

## CATEDRA DE FOTOGRAMETRIA

### GUIA DE TRABAJOS PRACTICOS

#### TRABAJO PRACTICO N° 9

#### AEROTRIANGULACION RADIAL

##### INTRODUCCION - DEFINICIONES

- Para la realización de documentos, tanto topográficos como fotogramétricos, en los que se deban efectuar mediciones, es necesario contar con puntos de apoyo que permitan el control métrico de la representación del terreno dentro de la precisión que en cada caso dichos documentos exigen.
- Punto de apoyo: punto del terreno, de coordenadas conocidas, perfectamente identificable en los fotogramas.
- En fotogrametría aérea la cantidad necesaria de dichos puntos es importante, lo que implica mucho trabajo topográfico complementario. Esta dificultad se ha obviado utilizando métodos operativos de gabinete que se denominan genéricamente aerotriangulación fotogramétrica. Con ésta, partiendo de unos pocos puntos determinados sobre el terreno, es posible, operando en gabinete, obtener las coordenadas de otros, densificándose en ésta forma la red planimétrica o planialtimétrica de apoyo.

#### A - AEROTRIANGULACION FOTOGRAMETRICA.

##### I - CLASIFICACION

###### Aerotriangulación radial:

- Permite obtener coordenadas planimétricas de nuevos puntos.
- Se utiliza para la confección de fotocartas.

###### b) Aerotriangulación especial:

- Proporciona las coordenadas planialtimétricas de los nuevos puntos.
- Se destina, esencialmente, al apoyo de restituciones planialtimétricas.

## II - CONCEPTOS GENERALES.

La aerotriangulación radial consiste en de terminar la posición planimétrica de puntos convenientemente ubicados en la zona de superposición triple de aerofotogramas consecutivos mediante el método de intersección hacia adelante (trisección directa).

- Los ángulos que se miden sobre los aerofotogramas, y el conocimiento de las bases desde cuyos extremos se efectúan las radiaciones, constituyen los elementos necesarios para resolver la triangulación.

En efecto, para aerofotogramas horizontales, la poligonal espacial que determinan los puntos desde los que se obtuvo cada uno de ellos, proyectada planimétricamente, es una poligonal cerrada en los puntos de apoyo determinados en el terreno, y como las direcciones angulares de los lados (bases) pueden ser medidas en los aerofotogramas, es posible el cálculo de la longitud de aquéllos y de las coordenadas planimétricas de los nuevos vértices, dentro de límites de precisión compatibles con el trabajo a realizar.

Compensación: Los errores angulares se distribuyen de modo que la influencia de los mismos en la ubicación de los nuevos vértices sea mínima.

Ajuste: No conociéndose el valor exacto de la escala de los fotogramas, se calcula la triangulación en base a una escala aproximada y luego se ajusta toda la red a la escala elegida, utilizando al efecto los puntos determinados por los trabajos de apoyo terrestre.

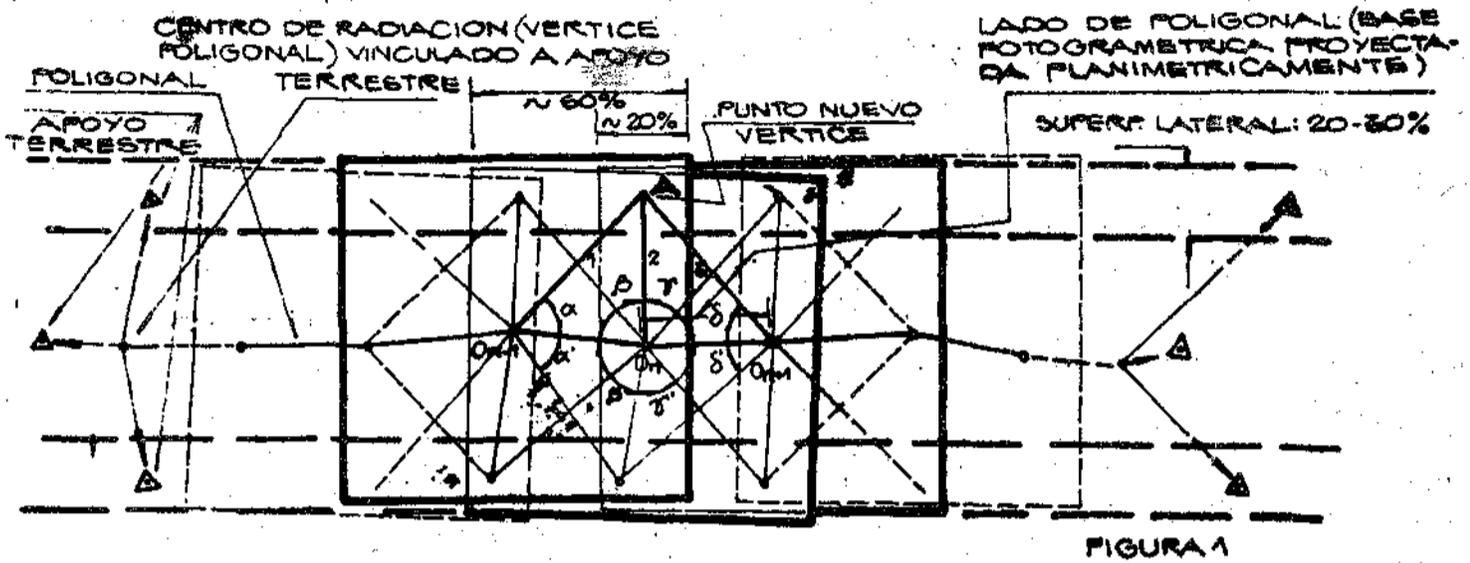
La precisión que se alcanza es comparable a la de una triangulación topográfica.

- Los vértices así determinados deben satisfacer determinadas condiciones:

- de número: Cuatro por aerofotograma para poder efectuar el posterior encauzamiento y montaje.

- de ubicación: Es forzoso localizarlos en las zonas de superposiciones triple y lateral.

Todo esto hace que la red asuma una configuración típica (figura 1)

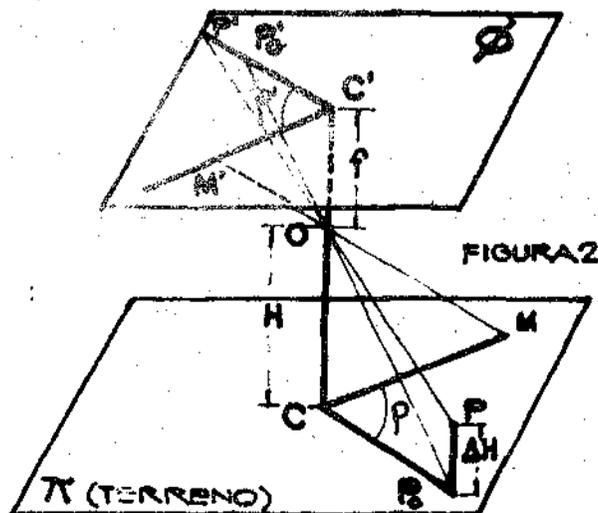


- El punto A está determinado por intersección de rayos de las radiaciones 1, 2 y 3 siendo las bases  $\overline{O_{n-1} O_n}$  y  $\overline{O_n O_{n+1}}$ .
- B - ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS ÁNGULOS MEDIDOS EN LOS FOTOGRAMAS Y SUS CORRESPONDIENTES EN EL TERRENO.

I - FOTOGRAMA HORIZONTAL (i=0)

Considerando un fotograma impresionado en forma perfectamente horizontal, sobre terreno llano y horizontal, se verifica que:

- Tomando como centro de radiación el punto principal  $C'$ , los ángulos medidos son iguales a los que se medirán en el terreno estacionando un teodolito en C.
- En este caso particular, la imagen del fotograma, es semejante a la del terreno y todos los ángulos son secciones normales de diedros cuya arista es  $CC'$ .



- Si existe un desnivel  $\Delta H$  la imagen del punto del terreno se desplaza de  $P'_0$  a  $P'$  (corrimiento perspectivo) pero el ángulo  $\rho$  sigue siendo el mismo.
- La variación de escala debida a diferentes valores de  $H$  no influye angularmente.
- En consecuencia:  
 Siendo:  $i$  ángulo de inclinación formado por los planos del fotograma y del terreno.  
 $\rho$  ángulo acimutal del terreno.  
 $\rho'$  ángulo acimutal correspondiente en el fotograma.  
es para  $i=0 \longrightarrow \rho = \rho'$  sea el terreno llano o no.

II - FOTOGRAMA INCLINADO ( $i \neq 0$ )

En la ejecución del vuelo fotográfico, los aerofotogramas, al ser impresionados, no están en una posición perfectamente horizontal, sino con cierta inclinación  $i$ , que el instrumental moderno permite asegurar por debajo de  $3^\circ$ .

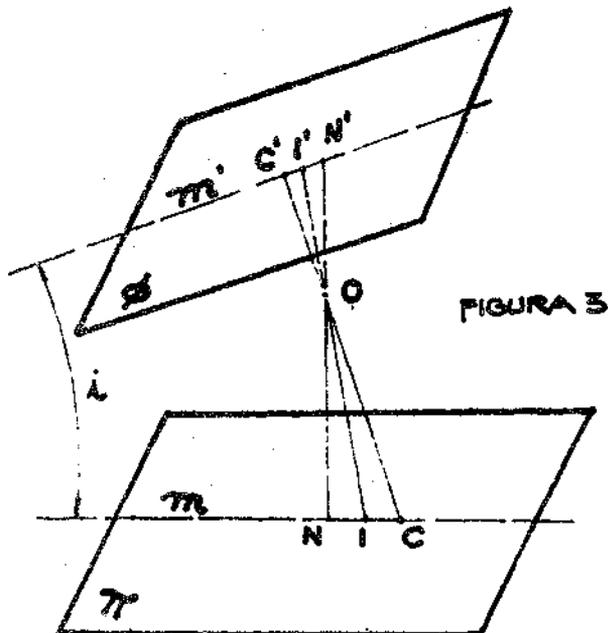
En este caso, se presentan tres posibles centros de radiación:

$C'$ : Punto principal de la perspectiva fotográfica.

$N'$ : Punto nadiral; intersección de la vertical pasante por  $O$  con el plano  $\sigma$  del fotograma.

$I$ : Isocentro, metapolo y epicentro; determinado por la intersección de la bisectriz del  $\widehat{C'O'N'}$  con el plano  $\sigma$  del fotograma.

NGEA: Los tres puntos están alineados según la recta de máxima pendiente  $m'$  que pasa por  $C'$ .



INFLUENCIAS ANGULARES DE LA INCLINACION  $i$  Y DEL DESNIVEL  $\Delta H$ .

Adoptando como centro de radiación:

I - PUNTO NADIRAL N'

Considerando el diedro de arista  $\overline{N'N}$  cuyas caras contienen  $m-m'$  y  $p_0-p'_0$ , al seccionarlo con los planos  $\phi$  y  $\pi$  los ángulos resultantes  $\rho_{p_0}$  y  $\rho'_{p_0}$  son desiguales:

$$\begin{array}{l} \rho_{p_0} \text{ ————— } \text{sección normal} \\ \rho'_{p_0} \text{ ————— } \text{sección oblicua} \end{array} \quad \therefore \rho_{p_0} > \rho'_{p_0}$$

Si existe un desnivel  $\Delta H$ , el corrimiento perspectivo se produce según  $\overline{P'N'}$  y por lo tanto  $\rho'_{p_0} = \rho'_{p'_0}$ .

En consecuencia:

Para  $\Delta H = 0$  —  $\rho_{p_0} \neq \rho'_{p_0}$

Para  $\Delta H \neq 0$  —  $\rho_p \neq \rho'_p$

NOTA: Resulta de lo anterior que conociendo la posición de  $N'$ , y por lo tanto el valor de  $i$ , puede calcularse la corrección angular  $c_p$  de las direcciones; siendo

$$c_p = f(i, \rho)$$

independiente de la forma

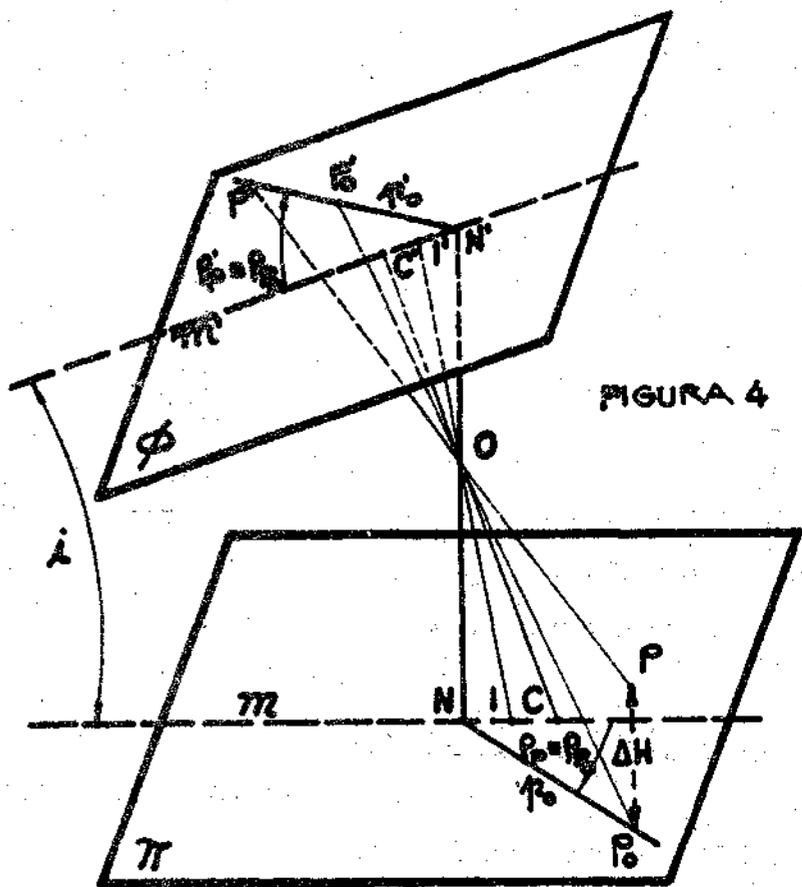
del terreno. Para cada fotograma en particular, será:

$$i = \text{constante}$$

$$c_p = k \cdot f(\rho)$$

II - ISOCENTRO I'

Los ángulos medidos sobre el fotograma y sus correspondientes en el terreno, para  $\Delta H = 0$ , son secciones i-



gualmente inclinadas del diedro de arista  $II'$ ; por consiguiente, iguales.

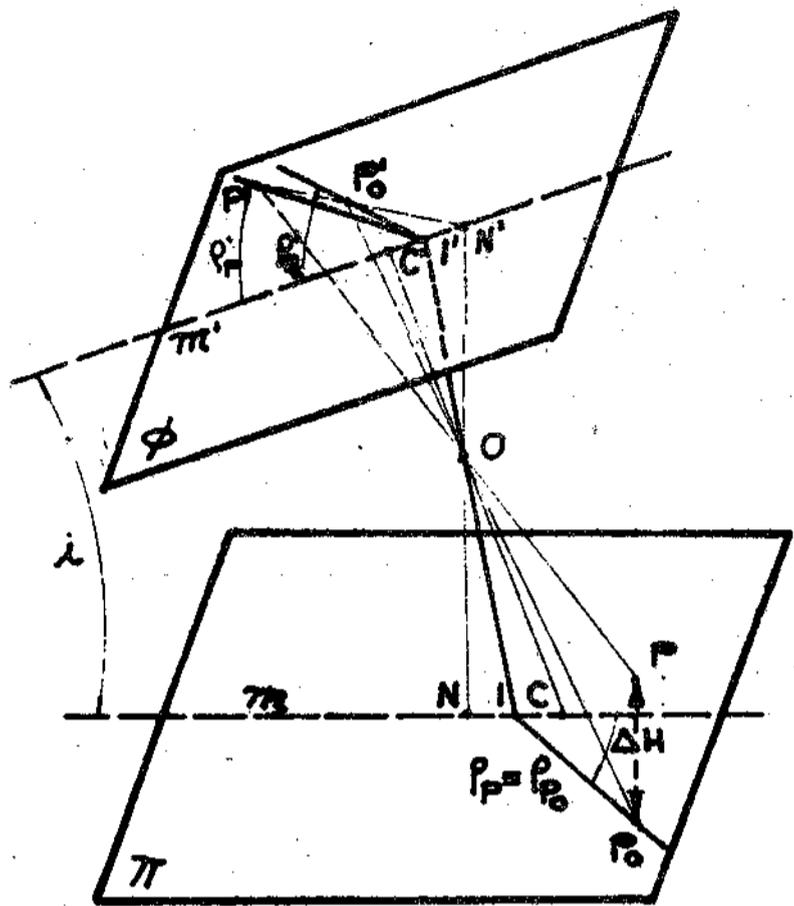
Cuando se presenta un desnivel  $\Delta H$ , la imagen  $P'$  del punto  $P$ , experimenta un desplazamiento perspectivo  $\overline{P'_0P'}$  según la dirección  $\overline{P'_0N'}$  y los ángulos se modifican.

En consecuencia:

Para  $\Delta H = 0 \rightarrow \rho_{P_0} = \rho'_{P_0}$

Para  $\Delta H \neq 0 \rightarrow \rho_P = \rho'_P$

Los efectos angulares son opuestos a los vistos para el punto nadiral  $N'$  ya que en  $I'$  no influye  $i$ , pero sí el desnivel  $\Delta H$ .



FIGURAS

III - PUNTO PRINCIPAL C'.

En este caso, las secciones del diedro de arista  $CC'$  no son igualmente inclinadas y los corrimientos perspectivos debidos a un desnivel  $\Delta H$ , no están alineados con  $C'$  sino con  $N'$ . (X)

Es así, que en ambos casos se modifican los valores angulares.

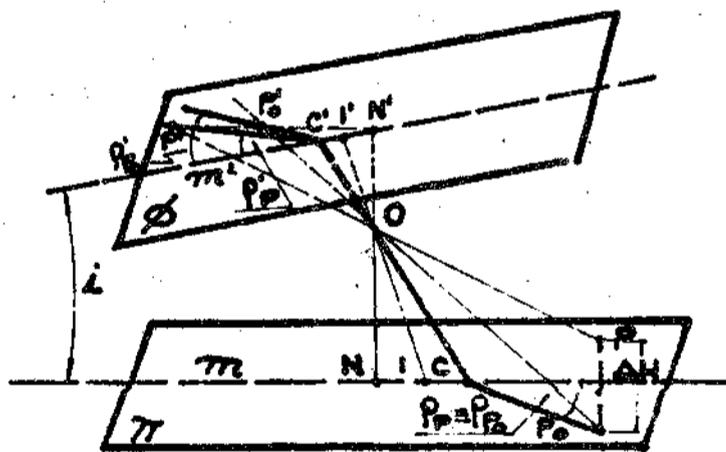


FIGURA 6

(X) Por lo establecido anteriormente (nota del párrafo B-II) el corrimiento perspectivo estará alineado con  $N'$  y  $C'$  sólo cuando el punto  $P$  considerado se ubique sobre la línea de máxima pendiente.

En consecuencia:

$$\begin{array}{l} \text{Para } \Delta H = 0 \text{ — } \rho_{Po} \neq \rho'_{Po} \\ \text{Para } \Delta H \neq 0 \text{ — } \rho_P \neq \rho'_P \end{array} \quad \rho'_{Po} \neq \rho'_P$$

Nótese que en este caso a diferencia de los anteriores, influye tanto  $i$  como  $\Delta H$ .

IV - CONCLUSION.

En la práctica se adopta  $C'$  para medir los ángulos  $\rho'$ , a pesar de sus desventajas, por ser un punto perfectamente determinado en los aerofotogramas. El error que se comete en una dirección está dado por:

$$\Delta \rho = i \frac{\Delta H}{H} \cdot \frac{f}{S} \cdot \text{sen } \rho$$

siendo  $S$  la distancia del punto  $P'$  al nadiral  $N'$ . Los valores medios de  $\Delta \rho$  para terrenos llanos y vuelos correctamente efectuados son del orden del minuto sexagesimal ( $1'$ ).

D - MÉTODOS PARA LA EJECUCION DE LA TRIANGULACION RADIAL.

I - CLASIFICACION.

- a) Triangulación radial analítica.
- b) Triangulación radial mecánica.
- c) Triangulación radial gráfica.

II - OPERACIONES PREVIAS COMUNES A LOS TRES METODOS.

- a) Determinación de los puntos principales y sus homólogos en los aerofotogramas adyacentes.
- b) Elección de los puntos a triangular en las zonas de superposición antes indicadas (triple y lateral).
- c) Identificación y marcación de los puntos homólogos en los restantes fotogramas de la terna correspondiente y en los aerofotogramas de las corridas laterales.
- d) Medición de la base que servirá de partida para el posterior cálculo o armado de la triangulación a una escala a-

proximada (se conoce la escala media del aerofotograma).

III - TRIANGULACION RADIAL ANALITICA.

- a) Medición angular: Efectuadas las etapas previas se ejecutan las mediciones angulares mediante instrumentos especiales denominados trianguladores radiales.
- b) Cálculo: Medida una base tal como la  $\overline{O_{n-1}O_n}$  (figura 1) se puede calcular la  $\overline{O_nO_{n+1}}$  mediante las expresiones:

$$\overline{O_nO_{n+1}} = \overline{O_{n-1}O_n} \frac{\text{sen } \alpha \text{ sen } (\gamma + \delta)}{\text{sen } \delta \text{ sen } (\alpha + \beta)} = \overline{O_{n-1}O_n} \frac{\text{sen } \alpha' \text{ sen } (\gamma' + \delta')}{\text{sen } \delta' \text{ sen } (\alpha' + \beta')}$$

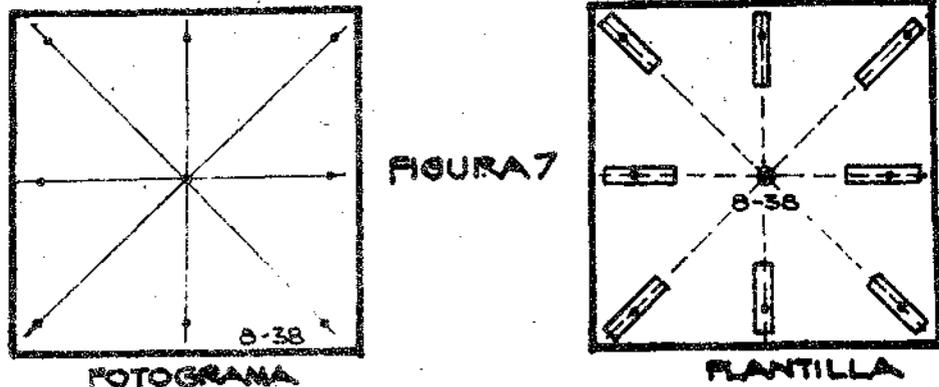
Analogamente se calculan los demás lados de la red.

Tanto la compensación como el ajuste se efectúan analíticamente llegándose a valores de coordenadas definitivos.

IV - TRIANGULACION RADIAL MECANICA.

No se realizan mediciones angulares, sino que se materializan las radiaciones mediante plantillas ranuradas:

- a) Preparación de la plantilla: Para cada fotograma se utiliza una plantilla, de modo tal, que a una dirección correspondiera el eje de una ranura. Además, la ranura debe ubicarse de manera que el punto que determina la dirección



uede aproximadamente en la mitad de su longitud.

Estas operaciones de troquelado se realizan en aparatos llamados ranuradores radiales.

- b) Armado de la triangulación: Cada plantilla queda identificada por el número del fotograma correspondiente, y, conociendo el valor de una base, se puede proceder al ar

mado ordenado de la triangulación a una escala aproximada, efectuándose el enlace de las ranuras mediante pequeños bujes especiales.

Se prepara el tablero de armado dibujando en él una cuadrícula básica y los puntos de apoyo conocidos.

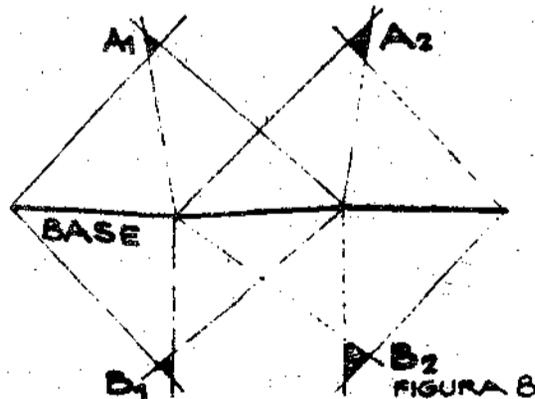
La compensación y el ajuste se efectúa automática y simultáneamente al enlazar todo el bloque con los puntos de apoyo.

Luego, mediante el punzonado a través de los bujes se marca en el tablero la posición de los puntos determinados.

#### V - TRIANGULACION RADIAL GRAFICA.

- a) Trazado de las radiaciones: En este caso, las radiaciones se dibujan en calcos transparentes y cada uno de ellos, constituye en sí, una plantilla donde las direcciones están materializadas por una recta.
- b) Armado: Se efectúa a partir de una base, que resulta de mediciones en los aerofotogramas, cuidando la perfecta coincidencia de las direcciones de las bases.
- c) Triángulos de error o de compensación: A cada punto triangulado concurren tres direcciones que en general no se intersectan en un punto, sino que, forman pequeños triángulos de error o compensación (figura 8).

Durante el armado de la triangulación deben ubicarse los sucesivos transparentes de manera que dichos triángulos, para cada par de puntos laterales ( $A_1$  y  $B_1$ ;  $A_2$  y  $B_2$ ; etc.), sean de áreas iguales mínimas (posición única).



- d) Ajuste: Armado el conjunto a escala aproximada, se puede comparar con los puntos de apoyo y calcular en cuánto ha de aumentarse o disminuir la base de partida para efectuar el ajuste de escala y armado definitivo.
- e) Compensación: Se realiza al tomar como posición definitiva

va de los puntos densificados, la de los baricentros de los triángulos de error.

**E - PARTE PRACTICA.**

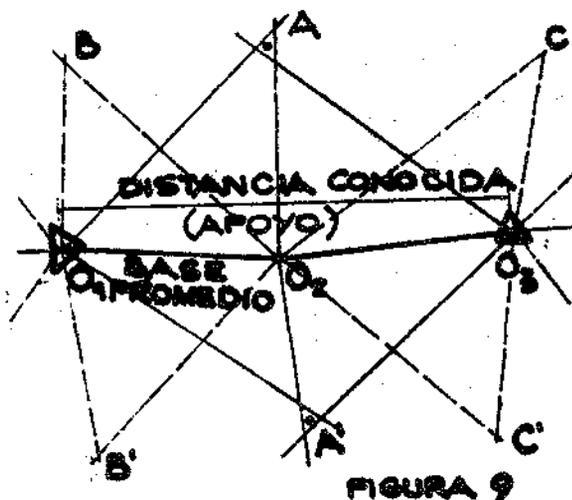
Cada alumno confeccionará una triangulación radial gráfica sobre una terna de fotogramas a distribuir en clase, siguiendo las instrucciones que se impartirán en la misma.

Objeto: Obtención de la posición planimétrica de dos puntos laterales mediante triangulación radial gráfica

Datos: Escala aerofotograma; apoyo terrestre.

Desarrollo:

- 1) Determinación de los puntos principales y sus homólogos.
- 2) Elección e identificación de puntos laterales. Marcación y nomenclatura.
- 3) Dibujo de las radiaciones en los calcos transparentes y su numeración.
- 4) Medición de las bases y promedio de las mismas.
- 5) Armado provisorio de la triangulación.
- 6) Medición de la distancia  $O_1 O_3$  y comparación con la distancia de apoyo.
- 7) Cálculo de la corrección de base para ajuste de escala.
- 8) Armado definitivo, marcación y lectura de coordenadas.



NOTA: En la hoja de cartulina se dibujará la cuadrícula y con las coordenadas (dato) de  $O_1$  y  $O_3$  se dibuja el apoyo.