Algebra Lineal y Geometría.

Unidad n°9: Recta y Plano.

Contenidos

Ecuación vectorial y cartesiana de la recta.

Ecuación normal vectorial del plano. Pasaje

de la ecuación general del plano a la ecuación normal cartesiana.

Distancia: entre dos puntos, entre dos vectores, de un punto a una recta, de un punto a un plano.

Ángulos: entre dos rectas; entre dos planos; entre recta y plano. Paralelismo y, perpendicularidad: de rectas, de planos, de recta y plano.

Lugar Geométrico.

Conjunto de todos los puntos del plano (o del espacio), que verifiquen una o varias propiedades geométricas y sólo ellas.

Ecuación de un conjunto de puntos.

$f(x;y)=0$ es la **Ecuación de un conjunto de puntos C en R^2**, si y solo si:

a) Las coordenadas cartesianas de todo punto de C verifican dicha ecuación.

b) Todo punto cuyas coordenadas cartesianas verifican dicha ecuación pertenece al conjunto C.

Ecuación de un conjunto de puntos.

$f(x;y;z)=0$ es la **Ecuación de un conjunto de puntos C en R^3**, si y solo si:

a) Las coordenadas cartesianas de todo punto de C verifican dicha ecuación.

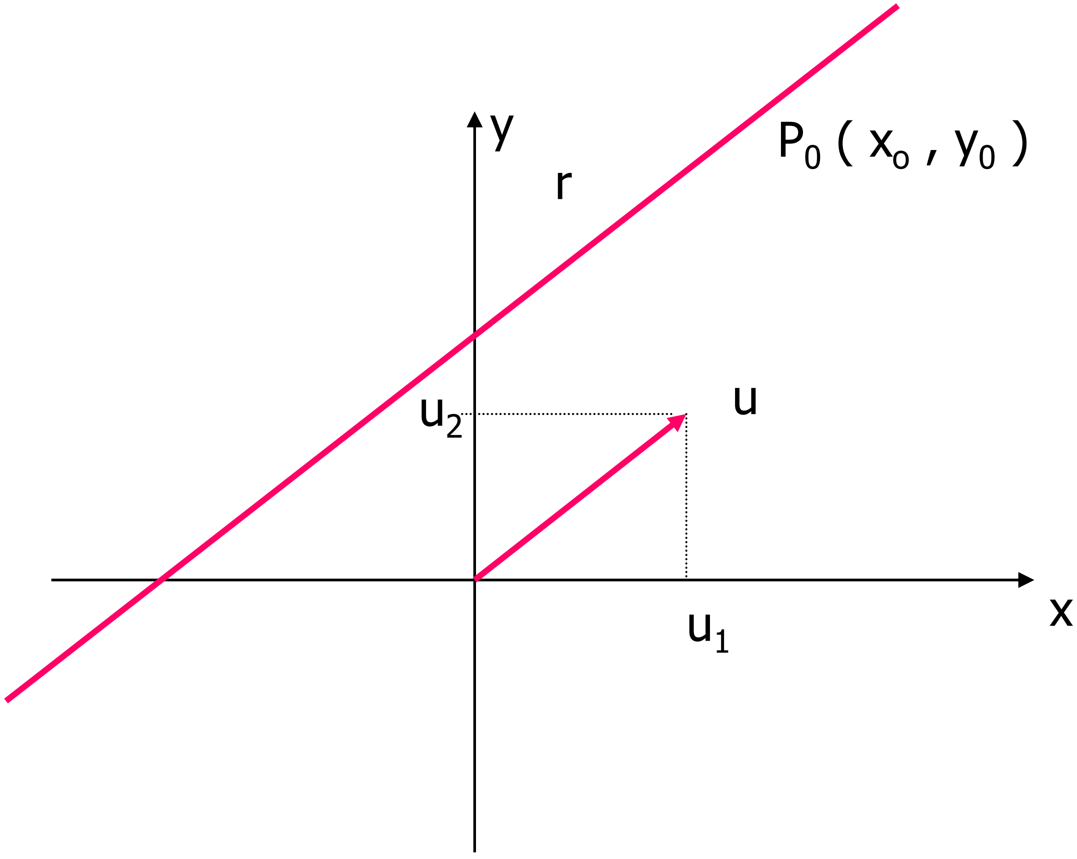
b) Todo punto cuyas coordenadas cartesianas verifican dicha ecuación pertenece al conjunto C.

Definición de línea recta.

- Es el lugar geométrico de los puntos tales que tomados dos puntos diferentes cualesquiera $P_1(x_1; y_1)$ y $P_2\ (x_2\ ; y_2)$ del lugar, el valor de la pendiente *m* calculado por medio de la fórmula

resulta siempre constante.

Recta en R^2.



Ecuaciones de la recta en R^2.

$u=(u_1, u_2)$ // r con

$u_1 \neq 0, \; u_1 \neq 0$

$P_0=(x_o,y_o) \in r$

$OP = OP_o + \lambda\, u$

$$\begin{cases} x = x_o + \lambda\, u_1 \\ y = y_o + \lambda\, u_2 \end{cases}$$

$$\frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_1}$$

$$y = m\,x + q$$

m=tg α(Pendiente de la recta)

q=ordenada al origen.

$$ax + by + c = 0$$

$$v = (a\,;\,b) \perp r$$

Más ecuaciones de la recta en R^2

- Ecuación Segmentaria

  $p \neq 0$; $q \neq 0$

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$

- Ecuación de la recta dada por la pendiente y un punto:

$$y - y_o = m(x - x_o)$$

Ecuaciones de la recta en R^3.

$u=(u_x, u_y, \mathbf{u_z})$ // r con $u_x \neq 0$, $u_y \neq 0$, $u_z \neq 0$

$P_0=(x_o, y_o, z_o) \in r$

OP=OP$_o$+ t u

$$\begin{cases} x = x_o + t\,u_x \\ y = y_o + t\,u_y \\ z = z_o + t\,u_z \end{cases}$$

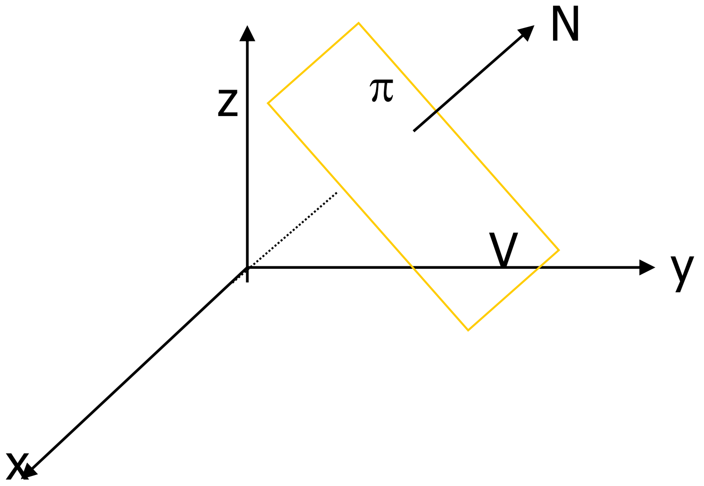
$$\frac{x - x_0}{u_x} = \frac{y - y_0}{u_y} = \frac{z - z_0}{u_z}$$

Parámetros normales del plano

- N: versor $N=n_1\, i + n_2\, j + n_3\, k$

  p: distancia del origen al plano.

  $v=(x; y; z) \in \pi$



Ecuación Normal Vectorial del Plano.

$\forall v \in \pi$: $Proy_N\ V = \dfrac{<V.N}{|N|}$

$<V.N> - p = 0$

$\cos \alpha\ x + \cos \beta\ y + \cos \gamma\ z - p = o$

$A\ x + B\ y + Cz + D = 0$

$$\frac{Ax + By + Cz + D}{\pm\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 0$$

Distancia(en forma cartesiana y en forma vectorial)

- *Distancia entre dos puntos P_1P_2*: $|P_1P_2|$
- Distancia entre dos vectores aplicados.
- Distancia de un punto a una recta: Dada una recta "r" y un punto cualquiera P_o exterior a la recta, se llama distancia del punto a la recta a la longitud del segmento de recta normal trazado desde el punto a la recta. $d(P_o;r)=Proy_n P_o$
- Distancia de un punto a un plano: Dado un plano "π" y un punto cualquiera P_o exterior al plano, se llama distancia del punto al plano a la longitud del segmento de recta normal trazado desde el punto al plano. $d(P_o;\pi)=Proy_n P_o$

Angulos entre