Método de Radiación: Ejemplo resuelto

Se efectuó un levantamiento planimétrico por el método de radiación, realizando estaciones sobre los puntos A y C (figura 7.4). Se trabajó con una estación total y se registraron direcciones y distancias reducidas al horizonte. Contando con cuatro puntos fijos conocidos en el terreno, se hicieron dos estaciones, en A y en C, para relevar una edificación y una serie de árboles. Desde A se realizó la orientación (dirección de referencia) con el punto D y se midió el punto B como control. Desde C se realizó la orientación con D y el control se hizo también a B.
Los puntos ABCD constituyen los vértices de un polígono cerrado, sus coordenadas XY fueron medidas y compensadas (tabla 7.1).

Tabla 7.1
Coordenadas de los puntos A, B, C y D.

	x	y
A	1279,37	1507,67
B	1090,74	1499,77
C	1096,26	1323,05
D	1277,75	1362,35

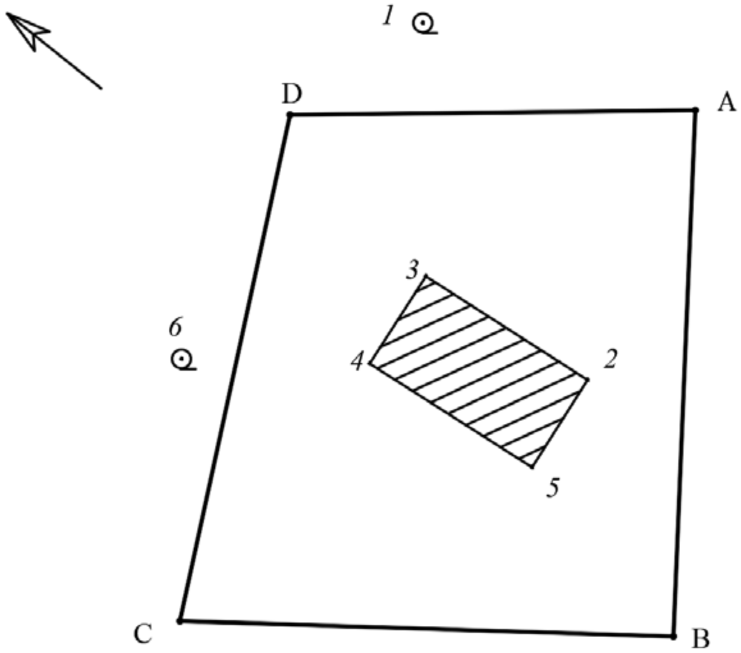
Las mediciones realizadas se encuentran en la tabla 7.2.

Tabla 7.2
Direcciones y distancias registradas en campo.

Estación	Punto Visado	Lectura Hz (CI)	H: dist. Hz. (m)	Descripción
A	Vértice D	14° 35' 45''	-	Orientación
	1	33° 03' 06''	102,55	Arbol
	Vértice B	287° 38' 06''	188,78	Control
	2	306° 59' 16''	104,09	Edificio
	3	343° 37' 34''	113,55	Edificio
	Vértice D	14° 35' 47''	-	Cierre
C	Vértice D	30° 28' 56''	-	Orientación
	4	54° 36' 28''	114,63	Edificio
	5	84° 37' 39''	137,61	Edificio
	Vértice B	110° 03' 09''	176,80	Control
	6	18° 33' 23''	93,89	Arbol
	Vértice D	30° 29' 01''	-	Cierre

Figura 7.4

Los puntos ABCD constituyen un polígono cerrado. Los puntos 1 a 6 fueron relevados.



Resolución:

1- Cálculo del acimut de arranque (AD).

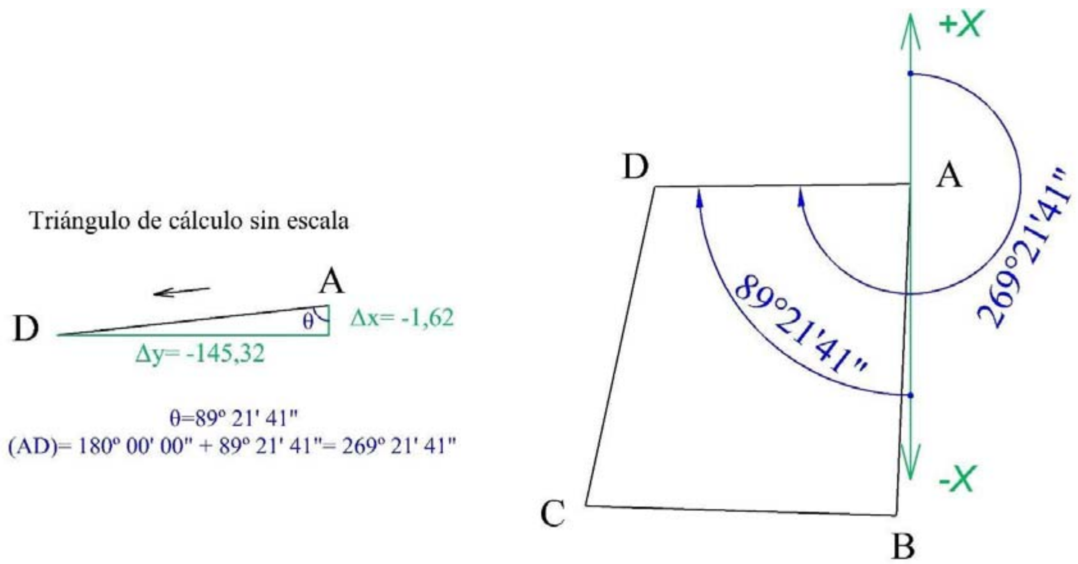
$$\tan\theta = \frac{\Delta y_{AD}}{\Delta x_{AD}} = \frac{1362,35 - 1507,67}{1277,75 - 1279,37} = \frac{-145,32}{-1,62}$$

θ= 89º 21' 41"

Analizando los incrementos en X y en Y (**Δx<0** y **Δy<0**) se puede determinar que la alineación AD pertenece al 3er cuadrante. Por lo tanto, para obtener el acimut se le suman 180º al ángulo θ (figura 7.5).

Figura 7.5

Cálculo del acimut (AD).



El acimut (AD) resultante es: (AD)= 269º 21’ 41”

2- Cálculo de los acimutes de los puntos levantados desde el vértice A.

Punto 1: Árbol

El acimut de la línea A1 se calcula a partir del acimut conocido de la línea de orientación AD. Por lo tanto, hay que calcular el ángulo $D\hat{A}1$.

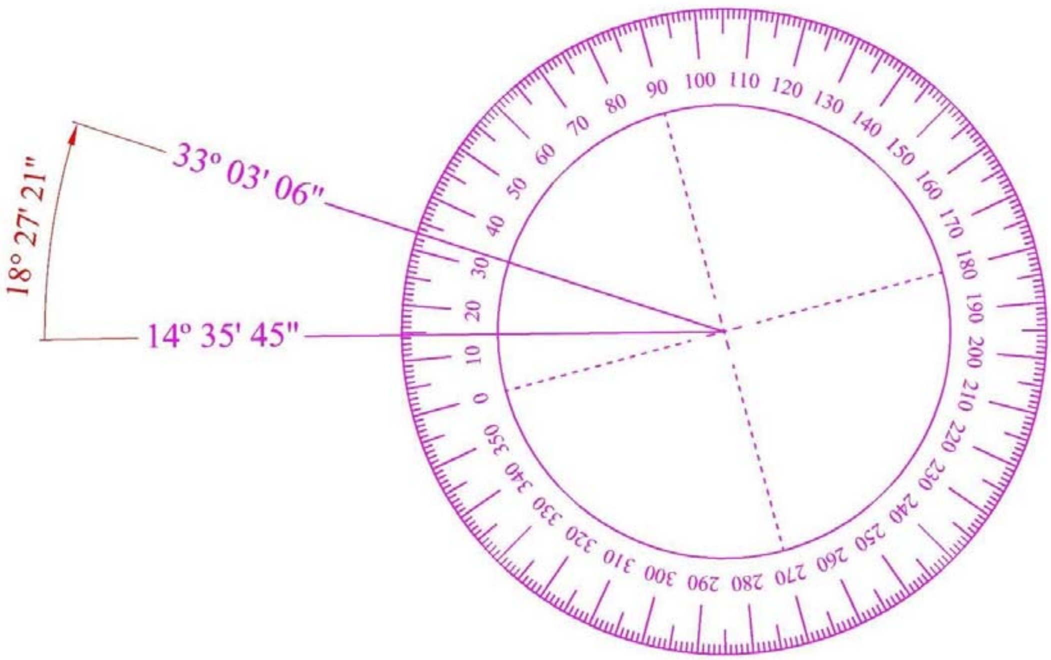
Los ángulos para los puntos medidos desde A se calculan a partir de la dirección de referencia 14º 35’ 45”:

$$D\hat{A}1 = 33º\ 03'06'' - 14º\ 35'\ 45'' = 18º\ 27'21''$$

En las figuras 7.6 y 7.7 se representa la medición y el cálculo del ángulo horizontal $D\hat{A}1$, el cual es necesario determinar para luego poder obtener el acimut (A1).

Figura 7.6

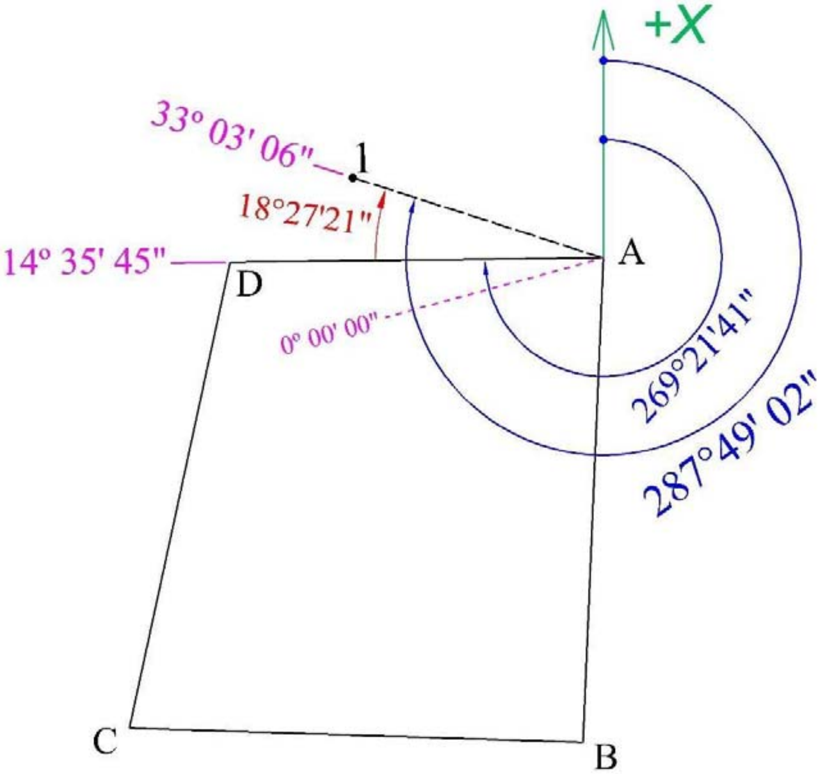
Medición del ángulo $D\hat{A}1$.



Esto se repite para cada punto medido desde A, restándole a las respectivas direcciones la medida 14º 35’ 45” se obtiene el ángulo para calcular el acimut. En la figura 7.7 se puede ver la posición del cero del limbo horizontal (0° 00´00”), origen para la medición de direcciones. También se pude ver el semieje +X que es el origen para la medición de acimutes.

Figura 7.7

Cálculo del ángulo $D\hat{A}1$.



Luego, sumándole el ángulo $D\hat{A}1$ al acimut conocido (AD) obtenemos el acimut (A1):

$$(A1) = (AD) + D\hat{A}1 = 269º\ 21'\ 41" + 18º\ 27'\ 21" = 287º\ 49'\ 02"$$

Vértice B: Control

Las coordenadas de B son conocidas, pero se tratará como si fuera un punto desconocido al igual que el resto de los que se midieron. De este modo podrán compararse las coordenadas conocidas con las coordenadas calculadas y así determinar el cierre del trabajo. Se calcula el ángulo horizontal $D\hat{A}B$, es decir, el ángulo comprendido entre la dirección leída al punto B y la dirección leída al punto D:

$$D\hat{A}B = 287º\ 38'06" - 14º\ 35'\ 45" = 273º\ 02'21"$$

Luego, sumándole el ángulo $D\hat{A}B$ al acimut conocido (AD) es obtenido el acimut (AB):

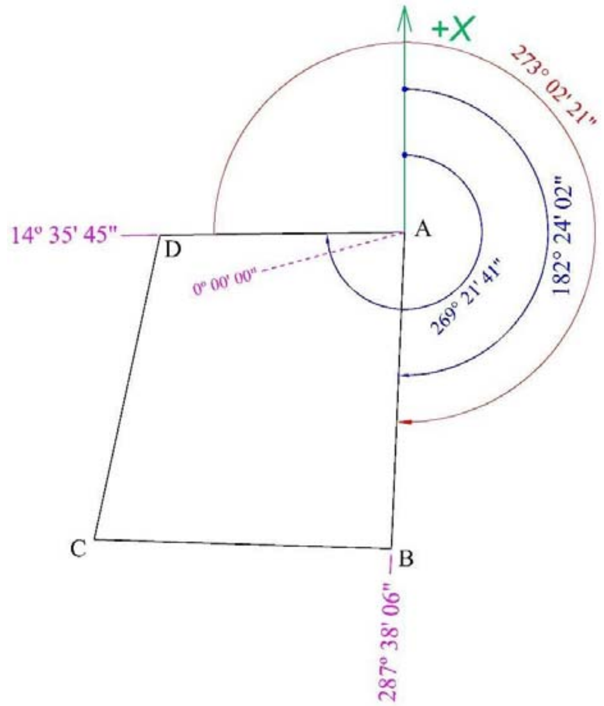
$$(AB) = (AD) + D\hat{A}B = 269º\ 21'\ 41" + 273º\ 02'\ 21" = 542º\ 24'\ 02"$$

En el sistema sexagesimal 0º = 360º, debe restarse esta magnitud al valor calculado:

$$(AB) = 542º\ 24'\ 02" - 360º = 182º\ 24'\ 02"$$

Figura 7.8

Cálculo del ángulo $D\hat{A}B$.



Punto 2: Edificio

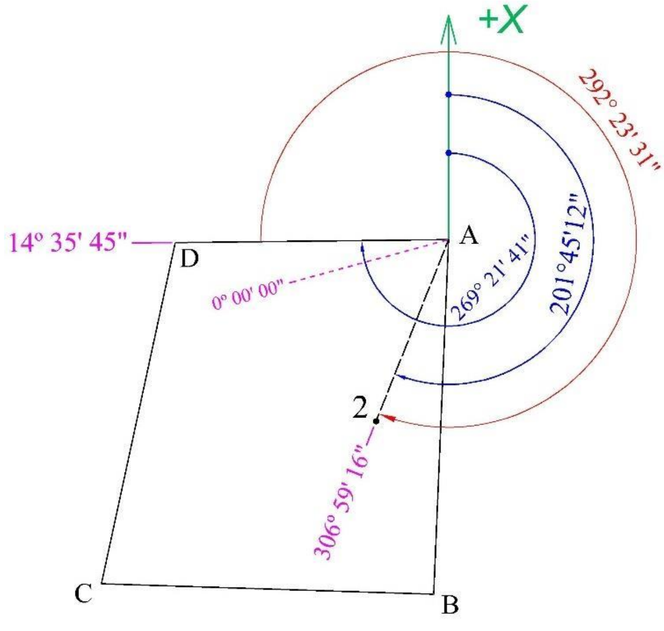
Siguiendo con la misma metodología, se calcula el ángulo $D\hat{A}2$ realizando la diferencia entre las direcciones:

$$D\hat{A}2 = 306º\ 59'16'' - 14º\ 35'\ 45'' = 292º\ 23'\ 31''$$

En la figura 7.9 se ilustra el cálculo de este ángulo.

Figura 7.9

Cálculo del ángulo $D\hat{A}2$.



Sumándole el ángulo $D\hat{A}2$ al acimut conocido (AD) se obtienen como resultado el acimut (A2):

$$(A2) = (AD) + D\hat{A}2 = 269º\,21'\,41'' + 292º\,23'\,31'' = 561º\,45'\,12''$$

Nuevamente, debe restarse 360º al valor calculado (esto se realiza cada vez que el resultado de un acimut calculado supera los 360º):

$$(A2) = 201º\,45'12''$$

Punto 3: Edificio

De la misma forma con que se vienen procediendo, se calcula el acimut (A3)

$$D\hat{A}3 = 343º\,37'34'' - 14º\,35'\,45'' = 329º\,01'\,49''$$

$$(A3) = (AD) + D\hat{A}3 = 269º\,21'\,41'' + 329º\,01'\,49'' = 598º\,23'\,30''$$

$$(A3) = 238º\,23'\,30''$$

Vértice D: Cierre

Este punto se mide solamente para tener un cierre y así poder verificar que durante toda la operación de medición desde A el limbo horizontal no sufrió ningún tipo de alteración. Con esta lectura no se realiza ningún cálculo. Si en campo se hubiera encontrado una diferencia que supere la apreciación de lectura del equipo, debería realizarse toda la medición de nuevo, no fue este el caso, la lectura de cierre 14º 35’ 47” es solo 2” mayor a la lectura de orientación.

3- Cálculo de los acimutes de los puntos levantados desde el vértice C.

Para el cálculo de los acimutes de los puntos medidos desde C con orientación a D, debe calcularse primero el acimut (CD):

$$\tan\theta = \frac{\Delta y_{CD}}{\Delta x_{CD}} = \frac{1362{,}35 - 1323{,}05}{1277{,}75 - 1096{,}26} = \frac{39{,}30}{181{,}49}$$

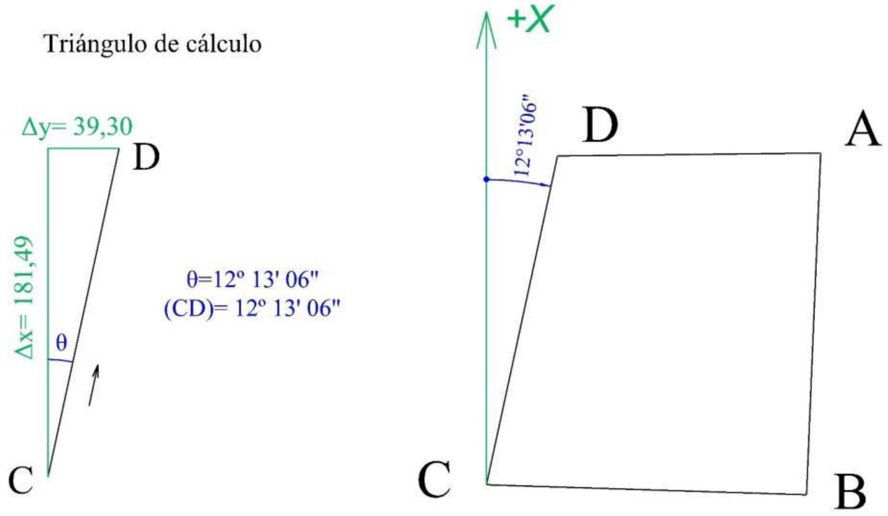
θ= 12º 13’ 06”

Analizando los incrementos en X y en Y (**Δx>0** y **Δy>0**) se puede determinar que la alineación CD pertenece al 1er cuadrante; por lo tanto, el ángulo θ coincide con el acimut.

(CD)= 12º 13’ 06”

Figura 7.10

Cálculo del acimut (CD).



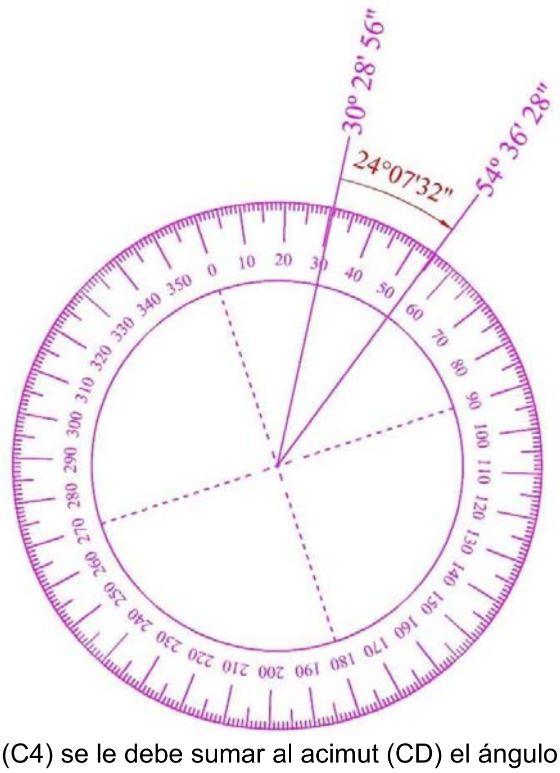
Punto 4: Edificio

Los ángulos para los puntos medidos desde C se calculan tomando como referencia la dirección CD= 30º 28’ 56” (figura 7.11)

$$\mathrm{D\hat{C}4} = 54º\ 36'\ 28" - 30º\ 28'\ 56" = 24º\ 07'\ 32"$$

Figura 7.11

Medición del ángulo $D\hat{C}4$.

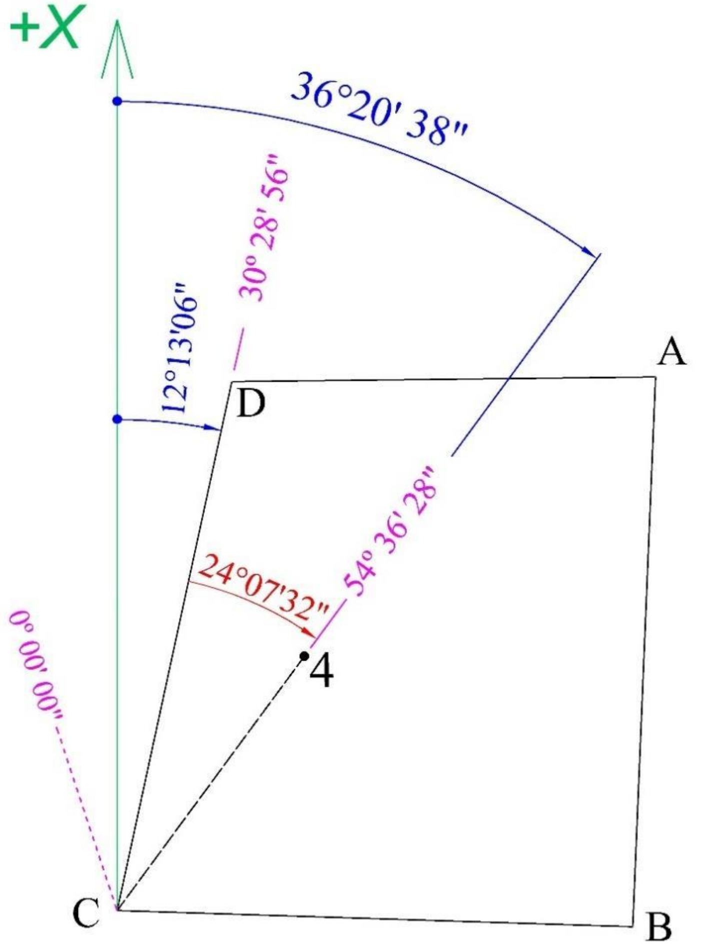


Para calcular el acimut (C4) se le debe sumar al acimut (CD) el ángulo $D\hat{C}4$.

$$(\mathrm{C4}) = (\mathrm{CD}) + \mathrm{D\hat{C}4} = 12º\ 13'\ 06 + 24º\ 07'\ 32" = 36º\ 20'\ 38"$$

Figura 7.12

Cálculo del acimut (C4).



Punto 5: Edificio

$$D\hat{C}5 = 84º\,37'\,39" - 30º\,28'\,\,56" = 54º\,08'\,43"$$

$$(C5) = (CD) + D\hat{C}5 = 12º\,13'\,06 + 54º\,08'\,43" = 66º\,21'\,49"$$

Vértice B: Control

$$D\hat{C}B = 110º\,03'\,09" - 30º\,28'\,\,56" = 79º\,34'\,13"$$

$$(\mathrm{CB}) = (\mathrm{CD}) + \mathrm{D\hat{C}B} = 12º\,13'\,06 + 79º\,34'\,13" = 91º\,47'\,19"$$

Punto 6: Árbol

$$\mathrm{D\hat{C}6} = 18º\,33'\,23" - 30º\,28'\,\,56" = -11º\,55'\,33"$$

En este caso, el ángulo resultante es negativo porque la dirección medida es menor a la dirección de referencia CD. Entonces, para obtener el ángulo de cálculo se le deben sumar 360º. El signo negativo en el ángulo significa que se está considerando su giro en sentido anti-horario.

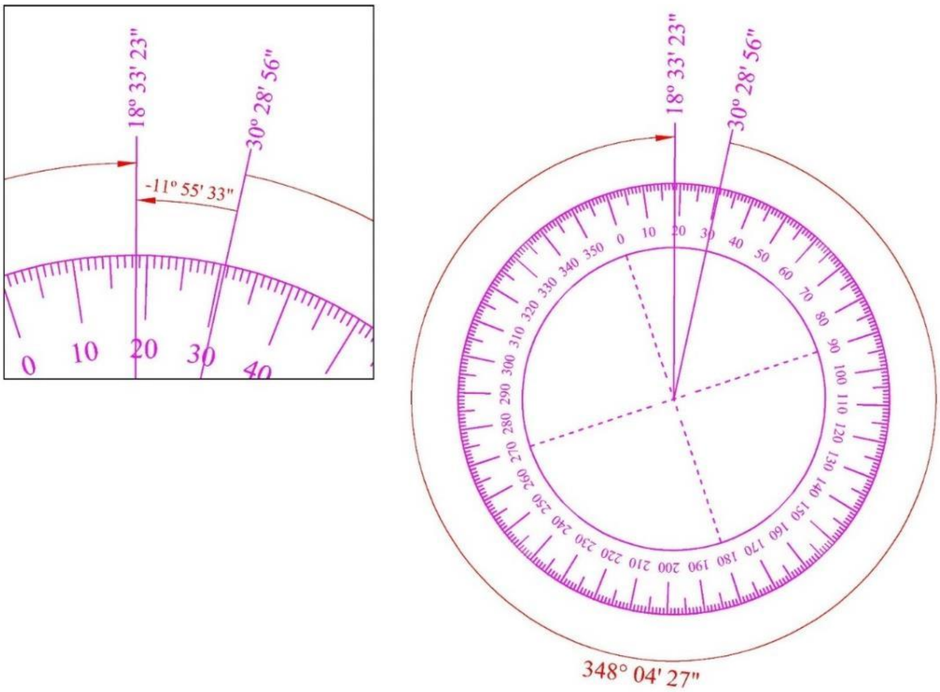
En las figuras 7.13 y 7.14 se ilustra esta situación particular.

Finalmente es obtenido el ángulo buscado:

$$D\hat{C}6 = -11º\,55'\,33" + 360º\,00'\,00" = 348º\,04'27"$$

Figura 7.13

Cálculo del ángulo $D\hat{C}6$.



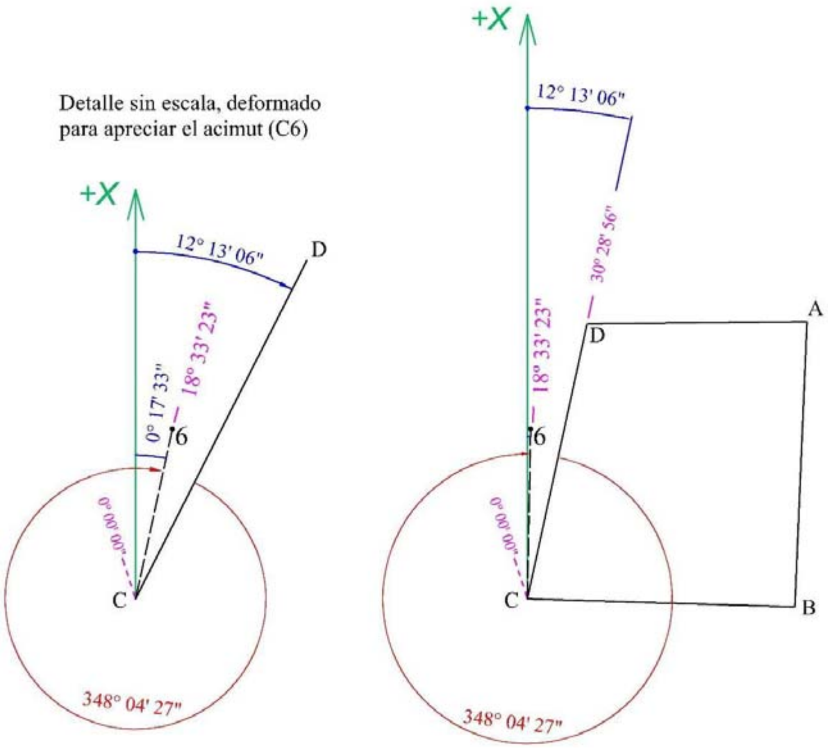
A continuación, se calcula el acimut (C6):

$$(C6) = (CD) + D\hat{C}6 = 12^{\circ}\ 13'\ 06" + 348^{\circ}\ 04'\ 27" = 360^{\circ}\ 17'\ 33"$$

$$(C6) = 0^{\circ}\ 17'\ 33"$$

Figura 7.14

Cálculo del acimut (C6).



4- Cálculo de las coordenadas de los puntos levantados.

Desde A: Comenzando con el punto 1, se utiliza la distancia horizontal obtenida en campo, medida entre el punto de estación A y el punto de interés 1: H_{A1}= 102,55 m

$$\Delta x_{A1} = H_{A1} * \cos(A1) = 102{,}55\ m * \cos 287º\ 49'\ 02" = 31{,}38$$

$$\Delta y_{A1} = H_{A1} * \sin(A1) = 102{,}55\ m * \sin 287º\ 49'\ 02" = -97{,}63$$

Como el punto 1 se levantó desde A, se calcula a partir de x_A, y_A:

$$x_1 = x_A + \Delta x_{A1} = 1279{,}37 + 31{,}38 = 1310{,}75$$

$$y_1 = y_A + \Delta y_{A1} = 1507{,}67 + (-97{,}63) = 1410{,}04$$

De la misma forma se calculan las coordenadas de los restantes puntos medidos desde A, utilizando en cada caso el acimut y la distancia que corresponda, los resultados se pueden encontrar en la tabla 7.3.

Desde C: Comenzando con el punto 4:

$$\Delta x_{C4} = H_{C4} * \cos(C4) = 114{,}63\ m * \cos 36º\ 20'\ 38" = 92{,}33$$

$$\Delta y_{C4} = H_{C4} * \sin(C4) = 114{,}63\ m * \sin 36º\ 20'\ 38" = 67{,}93$$

En este caso, son utilizadas como referencia las coordenadas del punto de estación C:

$$x_4 = x_C + \Delta x_{C4} = 1096{,}26 + 92{,}33 = 1188{,}59$$

$$y_4 = y_C + \Delta y_{C4} = 1323{,}05 + 67{,}93 = 1390{,}98$$

Procediendo de la misma manera se calculan las coordenadas de los restantes puntos, los resultados se pueden encontrar en la tabla 7.3.

Tabla 7.3
Cálculos y resultados.

Estación	Punto Visado	Acimut	Proyecciones		Coordenadas	
			Δx	Δy	x	y
A	Vértice D	269° 21' 41''	-	-	-	-
	1	287° 49' 02''	31,38	-97,63	1310,75	1410,04
	Vértice B	182° 24' 02''	-188,61	-7,91	1090,76	1499,76
	2	201° 45' 12''	-96,68	-38,58	1182,69	1469,09
	3	238° 23' 30''	-59,51	-96,70	1219,86	1410,97
	Vértice D	-	-	-	-	-
C	Vértice D	12° 13' 06''	-	-	-	-
	4	36° 20' 38''	92,33	67,93	1188,59	1390,98
	5	66° 21' 49''	55,17	126,07	1151,43	1449,12
	Vértice B	91° 47' 19''	-5,52	176,71	1090,74	1499,76
	6	0° 17' 33''	93,89	0,48	1190,15	1323,53
	Vértice D	-	-	-	-	-

5- Control.

Las coordenadas conocidas del punto B utilizado como control son:

x_B= 1090,74

y_B= 1499,77

A los fines del control, las coordenadas anteriores se consideran como "verdaderas".

Como se ha mencionado antes, el vértice B se midió como si fuese un punto de interés desconocido. De este modo puede establecerse un control del relevamiento realizado desde cada estación.

.- Coordenadas de B obtenidas desde A

x'_B= 1090,76 Error= 1090,76 – 1090,74= 0,02 m

y'_B= 1499,76 Error= 1499,76 – 1499,77= -0,01 m

.- Coordenadas de B obtenidas desde C

x''_B= 1090,74 Error= 1090,74 – 1090,74= 0,00 m

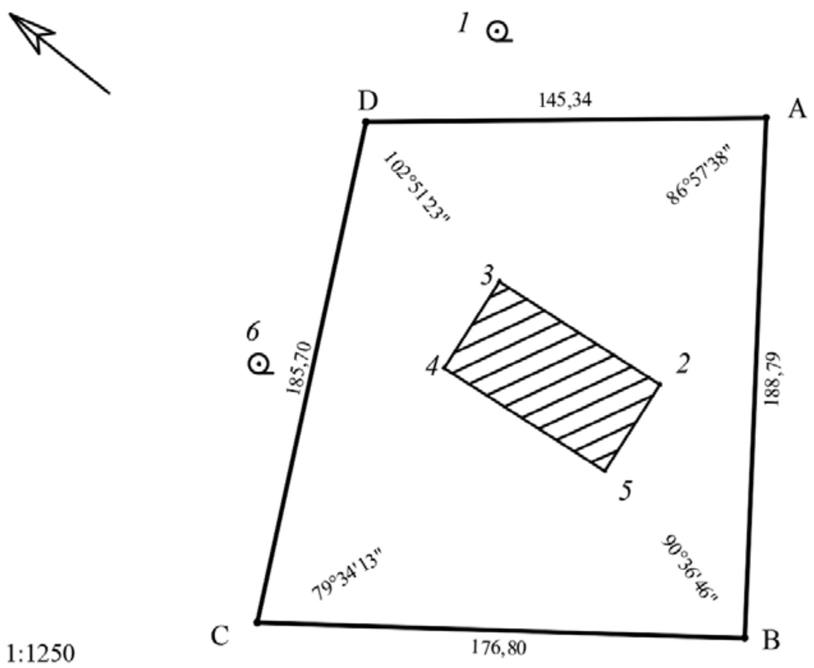
y''_B= 1499,76 Error= 1499,76 – 1499,77= -0,01 m

Los errores son considerados como admisibles y por lo tanto el trabajo es aceptado.

6- Representación Gráfica.

Figura 7.15

Representación gráfica del trabajo realizado.



La escala con denominador 1250 corresponde a una hoja A4 apaisada. La figura 7.15 es esquemática ya que no conserva la escala designada.

7- Cálculo del acimut (CB):

Como un aporte adicional a este ejemplo práctico, se muestran los cálculos de los acimuts (CB) del 2do cuadrante y acimut (BD) del 4to cuadrante.

El cálculo del acimut (CB) a partir de las coordenadas de esos puntos no se requiere para el ejercicio de radiación, simplemente se lo realiza para demostrar cómo se efectúa.

$$\tan\theta = \frac{\Delta y_{CB}}{\Delta x_{CB}} = \frac{1499{,}77 - 1323{,}05}{1090{,}74 - 1096{,}26} = \frac{176{,}72}{-5{,}52}$$

θ= -88º 12’ 39”

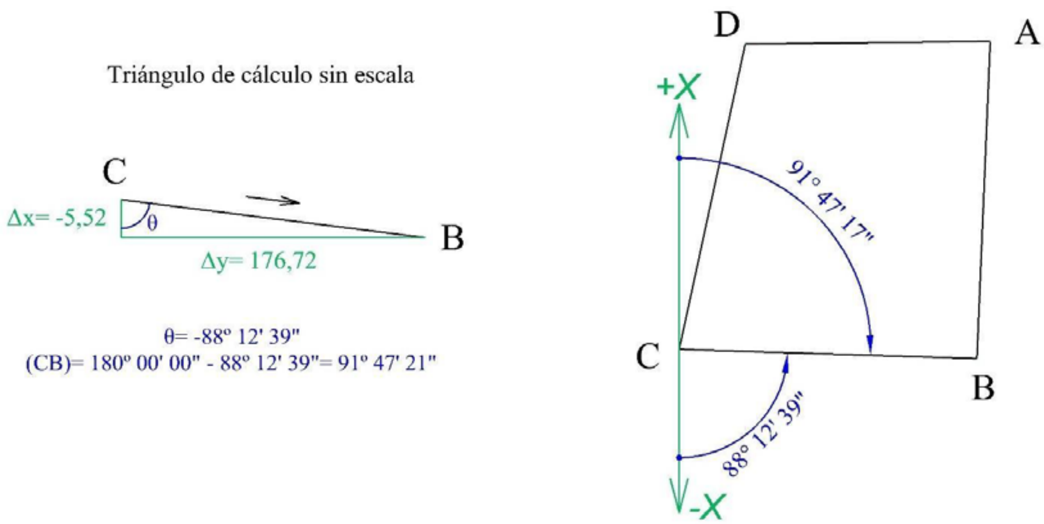
El signo negativo del ángulo significa que es un giro en sentido anti-horario

Analizando los incrementos en X y en Y (**Δx<0** y **Δy>0**) se puede determinar que la alineación CB pertenece al 2do cuadrante; por lo tanto, a 180º debe restársele la magnitud del ángulo θ, este último ya es negativo así que simplemente se realiza una suma algebraica. Esta situación se muestra en la figura 7.16.

(CB)= 180º 00’ 00” – 88º 12’ 39” = 91º 47’ 21”

Figura 7.16

Cálculo del acimut (CB).



(CB)= 91º 47’ 21”

En la radiación, el acimut (CB) fue obtenido a partir de las mediciones de la estación en C, en ese caso el valor obtenido fue de 91º 47’ 19”, una diferencia perfectamente aceptable considerando que este último valor se calculó a partir de la medición de direcciones.

9- Cálculo del acimut (BD):

El acimut (BD) no tiene ninguna aplicación en el ejercicio de radiación, solamente se lo calcula para ejemplificar la metodología.

$$\tan\theta = \frac{\Delta y_{BD}}{\Delta x_{BD}} = \frac{1362{,}35 - 1499{,}77}{1277{,}75 - 1090{,}74} = \frac{-137{,}42}{187{,}01}$$

θ= -36º 18’ 34”

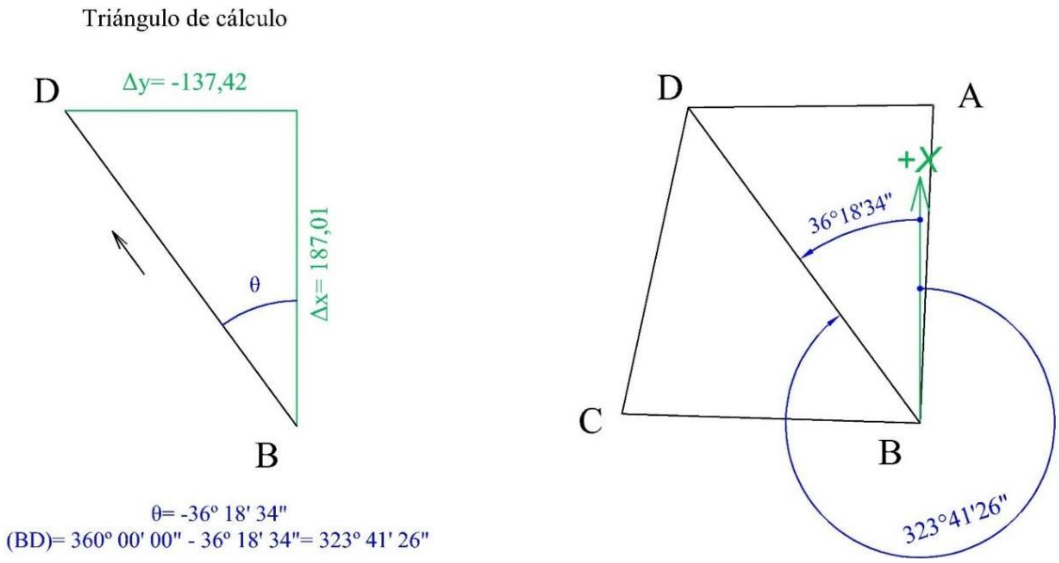
El signo negativo del ángulo significa que es un giro en sentido anti-horario.

Analizando los incrementos en X y en Y (Δx>0 y Δy<0) se puede determinar que la alineación BD pertenece al 4to cuadrante (figura 7.17). Por lo tanto a 360º debe restársele la magnitud del ángulo θ, este último ya es negativo así que simplemente se realiza una suma algebraica.

(BD)= 360º 00’ 00” – 36º 18’ 34” = 323º 41’ 26”

Figura 7.17

Cálculo del acimut (BD).



(BD)= 323º 41’ 26”

Referencias

1. Francisco DOMÍNGUEZ GARCÍA-TEJERO. Topografía General y Aplicada. 13 edición. Ediciones Mundi-Prensa. 2002.