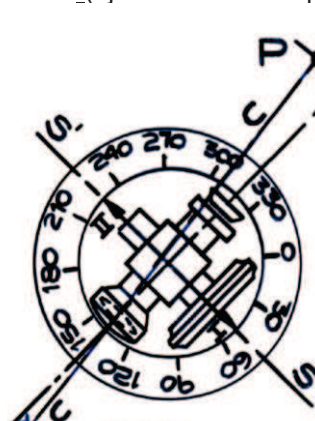
$$\text{Lectura Circ. Izq.} - \text{Lectura Circ. Der.} = 180^\circ$$

$$225^\circ 00' 00'' - 45^\circ 00' 00'' = 180^\circ \Rightarrow \exists \underline{c}$$

Eje colimación \neq al eje secundario $\therefore \exists \underline{c}$ (eje colimación no perpendicular al secundario) (fig.129)



Círculo Vert. Izq. Lect CI= 226°00'00"; Círc. Vert. Der. giro Alidada 180°



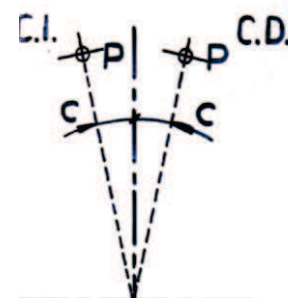
Vuelta de campana del anteojo Lect. CD = 44°00'00"

$$\text{Lect CI} - \text{Lect. CD} = 226^\circ 00' 00'' - 44^\circ 00' 00'' = 182^\circ \neq 180^\circ \Rightarrow \exists \underline{c}$$

$$\therefore \text{Lect CI} - \text{Lect. CD} - 180^\circ = 2c = +2^\circ \Rightarrow \underline{c} = +1^\circ \text{ (error)} \Rightarrow$$

$$\text{Lect. } \alpha_p = \frac{\text{Lect.CI} + (\text{Lect. CD} \pm 180^\circ)}{2}$$

$$\therefore \text{Lect. } \alpha_p = 225^\circ$$



Corrección: (2 métodos)

1. Calculando el valor correcto Lect. $\alpha_p = 225^\circ$, y teniendo en cuenta que el instrumento quedó en posición CD con lectura 44° , es más inmediato producir la lectura correcta (45° ; Lect. $\alpha_p \pm 180^\circ$) accionando los tornillos de pequeños movimientos de la alidada. Ello da lugar al corrimiento acimutal de la imagen de P, cuya bisección se restablece con los tornillos propios del retículo, que desplazan transversalmente a éste.
2. Otra forma de determinar el error de colimación, es ubicar a unos 50 m del teodolito una escala horizontal (fig.130). Con CI hacemos lectura de ángulo ($1^\circ 00' 20''$) y sobre la escala con el hilo vertical P' (115 mm).

Luego pasamos a la posición CD a 180° de la anterior ($181^\circ 00' 20''$) colocando el índice exactamente en esa posición, entonces el hilo vertical corta a la escala en la lectura P" (145 mm). El punto medio P (130 mm) del segmento P'P" es el lugar en que el eje de colimación sin error cortaría a la escala. Por lo tanto para corregir el error se deberá mover el hilo vertical del retículo, por medio de sus tornillos hasta bisectar P (130 mm).

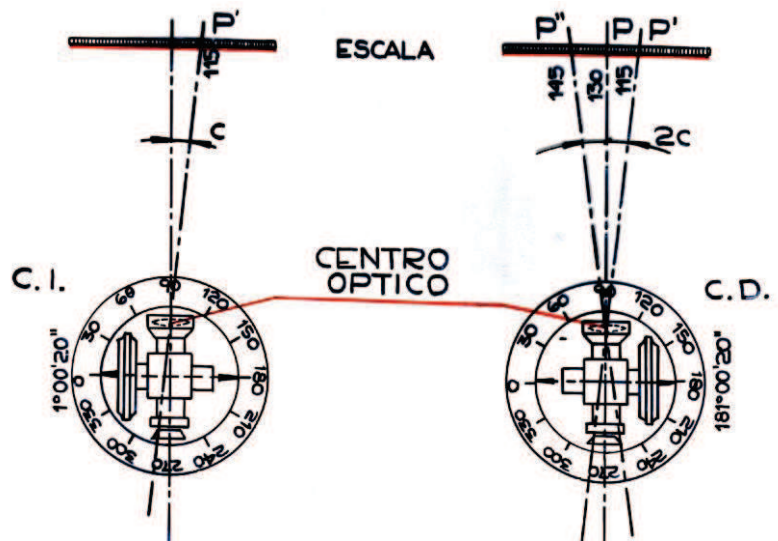


Fig. 130

8. DETERMINACION DEL ERROR DE INCLINACION DEL EJE SECUNDARIO (i). CORRECCION

Una vez corregido el error de colimación y afinado cuidadosamente el calaje del teodolito, puede constatarse la existencia de i de las siguientes maneras:

1. "Siguiendo" con el centro del retículo el hilo de una plomada o la arista de un edificio nuevo cercano, tratando de que el ángulo de altura h que bascula el antejo sea el máximo posible (recordar que $i' = i \cdot \text{Tg } h$) (fig. 131).

Si el retículo se aparta de la vertical materializada por el hilo o la arista, ello evidencia la existencia del error i . Para corregirlo, se restablece la bisectriz accionando los tornillos que actúan sobre el montaje del eje secundario, haciendo que el extremo de éste se desplace verticalmente.

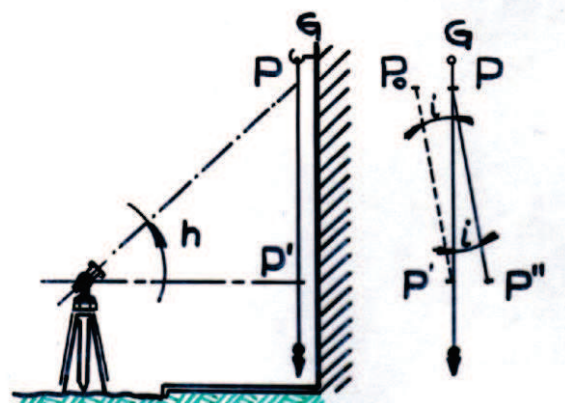


Fig. 131

PP" traza de la visual bajada formando el ángulo i con la vertical PP'.

P'P₀ traza de la visual levantada. Se supone en el ejemplo un teodolito con extremo izq. Del eje mas bajo que la horizontal

2. Se bisecta un punto P de gran altura o de fuerte depresión, y se efectúan lecturas acimutales por el método de Bessel.

$$\text{Lect. CI} = \alpha + i'$$

$$\text{Lect. CD}' = \alpha - i'$$

$$\text{siendo } CD' = CD \pm 180^\circ$$

$$\alpha = (CI + CD') / 2$$

$$i' = (CI - CD') / 2$$

Luego se produce la lectura promedio α accionando los tornillos de pequeños movimientos de la alidada, lo cual da lugar al corrimiento de la imagen de P. Se restablece la bisección accionando los tornillos del montante del eje secundario de igual modo que en el caso anterior (fig. 132).

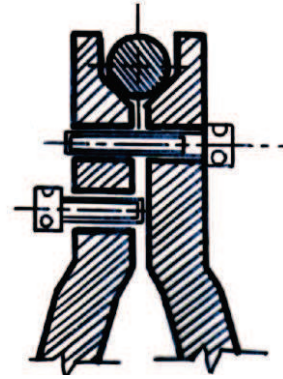


Fig. 132

9. MEDICION DE ANGULOS VERTICALES - CENTALES

Se trata de determinar el ángulo vertical que el eje de colimación C - C del anteojo del teodolito, al pasar por un punto P, visado, (fig.133) forma con la vertical del lugar (V-V) y se le llama distancia cenital; ó con el horizonte (H-H), llamado altura del punto P. Si llamamos a la distancia cenital ángulo Z y a la altura del punto ángulo h, estos ángulos están relacionados por la expresión: $h = 90^\circ - Z$, o sea que h es el complemento a 90° de Z.

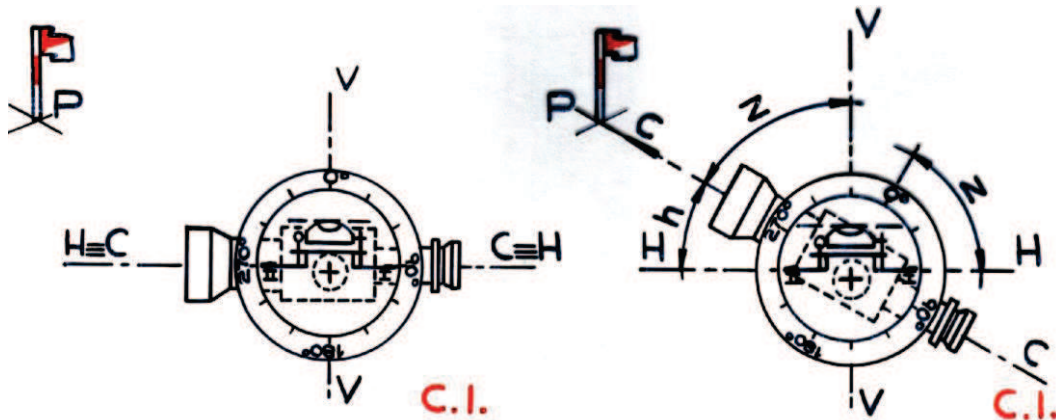


Fig. 133

$$\text{Lect CI} = Z ; h = 90 - Z$$

El eje de colimación CC, al girar el anteojo en su eje secundario SS, es acompañado solidariamente por el limbo graduado vertical, suponiendo graduación corrida de 0° a 360° , tal que sobre el mismo se efectúan las lecturas mediante un índice I (y II) en este caso la lectura efectuada es la distancia cenital Z buscada; cuando no existen errores instrumentales.

Colocando el teodolito en estación y suponiendo la perfecta verticalidad del eje principal, cuando el eje de colimación está vertical (o sea que pasa por el cenit), la lectura que se debe realizar en el limbo con el índice I es de $0^\circ 00' 00''$. Si se bisecta con CI un punto P de distancia cenital Z; desde la vertical, el conjunto solidario limbo-anteojo gira en el eje secundario, enfrentando el índice I las divisiones en sentido creciente de 0° a Z° , por lo

tanto la distancia cenital correspondiente al punto P en la posición CI del teodolito es directamente la lectura efectuada con el índice I sobre el limbo . $CI = Z$.

Para el caso de bisección del punto P con CD, se supone el movimiento descompuesto en 2 pasos.

- 1) Giro del anteojo alrededor de su eje secundario, de tal forma que el eje de colimación genere un ángulo $2Z$ con respecto a su posición de bisección del punto P con CI; por lo que el objetivo pasará por el cenit, instante en que la lectura del índice I es de $0^{\circ}00'00''$, y al completar el giro total de $2Z$ comienzan a enfrentar al índice las divisiones menores a 360° y cuando el eje de colimación forme el ángulo Z con la vertical en su nueva posición, el índice enfrentará la lectura $360^{\circ} - Z$, por lo tanto el eje de colimación estará en una posición simétrica de la anterior, donde el eje de simetría es la vertical (fig. 134a).
- 2) Si se le da a la alidada un giro de 180° , alrededor de su eje principal, que se supone vertical, el eje de colimación, ocupará la misma posición que en el caso de CI, por lo tanto pasará por el punto P y como el índice I giró junto con la alidada, su posición con respecto al limbo vertical no variará; entonces se concluye que la lectura a efectuar al bisectar al punto P con círculo derecha es: $CD = 360^{\circ} - Z$ (fig. 134b).

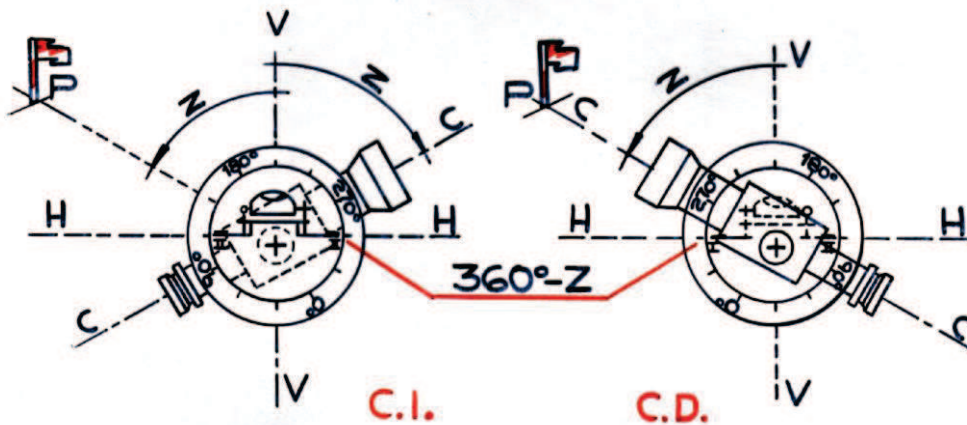


Fig. 134 a

Fig.134b

Por lo tanto para un teodolito donde su eje principal cumple la condición de ser vertical y tal que al bisectar a un punto de distancia cenital Z , se produce precisamente la lectura Z sobre el limbo en posición CI, debe cumplirse que:

$$\begin{aligned}
 CI &= Z \\
 CD &= 360^{\circ} - Z \quad \therefore \\
 CI + CD &= 360^{\circ}
 \end{aligned}$$

Distintos tipos de graduación del círculo vertical

En las figura 135 se indican los distintos tipos de graduación de círculos verticales, que son los siguientes:

- I) División por cuadrantes. Mide alturas y depresiones .
 - II) División corrida de derecha a izquierda. Mide ángulos de altura y depresión.
 - III) Por cuadrante. Mide distancia cenital con CD y nadiral con CI.
 - IV) División corrida de izquierda a derecha. Mide ángulos cenitales y nadirales.
- El tipo IV es el mas común y usado.

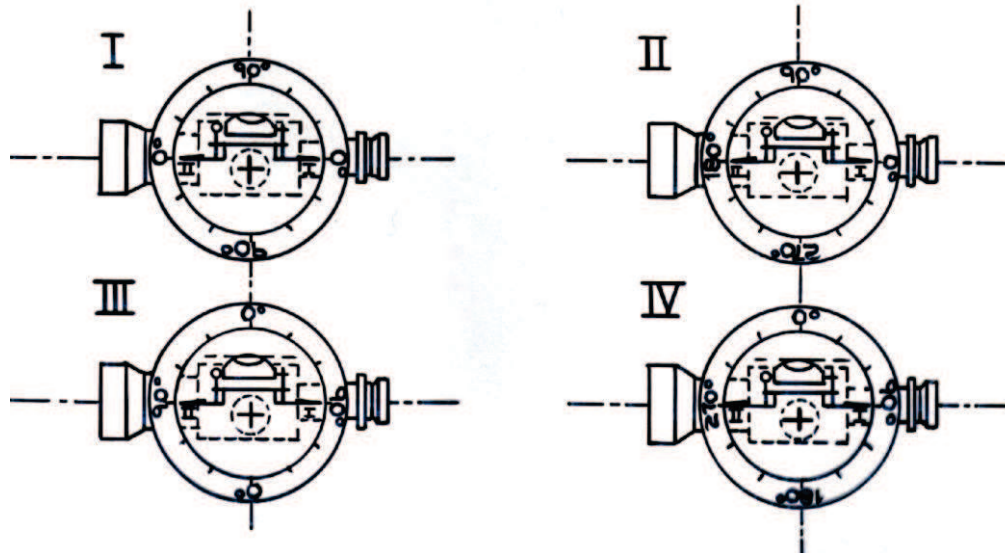


Fig. 135

10.ERROR DE INDICE

Si el índice no ocupa la posición correcta I, (admitiendo la perfecta verticalidad del eje principal), al bisectar al punto P de distancia cenital Z, se comete un error en la determinación del ángulo, que corresponde al desplazamiento ϵ del índice I a la posición I', por lo tanto la lectura con círculo izquierda será: $CI = Z + \epsilon$ (fig.136) (para un corrimiento del índice como el indicado en la figura $\epsilon > 0$ y si fuera $\epsilon < 0 \Rightarrow CI = Z - \epsilon$); al pasar a CD se leerá $CD = 360^\circ - Z + \epsilon$. (fig.137)

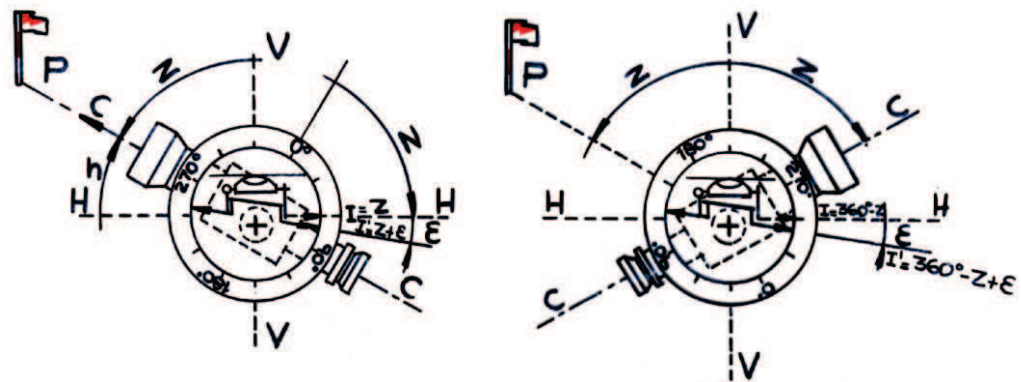


Fig. 136

Lect $CI = Z + \epsilon$ (1)

Lect $CI = 360 - Z + \epsilon$

Lect $CD = 360 - Z + \epsilon$ (2)

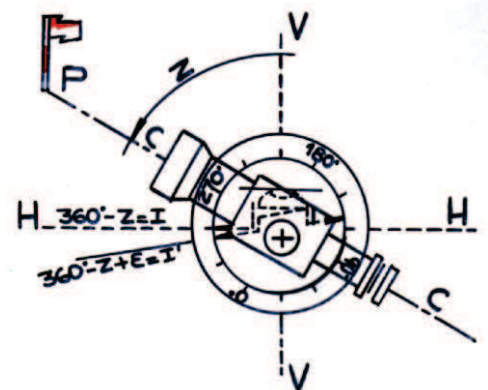
Fig. 137

Sumando (1) y (2) obtenemos:

$$CI + CD = 360^\circ + 2 \epsilon \Rightarrow \epsilon = \frac{CI + CD - 360^\circ}{2} \quad (3)$$

Restando (1) y (2) obtenemos:

$$CI - CD = 2Z - 360^\circ \Rightarrow Z = \frac{CI + (360^\circ - CD)}{2} \quad (4)$$



Como en la práctica no se cumple la perfecta verticalidad del eje principal, y si bien al pasar a CD el eje de colimación ocupará la misma posición respecto a la verticalidad del lugar, ya que se bisecta al mismo punto P; no ocurre lo propio con el índice pues éste gira alrededor del eje principal inclinado, por lo que para darle validez a las expresiones (3) y (4) es necesario que el índice ocupe la misma posición respecto de la vertical tanto con CI como con CD y que sea independiente del eje principal, cosa que se logra vinculando al índice con un nivel tubular. Entonces antes de hacer las lecturas con CI y con CD, debemos centrar la burbuja del nivel de índice o nivel testigo, con un tornillo de elevación o basculador.

Si operamos con un instrumento que posea error de índice, (aún cuando queden errores residuales de calaje y posea nivel testigo), utilizando el método de Bessell, en virtud de la ecuación (4), podemos determinar el verdadero valor de la distancia cenital Z, prescindiendo de la evaluación del error.

El procedimiento para determinar la existencia del error de índice consiste en bisectar un punto cualquiera con CI y CD y efectuar las lecturas. Con los valores obtenidos y con las ecuaciones (3) y (4) obtenemos el valor del error y el valor de Z respectivamente, aunque en la práctica se suman las lecturas de CI y CD y si dicha suma supera los 360° quiere decir que el error es positivo e igual a la mitad de exceso y se resta de CI obteniéndose el verdadero valor de Z. Si dicha suma es menor que 360°, entonces el error es negativo e igual a la mitad de la diferencia y se suma a CI para obtener el valor Z; esto se realiza teniendo en cuenta que la corrección es de signo contrario al del error.

Corrección

Ahora, cuando sea necesario trabajar con una sola posición del círculo, a veces, es conveniente efectuar la corrección en el instrumento del error, realizándose de tres maneras con:

1. Conociendo cuánto vale el error de índice ϵ y con el tornillo de elevación o basculador, se provoca la lectura correcta. Por lo que se descorrige la burbuja del nivel de índice; entonces se corrige con los tornillos de propios del nivel de índice, centrándola.
2. Otra forma es que, conociendo el error y a burbuja centrada, se provoca con el tornillo de pequeños movimientos verticales, la lectura verdadera, entonces el hilo medio varía de su posición, bisectada al punto P, por lo que se restituye la bisección con los tornillos propios de la pantalla del retículo.
3. Otra para sistema automático: conociendo el error, se provoca la lectura verdadera variando la posición, del índice con el tornillo propios de ajuste.

Una consecuencia inmediata de todo lo expuesto es que si el eje de colimación está en posición horizontal y centramos la burbuja del nivel de índice, debemos leer 90° (CI) ó 270° (CD), de lo contrario existe error de índice.

Ejemplo:

Lecturas efectuadas

$$CI = 72^\circ 24' 20''$$

$$CD = 287^\circ 38' 00''$$

$$\Sigma = 360^\circ 02' 20''$$

$$\therefore \epsilon = \frac{CI + CD - 360^\circ}{2} = + 0^\circ 1' 10''$$

$$\Rightarrow C_\epsilon = - 1' 10''$$

$$CI = 72^\circ 24' 20''$$

$$360^\circ - CD = \underline{360^\circ - 287^\circ 38' 00''}$$

$$\Sigma = 144^\circ 46' 20''$$

$$\therefore Z = \frac{CI + (360^\circ - CD)}{2} = 72^\circ 23' 10''$$

Lecturas corregidas: CI: 72° 23' 10"

CD: 287° 36' 50"

11. COMPENSADORES AUTOMATICOS

Si bien la inclusión del nivel tubular testigo aporta una solución adecuada para referir a la dirección origen, vertical u horizontal, en la medición de ángulos verticales con el teodolito, haciendo independiente la medición de la posición del eje principal, resulta un factor de comodidad en las determinaciones, a la vez que evita cometer equivocaciones por olvido de su centrado, cuando dicho nivel es reemplazado por un dispositivo automático, que pueden ser mecanismos suspendidos pendularmente o también aprovechar la disposición horizontal de la superficie libre de los líquidos en reposo.

Un ejemplo de aplicación del primer tipo, mecanismos suspendidos pendularmente, se utiliza en el caso del teodolito Kern K1-A (fig. 138), donde las lecturas sobre los círculos no se efectúan directamente con un índice adosado al limbo, sino que la imagen de un sector del limbo es llevada a formarse en el campo de un microscopio óptico de lectura, al que se le superpone la imagen de un índice, como se ha visto en el caso del micrómetro óptico.

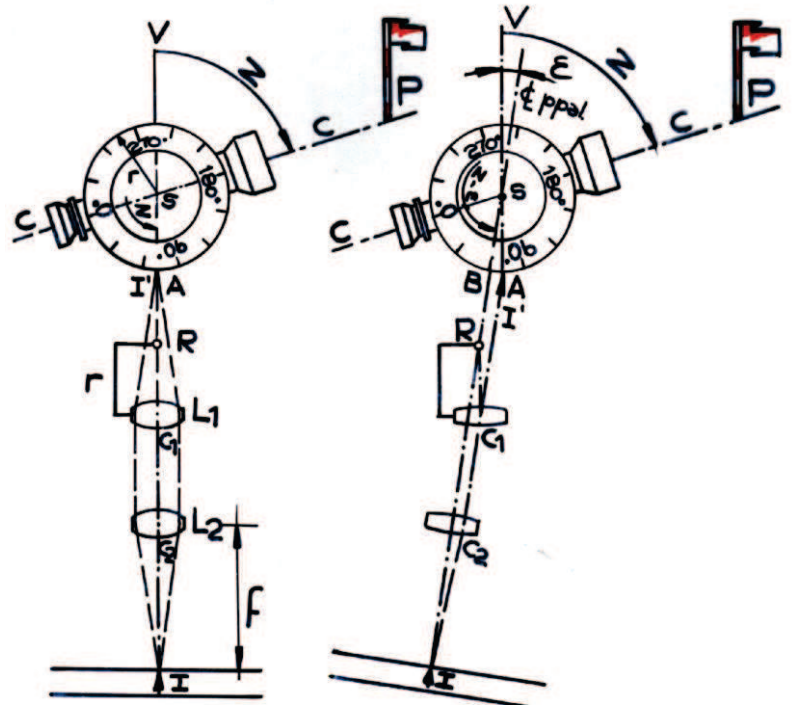
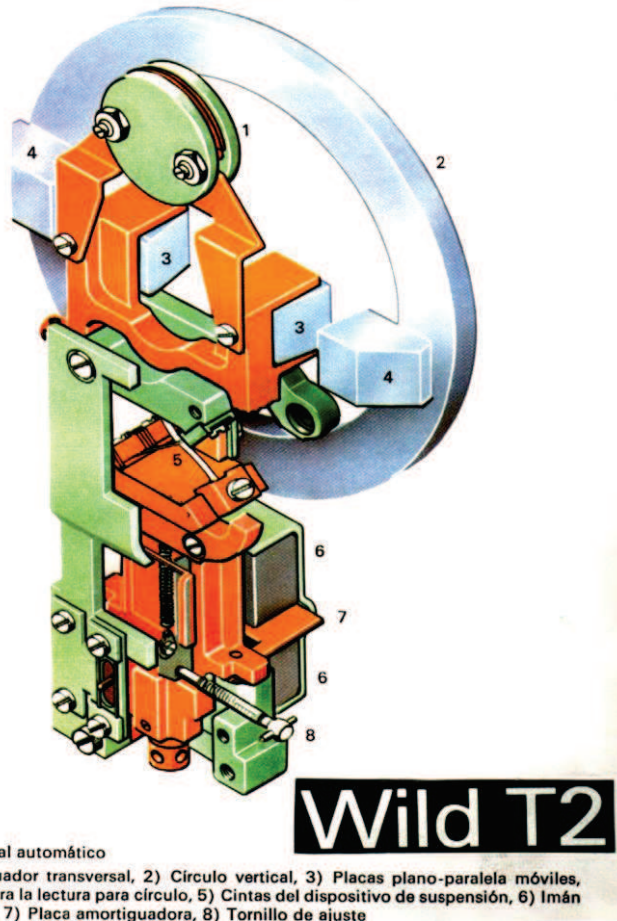


Fig. 138

En las figuras analizaremos este caso: Cuando el eje principal coincide con la vertical del lugar la imagen I' del índice I se forma en el punto A enfrentando a la división Z° del limbo vertical, que corresponde a la medida del ángulo cenital Z que el eje de colimación del anteojo forma con la vertical en el momento de bisectar al punto P. Ahora bien, entre el camino de los rayos luminosos desde I hasta I' se intercalan dos lentes L₁ y L₂ con sus respectivos centros ópticos c₁ y c₂, de las cuales la primera se encuentra suspendida pendularmente del punto R y a una longitud r igual al radio del círculo graduado. Como la distancia entre el índice I y L₂ es igual a la distancia focal de esta lente, los rayos luminosos provenientes de I, situado sobre el eje principal de L₂, emergen paralelamente al mismo e inciden en iguales condiciones sobre L₁, que en consecuencia produce la imagen I' en A, a su propia distancia focal.

Ahora, si el eje principal del instrumento tiene una inclinación ε, y de no existir el elemento compensador L₁, la imagen I' se formaría en el punto B, por lo tanto la lectura sería el valor Z - ε. Pero los rayos, provenientes de I atraviesan la lente L₂ y emergen de la misma paralelamente a la dirección de su eje principal, e inciden ahora en forma oblicua sobre la lente L₁, suspendida pendularmente de R. De ese haz de rayos paralelos, uno de ellos pasará por c₁, constituyendo un eje secundario en cuyo foco imagen se formará en definitiva I', que dicho foco se encuentre en A, resulta de la

condición geométrica que impone la circunstancia de ser la figura SRc_1A un paralelogramo, por cuanto SA y Rc_1 son verticales, de igual longitud e iguales a r y SR y c_1A son paralelas, por lo tanto dada la pequeñez del ángulo ε , los c_1A en ambas figuras son casi coincidentes por lo que no se percibe falta de nitidez en la imagen I' .



Un ejemplo de aplicación del segundo caso, se utiliza en el teodolito Wild TIA, como se ve en la figura 139 para la cual se admite la verticalidad del eje principal la imagen I' se forma en A , frente a la división Z° del limbo. Los rayos luminosos provenientes de I atraviesan el líquido contenido en la cubeta K , sin producirse una desviación, ya que en estas condiciones constituye una placa de caras planas y paralelas sobre la que los rayos inciden perpendicularmente.

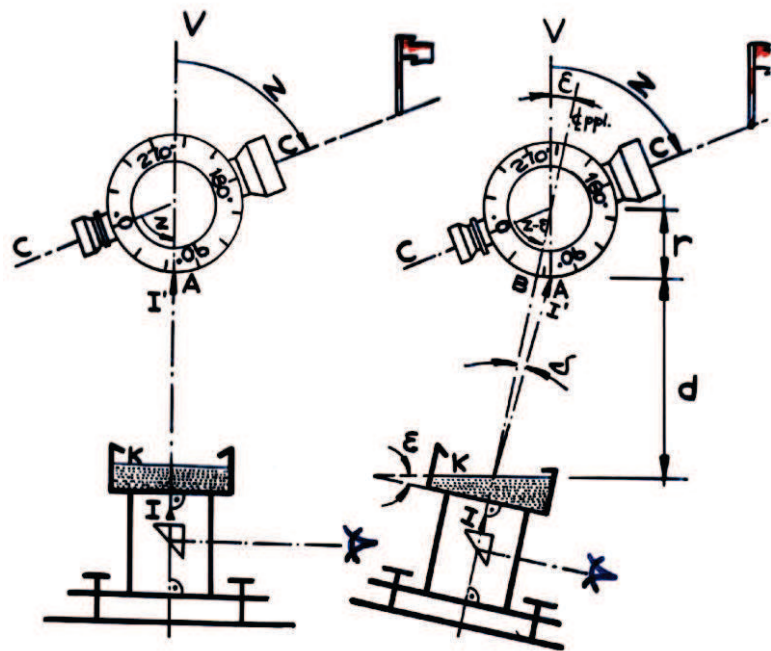


Fig. 139

Ahora, si el eje principal tiene una inclinación ε , la imagen de I se formaría en B, frente a la división Z - ε del círculo graduado, de no existir el líquido. Pero la cubeta K, por mantener su superficie libre horizontal, se transforma en un prisma de ángulo refringente ε que produce en los rayos que la atraviesan una desviación:

$$\delta \cong (n-1) \cdot \varepsilon$$

Siendo n el índice de refracción del líquido de la cubeta K.

Y para que la imagen I' se forme en A, es necesario que:

$$\begin{aligned} \delta \cdot d &\cong AB = r \cdot \varepsilon \\ \Rightarrow d &\cong r \cdot \varepsilon / \delta = r \cdot \varepsilon / (n-1) \cdot \varepsilon \\ &\Rightarrow \mathbf{d \cong r / n-1} \end{aligned}$$

Por lo tanto el fabricante dimensiona la separación \underline{d} entre la superficie del líquido y las graduaciones del limbo en función del radio de este y del índice de refracción del líquido que utiliza.

12. METODO DE MEDICION DE ANGULOS HORIZONTALES

1. Medición simple

Debemos considerar al ángulo, como el determinado por dos visuales ó direcciones que convergen en un mismo punto y cuya magnitud será el resultado de la operación aritmética de restar o sumar los valores de las mismas, registrados en el limbo graduado de nuestro teodolito.

El valor del ángulo será igual, al valor correspondiente a la visual hacia B leído en el limbo acimutal del teodolito, menos el valor leído de la visual hacia A (fig. 140).

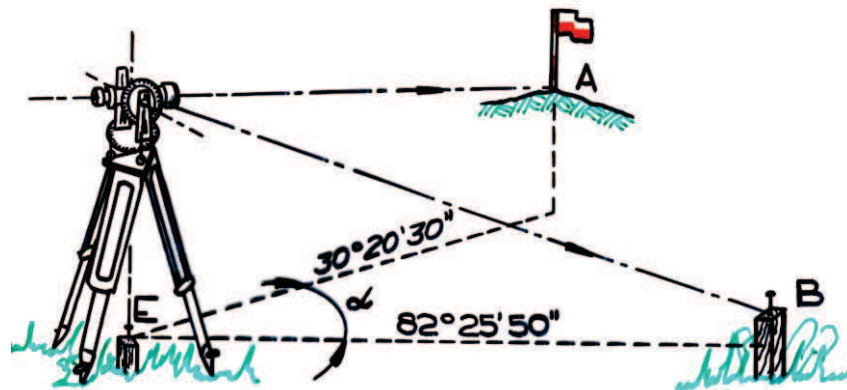


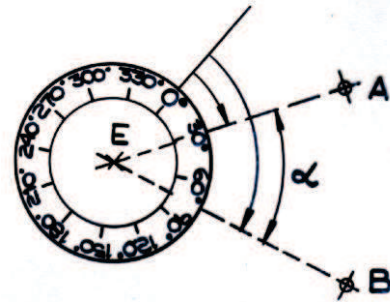
Fig. 140

Esta es una forma simple de medir un ángulo, que no elimina el error de excentricidad, para lo cual deben hacerse lecturas en los dos nonius: "director" y "corrector" (ubicados en lados opuestos del círculo) para cada visual o dirección (fig. 141). Quedan subsistentes los errores axiales, que sólo eliminamos con la inversión del anteojo ó vuelta de campana y giro de la alidada 180° , a excepción del error debido a la falta de verticalidad del eje principal.

La forma descrita sólo se usa para conocer valores aproximados de ángulos, sabiendo que las lecturas en el limbo graduado están afectadas de errores de excentricidad, de eje de colimación, de inclinación del eje secundario y de falta de verticalidad del eje principal.

Ejemplo:

Est	Lectura C. I.			ANGULO
	Nonio I	Nonio II	Media	
E	a ₁	a ₂	$\frac{a_1+a_2}{2} = a$	b-a = α
	b ₁	b ₂	$\frac{b_1+b_2}{2} = b$	



$$\alpha = 82^\circ 25' 50'' (b) - 30^\circ 20' 30'' (a) = 52^\circ 05' 20''$$

Nota: Antes de entrar a tratar los distintos métodos de medición de ángulos horizontales, es aconsejable desechar la práctica perniciosa de llevar a 0°00'00" la lectura inicial en el limbo graduado, por ser una práctica que se transforma en un vicio operatorio, que sólo conduce a pérdidas de tiempo en el trabajo, sin ventajas visibles. Salvo en los teodolitos electrónicos, con display digital, donde los hacemos dando una sola instrucción en forma electrónica.

2. Medición conjugada

La forma correcta de medir un ángulo, es la siguiente: se dirigen visuales a los vértices, pasando de izquierda a derecha, leyendo para cada una en los dos nonius del teodolito(SI LOS TIENE) y para ambas posiciones del anteojo, es decir que comenzando en la posición de CI (círculo vertical a izquierda) una vez dirigidas las visuales a todos los vértices, se gira el anteojo dando la vuelta de campana, repitiendo las visuales en sentido contrario (para contrarrestar los errores de arrastre del limbo que se produce, según algunos autores, especialmente en teodolitos del tipo que estamos tratando) las dobles lecturas de nonius (si los tiene) quedando eliminados de esta forma los errores citados más arriba por la inversión y se aumentará la precisión de lecturas por las dobles lecturas de nonius y anulando el efecto de excentricidad de alidada.

La forma descrita de barrer todas las visuales de izquierda a derecha en la posición CI y realizada la vuelta de campana del anteojo, barrer en posición CD todas las visuales sobre el horizonte de derecha a izquierda, se llama "vuelta al horizonte" a cada operación. Para atenuar los posibles efectos de un error en la graduación del limbo, (no muy probable) para los casos en que sea necesario efectuar más de una vuelta al horizonte, ó lo que es lo mismo "medir" más de una vez un ángulo, es recomendable iniciar las lecturas en las proximidades de determinados valores. Así, si se fueran a tener dos valores del ángulo en cada posición del círculo vertical, se varía la posición del limbo al iniciar la segunda vuelta en $180^\circ / 2 = 90^\circ$, es decir que si se iniciara la primera serie en las proximidades de 0°, la segunda deberá hacerse a partir de 90°. Si se han de hacer tres recorridos, distribuimos la inclinación de las lecturas de cada serie, desplazadas en $180^\circ / 3 = 60^\circ$, de modo que el punto inicial sobre el limbo variará en cada par de vueltas en 60° y las lecturas iniciales podrán ser: 0°, 60° y 120°, para CIR. IZQ. y 180°, 240° y 300° para el otro CIRC. DER. Cuando deban medirse series

de ángulos en vértices de poligonales, es recomendable seguir la siguiente norma de circulación o recorrido: circular de acuerdo al sentido que marca el movimiento de las agujas del reloj, bisectando siempre el vértice que queda más a la izquierda ó "adelante" y luego el de la derecha ó que queda "atrás". En todo el trabajo debe seguirse la norma determinada inicial, pues de lo contrario será imposible tener control sobre si se ha medido el ángulo deseado o su complemento a 360°.

• **Medición de un ángulo por el método de Bessel**

Se trata de medir el ángulo determinado por las direcciones hacia A y B desde una estación de teodolito E (fig. 141).

Se bisecta en posición CI, círculo vertical a la izquierda, el vértice A, anotando la correspondiente lectura del limbo acimutal; luego girando el anteojo de izquierda a derecha, se bisecta el vértice B, anotando la lectura efectuada en el limbo.

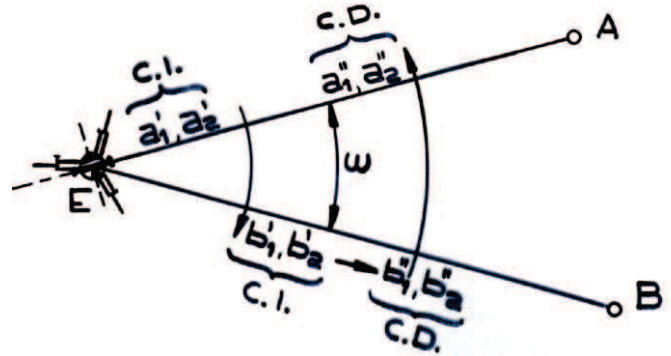


Fig. 141

Tanto al bisectar A como al hacerlo con B, se han efectuado dos lecturas del limbo, promediándose ambas, con lo que se ha eliminado el error de excentricidad.

A los efectos de anular los errores axiales del aparato, se gira el anteojo en 180° alrededor del eje secundario y se vuelve a bisectar en posición CD, con círculo vertical a la derecha, el vértice B, anotándose la lectura del limbo para ambos nonius, la que diferirá de la anterior, en posición CI, en 180°, hecho lo cual y manteniendo fijo el círculo graduado y aflojando la alidada, yendo de derecha a izquierda, bisectamos el vértice A, anotando las correspondientes lecturas del limbo en ambos nonius.

Ambas lecturas de nonius en posición CD se promediarán como en la anterior posición, obteniéndose así para cada dirección, cuatro lecturas de nonius que se han promediado dos a dos, dando como resultado un solo valor final. Este método de trabajo para la medición de un ángulo, se denomina de "Bessel", "medición completa" ó "por lecturas cruzadas".

Con el precitado método, han quedado compensados los errores de excentricidad de la alidada, de colimación del anteojo y el de inclinación del eje secundario.

PLANILLA PARA MEDICION ANGULAR POR EL METODO DE BESSEL

Estacion	Punto Visado	LECTURAS ANGULOS						Promedio general	ANGULO
		C. I.			C. D.				
		Nonio I	Nonio II	Media	Nonio I	Nonio II	Media		
E	A	a'1	a'2	$a'1+a'2/2=a'$	a"1	a"2	$a"1+a"2/2=a''$	$a'+a''/2=a$	w= b- a
	B	b'1	b'2	$b'1+b'2/2=b'$	b"1	b"2	$b"1+b"2/2=b''$	$b'+b''/2=b$	

• Para obtener una mayor precisión en el valor de los ángulos, surge la conveniencia de aumentar el número de veces que se opera, hasta llegar al resultado más satisfactorio.

- Si se opera con un teodolito de apreciación 20" y el trabajo a realizar exigiera obtener valores angulares con seguridad del orden de los 5", será necesario realizar una serie de mediciones tal que se cumpla:

$$20'' = 5'' \sqrt{n}$$

donde n es el número de veces que debe medirse el ángulo.

Resulta así:

$$(20/5)^2 = n = 16$$

Para el caso de valores angulares dentro de una precisión de 1" y medidos con teodolito de apreciación de 20", tendremos que hacer n = 400, lo que es incompatible frente al predominio que adquirirían los errores sistemáticos sobre los accidentales.

- Dado lo poco práctico del procedimiento, por el gran número de operaciones a realizar, debe apelarse a instrumental moderno que asegure una mayor precisión en las lecturas.
- Realizado un gran número de mediciones para un mismo ángulo, estaremos en el caso conocido de la "medición repetida de una línea" y en general de cualquier serie de observaciones, donde el valor más plausible será la media aritmética, en base a la cual determinaremos el **error medio m_o de una observación aislada y el error medio del promedio de las observaciones $M_o = m_o / \sqrt{n}$** que usaremos en nuestros cálculos.

3. Método de repetición

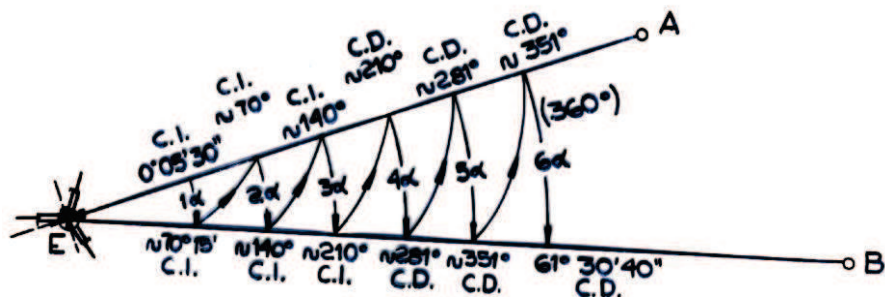


Fig. 142

Desde el punto estación E del teodolito, debemos medir en ángulo formado por las direcciones hacia A y B (fig.142).

El "método de repetición", consiste en integrar en el limbo una cantidad n de veces el ángulo buscado, de modo que el promedio nos dé el mejor valor del ángulo, y es de aplicación cuando se desea obtener un valor del ángulo con gran exactitud, la que en cierta medida se vé afectada por el excesivo manipuleo de los tornillos de freno y aproximaciones del teodolito.

El método operatorio es el siguiente: conviene colocar el cero del nonius o índice director en las proximidades del cero del limbo, hecho lo cual dirigimos nuestra visual hasta enfocar con el anteojo la señal en el vértice A, bisectándolo correctamente y anotando debidamente el valor de esa dirección leída en el limbo; luego aflojando el tornillo de freno de la alidada se dirige la visual hacia B y cuando la señal está dentro del campo del anteojo, con el tornillo de aproximaciones acimutales correspondiente, se bisecta debidamente el vértice B, procediendo a realizar la lectura sólo en grados y minutos. Esto lo efectuamos para tener concepto de la abertura del ángulo cuyo valor pretendemos conocer. Para integrar en el limbo un segundo valor del ángulo, se

procede a aflojar el tornillo de freno del limbo haciéndolo girar junto con el anteojo de derecha a izquierda, hasta encontrar el vértice A, bisectándolo debidamente actuando sobre el tornillo de aproximaciones del limbo. Realizado esto, se afloja el freno de alidada dirigiendo la visual hacia B, bisectado el cual, se ajusta el freno de alidada y con el tornillo de aproximaciones se bisecta correctamente la señal. Con esta operación, hemos integrado un nuevo valor en el limbo.

La operación descrita, se repite todas las veces que sea necesario, teniendo precaución de efectuarla igual número de veces tanto en círculo izquierda como en círculo derecha, a los efectos de eliminar la influencia de errores axiales, debiéndose anotar el último valor registrado en el limbo con círculo derecha bisectando el vértice B. La precaución indicada más arriba de efectuar una lectura aproximada y anotarla, cuando se bisecta el vértice B en la primera parte de la operación, es debido a que puede acontecer que al quedar integrada por un número de n veces el valor del ángulo, se exceda del valor de todo el círculo graduado, igual a 360° en cuyo caso al dividir el valor de la última lectura por el número de veces que se ha repetido el ángulo, obtengamos valores que no sean reales.

Sea dado el caso de un ángulo de valor aproximado a los 75° ; si repetimos 6 veces, el último valor que se anotará será un número de alrededor a los 90° . Es evidente, que si no se ha tenido la precaución de entrar en conocimiento del valor aproximado del ángulo al dividir por 6, nos encontraremos con un valor angular muy distinto del real. Pero si al valor 90° le sumamos una vuelta completa de limbo, 360° ó si fuera necesario dos veces el mismo, tendremos en tal caso: $(360^\circ + 90^\circ) / 6 = 75^\circ$ valor correcto de la observación.

El método descrito tiene la ventaja de eliminar errores axiales y de lecturas intermedias, ahorrando tiempo, haciendo bisecciones y aprovechando mejores lecturas, inicial y final, en el limbo.

PLANILLA DE OBSERVACIONES

Estacion	Punto Visado	LECTURAS ANGULOS				VECES REPETIDAS	Promedio de nonios
		C. I.		C. D.			
		Nonio I	Nonio II	Nonio I	Nonio II		
E	A	0°05'20"	180°05'40"	-----	-----		0°05'30"
	B	(70°05'--")	x x x	-----	-----	1	
	B	x x x	x x x	-----	-----	2	
	B	x x x	x x x	-----	-----	3	
	Vuelta de campana anteojo y giro de la alidada P.V.:A						
	B	-----	-----	x x x	x x x	4	
	B	-----	-----	x x x	x x x	5	
	B	-----	-----	61°30'20"	241°31'00"	6	61°30'40"
$6 \alpha = 421^\circ 30' 40'' - 0^\circ 05' 30'' = 421^\circ 25' 10'' \Rightarrow \alpha_m = 421^\circ 25' 10'' / 6 = 70^\circ 14' 11''$							+ 360°
							421°30'40"

$\alpha_m = \alpha_n / n = \text{Promedio de nonios} / n^\circ \text{ repeticiones}$

4. Método de reiteración

Si en razón de ser necesaria o conveniente una mayor precisión que la que nos puede brindar el instrumento en uso, fuera necesario medir más de una vez un ángulo, podemos "Reiterar" las operaciones las veces que sea necesario, iniciando cada una de las observaciones en las proximidades del número que resulte de dividir: $180^\circ/n'$, siendo n' el número de reiteraciones a efectuar en cada círculo. El método operativo para la medición del ángulo, es una repetición del método de Bessel. El mismo elimina errores axiales, con la ventaja de una mayor precisión. O sea

$$n' = n/2$$

$n = n^\circ$ de reiteraciones

$n' =$ veces con CI y veces con CD

Lo mismo que para el método de Bessel, es conveniente realizar las anotaciones en un formulario de las siguientes características:

Ej.: $n=6$ reiteraciones $\therefore n'=n/2=3$ con cada círculo: CI: $0^\circ, 60^\circ, 120^\circ$; CD: $180^\circ, 240^\circ, 300^\circ (180^\circ/3)$

Estacion	Punto Visado	LECTURAS ANGULOS							ANGULO
		C. I.			C. D.			Promedio general	
		Nonio I	Nonio II	Media	Nonio I	Nonio II	Media		
E	A	0°13'15"	13'30"	13'22"	180°13'30'	13'15"	13'22"	0°13'22"	46°41'42"
	B	46°54'45"	55'15"	55'00"	226°55'15'	55'00"	55'08"	46°55'04"	
E	A	60°07'45"	08'15"	08'00"	240°08'15"	08'00"	08'08"	60°08'04"	46°41'49"
	B	106°49'30'	49'45"	49'38"	286°50'15'	50'00"	50'08"	106°49'53"	
E	A	120°08'30"	08'30"	08'30"	300°08'30"	08'45"	08'38"	120°08'34"	46°41'41'
	B	166°50'15"	50'00"	50'08"	346°50'30"	50'15"	50'22"	166°50'15"	

$$\alpha_m = \sum_{i=1}^n \alpha_i / 3 = 46^\circ 41' 44''$$

Obsérvese que este método es el que se explicó en detalle como medición conjugada. Siendo el valor del ángulo:

$$\alpha_m = \alpha_i / n'$$

Este método es menos preciso que el anterior pues son numerosas las veces que debemos leer y además es mucho más lento.

- **Finalmente debemos aclarar que analizando los métodos de repetición y reiteración se puede deducir que un teodolito reiterador no puede ser repetidor, pero si es repetidor se puede utilizar como reiterador.**



Próximo Tema 5 Aplicaciones del Teodolito y Nivel>>>>