Unidad N°5: COORDENADAS EN EL PLANO Y EN EL ESPACIO.

- **Coordenadas cartesianas en el plano, ortogonales y oblicuas**.

Definición: Llamaremos ***sistema de coordenadas cartesianas en el plano*** al sistema formado por los siguientes elementos:

1) Dos ejes no paralelos $\rightarrow$ eje de abscisas o eje x
   eje de ordenadas o eje y
2) Punto de intersección de los dos ejes $\rightarrow$ origen de coordenadas

COORDENADAS CARTESIANAS (x ; y) de cada punto P del plano a las abscisas de los puntos sobre los ejes x e y que se obtienen proyectando sobre cada eje el punto P paralelamente al otro eje.

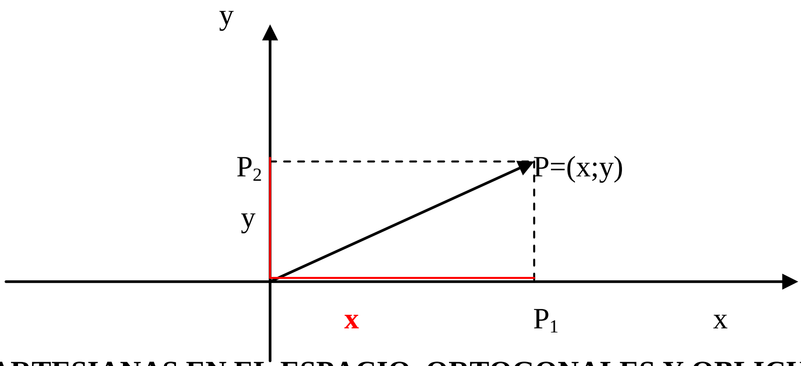
Teorema 1: Existe una correspondencia biunívoca entre los puntos del plano y los pares ordenados de números reales.

Propiedad 1: Los ejes x e y dividen al plano en cuatro regiones llamadas CUADRANTES, caracterizadas en la siguiente forma:

$$1^{er} \text{ cuadrante}\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \qquad 2^{do} \text{ cuadrante}\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$3^{er} \text{ cuadrante}\begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases} \qquad 4^{to} \text{ cuadrante}\begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

Propiedad 2: La variación de las coordenadas cartesianas de un punto que recorre todo el plano es: $-\infty < x < +\infty$ e $-\infty < y < +\infty$



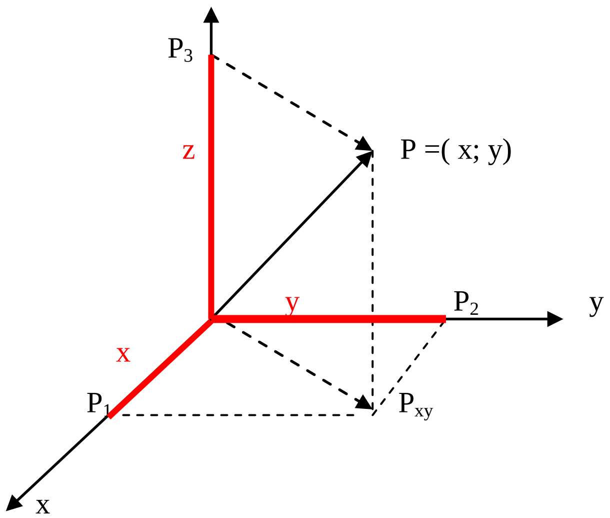
- **COORDENADAS CARTESIANAS EN EL ESPACIO, ORTOGONALES Y OBLICUAS**.

Definición: Llamaremos ***sistema de coordenadas cartesianas en el espacio*** al sistema formado por los siguientes elementos:

Tres ejes concurrentes en un punto O , (origen de coordenadas): eje x; eje y ; eje zcuyas unidades son respectivamente u, v y w.

Coordenadas Cartesianas (x ; y ; z) de cada punto P del espacio a las abscisas de las proyecciones del punto P sobre cada eje paralelamente al plano determinado por los otros ejes.

Teorema : Existe una correspondencia biunívoca entre los puntos del plano y los pares ordenados de números reales.



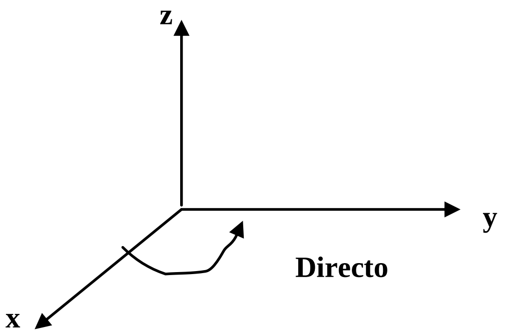
P_{xy}: Proyección del punto P sobre el plano "xy"

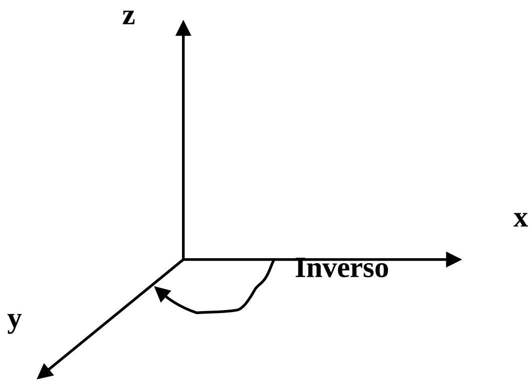
P_1: Proyección del punto P sobre el eje "x" paralelamente al plano coordenado "yz"

P_2: Proyección del punto P sobre el eje "y" paralelamente al plano coordenado "xz"

P_3: Proyección del punto P sobre el eje "z" paralelamente al plano coordenado "xy"

- **ORIENTACIÓN DE UN SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS.**

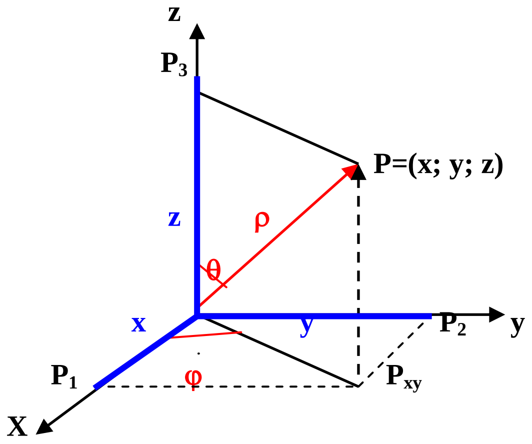




- **COORDENADAS ESFÉRICAS EN EL ESPACIO.**

Definición: Dados dos ejes ortogonales x, z de origen O, llamamos coordenadas esféricas de un punto P del espacio a la terna de números (ρ, θ, φ) donde ρ es la distancia del origen al punto P; θ es el ángulo que forma OP con el eje z; φ es el ángulo diedro que forma el plano "xz" con el plano determinado por el eje z y el punto P .

Variación: $0 \leq \rho < +\infty$ $\quad 0 \leq \theta < \pi$ $\quad 0 \leq \varphi < 2\pi$



P (x; y; z) es un punto de una esfera de centro O y radio |OP|

|OP| =ρ **$P_3OP = \theta$** **$P_1P_3OP = P_1OP_{xy}=\varphi$**

- ***Transformación de coordenadas:***

a) (ρ, θ, φ) → (x , y , z)

x = ρ . sen θ. cos φ **y = ρ. sen θ. sen φ** **z= ρ . cos θ**

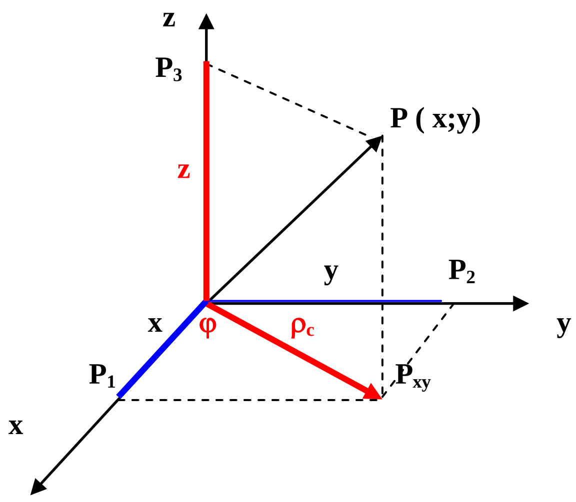
b) (x , y , z) → (ρ, θ, φ)

$$\rho = +\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad \theta = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \qquad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{y}{x}$$

- **COORDENADAS CILINDRICAS EN EL ESPACIO.**

- **Dados tres ejes ortogonales x, y, z de origen O, llamamos coordenadas cilíndricas de un punto P del espacio a la terna de números (ρ, φ, z) donde z es la tercera coordenada cartesiana de P; ρ mide la distancia de la proyección ortogonal del punto P (P´) sobre el plano *xy* al origen O; φ es el ángulo que forma OP´ con el eje (+x).**

- **Variación: $0 \le \rho < +\infty$** **$0 \le \varphi < 2\pi$** **$-\infty < z < +\infty$**



➢ ***Transformación de coordenadas:***

a) $(\rho, \varphi, z) \rightarrow (x, y, z)$

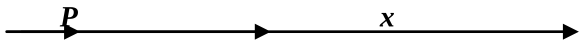
$x = \rho \cdot \cos\varphi$ $\qquad y = \rho \cdot \operatorname{sen}\varphi$ $\qquad z = z$

b) $(x, y, z) \rightarrow (\rho, \varphi, z)$

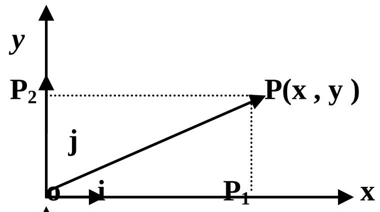
$$\rho = +\sqrt{x^2 + y^2} \qquad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{y}{x} \qquad z = z$$

- **VECTORES APLICADOS EN COORDENADAS.**

➢ **En la recta: OP= x.*i*** ***oi***



➢ **En el plano: OP = x.*i* + y.*j***



➢ **En el espacio:**

OP=x.*i* + y. j + z. *k*