TEMA 8

HIDRODINÁMICA

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

Que el alumno logre:

- **Diferenciar los distintos tipos de flujos.**
- **Calcular la velocidad de un fluido aplicando la ecuación de continuidad.**
- **Reconocer las variables que influyen en la determinación de la presión de un fluido en movimiento.**
- **Calcular la velocidad de un líquido aplicando el teorema de Bernoulli.**
- **Identificar la distribución de velocidades de un fluido viscoso dentro de un tubo.**
- **Obtener experimentalmente el coeficiente de viscosidad de un fluido.**

HIDRODINÁMICA

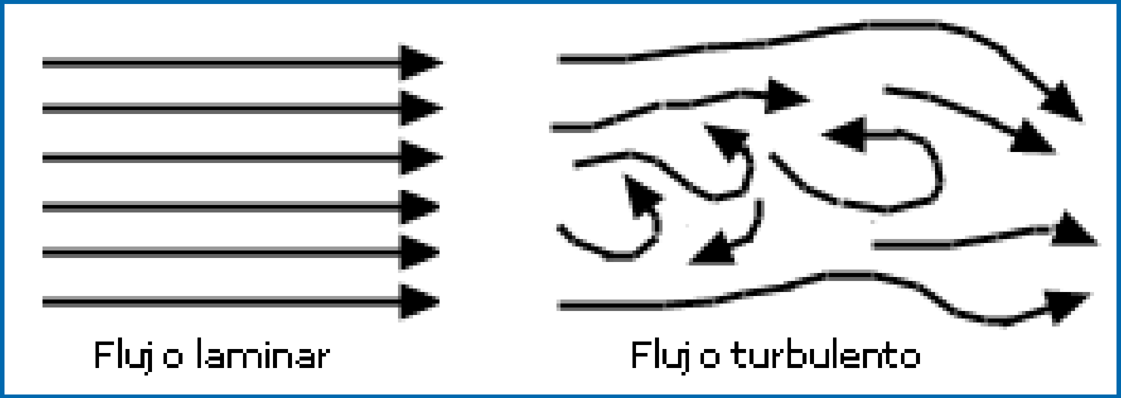
Estudia los fluidos en movimiento

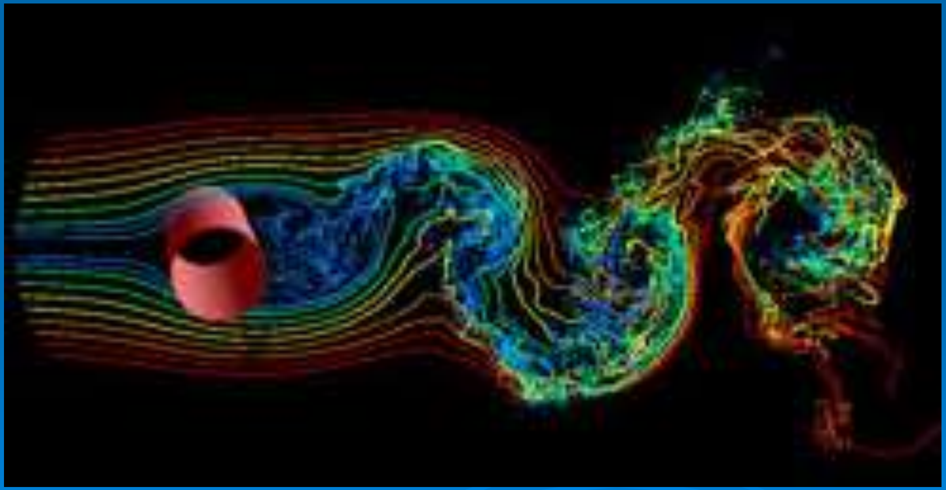
FLUJO

Es el movimiento de un fluido.

CLASIFICACIÓN

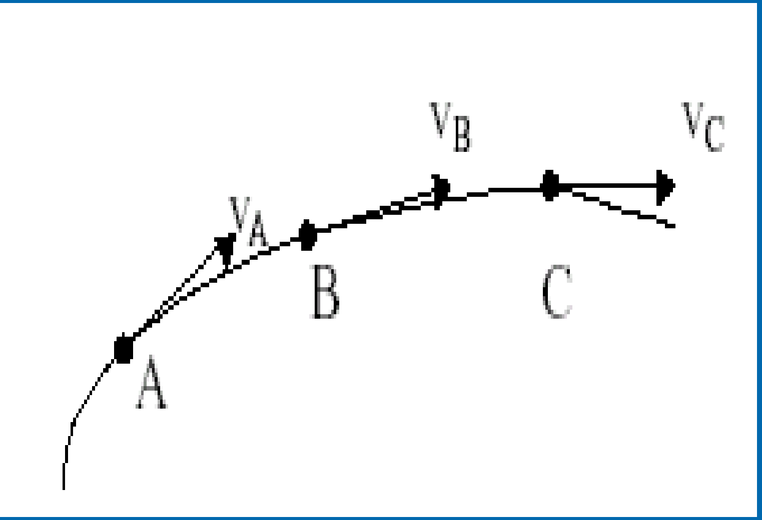
Flujo laminar y turbulento





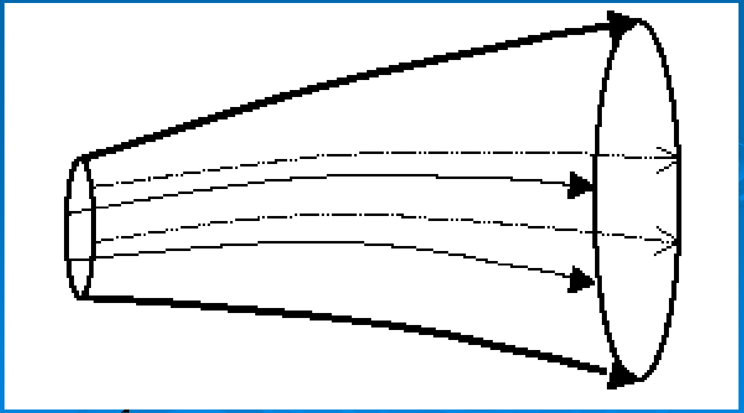
LINEA DE CORRIENTE

Línea imaginaria que es tangente en cada punto al vector velocidad de una partícula.



TUBO DE CORRIENTE

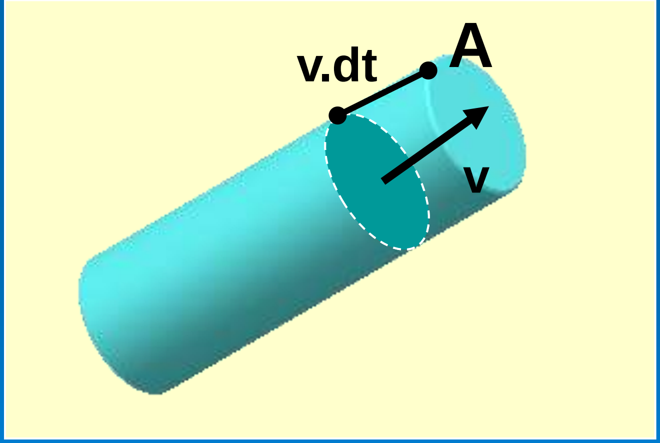
Tubo real o imaginario cuyas paredes son líneas de corriente.



CAUDAL O GASTO (Q)

➢ Caudal volumétrico

Es el volumen de fluido que atraviesa una sección transversal del tubo en la unidad de tiempo.



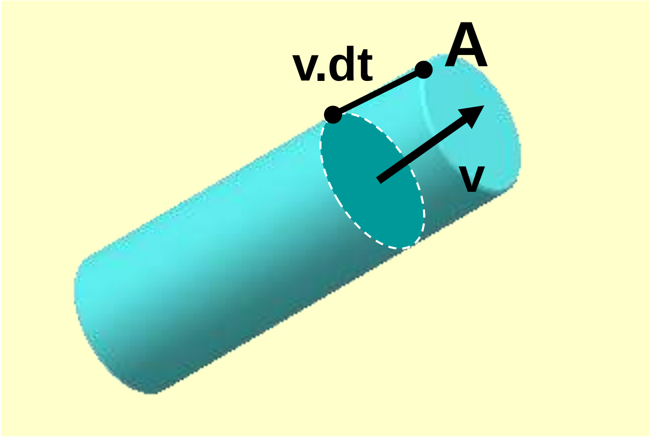
$$Q_V = \frac{dV}{dt} = \frac{A.v.\cancel{dt}}{\cancel{dt}}$$

$$Q_V = A.v$$

➢Caudal másico

Es la masa de líquido que atraviesa una sección transversal del tubo en la unidad de tiempo.

$$Q_M = \frac{dm}{dt} = \frac{\delta . A . v . \cancel{dt}}{\cancel{dt}}$$



$$Q_M = \delta . A . v$$

$$\delta = \frac{dm}{dV}$$

$$dV = A . v . dt$$

Relaciones entre Q_M y Q_V

Como:

- $Q_V = A \cdot v$
- $Q_M = \delta \cdot A \cdot v$

$$Q_M = \delta \cdot Q_V$$

La dimensión de Caudal es:

$$[Q] = \frac{[L^3]}{[T]} = [L^3 . T^{-1}]$$

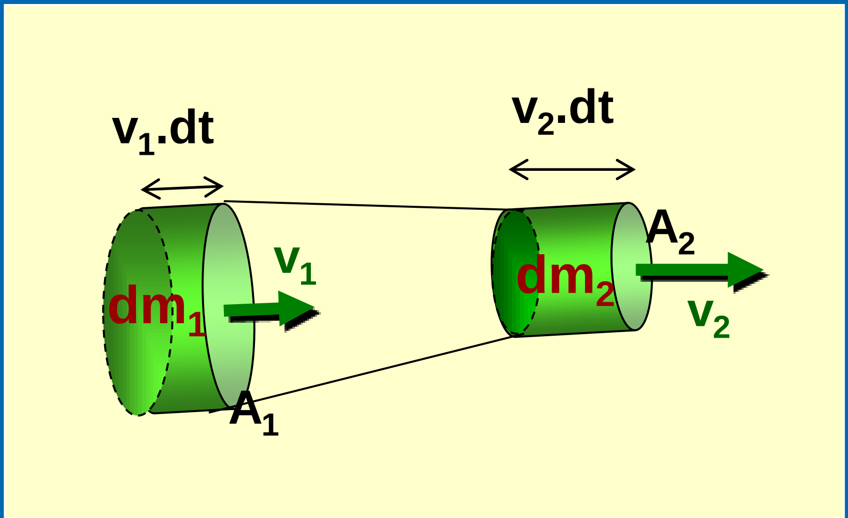
Unidades

SIMELA: m^3/s

Sistema c.g.s: cm^3/s

Sistema Técnico: m^3/s

Ecuación de continuidad



$$\delta = \frac{dm}{dV} \Rightarrow dm = \delta.dV$$

$$dm_1 = \delta_1.dV_1 = \delta_1.A_1.v_1.dt$$

$$dm_2 = \delta_2.dV_2 = \delta_2.A_2 v_2.dt$$

$$\delta_1.A_1.v_1.\cancel{dt} = \delta_2.A_2.v_2.\cancel{dt}$$

$$\delta_1.A_1.v_1 = \delta_2.A_2.v_2$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$Q = Cte.$$

Ecuación de Continuidad

Si $\delta_1 = \delta_2$

$$A_1.v_1 = A_2.v_2$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$Q = Cte.$$

TEOREMA DE BERNOULLI

- **El fluido se mueve en un régimen estacionario (la velocidad del flujo en un punto no varía con el tiempo).**
- **No se considera la viscosidad del fluido (que es una fuerza de rozamiento interna).**
- **Se considera que el líquido está sólo bajo la acción del campo gravitatorio.**

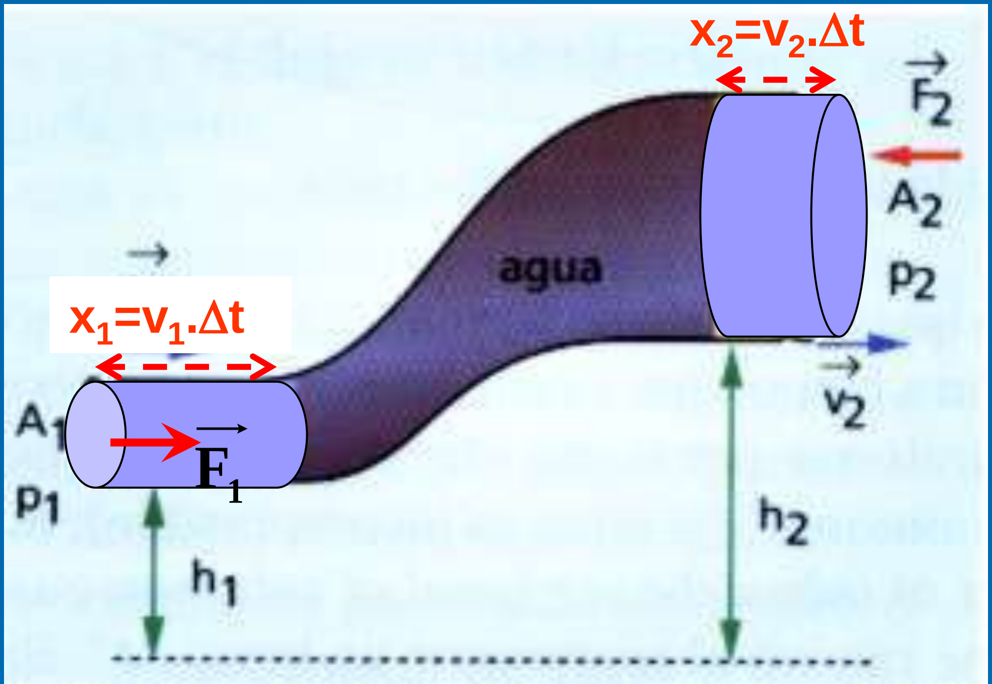
TEOREMA DE BERNOULLI

$$\Delta E_C + \Delta E_P = T_{F_{NC}}$$

$$T_F = F_1.x_1 - F_2.x_2$$

$$T = p_1.A_1.v_1.\Delta t - p_2.A_2.v_2.\Delta t$$

$$T = \frac{\Delta m}{\delta}(p_1 - p_2)$$



$$\Delta E_c = \tfrac{1}{2}\Delta m.v_2^2 - \tfrac{1}{2}\Delta m.v_1^2$$

$$p = \frac{F}{A} \rightarrow F = p.A$$

$$\Delta E_c = \tfrac{1}{2}\Delta m.(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Delta E_P = \Delta m.g.(h_2 - h_1)$$

δ

$$\Delta E_C + \Delta E_P = T_{F_{NC}}$$

$$\Delta E_c = \tfrac{1}{2}\Delta m.(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Delta E_P = \Delta m.g.(h_2 - h_1)$$

$$T = \frac{\Delta m}{\delta}(p_1 - p_2)$$

$$\frac{\cancel{\Delta m}}{\delta}(p_1 - p_2) = \tfrac{1}{2}\cancel{\Delta m}.(v_2^2 - v_1^2) + \cancel{\Delta m}.g.(h_2 - h_1)$$

$$p_1 + \tfrac{1}{2}\delta v_1^2 + \delta g.h_1 = p_2 + \tfrac{1}{2}\delta.v_2^2 + \delta g.h_2$$

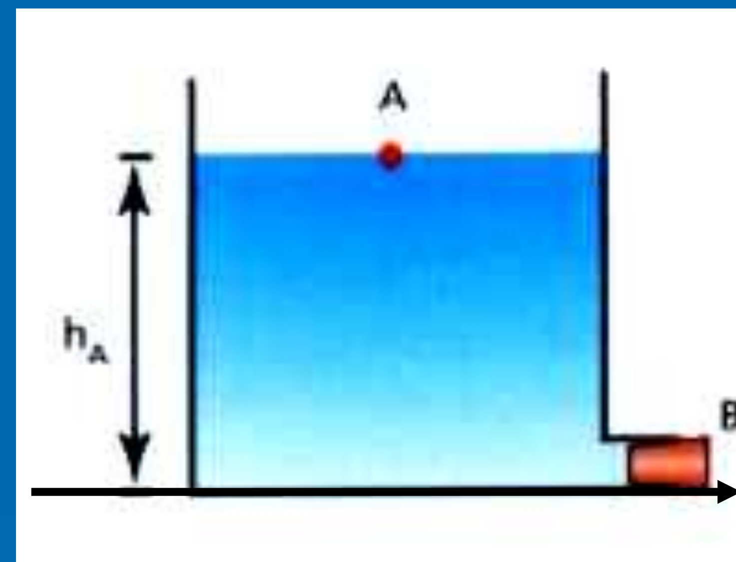
$$\boxed{p + \tfrac{1}{2}.\delta.v^2 + \delta.g.h = Cte.}$$

APLICACIONES DEL TEOREMA DE BERNOULLI

PRINCIPIO DE TORRICELLI

$$\frac{1}{2}.\delta.v^2+g.\delta.h+p = cte$$

$$v_A \cong 0 \quad ; \quad p_A = p_o \quad ; \quad h_B = 0$$



$$p_B = p_o + \cancel{\delta.g.h_B} = p_o$$

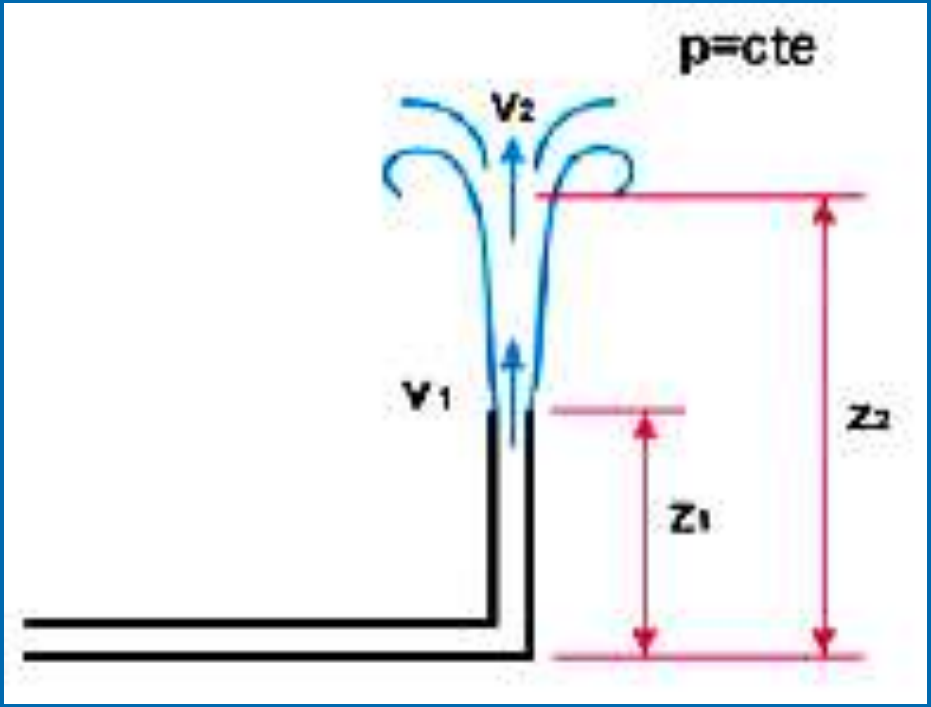
$$g.\delta.h_A + p_A = \frac{1}{2}.\delta.v_B{}^2 + p_B$$

$$g.\delta.h_A + \cancel{p_o} = \frac{1}{2}.\delta.v_B{}^2 + \cancel{p_o}$$

$$v_2 = \sqrt{2\,g\,h}$$

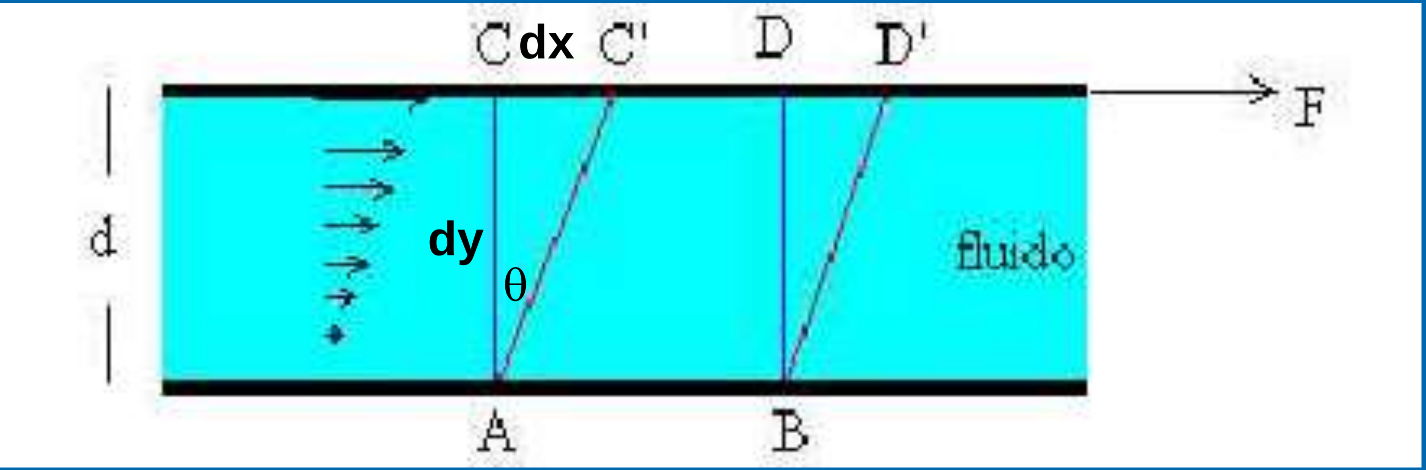
SURTIDOR

$\frac{1}{2}.\delta.v^2+g.\delta.h+p = cte$



$$\frac{1}{2}.\delta.v_1^2+g.\delta.z_1 = \frac{1}{2}.\delta.v_2^2+g.\delta.z_2$$

VISCOSIDAD



$$\frac{F}{A} \sim \frac{dv}{dy} \quad \Rightarrow \quad F = \eta . A . \frac{dv}{dy}$$

$$\eta = \frac{F.\,dy}{A.\,dv}$$

Dimensiones y Unidades

$$[\eta] = [M.L^{-1}.T^{-1}]$$

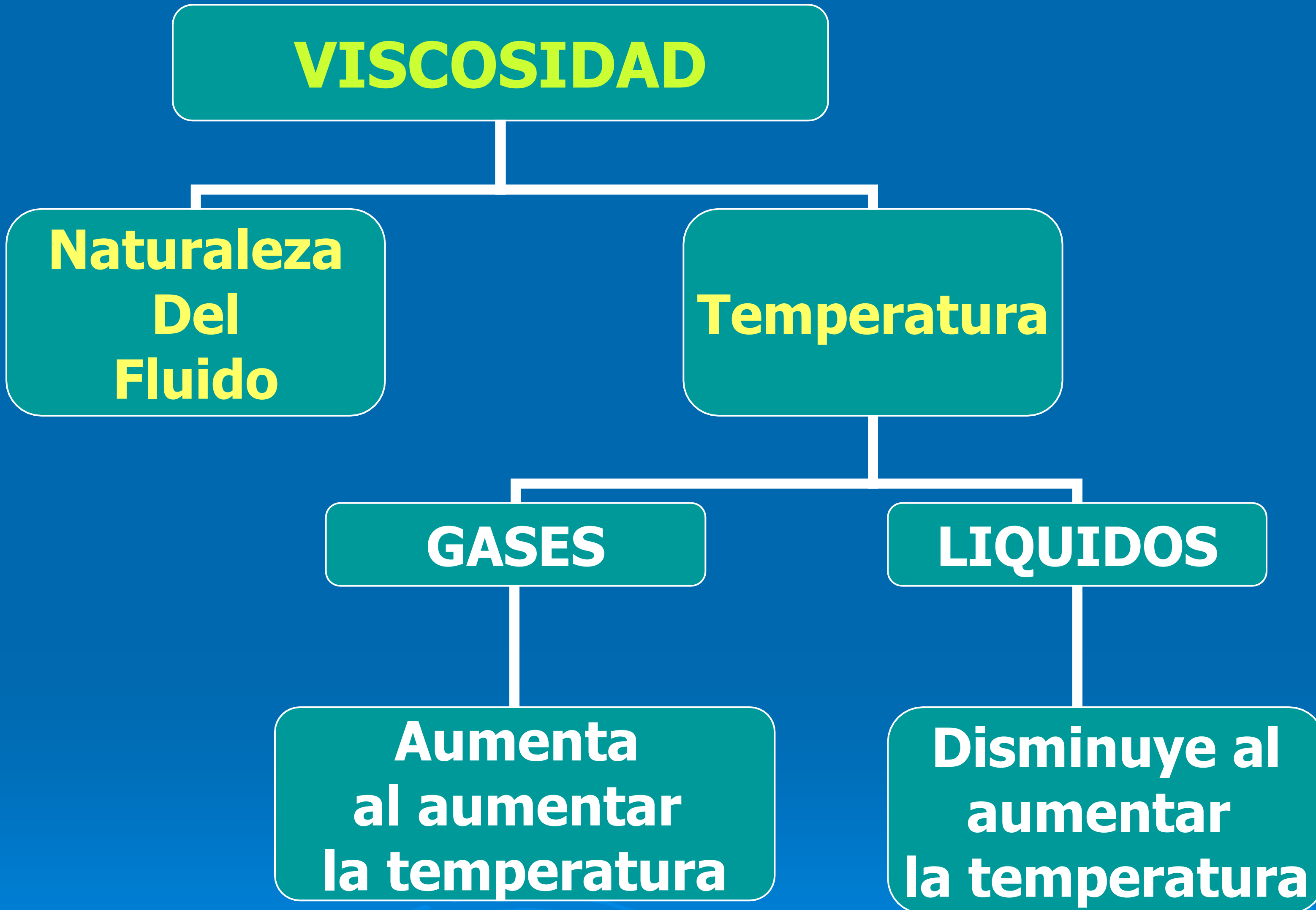
En el c.g.s resulta:

$$\frac{g}{cm.s} = \text{poise}$$

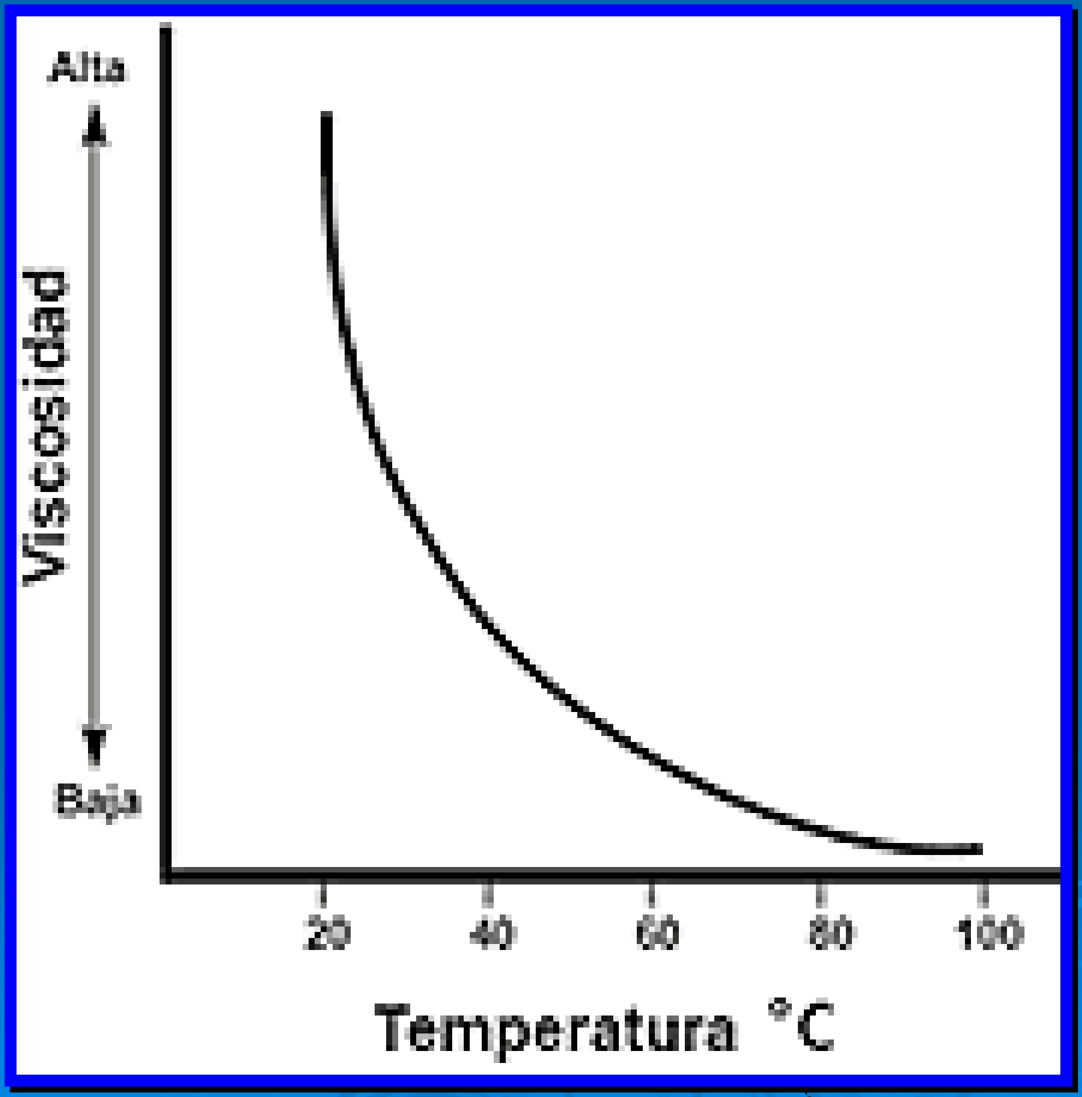
Para aceites lubricantes se utiliza el SAE (Society of Automotive Engineers)

Ejemplo:

10 SAE $\cong$ 160 - 220 cp a 130ºF


VISCOSIDAD
Naturaleza Del Fluido
Temperatura
GASES
LIQUIDOS
Aumenta al aumentar la temperatura
Disminuye al aumentar la temperatura

Efectos de la temperatura sobre la viscosidad en el aceite



Ley de Poiseuille

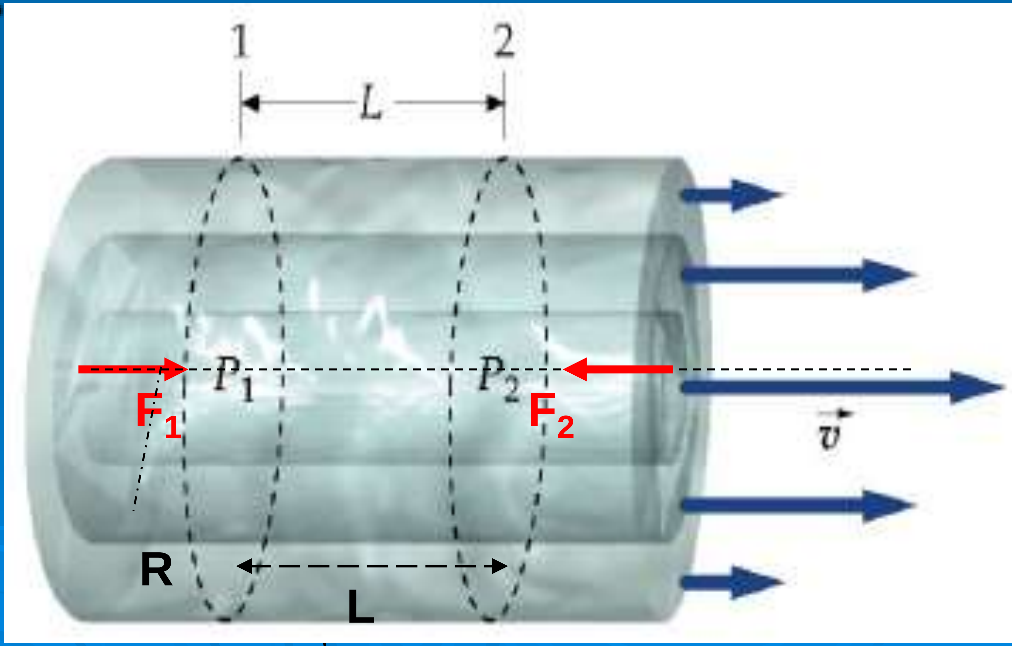
$F_1 = \pi . r^2 . \Delta p$ $\qquad$ $F_2 = -\eta . 2\pi . r . L . \dfrac{dv}{dr}$

$$\boxed{F_1 = F_2}$$

$$\cancel{\pi} . r^{\cancel{2}} . \Delta p = -\eta . 2\cancel{\pi} . \cancel{r} . L . \frac{dv}{dr}$$

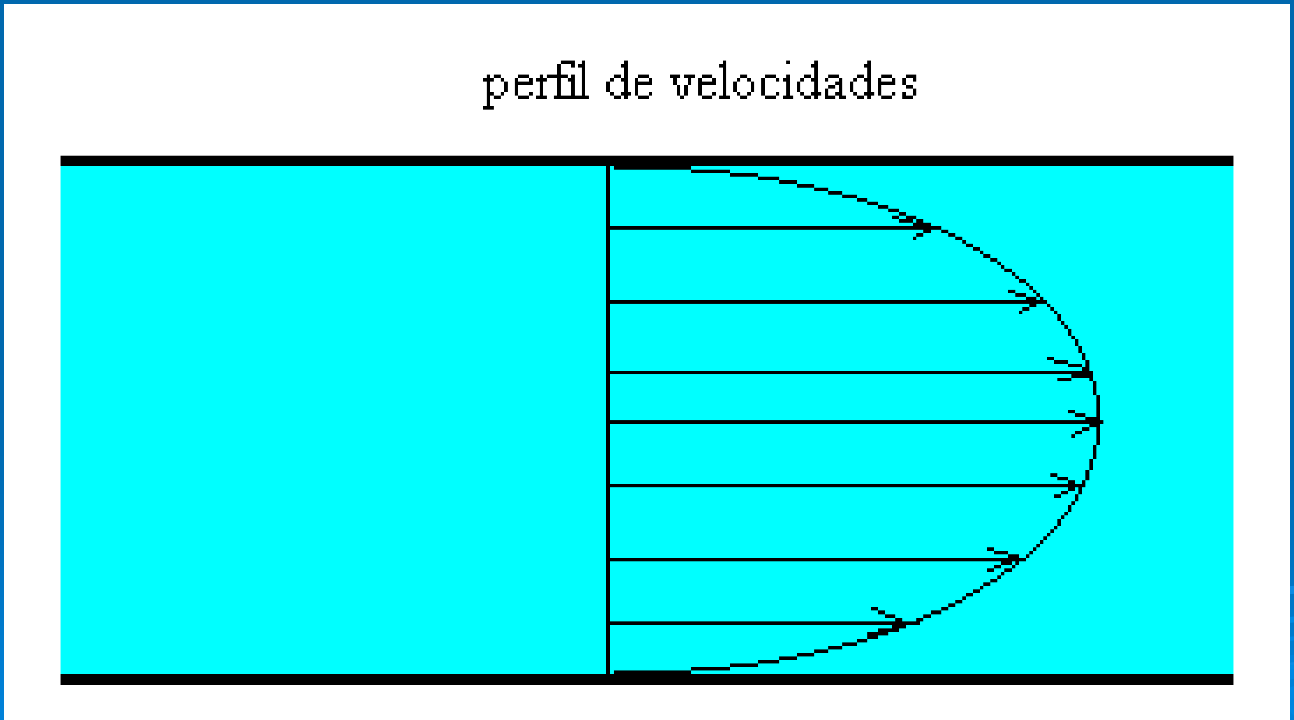
$$dv = -\frac{\Delta p}{2\eta L} . r . dr$$

$$\boxed{\int_0^v dv = -\frac{\Delta p}{2\eta L}\int_0^R r.dr}$$



Integrando resulta:

$$v = \frac{\Delta p}{4\eta L}\left(R^2 - r^2\right)$$



Por otra parte : $dQ = v.\, dA$

$$v = \frac{\Delta p}{4\eta L}\left(R^2 - r^2\right)$$

$$A = \pi.r^2$$

$$dA = 2.\pi.r.dr$$

$$dQ = \frac{\Delta p}{4\eta L}\left(R^2 - r^2\right).2\pi.r.dr$$

$$\int_0^Q dQ = \frac{\Delta p}{4\eta L} 2\pi\left[\int_0^R R^2.r.dr - \int_0^R r^3.dr\right]$$

$$Q = \frac{\Delta p.\pi}{2\eta L}.\left[\frac{R^2.r^2}{2} - \frac{r^4}{4}\right]_0^R$$

$$Q = \frac{\pi.R^4.\Delta p}{8\eta L}$$

Ley de Poiseuille

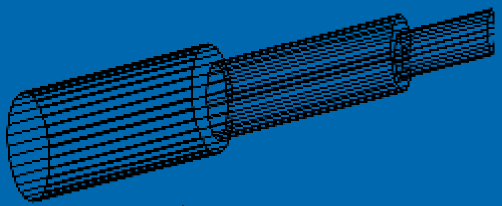
$$Q = \frac{\pi . R^4 . \Delta p}{8 \eta L} \qquad Q = \frac{\Delta p}{R_h}$$

$$1/R_h$$

$$\frac{8.\eta.L}{R^4} = R_h$$

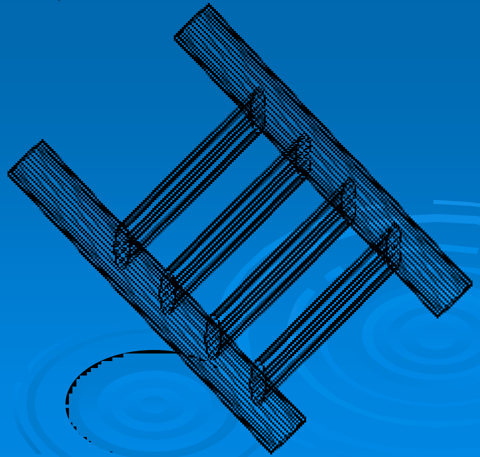
Resistencia hidrodinámica

Para conductos en serie:



$$R_{h,s} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$$

Para conductos en paralelo:



$$R_{h,p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

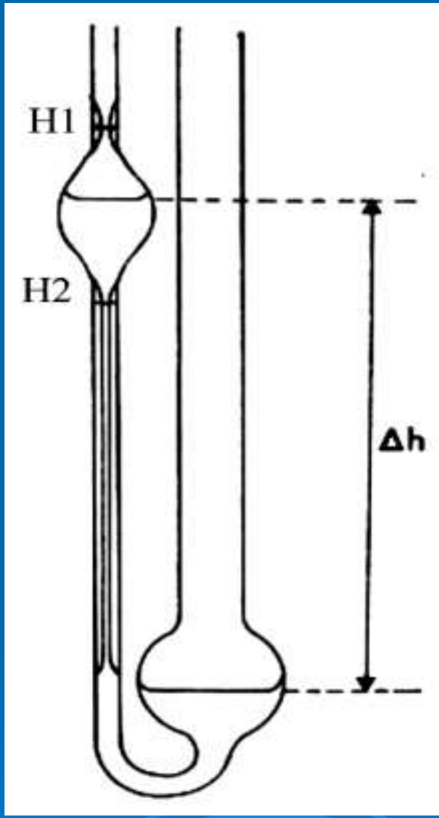
VISCOSÍMETRO DE OSTWALD

$$V = Q_1 .\, t_1 = \frac{\pi . r^4}{8 \eta_1 . L} \delta_1 . g . h .\, t_1$$

$$V = Q_2 .\, t_2 = \frac{\pi . r^4}{8 \eta_2 . L} \delta_2 . g . h .\, t_2$$

Como los V son iguales resulta

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{\delta_2}{\delta_1} . \frac{t_2}{t_1}$$



Viscosímetro de Stokes

$$F = - k.\,\eta.v$$

Donde:

- k : Constante que depende de la forma del cuerpo
- η : coeficiente de viscosidad del líquido
- v : velocidad relativa

Para la esfera

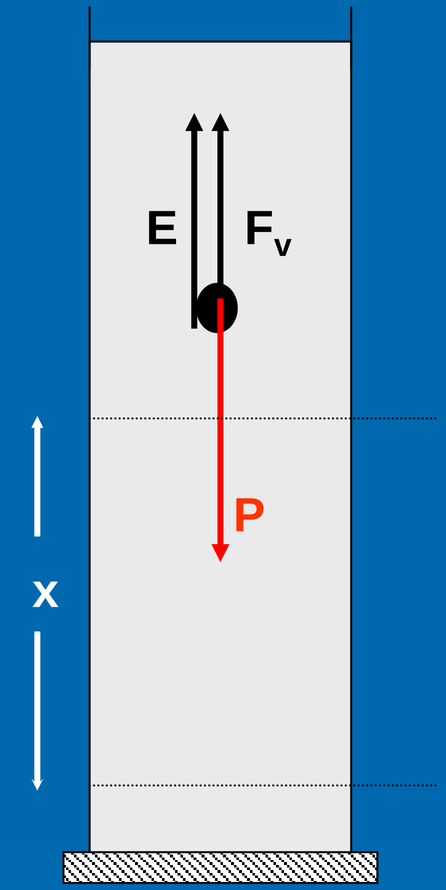
$$k = 6\pi r$$

$$F = - 6\,\pi.r.\,\eta.v$$

$$P - F - E = m \cdot a$$

Donde:

- $P = \delta_e \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g$
- $F = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$
- $E = \delta_L \cdot g \cdot \pi \cdot R^3$



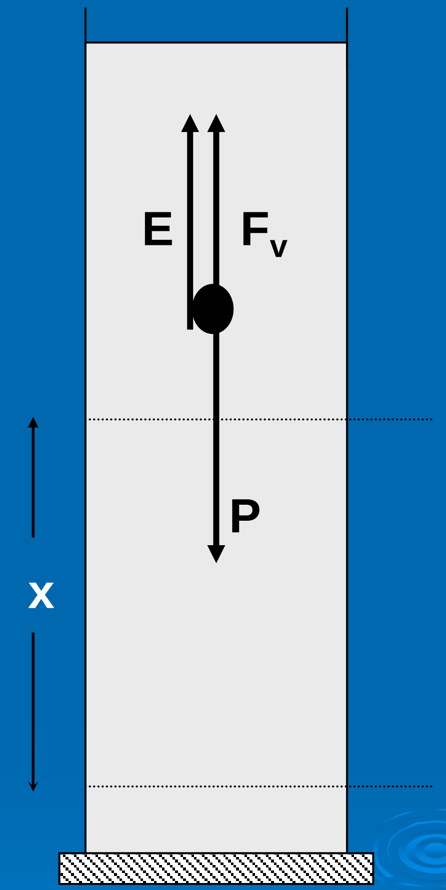
$$\delta_e \cdot g \cdot \pi \cdot r^3 - 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v - \delta_L \cdot g \cdot \pi \cdot r^3 = m \cdot a$$

$$(\delta_e - \delta_L) \cdot g \cdot \pi \cdot r^3 - 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v = m \cdot a$$

$$(\delta_e - \delta_L) \cdot g \cdot \pi \cdot r^3 - 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_L = 0$$

$$v_L = \frac{x}{t}$$

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot \frac{r^2}{v} \cdot g \cdot (\delta_e - \delta_L)$$



Experimentalmente se debe corregir la velocidad medida , debido al defecto de borde.

El factor de corrección es

$$\beta = 1 + 2{,}4 \cdot \frac{r}{R}$$

$$\mathbf{v} = \left(1 + 2{,}4\,\frac{r}{\mathbf{R}}\right) \mathbf{.\ v_m}$$

Ventajas y desventajas

Ostwald	Stokes
Se requiere líquido patrón	NO se requiere líquido patrón
La viscosidad medida es relativa	La viscosidad medida es absoluta
Es aplicable para líquidos de baja densidad	Es aplicable para líquidos de alta densidad