

ESCUELA DE AGRIMENSURA

DEPARTAMENTO DE GEOTOPOCARTOGRAFIA

CURSO DE ESTACIONES TOTALES AÑO 2002.

MODELOS DIGITALES DE TERRENO

Ing. Gfa. Beatriz S. Jimenez.

INTRODUCCIÓN:

Una definición bastante generalizada de “modelo”, originada en ámbitos geográficos, es “Una representación simplificada de la realidad en la que aparecen alguna de sus propiedades”.

De la definición, se deduce que la versión de la realidad que se representa, de forma simple y comprensible a través de un modelo, pretende reproducir algunas de las propiedades del sistema original, o del objeto, que quedará representado por otro objeto o sistema de menor complejidad.

Para que los modelos puedan decirnos “algo” sobre el objeto que representan, es necesario que se construyan estableciendo una relación con la realidad, es decir, una relación de correspondencia entre el objeto real y el modelo.

En particular, cuando se habla de “Modelos Digitales”, ya se está condicionando la forma de presentación de ese Modelo. Y cuando además se menciona “ de terreno”, se está caracterizando el “objeto” del que se habla.

Se denominan Modelos Digitales de Terreno al conjunto de puntos definidos por sus coordenadas espaciales, que representan o tratan de representar, una superficie de terreno.

Su origen:

Sabemos que desde tiempos muy remotos, el hombre intentó de representar sobre una superficie plana, sea carta, mapa o plano, el mundo que lo rodeaba, y los accidentes topográficos existentes en el planeta, pues tenía necesidad de ello, para múltiples fines.

Con el paso del tiempo y el avance de la tecnología, apoyadas en el procesamiento electrónico de datos , muchas actividades , han encontrado en la cartografía temática una fuente importante e imprescindible para un moderno y eficaz tratamiento de los problemas que se puedan presentar.

De los avances tecnológicos mencionados, uno de los más significativos es el que nos brinda la posibilidad de integrar grandes volúmenes de información georreferenciada, satisfaciendo a distintos usuarios y con variados fines, produciéndose una transformación en el tratamiento de la información cartográfica.

Lo que hasta hace algunas décadas implicaba la utilización de costosos equipos informáticos a los que accedían sólo centros especializados, hoy, y con la ayuda de las computadoras personales, la técnica de MODELIZACIÓN DIGITAL nos brinda un recurso muy importante, para la automatización de este proceso aplicable en múltiples campos para la representación de superficies.

El término *digital terrain model* tiene aparentemente su origen en el Laboratorio de Fotogrametría del Instituto de Tecnología de Massachussets, en la década de los 50.

En el trabajo pionero de Miller y Laflamme (1918) se establecen ya los primeros principios del uso de los Modelos Digitales para el tratamiento de problemas tecnológicos, científicos y militares.

La definición de Modelos Digitales de Terreno que se menciona en sus trabajos es “una representación estadística de la superficie continua del terreno, mediante un número elevado de puntos selectos con coordenadas X,Y,Z conocidas, en un sistema de coordenadas arbitrario”.

El objeto de su trabajo fue acelerar el diseño de carreteras, mediante el tratamiento digital de datos del terreno adquiridos por fotogrametría, planteándose una serie de algoritmos para la obtención de pendientes, áreas, etc. Las aplicaciones informáticas de uso “menos aplicado”, como así llamaban a las restantes, tuvieron que esperar algunos años más.

El Harvard Laboratory for Computes Graphics and Spatial Analysis, marcó un hito cuando presentó, en 1967, una aplicación formada por un conjunto de programas de manejo de Cartografía digital, que incluía algoritmos de interpolación para generar mapas a partir de puntos acotados distribuidos irregularmente sobre la superficie topográfica.

En los últimos años, y relacionado con ello, se han podido desarrollar nuevas técnicas de cartografía digital.

Para las aplicaciones topográficas, la técnica de Modelización Digital de Terreno (MDT) mencionada, es un importantísimo recurso para la automatización del proceso. De él se derivan curvas de nivel, planos de puntos acotados, perfiles, vistas espaciales del terreno, y otras.

Captura de datos:

Para conseguir los datos X,Y,Z, conocemos métodos básicos que podemos dividir en dos grupos:

Los “**directos**”: las medidas se realizan directamente sobre el terreno real .Ejemplos:

- 1- Planimetría: mediante los métodos de poligonación, radiación, intersecciones directas(triangulación) o inversas(ej: Pothenot)
- 1- Altimetría a través de nivelaciones geométricas o trigonométricas.
- 2- G.P.S
- 3- Levantamientos taquimétricos, ya sean estadimétricos o los llamados “modernos” con teodolito y distanciómetro, o con las Estaciones Totales.-

Los “**indirectos**”: la medida es estimada a partir de documentos previos. Ejemplos:

- 1- Restitución a partir de imágenes : Satelitales-
Fotográficas convencionales.-
De interferencia de sensores radar.-
- 2- Digitalización de planos topográficos:
Automática: mediante escaner
Manual: mediante tablero digitalizador.-

Principios matemáticos de representación del terreno:

Los datos recolectados, ya sea a través de levantamientos topográficos, digitalizaciones u otros, como ya se ha mencionado, son un conjunto de puntos cuyas posiciones horizontales están dadas por sus coordenadas X, Y y cuyas elevaciones están dadas por sus coordenadas Z, en un sistema de referencia determinado.

Integrando información, aunque de diversos orígenes, la misma deberá estar en un **Unico Sistema de Coordenadas**, cobrando importancia por lo tanto el tema de la **Georreferenciación**.

Estos puntos conforman, el conjunto de **los puntos de apoyo**, y son los que también llamamos **datos fuente**:

Sus coordenadas:

$$(X_i, Y_i, Z_i)$$

En general si lo que se quiere es representar el terreno, la ecuación de una superficie, que se ajusta en lo posible al mismo será:

$$z = f(x,y)$$

Pero, como no es posible lograr una solución general, es importante establecer algún criterio, según sea la conformación del terreno a digitalizar, que cumpla algunas condiciones:

A saber:

$$Z_i - z = Z_i - f(x_i, y_i) < e$$

donde:

e : error despreciable a los efectos cartográficos

(X_i, Y_i, Z_i) : puntos del terreno

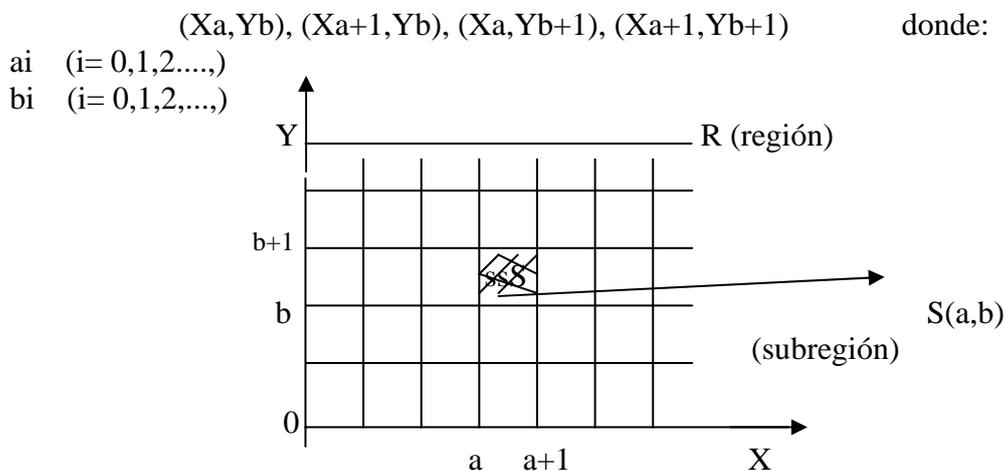
$z=f(x,y)$: función a determinar

La función $f(x,y)$, debe reunir algunas características fundamentales:

- Ser lo suficientemente flexible como para adaptarse a la representación de las diferentes formas del terreno.
- Poder ser procesada en una PC en forma sencilla y de fácil manejo.

Por ello, se trata de encontrar una función que, cumpliendo con lo expresado, sus discrepancias con la forma real del terreno sean admisibles y proporcione cierta homogeneidad en la precisión .

Esto se soluciona subdividiendo la región, que llamaremos R en subregiones $S(a,b)$, de manera que cada una de éstas, proyectadas horizontalmente , comprendan un cuadrado con vértices en los puntos:



En la cuadrícula así formada se deben calcular los valores:

$$Z_{a,b} ; Z_{a+1,b} ; Z_{a,b+1} ; Z_{a+1,b+1}$$

De manera que sean similares a los valores reales del terreno, ya que generalmente estos puntos no coinciden con los puntos de apoyo del terreno, o sea, tal como fuera expresado, las discrepancias con esos valores sean irrelevantes.

Por lo tanto, y de acuerdo a lo expresado :

- Se deben determinar las cotas de los puntos vértices de cada cuadrícula (esquinas), que llamaremos **NODOS**, mediante criterios de interpolación, partiendo de los **puntos (X,Y,Z)** de su entorno pertenecientes a l conjunto de puntos del muestreo.
- Se determina la **función f** calculando los coeficientes en **cada dominio a,b** en función de las coordenadas de los vértices mencionados, que es en esencia el MDT buscado.
- Los Modelos Digitales de Terreno, proponen la generación de una grilla, discretizando el área previamente.

O sea de los puntos formados con la grilla (NODOS) , se calcula la coordenada Z, lo que implica encontrar para cada subregión la función f antes mencionada.

El problema será, por lo tanto determinar la grilla regular que define el MDT, o sea, determinar las cotas de los puntos vértices, que llamamos NODOS.

Es importante fijar los parámetros de la grilla, como por ejemplo el intervalo de grillado, previo al proceso de interpolación.

Los métodos de grillado generan un arreglo espacial regular de valores de Z a partir de datos XYZ originales, irregularmente distribuidos . El grillado rellena esos espacios por medio de interpolaciones o extrapolaciones de los valores de Z en los lugares donde estos datos no existen . Según sea el Modelo que se aplique, la interpolación se realiza por diferentes métodos.

Y siendo los algoritmos de cálculo diferentes, según sea el método que se utilice, se generarán distintos valores de los nodos, y en consecuencia, distintas interpretaciones de los datos.

El método de interpolación , a partir de mallas triangulares, es uno de ellos.

Interpolación a partir de mallas triangulares:

Resulta ser muy adecuado cuando los datos provienen, por ejemplo, de relevamientos planialtimétricos, con puntos del terreno irregularmente distribuidos, que no forman una grilla rectangular, y que admite pendiente uniforme entre los datos relevados. También, cuando hay nubes de puntos en zonas de terreno natural sin líneas de quiebre definidas.

Según lo antes mencionado, el conjunto de puntos conforman un modelo digital cuya estructura más adecuada en la de “malla triangular irregular” donde cada punto del modelo constituye un nodo de la malla y los puntos están contenidos en las líneas de la red triangular.

Se conoce como TIN la estructura formada por la red de triángulos irregulares, conformada por las coordenadas de los puntos relevados en el terreno.

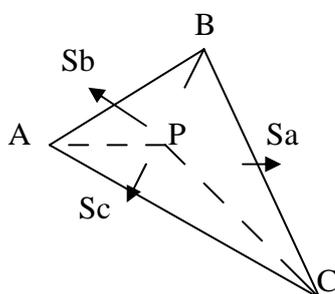
El planteo global del problema puede ser:

Dado un conjunto de puntos localizados en los nodos de una red regular, tratar que la superficie interpolada sea una representación de la original, con una pérdida mínima de información.

Mediante la aplicación de un modelo se logra:

- **La triangulación automática del modelo “Nube”, convertido en uno de malla triangular irregular (realiza una previa selección de puntos, descartando los que no aporten una información relevante para la descripción de la altitud).**
- **Generación de una malla regular de celdas cuadradas. Sus nodos se apoyan en las superficies planas de los triángulos de la malla triangular.**
- **La cota del nodo, por interpolación, entre las cotas de los 3 vértices del triángulo que contiene a dicho nodo.**

Existen varios métodos de interpolación en malla triangular, y cuyo resultado son superficies triangulares planas, entre ellos” **la interpolación lineal en la malla triangular**”



Esta se caracteriza por:

- Intervienen solo las cotas de los 3 vértices del triángulo que contiene al punto a interpolar (ZA; ZB; ZC).
-
- La superficie interna del triángulo se considera plana, siendo Sa, Sb, Sc las superficies planimétricas de los triángulos internos respectivamente opuestos a los vértices A, B, C.
- S es la superficie planimétrica total del triángulo ABC.
- P es el punto a interpolar.
- $ZP = (ZA.Sa + ZB.Sb + ZC.Sc) / S$

Otros métodos de interpolación: también en malla triangular, pero más complejos, consideran también las cotas de los vértices de los triángulos adyacentes al A,B,C.

Dan como resultado superficies triangulares no planas, sino alabeadas, que se conectan entre sí con continuidad de curvatura perfecta o sea, sin formar líneas de quiebre en las aristas de los triángulos.

Los programas de representación gráfica tridimensional, pueden interpolar datos irregularmente espaciados en XYZ, produciendo sus propios archivos de grilla, y que luego son utilizados para desplegar tanto contornos de planos como mapas tridimensionales.

El MDT por prismatoides:

De los nodos mencionados, para el dominio indicado, referido a una terna local, y considerando la longitud del lado igual a la unidad, con origen en (Xa, Yb, Zab) serán:

$$\begin{aligned} &(0,0,Z_{ab}) \\ &(0,1,Z_{a,b+1}) \\ &(0,0,Z_{a+1,b+1}) \\ &(0,0,Z_{a+1,b}) \end{aligned}$$

En este caso se adopta como **función f el paraboloides hiperbólico** (silla de montar) que pasa por los 4 puntos anteriores. La ecuación que lo describe será:

$$Z = ax + by + cxy + d \quad (A)$$

Por lo tanto, encontrar f implica encontrar el valor de los 4 coeficientes de la ecuación anterior. Estas cuatro incógnitas se obtienen estableciendo las siguientes condiciones.

$Z(0,0) = Z_{a,b}$	que denominamos	= d
$Z(1,0) = Z_{a+1,b}$	“	= a+d
$Z(1,1) = Z_{a+1,b+1}$	“	= a+b+c+d
$Z(0,1) = Z_{a,b+1}$	“	= b+d

De donde resultará:

$$\begin{aligned} a &= Z_{a+1,b} - Z_{a,b} \\ b &= Z_{a,b+1} - Z_{a,b} \\ c &= Z_{a,b} - Z_{a+1,b+1} - Z_{a+1,b} + Z_{a,b+1} \\ d &= Z_{a,b} \end{aligned}$$

La expresión anterior (A), presenta las siguientes ventajas:

- * Su determinación en función de las cotas de los vértices es elemental.
- * La determinación de las curvas de nivel es muy sencilla ya que al dar valores x o y en $z = f(x,y) = \text{cte}$, resulta una ecuación de primer grado.

Se ve entonces cómo a partir de una grilla regular queda definido un MDT por prismatoides, del que, en forma sencilla se pueden derivar curvas de nivel, perfiles, volúmenes, etc.

A través estos programas de Modelos Digitales de Terreno, se puede obtener, entre otros:

- Plano de puntos acotados
- Plano de curvas de Nivel
- Representación tridimensional del terreno.
- Cálculo de volúmenes.
- Perfiles longitudinales y transversales.

A modo de ejemplo se mencionan algunos de los programas comerciales conocidos de MDT:

SURFER: Es un programa de representación gráfica tridimensional, que pueden interpolar datos irregularmente espaciados en XYZ y producir sus propios archivos de grilla.

Este permite además insertar información adicional en los mapas, combinar varios de ellos, mediante la superposición de los mismos, adicionar textos, etc.

En relación con las nociones básicas expresadas, podemos decir de este programa lo siguiente:

SURFER genera archivos de grillas y crea mapas de curvas de nivel o en tres dimensiones. Estos archivos se obtienen mediante métodos de interpolación, a partir de los datos XYZ resultantes, por ejemplo de relevamientos planialtimétricos realizados, digitalización de planos, etc.

La grilla, regularmente espaciada, se forma a partir de los datos aleatoriamente ubicados, dando como resultado un archivo que contiene a la grilla.

Los diferentes métodos de grillado proveen diferentes interpretaciones de los datos (según los algoritmos utilizados).

El programa SURFER posee los siguientes algoritmos de interpolación:

- Inversa de la Distancia- Kriging- Mínima curvatura- Regresión Polinomial- Funciones Radiales Básicas- Método de Shepard- y Triangulación con Interpolación Lineal.
- Este último, es rápido con una cantidad moderada de datos, preserva las líneas de quiebre definidas en el archivo de datos, por ejemplo si un curso de agua es delimitado por una suficiente cantidad de datos a ambos lados del mismo, la grilla generada por triangulación puede mostrar esa discontinuidad.
- Este método mencionado, además genera triángulos dibujando líneas, o sea los lados correspondientes, entre los puntos del archivo de datos. Los puntos originales son conectados de forma tal que ningún lado de un triángulo se intercepta con otros lados de otros triángulos. El método es un interpolador exacto. Este método trabaja mejor entre 200 y 1000 puntos uniformemente distribuidos sobre un área a grillar.
- Obtenido el grillado, se puede visualizar variada información:
 - cuántos ejes xyz existen
 - el mínimo y el máximo valor, de cada eje.
 - el promedio y la varianza respecto a los datos de cada uno de ellos

Se puede además definir la geometría de las líneas de la grilla, o sea el tamaño de la misma, a través del número de líneas o el espacio entre las mismas.

Permite obtener:

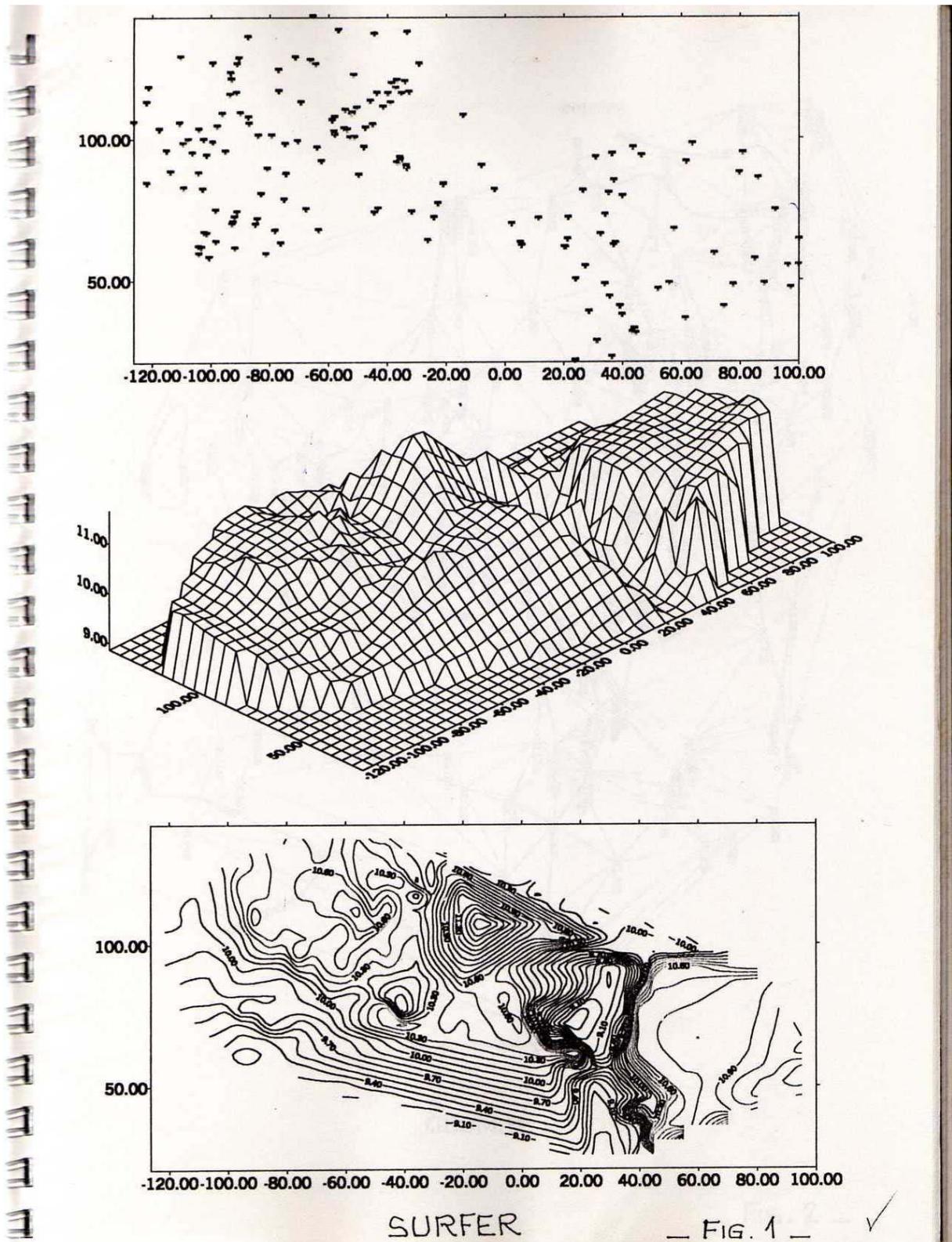
* Plano de Puntos Acotados (post):

Posiciona planimétricamente los puntos y permite agregarles una etiqueta, como puede ser su denominación, su cota u otra característica.

* Construcción de curvas de Nivel o mapa de contornos.(contour) (.lvl): extensión de archivo.

* Obtenido el archivo de grillado, (.grd) se puede obtener el mapa de contornos, y definir por ejemplo, la equidistancia entre las curvas

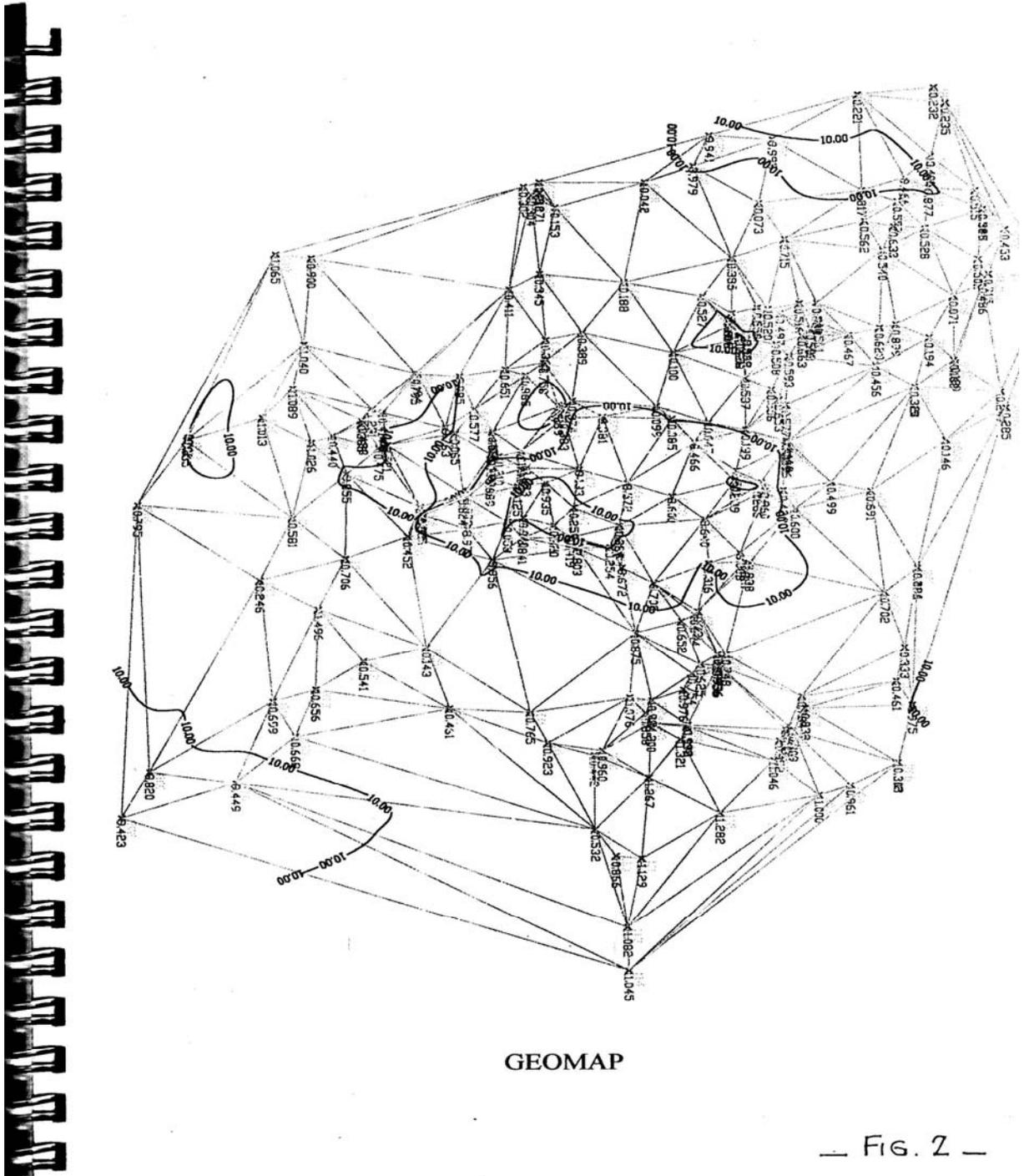
A continuación pueden visualizarse algunos de los gráficos de salida que se corresponden con un relevamiento planialtimétrico realizado sobre un sector del Parque Urquiza de Rosario.



Otro de los programas que pueden mencionarse es GEOMAP, dentro del entorno de AutoCad, desde donde es posible visualizar, una vez seleccionado el archivo con el que se trabajará, entre otros:

- El TIN (red de triángulos regulares)

- Plano de puntos acotados
- Plano de curvas de nivel
- Perfiles en tres tipos de formato : en formato urbano- en formato rural- por progresivas.



Bibliografía consultada:

- Modelos Digitales de Elevaciones- Ángel Manuel Felicísimo-Spain
- Programa Surfer- Adolfo Lugones – Facultad de Cs. Astronómicas y Geofísicas-U.N.L.P.
- Curso M.D.T. Eduardo Huerta- 1995.-

Ejemplo de tabla de datos obtenido de estación total, GPS, etc.

Pto,	Este,	Norte,	Cota,	Descripción
01,	1140.023,	311.097,	20.378,	esquinero
02,	1132.653,	323.119,	20.541,	alambrado
03,	1162.591,	387.182,	20.091,	t nat
04,	1195.79,	463.332,	19.478,	t nat
05,	1089.082,	362.75,	20.682,	t nat
06,	1132.907,	416.262,	20.263,	t nat
07,	1170.916,	479.899,	19.721,	t nat
08,	1163.138,	433.818,	19.984,	canal
09,	1194.935,	504.147,	19.344,	canal
10,	1047.075,	401.194,	21.102,	t nat
11,	1100.401,	452.556,	20.56,	esquinero
12,	1147.824,	509.233,	19.975,	alambrado
13,	1006.636,	438.516,	21.434,	camino interno
14,	1060.341,	493.014,	20.843,	molino
15,	1109.76,	544.84,	20.252,	t nat
16,	967.051,	477.137,	21.559,	t nat
17,	1021.556,	531.435,	21.079,	t nat
18,	1074.536,	581.096,	20.466,	t nat
19,	927.474,	514.374,	21.641,	t nat
20,	985.12,	568.533,	21.18,	t nat
21,	1040.076,	617.35,	20.618,	t nat
22,	887.31,	553.221,	21.635,	t nat

MODELOS DIGITALES DE TERRENOS

Guía: Apunte Ing. Gfa. Beatriz S.
Jimenez

Definición de MODELO:

Representación simplificada de la realidad (objeto) en la que aparecen algunas de sus características; las mas sobresalientes.

MODELO DE TERRENOS

Se representará la realidad (terreno) a través de indicar la posición de algunos puntos característicos de él.

- Los más indicativos (básico)
- Con puntos intermedios (densificar, mejor modelo).
- Todos sus puntos (ideal, imposible).

Algunos pocos puntos.



Equilibrio: Cantidad adecuada de puntos característicos e intermedios que representará lo “mejor posible” al terreno medido. (Destino del trabajo).

Todos sus puntos.

IMPRESCINDIBLE:

Que estén ubicados en un mismo Sistema.

$$p_i \longleftrightarrow (X_i; Y_i, Z_i)$$

Topografía: Sistemas locales (topocéntricos)

Representación de pequeñas áreas.

Geodesia: Sistemas únicos (geocéntricos)

Representación de áreas extensas o mundiales-

$$p_i : (X_i; Y_i, Z_i) \rightarrow \text{MATEMATICA} \rightarrow \text{MODELOS}$$

Pero también

$$\text{MODELOS} \rightarrow \text{MATEMATICA} \rightarrow \text{Información}$$

$$p_i : (X_i; Y_i, Z_i)$$

Distancias y ángulos

Áreas y volúmenes

Desniveles y pendientes

Etc.

ESCALA

- Si ESCALA 1:1 el Modelo ES el terreno.
- Si está en otra ESCALA solo se mantienen los ángulos.
- Se pueden adoptar distintas ESCALAS (Horizontal y Vertical) para resaltar detalles.

MDT = MMT

Modelos Digitales de Terreno = Modelos Matemáticos de Terrenos.

APLICACIONES:

- CARTOGRAFICAS: Confeccionar cartas topográficas, mapas, planos, vías de comunicación, divisiones políticas, etc., de superficies expuestas o sumergidas.
- PROYECTOS DE OBRAS DE INGENIERIA: Proveer información geométrica del terreno para desarrollar un proyecto.

ORIGEN DE LOS DATOS

- Formas DIRECTAS: Métodos de medición de la Topografía y la Geodesia. (clásicos, Estaciones Totales, GPS, etc.).
- Formas INDIRECTAS:
 - Restitución de imágenes (fotografías aéreas o terrestres; imágenes satelitales, de sensores remotos, etc.
 - Digitalización
 - Escanners automáticos.
 - Escaneos manuales (Mesa Digitalizadora) de Cartas Topográficas, mapas, MDT ya hechos, etc.

NUBE DE PUNTOS: Tabla ordenada de datos espaciales de los puntos (Coordenadas)

↓
SOFTWARES

Surfer, Cartomap, Geomap, Terramodel, Pithagoras, etc. (gran variedad)

↓
MODELOS DIGITALES DE TERRENOS

PRODUCTOS

- Mapa de puntos (planimetría).
- Mapa de puntos acotados (planialtimetría).
- Curvas de nivel.
- Modelo tridimensional.
- Producción de perfiles transversales y longitudinales.
- Computo de áreas y volúmenes de terraplén y desmonte.
- Etc.