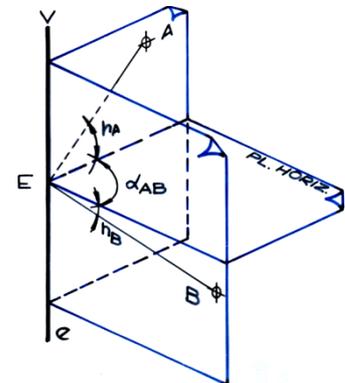


TEMA 6 – MEDICIÓN ANGULAR

1. GONIÓMETROS

Cualquier trabajo topográfico de alguna precisión requiere la presencia y utilización de instrumentos capaces de **medir ángulos**.

Goniómetro es todo instrumento capaz de medir el ángulo formado por dos visuales. Dicho ángulo puede estar en un plano horizontal y se denominará **ángulo acimutal o azimutal** (α_{AB}) o en un plano vertical, denominándose **ángulo cenital** si el lado origen de graduación es la línea cenit-nadir del punto de estación (vertical del lugar); o **ángulo de altura** (h_A o h_B) si dicho lado es la línea horizontal del plano vertical indicado, que pasa por el punto de vista o de puntería.



2. MEDICIÓN DE ÁNGULO CON BRUJULA

2.1. INTRODUCCION.

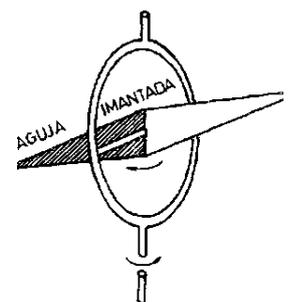
La brújula la han empleado los navegantes y otras personas durante muchos siglos para determinar direcciones. Antes de la invención del teodolito, la brújula representaba para los agrimensores el único medio práctico para medir direcciones de líneas y ángulos horizontales.

En la actualidad, la brújula, se ha convertido en algo más que una pieza de museo. Sin embargo, es necesario tener un conocimiento de tal instrumento y de su caprichoso comportamiento para verificar trabajos ya ejecutados.

Aún cuando la tecnología moderna ha creado instrumentos que son más convenientes y mucho más exactos en la medición de ángulos y direcciones, en muchas situaciones especiales la brújula sigue siendo importante para efectuar levantamientos. Además de su reconocida utilidad para **retrazar las líneas de linderos** cuya descripción está dada por direcciones magnéticas, otros usos incluyen rápida **verificación de errores de medición de ángulos**, efectuadas con equipo más preciso; **reconocimiento** de terreno accidentado o levantamiento preliminar; **fallas u olvidos de GPS**, etc.

Algunos teodolitos están acondicionados con una brújula. El diseño de los primeros teodolitos estadounidenses se basó en la necesidad de contar con una aguja de brújula de cierta longitud en el centro del instrumento y un anteojo de imagen derecha. El tamaño pequeño de los teodolitos de precisión de la actualidad, se debe a que tienen un anteojo más corto con imagen invertida y a la omisión de la brújula (la cual se puede agregar como accesorio).¹

Una aguja imantada que pueda girar libremente alrededor de su centro de masa - para ello hace falta que sea soportada por una suspensión cardánica u otra de tipo similar- se orienta en la dirección del norte magnético.²

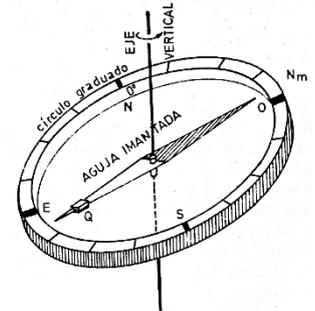
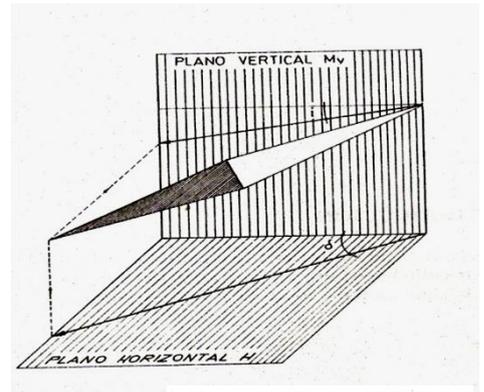


¹ Wolf / Brinker - Topografía

² Aldo E. Berli – Topografía Tomo II

Su proyección sobre el plano vertical Mv' que pasa por el meridiano verdadero, forma con la horizontal el **ángulo de inclinación magnética** α , o, simplemente, de **inclinación** i . Su proyección sobre un plano horizontal H forma con el meridiano verdadero el **ángulo δ de declinación magnética**, llamado, más brevemente, de declinación.

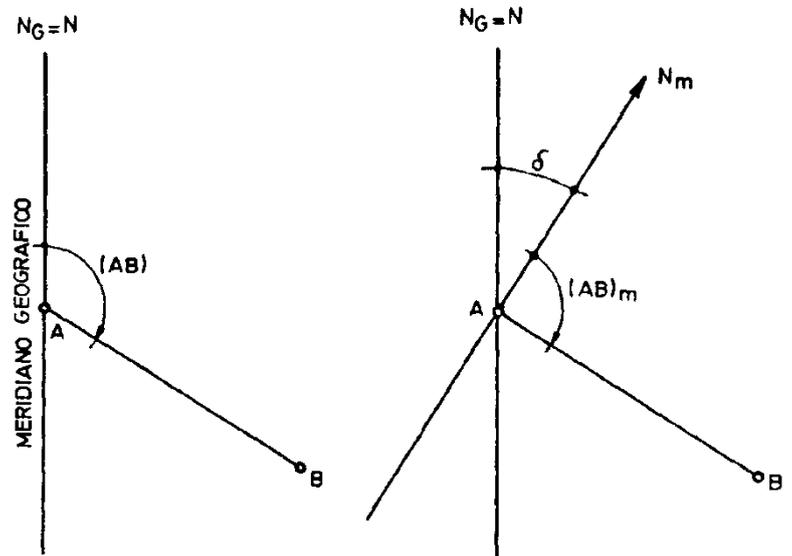
La aguja imantada se puede horizontalizar con la ayuda de un pequeño peso Q , lo que implica decir que se puede **anular** el efecto que produce sobre ella la inclinación en el punto donde se opera. Al quedar únicamente el ángulo de declinación δ -componente sobre un plano horizontal del desvío de la aguja- interesa asegurar la libertad de giro alrededor de un eje vertical y la posibilidad de uno pequeño en un plano vertical para comprobar que se anula el ángulo i .



2.2. ACIMUT DE UNA ALINEACION

Habíamos definido **acimut verdadero o astronómico** (AB) de una dirección \overline{AB} , o simplemente acimut (AB) , al ángulo que la dirección determina con el meridiano geográfico del lugar, medido desde el norte en el sentido horario. El conjunto de sus valores es 0° a 360° .

Se llama **acimut magnético** $(AB)_m$ de una alineación \overline{AB} al ángulo que ella forma con el meridiano magnético del lugar, medido desde el norte magnético en el sentido horario. El conjunto de sus valores es 0° a 360° .

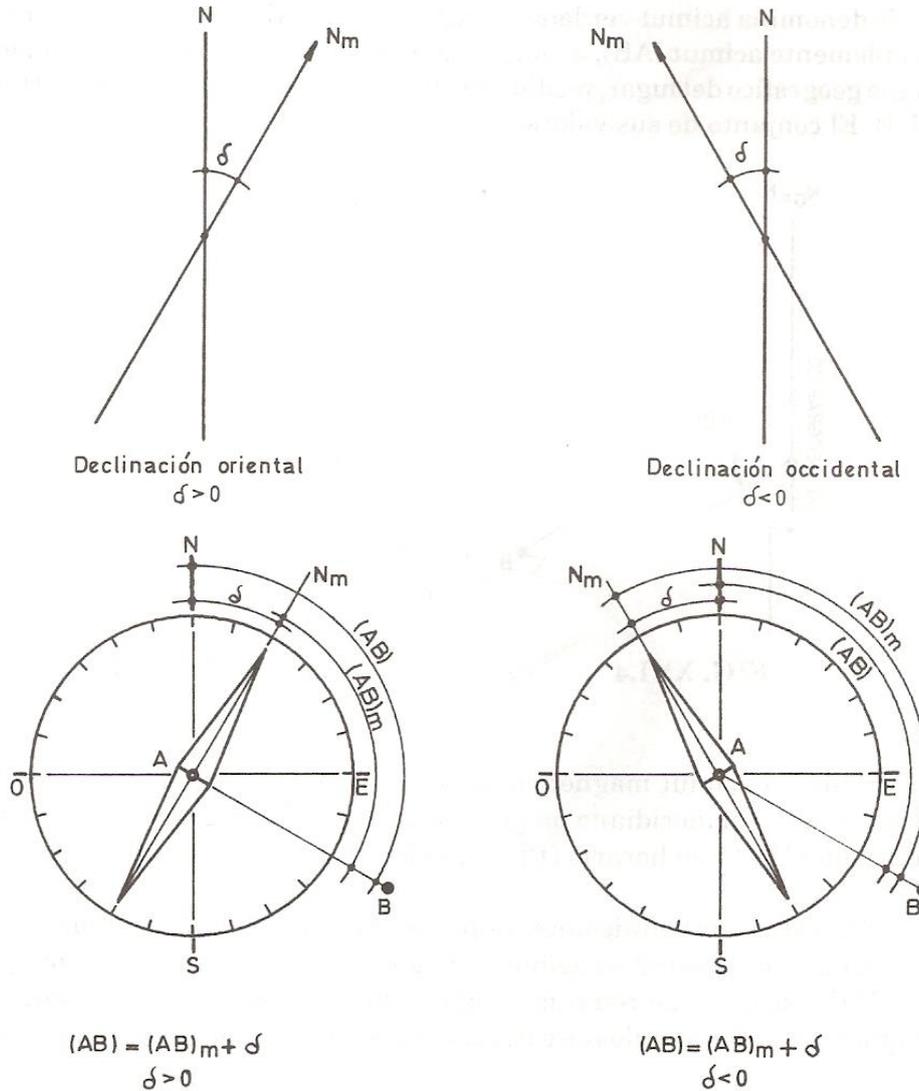


Con estas dos definiciones, es posible considerar que el ángulo de cálculo de una alineación es su acimut convencional con respecto al semieje positivo X del sistema de referencia adoptado, o que los acimutes verdadero y magnético son los ángulos de cálculo con respecto al meridiano que corresponda. En otro orden de consideraciones es inmediato que el acimut (AB) de \overline{AB} y el (BA) de la dirección \overline{BA} . difieren entre sí de 180° .³

³ Aldo E. Berli – Topografía Tomo II

2.3. DECLINACION MAGNETICA

La definición dada en la introducción puede ajustarse diciendo que es el ángulo formado por los meridianos verdadero y magnético. Si el norte magnético N_m queda al este del norte N la declinación $\delta > 0$ es oriental y se considera positiva, y si queda al oeste $\delta < 0$ es occidental y se toma negativa



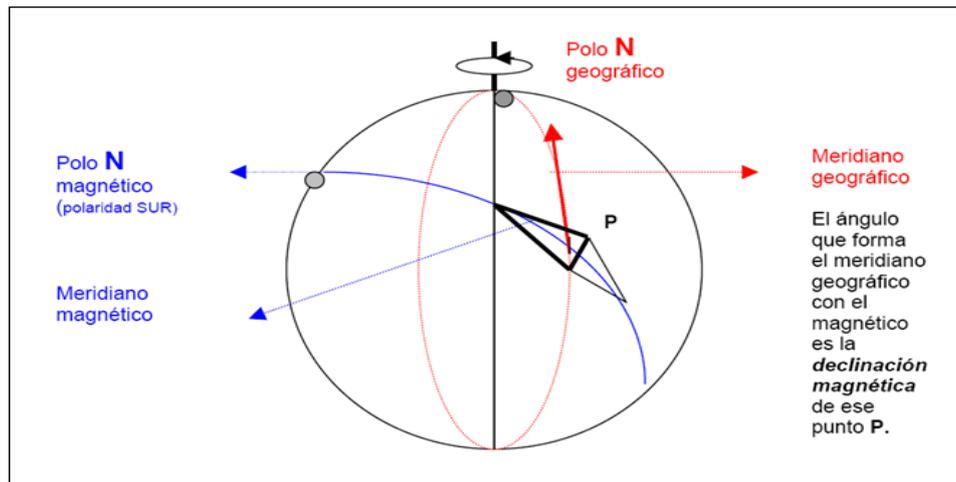
De las definiciones dadas se deduce que ambos acimutes difieren en la declinación magnética δ de acuerdo a la ecuación que sigue:

$$(AB) = (AB)_m + \delta$$

El acimut astronómico o verdadero de una dirección se obtiene sumándole la declinación al acimut magnético.

El **acimut verdadero** de una alineación recta se puede calcular a partir del **acimut magnético**, medido con brújula, y de la declinación que se calcula. La bondad del resultado obtenido depende de las precisiones del ángulo medido y del valor calculado para la declinación.⁴

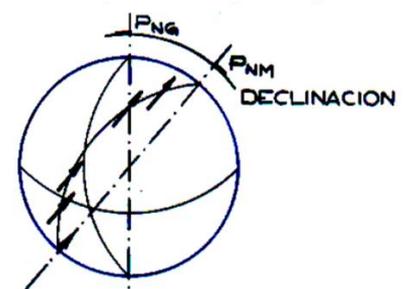
⁴ Aldo E. Berli – Topografía Tomo II



2.4. VARIACION DE LA DECLINACION

La declinación en un punto P depende de su posición sobre la superficie de la Tierra con respecto al polo norte magnético P_{NM} y al polo norte geográfico P_{NG} ; para ello recordemos que es el ángulo, con vértice en P, que forman los meridianos magnético y geográfico y que ese ángulo, como es evidente, depende o varía de acuerdo a la posición que el punto P ocupa sobre la superficie de la Tierra.

La declinación δ también varía con el tiempo porque cambia el campo magnético terrestre. Esto produce la modificación de los meridianos magnéticos y, en consecuencia, la variación de la declinación en un mismo punto P. Estos cambios pueden expresarse como una función periódica de período aproximadamente igual a 300 años. La declinación crece hacia el este hasta quedar, aparentemente, detenida en el máximo valor oriental para empezar a decrecer, pasar por cero y convertirse en occidental, como si respondiera a la ley del péndulo de manera que la velocidad del cambio es mayor cuando pasa por el meridiano.



Además de esa variación secular, la declinación varía con un período de 24 horas en una amplitud de 6 a 8 minutos de arco. Esto significa que, a la misma hora de dos días consecutivos, asume valores prácticamente iguales salvo una pequeña diferencia provocada por la variación correspondiente al período de casi 300 años. Si la declinación es Este, toma valor máximo a media noche y mínimo a las 13 hs.

Sin necesidad de discutir y analizar las causas que provocan los cambios observados en el campo magnético terrestre, se puede expresar la declinación magnética en un punto P como una función de sus coordenadas geográficas -latitud y longitud- y del tiempo T.

$$\delta = \delta (P; T) \text{ con } P = P (\varnothing; \lambda)$$

2.5. VARIACION DE LA INCLINACION

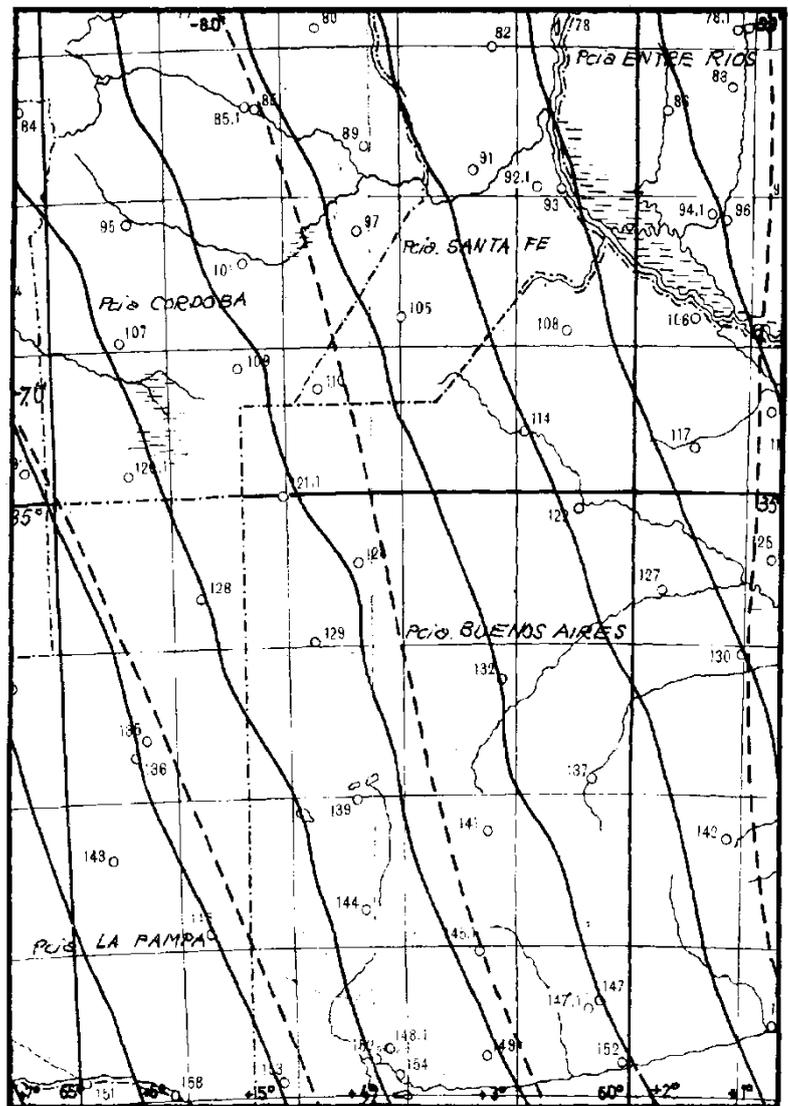
La inclinación magnética aumenta hacia los polos. En las cercanías de los polos geográficos existen puntos cuya inclinación toma valores de $+90^\circ$ y -90° ; estos puntos no coincidentes con los polos geográficos, se llaman Polos Magnéticos y se encuentran en el Hemisferio Norte en el Canadá a la latitud $+73^\circ 25'$ y en el Hemisferio Sur en el Victoria Land de latitud $-73^\circ 25'$.

2.6. ISOGONAS E ISOPORAS

Servicios oficiales de cada país determinan la declinación y elaboran cartas donde se grafican las curvas que unen los puntos de igual declinación en una misma fecha. Estas curvas se denominan isógonas y, aunque tienen un trazado más o menos irregular, se aproximan a la dirección de los meridianos. Para hallar la declinación en un punto en una fecha cualquiera es necesario conocer la variación secular de la misma. Por ese motivo, en la Carta Isógonica se grafica la familia de curvas que unen puntos de igual variación anual. Estas curvas se denominan **Isóporas**. En la República Argentina la Dirección General de Navegación e Hidrografía, del ex-Ministerio de Marina, ha publicado la Carta Isógonica N° 251, referida al 12 de enero de 1980, para la parte marítima. Para el área continental, el Servicio Meteorológico Nacional, dependiente de la Secretaría de Aeronáutica, publicó la carta de Declinación Geomagnética correspondiente al 12 de enero de 1965, mediante observaciones en 294 estaciones terrestres. En las cartas se trazan las isógonas para valores enteros en grados sexagesimales y las isóporas para valores enteros en minutos.

Reproducción parcial de la Carta Isógonica de la República Argentina para enero de 1965. ⁵

— LÍNEAS ISÓGONAS: igual declinación en una misma fecha
 - - - - LÍNEAS ISÓPORAS igual declinación anual
 PARTE DE LA CARTA ISOGONICA DE LA REPUBLICA ARGENTINA



⁵Aldo E. Berli – Topografía Tomo II

2.7. CALCULO DE LA DECLINACION ⁶

Supongamos que la Carta Isógona disponible corresponda a la época T_0 . Para calcular el valor que asume la declinación en un punto P, en la fecha T, se requiere calcular previamente el valor que la misma tomó en aquella fecha. Para esto se busca la isógona por defecto más próxima al punto y se mide la distancia P_1P , que lo separa de ella en la carta, y la distancia P_1P_2 entre las isógonas por defecto y por exceso. Si se admite que la variación entre dos isógonas es lineal se tendrá:

$$\delta_{(P;T_0)} = \delta_{(P_1;T_0)} + 1'' * (P_1P) / (P_1P_2)$$

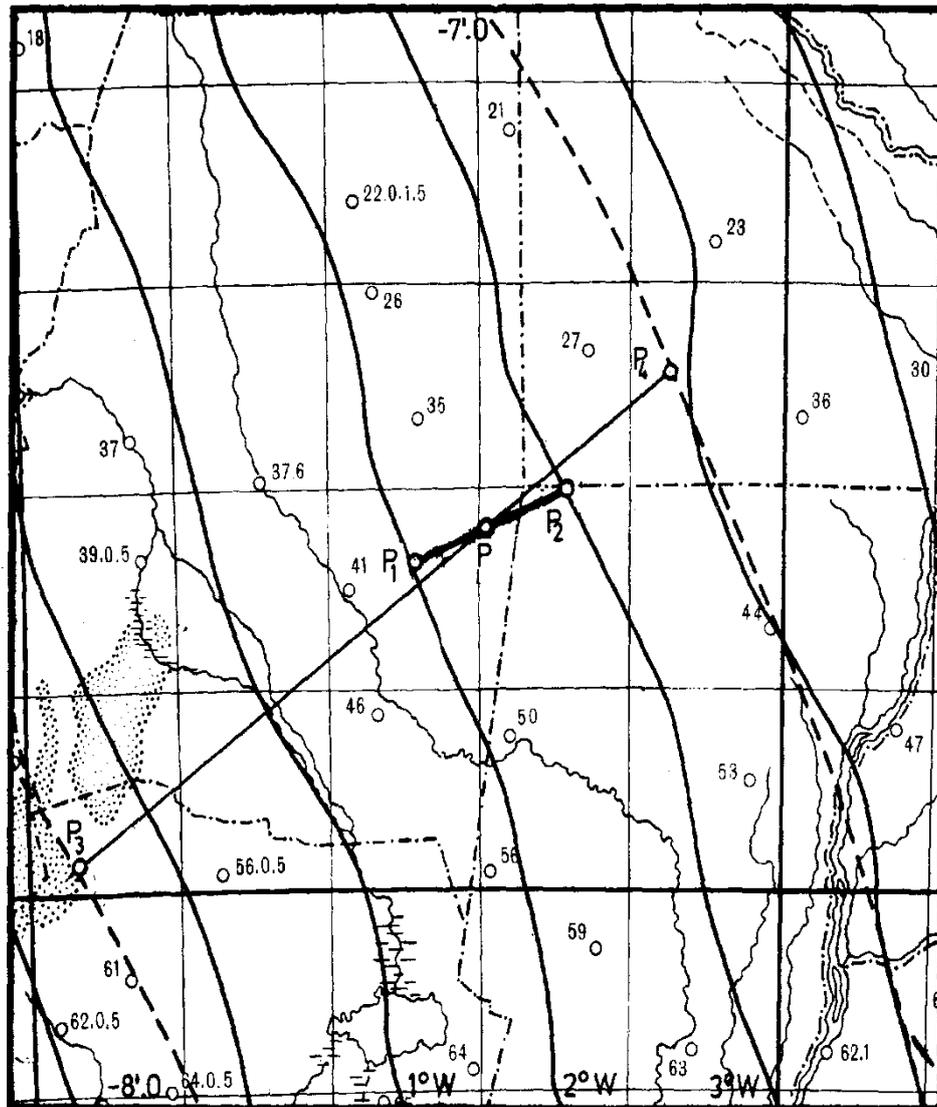
Para calcular la declinación en el mismo punto P, en la fecha T, se toma la isópora por defecto más próxima a él y se mide la distancia P_3P , que lo separa de ella, y la distancia P_3P_4 entre las isóporas por defecto y por exceso. La variación anual V en P estará dada por.

$$V_{(P;T_0)} = V_{(P_3;T_0)} + 1'' * P_3P / P_3P_4$$

Y la variación para el período $T-T_0$ será : $V_{(P;T)} = V_{(P;T_0)} + 1'' * (T-T_0) \text{ años} / 1 \text{ año}$

Sustituyendo se tendrá

$$\delta_{(P;T)} = \delta_{(P_1;T_0)} + \{1'' * (P_1P) / (P_1P_2)\} + \{V_{(P_3;T_0)} + 1'' * P_3P / P_3P_4\} (T-T_0)$$



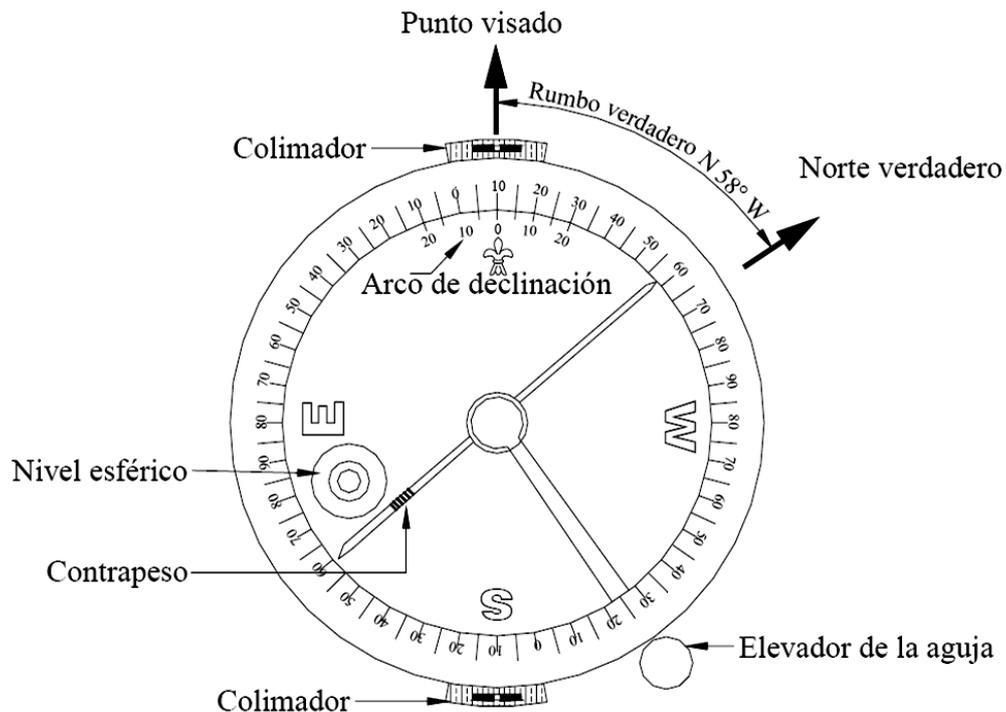
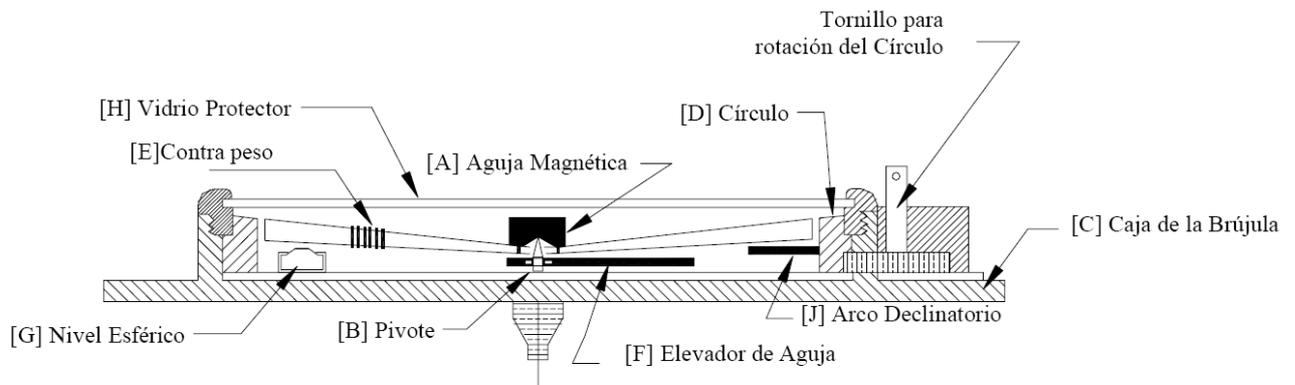
⁶ Aldo E. Berli – Topografía Tomo II

2.8. BRUJULA MANUAL

Además de la aguja imantada y del círculo graduado, la brújula de uso manual tiene una ranura y una pínula, ubicadas en los extremos de un diámetro, usadas para definir la línea de puntería. El origen del círculo coincide con este diámetro mientras que la aguja imantada, que desempeña la función de índice, se orienta siempre apuntando el norte magnético.

Generalmente un instrumento de mano que se utiliza fundamentalmente en la determinación del norte magnético, direcciones y ángulos horizontales.

Veamos el corte esquemático de una brújula: consiste de una aguja magnética [A] que gira sobre un pivote agudo de acero duro [B] apoyado sobre un soporte cónico ubicado en el centro de la aguja. La aguja magnética está ubicada dentro de una caja [C], la cual, para medir el rumbo, contiene un círculo graduado [D] generalmente dividido en cuadrantes de 0° a 90°, marcando los cuatro puntos cardinales; teniendo en cuenta que debido al movimiento aparente de la aguja los puntos Este y Oeste estén intercambiados.⁷



⁷ Leonardo Casanova M. Instrumentos Topográficos

A objeto de contrarrestar los efectos de la inclinación magnética, la aguja posee un pequeño contrapeso de bronce [E] y su ubicación depende de la latitud del lugar. En zonas localizadas al norte del ecuador, el contrapeso estará ubicado en el lado sur de la aguja, y en zonas localizadas al sur del ecuador el contrapeso estará ubicado en el lado norte de la aguja.

Para proteger el pivote sobre el cual gira la aguja, las brújulas poseen un dispositivo elevador [F] que separa la aguja del pivote cuando las brújulas no están siendo utilizadas. En el interior se ubica un pequeño nivel esférico de burbuja [G]. Un vidrio ubicado en la parte superior de la caja [H] sirve para proteger la aguja, el círculo y el nivel esférico. Para hacer coincidir el eje de rotación de la aguja con la vertical del vértice donde se está efectuando la medida, algunas brújulas se utilizan con plomada [I] y otras se apoyan sobre un bastón de madera.

A fin de corregir la declinación magnética del lugar, algunas brújulas poseen un arco de declinación [J] graduado en grados, cuyo cero coincide con la alineación norte, de manera que conociendo la declinación del lugar, mediante un dispositivo especial, se puede hacer girar el círculo horizontal hasta hacer coincidir la lectura con el valor de la declinación del lugar; de esta manera, el rumbo medido con la brújula es el rumbo real. Es importante mencionar, debido a su popularidad, el Teodolito -Brújula Wild T0- por ser un instrumento muy utilizado tanto en la determinación de acimutes magnéticos como en la medición de ángulos en levantamientos de puntos de relleno por taquimetría.

Algunas coincidiendo con la alineación del punto a visar poseen un dispositivo de colimación

BRUJULA DE LIMBO FIJO: La graduación va de 0° a 360° en el sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj (directo).

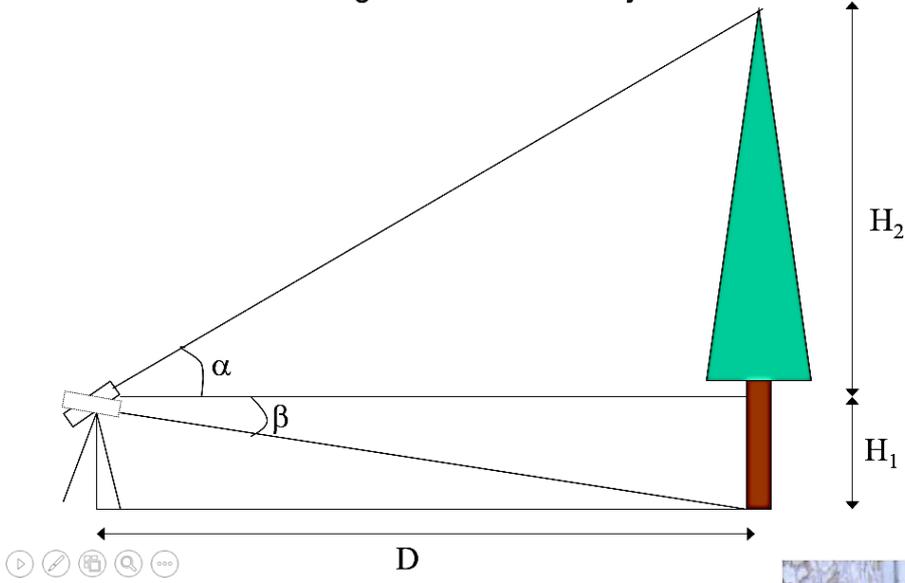


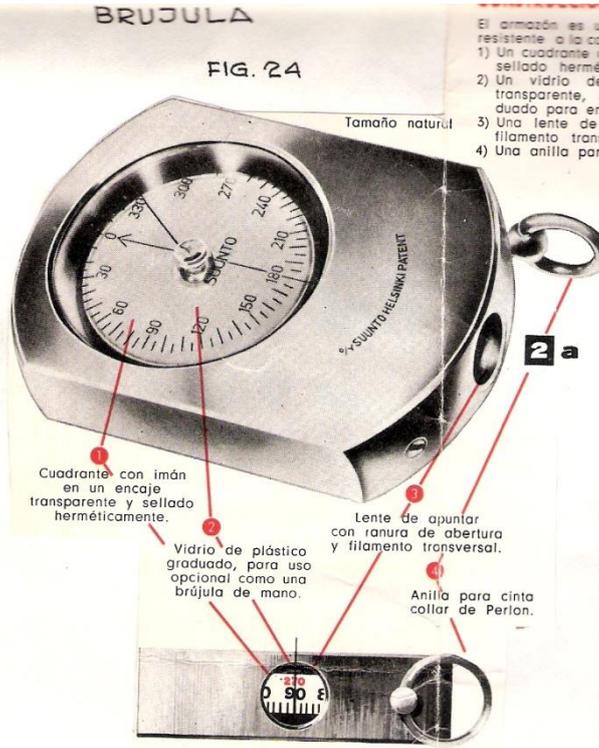
BRUJULA DE LIMBO MOVIL: En estas la aguja imanada gira con el limbo, leyéndose los ángulos por medio de un índice fijo a la caja de la brújula; las graduaciones siguen el sentido del movimiento de las agujas del reloj (retrógrado).



Brújula Forestal

Permite medir ángulos horizontales y verticales





1) Cuadrante con imán en un encaje transparente y sellado herméticamente.

2) Vidrio de plástico graduado, para uso opcional como una brújula de mano.

3) Lente de apuntar con ranura de abertura y filamento transversal.

4) Anilla para cinta collar de Perlon.

OBSERVACIONES

En los instrumentos nuevos, la ventanilla de plástico, encima del armazón del cuadrante, puede recoger una carga estática si por casualidad se raspa contra la ropa, por ej. en el bolsillo. Esto hace pegarse el cuadrante. Se libera fácilmente al soplar humedad contra el vidrio de la ventanilla. Objetos de hierro y de acero que se encuentren cerca de la brújula pueden causar lecturas incorrectas. Las partes de acero de las gafas pueden provocar errores.



MANEJO

Empleo en general

Para la mayor parte de los fines un soporte manual es adecuado. Las lecturas se toman generalmente con el ojo derecho. (Fig. 1) Debido a las diferencias en la agudeza de vista de los ojos y a causa de preferencias personales el empleo del ojo izquierdo es más fácil a veces. Es de la mayor importancia que **los dos ojos estén abiertos**. La mano que sujeta no debe obstruir la visión del otro ojo. El instrumento se sostiene delante del ojo que va a leer de manera que la escala pueda ser leída a través de la lente y se vuelve horizontalmente hasta que la línea del filamento transversal esté apuntando al objeto. Debido a una ilusión óptica la línea del filamento parece continuar sobre la armadura del instrumento, y así se observa fácilmente contra el terreno. (Fig. 3) La lectura se hace simultáneamente en el cuadrante de la brújula detrás

- El armazón es una pieza sólida de aleación ligera resistente a la corrosión. Los detalles son (Figuras 20-b):
- 1) Un cuadrante con imán en un encaje transparente y sellado herméticamente.
 - 2) Un vidrio de plástico hecho de una material transparente, resistente a los rasguños y graduado para empleo opcional como brújula de mano.
 - 3) Una lente de apuntar con abertura de ranura y filamento transversal.
 - 4) Una anilla para cinta collar de Perlon.

GRADUACIONES DE ESCALA

El modelo básico tiene una división de 360° con cada grado marcado y cifrado KB-14/360. Este tipo se puede también obtener modificado para propietarios de barcos y cifrado KB-14/360 R donde la R indica dirección invertida. Sobre los números indicando cada diez grados plenos, la dirección diametralmente opuesta está señalada en rojo. Estas cifras corren en la dirección de las agujas del reloj con un desplazamiento de 180°. Así dan directamente la dirección de la brújula en la cual el barco es visible desde el punto de mira. Esto facilita muchísimo la toma de medidas para la localización de la posición precisa. Otros tipos tienen divisiones en el círculo completo de 4000 y 600, 6300 ó 6400 puntos. Los tipos con división de puntos son más bien para usos militares, como control de fuego de mortero y artillería. Las marcas en el cuadrante están situadas a intervalos de 10 puntos.

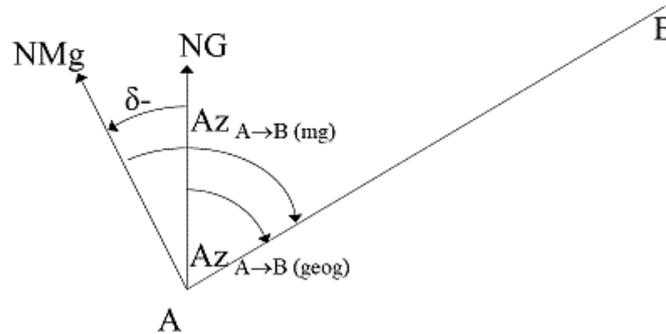
EQUILIBRAJE EN LA FÁBRICA

Las líneas del flujo magnético alrededor del globo están en posición horizontal sólo a lo largo del ecuador magnético. Cuanto más se acerca uno a los polos magnéticos Norte o Sur, más pendientes son las líneas. En ambos polos las líneas son verticales. Entre los polos la intensidad vertical varía bastante irregularmente. El componente vertical tiende a inclinar la aguja magnética de la brújula, lo que da por resultado una posición inclinada del cuadrante. Normalmente el cuadrante del KB-14 está equilibrado contra la inclinación para una zona ancha del hemisferio Norte. El fabricante, sin embargo, ejecutará un equilibrage especial para cualquier localidad donde el equilibrage standard resulta en una inclinación interperente. Esto se hace sin suplemento de precio y el fabricante agradecerá toda información de los usuarios al pasar sus pedidos. El equilibrage no puede efectuarse después sin romper el encaje del cuadrante.

de la línea verdadera del filamento. Esta imagen se produce sólo cuando ambos ojos están abiertos. Muchas personas encuentran muy efectivo el mantener el instrumento de manera que la lente esté a un par de centímetros del ojo. El aparato se fija en esta posición apretando la parte izquierda del dedo índice contra el rincón del hueso temporal. En resumen, el procedimiento, que toma solamente unos segundos, es así:

- 1) Levante el instrumento en posición
 - 2) Apunte
 - 3) Tome la lectura
- El cuadrante está ajustado en fábrica para el norte magnético con una precisión de 3 minutos de arco menos o más. La declinación más o menos para cualquier lugar geográfico puede ser muy fácilmente calculada mentalmente.

Acimut verdadero o geográfico: es el determinado a partir del Norte Geográfico (Norte Verdadero)

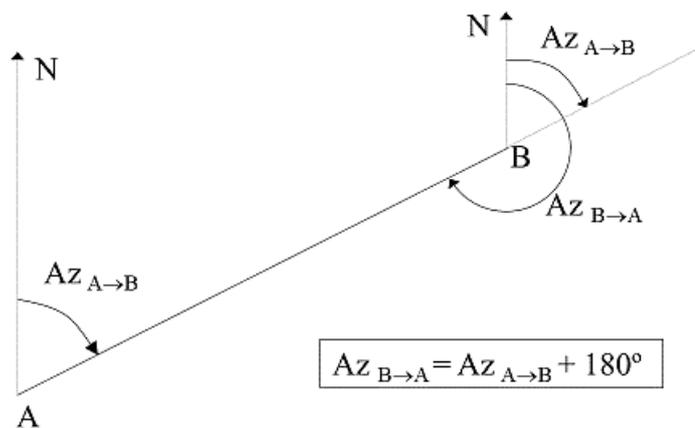


$$AZ_{A \rightarrow B} (geog) = AZ_{A \rightarrow B} (mag) + \delta \text{ (con su signo)}$$

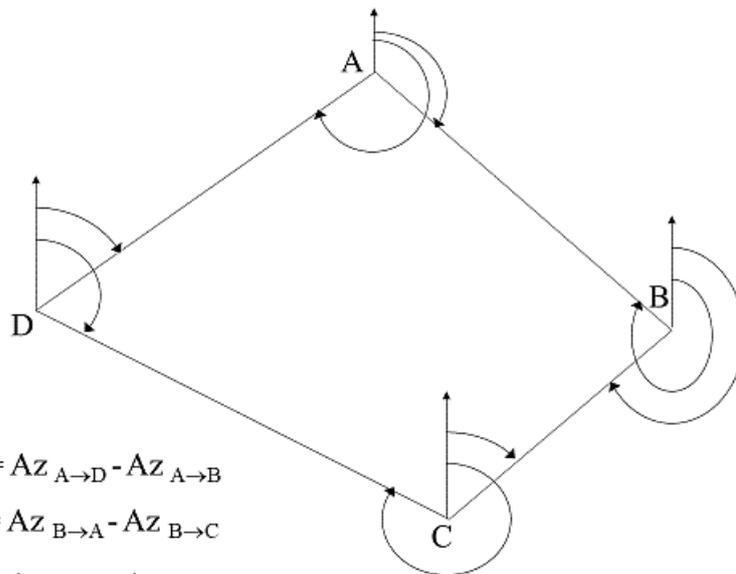
Los ángulos horizontales que mide se denominan Acimut o Azimut

Acimut

Ángulo que forma una determinada dirección con la dirección del Norte medido en sentido horario



$$AZ_{B \rightarrow A} = AZ_{A \rightarrow B} + 180^\circ$$



$$\alpha (A) = AZ_{A \rightarrow D} - AZ_{A \rightarrow B}$$

$$\beta (B) = AZ_{B \rightarrow A} - AZ_{B \rightarrow C}$$

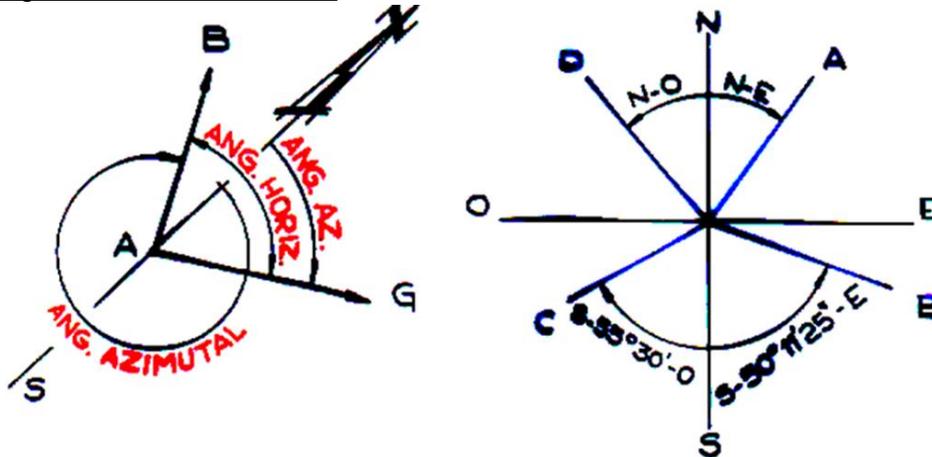
$$\delta (D) = AZ_{D \rightarrow C} - AZ_{D \rightarrow A}$$

$$\gamma (C) = AZ_{C \rightarrow B} - AZ_{C \rightarrow D} + 360^\circ$$

2.9. MEDICIÓN DE ÁNGULOS ACIMUTAL Y RUMBO

ÁNGULO AZIMUTAL: Es el ángulo horizontal que se mide con origen a partir de la dirección Norte-Sur y en el sentido de giro de las agujas del reloj.

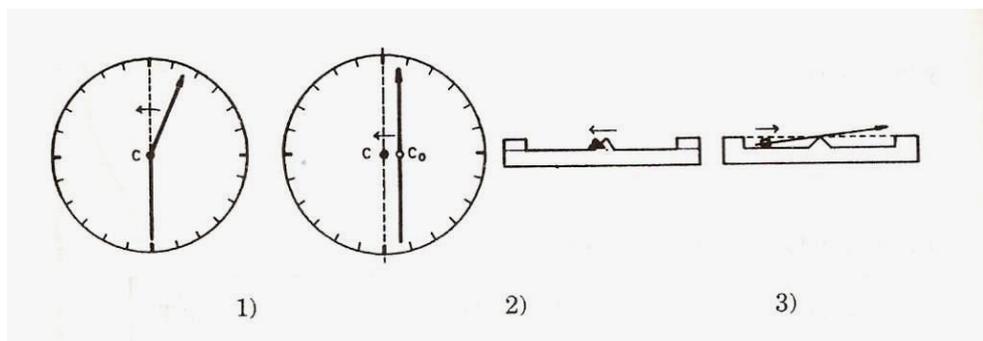
RUMBO: El ángulo que una línea cualquiera forma con el meridiano magnético del lugar, se llama RUMBO MAGNETICO de la línea, de modo que un ángulo se mide por la diferencia de los rumbos magnéticos de sus lados.



2.10. ERRORES SISTEMATICOS.⁸

La brújula está afectada de errores sistemáticos que se mencionan a continuación con sus correspondientes correcciones

1. Extremos de la aguja imantada no opuestos diametralmente; se corrige enderezándola con cuidado
2. Pivote central no coincidente con el centro del círculo; se elimina enderezándolo.
3. Falta de horizontalidad de la aguja. Se corrige desplazando el contrapeso.
4. Aguja perezosa. Su efecto se anula con unos golpes suaves.



2.11. ERRORES ACCIDENTALES.⁹ Las observaciones con brújula están afectadas de los siguientes errores accidentales:

2.11.1. DE LECTURA. Corregidos los errores sistemáticos la aguja horizontal coincide con el plano del círculo graduado y, actuando en función de índice, se utiliza para hacer las lecturas. Si se acepta que se puede apreciar un arco de círculo de 0,2 mm y suponiendo una brújula de 10 cm de diámetro, el error será

$$a' = 0,2 \text{ mm} \times 360 \times 60' / 2\pi \times 50 \text{ mm} = 13'45''$$

⁸ Aldo E. Berli – Topografía Tomo II

⁹ Aldo E. Berli – Topografía Tomo II

Con el concepto probabilístico de tomar el error medio cuadrático -estimador que no se supera dos de cada tres veces- se tendrá:

$$\varepsilon = \frac{2}{3} a' = \frac{2}{3} 13'45'' = 9''$$

2.11.2. DE APUNTAMIENTO. El diámetro d , del hilo de la pínula, forma con el centro de la ranura un ángulo α de indeterminación en el apuntamiento. El error accidental por esta causa se obtiene calculando el valor que asume la fracción b del círculo que se corresponde con la mitad del diámetro d .

$$b = \frac{1}{2} d \cdot r / R$$

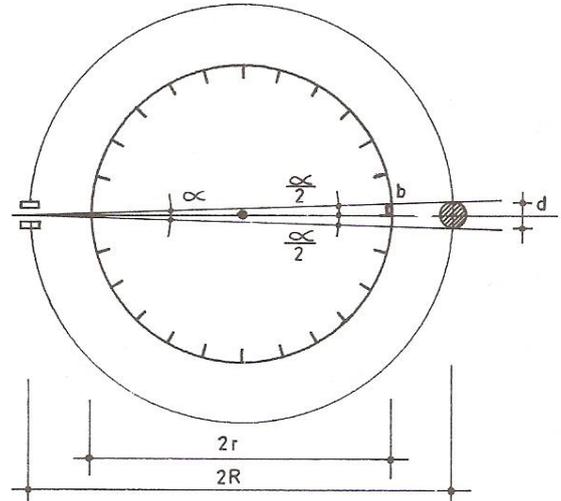
$$\text{si } d = 0,5 \text{ mm, } r = 50 \text{ mm y } R = 60 \text{ mm}$$

$$\rightarrow b = 0,208 \text{ mm}$$

$$\text{y } b' = 0,208 \cdot 360^\circ \cdot 60'' / 2 \cdot 50 \text{ mm} = 14'18''$$

Con el mismo criterio probabilístico el error de apuntamiento será

$$\varepsilon = \frac{2}{3} b' = \frac{2}{3} 14'18'' = 9'30''$$



2.11.3. DE ESTACIONAMIENTO de la brújula y del jalón. Ante la magnitud de los valores asumidos por los errores de lectura y de apuntamiento, estos errores de estacionamiento se pueden despreciar; para ello es necesario que las visuales no sean demasiado cortas.

2.11.4. VARIACION DIURNA DE LA DECLINACION. Suponiendo una variación de $8'$ según la hora del día, el error medio cuadrático será.

$$V_\delta = 8' ; \varepsilon_\delta = \frac{2}{3} V_\delta = 5'20''$$

El efecto conjunto para la brújula manual considerada es:

$$\varepsilon_B = \sqrt{(\varepsilon_L^2 + \varepsilon_a^2 + \varepsilon_\delta^2)} = 14'$$

Como las operaciones topográficas con la aguja imanada no pretenden tener precisiones más allá de los $15'$ debido a la inseguridad con que la aguja se sitúa en el plano meridiano magnético, por varias causas, entre otras las mencionadas anteriormente, no debemos preocuparnos por las variaciones diurnas.

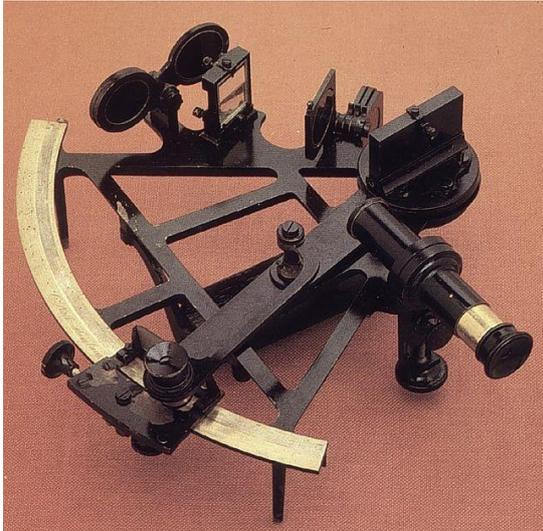
3. MEDICION DE ANGULOS CON EL SEXTANTE

El sextante es un instrumento de reflexión que se utiliza para medir ángulos.

Se utilizan a mano alzada (sin trípode) y permite medir directamente ángulos en el espacio, situados en planos de cualquier inclinación. Por eso los ángulos que se miden con el sextante se llaman ángulos de posición.

Hay dos tipos de sextantes: **el marino y el de bolsillo**. Siendo similares sus componentes, el principio de funcionamiento de ambos es el mismo.

Sus elementos básicos son: un espejo fijo y uno móvil y un sector de círculo graduado (limbo) y un índice (alidada) para medir el ángulo que forman los espejos. Conociendo la relación existente entre ese ángulo y el que forman las visuales se podrá obtener este último



sextantes marino



sextante de bolsillo

Supongamos que instalados con el sextante en el punto A observamos, a través de un pequeño orificio o diafragma (sextante de bolsillo) o de un anteojo (sextante marino), el jalón colocado en B y cuya imagen aparece en la mitad no azogada del espejo fijo.

A la derecha, en el punto C, estará colocado otro jalón que emite un rayo que incide sobre el espejo móvil E con un ángulo γ . Con un ángulo igual respecto a la normal al espejo, ese rayo se reflejará para incidir sobre el espejo fijo e con un ángulo β . Luego de reflejarse con igual ángulo será recibido por el ojo del observador colocado en A. Girando convenientemente el espejo móvil se logrará hacer coincidir la imagen del jalón colocado en B con la del colocado en C. En ese momento estaremos en condiciones de medir el ángulo que forman esas dos direcciones. Analizando la figura vemos que

en el triángulo $AB'C'$

$$2\beta + \alpha + (180^\circ - 2\gamma) = 180^\circ$$

$$\alpha = 2\gamma - 2\beta$$

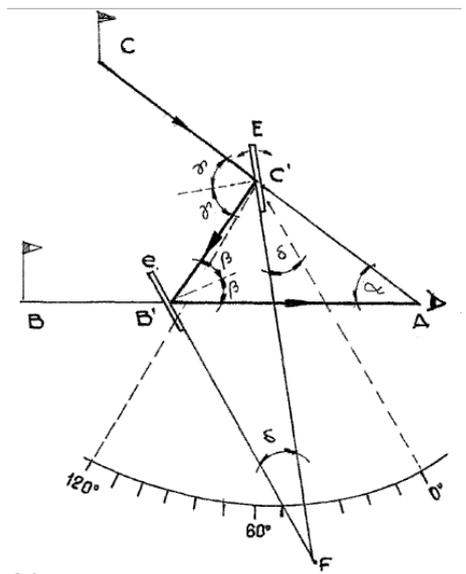
$$\alpha/2 = \gamma - \beta \quad (1)$$

En el triángulo $B'C'F$:

$$\delta + (90^\circ + \beta) + (90^\circ - \gamma) = 180^\circ$$

$$\delta = \gamma - \beta \quad (2)$$

De (1) y (2): $\delta = \alpha/2$

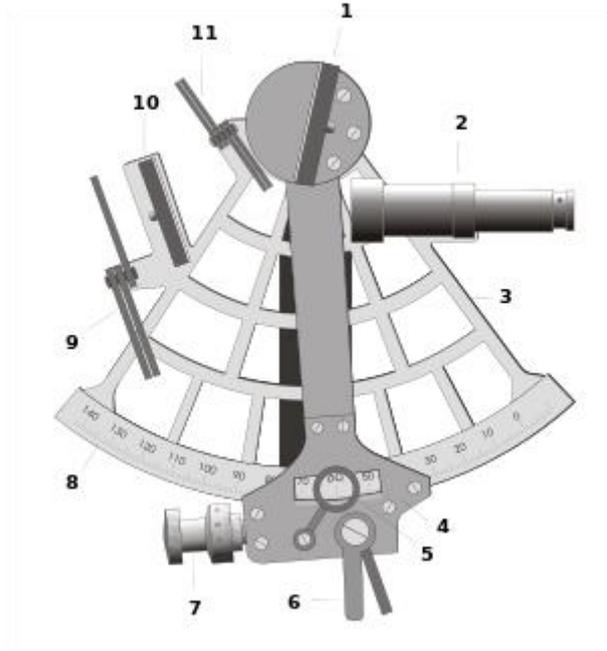


Es decir, que el ángulo que forman los espejos es igual a la mitad del ángulo que forman las visuales. Aprovechando esta conclusión y mediante el artificio de graduar el limbo utilizando como unidad el medio grado, los fabricantes han logrado que se pueda leer directamente en el limbo el valor del ángulo que forman las visuales.

La amplitud del limbo es de 1/6 de circunferencia (60°) y de allí deriva el nombre de sextante. La capacidad de medición del sextante queda limitada, en consecuencia, a 120° . No es aconsejable medir valores límites pues pierde precisión por pérdida de claridad de las imágenes doblemente reflejadas.

Sextante Marino.

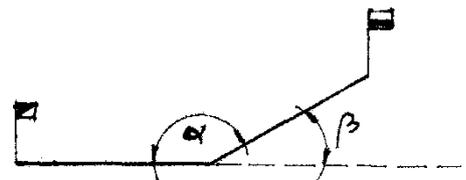
- 1= espejo índice móvil;
- 2=mira telescópica;
- 3=cuerpo;
- 4=ventana de medición con aguja;
- 5=lupa;
- 6=sistema de bloqueo;
- 7=tornillo micrométrico;
- 8=arco;
- 9= filtros coloreados;
- 10=espejo horizonte;
- 11=filtros coloreados;



Cuando deba medirse un ángulo cuyo valor supere ese límite pueden utilizarse los siguientes artificios:

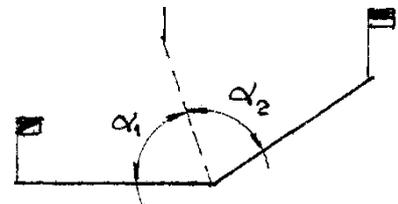
- a) Medir el suplemento β corregirlo del error de índice y restarlo de 180° .

$$\alpha = 180^\circ - (\beta \pm \epsilon)$$



- b) Dividir el ángulo en partes menores de 120° , medir cada una de ellas, corregirlas del error de índice y luego sumar los valores obtenidos

$$\alpha = (\alpha_1 \pm \epsilon) + (\alpha_2 \pm \epsilon)$$



Volvemos ahora al proceso de la medición. Una vez lograda la coincidencia de la imagen directa (jalón de la izquierda) con la doblemente reflejada (jalón de la derecha) se procede a leer el valor que indica el índice o alidada.

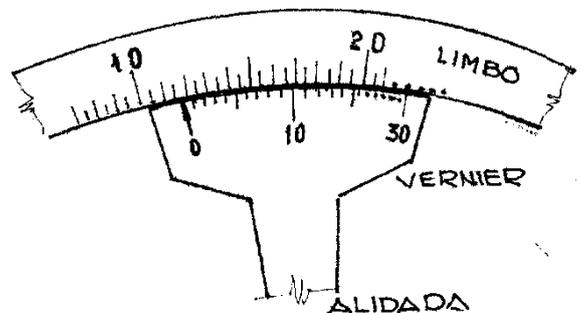
Para mejorar la precisión de la lectura (no de la medición) el índice viene provisto de un nonio o vernier. La apreciación en ese caso estará dada por la relación

$$a = \frac{\text{menor división del limbo}}{\text{número total de divisiones del vernier}}$$

Para el caso del sextante de bolsillo, ese valor será:

$$\begin{aligned} &\text{menor división del limbo } 30'' \\ &\text{n}^\circ \text{ total de divisiones del vernier} = 30 \\ &\text{por lo tanto } a = 30'' / 30 = 1'' \end{aligned}$$

Para determinar el valor angular correspondiente, se hace primero una lectura gruesa anotando el



más próximo a la izquierda del cero del índice. Ejemplo $11^{\circ} 30'$. Luego se busca sobre el vernier cual de sus divisiones coincide con una de las limbo y su valor será el de los minutos que se deben sumar a la lectura gruesa para obtener el valor buscado.

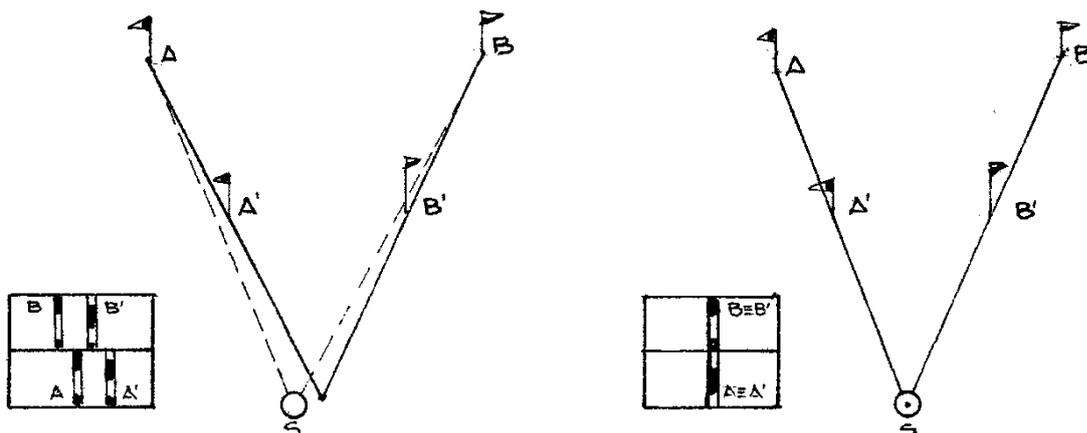
$$\begin{array}{r} \text{Lectura gruesa } 11^{\circ} 30' \\ \text{Lectura fina } \quad \quad 11' \\ \hline 11^{\circ} 41' \end{array}$$

Es necesario dejar perfectamente aclarado que la precisión de lectura de ninguna manera indica la precisión de la medición

Las mediciones se hacen a mano alzada y el error de centración que se comete habitualmente, afecta el valor angular a medir en una magnitud mucho mayor que la apreciación del vernier

Una forma de mejorar la calidad de las mediciones marcar las direcciones que determinan el ángulo con dos o más señales en cada alineación.

De esa manera se asegura la centración del sextante sobre el vértice, pues las imágenes de todos los jalones colocados deberán coincidir simultáneamente en una sola posición. Esto significa que estaremos alineados simultáneamente sobre las dos direcciones que definen el ángulo.



Por esta razón este instrumento es muy utilizado para medir ángulos cuyos lados sean línea de alambrados o de postes de luz, teléfono, etc.

Para operar correctamente con el sextante, sus componentes deben cumplir algunas condiciones básicas:

- 1- Los espejos (E y e) deben ser perpendiculares al plano del limbo.
- 2- Los espejos deben estar paralelos entre sí cuando el cero del nonio coincide con el cero de la graduación.
- 3- Cuando se utilice anteojo, su eje debe ser paralelo al plano del limbo.

3.1. ERROR DE INDICE DEL SEXTANTE

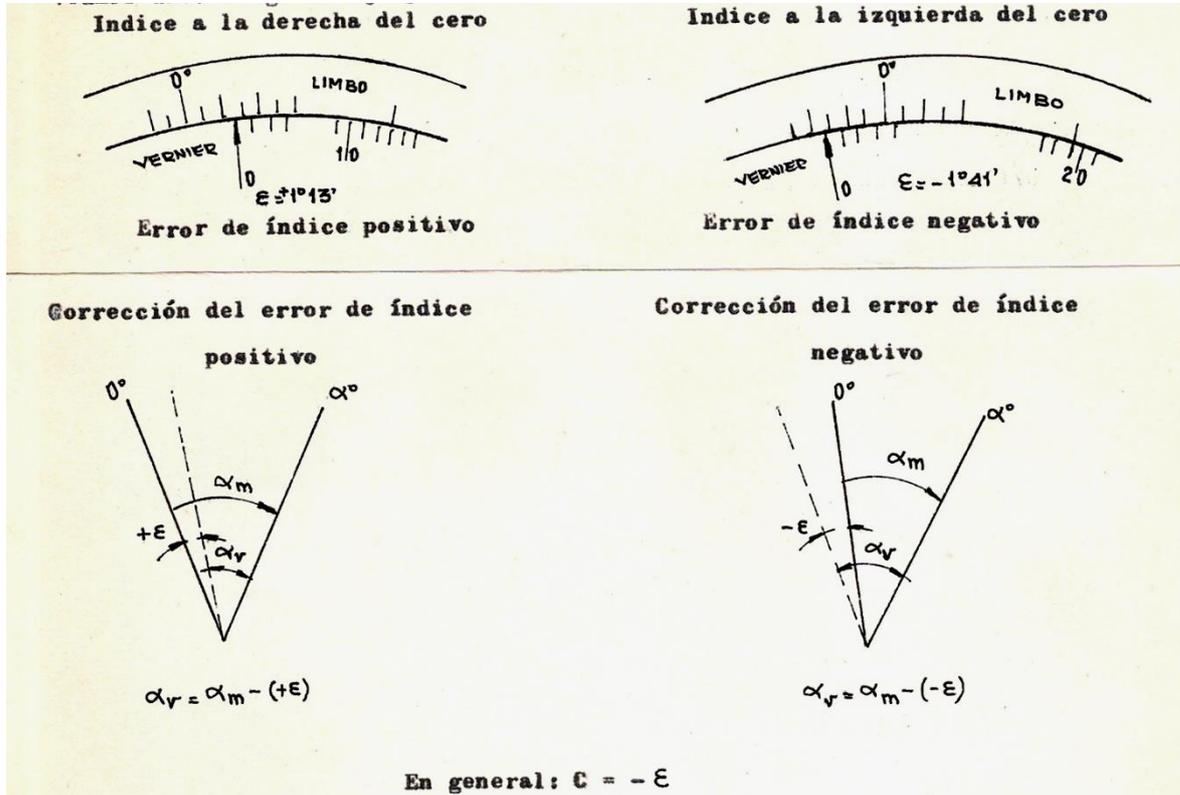
Cuando no se cumpla la segunda condición estaremos en presencia del error de índice del sextante.

Es un error de tipo sistemático, por lo que resulta imprescindible determinar su valor antes de efectuar cualquier medición para corregir cada uno de los valores medidos. Para determinarlo se colocan paralelos los espejos, es decir, se hace coincidir la imagen directa

con la doblemente reflejada de un mismo jalón. En ese momento la lectura sobre el limbo deberá ser igual a cero. De lo contrario se estará en presencia del error de índice; su valor y signo serán los que resulten de la siguiente expresión

$$\epsilon = \alpha_m - \pm \alpha_v$$

$$\alpha_v = 0^\circ - 360^\circ$$



Para determinar el valor del error, cuando este sea positivo, simplemente se leerá el valor que resulte. En cambio, cuando sea negativo debe tenerse presente que el vernier mide siempre la porción comprendida entre la última graduación ubicada a la izquierda del cero del nonio y ese mismo cero y siempre de izquierda a derecha, es decir en sentido positivo.

De ese modo la lectura será:

Lectura gruesa	358° 30`
<u>Lectura fina (nonio)</u>	<u>17`</u>
Valor angular	358° 47`

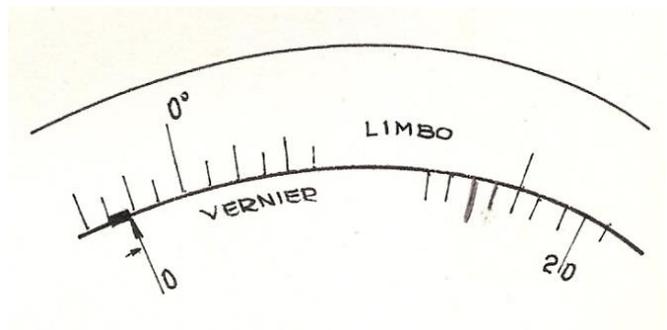
El error de índice será:

$$\epsilon = 358^\circ 47' - 360^\circ = -1^\circ 13'$$

También se puede hacer:

Lectura gruesa	-1° 30`
<u>Lectura fina (nonio)</u>	<u>+ 17`</u>
Valor angular	-1° 13`

$$\text{El error de índice será: } \epsilon = -1^\circ 13'$$



3.2. CORRECCIÓN DEL ERROR DE ÍNDICE DEL SEXTANTE

El sextante viene provisto de un tornillo para la corrección del error de índice producido por la falta de paralelismo de los espejos. El modo de efectuar la corrección es muy sencillo. Una vez verificada la existencia del error se coloca el índice del vernier en coincidencia

exacta con el cero del limbo. En esas condiciones se bisecta una señal muy bien definida, por ejemplo la arista de un edificio, y con el tornillo de corrección (no confundir con el tornillo de movimiento del espejo móvil y alidada) se acciona sobre el espejo fijo hasta lograr la coincidencia de la imagen directa con la doblemente reflejada. Se habrá logrado entonces, eliminar el error de índice, es decir que, con los espejos paralelos la lectura del limbo sea igual a cero. Conviene aclarar que se pueden medir ángulos con el sextante aunque tenga error de índice, siempre que se conozca su valor y signo para corregir cada una de las mediciones efectuadas.

3.3. ERROR DE EXCENTRICIDAD

Los instrumentos con limbo graduado, como el sextante, pueden estar afectados de un cierto error de excentricidad, que existe cuando el centro del limbo no coincide con el punto alrededor del cual gira la alidada o índice de lectura.

Veamos ahora de qué manera influye ese error en la medición de un ángulo. Sea L el centro del limbo y supongamos que no coincide con el centro de la alidada que se encuentra en A.

De ser así, el ángulo que se mide no es α sino α_1 .

El error debido a la excentricidad es $\Delta\alpha$

Para obtener ese valor trazamos por A una paralela a LP.

$$\text{Resulta } \Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha$$

En el triángulo LPA será válida la relación:

$$\text{Sen } \Delta\alpha / e = [\text{sen } ((180^\circ - \alpha_1))] / R$$

$$\text{o lo que es igual: } \text{Sen } \Delta\alpha / e = \text{sen } \alpha_1 / R$$

$$\text{Sen } \Delta\alpha = (e/R) * \text{sen } \alpha_1$$

Dado que $\Delta\alpha$ es muy pequeño será: $\Delta\alpha = (e/R) * \text{sen } \alpha_1$

El valor mayor de esta última expresión se producirá cuando $\alpha_1 = 90^\circ$, o sea que $\text{sen } \alpha_1 = 1$ y en ese caso será: $\Delta\alpha = e/R * \rho''$ siendo $\rho'' = 3438''$

Siendo el sextante de bolsillo un instrumento de construcción simple, aceptemos que entre sus componentes (limbo y alidada) pueda existir una excentricidad de una décima de milímetro (valor mínimo).

Como el radio del limbo y alidada es de aproximadamente 45 mm el error de excentricidad será: $\Delta\alpha = (0,1 \text{ mm} / 45 \text{ mm}) * 3438'' \approx 0^\circ 08''$

Conclusión

Si consideramos la posibilidad de que existan simultáneamente el error de excentricidad en el sextante y el de centración sobre el vértice del ángulo a medir, que para una distancia de 100 m y un corrimiento de 0,10 m será del orden de los 3', además de los muy probables errores de bisección y falta de perpendicularidad de los espejos, tendremos que aceptar medir un ángulo con el sextante con una precisión del orden de los 15'.

Este valor puede variar con las distancias a que se encuentren las señales. Se aclara que no está considerado dentro de ese valor el error de índice, pues a este podemos corregirlo en cada lectura y además es muy fácil encontrar su valor. Estas consideraciones aclaran el concepto de que, por el hecho de tener el instrumento un sistema de lectura de mucha precisión no se logra igual grado de precisión en el resultado de la medición.

