ALGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA.

Unidad nº3: Sistemas de Ecuaciones e Inecuaciones Lineales.

Contenidos.

- Ecuaciones Lineales. Sistemas de Ecuaciones Lineales: Clasificación. Matrices asociadas a un sistema de m ecuaciones con n incógnitas. Teorema Fundamental de Equivalencia. Método de Eliminación de Gauss. Teorema de Cramer. Regla de Cramer. Teorema de Rouché Frobenius Sistemas homogéneos. Inecuaciones Lineales Sistemas de Inecuaciones Lineales. Interpretación geométrica: Lugar geométrico. Ecuación de un conjunto de puntos. Ecuación de la unión o reunión de dos conjuntos de puntos. Ecuación de la intersección de dos conjuntos de puntos

Lugar Geométrico.

- **Lugar Geométrico**: Es el conjunto de todos los puntos del plano (o del espacio), que verifiquen una o varias propiedades geométricas y sólo ellas.

Ecuación de un conjunto de puntos.

$f(x;y)=0$ es la **Ecuación de un conjunto de puntos C**, si y solo si:

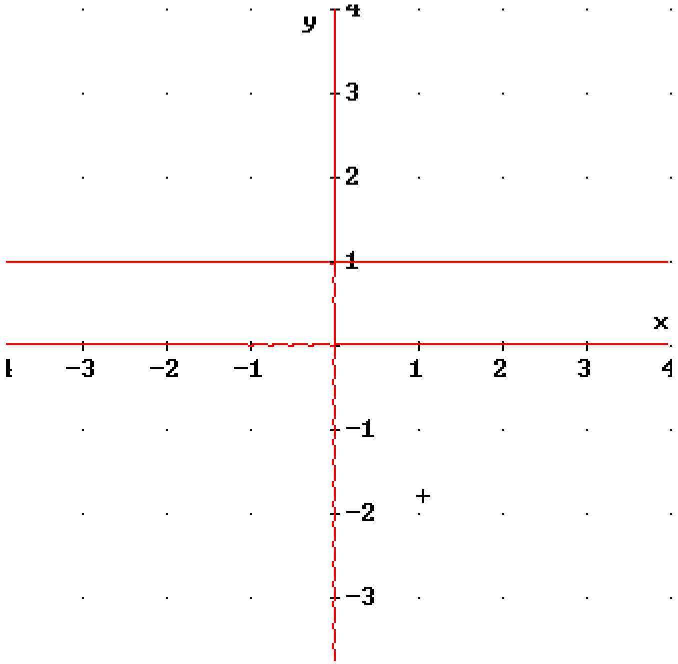
a)Las coordenadas cartesianas de todo punto de C verifican dicha ecuación.

b)Todo punto cuyas coordenadas cartesianas verifican dicha ecuación pertenece al conjunto C

Ejemplo.

- $C = \{ P = (x ; y) / x y^2 - x . y = 0 \}$

$$x \cdot y \cdot (y - 1) = 0$$



Inecuación de un conjunto de puntos .

- $f(x;y) \geq 0$,
- $f(x;y) > 0$,   **Inecuación de un conjunto de**
- $f(x;y) \leq 0$,   **puntos C**, si y solo si:
- $f(x;y) < 0$

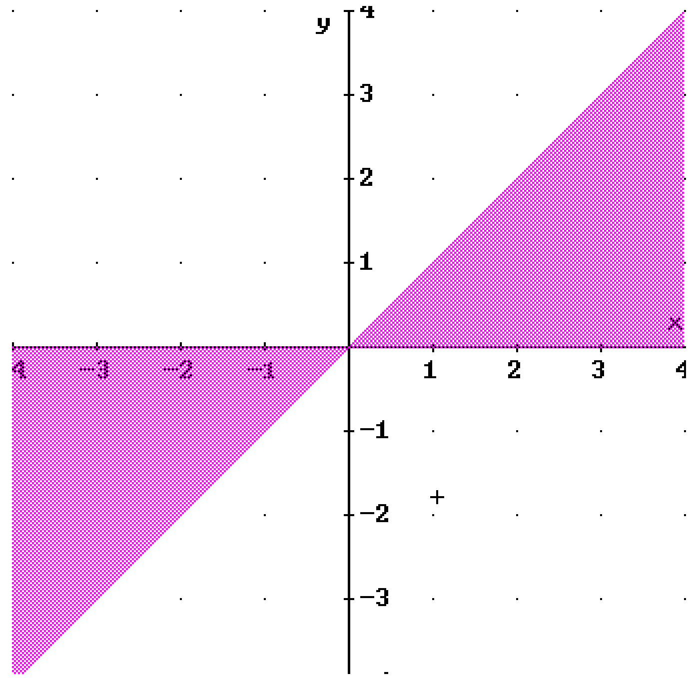
a) las coordenadas cartesianas de todo punto de C verifican dicha inecuación.

b) todo punto cuyas coordenadas cartesianas verifican dicha inecuación pertenece al conjunto C.

EJEMPLO.

$$E = \{ P = (x ; y) / y^2 - \; x\,y \leq 0 \}$$

$$y \cdot (y - x) \leq 0$$



Ecuación Lineal o de Primer Grado.

- Sea (K , +, .) cuerpo.K=Q, K=R, o K =C
- Una ecuación lineal o de primer grado, es una expresión de la forma:

$$a_1 \,.\, x_1 + a_2 \,.\, x_2 + \ldots + a_n \,.\, x_n = b$$

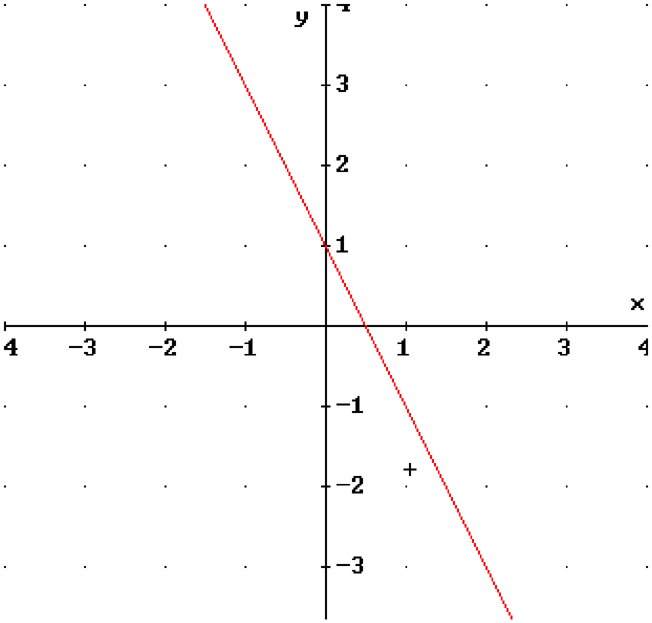
- $a_1, a_2, \ldots, a_n \in K \rightarrow$ *coeficientes de la ecuación* .
- $x_1, x_2, \ldots, x_n \rightarrow$ *variables* o *incógnitas*
- $b \in K \rightarrow$ *término independiente*

Solución de una ecuación.

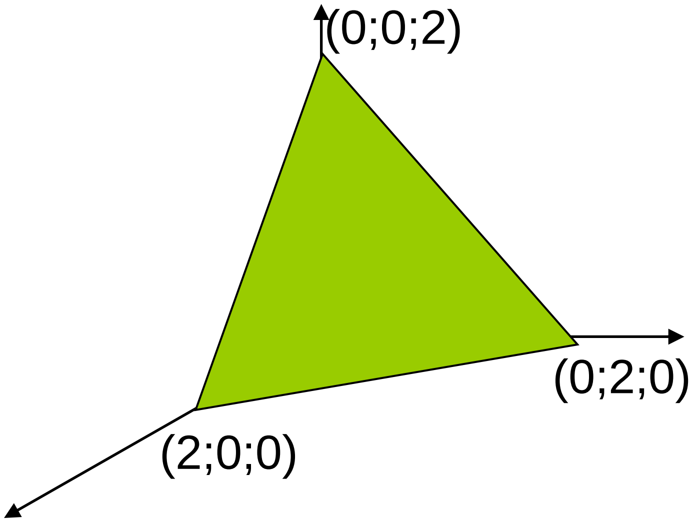
- *Toda n-upla* $(k_1 ; k_2; \ldots; k_n)$ *de* K^n *que reemplazados ordenadamente en lugar de las incógnitas* $x_1 , x_2, \ldots, x_n$ *convierten a la ecuación en una identidad.*

EJEMPLO.

- 2 x+ y=1



- x+y+z=2



Sistemas de Ecuaciones Lineales.

- $m \in N$ → número de ecuaciones.
- $n \in N$ → número de incógnitas.
- a_{ij} → coeficiente la variable incógnita x_j en la i-ésima ecuación.
- i → indica la ecuación a la que pertenece a_{ij} $1 \leq i \leq m$
- j → indica la incógnita de la que a_{ij} es coeficiente. $1 \leq j \leq n$
- b_i → términos independientes.

Notación:

$$
\begin{cases}
a_{11}\,x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\
a_{21}\,x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2\,n}x_n = b_2 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_{m1}\,x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{m\,n}x_n = b_m
\end{cases}
$$

o, abreviadamente

$$
\sum_{j=1}^{n} a_{i\ j} = b_i \;;\; i = 1, 2, \ldots m
$$

Sistema de Ecuaciones Lineales.

Clasificación según su forma.

- $m ; n$
  - $m = n$: **Normal o Cuadrado**
  - $m \neq n$: **No normal o Rectangular**
- b_i
  - $b_i = 0, \forall i$: **Homogéneo**
  - $\exists i, b_i \neq 0$: **No Homogéneo**

Solución de un sistema de ecuaciones lineales.

- *n-upla* $(k_1, k_2, \ldots, k_n)$ *de números del cuerpo K, tal que reemplazando* x_1 *por* k_1 x_2 *por* k_2, *...,* x_n *por* k_n *satisfacen simultáneamente todas las ecuaciones. La n-upla es solución de cada una de las ecuaciones que forman el sistema.*
- La resolución efectiva del sistema de ecuaciones lineales significa determinar el conjunto solución.

Sistemas de Ecuaciones Equivalentes

- Dos sistemas de ecuaciones se dicen *equivalentes*, si ambos tiene el mismo conjunto solución.

  S: conjunto solución.

- Discusión de un sistema de ecuaciones lineales :decidir si es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible

Sistema incompatible.

- Si un sistema de ecuaciones lineales carece de solución, significa que no existe ningún conjunto de n números de K que verifiquen en forma simultánea todas las ecuaciones del sistema.

$$S = \varnothing$$

Sistema compatible.

- Si un sistema tiene solución, se dice que es ***compatible***. $S \neq \varnothing$
- Si la solución es única, un único valor para cada variable, el sistema se denomina ***determinado***.
- Si tiene más de una solución para cada variable, ***indeterminado***.

Sistema de Ecuaciones Lineales.

Clasificación según conjunto solución.

- **No Homogéneo**
  - $\exists$ solución → **Compatible**
    - $\exists!$ solución → **Determinado**
    - Solución múltiple → **Indeterminado**
  - $\nexists$ solución → **Incompatible**
- **Homogéneo**
  - **Compatible**
    - Siempre $\exists$ solución
    - Solución trivial → **Determinado**
    - Solución no trivial → **Indeterminado**

Sistema de Ecuaciones Lineales. Forma Explícita.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Matrices Asociadas a un Sistema de Ecuaciones Lineales.

1) **MATRIZ DE COEFICIENTES O MATRIZ PRINCIPAL DEL SISTEMA.**

$$A = \begin{bmatrix} a_{11}\, a_{12} \ldots\ldots\ldots\ldots a_{1n} \\ a_{21}\, a_{22} \ldots\ldots\ldots\ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}\, a_{m2} \ldots\ldots\ldots\ldots a_{mn} \end{bmatrix}; \qquad A \text{ es de clase } (m \times n)$$

Matriz de las Incógnitas.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x_1} \\ \mathbf{x_2} \\ \mathbf{....} \\ \mathbf{x_n} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{X \text{ es de clase } (n \times 1)}$$

Matriz de los Términos Independientes.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{b_1} \\ \mathbf{b_2} \\ \mathbf{\dots} \\ \mathbf{b_m} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B \text{ es de clase } (m \times 1)}$$

Sistema de Ecuaciones Lineales. FORMA MATRICIAL.

*Dado un sistema de **m** ecuaciones lineales con **n** incógnitas;*
éste se puede escribir matricialmente:

$$A(m \times n) \bullet X(n \times 1) = B(m \times 1)$$

Matriz Principal Ampliada con los Términos Independientes.

$$A' = \left[A \mid B\right] = \begin{bmatrix} a_{11}\, a_{12} \ldots\ldots\ldots a_{1n} & \vdots & b_1 \\ a_{21}\, a_{22} \ldots\ldots\ldots a_{2n} & \vdots & b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots & & \\ a_{m1}\, a_{m2} \ldots\ldots a_{mn} & \vdots & b_m \end{bmatrix};$$

$$A' \text{ es de clase } (m \times (n+1))$$

Ejemplos.

1) Dados los siguientes sistemas de ecuaciones lineales verifique que es posible expresarlos en la forma matricial A.X = B

$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 - 7x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 - x_3 = 7 \\ x_1 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 = -5 \end{cases}$$

2)Escriba en forma explícita el sistema de ecuaciones lineales representado por la matriz ampliada, que se indica en cada caso

$$a)A'=\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & \vdots & 7 \\ 4 & -1 & 5 & \vdots & 4 \\ 6 & 1 & 3 & \vdots & 20 \end{bmatrix};$$

$$b)A'=\begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 & \vdots & 6 \\ 2 & 3 & 2 & \vdots & 4 \end{bmatrix};$$

$$c)A'=\begin{bmatrix} 7 & 2 & \vdots & 1 \\ 3 & 1 & \vdots & 2 \\ 6 & 9 & \vdots & 3 \end{bmatrix}$$

Teorema Fundamental de la Equivalencia.

Si a un sistema expresado en forma matricial se aplican operaciones elementales de filas a ambos miembros de la igualdad, el sistema obtenido y el original admiten el mismo conjunto solución.

Demostrar.

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_n \end{bmatrix}$$ es una solución del sistema

$A \bullet X = B$ si y solo si

es solución del sistema $S \bullet A \bullet X = S \bullet B$.

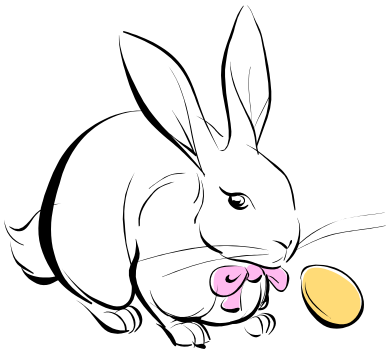
Método de Eliminación de Gauss.

- Consiste en eliminar sucesivamente incógnitas mediante la aplicación reiteraea de tres tipos de operaciones:

  I) Intercambiar dos ecuaciones entre sí.

  II) Reemplazar una ecuación por la que se obtiene multiplicándola por un escalar no nulo.

  III) Reemplazar una ecuación por la que se obtiene sumando a dicha ecuación otra previamente multiplicada por un escalar.



a)Pruebe el Método de Eliminación de Gauss.
b) Clasifique los sistemas de ecuaciones lineales propuestos.
c)Represente gráficamente.
d) Enuncie conclusiones.

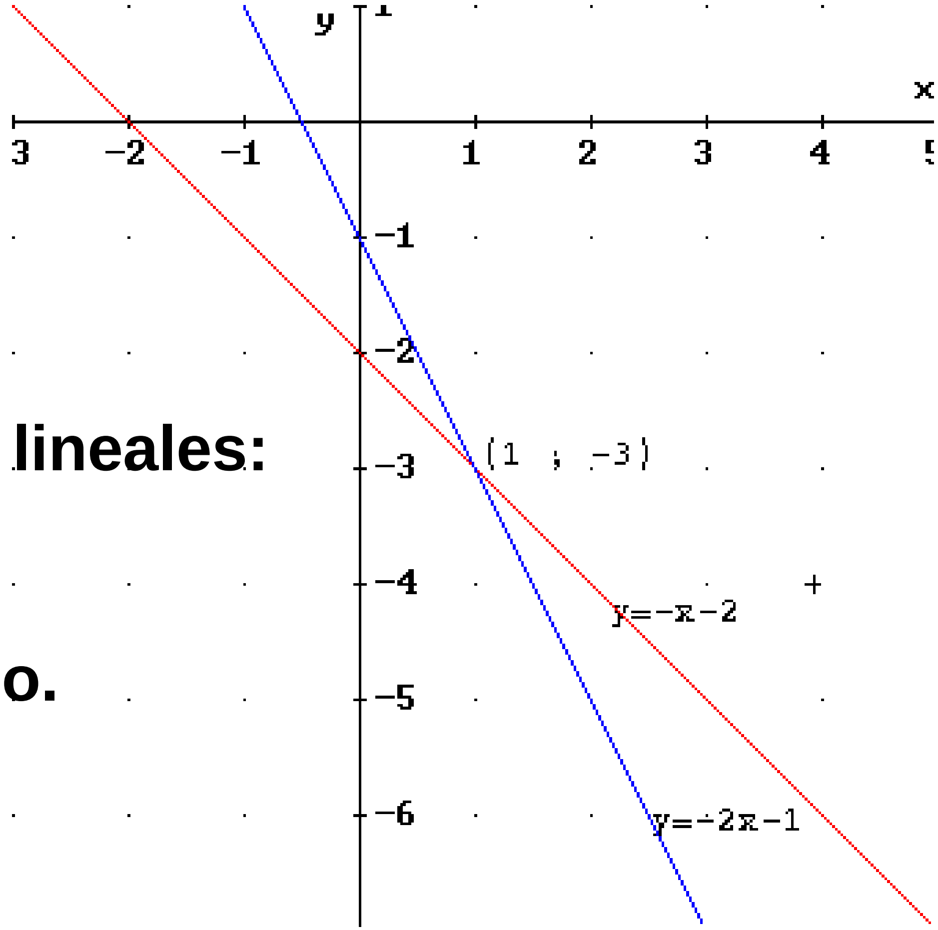
$$\begin{cases} x + y = -2 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + \dfrac{y}{2} = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

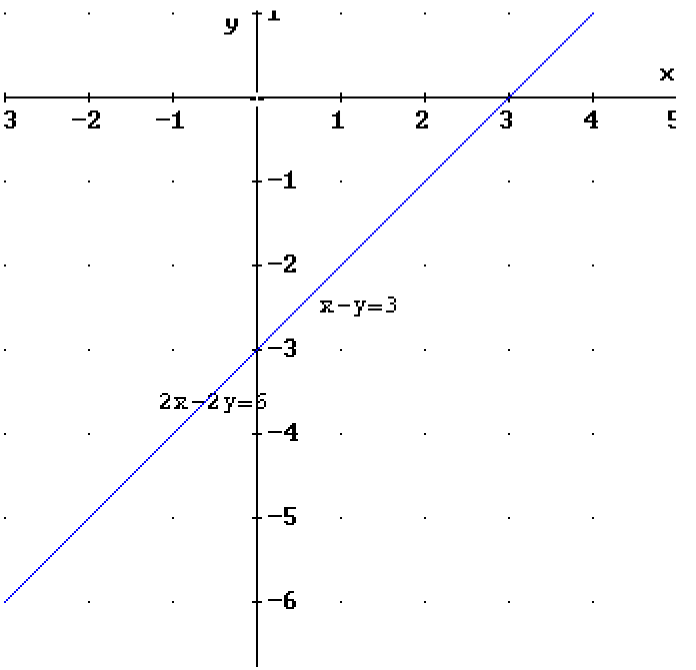
S={(1;-3)}



Sistema de ecuaciones lineales:
No homogéneo
normal
Compatible determinado.

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$$

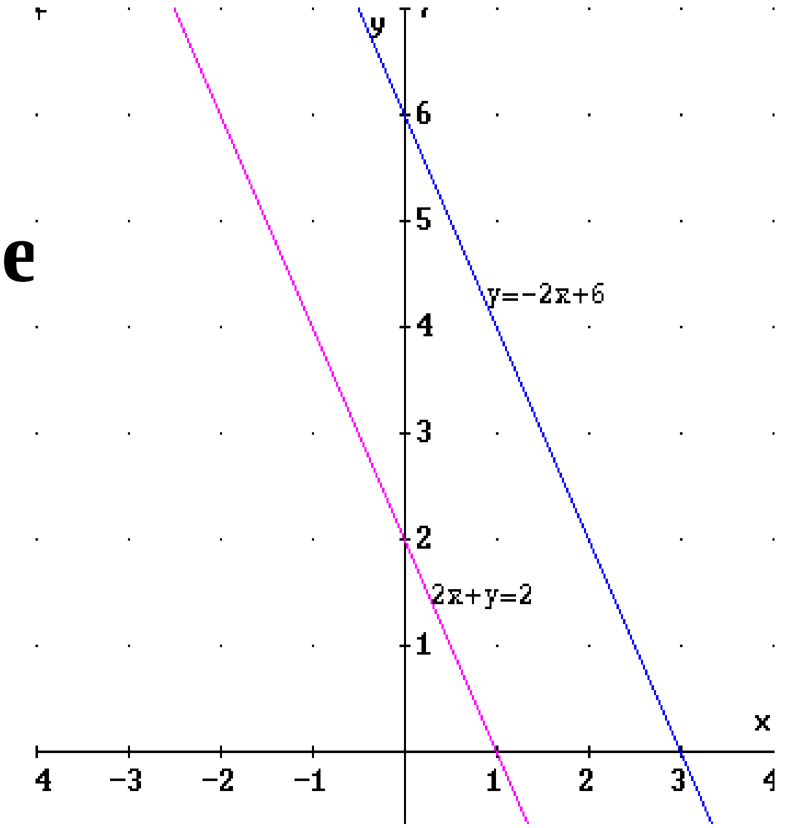
S={(x ; y) ∈ R [2]/ y=x+3}



Sistema de ecuaciones lineales:
No homogéneo
Normal
Compatible Indeterminado.

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + \dfrac{y}{2} = 3 \end{cases}$$

S=∅



Sistema de ecuaciones lineale
No homogéneo;
Normal o cuadrado;
Incompatible.

Conclusiones.

<u>Geométricamente</u>:

A un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

geométricamente se lo representa como dos rectas del plano,

paralelas si el sistema es incompatible,

incidentes en un punto, si el sistema es compatible determinado,

y ***coincidentes*** si el sistema es compatible indeterminado.

Teorema de Cramer.

Si A es una matriz no singular de orden ($n \times n$)
y B es de orden ($n \times 1$),
entonces el sistema de ecuaciones lineales

$$A \bullet X = B$$

admite solución única, es decir, es compatible determinado.

Demuestre el Teorema de Cramer.

- **Pista 1: Escriba la forma matricial de un sistema de ecuaciones lineales.**

- **Pista 2: La matriz principal del sistema es inversible.**

- **Premultiplique ambos miembros por A^{-1}.**

- **$(R^{nxn}, + \, . \,)$ anillo con unidad y divisores de cero.**

Ejemplo: Resuelva aplicando el Teorema de Cramer.

$$\begin{cases} x_1 \qquad\qquad - x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -1 & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \\ -1 & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

✍ Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

$$a)\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y - 2z = -2 \\ -2z - 2x + 4 = y \end{cases};$$

$$b)\begin{cases} x + y + z - w = 1 \\ x - y + z + 2w = 2 \\ 2x + 2z = -w + 3 \\ x + y = 4 - 3z \end{cases}$$

✍ a)

$$a := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & -2 \end{bmatrix} \qquad a^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix} \qquad x = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -4 \\ \frac{7}{2} \end{bmatrix}$$

S={(1/2; -4; 7/2)}

✍ b)

$$a := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{DET}(a) = 0$$

A no es inversible

S= ∅

Regla de Cramer.

Un sistema de n ecuaciones lineales con n incógnitas

do el determinante matriz principal del sistema no nulo, tie

solución única.

El valor de cada incógnita,

se obtiene dividiendo por el determinante del sistema,

el determinante que resulta de sustituir,

la columna que forman los coeficientes de dicha

incógnita por los términos independientes.

$$x_j = \frac{D(C_1\ C_2\ ...B...\ C_n)}{D(A)}$$

Desmuestre la Regla de Cramer.

- Pista 1: Recuerde el Teorema de Cramer. (sistema cuadrado. Matriz principal inversible. Compatible determinado)
- Pista 2: $\exists x_1, x_2, \ldots, x_n$ únicos/$c_1x_1+c_2x_2+\ldots+c_nx_n=B$
- Pista 3: Escriba la matriz principal por columnas.
- Pista 4: Reemplace la columna j por B y aplique la pista 2.
- Pista 5: Aplique propiedades de la función determinante.

✍ Resuelve aplicando la Regla de Cramer.

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 18 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 24 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 4 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

D =det(A)=6≠0

$$D_1 = \begin{vmatrix} 18 & 4 & 6 \\ 24 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 24 \Rightarrow D_1 = 24$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 18 & 6 \\ 4 & 24 & 6 \\ 3 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -12 \Rightarrow D_2 = -12$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 18 \\ 4 & 5 & 24 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 18 \Rightarrow D_3 = 18$$

Conjunto Solución.

$$x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{24}{6} \Rightarrow x_1 = 4$$

$$x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{-12}{6} \Rightarrow x_2 = -2$$

$$x_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{18}{6} \Rightarrow x_3 = 3$$

S={(4;-2;3)}

Teorema de Rouche-Frobenius.

"Un sistema de ecuaciones lineales es compatible si y solo si la matriz de coeficientes y la matriz ampliada con los términos independientes tienen igual rango."

$A \bullet X = B$ es compatible $\Leftrightarrow r(A) = r(A')$

$$\mathbf{S \neq \varnothing \Leftrightarrow r(A) = r(A')}$$

Consecuencias.

S:conjunto solución del sistema de ecuaciones lineales A• X = B .

- ***Incompatible:***

  rango de la matriz de coeficientes y de la matriz ampliada con la columna de los términos independientes, son distintos.

- $S=\varnothing \Leftrightarrow r(A) \neq r(A')$

- ***Compatible Determinado***

  $r(A) = r(A')=n$

- ***Compatible Indeterminado***

  $r(A) = r(A')= r < n.$

  $r(A)=r \rightarrow$ Número de variables principales.

  $n - r \rightarrow$ Número de variables secundarias

✍ Clasifica y resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

$$a)\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

$$b)\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 18 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 24 \\ 2x_1 + 7x_2 + 12x_3 = 30 \end{cases}$$

$$c)\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = -3 \\ x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$$

Respuesta: a)

$$A' = \left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & -3 \end{array}\right] \xrightarrow[\ldots+\ldots\to\ldots]{\ldots+\ldots\to\ldots} \left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & -5 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow[\ldots+\ldots\to\ldots]{\ldots+\ldots\to\ldots} \left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -9 & -18 \\ 0 & 1 & -2 & -5 \end{array}\right] \xrightarrow[(\ldots)\ldots\to\ldots]{\ldots\leftrightarrow\ldots} \left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & -2 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow[\ldots+\ldots\to\ldots]{\ldots+\ldots\to\ldots} \left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right]$$

$\boxed{S=\{(1;-1;2)\}}$

r=3 r´=3

n=3

Sistema compatible determinado.

b)

$$A' = \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 6 & 18 \\ 4 & 5 & 6 & 24 \\ 2 & 7 & 12 & 30 \end{array}\right] \xrightarrow{(\ldots)\ldots\rightarrow\ldots} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & 24 \\ 2 & 7 & 12 & 30 \end{array}\right] \xrightarrow[\ldots+\ldots\rightarrow\ldots]{\ldots+\ldots\rightarrow\ldots} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & -3 & -6 & -12 \\ 0 & 3 & 6 & 12 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{(\ldots)\ldots\rightarrow\ldots} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 6 & 12 \end{array}\right] \xrightarrow[\ldots+\ldots\rightarrow\ldots]{\ldots+\ldots\rightarrow\ldots} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \qquad \begin{cases} x_1 - x_3 = 1 \\ x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

r=2 r´=2 n=3 **Sistema compatible indeterminado.**

2 Variables principales.(3 - 2) variables secundarias.

$$S=\{(x_1;x_2;x_3)\in R^3 / x_1=1+x_3;\ x_2=4-2x_3;\ x_3\in R\}$$

c)

$$A'=\begin{bmatrix}1 & 1 & -1 & \vdots & 1\\ 1 & -1 & 3 & \vdots & -3\\ 1 & 0 & 1 & \vdots & 1\end{bmatrix}\xrightarrow[\ldots+\ldots\rightarrow\ldots]{\ldots+\ldots\rightarrow\ldots}\begin{bmatrix}1 & 1 & -1 & \vdots & 1\\ 0 & -2 & 4 & \vdots & -4\\ 0 & -1 & 2 & \vdots & 0\end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[\ldots+\ldots\rightarrow\ldots]{\ldots+\ldots\rightarrow\ldots}\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & \vdots & 1\\ 0 & 0 & 0 & \vdots & -4\\ 0 & -1 & 2 & \vdots & 0\end{bmatrix}\xrightarrow[\ldots+\ldots\rightarrow\ldots]{\ldots\leftrightarrow\ldots}\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & \vdots & 1\\ 0 & 1 & -2 & \vdots & 0\\ 0 & 0 & 0 & \vdots & -4\end{bmatrix}$$

r=2 r´=3 **Sistema Incompatible**

S=∅

Sistemas Homogéneos.

- $\mathbf{A \bullet X = 0}$

- $A \in K^{m \times n}$, $0 \in K^{m\times 1}$, $X \in K^{n \times 1}$.
- Este sistema es **siempre compatible, siempre tiene solución.**
- ***r* = n** ⇒ **existe una única solución** ⇒ **S={0}**
- solución del sistema **: trivial.**
- ***r<n*** ⇒ el sistema es **indeterminado**

Sistemas Homogéneos Cuadrados.

Si $\mathbf{A \bullet X = 0}$, $A \in K^{n \times n}$. **Propiedad.**

Determinado:

- $r(A)=n$.
- $D(A)\neq 0$.
- Solución trivial.

Indeterminado:

- $r(A)<n$.
- $D(A)=0$.
- Solución múltiple.

✍ Determine, si existen, los valores de m∈R, tales que:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+y+mz=-1 \\ mx+y+z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathrm{x}+\mathrm{y}+\mathrm{z}=0 \\ \mathrm{x}+\mathrm{y}+\mathrm{mz}=0 \\ \mathrm{mx}+\mathrm{y}+\mathrm{z}=0 \end{cases}$$

sea: a) compatible determinado.

b) compatible indeterminado.

c) incompatible.

Inecuaciones lineales o de primer grado.

- $a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \ldots + a_n \cdot x_n < b$
- $a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \ldots + a_n \cdot x_n > b$
- $a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \ldots + a_n \cdot x_n \leq b$
- $a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \ldots + a_n \cdot x_n \geq b$

$a_1, a_2, \ldots, a_n \in K$ $\rightarrow$ *coeficientes de la ecuación* .

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ $\rightarrow$ *variables* o *incógnitas*

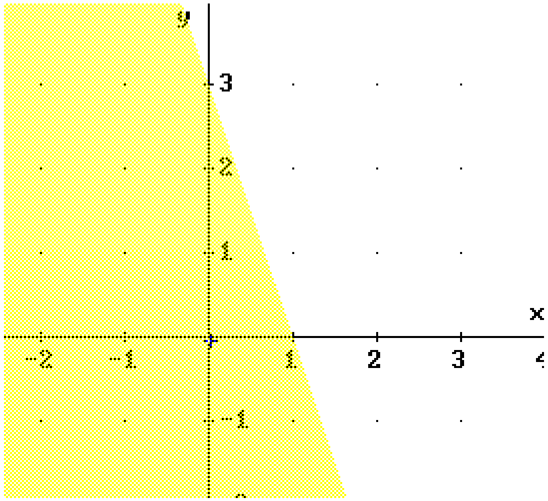
$b \in K$ $\rightarrow$ *término independiente*

Solución de una inecuación.

- *Toda n-upla (k_1 ; k_2; ...; k_n) de números de K, que reemplazados ordenadamente en lugar de las incógnitas x_1 , x_2, ..., x_n , convierten a la inecuación en una desigualdad numérica del sentido indicado.*
- *k_1 ; k_2; ...; k_n satisfacen la inecuación."*

Ejemplo.

$3x+y \leq 3$



$-x+y > 2$