

## TEMA 2 – NIVELACION GEOMETRICA COMPUESTA DE PUNTOS

El método más preciso para obtener el desnivel entre dos puntos es por medio de visuales horizontales utilizando niveles. Este método recibe el nombre de nivelación geométrica o por alturas.

Le sigue en importancia la nivelación con visuales inclinadas, denominada nivelación trigonométrica o por pendientes; en la que no se prescinde de considerar el error de esfericidad y refracción.

Cuando los puntos cuyo desnivel se pretende hallar están próximos, se determina aquel directamente y la nivelación se denomina **simple**; por el contrario, si los puntos están alejados, es indispensable utilizar puntos intermedios y la nivelación se llama **compuesta**.

La nivelación simple puede hacerse por el método:

- Por el punto medio,
- por el del punto extremo,
- por estaciones recíprocas y
- por el de estaciones equidistantes.

La nivelación compuesta, o de itinerario altimétrico, no es sino una repetición de nivelaciones simples; comprende los métodos

- del punto medio,
- de estaciones dobles y
- de estaciones equidistantes.

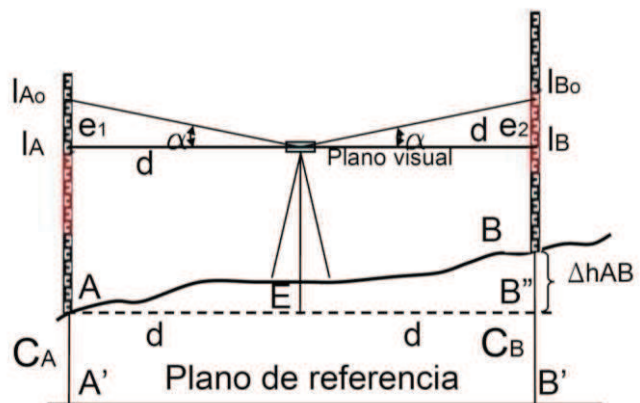
### 1. NIVELACION SIMPLE.

#### 1.1. Método del punto medio.

Es el más recomendable y el que ha de usarse, siempre que sea posible, por eliminar todos los errores sistemáticos del nivel, incluso los de defectuosa corrección, así como los de esfericidad y refracción.

Ya se ha hecho alusión a este método en Topografía I; recordemos que consiste en estacionar un nivel a la mitad de la distancia que separa los dos puntos cuyo desnivel pretendemos hallar; la diferencia de las lecturas de mira nos dará siempre el desnivel, aun estando descorregido el instrumento; ya que al ser el ángulo  $\alpha$  de la visual con la horizontal el mismo en las dos posiciones y equidistar de una y otra mira, se cometerán los mismos errores en el minuendo y en el sustraendo. Lo mismo ocurre respecto al error de esfericidad y refracción. Donde  $\Delta h_{AB} = I_{A_0} - I_{B_0}$

Como la descorrección del nivel nunca puede ser muy grande y el error esfericidad y refracción apenas es sensible a las distancias a que se opera, no hay el menor



inconveniente en medir solo aproximadamente la equidistancia del nivel a las miras; basta hacerla a pasos, sistema que se sigue en todos los casos, incluso en nivelaciones de precisión.

Ha de apreciarse hasta el milímetro en la lectura de mira, lo que limita la longitud de las visuales; por otra parte la nivelación es más precisa a distancias cortas que a distancias largas (lo contrario que ocurre en el itinerario planímetro en cuanto al error angular) y por eso suele limitarse la longitud de nivelada a 100 pasos como máximo, equivalentes a unos 80 metros, lo que permite obtener desniveles, por este método, hasta doble distancia.

### 1.2. Método del punto extremo.

Por este método se estacionara el instrumento en uno de los puntos y se colocara la mira en el otro. Si la visual es horizontal el desnivel vendrá dado por la expresión

$$\Delta h_{AB} = h_A - l_B$$

diferencia entre la altura  $h_A$  del instrumento y la lectura  $l_B$  de mira.

Exige este método el empleo de niveles exactamente corregidos, ya que los errores sistemáticos residuales se transmiten íntegramente a la lectura de mira sin compensación alguna.

Tampoco se corrige el error de esfericidad y refracción, lo que impide pueda operarse a distancias superiores a los 100 metros.

Cuando estacionado el nivel en un punto se hallen los desniveles, por el método del punto extremo, a una serie de puntos situados alrededor del de estación, recibe el nombre de nivelación radial, que no es sino una repetición del método del punto extremo.

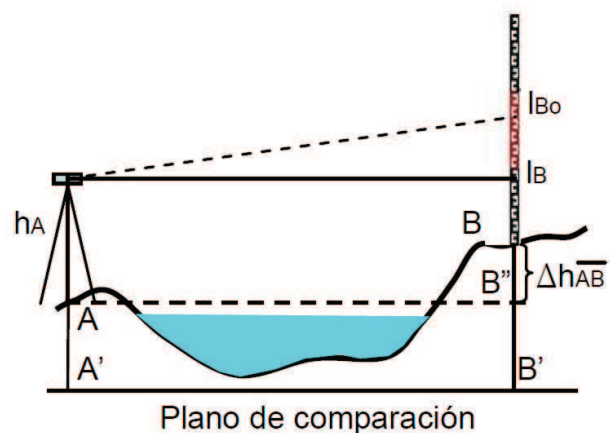
La nivelación radial es útil cuando se pretende levantar altimétricamente una zona de terreno, estacionando en el centro y tomando los puntos que la definen, que serán en general los más altos y los más bajos y los que determinen líneas de cambio de pendiente, para lo cual un portamira ira recorriendo los puntos señalados.

Generalmente será preciso, en este caso, levantar también la situación planimétrica de estos puntos, para lo que será preciso que el nivel este provisto de limbo acimutal y retículo estadimétrico.

### 1.3. Método de estaciones reciprocas.

El método anterior tiene el inconveniente de su falta de comprobación; esto puede conseguirse utilizando el método de estaciones reciprocas, que exige hacer dos estaciones, primero en A para hallar el desnivel de A a B por el método del punto extremo y después en B, para hallarlo en sentido opuesto. Con este método también se eliminan los errores sistemáticos del nivel.

En efecto, llamando  $\epsilon$  el error de la lectura en la mira, será el mismo en los dos casos y, según sabemos, para el cálculo del desnivel con visuales inclinadas.



1°) Se coloca el nivel en A y se lee en una mira colocada en B ( $l_{B_0}$ ). La diferencia de nivel entre A y B será:

$$\Delta h_{AB_0} = h_A - l_{B_0}$$

La cual será incorrecta pues en lugar de leer  $l_{B_0}$  se debería leer  $l_B$ .

$$\Delta h_{AB_0} = h_A - (l_B + \varepsilon)$$

$$\Delta h_{AB_0} = h_A - l_B - \varepsilon$$

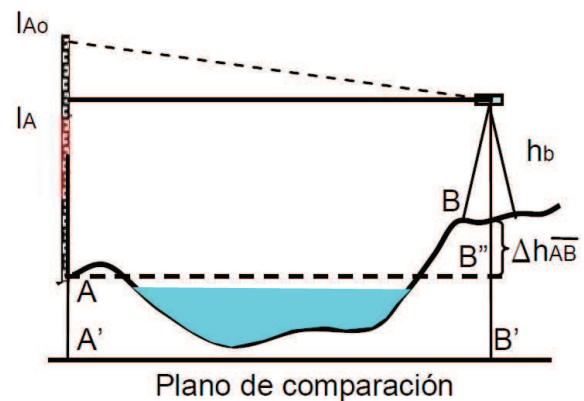
El error  $\varepsilon$  se origina por la falta de paralelismo entre el eje de colimación y el eje del nivel.

Seguidamente se coloca el nivel en B, se toma la lectura en la mira colocada en A ( $l_{A_0}$ ) la cual también es incorrecta.

$$\Delta h'_{AB_0} = l_{A_0} - h_B$$

$$\Delta h'_{AB_0} = (l_A + \varepsilon) - h_B$$

$$\Delta h'_{AB_0} = l_A + \varepsilon - h_B$$



El promedio de los dos desniveles:

$$\frac{1}{2}(\Delta h_{AB_0} + \Delta h'_{AB_0}) = \frac{1}{2}(h_A - l_B - \varepsilon + l_A + \varepsilon - h_B) = \frac{1}{2}((h_A - l_B) + (l_A - h_B)) = \frac{1}{2} \cdot 2 \Delta h_{AB} = \Delta h_{AB}$$

Por lo tanto se obtiene que dicho promedio da el desnivel correcto  $\Delta h_{AB}$ . Se han anulado así todos los errores (esfericidad, refracción y error por falta de paralelismo entre eje de colimación y eje de nivel).

Como este procedimiento exige la medición de las alturas del instrumento ( $h_A$  y  $h_B$ ) en sus dos estaciones es más conveniente utilizar una variante del siguiente este método llamado también método de la doble mira.

#### 1.4. Método de estaciones equidistantes o de la doble mira

Sean A y B los puntos cuya diferencia de nivel se quiere determinar. Se empieza por elegidos puntos M, y N alineados con A y B de tal modo que  $MA = NB = d$ .

1°) Se hace estación en M. Si el instrumento está descorregido las lecturas que se efectúan son  $l_{A_1}$  y  $l_{B_1}$ , afectadas respectivamente, de los errores  $e_1$  y  $e_2$ . Al calcular las diferencias de nivel con estas lecturas se tendrá:

$$\Delta h_{AB_0} = l_{A_1} - l_{B_1}$$

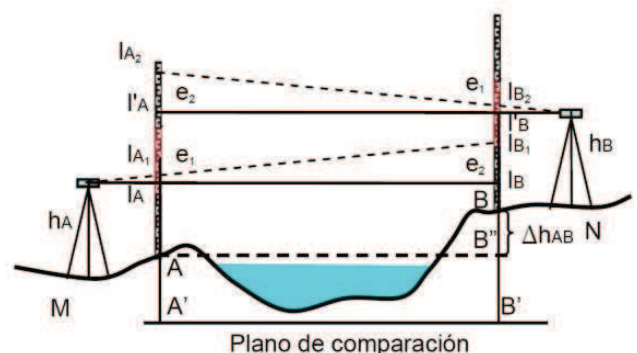
$$\Delta h_{AB_0} = (l_A + e_1) - (l_B + e_2)$$

$$\Delta h_{AB_0} = l_A + e_1 - l_B - e_2$$

$$\Delta h_{AB_0} = l_A - l_B - (e_2 - e_1) \quad (1)$$

Es decir, esta diferencia de nivel estará afectada de un error  $(e_2 - e_1)$

2°) Se hace luego estación con el nivel de anteojo en N y se dirige la visual hacia la mira colocada en A, y luego en B, obteniendo



las lecturas  $l_{B2}$  y  $l_{A2}$ , afectadas respectivamente, de los mismos errores  $e_1$  y  $e_2$  vistos anteriormente, a raíz de la igualdad de las distancias.

Se calcula la diferencia de nivel:

$$\begin{aligned} \Delta h'_{AB_0} &= l_{A2} - l_{B2} \\ \Delta h'_{AB_0} &= (l'_A + e_2) - (l'_B + e_1) \\ \Delta h'_{AB_0} &= l'_A + e_2 - l'_B - e_1 \\ \Delta h'_{AB_0} &= l'_A - l'_B + (e_2 - e_1) \quad (2) \end{aligned}$$

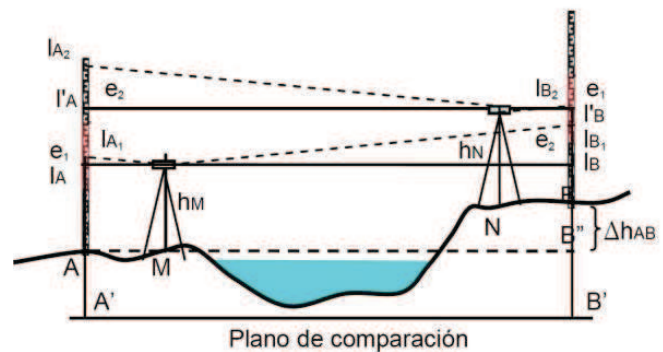
Vale decir que la diferencia de nivel así calculada está afectada del mismo error, pero con signo contrario. Efectuando la semisuma de ambos miembros de (1) y (2) tendremos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (\Delta h_{AB_0} + \Delta h'_{AB_0}) &= \frac{1}{2} (l_A - l_B - (e_2 - e_1) + l'_A - l'_B + (e_2 - e_1)) = \\ &= \frac{1}{2} (l_A - l_B + (l'_A - l'_B)) = \frac{1}{2} \cdot 2 \Delta h_{AB} = \Delta h_{AB} \end{aligned}$$

Las dos cantidades entre paréntesis del numerador, que deberían ser iguales con el instrumento corregido, comprueban la bondad del trabajo.

Por lo tanto se tiene que dicho promedio da el desnivel correcto.

Los puntos M y N también pueden estar ubicados a la distancia  $d$  de A y B respectivamente, pero en el interior de la alineación AB, como se observa en la figura.

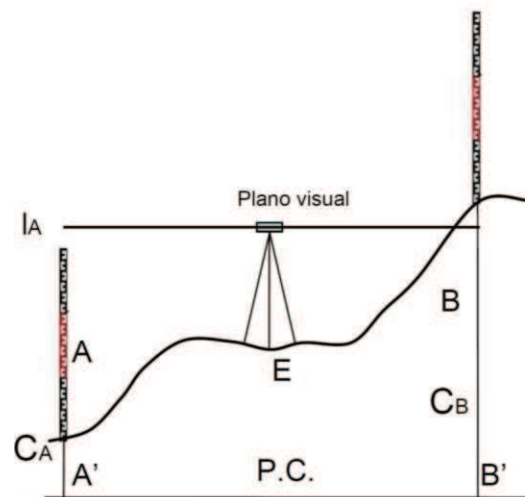


Este método es el mismo visto en Topografía I, Tema 7, método de corrección de error de colimación.

## 2. NIVELACION COMPUESTA.

### 2.1. ITINERARIO ALTIMÉTRICO POR EL MÉTODO PUNTO MEDIO<sup>1</sup>

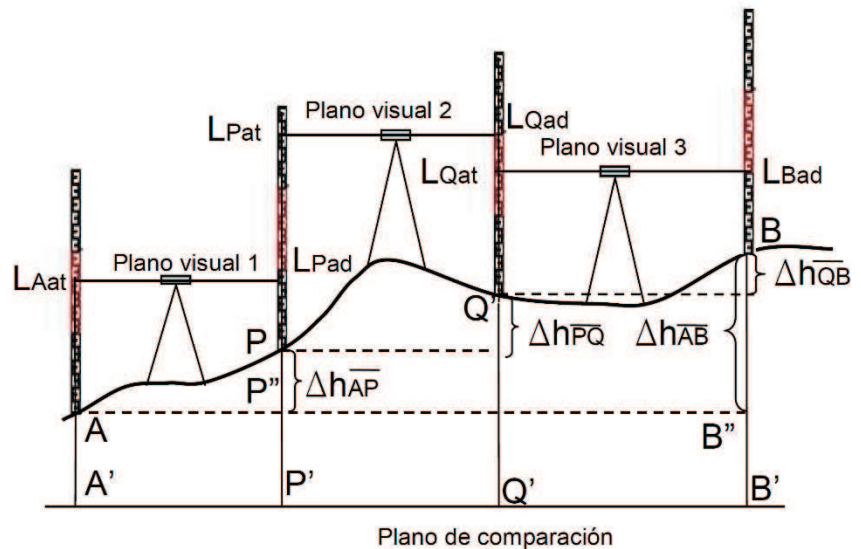
En toda nivelación simple se efectúa una sola estación con el nivel de anteojo y se lee en las miras desde esta estación. Por ejemplo, para un aumento del anteojo  $A=25$ , si A y B están separados 150 m o menos, se efectuará una sola estación de nivel. Pero puede ocurrir que las miras estén tan alejadas que no permitan, aún con el aumento del anteojo, poder distinguir los milímetros o centímetros de la mira. Por otra parte puede ocurrir que el terreno tenga fuerte pendiente y, desde la estación donde está el nivel de anteojo, la visual horizontal dirigida a la mira no bisecte a ésta, o pase por encima de la misma. Cuando los puntos cuyo desnivel se desea hallar están situados a gran distancia, es imposible la nivelación simple (una sola estación), debiéndose



<sup>1</sup> F. Dominguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada

efectuar varias estaciones. Han de tomarse una serie de puntos intermedios, obteniéndose el desnivel entre cada dos consecutivos, recorriendo el itinerario a partir de uno de sus extremos; lo que recibe el nombre de nivelación geométrica compuesta. El método más usado para calcular los desniveles parciales es el del punto medio, que con una sola estación elimina los errores instrumentales.

Supongamos sean A y B los puntos a nivelar y para ello colocaremos una mira en el punto A, se hace estación con el nivel de anteojo en un punto  $E_1$ , tal que la distancia a la mira ubicada en A (punto fijo de cota conocida) sea compatible con una buena lectura en la mira (ya sea para leer centímetros o milímetros



según la naturaleza del trabajo), no siendo más de 100 pasos (80 m) si operásemos a la máxima distancia de nivelada. En  $E_1$  se lee  $L_{Aat}$  (llamada lectura atrás).

A continuación, el portamira se desplaza a otro punto, tal como el punto P de modo que la distancia  $PE_1$  sea aproximadamente igual a  $AE_1$  (para eliminar errores, según ya se vio en nivelación simple) siendo indispensable utilizar el zócalo de hierro (sapo) en P de que van acompañando a las miras alimétricas. Se efectúa la lectura  $L_{Pad}$  (llamada lectura adelante). Luego el operador levanta el nivel de  $E_1$  y lo lleva a otro punto  $E_2$  (segunda estación) y se repite el procedimiento ya explicado en la estación  $E_1$ . Se obtiene la lectura atrás  $L_{Pat}$  y la lectura adelante  $L_{Qad}$  y luego se hace estación en  $E_3$ , y se continúa de igual manera hasta terminar.

Los puntos P y Q se denominan puntos de cambio o **puntos de paso**.

Si operásemos con un segundo portamiras, desde  $E_1$  cuenta otros cien pasos, hacia adelante, colocando la mira en P sobre su zócalo respectivo. Comenzaremos por hacer la lectura de A atrás (de espalda), anotándola en un registro y haremos señales al portamira para que avance mientras se hace la lectura adelante a P (de frente).

El portamira de P permanecerá en su sitio y hará girar su mira sobre el pivote, sin levantarla del zócalo (sapo), mientras el portamira (mirero) que antes estaba en A cuenta otros 100 pasos a partir de P, dejando señalado  $E_2$  segundo punto para estacionar, y sigue otros 100 pasos hacia delante, colocándose en Q. Nuevamente estacionado el nivel en  $E_2$  haremos las lecturas de P y Q, correspondiéndole ahora al portamira de P contar los 100 pasos a partir de Q y otros 100 pasos más para materializar  $E_3$  y seguir y situarse en B, y así sucesivamente.

Un itinerario altimétrico, lo mismo que uno planímetro, nunca debe dejarse “colgado”; si lo que se pretende, por ejemplo, es dar cota al punto B, una vez que se ha llegado a él, será preciso continuar el itinerario en sentido contrario, hasta alcanzar el origen A.

En este caso la suma de los desniveles parciales deberá ser igual a cero; rara vez ocurrirá esto y la diferencia, denominada error de cierre, deberá ser inferior a la tolerancia que se establezca, que después aprenderemos a calcular.

También puede tener por objeto el itinerario altimétrico dar cota a una serie de puntos, que con anterioridad se hayan levantado planimétricamente, partiendo de un punto A de cota conocida y terminando en otro B que también la tenga determinada.

Es muy importante y bien comprobado por la experiencia, que las longitudes de nivelada sean aproximadamente iguales; de este modo los errores accidentales se compensan mejor y operando con cuidado es frecuente cerrar, con pocos milímetros de diferencia, itinerarios de varios kilómetros de longitud, aun con niveles corrientes, superando en mucho a las tolerancias que generalmente se establecen.

### 2.1.1. Cálculo del error de cierre y compensación.<sup>2</sup>

Importa calcular en el mismo campo el error de cierre, para evitar tener que volver a repetir el trabajo, en caso de que luego, en el gabinete, resulte superior a la tolerancia. Para el cálculo del error de cierre no es preciso obtener los desniveles parciales, para luego sumarlos algebraicamente. Llamando, por ejemplo,  $L_{at}$  y  $L_{ad}$  la lectura de mira de atrás (espalda) y de adelante (frente) de la primera estación  $L'_{at}$  y  $L'_{ad}$  de la segunda, etc., tendremos como expresión de los desniveles parciales:

$$\Delta H_{AP} = L_{at} - L_{ad}$$

$$\Delta H_{PQ} = L'_{at} - L'_{ad}$$

.....

y sumando miembro a miembro:

$$\Delta H_{AB} = \sum L_{at} - \sum L_{ad}$$

Lo que nos dice que el desnivel total es igual a la suma de las niveladas de atrás menos la suma de las de adelante. Si el itinerario fuese cerrado esta diferencia nos dará el error de cierre y, si es encuadrado, obtendremos este por diferencia entre el desnivel, ahora hallado, y el previamente conocido.

Cerciorados de que el error de cierre es tolerable, ha de procederse en el gabinete a su compensación, que generalmente se hace repartiéndole a partes iguales, entre los desniveles parciales. Mas lógico sería distribuirle proporcionalmente a las longitudes de nivelada, pero como estas suelen ser sensiblemente iguales y el error de cierre es siempre pequeño, no hay inconveniente en hacerlo por el primer procedimiento, que es el usualmente seguido.

### 2.1.2. Error kilométrico.<sup>3</sup>

<sup>2</sup> F. Dominguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada

<sup>3</sup> F. Dominguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada

Suele establecerse la tolerancia en el cierre de un itinerario, en función del denominado error kilométrico, expresado en milímetros y del número de kilómetros del itinerario, por la fórmula:

$$e < e_k \sqrt{K}$$

Obtendremos, por tanto, **el error kilométrico** de un trabajo **dividiendo el error de cierre, expresado en milímetros, por la raíz cuadrada de la longitud del itinerario, expresada en kilómetros**. Para que una nivelación pueda calificarse como de precisión se exige que el error kilométrico no sea superior a **7 milímetros**.

Para fijar la tolerancia en el cierre ha de calcularse el error kilométrico admisible en función del instrumento con que se opera y de la distancia de nivelada a que se trabaje.

Supóngase, por ejemplo, que pretendemos hallar la tolerancia en el cierre de un itinerario altimétrico con niveladas de 80 metros, utilizando un nivel de 30" de sensibilidad, con anteojo de 20 aumentos.

El error accidental de nivelada depende del error de horizontalidad cometido al estacionar el instrumento, que hará que la burbuja no esté exactamente calada, y del error de puntería, que se traduce en una imperfecta evaluación de los milímetros en la lectura de mira. El primero de los errores provocará una desviación del eje de colimación.

expresada por  $\epsilon_h < \frac{1}{3} s''$ , o sea, en este caso:

$$\epsilon_b < \frac{30}{3} = 10'' .$$

El error de puntería provoca otro error en la visual expresado por la fórmula

$$\epsilon_p < \frac{50''}{A} \left( 1 + \frac{4 A}{100} \right) \text{ (pág. 202), que en el nivel de 20 aumentos será:}$$

$$\epsilon_p < 4''5 .$$

La desviación del eje de colimación, expresada en segundos, como consecuencia de la acumulación de los dos errores accidentales de horizontalidad y de puntería viene dada por la expresión:

$$e''_n < \sqrt{\epsilon_b^2 + \epsilon_p^2} = \sqrt{10^2 + 4,5^2} = 11'' .$$

Estos 11" se traducirán en un error de lectura en la mira a la distancia de 80 metros de:

$$e_n < \frac{11}{206265} 80.000 = 4,5 \text{ mm.}$$

Estos errores accidentales, variables de una a otra visual, se compensarán en parte, y en 13 niveladas que hemos de hacer en un kilómetro admitiremos como error máximo:

$$e_K < 4,5 \sqrt{13} = 16,2 \text{ mm.}$$

Tomando, por tanto, como máximo error kilométrico 16 milímetros, fijaremos como tolerancia en el cierre:

$$c < 16 \text{ mm. } \sqrt{K}$$

**Cálculo de la longitud máxima de nivelada.**— Con frecuencia ha de hacerse un trabajo de una precisión determinada; por ejemplo, el replanteo de una acequia de riego, que si está mal hecho dará por resultado una variación del caudal de agua previsto; por ello será preciso calcular la longitud máxima de nivelada, según las características del instrumento de que dispongamos.

Supóngase que con el nivel del ejemplo anterior se nos exige hacer una nivelación de precisión con error kilométrico  $e_K$  menor de 7 milímetros.

Hemos calculado el error accidental en  $11''$  y procediendo ahora a la inversa, designando por  $l$  la longitud máxima de nivelación expresada en metros, tendremos:

$$e_K < \frac{11''}{206265} \cdot 1000 l \sqrt{\frac{1000}{l}}$$

de donde despejando  $l$  y dando a  $e_K$  el valor de 7 milímetros:

$$l < \frac{7^2 \times 206265^2}{11^2 \times 1000^3} = 17,2 \text{ m ;}$$

como niveladas de sólo 17 metros no son aceptables, deducimos que no es posible lograr la precisión que se nos exige con el instrumento que poseemos.

Admitamos, en cambio, que el nivel, aun siendo de iguales características en cuanto a aumento y sensibilidad, sea de coincidencia de burbuja. Con estos niveles sabemos (pág. 93) que el error de horizontalidad no supera de  $\frac{s}{20}$ , o sea:

$$e_b < \frac{30}{20} = 1''5$$

mientras el error de puntería sigue siendo como en el caso anterior:

$$e_p < 4''5 \quad (1)$$

el error accidental de nivelada será:

$$e''_n < \sqrt{e_b^2 + e_p^2} = \sqrt{22,5} < 5'' ;$$

aplicando la fórmula anterior, obtendremos la máxima longitud de nivelada:

$$l < \frac{7^2 \times 206265}{5^2 \times 1000^3} = 83 \text{ m.}$$

Con este nivel, sin más variación que ser de línea y de coincidencia de burbuja, podremos efectuar nivelaciones de precisión con la misma longitud de nivelada de 100 pasos, que antes se utilizaba para nivelaciones corrientes.



### 2.1.3. Tolerancia<sup>4</sup>

Todo itinerario de nivelación deberá ser verificado volviendo al punto de arranque (ida y vuelta) o vinculándolo u otro punto fijo de cota conocida.

En el primer caso debe cumplirse que la cota recalculada del punto de arranque debe ser igual al de la cota de partida. En el segundo caso, la cota calculada del punto fijo al que se arriba debe coincidir con la verdadera cota del mismo. Si esto no se cumple estamos en presencia de un error de cierre. Como todo error, debe ser comparado con la **tolerancia (error máximo admitido)**.

- Si el error es menor o igual a la tolerancia,  $e \leq T$ , la nivelación se considera válida y el error se debe **compensar**,
- caso contrario si  $e > T$  se debe **repetir nuevamente la nivelación**.

La tolerancia altimétrica T viene dada por la expresión

$$T \text{ (mm)} = \pm m \cdot (D \text{ [Km]})^{1/2}$$

Donde **D** es la distancia total recorrida expresada en Kilómetros.

El coeficiente m toma valores entre **10 y 30**.

Tomando estos valores la unidad de T estará dada en milímetros.  $T = [\text{mm}]$

Debe aclararse que D se calcula por estadimetría y no uniendo con cinta.

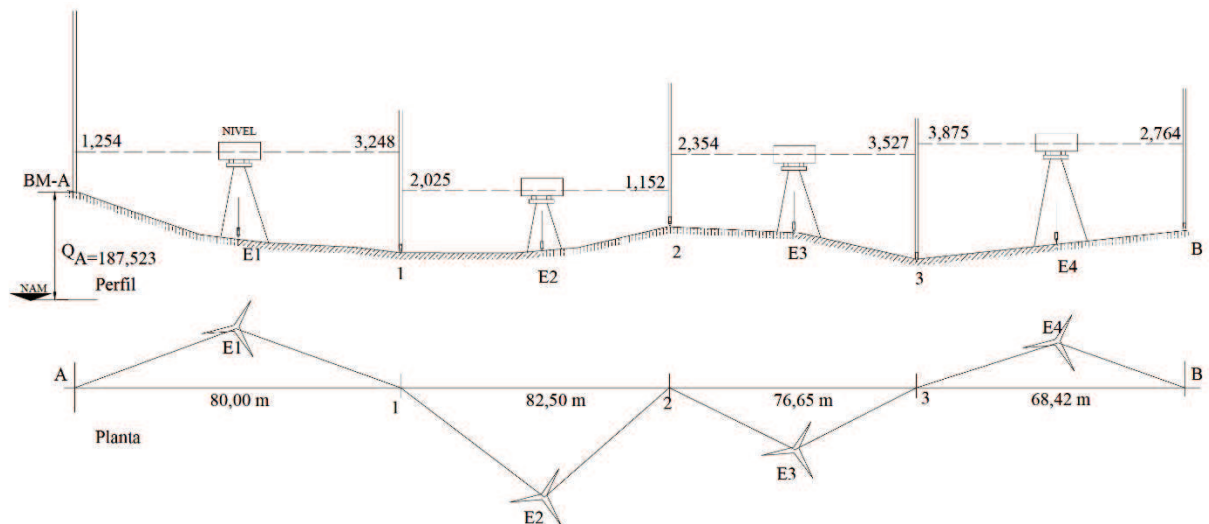
Recordar que

$$d = (hs - hi) \times 100$$

la suma de las distancias parciales d nos dará la distancia D total del recorrido.

### 2.1.4. Ejemplo de nivelación geométrica

Calcule las cotas de los puntos de la nivelación representada en la figura.



Solución:

Se han representado esquemáticamente el perfil y la planta de la nivelación a fin de recalcar que no es necesario que las estaciones estén dentro de la alineación, ya que lo importante es que estén equidistantes a los puntos de mira, a fin de eliminar el error de inclinación del eje de colimación, curvatura y refracción.

<sup>4</sup> Teorico-practico-Topografia-G0450-moduloII.UNLP

En la tabla siguiente se resume el proceso de cálculo de la nivelación propuesta. En la columna 1 identifica los puntos de estación, la columna 2 los puntos de ubicación de la mira, las columnas 3 y 4 las lecturas atrás y adelante en los puntos de cambio; en la columna 5 se han calculado los desniveles parciales

1	2	3	4	5	6
Est.	PV	L <sub>AT</sub>	L <sub>AD</sub>	Δp	Cotas
E1	A	1,254	3,248	-1,994	187,523
	1				185,529
E2	1	2,025	1,152	+0,873	185,529
	2				186,402
E3	2	2,354	3,527	-1,173	186,402
	3				185,229
E4	3	3,875	2,764	+1,111	185,229
	B				186,340
Σ		9,508	10,691	-1,183	
Dif.		-1,183			

Control

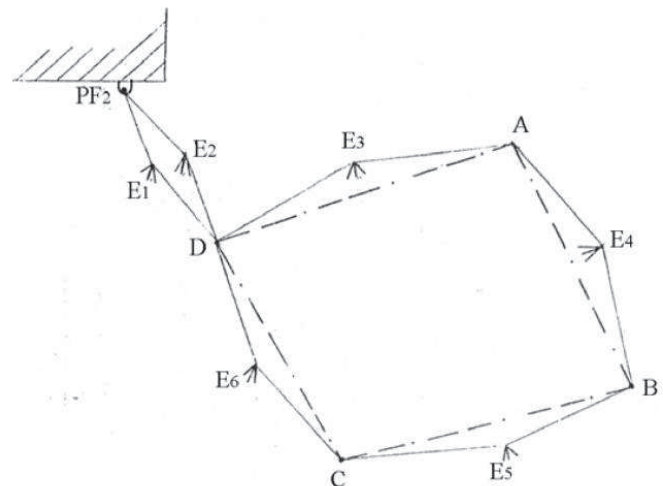
$$\Delta p = L_{AT} - L$$

Columna 6 se calculan las cotas de los puntos restantes a partir de la cota del punto conocido (A) y los desniveles parciales.

Como control, la suma de las lecturas atrás (columna 3) menos la suma de las lecturas adelante (columna 4) debe ser igual a la suma de los desniveles parciales (columna 5).

### 2.1.5. Otro ejemplo de nivelación geométrica. Planilla de registro

Para orden y facilidad del cálculo se adoptan planillas en las cuales se consignan las lecturas realizadas. En el siguiente ejemplo se ve cómo resolver primeramente una planilla que permite transportar la cota de un punto fijo PF de cota conocida a un punto A, vértice de un polígono. Paso seguido, se resuelve una segunda planilla de donde se obtienen las cotas de los vértices restantes del polígono.



A continuación se resuelven dichas planillas con un ejemplo numérico como guía:

EST.	P, V.	DIST.	LECTURAS DE MIRAS				DESNIVEL ± ΔZ	COTA PROVISORIA	CALCULO DE DIRECCIONES		COTA DEFINITIVA
			ATRÁS		ADELANTE				Dist. Acum.	Corr. (mm)	
			hs =	hm =	hs =	hm =					
E1	PF2	70,0	0,609	0,959	--	--	0,193	16,211	--	--	16,211
			1,309		--	--					
	D	71,2	--	--	1,152	16,018		141,2	-1,9	16,016	
E2	D	73,1	0,962	1,327	--	--	+0,197	16,215	287,1	-4,0	16,211
			1,693		--	--					
	PF2	72,8	--	--	1,130						

$$D = 287,1$$

$$\Sigma = 0,004 = e$$

$$e = + 4\text{mm T (mm)} = \pm 15 (D [\text{Km}])^{1/2} = \pm 8\text{mm}$$

EST.	P. V.	DIST.	LECTURAS DE MIRAS				DESNIVEL ± ΔZ	COTA PROVISORIA	CALCULO DE DIRECCIONES		COTA DEFINITIVA
			ATRÁS		ADELANTE				Dist. Acum.	Corr. (mm)	
			hs =	hm =	hs =	hm =					
E3	D	32,2	1,610	1,772	--	--	+ 0,565	16,016	--	--	16,016
			1,932		--						
E4	A	33,1	--	--	1,041	1,207	+ 0,749	16,581	65,3	-1,1	16,580
			--		1,372						
E4	A	49,1	1,628	1,873	--	--	+ 0,749	16,330	164,3	-3,0	17,327
			2,119		--						
E5	B	62,9	0,708	1,095	--	--	- 0,631	16,699	289,1	-4,2	16,694
			1,409		--						
E6	C	45,1	0,976	1,201	--	--	- 0,676	16,023	380,2	-7,0	16,016
			1,427		--						
E6	D	46,0	--	--	1,646	1,877	- 0,676	16,023	380,2	-7,0	16,016
			--		2,106						

$$D = 380,2 \qquad \Sigma = 0,007 = e$$

$$T \text{ (mm)} = \pm 15 (D \text{ [Km]})^{1/2} = \pm 9\text{mm} \qquad e = + 7 \text{ mm} \quad e < T$$

En ambas planillas se calcula el error de cierre, este se obtiene sumando algebraicamente los desniveles ± ΔZ. La suma total de los mismos debería dar cero puesto que se vuelve al punto de partida. Si dicha suma no da cero, se está en presencia de un error de cierre “e”. Si el error de cierre resulta ser menor o igual a la tolerancia, se deben compensar las cotas.

Para esta compensación se empleará la expresión:

$$C = -e (\Sigma d) / D$$

Donde Σd = distancia acumulada hasta el punto.

Tener presente el signo, siempre debe cumplirse que la corrección debe tener signo contrario al error.

$$C = -e$$

Sumando esta corrección (con su signo) a la cota provisoria se obtiene la cota definitiva.

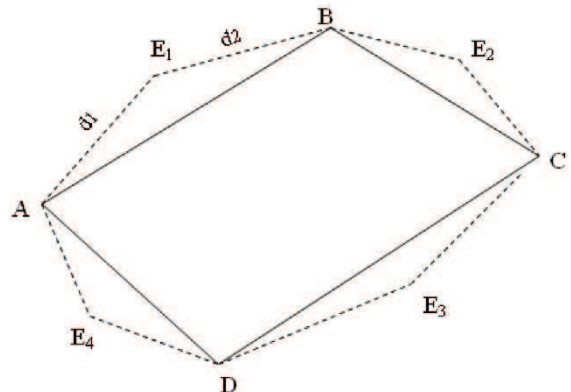
### 2.1.6. Recomendaciones de Orden Práctico

- Como ya se vio anteriormente el punto estación E del nivel debe ubicarse aproximadamente equidistante entre las dos posiciones de mira (atrás y adelante), esto es a los efectos de compensar el posible error de colimación del instrumento. Una pequeña diferencia en la ubicación de dicho punto E no afecta en absoluto la precisión de la nivelación., puesto que aunque exista dicho error de colimación, este resulta insignificante. En la práctica se considera que E debe estar ubicado en un entorno de aproximadamente 5 metros con respecto al centro de la distancia a nivelar. Es por esta razón que para determinar su ubicación la distancia es medida a pasos y no con una cinta.

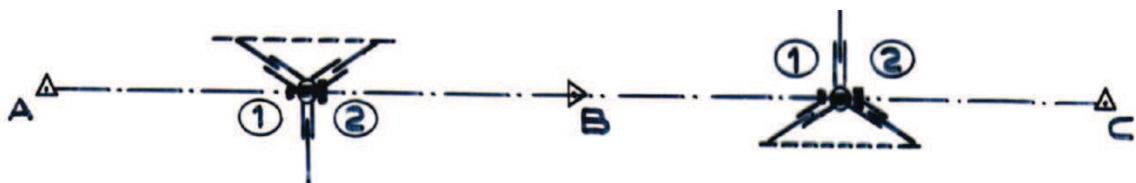
- Otra consideración a tener en cuenta es que el punto E no necesariamente tiene que estar sobre la alineación del lado a nivelar

Las estaciones E pueden estar fuera de los lados y debe cumplirse que las distancias d instrumento-mira difieran entre sí como máximo 5m.

$$d_1 = d_2 \pm 5m$$



- Posición del nivel de anteojo. Se aconseja, cuando esto es posible, colocar la línea que une dos patas del trípode paralela a la visual, pues se puede situar el operador cómodamente en los espacios 1 y 2 sin riesgo de tropezar con el trípode, y además el peso del operador que se transmite al suelo influirá en menor escala sobre la estabilidad del instrumento. Alternando esta posición se atenúan errores sistemáticos debidos al hundimiento del suelo y a su reacción elástica bajo el peso del instrumento y operador.



- Desigualdad de la refracción

Para disminuir los errores provenientes de la desigualdad de la refracción en las visuales atrás y adelante (terreno inclinado) se tratará que las visuales mayores de 25 m de largo disten por lo menos 0,50 m del suelo al bisectar la mira. En visuales más cortas se permite una aproximación de 0,25 m.

- Modo de operar con el nivel

- 1) Se cala el instrumento con el nivel esférico.
- 2) Es necesario ver nítidamente los hilos del retículo y la graduación de la mira. Las dos imágenes deben formarse en el mismo plano para evitar el paralaje. Se enfoca en primer término los hilos del retículo lo mejor posible, actuando sobre el ocular, luego se apunta a la mira y girando el tornillo de la lente analítica de enfoque interno se busca que aparezca bien definida la graduación de ésta.

- 3) Se bisecta la mira con el hilo vertical girando el tornillo de pequeños movimientos horizontales.
- 4) Con el tornillo basculador se hace coincidir los meniscos formando media vista a través de la caja de prismas, o se centra la burbuja simple, según el tipo de nivel.
- 5) Se lee primero el hilo nivelador (hilo medio) con burbuja centrada y se verifica con el promedio de los hilos estadimétricos, apreciando el mm. Terminada la lectura hay que cerciorarse que la burbuja ha permanecido centrada.
- 6) Se repiten las operaciones de 2) a 5) para las visuales que irradian de una misma estación.

Para el registro en campaña se empleará la planilla que figura a continuación:

Nivel Optico: \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_ Operador: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_  
 Desde: \_\_\_\_\_ Hasta: \_\_\_\_\_ Condiciones Atmosf. \_\_\_\_\_ Hoja N° \_\_\_\_\_

ESTACION	PUNTOS VISADOS	DISTANCIAS			LECTURAS DE HILOS DEL NIVEL OPTICO						DESNIVELES		CORRECCION	Δhc CORREGIDO		COTAS DEFINITIVAS (m)	OBSERVACIONES
		EN PASOS	(Hs-Hi) x100 (m)	di (m)	ATRAS		ADELANTE		PUNTOS INTERMEDIOS		ΔH = r - v			+/-	Δhc		
					SUPERIOR	MEDIO r	SUPERIOR	MEDIO v	PV	MEDIO	+	-					
					INFERIOR		INFERIOR										
A	PFI	xxx	xxx	xxx	x,xxx	x,xxx	/										
					x,xxx												
1		xxx	xxx	xxx	/		x,xxx	x,xxx									
					x,xxx												
B		xxx	xxx	xxx	x,xxx	x,xxx	/										
					x,xxx												
2		xxx	xxx	xxx	/		x,xxx	x,xxx									
					x,xxx												
C		xxx	xxx	xxx	x,xxx	x,xxx	/										
					x,xxx												
..	ni	....	....	....	...	....	...	....	...	...	...	...	...	...	...	...	...
J	PFI	xxx	xxx	xxx	x,xxx	x,xxx	/										
					x,xxx												
		Sumas Σdi=		D	Σr =	Σv =			ΣΔh+	ΣΔh-	Σe=0	Σ Δh=					



Para sistematizar y ordenar los cálculos para hallar las cotas es conveniente:

Cálculo del error de cierre y su compensación: Para un itinerario encuadrado o cerrado la discrepancia de la suma algebraica de los desniveles parciales nos dará el error de cierre:

$$\sum_{n=1}^n \Delta h_n = \varepsilon \quad \text{donde} \quad \varepsilon \leq T$$

es decir que si el itinerario es de enlace el error de cierre se obtiene por la diferencia entre el nivel ahora hallado y el previamente conocido:

$$\sum_{n=1}^n \Delta h_n - \Delta H = \varepsilon$$

Una vez que tenemos el error de cierre dentro de la tolerancia establecida, en gabinete se procede a su compensación, a veces, si las longitudes de nivelación son sensiblemente iguales podemos repartirlo en partes iguales entre los desniveles parciales.

En general el error de cierre se reparte proporcionalmente a las longitudes de las niveladas, es decir :

$$\text{si } \varepsilon \leq T$$

la corrección será :

$$c_n = - (\varepsilon / D) \cdot d_n \text{ (mm)}$$

donde :

$D = \sum_{n=1}^n d_n$  : longitud del itinerario en metros.

$d$  = distancia nivelada (tramo) en metros

$\varepsilon$  = error de cierre en mm

$$T = 10 \sqrt{L} \quad \text{donde } L \text{ se expresa en km y } T \text{ en mm (Niv. de 2do Orden)}$$

$$T = 30 \sqrt{L} \quad \text{donde } L \text{ se expresa en km y } T \text{ en mm (Niv. de 3er Orden)}$$

$$\Delta H = H_B - H_A = r_1 - v_1 + r_2 - v_2 + \dots + r_n - v_n = \sum_{n=1}^n r_n - \sum_{n=1}^n v_n \therefore$$

$$H_B = H_A + \sum_{n=1}^n r_n - \sum_{n=1}^n v_n = H_A + \sum_{n=1}^n \Delta h_n$$

En consecuencia, tendremos las siguientes pruebas de cálculo:

$$\sum_{n=1}^n \Delta h_n = \sum_{n=1}^n r_n - \sum_{n=1}^n v_n$$

$$H_A - H_A = \sum_{n=1}^n \Delta h_n$$

Un itinerario altimétrico, lo mismo que el planimétrico, necesita un control de cierre, y así, en nuestro ejemplo, si lo que se pretende es dar cota al punto A, una vez que se ha llegado a él, será preciso efectuar la nivelación de "vuelta", es decir, repetir la operación pero tomando ahora como origen al punto A y repitiendo las operaciones en sentido contrario hasta alcanzar el PFI. En este caso debemos llegar al PFI con la cota  $H_A$ , de la cual hemos partido, pero debido a los inevitables errores, es probable que lleguemos con una discrepancia que se llama error de cierre, que deberá mantenerse menor que la tolerancia establecida.

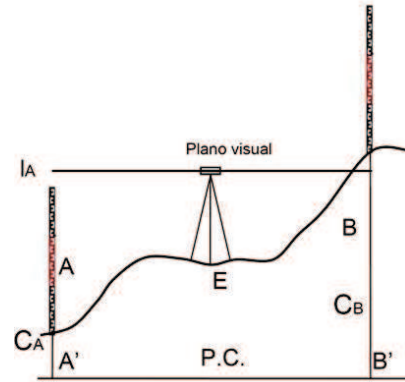
### 2.1.7. Ventajas y desventajas de la nivelación geométrica

- Presenta como principal ventaja que es la más precisa de todas las nivelaciones: siempre que se requiera una buena precisión en el trabajo final deberá recurrirse a este tipo de precisión.



- Presenta como principal desventaja que no es demasiado práctica para ser usada en terrenos quebrados o de fuerte pendiente ya que las visuales se ven limitadas por el suelo o por la longitud de las miras.

- Visual limitada por el relieve y restricción dada por el largo de mira



## 2.2. NIVELACION COMPUESTA DE ESTACIONES DOBLES Y SENCILLA<sup>5</sup>

Cuando pretendamos hallar la altura de un punto sobre el nivel del mar, para que sirva de origen a un levantamiento, habrá de partirse del punto fijo oficial más próximo de las nivelaciones de precisión de altitud conocida, desde la que arrastraremos la cota hasta el origen de nuestro levantamiento, en la forma indicada, con un itinerario de ida y vuelta.

Lo mismo ocurre cuando pretendamos nivelar una línea cuyos puntos intermedios hayan de servir de apoyo a nivelaciones posteriores que, como en el caso anterior, habrá de nivelarse dos veces en sentidos contrarios. Las líneas así levantadas se llaman de **doble nivelación**, y para nivelarlas se dejarán señales permanentes en puntos intermedios, por ejemplo, grabadas en muros o roca o pernos empotrados, puentes, alcantarillas, etc., distanciadas unas de otras de uno a dos kilómetros, con objeto de que sirvan tanto para el itinerario de ida como al de vuelta, de modo de formar **anillos o malla** en la doble nivelación.

Se tiene así una comprobación del cierre, **anillo por anillo**, y otra en el total de la ida y de la vuelta, podrá ocurrir que cerrando bien el conjunto de un itinerario, exceda de la tolerancia alguno de los anillos y se compensen sus errores, lo que demuestra la necesidad de la comprobación parcial, debiendo repetirse los anillos cuyo cierre sea defectuoso hasta eliminar las discordancias.

También podrá ocurrir que cerrando bien los anillos no cierre el conjunto, lo que ocurrirá siempre que los errores sean preponderantemente positivos o negativos, indicio de haberse deslizado algún error sistemático. Si repetidos los anillos de mayor discordancia, siguiera sin cerrar el conjunto de la doble nivelación, será preciso repetirla totalmente.

En un itinerario cerrado, o encuadrado entre dos cotas conocidas, si no es de extremada precisión, bastara nivelarle una sola vez, y la nivelación en este caso se denomina **sencilla**.

## 2.3. NIVELACION COMPUESTA DE ESTACIONES DOBLES

<sup>5</sup> F. Domínguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada



Es este un método poco recomendable y no es sino el mismo anterior abreviado. Consiste, como en el caso general, en estacionar entre los dos primeros puntos, a igual distancia aproximada de uno y otro, y una vez halladas las lecturas de las miras colocadas en A y B sin mover éstas trasladar uno o dos pasos el trípode y estacionar de nuevo, haciendo una segunda observación, continuando el itinerario en igual forma a la ya estudiada, pero haciendo dos estaciones en cada tramo, en vez de una, hasta llegar al último punto.

Equivale este método a efectuar simultáneamente la ida y el regreso de la doble nivelación, como si se hubiese colocado la mira en los mismos puntos a la ida que a la vuelta, empezando el itinerario de regreso por el final.

Como cotas parciales hallaremos el promedio de las dos halladas en cada tramo y como error de cierre la suma algebraica de las diferencias obtenidas para cada dos puntos.

El desnivel hallado por este método equivale a corregir el de la primera o segunda nivelación en la mitad del error de cierre total.

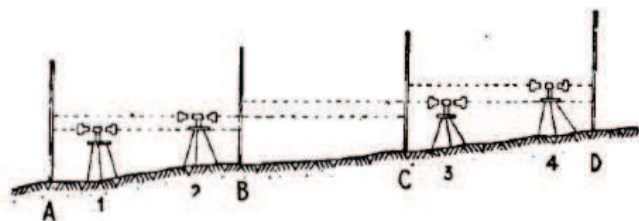
Lo mismo ocurrirá por el rentado ordinario, ya que al repartir el error total entre los ejes a partes iguales y tener el mismo número la ida y el regreso, la corrección será la mitad del error total de cierre, llegando consecuentemente al mismo resultado calculado antes.

Tiene la ventaja el método de dobles estaciones, aparte de su rapidez, ya que se recorre el camino una sola vez, de que van comprobándose los resultados en cada eje; pero tiene, en cambio, el grave inconveniente de que al no mover las miras en las observaciones, cualquier error en su colocación, o en su verticalidad, que influya en la primera lectura, puede influir también en la segunda, compensándose peor los errores accidentales, lo que se traduce en una mayor discordancia en el cierre total.

#### 2.4. NIVELACION COMPUESTA DE ESTACIONES EQUIDISTANTES.<sup>6</sup>

Fue ideado este método por Porro. Es una aplicación a la nivelación compuesta, del método de estaciones equidistantes de las miras, estudiado en la nivelación simple, utilizando cada estación para dos ejes consecutivos.

Para la nivelación del primer eje AB estacionaremos en 1 y en 2 equidistantes de A y de B; la estación 2 se utilizará también para nivelar el eje BC en relación con la estación 3 exterior al eje a igual distancia de C que lo estaba 2 de B, estableciendo, de este modo, dos estaciones equidistantes en ejes alternos.



Por tanto, desde la estación extrema 1 solo se dirigirán visuales a A y a B, mientras en la 2, además de visar a A y a B se leerá la mira C, como igualmente desde 3 se harán





punterías a B, C y D, y así sucesivamente hasta llegar al último punto 4, desde el que lo visaremos a C y D.

Vemos que el número de estaciones es igual al de ejes más uno, y que desde cada estación habrá que hacer tres lecturas, salvo en los extremos que solo precisan dos.

El número de ejes, por este método, es aproximadamente doble del que correspondería a una nivelación sencilla, ya que la máxima longitud de nivelada no ha de superar a los cien pasos, según sabemos; en cambio, tiene la ventaja, de comprobar los desniveles parciales; el número de estaciones será, por tanto, similar al del de estaciones dobles, con cuyo método puede equipararse en cuanto a precisión, pero con la desventaja de que en cada estación han de dirigirse tres visuales en vez de dos.

Por estas causas no se emplea en Argentina el método de estaciones equidistantes como nivelación compuesta, utilizándose tan solo el del punto medio, tanto en nivelaciones dobles como sencillas.

### 3. APLICACIONES DE LA NIVELACIÓN GEOMÉTRICA

Dentro de esta nivelación se pueden realizar tres modalidades de trabajo:

- Nivelación de puntos: es el transporte de cotas, donde como ya se vio, se determina la cota de ciertos puntos del terreno que luego servirán de apoyo a otros trabajos de nivelación.
- Nivelación de Líneas: A este tipo de levantamientos se los denomina perfiles y es posible conocer el relieve del terreno a lo largo de toda una alineación.
- Nivelación de Áreas: aquí el objetivo es conocer el relieve de toda una superficie de terreno. A este tipo de levantamiento de lo denomina **nivelación areal**.