

CATEDRA DE FOTOGRAFIERIA

GUIA DE TRABAJOS PRACTICOS

TRABAJO PRACTICO N° 10 b

ESTEREOFOTOGRAFIERIA AEREA:  
METODO OPERATIVO EN GABINETE.

INTRODUCCION

Se vió en el T.P. 10.a) que la restitución aerofotogramétrica puede lograrse siempre que se pongan en juego instrumentos apropiados y una técnica operativa adecuada. En esa oportunidad se pasó revista a los principales tipos de aparatos de restitución. En el presente T.P. se estudiarán las operaciones que, con ese instrumental, permitirán preparar la restitución deseada.

A) PLANTEO DEL PROBLEMA GEOMETRICO

Es el mismo establecido en el T.P. anterior: lograr la formación de un modelo plástico virtual a una escala dada, y perfectamente orientado respecto al sistema de referencia del terreno. La posibilidad de imprimir a las cámaras de restitución giros  $\varphi$ ,  $\omega$  y  $\chi$ , y desplazamientos  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  y  $\Delta z$  a las mismas o a los extremos del segmento de restitución constituye la solución buscada, pero no olvidemos que se desconocen los valores de los parámetros de orientación externa mencionados. Para salvar esta dificultad debemos recurrir a las relaciones geométricas que ligan ambos haces espaciales. En efecto, dos fotogramas sucesivos proyectan los mismos puntos del terreno en la zona común; por lo tanto, los haces correspondientes guardan entre sí una relación proyectiva. En gabinete, los haces son generados por los fotogramas colocados en las cámaras de restitución. Bastará reconstruir la proyectividad espacial para obtener como resultado un modelo tridimensional. En otras palabras, el problema primitivo se desdobra en dos instancias: una primera en que se logrará formar el modelo (cuando los pa-

res de rayos homólogos se intersecten correspondientemente en el espacio) y una posterior en que se dará escala al modelo y se lo orientará según los ejes de referencia del terreno. La primera etapa se cumple con las operaciones que permiten reproducir la ORIENTACION RELATIVA O RECIPROCA de ambos haces, y la segunda implica la ORIENTACION ABSOLUTA del modelo.

B) ORIENTACION RECIPROCA

I - PRINCIPIOS GEOMETRICOS

Se trata de lograr la intersección de todos los pares de rayos homólogos de dos haces proyectivos cuya posición en el espacio no se conoce. La geometría proyectiva nos dice que para que tal exigencia se cumpla, basta conseguir que se corten sólo cinco de aquellos. Véase el modo de lograrlo leyendo detenidamente el "Curso de introducción a la Fotogrametría" (Garlan, Limeses y Saralegui), página 154 (desde "Necesitaremos por lo tanto un ...") hasta el final del primer párrafo de la página 158, dejando de lado por el momento la nota del pie de la página 157, por razones de simplicidad.

De lo allí expuesto surgen las siguientes conclusiones:

- No es necesario conocer a priori ningún parámetro de orientación externa para formar el modelo espacial.
- Basta un sólo desplazamiento o giro de uno u otro proyector para obtener la intersección de un par de rayos homólogos.
- Consecuencia de esto es que para completar la Orientación Recíproca se deben poner en juego cinco de los doce parámetros de orientación externa (uno por cada par de rayos utilizado). En otras palabras, la Orientación Relativa restringe cinco grados de libertad de los doce que sumaban ambas cámaras. Que

den, pues, siete que serán utilizados en las etapas posteriores.

- El modo de determinar cuándo un par de rayos homólogos se corta reside en eliminar la paralaje transversal del punto del modelo que se está observando (recordar el principio de observación estereoscópica según planos nucleares). (X)
- De acuerdo con el párrafo anterior, sólo cuando se haya completado la Orientación Relativa se podrá observar estereoscópicamente el par.

Esta última conclusión es teórica, y en la práctica no se cumple exactamente, puesto que es posible obtener la sensación plástica con una orientación aproximada. En efecto, los ojos del observador están solicitados por dos conjuntos coherentes de puntos correspondientes, con un significado concreto, y tienden por lo tanto a fundirlos en una sola imagen espacial, aunque presenten paralajes transversales no despreciables. El estilóptico, elemento visual mucho más simple, aparece desdoblado transversalmente (figura 1) frente al terreno, constituyendo precisamente ese desdoblamiento



FIGURA 1

(X) Puede verse en "VISION BINOCULAR Y VISION ESTEREOSCOPICA"

A.R.Mosca, CEI, páginas 29 a 32 .

la paralaje transversal existente en el punto bisectado. Como se ve, esto no modifica en absoluto la gran seguridad con que se puede medir y anular la paralaje transversal.

## II - REALIZACION PRACTICA

Si bien cada instrumento de restitución por sus características diferenciales, necesita de una técnica de detalle propia, se darán los principios conceptuales comunes a todos.

Debemos primeramente introducir una componente de base Bx aproximada, a fin de que se produzcan paralajes longitudinales  $\pi_l$ . De otro modo no podría formarse el modelo. By y Bz siguen siendo nulas. Como la escala del modelo depende del valor Bx introducido, aquél no se formará en el tamaño definitivo, lo cual no obsta para realizar la orientación recíproca. Más adelante (orientación absoluta) se ajustará la escala del mismo modificando Bx.

Dentro del modelo espacial así formado se escoge un punto en la zona que rodea al punto principal de cada fotograma (figura 2, 1 y 2) y uno en cada esquina del per (3, 4, 5 y 6).

Esto hace un total de seis puntos, lo que resulta conveniente ya que la superabundancia permite controlar la operación.

En cada uno de ellos se eliminará la paralaje transversal. En cada caso se utilizará el giro o desplazamiento de cámara cuya influencia en la paralaje transversal sea máxima para la zona en que está el punto.

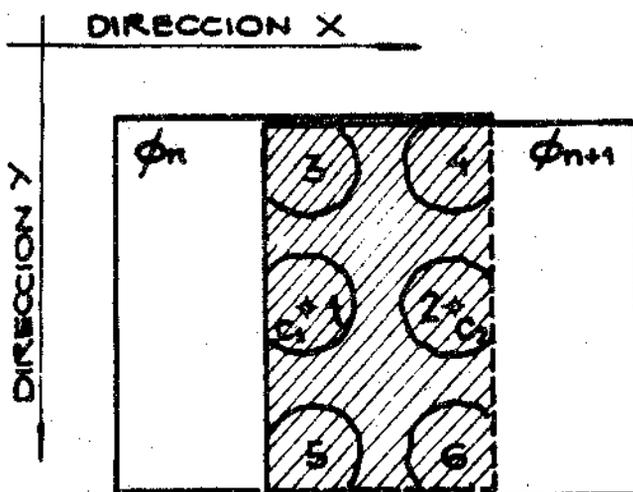


FIGURA 2

Para ello se debe estudiar por separado

la incidencia que en las paralajes transversales de las seis zonas mencionadas del par tienen los giros  $\varphi, \omega, \chi$ , y los desplazamientos  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ , de una de las cámaras de restitución

Supongamos para ello el modelo formado y la orientación recíproca terminada (es decir, paralajes transversales eliminadas) y veamos cómo se vuelven a producir cuando movemos solamente la cámara derecha (cámara izquierda fija). Se

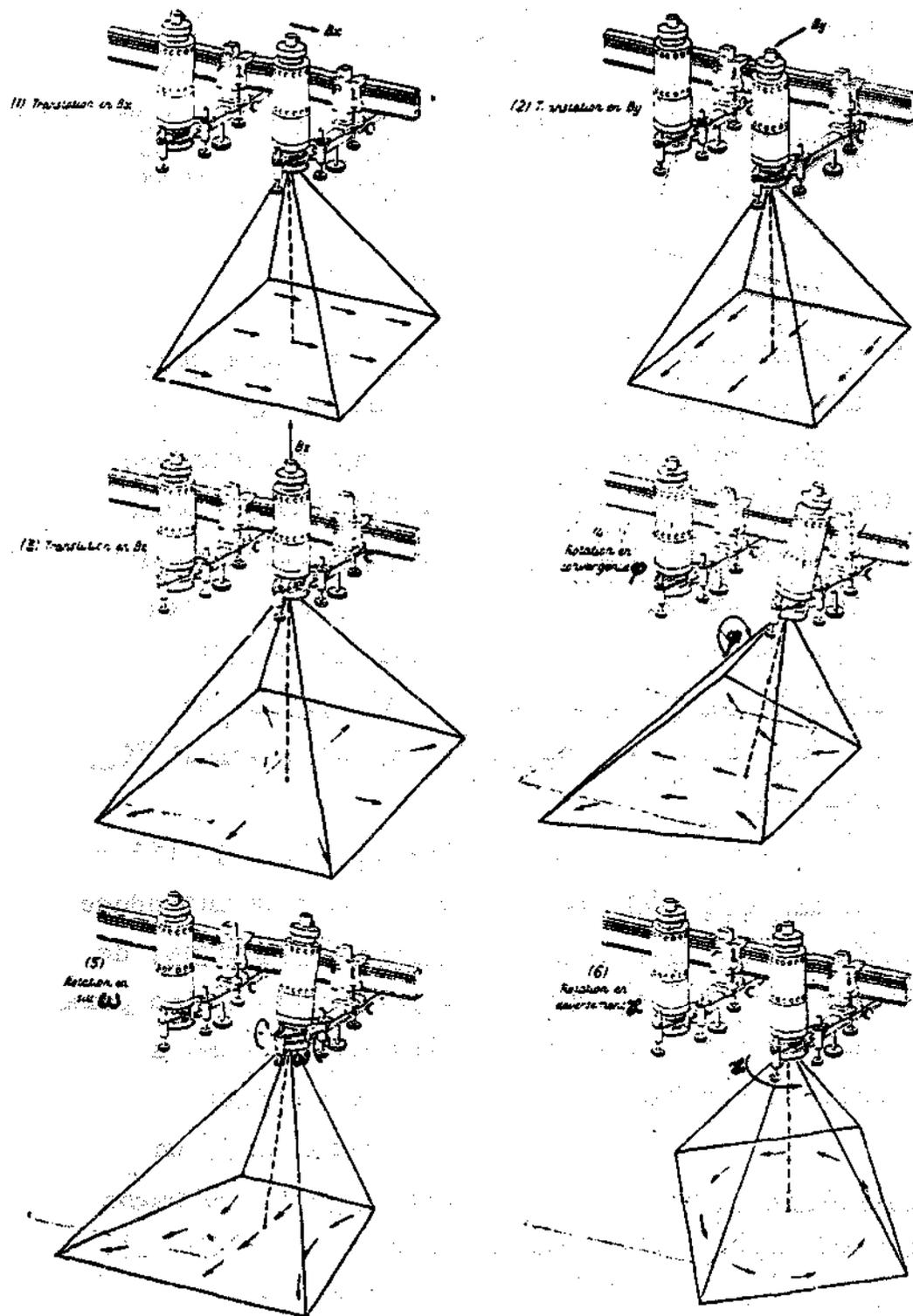


Fig. 3 a

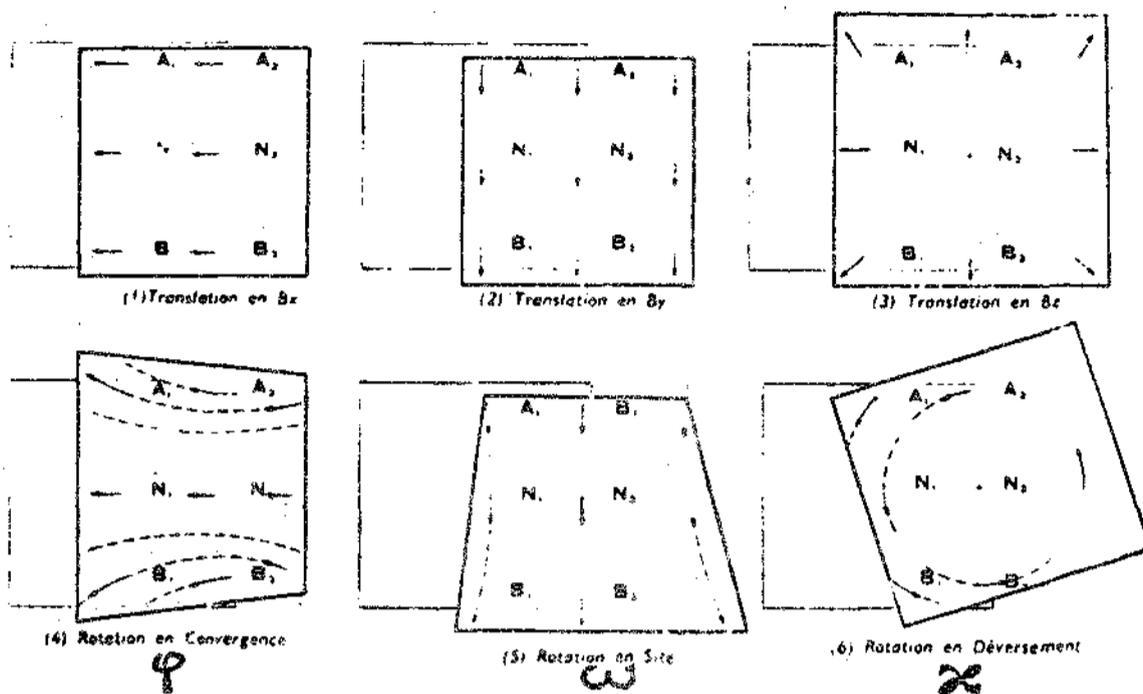


Fig. 3b

supondrá también que las traslaciones y giros son movimientos in finitamente pequeños, pudiéndose representar sus influencias en el modelo por vectores que caracterizan el correspondiente desplazamiento del punto considerado. Por las premisas establecidas estos vectores indicarán el corrimiento relativo del punto proyectado por la cámara derecha respecto del proyectado por la izquierda, y, consecuentemente, pondrán de manifiesto en cada caso la paralaje total producida en cada punto. Se llama paralaje total la composición vectorial de la longitudinal  $\pi_l$  y de la transversal  $\pi_t$ .

En las figuras 3a y 3b (1) se observa que una traslación  $\Delta_x$  del proyector derecho introduce solamente paralajes longitudinales  $\pi_l$  en todos los puntos, de valor igual al desplazamiento impreso al proyector. Estas paralajes pueden anularse modificando la  $Z$  instrumental, como se ha visto en los párrafos del texto a que se ha hecho referencia.

Un desplazamiento  $\Delta_y$ , en cambio, produce paralajes transversales en todo el par, de magnitud igual al desplazamiento de la cámara. (figuras 3a y 3b, 2)

Una traslación del proyector derecho  $\Delta z$  produce paralajes totales en todos los puntos, salvo en la zona central del fotograma derecho ( $C_2$ ). Es decir, los corrimientos serán radiales (figuras 3a y 3b, 3). Estos paralajes totales tendrán componentes transversales en todos los puntos salvo los del eje paralelo a X que pasa por  $C_2$ , donde existe sólo paralaje longitudinal. Las transversales serán mayores cuanto más alejado esté el punto del eje X mencionado.

Un giro  $\varphi$  del proyector derecho introduce paralajes totales en todo el par (figuras 3a y 3b, 4) con las siguientes excepciones:

- a) el eje paralelo a X que pasa por  $C_2$ , donde sólo se crean paralajes longitudinales;
- b) el eje perpendicular al anterior (dirección Y) trazado también por  $C_2$ , donde sucede lo mismo.

Todos los demás puntos tendrán paralajes totales cuyos vectores representativos serán tangentes a ramas de hipérbolas (ésto se demostrará en clase práctica). La componente transversal de paralaje será máxima en las esquinas izquierdas del par (para la cámara derecha móvil). Además, las  $\pi_t$  tendrán sentidos opuestos en las zonas superior e inferior del par.

Una rotación  $\omega$  de la cámara derecha se puede interpretar como el caso anterior girado  $90^\circ$ . Por lo tanto (figuras 3a y 3b, 5):

- a) existirán paralajes transversales en todo el par, y tendrán todas el mismo signo.
- b) en la línea paralela a Y pasante por  $C_2$  las paralajes producidas son puramente transversales.
- c) las  $\pi_t$  crecen más rápidamente en las esquinas del par (figura 2, zonas 3, 4, 5 y 6) que en las zonas centrales (figura 2, zonas 1 y 2).

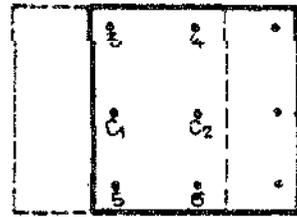
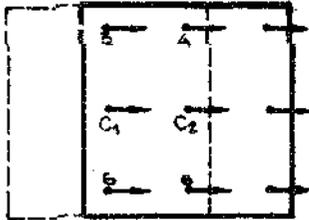
Finalmente, un giro  $\alpha$  de la cámara derecha introduce paralajes longitudinales en los puntos del eje Y pasante por  $C_2$ , transversales en los del eje X trazado por el

# CAMARA DERECHA MOVIL

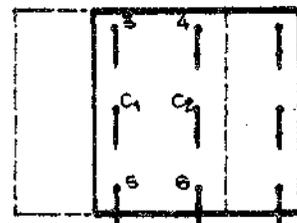
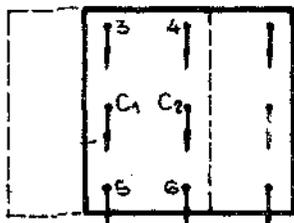
## PARALAJES TOTALES

## INFLUENCIAS EN PARALAJES TRANSVERSA- LES $\pi_t$

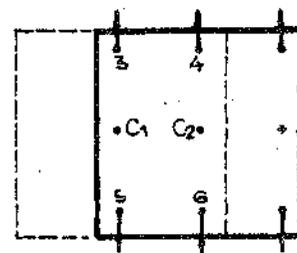
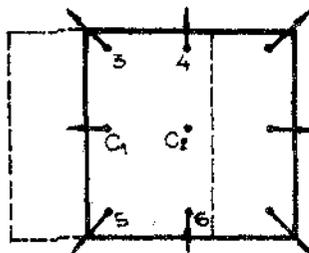
①  $\Delta X_2$   
( $B_x$ )



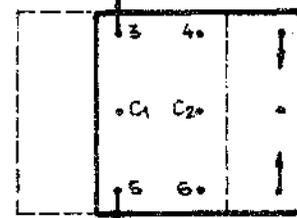
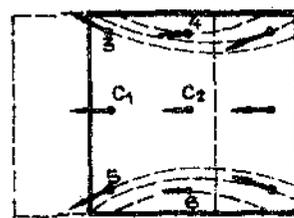
②  $\Delta Y_2$   
( $B_y$ )



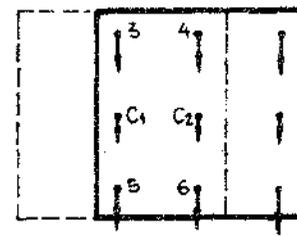
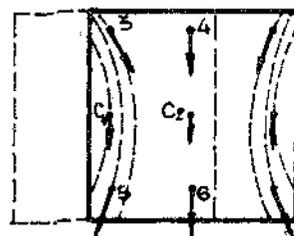
③  $\Delta Z_2$   
( $B_z$ )



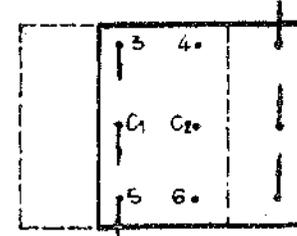
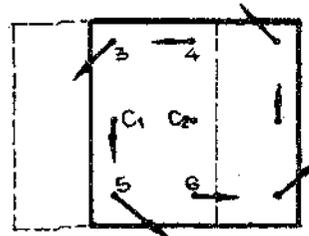
④  $\varphi_2$



⑤  $\omega_2$



⑥  $\alpha_2$



NOTA: PARA CAMARA IZQUIERDA MOVIL ( $\Delta X_1, \Delta Y_1, \Delta Z_1, \varphi_1, \omega_1, \alpha_1$ ) LOS RESULTADOS SON SIMETRICOS EN EL AMBITO DEL PAR

FIGURA 3c

mismo punto, y compuestas en el resto del par (figuras 3a y 3b, 6).

Las  $\pi_t$  dependen de la abscisa X solamente (3 y 5 tienen igual  $\pi_t$  que 1).

Resumiendo:

- En el eje X que pasa por  $C_2$  modifican la paralaje transversal sólo  $\Delta_y, \omega_z, \mathcal{X}_2$  (para ésta última, salvo en el punto  $C_2$ ).
- En el eje Y correspondiente a  $C_2$  los movimientos que afectan a la paralaje transversal son  $\Delta_y, \Delta_z, \omega_z$ .

La figura 3c resume las influencias de bidas a los distintos movimientos de cámara en la paralaje transversal de las zonas del par anteriormente indicadas.

Si ahora se considera fija la cámara derecha, y móvil la izquierda, se obtendrían resultados simétricos, por serlo el sistema.

De todo lo dicho se deduce que puede sistematizarse la tarea a fin de lograr la eliminación de las paralajes transversales mediante movimientos de ambas cámaras, en las zonas establecidas del par, sin olvidar la condición de que los movimientos para anular  $\pi_t$  en un punto afecten lo menos posible la corrección lograda en los anteriores. La solución fue dada por von Gruber, y establece un método operativo utilizando sólo rotaciones, cuyos principios pueden resumirse del siguiente modo:

- Para eliminar paralajes transversales en la zona izquierda del par se debe mover la cámara derecha y reciprocamente.
- Las  $\pi_t$  de la zona central del par (figura 2, áreas 1 y 2) se anulan con giros  $\mathcal{X}$ .
- En las zonas superior (áreas 3 y 4) e inferior (áreas 5 y 6) del par se usan respectivamente rotaciones  $\varphi$  y  $\omega$ .

- Siendo simétrico el sistema, es indistinto que el giro  $\omega$  afecte a la cámara derecha o izquierda. Es decir, ésta rotación debe tomarse como un movimiento relativo en  $\omega$  ( $\Delta\omega$ ).

Según estos principios, el método se circunscribe a:

$\pi_t$  en (1)  $\longrightarrow$  se elimina con  $\longrightarrow \mathcal{R}_2$  (cámara derecha)  
 $\pi_t$  en (2)  $\longrightarrow$  se elimina con  $\longrightarrow \mathcal{R}_1$  (cámara izquierda)  
 $\pi_t$  en (3)  $\longrightarrow$  se elimina con  $\longrightarrow \varphi_2$   
 $\pi_t$  en (4)  $\longrightarrow$  se elimina con  $\longrightarrow \varphi_1$   
 $\pi_t$  en (5)  $\longrightarrow$  [se elimina con]  $\longrightarrow \Delta\omega$   
 $\pi_t$  en (6)  $\longrightarrow$  [se elimina con]  $\longrightarrow \Delta\omega$

TOTAL = 5 parámetros angulares

En realidad, luego del primer ciclo operativo van a quedar paralajes residuales, por interacciones mutuas, que se corrigen con dos o más reiteraciones del proceso; se trata de un método por aproximaciones sucesivas.

### III - ORIENTACION RECÍPROCA A PLACA FIJA.

Hasta ahora se ha visto que puede realizarse la Orientación Recíproca mediante cinco movimientos angulares distribuidos entre ambas cámaras. Pero hay casos en que una de ellas es forzoso que permanezca fija (concatenación de pares en aerotriangulación espacial). Entonces se deberán reemplazar algunos de esos giros (de la cámara inmóvil) por desplazamientos del otro proyector cuyo efecto sea equivalente.

En estos casos,

$$\frac{\Delta z \text{ reemplaza a } \varphi}{\Delta y \text{ reemplaza a } \Delta \omega}$$

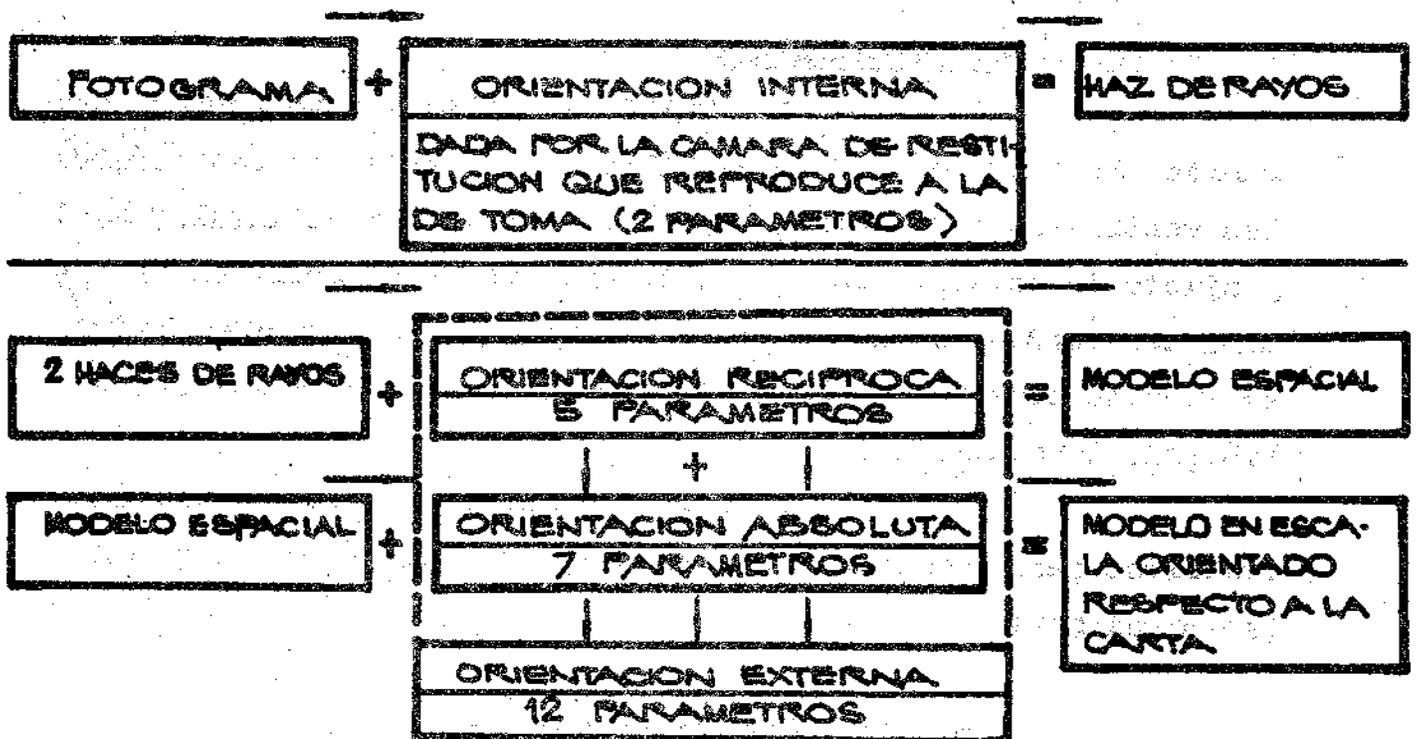
Un corrimiento  $\Delta y$  implica introducir una componente de base  $B_y$ , y uno  $\Delta z$  equivale a un  $B_z$ .

IV - RESUMEN - CONCLUSIONES

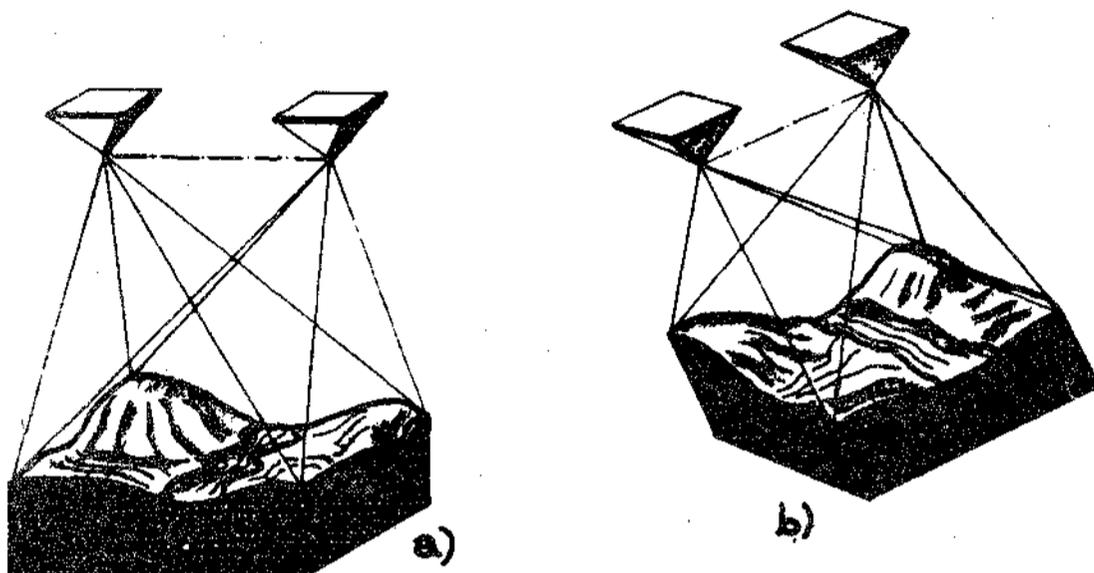
La orientación recíproca dio como resultado la formación de un modelo geoméricamente semejante al terreno, completamente desprovisto de paralajes transversales, a una escala aproximada -no definitiva- que está rigidamente unido a las cámaras que lo producen a través de sus respectivos haces (figura 5a).

Este modelo, considerado como sólido espacial, tiene los consabidos seis grados de libertad (traslación según tres ejes  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  y giros  $\phi, \Omega, \kappa$ , ( $\Sigma$ ) alrededor de los mismos), que permiten orientarlo definitivamente respecto al sistema de referencia de la carta. Esos seis grados de libertad, junto con el ajuste de escala, son los siete parámetros que intervienen en la Orientación Absoluta. Si a éstos les agregamos los cinco puestos en juego en la Orientación Recíproca, totalizamos los doce correspondientes a la Orientación Externa.

Es decir, resumiendo:



(Σ) Para el modelo se usan las letras mayúsculas.



GIRAR EL MODELO IMPLICA GIRAR AMBAS CAMARAS CONJUNTAMENTE

FIGURA 5

c) ORIENTACION ABSOLUTA

I - CONDICIONES GEOMETRICAS

La orientación absoluta comprende: ubicación planimétrica del modelo ( $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ ), orientación de las verticales del mismo ( $\Phi$  y  $\Omega$ ), orientación azimutal ( $\kappa$ ) y ajuste de escala. Como éstas orientaciones se refieren al sistema de coordenadas de la carta (Gauss-Kruger en nuestro país), es forzoso contar con datos del terreno (uno por cada grado de libertad involucrado).

Se necesitarán, pues, siete magnitudes conocidas para restringir los siete grados de libertad, y son las siguientes:

- |                                                                |                          |
|----------------------------------------------------------------|--------------------------|
| a) las coordenadas planialtimétricas de dos puntos del terreno | ..... 6 parámetros       |
| b) una coordenada de un tercer punto                           | ..... <u>1 parámetro</u> |
| TOTAL:                                                         | 7 parámetros             |

Este es el mínimo apoyo necesario para asegurar la operación. Generalmente se prefiere disponer de datos superabundantes, que permitan controlar el trabajo. En lo que sigue se supondrá el apoyo mínimo, teniendo en cuenta que la coordenada más conveniente para el tercer punto es la cota (mayores detalles sobre éste asunto se darán en clase práctica). Los puntos de apoyo deben estar inequívocamente identificados en los fotogramas, es decir, en el modelo.

## II - METODO OPERATIVO

a) Se comienza por ubicar planimétricamente en la hoja de dibujo los puntos de apoyo, por sus coordenadas dentro de la cuadrícula previamente trazada.

b) Instalada la hoja en el coordinatógrafo, el operador bisecta un punto de apoyo en el modelo (por ejemplo el  $A_0$  de la figura 4a), mientras el ayudante centra el lápiz sobre el mismo punto en el coordinatógrafo (A), estando éste último desvinculado del coordinatómetro. Además, el operador, que al efectuar el contacto estereoscópico habrá leído en la escala de Z una cota cualquiera, introduce en tal escala la lectura correcta correspondiente a A moviendo la misma y manteniendo la bisección del punto. Conectando nuevamente la mesa coordinatográfica, quedarán ya ligados definitivamente coordinatómetro y coordinatógrafo, y se habrán restringido tres grados de libertad del modelo (desplazamientos X, Y y Z) mediante las coordenadas  $X_A$ ,  $Y_A$  y  $Z_A$ .

El modelo tiene ahora solamente posibilidad de girar alrededor del punto A' y de modificar su escala.

c) El operador bisecta el segundo punto del modelo ( $B_0$ ) y en ese momento el lápiz queda ubicado en B' (figura 4b). Se evidencian dos discordancias: un giro  $\kappa$  del modelo y una diferencia de escala (en el ejemplo de la figura el modelo es más pequeño).

El giro se restringe haciendo rotar la hoja alrededor de A. (figura 4c), y el ajuste de escala determi-

nando el factor de corrección de  $Bx$ , que estará dado por la relación  $\Delta l/AB'$ . En el caso de nuestro ejemplo deberá aumentarse  $Bx$ .

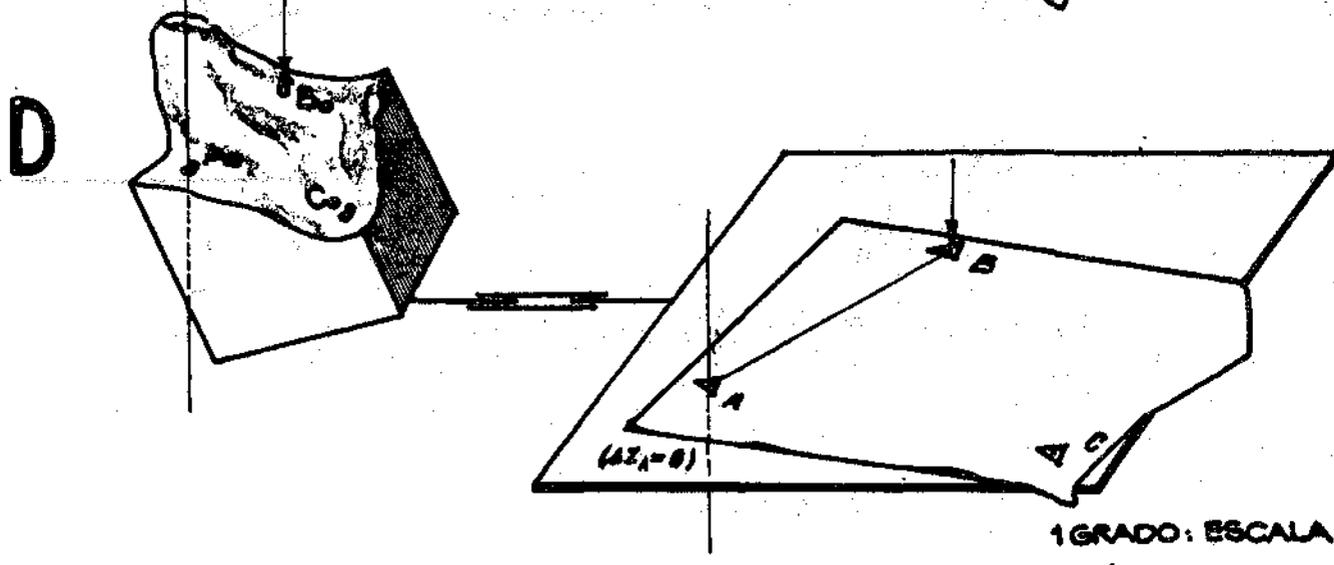
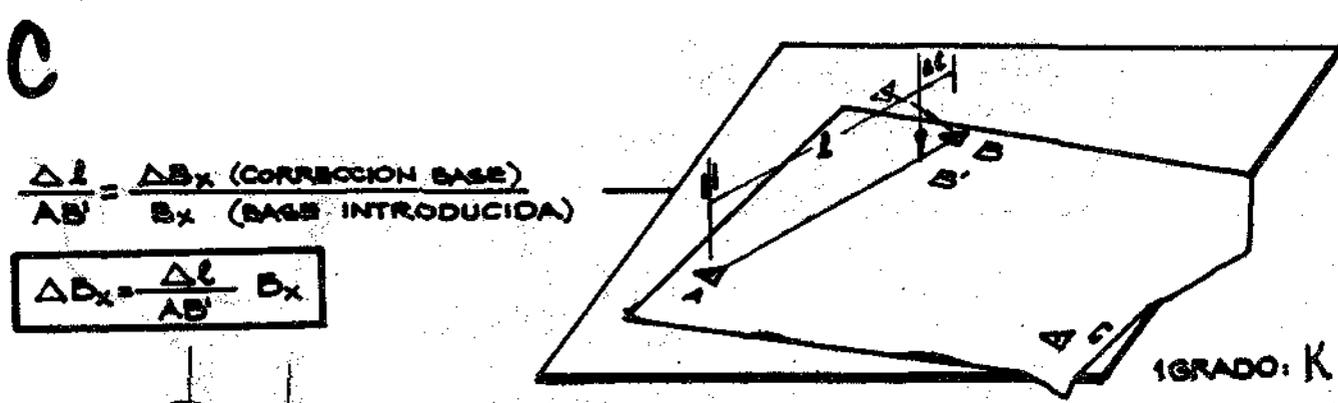
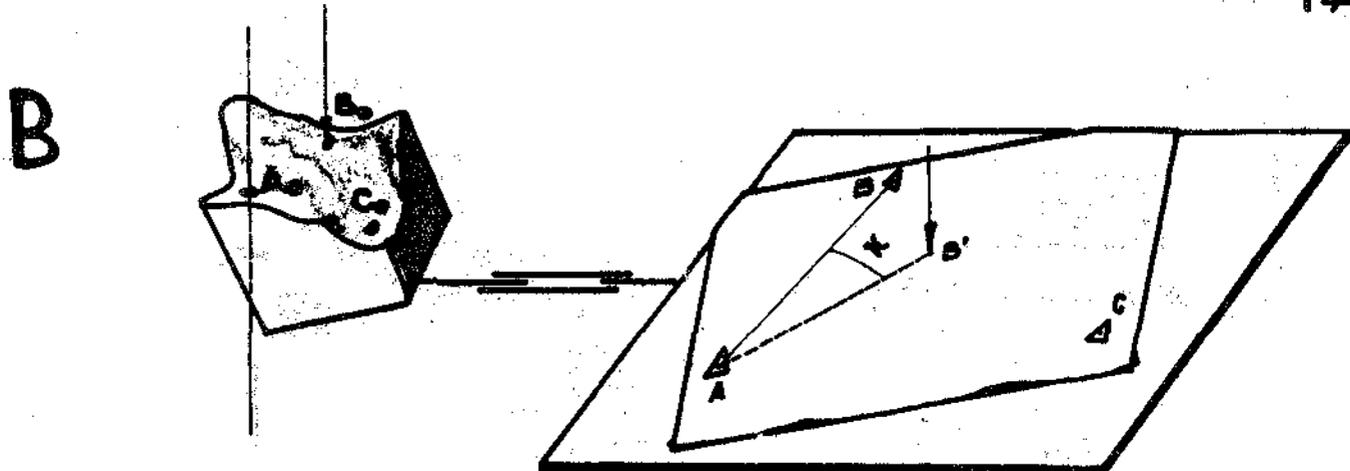
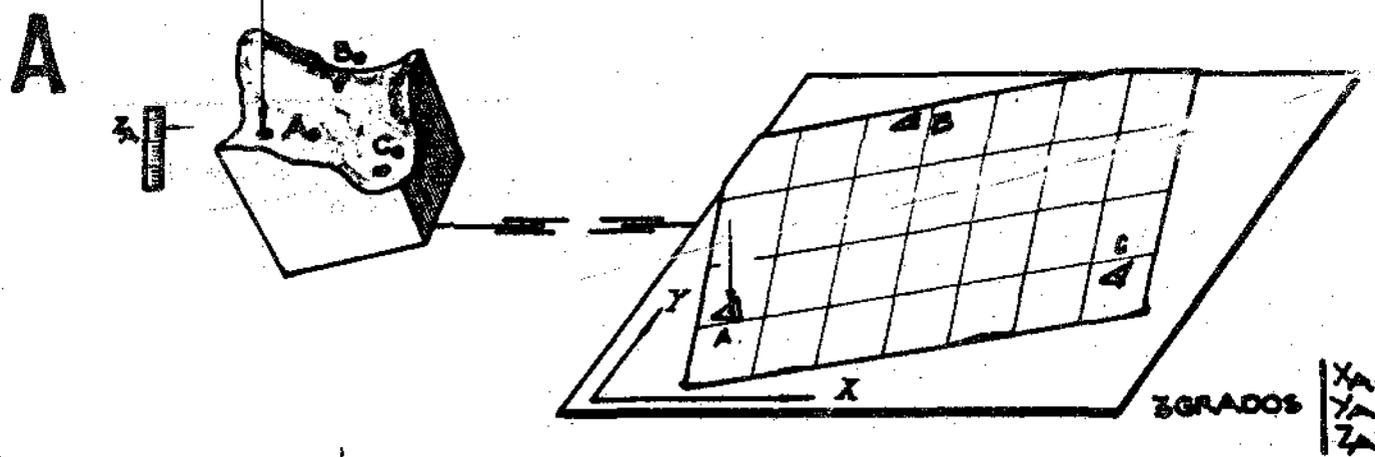
Hecho esto se han restringido dos nuevos grados de libertad: giro azimutal  $K$  y ajuste de escala (figura 4d). La concordancia planimétrica entre modelo y carta se ha logrado, pero no la altimétrica, ya que la lectura del contador de alturas se hizo coincidir con la cota respectiva solamente en el punto  $A_0$  del modelo. Es decir, al bisectar estereoscópicamente cualquier otro punto de control, como el  $B_0$ , la cota leída en el contador de alturas va a diferir con la verdadera en un valor  $\Delta z_B$ . Lo mismo sucederá en  $C_0$  (figura 4e). Esto indica que para orientar las verticales del modelo, éste debe aún experimentar otros dos giros alrededor de los ejes X e Y. Para calcularlos construiremos un diagrama de variación de alturas.

d) Las discordancias entre las cotas leídas y las verdaderas, para los puntos  $B_0$  y  $C_0$  pueden suponerse representadas por segmentos verticales de longitud proporcional, ubicados en los respectivos puntos (figura 4e). Si recordamos que en  $A_0$ , la discordancia altimétrica es nula, según lo indicado en C) II) b), el diagrama de variación de alturas tendrá la forma representada en perspectiva en la figura 4f. Si ahora trazamos por A una paralela al eje X, ella cortará al diagrama en M. La diferencia de cotas para un punto del modelo que tenga la ubicación planimétrica de M será  $\Delta z_M$ , y el ángulo subtendido desde A por  $\Delta z_M$  será el giro  $\Phi$  buscado (alrededor de la dirección Y). El valor de  $\Phi$  puede calcularse en radianes dividiendo  $\Delta z_M$ , cuyo valor se halla por interpolación lineal entre  $\Delta z_B$  y  $\Delta z_C$ , por la longitud AM, que se mide en la hoja de dibujo.

Una vez efectuado el giro  $\Phi$  del modelo (luego se verá cómo) la ordenada  $\Delta z_M$  del diagrama de variación de alturas será nula, y las demás se modificarán proporcionalmente (figura 4g; en nuestro ejemplo la ordenada  $\Delta z_C$  se hizo negativa,  $\Delta z'_C$ ).

e) La orientación de las verticales que

FIGURA 4



rrafo de B) IV), girar el modelo implica girar los haces, y ésto a su vez, obliga a rotar las cámaras conjuntamente (figuras 5a y b). Pero ya se ha visto que el giro K se introduce muy comodamente accionando la hoja de dibujo (ver C), II), c), y ésto resulta en verdad mucho más sencilllo que mover el conjunto de las dos cámaras.

En cuanto a los otros giros, a pesar de que la mayoría de los aparatos permite mover ambas cámaras en conjunto, se prefiere girarlas por separado en la misma cantidad. Así, en  $\Omega$ , se incrementa la posición de cada uno con el  $\Omega$  general. Este modo de obrar no destruye la orientación recíproca, puesto que sólo significa un cambio de plano nuclear. Para introducir  $\Phi$  se procede de la misma forma, aunque aquí un incremento igual para ambas cámaras destruye el modelo (girar el modelo en  $\Phi$  significa girar la base en  $\Phi$ , es decir, introducir una componente de base en Z; ver figura 6). Se ha dejado de observar puntos homólogos. La orientación recíproca se restablece entonces introduciendo una Hz, hasta que se vea nuevamente el modelo estereoscópico.

D) RECAPITULACION - CONCLUSIONES.

I - ORIENTACION RELATIVA (figuras 2 y 3)

5 grados de libertad = 5 parámetros

			Cám. Izq.	Cám. Der.
$\pi_t$	en 1	→ se elimina con	→	$\alpha_2$
$\pi_t$	en 2	→ se elimina con	→ $\alpha_1$	—
$\pi_t$	en 3	→ se elimina con	→	$\phi_2$
$\pi_t$	en 4	→ se elimina con	→ $\phi_1$	—
$\pi_t$	en 5 y 6	→ se elimina con	→ $\Delta \omega$	—
			(cámara: indistinta)	
			TOTAL:	5 parámetros

Tiempo promedio de ejecución: aproximadamente 15 a 20 minutos.

II - ORIENTACION ABSOLUTA (figuras 4, 5 y 6)

7 grados de libertad  $\equiv$  7 parámetros — Apoyo terreno (2 puntos planialtimétricos y cota de un 3°)

ETAPA	PARAMETROS	MANIOBRA PRACTICA
COINCIDENCIA 3 COORDENADAS PUNTO A	X, Y, Z	DESCONEXION COORDINATOGRARO - BISECCION A <sub>0</sub> - LÍNEA SOBRE A - INTRODUCCION LECTURA COTA - CONEXION COORDINATOGRARO
COINCIDENCIA COORDENADAS PLANIMETRICAS PUNTO B	K, AJUSTE DE ESCALA	K = HOJA DIBUJO / AJUSTE ESCALA → AJUSTE Bx → DETERMINACION FACTOR CORRECCION
CONFECCION DIAGRAMA VARIACION ALTURAS	—	DETERMINACION ΔZ <sub>B</sub> Y ΔZ <sub>C</sub>
CALCULO ΔZ <sub>m</sub> Y ΔZ <sub>n</sub> CALCULO Φ Y Ω	—	INTERPOLACION LINEAL EN DIAGRAMA
ELIMINACION ΔZ <sub>n</sub> (INTRODUCCION DE Φ)	Φ	Φ EN CADA CAMARA (DESTRUCCION DEL MODELO)
INTRODUCCION Bz PARA REESTABLECER MODELO.	—	SEGUN TIPO DE APARATO, EN CAMARAS O EN SEGMENTO DE RESTITUCION
ANULACION ΔZ <sub>n</sub> (INTRODUCCION DE Ω)	Ω	Ω EN CADA CAMARA

TOTAL: 7 PARAMETROS

Tiempo promedio de ejecución: aproximadamente 60 minutos.

TIEMPO TOTAL DE EJECUCION: aproximadamente 80 minutos.

NOTA: La ejecución de Φ y Ω no hacen variar prácticamente la posición planimétrica de B<sub>0</sub> y S<sub>0</sub>, puesto que ambos giros son muy pequeños.