

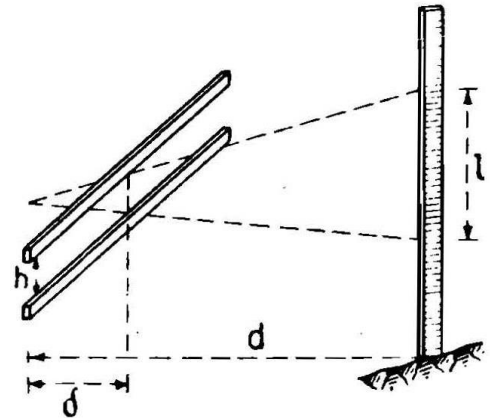
TEMA 9 – MEDICIÓN INDIRECTA DE LONGITUDES Y NIVELES

1. MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR METODOS ESTADIMETRICOS

1.1. Fundamento de la estadía¹

Gran parte de los anteojos utilizados en los instrumentos topográficos permiten medir distancias indirectamente con rapidez y ventaja sobre los métodos de medida directa. Estos anteojos reciben el nombre de *diastimométricos* o **estadimétricos** y tienen por fundamento lo siguiente: supóngase que miramos una regla vertical a través de la rendija que queda entre dos listones de una persiana, presentados por dos hilos horizontales en los anteojos estadimétricos. Los bordes de la rendija limitarán la visualidad y solo percibiremos cierta longitud de regla; designemos por d la distancia del ojo a la regla, por δ la separación entre el ojo y la persiana, por l la longitud del segmento de regla que abarca la vista, y por h la separación de los listones o hilos. Podremos establecer, evidentemente, la siguiente relación:

$$d/l = \delta/h$$



de donde podremos deducir el valor de d siempre que se conozcan las otras tres magnitudes. La distinta manera de operar con estas da origen a tres categorías de estadímetros que responden a las formulas siguientes:

$$[1] \quad d = (\delta/h) \cdot l \quad \delta \text{ y } h \text{ ctes.}$$

$$[2] \quad d = \delta \cdot l \cdot 1/h \quad \delta \text{ y } l \text{ ctes}$$

$$[3] \quad d = (l/h) \cdot \delta \quad l \text{ y } h \text{ ctes}$$

- Las estadías de la primera categoría son las más frecuentemente empleadas: en estas se mantiene constante δ y h , siendo l variable en cada caso, apreciándose su magnitud por ir la regla graduada. Haciendo $\delta/h = K$ en la formula [1] podremos escribir:

$$d = K \cdot l$$

Que nos dice que la distancia desde el ojo a la regla es igual a la longitud de esta, limitada por las visuales extremas, multiplicada por **una constante K** llamada *constante diastimométrica* o *relación diastimométrica* o **cte estadimétrica**.

A este tipo de estadímetros se les denomina de *mira variable e hilos fijos*.

Para graduar la regla supóngase que en un terreno llano y horizontal se miden 100 metros a partir de la posición del ojo y que el segmento limitado por las visuales extremas tangentes a los hilos o listones le dividimos en 100 partes iguales; si llamamos p la medida de cada una de estas partes se verificara:

$$\delta/h = 100/100 p \text{ o sea que } p=1/K$$

En cualquier otra posición de la regla, suponiendo se cuenten n divisiones, deduciremos de la formula [1] teniendo en cuenta la relación anterior:

$$d = K \cdot n \cdot p = n$$

¹ F. Dominguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada

Es decir, que la distancia en metros viene determinada por el número n de divisiones comprendidas entre las visuales límites.

La regla así dividida recibe el nombre de **estadía** y solo podrá utilizarse para los valores de δ y h que se utilizaron para dividir la regla. Si ésta va dividida en metros y fracciones de metros se la denomina **mira**; generalmente se utilizan *miras*, y por emplearse casi siempre constantes diastimométricas expresadas por números sencillos las *miras* suelen utilizarse a su vez como estadías.

Por lo tanto **los estadímetros de 1º categoría, corresponden a toda la gama de miras y estadías verticales colimadas a través de los anteojos**

$$d = (\delta/h) \cdot l = K \cdot l \quad \delta \text{ y } h \text{ ctttes}$$

- En los estadímetros del segundo tipo ha de verse siempre la misma magnitud de mira, pudiendo en este caso separarse al efecto los listones de la persiana hasta que las visuales engrasen. La formula [2] podemos establecerla bajo la siguiente forma:

$$d = K \cdot l / h$$

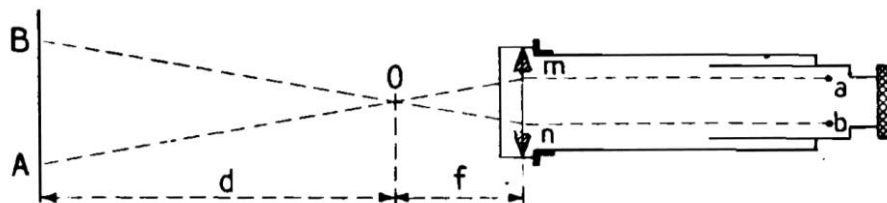
que nos dice que la separación de los listones o hilos es inversamente proporcional a la distancia en el terreno, y como siempre han de utilizarse **estadías de la misma longitud**, puede emplearse una escala en la cual la posición de los hilos permita leer directamente la distancia. Los estadímetros de segunda categoría se llaman de **mira constante e hilos variables**, a estadía horizontales de longitud fija colimadas asimismo a través de los anteojos, de mayor precisión que los anteriores en sus mediciones; pero muy poco utilizados.

$$d = \delta \cdot l / h = K / h \quad \delta \text{ y } l \text{ ctttes}$$

- En el tercer tipo se conservan constantes la longitud de la mira y la separación de los hilos, obteniéndose el engrase en el ejemplo propuesto, acercando o alejando el ojo a los barrotes de la persiana. La distancia δ que los separa, multiplicada por una constante, nos dará la que buscamos. Es éste el tipo menos usado y el menos preciso, no apto, para utilizarse con los anteojos. A esta tercera categoría se le da el nombre de *estadímetros de mira constante e hilos fijos*. $d = (l/h) \cdot \delta = K \delta \quad l \text{ y } h \text{ ctttes}$

1.2. ANTEOJO ESTADIMÉTRICO DE REICHENBACH²

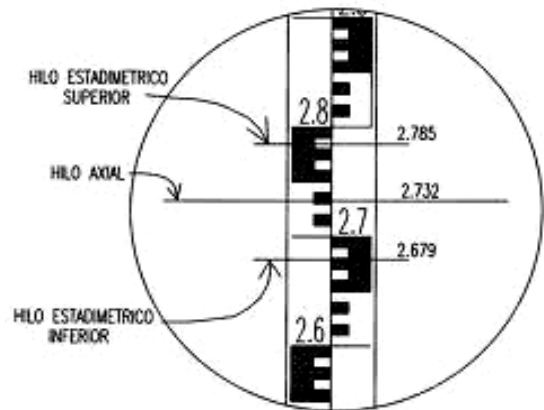
De muy frecuente uso en Topografía, consiste en un estadímetro de primera categoría adaptado a un anteojo astronómico. En este los dos listones de la persiana del ejemplo



sustituyen por dos hilos en el retículo, paralelos y equidistantes del horizontal de la cruz filar.

² F. Domínguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada

Llamando a y b la sección de los hilos en la figura, los rayos luminosos que de ellos parten paralelamente al eje del anteojo, al llegar al objetivo, se refractaran pasando por el foco, e interceptaran a la mira en los puntos A y B. Recíprocamente, los rayos que partan de A y B formaran su imagen en a y b en el retículo y así, al enfocar a la mira, veremos su imagen atravesada por dos hilos como se ve en la figura, leyéndose en la mira la magnitud l comprendida entre ambos.



En este caso la distancia del ojo a la persiana se sustituye por la distancia focal; por tanto, la formula [1] $d = (\delta/h) \cdot l$ (δ y h cttas) se convierte en:

$$d = f/h \cdot l$$

El valor f/h puede expresarse en función del ángulo ω llamado *ángulo diastimométrico*, constante en cada aparato; designando a este por ω y teniendo en cuenta que:

$$\text{tg} (\frac{1}{2}\omega) = \frac{1}{2} h / f$$

$$\frac{1}{2} h = f \cdot \text{tg} \frac{1}{2}\omega \text{ se tendrá: } h = 2f \cdot \text{tg} \frac{1}{2}\omega \Rightarrow$$

$$d = f/h \cdot l = l / (2 \cdot \text{tg} \frac{1}{2}\omega)$$

La constante estadimétrica será igual a

$$K = 1 / (2 \cdot \text{tg} \frac{1}{2}\omega)$$

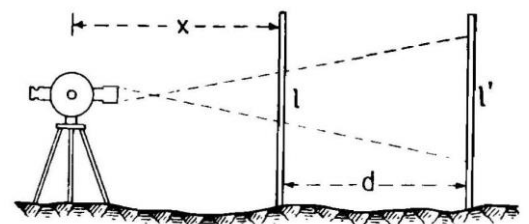
y es siempre un número sencillo, frecuentemente igual a 100, o sea en este caso cada centímetro de mira equivale a un metro en el terreno.

Obsérvese que la distancia d se mide ahora a partir del foco anterior del objetivo, siendo D la que hemos de determinar y tiene su origen en el centro del instrumento, del que pende la plomada que señala la vertical que pasa por la estaca clavada en el suelo; por consiguiente, para obtener la **verdadera distancia D** que interesa habrá que sumar a la d otra **constante que llamaremos K'**, variable de uno a otro instrumento, pero fija en cada uno, obteniéndose en definitiva la siguiente fórmula para la medida indirecta de distancias con el **estadímetro de Reichenbach**:

$$D = K \cdot l + K'$$

1.3. DETERMINACIÓN DE LAS CONSTANTES.³

Las constantes K y K' deben ser conocidas para cada instrumento y anotadas de una vez para siempre. Si no se conociesen, será preciso determinarlas previamente, y para ello mediremos en un terreno horizontal una distancia que llamaremos d , y estacionado el instrumento fuera de ella, pero en la misma alineación, a una distancia x del punto más



³ F. Dominguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada

cercano, enfocaremos a dos miras en los extremos, y llamando l a la lectura de la mira más próxima y l' a la más lejana, se tendrá

$$x + d = K l' + K'$$

$$x = K l + K'$$

restando la segunda de la primera:

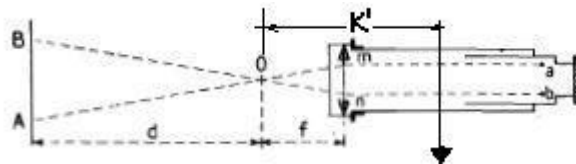
$$d = K (l' - l)$$

de donde:

$$K = d / (l' - l)$$

fórmula que al eliminar la constante aditiva nos da la relación estadimétrica en función de la distancia medida y las lecturas de las miras.

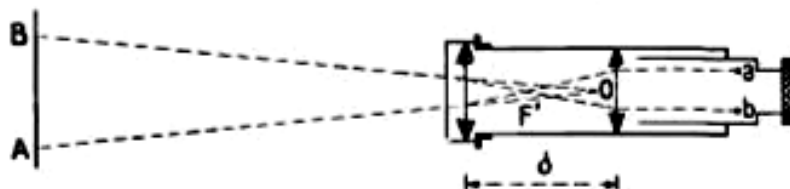
La constante aditiva K' la obtendremos observando en la figura, que se compone de dos segmentos, uno la distancia focal del objetivo y otro la que existe desde este al eje vertical del instrumento. Esta última la mediremos directamente por medio de una regla milimetrada, y para averiguar cuál es la distancia focal colocaremos el anteojo en posición telescópica (∞); enfocando a un punto lejano, según sabemos, el retículo coincidirá con el foco interior al anteojo y bastará medir la distancia que le separa del objetivo; la suma de las dos medidas será la constante K' .



1.4. ANTEOJO ESTADIMÉTRICO DE PORRO O DE ANALATISMO CENTRAL.⁴

Con objeto de eliminar la constante aditiva, de incómodo manejo en la medida indirecta de las distancias, ideó *Porro*, hace más de un siglo, un anteojo en el que prescinde de la constante, por conseguir trasladar el punto foco (analático) al centro del instrumento. La llamo impropriamente anteojo analático, al que con más rigor suele designársele con el nombre de *anteojo estadimétrico de analatismo central*.

Se utilizan para ella anteojos astronómicos, en los que se introduce la variación (figura) de intercalar una nueva lente convergente entre el objetivo y el retículo, invariablemente fija. A esta lente se la llama lente *analática*.



La distancia de la lente analática al objetivo ha de ser inferior a la distancia focal de este, y así queda siempre interpuesta entre el objetivo y la imagen. Esta actuará, por tanto, respecto a la lente analática como objeto *virtual* y nos dará una segunda *imagen*

⁴ F. Domínguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada

real más pequeña que la anterior del mismo lado de la lente y también invertida respecto al objeto. En la figura se representa la trayectoria de los rayos luminosos desde el retículo al objeto. En a y b se señala la sección de los hilos del retículo, y los rayos que de ellos parten, paralelos al eje del anteojo, pasaran por F' , foco de la lente analítica. Este punto queda situado entre el objetivo y su foco, y, por tanto, nos dará su imagen, respecto al objetivo, en otro punto O que cumpla con la condición de las lentes:

$$1/\delta - f_1 + 1/x = 1/f$$

se representan por δ la distancia de la lente analítica al objetivo; f_1 y f son las distancias focales de ambas, respectivamente, y x la distancia del punto O al objetivo. Los rayos, al salir de este, procederán del punto O interceptando a la mira en A y B , puntos en que al observarla con el anteojo se la verá atravesada por los hilos del retículo.

El punto O funciona como punto analítico y deberá coincidir con el centro del instrumento, y a partir de él se miden las distancias; el ángulo AOB podrá tomarse como ángulo diastinométrico, por ser constante, ya que solo depende de las distancias focales del objetivo y de la lente analítica, de la distancia δ entre estas y de la separación de los hilos, magnitudes fijas todas ellas.

Llamando ω al ángulo diastinométrico y l la lectura de mira, se tendrá:

$$D = l / (2 \cdot \text{tg } \frac{1}{2}\omega)$$

y haciendo, igual que antes, $K = 1 / (2 \cdot \text{tg } \frac{1}{2}\omega)$, tendremos como valor de la distancia:

$$D = K \cdot l$$

Para que el anteojo sea utilizable es preciso que se cumpla la doble condición siguiente:

$$f_1 < \delta < f$$

La primera es impuesta para que F' forme su imagen en el punto analítico O , y la segunda porque si la distancia focal f fuese menor que δ , al formarse la imagen dada por el objetivo en las proximidades del foco quedaría aquella a la izquierda de la lente analítica y ésta daría una segunda imagen virtual y, por consiguiente no podría utilizarse el retículo.

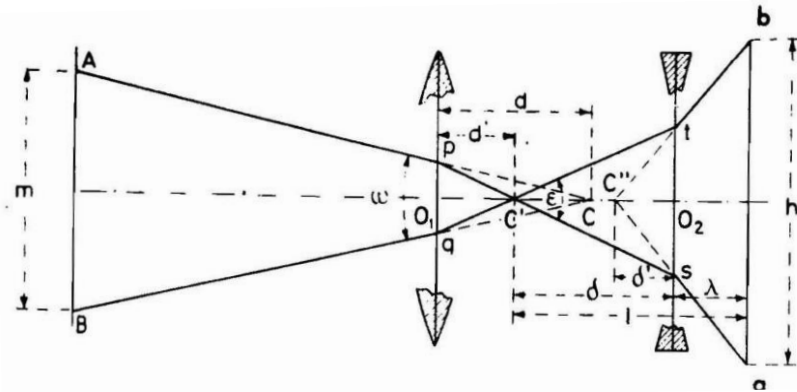
Dependiendo el ángulo ω de la posición de la lente analítica, variará la constante diastinométrica si se mueve aquella, por lo que debe ir fija en el anteojo; alguno, sin embargo, permite corregir el ángulo imprimiéndola pequeños desplazamientos, para ello se medirá con toda exactitud una distancia, por ejemplo, de 80 metros, y para que la constante diastinométrica sea un número sencillo, supongamos 100, será preciso que los hilos intercepten en la mira 80 m exactamente. Si así no ocurriese, será preciso mover la lente hasta conseguirlo con toda exactitud; esta corrección, sin embargo, solo deberá hacerse en último extremo, procurando evitar, en lo posible, tocar la lente.

Los anteojos de analatismo central tienen un inconveniente. Al intercalar una lente divergente en un anteojo astronómico, se obtiene un mayor aumento a igualdad de longitud y, recíprocamente, que para obtener el mismo aumento en un anteojo astronómico y en otro provisto de lente divergente, será preciso dar al primero mayor longitud que al segundo.

Si en vez de una lente divergente, colocásemos una convergente, obtendríamos, mediante una construcción idéntica, el resultado contrario; de donde se deduce que en un anteojo de Porro, de la misma longitud que otro astronómico, tiene menor aumento que este y, recíprocamente, si se desea que el aumento sea el mismo en los dos anteojos, ha de darse al primero mayor longitud que al segundo.

1.5. ANTEOJOS DE ENFOQUE INTERNO PRÁCTICAMENTE ANALÍTICOS.⁵

Por todo ello, las dos soluciones expuestas han caído en desuso, empleándose actualmente exclusivamente anteojos de enfoque interno que, si bien no son de analatismo central, cometen un error tan pequeño que puede siempre despreciarse,



(menos de 1 mm en distancias de 100 m en el taquímetro Wild T-2, por ejemplo)

Un retículo de un taquímetro puede disponer de más de una pareja de hilos horizontales estadimétricos, correspondientes cada una de ellas a una constante diastinométrica. Siempre se utiliza la $K = 100$ y, generalmente, también la $K = 50$ (dos pares de hilos estadimétricos, cruz filar con 5 hilos horizontales y 1 vertical). Los taquímetros modernos generalmente sólo disponen de una pareja de hilos estadimétricos de $K = 100$.

En cuanto a las miras, habitualmente se usan de 4 m de longitud, plegables: telescópicas, divididas en centímetros o dobles centímetros. Obviamente es cómodo trabajar con $K = 100$.

Pueden ser parlantes o mudas, según lleven o no numeración grabada, dibujándose los centímetros y los decímetros de diversos colores alternativos conducentes a facilitar la lectura y reducir sus posibilidades de error.

- Si no se tiene la seguridad sobre la clase de anteojo del aparato en cuestión, y si por ejemplo se duda de que en un anteojo supuesto de Porro coincida el punto analítico con el punto medio del anteojo, hay que determinar K' y K a la vez, como veremos más adelante.

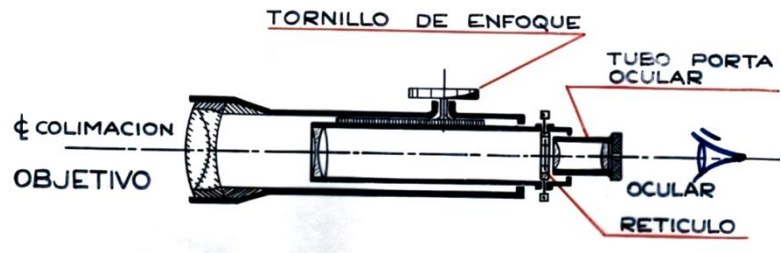
- **Determinación de la distancia focal f**

Se la puede determinar con sólo recibir la imagen del Sol, bien recortada, sobre un papel, y midiendo después la distancia f de este papel la objetivo.

Si el anteojo tiene un ocular del tipo Ramsden, -donde el tubo portaocular puede correrse enchufado en el portaobjetivo, arrastrando en su movimiento al ocular y al retículo- basta enfocar al infinito y sin paralaje, en estas condiciones, la distancia que hay entre retículo y el objetivo es igual a la distancia focal f buscada.

⁵ F. Dominguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada

Esto es así por dos razones: la imagen de un objeto lejano, se forma en el plano focal posterior de la lente objetiva; y al anular la paralaje, la imagen se produce en el plano del retículo.



• **Determinación de la constante K**

Conocidas las constantes K' y f , para determinar la constante estadimétrica k , se coloca el instrumento sobre un terreno sensiblemente plano y horizontal, luego se mide directamente la distancia entre la mira y el eje de giro del instrumento (plomada). A esta distancia medida se le descuenta los valores de f y K' , obteniéndose la distancia d . Seguidamente se lee en las miras las lecturas del hilo superior e inferior y se calcula el intervalo $AB=l$. Se sabe que mn distancia entre los hilos superior e inferior del retículo:

$$\Rightarrow \quad f / mn = d / AB = K$$

donde d y AB se conocen, así se conocerá el valor buscado: $f / mn = k$

Generalmente k vale 100 (puede ser 50 o 200)

$$d = (H_s - H_i) \cdot 100$$

$$D = 100 \cdot (H_s - H_i) \quad \text{distancia estadimétrica}$$

• Debemos hacer notar que como generalmente los milímetros se estiman, un error de 1 mm en la estimación de las lecturas de los hilos superior e inferior, implica un error en la distancia de 10 cm.

• Además los hilos estadimétricos nos proporcionan un control para la lectura del hilo medio o hilo nivelador, ya que:

$$H_M = (H_s + H_i) / 2$$

• **Determinación simultánea de las constante aditiva K' y estadimétrica k**

Cuando no se conocen las características ópticas del anteojo, no se puede determinar por sí sola la constante aditiva K' , y lo que se hace es determinarla juntamente con k de un modo indirecto.

Nos colocamos en un terreno más o menos llano y horizontal y a partir del centro del instrumento medimos dos distancias diferentes D_1 y D_2 con cinta métrica, y se hacen al mismo tiempo, con el estadímetro, las correspondientes lecturas de mira i_1s_1 y i_2s_2 estaremos después en condiciones de formar el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

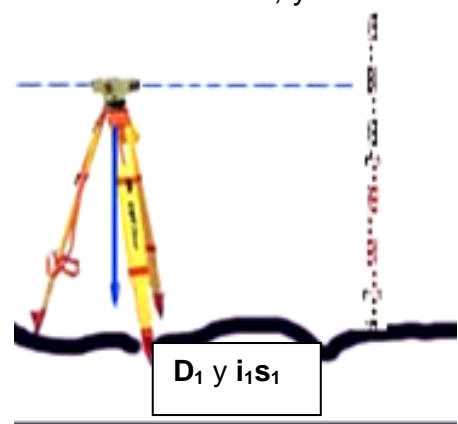
$$D_1 = i_1s_1 \cdot k + k'$$

$$D_2 = i_2s_2 \cdot k + k'$$

Entre los cuales se despejan k' y k .

$$k = (D_2 - D_1) / (i_2s_2 - i_1s_1)$$

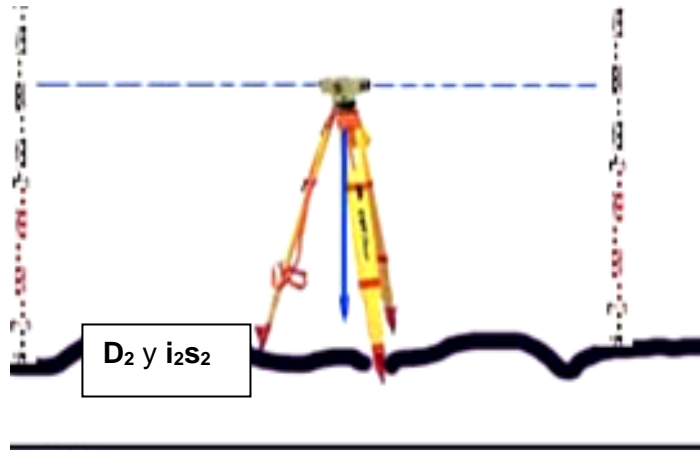
$$k' = D_1 - [(D_2 - D_1) / (i_2s_2 - i_1s_1)] i_1s_1$$



- Si queremos saber el **valor de la distancia focal f** , teníamos que en un anteojo

$$K' = f + e$$

f distancia focal del objetivo
y e distancia desde el objetivo al punto medio, es aproximadamente la mitad de la longitud del anteojo. Y además con mucha aproximación podemos admitir, sin error muy grande igual a $0,5 f$, resulta



$$k' \approx f + 0,5 f$$

$$k' \approx 1,5 f$$

$$D_1 \approx i_1 s_1 \cdot k + 1,5 f$$

$$D_2 = i_2 s_2 \cdot k + 1,5 f$$

Que podremos resolverlos fácilmente y obtener los valores buscados de k y f

Ejemplo:

$D_1 = 100$ mts.

los hilos estadimétricos: $s_1 = 1,576$

$i_1 = 0,574$,

controlados c/hilo medio = **1,075**,

Resulta $i_1 s_1 = 1,576 - 0,574 = \underline{1,002}$

$D_2 = 50$ mts.

$i_2 s_2 = \underline{0,499}$

por lo tanto, realizando los cálculos

$(i_2 s_2 - i_1 s_1) = 1,002 - 0,499 = \underline{0,503}$

$(D_2 - D_1) = 50$

$k = (D_2 - D_1) / (i_2 s_2 - i_1 s_1) = 50 / 0,503 = \underline{99,404}$

$k' = D_1 - [(D_2 - D_1) / (i_2 s_2 - i_1 s_1)] i_1 s_1 = 100 - [50 / 0,503] \cdot 1,002 =$

$\underline{0,398}$

es decir

$D_1 = i_1 s_1 \cdot k + k' = 1,002 \times 99,404 + 0,398 = \underline{100,001}$

$D_2 = i_2 s_2 \cdot k + k' = 0,499 \times 99,404 + 0,398 = \underline{50,001}$

Valores prácticamente iguales a los medidos con cinta.

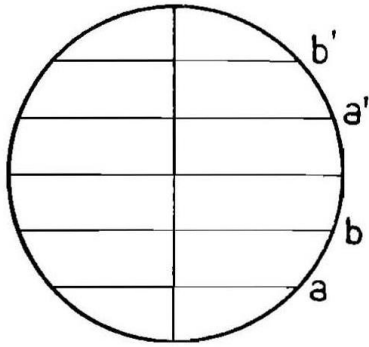
1.6. RETICULOS⁶

Los retículos estadimétricos llevan dos líneas finísimas paralelas o hilos equidistantes del horizontal de la cruz filar; la separación entre ellos está calculada de modo que resulte como constante diastimométrica los números 50, 100, 200 o 250, y, por tanto, cada centímetro de mira equivaldrá a 0,5, 1, 2 y 2,5 metros del terreno, respectivamente. No podrá utilizarse la estadía a distancias tan grandes que se vea la mira más pequeña que la separación de hilos del retículo, por lo que, aparte del

⁶ F. Domínguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada

límite impuesto por la visibilidad, y suponiendo la mira de 4 m de longitud, la máxima distancia medible será de 200, 400, 800 o 1.000 m utilizando las constantes diastinométricas 50, 100, 200 o 250, respectivamente.

Algunos instrumentos, poco usados en la actualidad, iban provistos de retículos de cinco hilos, correspondientes a dos constantes diastimométricas diferentes, con objeto de medir la distancia independientemente con cada par de hilos para mayor precisión y seguridad.



En otros se suponen *hilos ideales* que imaginaremos trazados intermedios y equidistantes entre a y b y entre a' y b' , hallándose la lectura que se obtendría con ellos por el promedio de las dos entre las que va comprendido.

De este modo, llamando a , b , a' y b' las lecturas de mira, o sea la longitud de regla comprendida entre el suelo y la proyección de cada hilo sobre ella, el segmento limitado por los dos hilos ideales sería:

$$\frac{1}{2} (a+b) - \frac{1}{2} (a'+b') = \frac{1}{2} (a - a') + \frac{1}{2} (b - b')$$

Tienen estos retículos la ventaja, primero, de comprobar las diferencias $a - a'$ y $b - b'$, que deberán ser iguales, y segundo, porque si el error máximo cometido en la lectura con un hilo ideal (promedio de las dos lecturas) será $\epsilon : \sqrt{2}$, aumentándose la precisión. Dada la forma como se emplean estos retículos, indicada en el segundo miembro de la igualdad anterior, se les designa con el nombre de *retículos de hilos asimétricos*.

La mayor parte de los aparatos modernos llevan retículos de dos hilos, además del central, con constante diastinométrica igual a 100.

1.7. VISUALES INCLINADAS ⁷

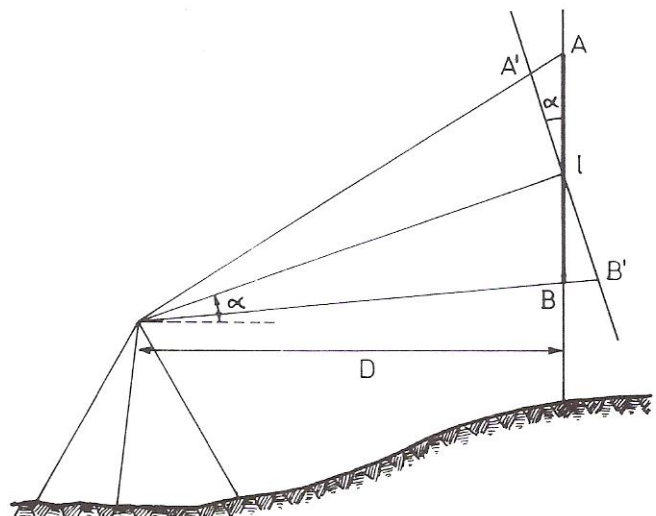
En cuanto se ha expuesto se suponía la colimación en visual horizontal y el terreno asimismo llano y horizontal. Sin embargo, es preciso plantearse la cuestión en terreno accidentado y, por tanto, con visuales inclinadas.

En dichas condiciones la mira no será perpendicular a la línea de colimación, por ser ésta inclinada y la primera, obviamente, vertical al terreno.

Si suponemos una mira ficticia normal a la línea de colimación, se tendrá; para anteojo de analatismo central

$$D = K \cdot A'B' \cdot \cos \alpha$$

pero, teniendo en cuenta que el ángulo diastimométrico es muy pequeño, podemos, considerar AA' y



⁷ M. Chueca Pazos. J.Herráez Boquera. J.Berné Valero. Tratado de Topografía 1. Teoría de Errores e Instrumentación

BB' como paralelas y normales a $A'B'$.

Por tanto,

$$A'B' \approx AB \cos \alpha = l \cos \alpha$$

resultando

$$D = K l \cos^2 \alpha + K' \cos \alpha$$

denominándose a D «**distancia reducida**».

$$D = K l \cos^2 \alpha$$

condición exigible a cualquier aparato moderno.

$$\text{Si } AB = l = nv$$

siendo n = número de divisiones interceptadas en la mira y v = valor de una división

$$D = K nv \cos^2 \alpha = G \cos^2 \alpha$$

llamándose a G **numerador generador**.

1.8. LECTURAS DE MIRA Y ERROR DE VERTICALIDAD ⁸

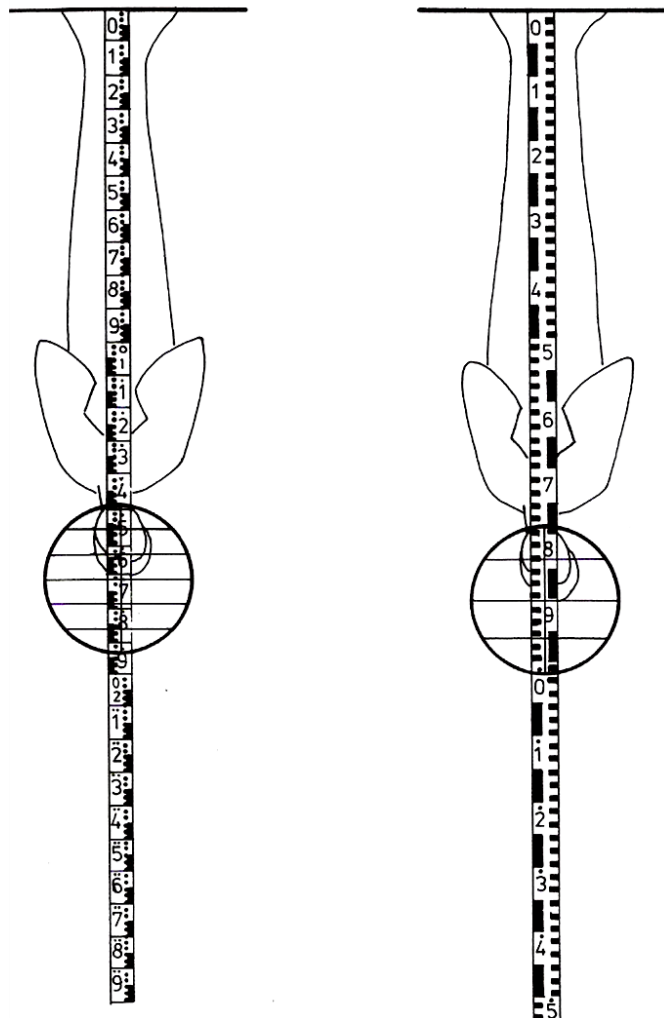
En la figura representamos la observación de una estadía vertical de primera categoría, o mira, observada a través de un anteojo diastimométrico de imagen invertida, en los casos más frecuentes:

- estadía de centímetros;
- estadía de dobles centímetros;
- retículo de tres hilos y constante $K= 100$;
- retículo de 5 hilos y contantes $K= 50$ y $K= 100$

Evidentemente, cada estadía puede utilizarse con cualquiera de los dos retículos y recíprocamente. A través del anteojo la imagen se verá invertida, y de ahí la puesta en estación de las miras con las cifras asimismo invertidas, a efectos de poderse leer derechas al ser observadas.

Se ha representado una colimación cualquiera en ambos casos, con las lecturas:

a) en mira de centímetros:



⁸ M. Chueca Pazos. J.Herráez Boquera. J.Berné Valero. Tratado de Topografía 1.Teoría de Errores e Instrumentac

- a = hilo superior = 154
- b = hilo superior intermedio = 162
- c = hilo central = 170
- b' = hilo inferior intermedio = 178
- a' = hilo inferior = 186

b) en mira de dobles centímetros:

- a = hilo superior = 84
- c = hilo central = 90
- a' = hilo inferior = 96

Las lecturas deben realizarse en todos los hilos del retículo según hemos escrito. Ello permite las comprobaciones inmediatas:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(a+a') &= \frac{1}{2}(b+b') = c \\ c-a &= a'-c \\ c-b &= b'-c \end{aligned}$$

De no cumplirse las relaciones anteriores, es evidente que, si las lecturas no han sido erróneas, o bien la colimación es excesivamente inclinada con respecto a la mira, o ésta no se ha puesto en estación debidamente vertical. En cualquier caso, según es aconsejable si la comprobación precedente se hace en campo, debe corregirse la colimación modificando su ángulo de inclinación o prevenir al portaminas a fin de que verticalice correctamente la mira. Con un poco de experiencia es muy fácil comprobar mentalmente los datos o anotar en la libreta. Se facilita el trabajo enrasando el hilo central en una lectura exacta. No obstante, en gabinete debe realizarse de nuevo la comprobación, rechazando las mediciones que no cumplan.

Aceptadas las lecturas, según sabemos, la distancia inclinada valdrá la diferencia de lecturas extremas por el coeficiente diastimométrico. En el ejemplo:

a) mira de centímetros:

$$\begin{aligned} (186-154) \cdot 50 &= 32 \cdot 50 = 1.600 \text{ cm} = 16 \text{ m} \\ (178-162) \cdot 100 &= 16 \cdot 100 = 1.600 \text{ cm} = 16 \text{ m} \end{aligned}$$

b) mira de dobles centímetros:

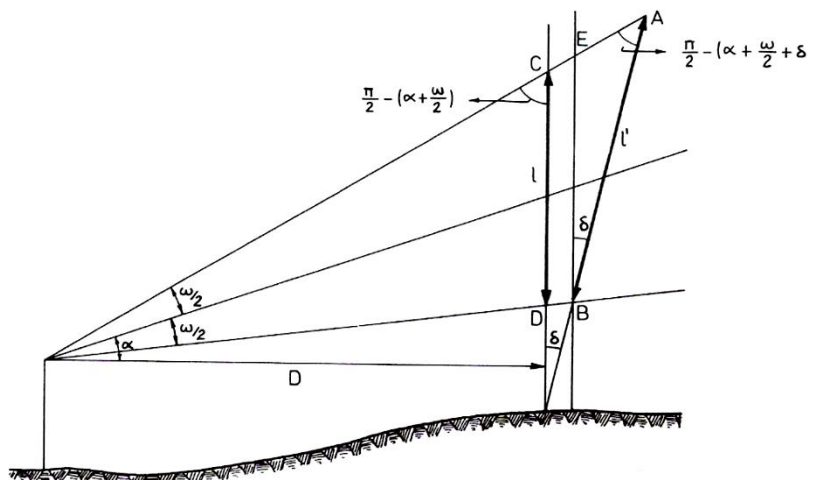
$$(96 - 84) \cdot 2^{(*)} \cdot 100 = 24 \cdot 100 = 2.400 \text{ cm} = 24 \text{ m}$$

(*) El 2 es porque las divisiones son de 2 cm multiplicando por $\cos^2 \alpha$ se tendrá la distancia reducida, en caso de analatismo central.

En caso contrario, se agregará la constante aditiva. Consecuentemente a lo expuesto, el **defecto de verticalidad** en la puesta en estación de la mira puede introducir el error más importante a considerar. En la figura se tendrá

AB = l' (posición inclinada de la mira)

CD = l (posición vertical de la mira)



Tracemos BE paralela a CD y asumamos

$$BE \approx CD = l$$

En BEA

$$\frac{l'}{\cos\left(\alpha + \frac{w}{2}\right)} = \frac{l}{\cos\left(\alpha + \frac{w}{2} + \delta\right)}$$

$$l = l' \frac{\cos\left(\alpha + \frac{w}{2} + \delta\right)}{\cos\left(\alpha + \frac{w}{2}\right)}$$

$$l = l' \frac{\cos\left(\alpha + \frac{w}{2}\right) \cos \delta - \operatorname{sen}\left(\alpha + \frac{w}{2}\right) \operatorname{sen} \delta}{\cos\left(\alpha + \frac{w}{2}\right)}$$

y como δ siempre será pequeño podemos tomar $\cos \delta \approx 1$, $\operatorname{sen} \delta \approx \delta$, con lo que

$$l = l' \left[1 - \delta \operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{w}{2}\right) \right]$$

y se tendrá:

$$D = Kl \cos^2 \alpha = Kl' \cos^2 \alpha - Kl' \cos^2 \alpha \delta \operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{w}{2}\right)$$

de donde

$$D = D' \left[1 - \delta \operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{w}{2}\right) \right]$$

y el error absoluto valdrá:

$$e_{\text{abs}} = D - D' = -D' \delta \operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{w}{2}\right)$$

y el relativo

$$e_{\text{rel}} = \frac{D - D'}{D'} = -\delta \operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{w}{2}\right)$$

y como w es siempre pequeño respecto a α , tomando valores absolutos, adoptaremos:

$$e_{\text{rel}} = \delta \operatorname{tg} \alpha \quad (4)$$

Fácilmente δ puede alcanzar los 2° , salvo en miras provistas de nivel esférico de puesta en estación. En el primer caso no será de temer el error con visuales horizontales. Pero en terrenos ondulados la horizontalización de las visuales llegará a

ser imposible. En cualquier caso, es preciso evitar visuales de inclinación superior a los 15°, que entrañan grave riesgo de error. (Superior al 1 % de error relativo.)

En terrenos ondulados, con alturas de horizonte hasta 10°, pueden igualar y aun superar el error producido en la lectura de la mira; en terrenos de grandes pendientes, aun pequeñas desviaciones de la mira provocan errores intolerables. En esta clase de levantamientos nunca se usaran miras que no vayan provistas de nivel esférico o plomada y deberá extremarse la precaución.

Alturas de horizonte <i>a</i>	INCLINACION DE LA MIRA			
	30'	1°	1° 30'	2°
	%	%	%	%
0°	0,00	0,00	0,00	0,00
5°	0,08	0,15	0,23	0,30
10°	0,15	0,31	0,46	0,62
20°	0,31	0,62	0,93	1,25
30°	0,50	1,01	1,51	2,02

1.9. ALCANCE DE LOS ESTADÍMETROS⁹

Una primera causa de limitación de las distancias susceptibles de medirse indirectamente es, según hemos visto, la constante diastimométrica y la longitud de la mira, ya que la imagen de esta ha de ser superior a la separación de los hilos.

A estas distancias, sin embargo, sólo habrá de llegarse por excepción, debiendo reducir las longitudes a la condición de *apreciarse con seguridad la media división de mira*; a distancias mayores los errores crecen rápidamente y la medida ofrece escasa garantía.

Hemos de procurar, por tanto, evitar la medida de distancias superiores a dicho límite de visibilidad, difícil de determinar a priori por intervenir múltiples factores de efectos no bien determinados.

Influye, en primer lugar, la claridad de la mira, según sea de colores vivos que resalten, o más apagados y de un modo considerable la mejor o peor iluminación.

No tienen el mismo alcance los estadímetros en días claros y soleados que con tiempo nublado, y mucho menos si el sol esta de frente o de espalda al operador. Miras muy bien iluminadas a la puesta del sol, con éste de espalda al operador permite en días serenos alejarlas hasta las mayores distancias, mientras en el centro del día, en épocas de calor, adquiere la atmosfera una vibración especial que dificulta grandemente la visibilidad, especialmente si se tiene el sol de frente.

Influye, por otra parte, en la limitación de distancia la magnitud de cada división de mira y muy especialmente las características ópticas del antejo, como aumento, claridad, aberración cromática, etc.

Si la observación de buenas miras bien pintadas se hiciese a simple vista, supuesta normal, podría alcanzarse a percibir la media división, en una mira de dobles centímetros, a los 20 metros, aumentándose la agudeza visual al aproximarse; así, en una mira de centímetros, en iguales condiciones que la anterior, llegaría a percibirse la media división a los 11 metros, superior a la mitad de la distancia anterior, y si

⁹ F. Dominguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada

estuviese dividida en medios centímetros se apreciaría la mitad de las divisiones a los 6 metros.

De observarse las miras a través de un anteojo de A aumentos, las anteriores distancias deberían venir multiplicadas por A, cosa que no ocurre en la práctica como consecuencia de la absorción de luz por las lentes, de la claridad del anteojo, aberraciones, etc., siendo inferior la distancia real a la que correspondería teóricamente, acrecentándose la diferencia, sin ley alguna para mayores aumentos.

En experiencias realizadas en días soleados y de mediana visibilidad, utilizando anteojos de diversos aumentos, se ha apreciado la media división, en miras graduadas en centímetros y en dobles centímetros, a las siguientes distancias máximas:

Aumentos	EN DÍAS DESPEJADOS				CON MEDIANA VISIBILIDAD	
	Sol de frente al operador		Sol de espalda		Divisiones de mira	
	Divisiones de mira		Divisiones de mira			
	1 cm	2 cm	1 cm	2 cm	1 cm	2 cm
10	100	180	140	230	80	140
20	150	245	190	285	125	200
30	200	310	250	350	170	260

1.10. INFLUENCIA DEL ERROR DE LECTURA ¹⁰

Acabamos de ver que crece más rápidamente la apreciación en la lectura de mira que la reducción en la distancia, no conservándose, por lo tanto, el *error relativo*, que alcanzará el mayor valor a la distancia máxima. Esta es la razón que motiva limitar el alcance de los estadímetros hasta la apreciación de la media división para impedir que a mayores distancias alcance el error valores inadmisibles.

Según esto tomaremos como máximo error relativo el que se comete a la distancia límite que permite apreciar en la mira la media división.

En este caso sabemos que el error máximo de lectura será los $\frac{2}{3}$ de la apreciación o sea, $\frac{1}{3}$ de división; el número n de divisiones de mira comprendidos entre los hilos, lo hallamos por diferencia de dos lecturas acumulándose, por tanto, sus errores. Si admitimos que en una de las lecturas de mira hecha con uno de los hilos se comete el máximo error posible, que según sabemos por las curvas de Gauss, es el menos probable, no puede aceptarse que, con la misma probabilidad, se cometa con el otro hilo el mismo error máximo precisamente en sentido opuesto que el anterior, razón por la que no se señala como error máximo para n el doble del que pueda cometerse en la lectura con un hilo, sino este por $\sqrt{2}$, más conforme con la realidad y de acuerdo con la teoría de errores.

Según esto, el máximo error en la evaluación de n será un tercio de división por $\sqrt{2}$ admitiendo 0,5 por exceso. Para traducir este error máximo de lectura en error absoluto, en la medida de la distancia, habrá que multiplicarle por el valor v de una división y por la constante diastimométrica K ; el error relativo vendrá determinado por el

¹⁰ F. Dominguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada

error absoluto, así calculado, dividido por la distancia D, límite en que se aprecia la media división, o sea:

$$\epsilon_l = \frac{1}{2} v \cdot K / D$$

Influyen, por lo tanto, en el error relativo cometido en la medida indirecta de distancias todas las circunstancias que indicábamos en el párrafo anterior que contribuyen a limitar la distancia D, no siendo posible por ello dar un valor único para cada estadímetro, sino que será preciso determinarlo en cada caso concreto.

Para ello, en el momento de operar, iremos alejando la mira del aparato, hasta que, con las condiciones específicas de iluminación, claridad, instrumento empleado, etc., lleguemos al límite de percepción de la media división de mira; la distancia D, a que se encuentre, será la que se sustituya en la fórmula anterior para determinar el máximo error relativo, que se cometa, mientras se trabaje en iguales condiciones. Haciendo este cálculo para las distancias del cuadro anterior en las peores condiciones de visibilidad, obtendremos los errores relativos máximos, que se consignan a continuación, para distintos aumentos del anteojo, con las diversas constantes diastimométricas, con miras de doble centímetro y de centímetro, no incluyéndose los errores superiores al 1 por 100 por ser inaceptables.

Aumentos del anteojo	Magnitud de la división de mira	VALORES DE K			
		50	100	200	250
	<i>m</i>	%	%	%	%
10	<i>v</i> = 0,02	0,36	0,72	—	—
	<i>v</i> = 0,01	0,31	0,62	—	—
20	<i>v</i> = 0,02	0,25	0,50	1,00	—
	<i>v</i> = 0,01	0,20	0,40	0,80	1,00
30	<i>v</i> = 0,02	0,19	0,38	0,77	0,96
	<i>v</i> = 0,01	0,14	0,29	0,58	0,73

Del examen del cuadro se deducen importantes consecuencias de orden práctico:

- 1) Al crecer el aumento del anteojo no solo se facilita el trabajo, por permitir mayores alejamientos de mira; sino que se aumenta la precisión.
- 2) Son más exactas las constantes diastimométricas pequeñas que las grandes; por esta razón se usa poco la constante 200 y aún menos la 250. De ahí que prácticamente se utilicen las K=50 y K=100
- 3) Se obtiene menor error relativo con miras de centímetro que con las de doble centímetro, quedando por ello compensada la ventaja, de estas últimas sobre las primeras, de poder utilizarse a mayores distancias.

1.11. ERROR FINAL¹¹

¹¹ F. Domínguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada

Acabamos de ver que en la medida indirecta de distancias se cometen dos errores, procedente uno, de la imperfecta lectura en la mira y debido, el otro, a la falta de verticalidad, si llamamos ϵ_l y ϵ_v los respectivos errores máximos establecemos como tolerancia:

$$\epsilon < \sqrt{(\epsilon_l^2 + \epsilon_v^2)}$$

Si comparamos este valor con las tolerancias señaladas para la medida directa de distancias, comprobaremos que éstas son más precisas, sin embargo, la rapidez en obtenerlas y suficiente precisión en la generalidad de los casos hace que, salvo en la medida de la base o en trabajos de agrimensura, se utilice siempre la medida indirecta de distancias.

1.12. PRISMA ESTADIMÉTRICO

Supongamos ahora que frente al objetivo de un anteojo y cubriendo la mitad inferior del mismo se adosa una cuña de sección triángulo rectángulo con un ángulo muy agudo en la posición de la figura. Es decir, tapando solamente la mitad del objetivo, un prisma acromático o cuña, colocado horizontalmente; los rayos luminosos que atraviesan el objetivo en la parte libre se propagan en línea recta, y los interceptados por la cuña, al refractarse, sufren una desviación lateral, formando con los primeros un ángulo constante que depende del que forman las caras opuestas del prisma y de su índice de refracción.

Utilizando el principio de la reversibilidad de los rayos, es obvio que, si situamos una mira horizontal frente al anteojo y normal al eje de colimación, cualquier punto de la mitad inferior de aquélla originará una imagen trasladada la magnitud mn con respecto a la de un punto cualquiera de la mitad superior de la mira situado en la misma sección recta, puesto que δ , será constante.

Por tanto, $mn = cte.$ (para $D = \text{fijo}$)

$$\text{tg } \delta = mn / D$$

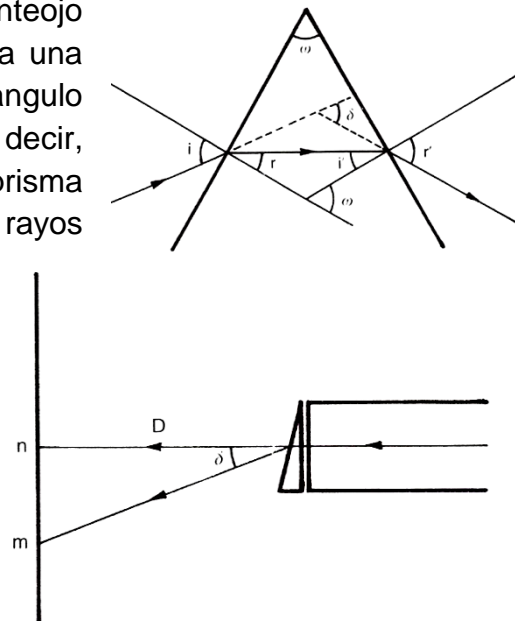
$$D = mn / \text{tg } \delta = K \cdot mn$$

δ funciona como ángulo diastimométrico.

Al mirar a través del anteojo veremos dos imágenes superpuestas, el punto m de una, en coincidencia con el punto n de la otra, y todos los de ambas imágenes que se superpongan estarán separados entre sí, en el espacio la distancia mn .

A través del anteojo se verá la mitad superior de la mira según es normal, y la mitad inferior trasladada una magnitud mn proporcional a D .

Así, si se construye una mira como la de la figura, la horizontal Zeiss, primera casa en utilizada, adoptaba la forma representada y en ella veremos desplazada la escalilla de la mitad superior de la mira sobre el fondo negro, como se indica en la figura. Para medir este desplazamiento va dividida la escala inferior en centímetros y la escalilla es



un nonio; para tomar éste se dividieron 19 centímetros en 20 partes, su sensibilidad será por tanto 0,5 mm. El cero del nonio nos marcará en la escala, al desplazarse la imagen, el número de centímetros del desplazamiento, apreciándose en el nonio hasta el medio milímetro. La constante diastimométrica es igual a 100, por consiguiente, cada centímetro de mira equivale a un metro de distancia; la apreciación del estadímetro será de 5 centímetros del terreno, mientras el alejamiento de la mira no sea muy grande, para poder percibir con claridad la coincidencia de una sola línea del nonio.

La lectura de la figura es de 33,8 metros apreciada por la lectura directa de la mira sin necesidad de hilos en el retículo.

Para distancias superiores a 100 metros se utiliza una segunda escalilla que se ve en la figura separada 50 centímetros de la primera, lo que exige aumentar 50 metros a la distancia que se señale.

La distancia medida se cuenta desde el objetivo y para evitar la constante aditiva, que será la separación que existe desde el punto analítico al centro del anteojo, bastará, al dibujar la estadía, desviar los nonios de la figura hacia la izquierda, tantas décimas de milímetro como centímetros tenga la constante aditiva; de esta forma la distancia leída vendrá incrementada en la longitud de dicha constante, evitándonos tenerla en cuenta.

Las miras de este tipo van provistas de un nivel esférico y de un anteojo, con él visa el portamiras, al instrumento, y entonces queda la mira en posición perpendicular a la visual. Su altura sobre el suelo, en algunos modelos, viene señalada en el bastón central del trípode dividido en centímetros.

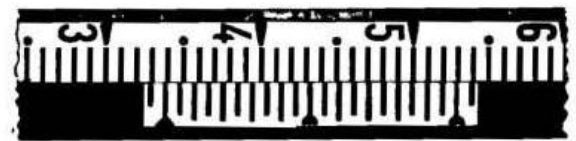
La lectura de mira, por ser ésta horizontal, nos da directamente la distancia natural y para hallar la reducida habrá que multiplicarla por el coseno del ángulo de elevación en vez de hacerlo por el \cos^2 como ocurre con las miras verticales.

Esta mira horizontal, más precisa que las verticales, ha sido muy utilizada en poligonaciones de precisión en terreno despejado y muy especialmente en planos de población.

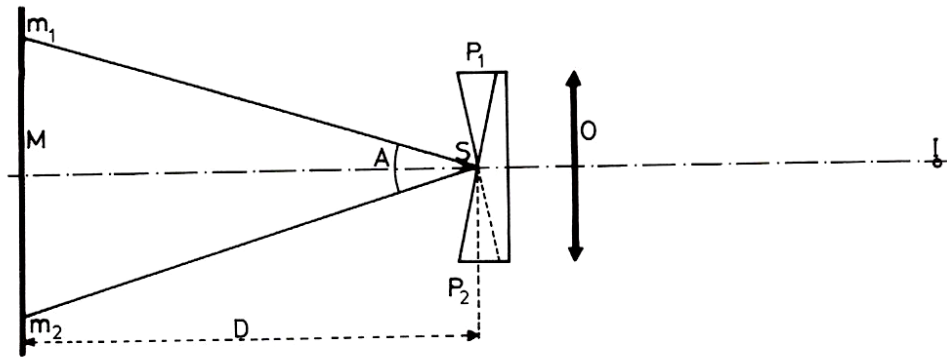
- **Duplicador Taquimétrico.**

Utiliza dos cuñas contrapuestas e iguales, una en la mitad superior y otra en la inferior del anteojo. Así, ambas mitades de la misma sufren dos traslaciones iguales y opuestas. El resultado, después de lo expuesto, no requiere mayor explicación.

La originalidad del duplicador estriba en adicionar una doble lámina de cara paralelas con micrómetro, que sustituye al nonius anterior necesitando así llevar a coincidencia exacta un trazo de la mitad inferior y otro de la superior. Habiendo ya explicado anteriormente el funcionamiento de lámina y micrómetro, la utilización resulta evidente. En la figura siguiente se representa la estadía utilizada.



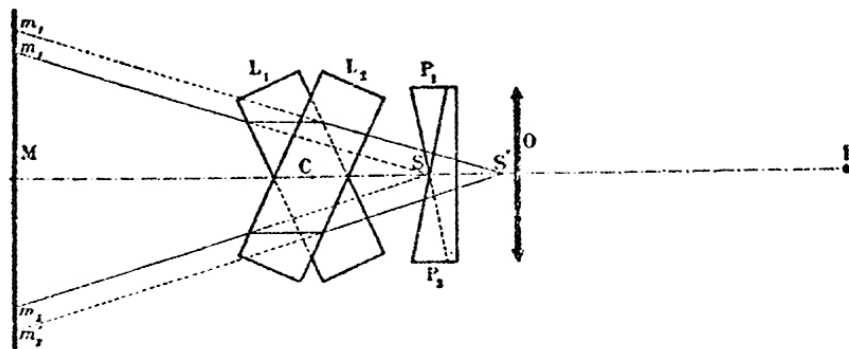
Lectura con la cuña óptica a 33,8 metros.



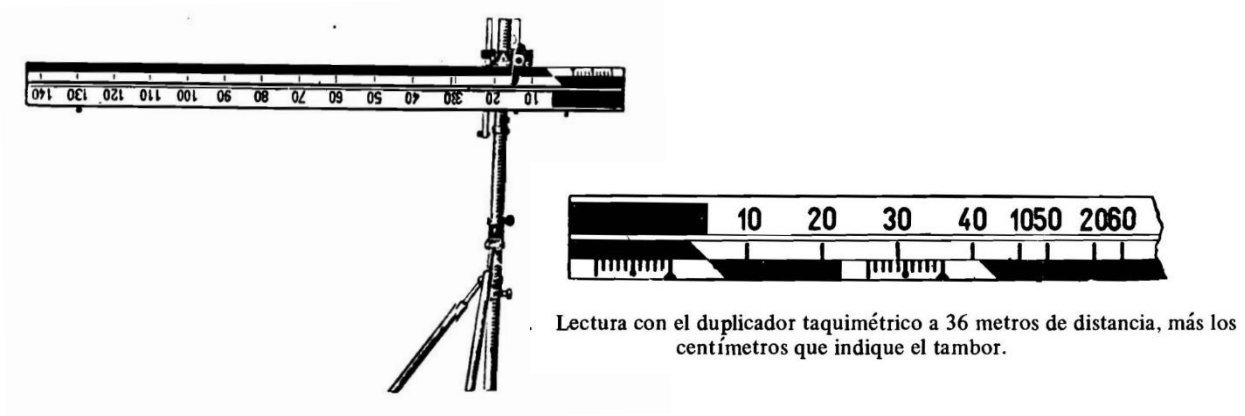
Se tendrá:

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{m_1 m_2}{2D}$$

$$D = \frac{1}{2 \operatorname{tg} \frac{A}{2}} \cdot m_1 m_2 = K \cdot m_1 m_2$$



El duplicador, teóricamente más preciso que la estadía de nonius óptico; sin embargo es de uso más engorroso y lento y por tanto sus resultados finales no muy atractivos.¹²



¹² M. Chueca Pazos. J.Herráez Boquera. J.Berné Valero. Tratado de Topografía 1. Teoría de Errores e Instrumentac

1.13. ESTADÍMETROS DE SEGUNDA CATEGORÍA. ESTADÍA DE INVAR

Aunque menos frecuentes que los de primera categoría, también se usan en lo mismo en instrumentos poco precisos, aptos para topografía expedita, como en topografía de precisión e incluso de alta precisión.

Al hablar del principio de la estadía quedó expuesto el fundamento de este tipo de estadímetros que denominamos de mira constante e hilos variables, quedando determinada la distancia por la expresión:

$$[2] \quad d = \delta \cdot l \cdot 1/h \quad \delta \text{ y } l \text{ ctes}$$

$$K = \delta \cdot l$$

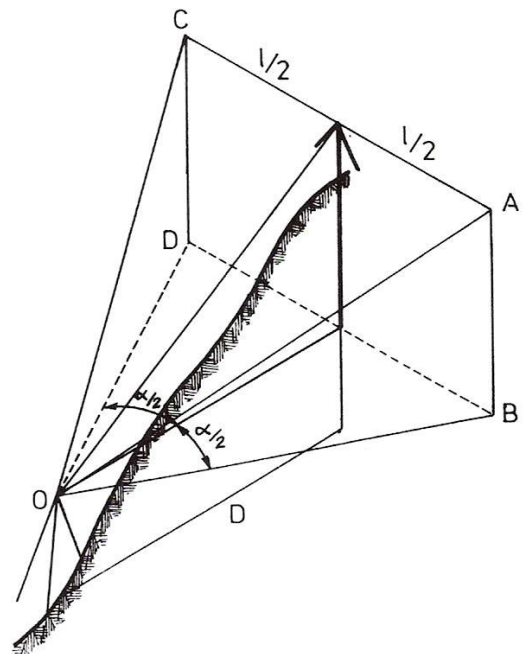
según sabemos y supuesto analatismo central.

Derivando con respecto a h , el error relativo valdrá: $e = D \cdot dh / K$

el error absoluto crece, pues, con el cuadrado de la distancia, mientras que el relativo es proporcional a la distancia.

La **estadía horizontal de invar**, de longitud fija e igual a dos metros, es la realización más utilizada de las correspondientes al tipo estudiado

En la figura se representa una medición con la estadía mencionada. Colimando los extremos de la mira, A y C, se mide el ángulo paralático α , diedro formado por los planos OCD y OAB cuyo rectilíneo vale $DOB = \alpha$.



Se tiene:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{l}{2D}$$

de donde

$$D = \frac{1}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \cdot l$$

podemos asimilar, pues, la estadía a una de la segunda categoría, donde

$$K = l \quad h = 2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \simeq \alpha$$

por ser α siempre muy pequeño.

Y el error absoluto valdrá:

$$e_{\text{abs}} = dD = -\frac{D^2}{K} dh = -\frac{D^2}{l} d\alpha$$

con

$$l = 2 \text{ metros} \quad d\alpha = 1'' \quad e_{\text{abs}} = -D^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{206.265} \approx \left| \frac{D^2}{400.000} \right|$$

tomando valores absolutos.

Si se realiza la medición dividiendo la distancia D en dos partes, el error en c medición parcial sería:

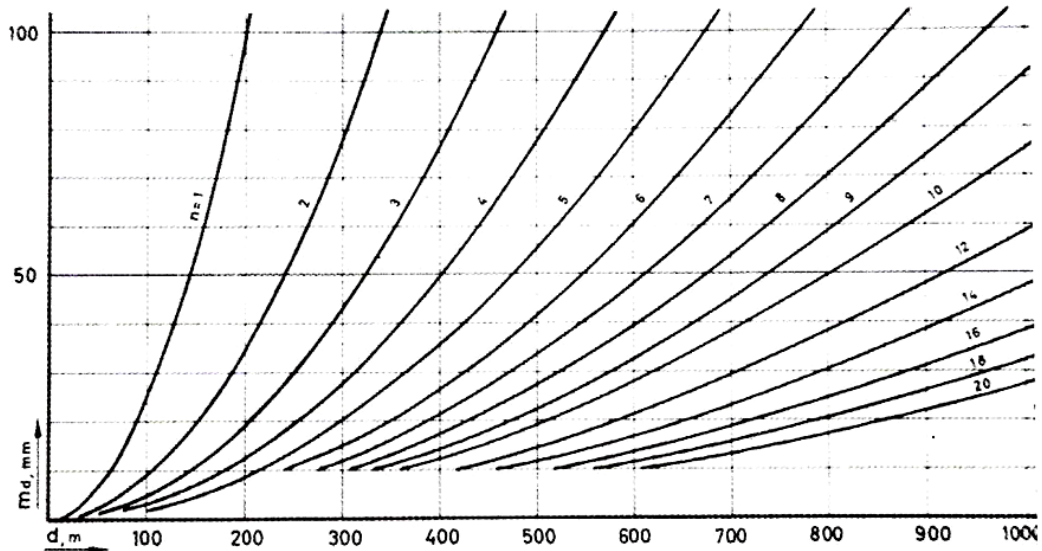
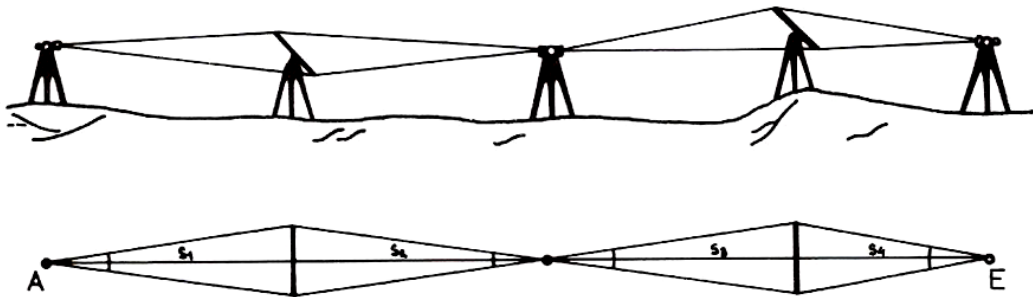
$$e_{\text{abs}} = m_d = \frac{D^2}{4 \times 400.000}$$

y el error absoluto en la medición total

$$\sqrt{2} \cdot m_d = \frac{D^2}{4 \times 400.000} \cdot \sqrt{2} = \frac{D^2}{2,8 \times 400.000}$$

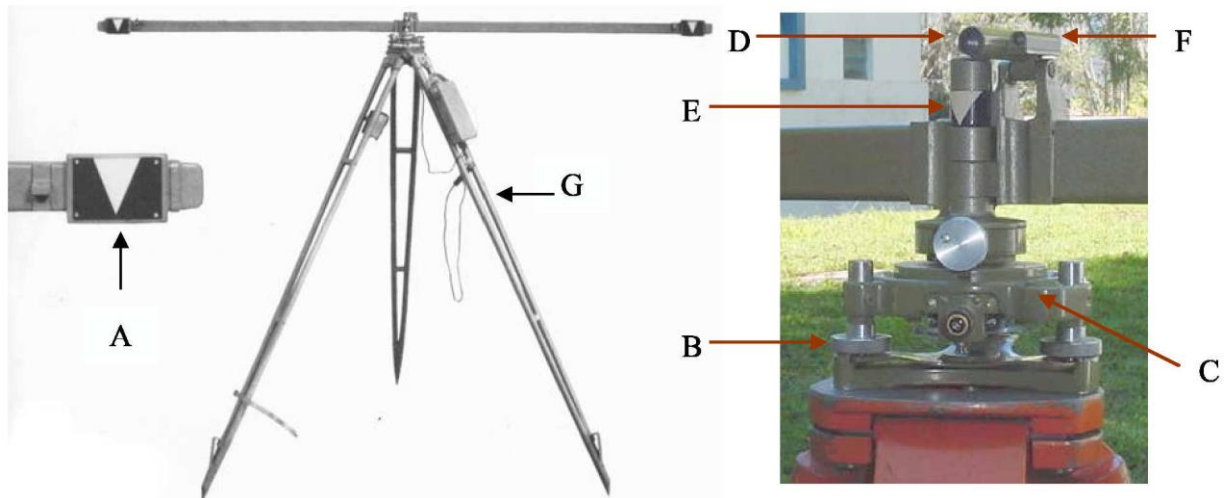
más que duplicando la precisión.

En la figura representamos el método operatorio y el error obtenido con si sivas subdivisiones.



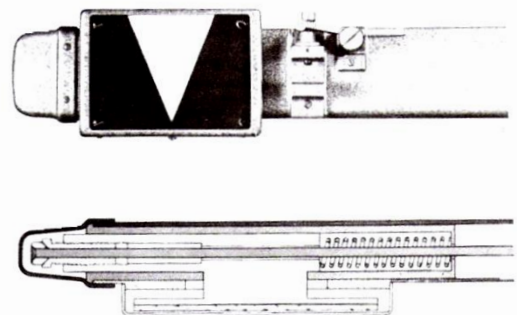
La precisión equivale a la de un equipo estándar de hilos de invar.

El equipo utilizado, según lo construía la firma Wild, se representa en la figura



La estadía invar consta de un tubo de dos piezas que se enchufan, la una en la otra.

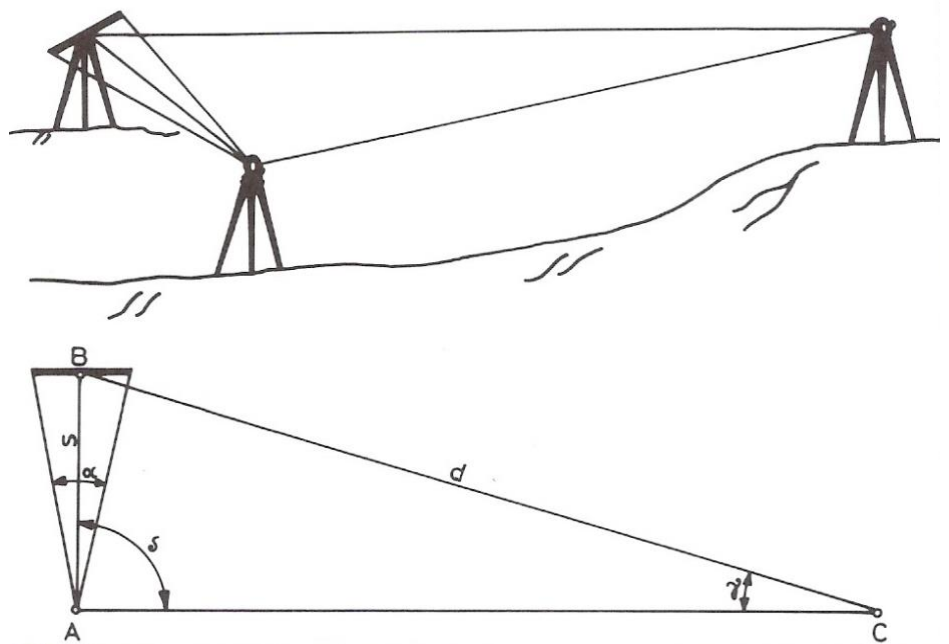
Dentro hay un alambre de invar tensado y un elemento compensador que hace a la estadía insensible a las influencias de la temperatura, tal que si aumenta la temperatura se dilata el compensador, dando lugar a un aumento de la tensión de los muelles y a una dilatación del alambre de invar. Todo ello se traduce en una variación de las marcas de medición, de unos 56μ por cada $10^\circ C$ de variación de temperatura.



Al tubo lo acompaña un porta-estadía con visor, tal que a través de él se mira hacia el teodolito para asegurar un ángulo recto entre la estadía y la distancia a medir, todo este conjunto se monta sobre un trípode al efecto.

Además la estadía posee una marca en el centro utilizada para hacer puntería cuando se realizan poligonaciones.

La estadía de invar era muy utilizada en medición de bases topográficas, directamente con posterior



ampliación trigonométrica.

Con la aparición de los distanciómetros electrónicos, la medida de distancia, según el principio de la estadía, prácticamente no se aplica.

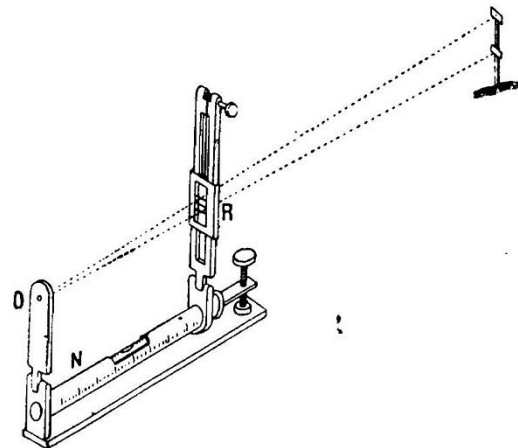
1.14. ESTADÍAS DE TERCERA CATEGORÍA.

Se indicó al hablar del principio fundamental de la estadía que haciendo variar uno de los tres elementos l , h o δ que intervienen en toda medida indirecta de distancias, permaneciendo constantes los otros dos, se obtenía aquella por tres métodos correspondientes a otras tantas categorías de estadías, llamando de tercera categoría a las de mira constante e hilos fijos, variando en éstas la distancia δ . La fórmula quedaba reducida en este caso a: [3] $d = (l/h) \cdot \delta$ l y h ctes

$$D = K \cdot \delta$$

Representa δ la separación que existe entre los hilos del retículo y el punto analítico, y al ser ésta variable se hace imposible su adaptación al anteojo, por lo que únicamente pueden utilizarse en alidadas de pínulas para trabajos ligeros o de agrimensura.

Un ejemplo de este tipo de estadímetros se representa en la figura sobre un nivel N, con su tornillo de corrección, se desliza la pínula objetiva R, siendo fija la pínula ocular O. Lleva la primera un bastidor con dos hilos horizontales, que pueden hacerse subir o bajar mediante una poleíta para adaptarse a la distinta inclinación de las visuales sin que deje de estar calada la burbuja del nivel, con cuyo movimiento y el de deslizamiento del objetivo, se hacen enrasar los dos hilos del retículo con las tablillas fijas de la estadía.



Suponiendo sea ésta de dos metros y de un centímetro la separación de los hilos, la constante K del instrumento sería 200, por lo que si está graduada la escala que lleva el nivel en medios centímetros, cada división de éste corresponde a un metro de distancia en el terreno, que se lee directamente en el cursor de la pínula objetiva.

2. METODO CLASICO DE LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO

2.1. TAQUÍMETRÍA¹³

Un teodolito que disponga de retículo con hilos estadimétricos permite, además de medir ángulos, determinar distancias por medidas indirectas. El conjunto de ambas funciones, junto con la determinación de ángulos cenitales para cálculo de desniveles, se conoce con el nombre de **taquimetría**, y los aparatos que están en disposición de realizar dichos servicios en su totalidad se llaman taquímetros.

Como condición adicional, no imprescindible, se prefiere que sean repetidores, a efectos de poder trabajar, con la línea de ceros en el sentido N-S del punto de estación, lo que se conoce con el nombre de «tener el aparato orientado». Finalmente, y como

¹³ M. Chueca Pazos. J.Herráez Boquera. J.Berné Valero. Tratado de Topografía I

ayuda al efecto, resulta cómodo que se les pueda adicionar una declinatoria, o brújula, que permite conocer permanentemente el Norte magnético.

Pues bien, todos los teodolitos estudiados disponen de retículo estadimétrico, son repetidores y disponen o se les puede adicionar una declinatoria, y actualmente los que se fabrican están equipados para trabajar como taquímetros.

2.1.1. Fundamento.¹⁴

Significa etimológicamente la palabra taquimetría, medida rápida, y, como su nombre indica, tiene por objeto abreviar el trabajo suprimiendo todas las redes, salvo la triangulación, en que se apoya, haciendo en el campo simultáneamente la poligonación, el relleno y levantamiento alimétrico

Se funda el método en determinar la posición de un punto en el espacio por tres coordenadas, x, y, z, con respecto a un sistema de tres ejes, cuyo eje Y-Y ocupa la dirección de la meridiana del punto de origen, el X-X la dirección E-O y el Z-Z la vertical.

No existe, por tanto, más diferencia con lo estudiado que considerar el desnivel como una coordenada más, lo que no implica otra variación, en la práctica, que la observación y cálculo simultáneo de las tres coordenadas.

Suponiendo que se estaciona un taquímetro en un punto O de coordenadas absolutas conocidas, quedará determinado un punto P del terreno cuando se conozcan las coordenadas relativas de éste respecto a O.

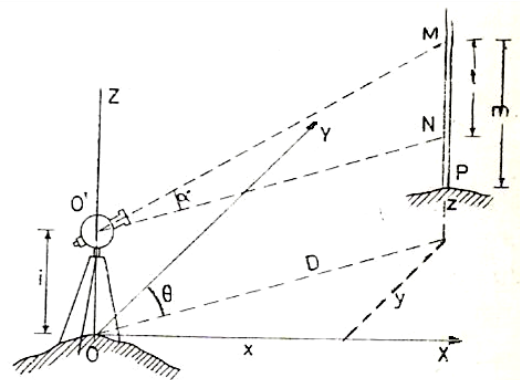
Dirigiremos para ello la visual O'M a una mira colocada en P, y como datos anotaremos las lecturas de mira interceptadas por los hilos extremos del retículo, calculando su diferencia *l* (número de divisiones que comprende: H_s-H_i); la altura *m* (H_m) sobre el suelo que intercepta el hilo central, que deberá ser el promedio de las dos anteriores; la altura *i* del instrumento; la distancia cenital *z* o la altura de horizonte α , según sea la graduación del círculo vertical del teodolito y el acimut θ , leído directamente, si el taquímetro se estaciona orientado, o corrigiendo de orientación, la lectura obtenida. Los acimutes suelen medirse desde el N hacia el . a partir de un meridiano único, correspondiendo a lo que hemos denominado *acimutes topográficos*.

Designando por *n* la medida de una división de mira y por *k* la constante estadimétrica (diastimométrica), llamado *g* al producto *k, l, n*, se tendrá la reducida por la fórmula que hasta ahora hemos venido usando:

$$D \text{ «distancia reducida» } D = K l \cos^2 \alpha,$$

Si $l = nv$; siendo *n* = número de divisiones interceptadas en la mira y *v* = valor de una división:

$$D = K nv \cos^2 \alpha = G \cos^2 \alpha, \text{ llamándose a } \underline{\mathbf{G}} \text{ numerador generador.}$$



¹⁴ F. Domínguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada

Conocida ésta, obtendremos la magnitud **MN**, que llamamos **t** o **h**, comprendida entre la visual del hilo central (**H_m**) del retículo y la horizontal trazada por **O'** por la fórmula:

$$h \text{ o } t = D \operatorname{tg} \alpha \text{ reemplazando el valor de } D$$

$$h = K I \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = K I \cos^2 \alpha \cdot \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha} = K I \operatorname{cos} \alpha \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

$$\text{pero } \operatorname{cos} \alpha \cdot \operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\alpha$$

$$h = K I \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\alpha = t$$

$$D = K I \operatorname{cos}^2 \alpha$$

$$\text{En tanto la cota de P será } Z_P = Z_O + i \pm t - m$$

$$\pm t \text{ según sea } \alpha \text{ mayor o menor de } 90^\circ$$

obteniéndose las coordenadas **x, y, z**, según sabemos, por las expresiones:

$$X_P = D \operatorname{sen} \theta$$

$$Y_P = D \operatorname{cos} \theta$$

$$Z_P = Z_O + i \pm t - m$$

2.1.2. Fórmulas taquimétricas.

Se designa con el nombre de fórmulas taquimétricas a las cinco que acabamos de obtener, que corresponden a los términos **D, t (o h), x, y, z**.

- **Signos de las coordenadas.**

Los tres ejes coordenados, trazados en el punto **O** de estación, dividen al espacio en ocho cuadrantes, cuatro por encima del plano **X Y Y** otros cuatro por debajo; el signo de las coordenadas de estos últimos, difieren del correlativo en los primeros tan sólo en la **z** positiva por encima del plano **X Y Y** negativa por debajo.

El signo de las **x** y de las **y** es el mismo que conocemos por planimetría, considerando como primer cuadrante el comprendido entre el **N.** y el **E.** por encima del plano **X Y**, continuando el segundo entre el **E.** y el **S.**, hasta dar la vuelta al horizonte; según esto, el signo de las coordenadas en los ocho cuadrantes será el siguiente:

Cuadrante	Signos coordenadas	Cuadrante	Signos coordenadas
1°	+x +y +z	5°	+x +y -z
2°	+x -y +z	6°	+x -y -z
3°	-x -y +z	7°	-x -y -z
4°	-x -y +z	8°	-x +y -z

Los signos de **x** e **y** vendrán dados, al aplicar las formas taquimétricas, por los que corresponden al seno y al coseno de **θ**, y los de **z** por el que obtenga de la fórmula **i ± t - m**, dando a **t** el que pertenezca a $\frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\alpha$. En todas las fórmulas **D, i, m** serán siempre positivos.

- **Cálculos.**

Se observa que el cálculo es dificultoso y engorroso para **D** y **t** o **h**, máxime que es normal que los puntos relevados sean numerosos. Por lo tanto si las pendientes no son muy grandes se debe tratar de operar con visuales horizontales, pues si bien

tendremos mayor número de estaciones se evita el cálculo de D y h para visuales inclinadas. A continuación se citan algunas formas para reducir los problemas de esos cálculos, aunque también ellas ya no se usan en razón de que han sido superadas por las calculadoras científicas y los ordenadores personales (PC). En ese sentido estudiaremos los instrumentales denominados **taquímetros autoreductores** que simplifican las operaciones, aunque también han sido superados por los instrumentos electrónicos como **teodolito-distanciómetro y/o estación total**.

• **Planillas.**

En el caso general con visuales inclinadas, que se plantea regularmente en los relevamientos aplicando taquimetría, es conveniente un registro ordenado de los datos de campaña por medio de una planilla debido a la cantidad y variedad de cifras a considerar. Si se trata del relevamiento de un punto aislado desde una estación podría llegarse a prescindir de la misma, teniendo en cuenta que en este tipo de relevamiento son numerosos los puntos relevados, en general es imprescindible su uso.

Normalmente el procedimiento que se aplica en el aspecto espacial es mediante **radiaciones** desde de una estación O, recordándose que en la misma se deben tomar los siguientes datos:

- 1) Número de estación (O).
- 2) Altura del instrumento: i
- 3) Número de punto visado: P.V.
- 4) Lectura en mira con hilo superior e inferior, (H_s y H_i) para el cálculo de m.
- 5) Lectura mira con el hilo medio h_m para determinar el desnivel final entre puntos.
- 6) Angulo vertical α (o z, tal que $\alpha=90^\circ-z$) para proyectar la distancia sobre el horizonte (D) y la vertical (h)
- 7) Angulo horizontal (acimutal) θ para ubicar acimutalmente los puntos relevados.

A continuación, se indica una **planilla** "tipo" que incluye la parte a completar con los datos de campaña y otra con el resultado de los cálculos en gabinete.

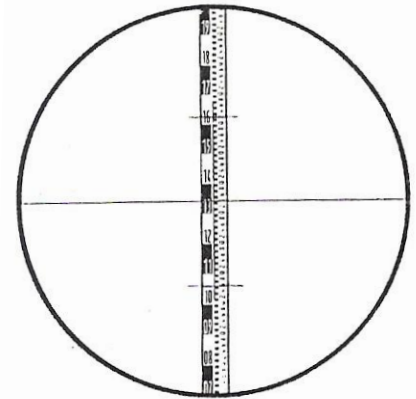
Campaña							Gabinete					
E	Alt. Instr.	P.V.	Lecturas en mira			Angulos		m	g = km	Distancia	Desnivel	Cota
			Sup.	Inf.	Medio	Vertical	Horizontal					

2.1.3. Miras taquimétricas.

Son el accesorio indispensable para los relevamientos taquimétricos pues sobre ellas se realizan las lecturas con las estadías con las que luego se harán los cálculos.

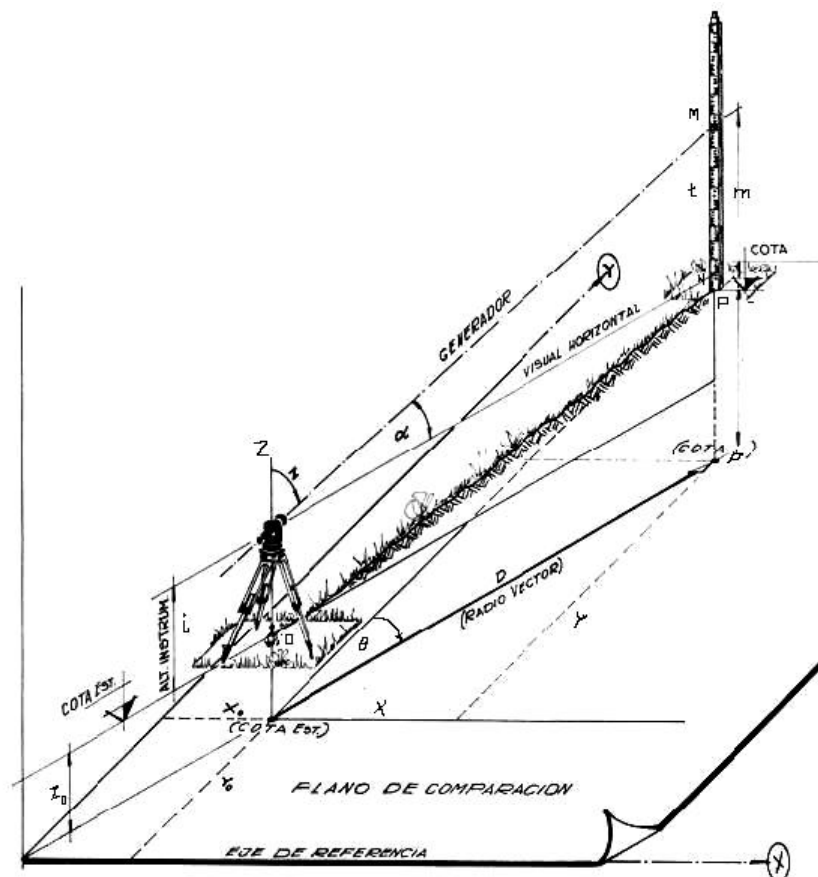
Antiguamente habían miras taquimétricas especiales, aunque en la actualidad se utilizan regulamente las topográficas de nivelación, pues cumplen sobradamente con la función de aquellas por las diferentes escalas que incluyen, variedad de intervalos y longitudes de hasta 7m., lo que se presta para determinaciones taquimétricas de distintas exigencias.

La figura muestra a una mira dentro del campo de un anteojo, donde se observan los trazos con los que se realizan las lecturas, el básico que forma parte del retículo denominado "hilo medio" H_m y los identificados como hilo superior H_s e inferior H_i .



Al efectuar las lecturas dichos trazos deben superponerse adecuadamente con las escalas de las miras, que definen distintos intervalos que son de 1, 5 y 10 cm. en las miras comunes que actualmente han incorporados segmentos de 0,5 y 20 cm. en algunos tipos.

Así es que adquiere especial importancia la menor unidad detectable conforme esos factores: anteojo, distancia y condiciones climáticas, variando desde 1 mm en distancias cortas, que regularmente no superan los 50-60m. hasta 1 dm cuando la observación se hace alrededor de 150 m.



2.2. ENLACE DE ESTACIONES.¹⁵

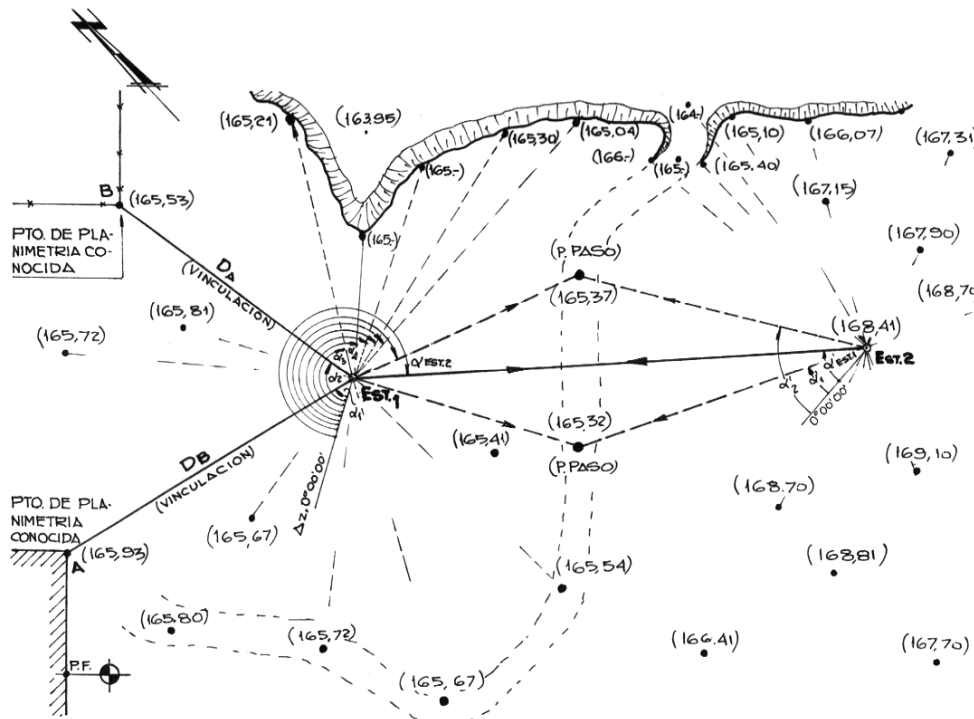
Difiere substancialmente la taquimetría de la poligonación ordinaria en cuanto al modo de enlazar las estaciones y transmitir la orientación.

Al hacer simultáneamente la poligonación y el relleno, cada punto de estación ha de ser un centro de radiación, interesando alcancen los radios la mayor longitud posible con objeto de disminuir el crecido número de estaciones, razón por la que los anteojos de los taquímetros suelen ser siempre de gran aumento.

De este modo, al estacionar en un punto A se levanta por radiación un círculo cuyo radio sea el de mayor alcance, y si hubiese de levantarse desde A la estación siguiente, B, debería estar ésta en la periferia de dicho círculo.

Al estacionar después en B y levantar por radiación un nuevo círculo, tendrá éste común con el de A gran parte de su superficie, interesando por esto reducir a la mitad el número de estaciones, duplicando aproximadamente la distancia de A a B de modo que los dos círculos sean casi tangentes, distribuyendo en el terreno los puntos poligonómicos de modo que, sin dejar lagunas entre sí, tengan las superficies dominadas desde cada estación la menor parte común, reduciéndose al mínimo el número de estaciones.

Al distanciar unas estaciones de otras casi el doble del máximo alcance del anteojo, obliga a adoptar distintos métodos de enlace, aunque sin desechar el directo que ya conocemos, que en muchas ocasiones .será indispensable.

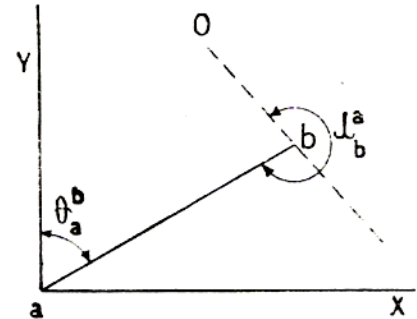


Los métodos taquimétricos de enlace de estaciones son el de **Moinot, o directo**; el de **Porro o indirecto**, y el de , que veremos a continuación.

¹⁵ F. Dominguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada

2.2.1. Método de Moinot o directo.- Para que sea aplicable este método de enlace es indispensable que la distancia de las dos estaciones esté comprendida dentro de los límites del alcance normal del anteojo, de modo que desde cada una de ellas se perciba claramente la media división de una mira situada en la otra.

Sea a la estación de espalda; desde ésta se habrá levantado la estación de frente b, y al estacionar en ésta se visará recíprocamente a a. Supondremos, para mayor generalidad, que se coloca arbitrariamente el aparato en b sin orientar el limbo acimutal. Para obtener las coordenadas parciales respecto a b de cualquier otro punto levantado desde esta estación, será preciso referirle a un sistema de coordenadas paralelo al de a, necesitando calcular para ello el ángulo que la dirección de lectura cero forma con el N, para corregir en este ángulo la lectura hecha y obtener el acimut.



Se conocerá por la estación de espalda el acimut θ_a^b , y como el recíproco ha de diferir en 180° , llamando ω la corrección de orientación y λ_b^a la lectura obtenida desde b, al observar a tendremos:

$$\omega = \theta_a^b \pm 180^\circ - \lambda_b^a$$

en cuya fórmula ω viene dado con el signo que corresponda.

Corregidas de orientación todas las lecturas obtenidas desde b, obtendremos los acimutes.

Si por medio del movimiento general se hubiese orientado el instrumento en b de modo que $\lambda_b^a = \theta_a^b \pm 180^\circ$, la corrección de orientación sería cero, con lo que, según vimos en planimetría, se simplifica notablemente el trabajo de gabinete.

Del mismo modo, desde b se transmite la orientación a la estación inmediata c y así sucesivamente.

Como vemos, el método de *Moinot* no es sino el método general de conducir los itinerarios que hemos estudiado.

Para el cálculo de las fórmulas taquimétricas se tomará para D el promedio de las distancias, D_b^a y D_a^b y lo mismo para los desniveles.

Observemos que no siendo, en general, paralelas las visuales de a a b y de b a a, por variar las alturas de mira y de instrumento, no serán suplementarias las distancias cenitales, aunque después se obtengan los mismos valores para las reducidas y los desniveles, dados, respectivamente, por las fórmulas:

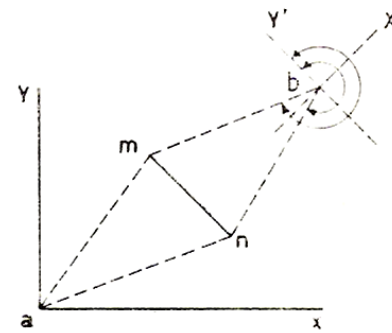
$$D = g \cos^2 \alpha = g' \cos^2 \alpha'$$

$$z = i \pm t - m = -(i \pm t' - m')$$

Es un inconveniente no poder comprobar en el campo si el trabajo está bien hecho, ya que las anteriores fórmulas no han de calcularse hasta llegar al gabinete. Se evita este inconveniente sin más que dirigir la visual del hilo central del retículo a una altura de mira igual a la del instrumento, en las observaciones directa y recíproca, y entonces, siendo paralelas las dos visuales deberá obtenerse $l = l'$, $\alpha + \alpha' = 180^\circ$.

2.2.2. Método de Porro, o indirecto

La transmisión de la orientación por este método puede hacerse sin necesidad de que las dos estaciones *a* y *b* sean visibles entre sí; basta que haya dos puntos *m* y *n* intermedios que se vean, a la vez, desde una y otra estación, lo que permite alejar éstas una distancia casi doble del máximo alcance del anteojo.



Consiste el método en tomar en *b* un sistema auxiliar de ejes coordenadas *X' Y'*, en el que el eje *Y'* sea la dirección arbitraria que señale el cero de la graduación y calcular el acimut de la recta *mn* con respecto a los dos sistemas de ejes de *a* y de *b*; la diferencia de los dos acimutes será la corrección de orientación:

Para esto calcularemos las coordenadas parciales de *m* y de *n*, con respecto a los dos sistemas de ejes, por las fórmulas:

$$x_a^m = D_a^m \text{ sen } \theta_a^m \quad y_a^m = D_a^m \text{ cos } \theta_a^m ; \quad x_a^n = D_a^n \text{ sen } \theta_a^n \quad y_a^n = D_a^n \text{ cos } \theta_a^n$$

$$(x)_b^m = D_b^m \text{ sen } \lambda_b^m \quad (y)_b^m = D_b^m \text{ cos } \lambda_b^m ; \quad (x)_b^n = D_b^n \text{ sen } \lambda_b^n \quad (y)_b^n = D_b^n \text{ cos } \lambda_b^n$$

Obtenidas las coordenadas parciales con respecto al sistema *a* y al auxiliar *b*, se hallarán los acimutes respectivos θ_m^n y λ_m^n de la recta *m n*, por las fórmulas:

$$\text{tg } \theta_m^n = \frac{x_a^n - x_a^m}{y_a^n - y_a^m} ; \quad \text{tg } \lambda_m^n = \frac{(x)_b^n - (x)_b^m}{(y)_b^n - (y)_b^m}$$

La corrección de orientación con su signo será:

$$\omega = \theta_m^n - \lambda_m^n$$

Sumando ahora a todas las lecturas λ_b la corrección ω , con el signo que le corresponda, obtendremos los verdaderos acimutes θ_b .

Conocidos éstos, volveremos a calcular las coordenadas parciales de *m* y *n* respecto al verdadero sistema coordenado por las fórmulas:

$$x_b^m = D_b^m \text{ sen } \theta_b^m \quad y_b^m = D_b^m \text{ cos } \theta_b^m ; \quad x_b^n = D_b^n \text{ sen } \theta_b^n \quad y_b^n = D_b^n \text{ cos } \theta_b^n$$

y ahora ya podemos calcular las coordenadas parciales de *b* con respecto a *a* por las expresiones

$$x_a^b = x_a^m - x_b^m = x_a^n - x_b^n$$

$$y_a^b = y_a^m - y_b^m = y_a^n - y_b^n$$

$$z_a^b = z_a^m - z_b^m = z_a^n - z_b^n$$

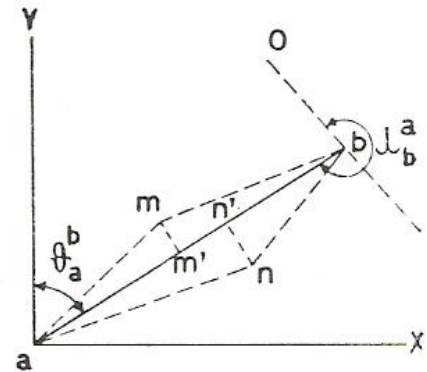
Los dobles valores obtenidos para las tres coordenadas comprueban el trabajo y adoptaremos el promedio como resultado definitivo.

El método de *Porro* es poco usado porque, eligiendo bien las estaciones, fácilmente se consigue que *a* y *b* sean visibles entre sí y además porque para que alcance suficiente precisión es necesario que la recta *mn* tenga la mayor longitud posible, lo que restringe la aplicación del método y reduce la distancia entre estaciones.

2.2.3. Método de Villani, o mixto.

Es el mejor de los métodos de enlace; con él es preciso que las estaciones *a* y *b* sean visibles entre sí, pero pueden estar a una distancia doble del alcance normal del anteojo.

Estacionado el instrumento en *a*, se dirigirá una visual a *b*, anotándose el acimut θ_a^b , pero sin necesidad de hacer lectura ninguna de mira. Se levantarán, además, otros dos puntos *m* y *n* visibles desde las dos estaciones, tomándose todos los datos referentes a acimut, distancia y desnivel.



Trasladándonos después a *b* y suponiendo, para mayor generalidad, que no se orienta el instrumento, obtendremos una lectura λ_a^b para el punto *a*, tomándose, además, todos los datos referentes a los puntos *m* y *n*.

La corrección de orientación en *b* se obtendrá igual que con el primer método.

$$\omega = \theta_a^b \pm 180^\circ - \lambda_a^b$$

corregidas de orientación las lecturas obtenidas en *b*, se obtendrán acimutes θ_b , y si con el movimiento general del taquímetro se hiciese que $\lambda_a^b = \theta_a^b + 180^\circ$, la corrección será cero y el instrumento quedará orientado.

Resta calcular la distancia D_a^b para obtener las coordenadas de este último punto respecto al primero. Para ello proyectamos los puntos *m* y *n* sobre la recta *ab* en *m'* y *n'*; se tendrá:

$$ab = am' + m'b = an' + n'b$$

cada uno de estos segmentos se obtiene por el producto de las distancias a los puntos *m* y *n* desde *a* y *b* por el coseno del ángulo respectivo que forman las visuales a dichos puntos con la recta *ab*, o sea:

$$am' = D_a^m \cos (\theta_a^b - \theta_a^m) \quad bm' = D_b^m \cos (\lambda_b^m - \lambda_b^a)$$

$$an' = D_a^n \cos (\theta_a^b - \theta_a^n) \quad bn' = D_b^n \cos (\lambda_b^n - \lambda_b^a)$$

calculadas las anteriores expresiones en valor absoluto, se tendrá por duplicado la distancia *ab*, tomándose el promedio.

Con esto podremos obtener las coordenadas de *b* respecto a *a* por las siguientes fórmulas:

$$x_a^b = D_a^b \text{ sen } \theta_a^b$$

$$y_a^b = D_a^b \text{ cos } \theta_a^b$$

$$z_a^b = z_a^m - z_b^m = z_a^n - z_b^n$$

A diferencia del método anterior, conviene, en éste, que los puntos, m y n estén próximos a la alineación ab , porque cuanto menor sea el ángulo que formen con ella las visuales am y an , tanto menos influirá el error angular en la determinación del coseno.

Así, por ejemplo, suponiendo que dichos ángulos fuesen de 10° y que en su evaluación se cometa un error de un minuto, aun admitiendo que la longitud de las visuales pudiese alcanzar hasta un límite máximo de 300 metros, el error absoluto cometido en la proyección sería de 7 milímetros, totalmente despreciable.

Por otra parte, situando los puntos m y n muy próximos a la alineación ab , se permite que la longitud de los ejes del itinerario sea la mayor posible, hasta el doble del máximo alcance del anteojo.

2.2.4. Comparación de los métodos Moinot y Villani.

Desde el punto de vista de la rapidez en el trabajo, especialmente en terrenos llanos y despejados, ofrece una positiva ventaja el método de Villani, con el que fácilmente pueden lograrse, aun en trabajos de gran precisión, longitudes de ejes comprendidas entre los 300 y 400 metros, y aun de 500 ó más en trabajos menos precisos.

Esto hace que, en el caso más desfavorable, baste un solo punto polígono métrico por cada 10 Ha. de terreno, densidad de puntos equiparable al de cualquier poligonación ordinaria.

En terrenos quebrados, o con arbolado, la densidad de los puntos Villani sería mayor, pero siempre ofrecerá ventaja sobre el enlace directo, con el que puede simultanearse el método, según las exigencias del terreno.

También, ofrece ventaja el enlace mixto sobre el directo, por lo que se refiere a precisión; en todo itinerario han de considerarse dos errores; el angular y el lineal, y hemos de demostrar la positiva ventaja del primero con el método Villani, sin perjuicio del segundo.

Al duplicar, en efecto, la longitud de los ejes, reduciremos a la mitad el error máximo de dirección y repetidas veces se ha indicado ser éste el más temible de los errores angulares utilizando el taquímetro. Además de esto, recordando la fórmula que nos da la máxima desviación en función del error angular:

$$e < \epsilon L/n \cdot \sqrt{(n(n+1)(2n+1))/6}$$

veremos con ella que, por una parte, disminuye e al aplicar el método Villani, según acabamos de ver, y por otra, se reduce n a la mitad, influyendo ventajosamente ambas circunstancias.

Por lo que respecta al error lineal no hay desventaja, argumento que erróneamente suelen emplear los detractores de la taquimetría; si se emplea el método *Moinot* (para fijar el punto b se precisan dos ejes, por ejemplo, el am y el mb). Llamando ϵ_l el máximo error lineal que pueda cometerse en cada eje en lectura directa, al levantar el am desde a podrá llegarse a cometer dicho error en la medida de la distancia. Estacionando después en m repetiremos la medida y al hallar el promedio obtendremos como error máximo del eje am :

$$e_a^m < \epsilon_l / \sqrt{2}$$

El mismo error máximo podrá cometerse en el segundo eje mb , y como error máximo total, procedente de la suma de errores de las longitudes am y mb obtendremos

$$e^b_a < \epsilon_1 \cdot \sqrt{2} / \sqrt{2} = \epsilon_1$$

Veamos ahora lo que sucede con el método Villani; en él hemos visto que no estando los puntos m y n muy alejados de ab , no influye el error cometido en el ángulo al calcular las proyecciones am' y an' , por lo que sólo hemos de fijarnos en los errores cometidos con la estadía.

Desde a hemos de medir la distancia am , pudiendo cometerse el error máximo ϵ_1 , antes considerado; el mismo error podrá cometerse al medir desde b la distancia mb , y al obtener la distancia ab como suma de am y mb , el máximo error lineal será:

$$e < \epsilon_1 \cdot \sqrt{2}$$

La misma distancia ab ha de obtenerse por el segundo punto n y en su evaluación pudiera llegar a cometerse el error máximo e antes calculado; como después hemos de hallar el promedio, el máximo error admisible será:

$$e^b_a < \epsilon_1 \cdot \sqrt{2} / \sqrt{2} = \epsilon_1$$

idéntico al que se obtenía por el método de *Moinot*, como pretendíamos demostrar; lo que sí se precisa es determinar la distancia ab , utilizando dos puntos y no uno solo, como teóricamente bastaría.

2.3. EMPLEO DEL TAQUÍMETRO¹⁶

La taquimetría persigue el levantamiento simultáneo de la planimetría y la altimetría del terreno.

En sentido estricto, prescinde de las triangulaciones básicas y las sustituye por poligonaciones fundamentales cerradas sobre sí mismas, apoyadas por poligonaciones abiertas con principio y fin en puntos poligonométricos de las fundamentales.

Ello conduce evidentemente a que, si se desea mantener un nivel estricto de precisión la inevitable acumulación de errores reduzca notablemente la superficie máxima que, para una escala dada, puede levantarse por taquimetría pura.

Más frecuente es utilizar dicha técnica como complemento en trabajos de relleno de proyectos de más envergadura.

En cualquier caso, un itinerario taquimétrico requiere:

- La medida de los ángulos entre cada dos ejes consecutivos.
- La medida de las longitudes de cada eje.
- La medida del desnivel entre cada punto y el que le sigue y el que le precede.

La medida de ángulos se realiza, orientado o no el aparato, restando del azimut (si se ha orientado) o la visual (si no se ha orientado) *de frente*, el azimut o la visual de espaldas.

Obviamente, la visual de frente corresponde al punto siguiente en el itinerario y la de espaldas al correspondiente a la estación inmediata anterior.

Se suma 2π a la primera visual si su valor es menor que el de la segunda.

¹⁶ M. Chueca Pazos. J.Herráez Boquera. J.Berné Valero. Tratado de Topografía 1. Teoría de Errores e Instrumentación

Las longitudes de los ejes se obtienen utilizando la estadia. Siempre, y por las razones ya conocidas, deben leerse los tres hilos del retículo.

Se tomará asimismo el ángulo cenital o el de altura para calcular la reducida.

En cuanto al cálculo del desnivel:

$$\text{Desnivel} = AC = mB + BC - mA$$

en valor y signo, teniendo en cuenta que

$$t = mB = D \operatorname{tg} \alpha$$

es positivo para visuales ascendentes y negativo para descendentes.

Generalmente se hace

$$i = BC = \text{altura del aparato}$$

$$m = mA = \text{lectura de mira}$$

y así formulamos, con carácter general y en valor y signo:

$$\text{Desnivel entre A y E} = \Delta z_{AE} = t + i - m$$

resultando en definitiva

$$\text{Cota de A} = \text{cota de E} + \Delta z_{AE}$$

Al término $i - m$ se le denomina cabeza de mira y es práctica muy aconsejable por el ahorro de tiempo que supone, una vez determinado i (directamente con una cinta desde el suelo a la señal grabada en un muñón del eje secundario del aparato), colimar siempre que se pueda al punto de la mira de igual altura. Así $i - m = 0$ y el valor de t , con su signo da directamente el desnivel.

Se observa que el cálculo es dificultoso tanto:

$$D \ll \text{«distancia reducida» } D = K l \cos^2 \alpha,$$

Si $AB = l = nv$; siendo n = número de divisiones interceptadas en la mira y v = valor de una división

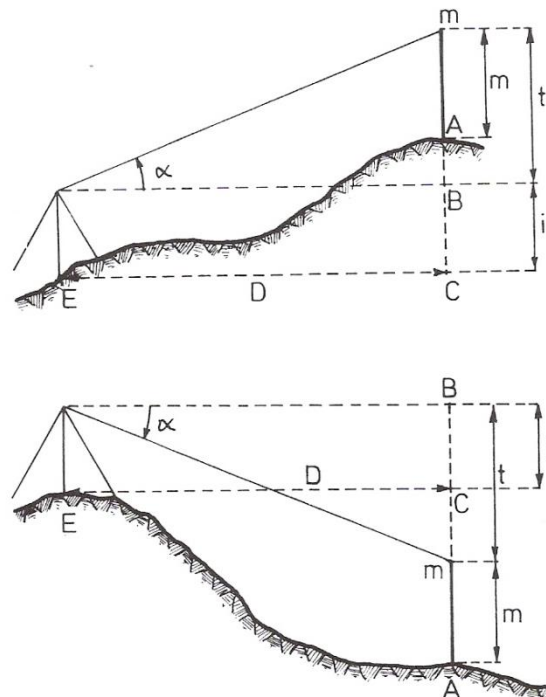
$$D = K nv \cos^2 \alpha = G \cos^2 \alpha, \text{ llamándose a } G \text{ numerador generador.}$$

2.4. EQUIPO DE POLIGONACIÓN. ¹⁷

Fácilmente se comprende que, siendo los ejes de la poligonación forzosamente cortos (para poder leer en la mira sin problemas), el error de dirección, siempre importante, se transforma en trascendental, hasta el extremo de que puede llegar a invalidar la utilización de un buen taquímetro.

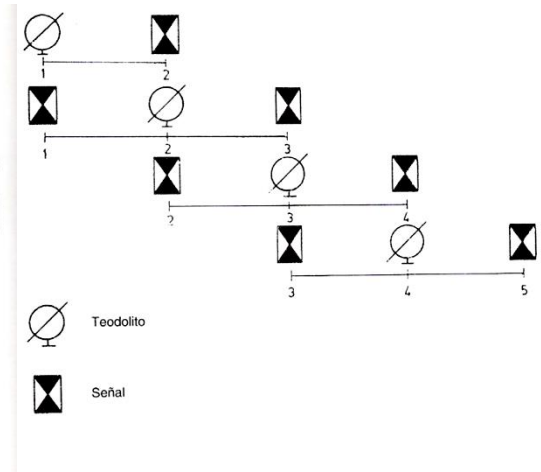
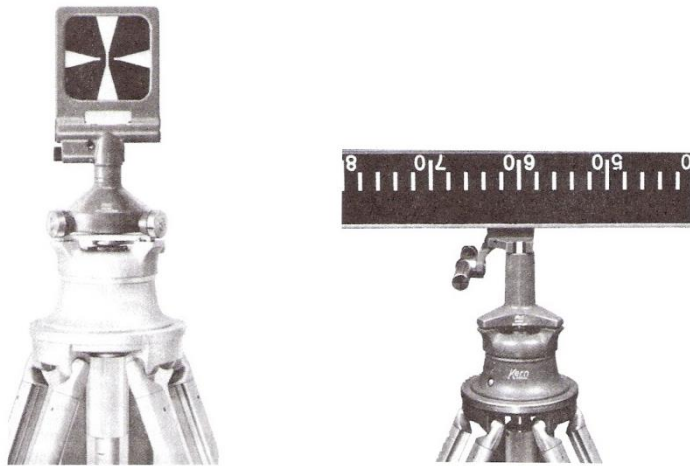
Por ello es preciso, cuando de poligonales muy largas se trata o bien cuando la exigencia de precisión es estricta, utilizar algún procedimiento que aminore o si es posible elimine dicho error.

Es el método más eficaz el empleo de un equipo de poligonación para lo que es preciso que el taquímetro disponga de centrado forzoso, es decir, poder separar el taquímetro de la base nivelante, sustituyéndolo sobre ella bien por una señal o por una mira

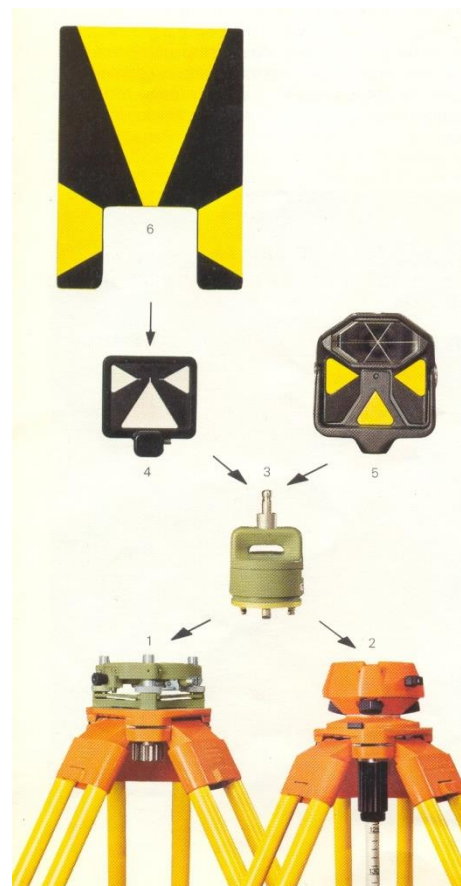
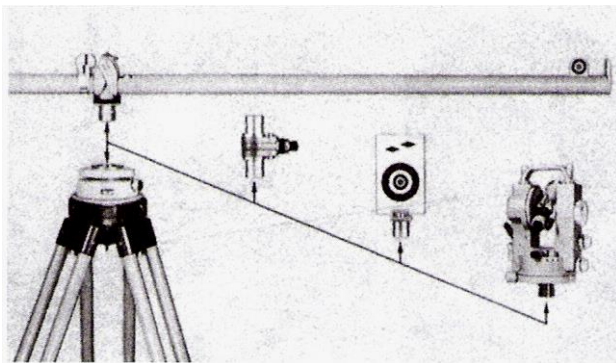
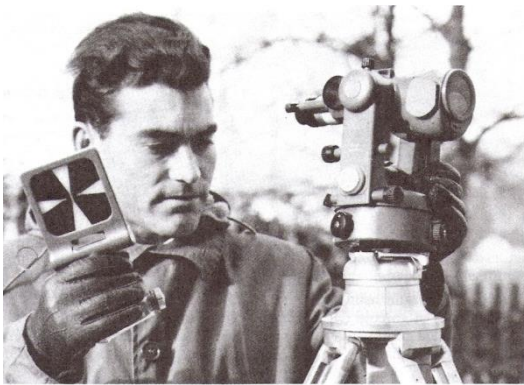


¹⁷ M. Chueca Pazos. J.Herráez Boquera. J.Berné Valero. Tratado de Topografía 1. Teoría de Errores e Instrumentación

horizontal. Así, con tres trípodes, una plomada óptica y dos tablillas de mira, manteniendo siempre el taquímetro entre dos trípodes y en cada uno de ellos una tablilla y avanzando el taquímetro hasta el trípode «de frente», sustituyendo a la tablilla que se sitúa en la base que dejó libre el taquímetro, mientras trípode y base «de espaldas» se estacionan en el nuevo punto en el sentido del itinerario, se consigue anular prácticamente el error de dirección. Complemento obligado es una buena plomada óptica, también enchufable en cualquiera de las bases y una estadia horizontal, asimismo enchufable, para medir los ejes. Las figuras que siguen ilustran el método



Cambio teodolito por tablilla



Equipo completo de poligonación en campo



2.5. AUTORREDUCCIÓN CON ESTADIA VERTICAL

Según sabemos, la distancia reducida valdrá:

$$D = K \cdot l_a \cdot \cos^2 \alpha$$

siendo l_a la lectura en la mira correspondiente a la inclinación α

Por otra parte, y según hemos visto al estudiar las estadías de la primera categoría, todo sucede como si el anteojo del goniómetro fuera una estadía del tipo indicado, con $h =$ separación de hilos del retículo y $\delta = f =$ distancia focal del objetivo. Asumiéndolo así en la figura, recordando que $K = f/h$ se tendrá: $D = k \cdot l_a \cdot \cos \alpha = f/h \cdot l_a \cdot \cos \alpha$

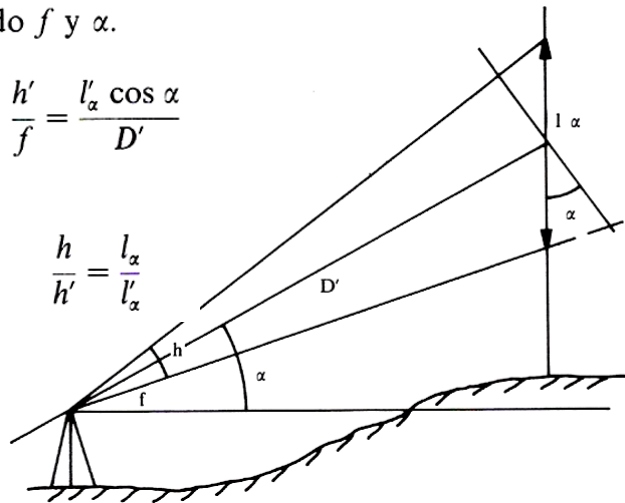
$$\frac{h}{f} = \frac{l_\alpha \cos \alpha}{D'}$$

y para otra separación h' , conservando f y α .

$$\frac{h'}{f} = \frac{l'_\alpha \cos \alpha}{D'}$$

de donde

$$\frac{h}{h'} = \frac{l_\alpha}{l'_\alpha}$$



Consecuentemente podría lograrse obtener la distancia D en la mira con una inclinación α si se cumpliera:

$$D = K l_\alpha \cos^2 \alpha = K l'_\alpha$$

es decir, leer l'_α en la mira.

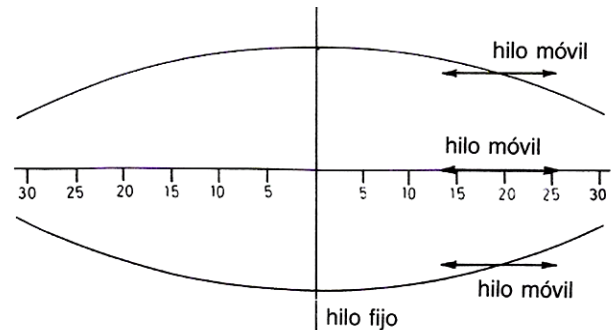
Pero ello implica, teniendo en cuenta que $h/h' = l_\alpha/l'_\alpha$

$$l_a \cdot \cos^2 \alpha = l_a h'/h$$

o lo que es igual

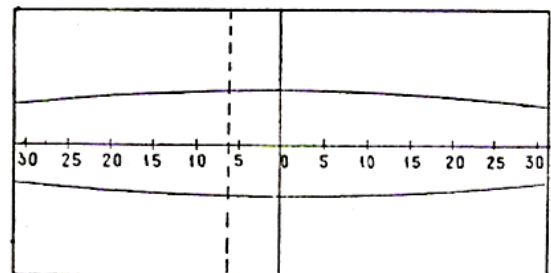
$$h' = h \cos^2 \alpha$$

por lo tanto, si construimos un retículo de distancia variable entre hilos diastimométricos tal que se cumpla $h' = h \cos^2 \alpha$, donde h sea la separación correspondiente a la lectura horizontal con constante K y h' la separación que se seguiría con ángulo de inclinación α , es evidente que, independientemente de la inclinación, la lectura en la mira multiplicada por K daría la distancias reducida D . El retículo adoptará la forma de la figura.



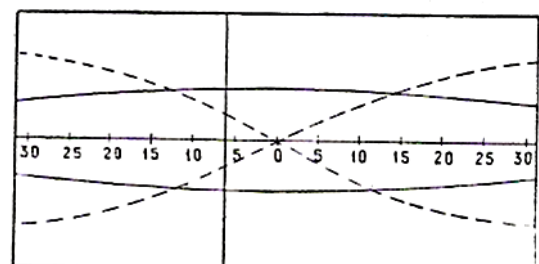
Es ya fácil construir un **taquímetro reductor**. Bastará con situar el retículo con posibilidad de deslizamiento frente al ocular, leer el ángulo de inclinación α en la colimación de que se trate y desplazar el vidrio móvil del retículo variable, donde están grabados los hilos inferiores, central y superior, hasta que el hilo vertical, centrado y fijo, ocupe la posición α en el hilo central.

Es decir, ¹⁸si suponemos que la placa de vidrio del retículo pudiese, desplazarse a voluntad a derecha e izquierda, en el anteojo, mientras permanece fijo en este el hilo vertical, independiente de la placa, podríamos llevar a coincidir con dicho hilo vertical la graduación del diagrama que coincida con la altura de horizonte (α) leída en el círculo vertical. Si, por ejemplo, fuese ésta de 6° , moveríamos el retículo hasta que el hilo vertical ocupe la posición trazada de puntos en la figura; si entonces colimamos la mira, la longitud de esta, comprendida entre las curvas en su intersección con el hilo vertical, multiplicada por la constante K correspondiente a la posición cero, con independencia de la pendiente, nos da directamente la reducida



Y si esta operación manual se automatiza, el taquímetro será **autorreductor**, o de *retículo de diagrama*.

La determinación automática del desnivel puede obtenerse mediante un nuevo sistema de curvas del retículo, dibujadas de trazos en el esquema de la figura. Suponiendo colocado automáticamente el retículo en la posición que corresponda a la altura de horizonte de la visual (α), mientras que la longitud de mira interceptada por las líneas continuas del diagrama de la figura, multiplicada por 100 (cte K) nos da directamente la reducida, la comprendida entre las "líneas de trazos", multiplicada por 20. (constante de frecuente uso en los autorreductores), da el termino t (*dist. Vertical*), al que habrá que sumar la *cabeza de mira (m)* para obtener el desnivel, y nos



¹⁸ F. Domínguez García-Tejero. Topografía General y Aplicada

dará directamente éste si se señala en la mira, con el hilo central del retículo, una altura igual a la del instrumento (i). La precisión en el desnivel, con las constantes a que hemos hecho referencia (100 y 20), sería, por lo tanto, 5 veces superior a la reducida, consiguiéndose, si apreciamos el milímetro en la mira, lograr el desnivel, con error inferior al doble centímetro.

Entonces, ¹⁹sabemos que el desnivel viene dado por la expresión $t = mB = D \operatorname{tg} \alpha$, o sea

$$t = D \operatorname{tg} \alpha$$

y si hacemos la cabeza de mira $i - m = 0$ (4), será el propio desnivel buscado.

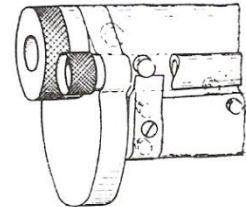
Consecuentemente, si pretendemos leer en la mira, en una posición de inclinación α cualquiera, además de la reducida, leer el desnivel, será preciso grabar sobre el retículo móvil dos nuevos hilos distanciométricos, que deberán cumplir.

$$t = K'' \alpha = D \operatorname{tg} \alpha$$

(supuesto que, además, pretendemos usar otra constante distinta de K), obteniéndose fácilmente.

$$D \operatorname{tg} \alpha = K l_{\alpha} \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha = \frac{K}{2} l_{\alpha} \operatorname{sen} 2\alpha = K' l_{\alpha}''$$

$$\frac{K}{2} l_{\alpha} \operatorname{sen} 2\alpha = K' h'' \frac{l_{\alpha}}{h}$$

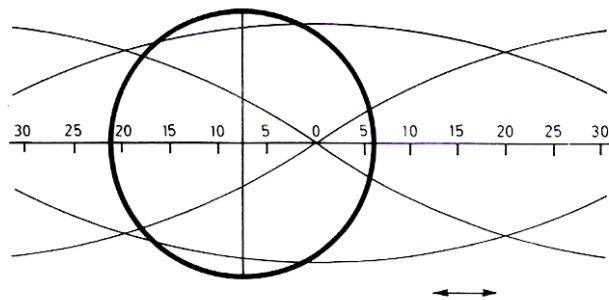


donde h'' separación de los hilos para lectura cenital y en definitiva:

$$h'' = \frac{K}{K'} \frac{h}{2} \operatorname{sen} 2\alpha \tag{5}$$

será la ecuación de la graduación de los hilos de diferencia de nivel, debiendo tenerse en cuenta la cabeza de mira, circunstancia que no se debe olvidar y que aconseja operar siempre que se pueda anulándola, en evitación de equivocaciones.

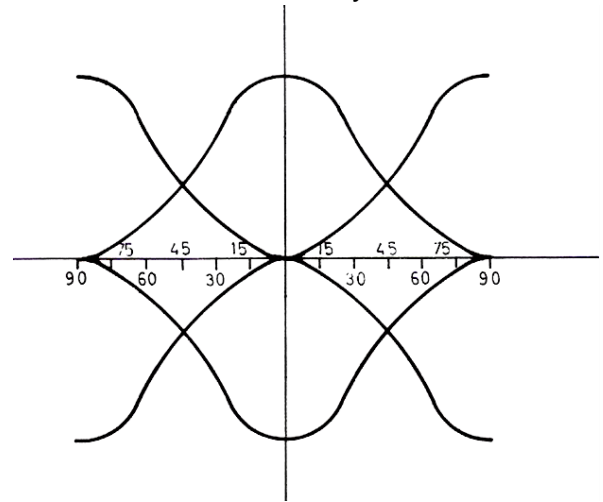
En la figura se representa el retículo completo, junto con el campo del anteojo en la posición de lectura correspondiente a $-7^{\circ} 50'$. Los cinco hilos móviles han deslizado en el sentido de la flecha, desde la posición 0° en el centro del campo del anteojo, y ello permite leer con el hilo vertical fijo tanto la distancia como la diferencia de nivel.



Con ello queda completada la teoría de la reducción con estadía vertical. Todos los taquímetros autorreductores que operan según este principio, con una misma base teórica, se diferencian exclusivamente en el sistema utilizado para conseguir el deslizamiento automático del retículo móvil por el solo efecto de basculamiento del anteojo, hasta situar en posición de lectura correcta el aparato.

¹⁹ M. Chueca Pazos. J.Herráez Boquera. J.Berné Valero. Tratado de Topografía 1. Teoría de Errores e Instrumental

Finalmente, debe subrayarse que en el retículo representado corresponde una escala más ampliada en abscisas que en ordenadas. De no hacerse así, y con una misma unidad en ambos ejes, el retículo obtenido sería el de la figura.



Puede apreciarse en él que la pendiente de las curvas de distancias reducidas es pequeña en las proximidades del origen y luego crece muy rápidamente, sucediendo lo contrario en las curvas de diferencia de nivel.

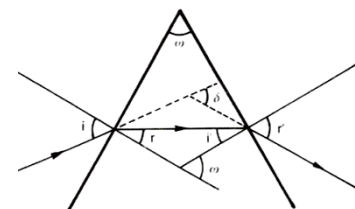
Realmente, es difícil verse en la precisión de observar ángulos de altura superiores a 20°. Por ello, en el. peor de los casos, la parte útil del diagrama podemos asimilarla

limitada por las intersecciones de las dos parejas de hilos. Pero, de cualquier forma, sea en los hilos de desnivel, o en ellos y los de distancia, de utilizarse el diagrama a una misma escala en abscisas y ordenadas, sería preciso efectuar lecturas en la mira con hilos muy inclinados. Ello evidentemente supone la incomodidad de obligarse a realizar punterías con una bisección muy estricta de la estadía so pena de riesgo de cometer errores de lectura serios. De ahí la necesidad de ampliar el eje de abscisas hasta dar la forma aplanada de las figuras anteriores. Así se consigue (siempre en la zona útil) mejorar muy sensiblemente las condiciones de lectura de las reducidas y mejorar asimismo, aunque en menor cuantía, las lecturas de desniveles.

Una mejora adicional geoméricamente válida sería prescindir de la mitad inferior o superior del diagrama, leyendo en la mira entre el hilo horizontal y los estadimétricos de reducida o diferencia de nivel. Las lecturas, sin error apreciable, serían la mitad de las anteriores y corrigiendo la escala del diagrama del retículo podría restablecerse la constante K que se deseara. No obstante, siempre quedaría en pie el engorro del tamaño resultante del retículo. Más adelante veremos las distintas soluciones ofrecidas por diversas firmas al abordar el problema planteado.

2.6. AUTORREDUCCIÓN CON ESTADIA HORIZONTAL ²⁰

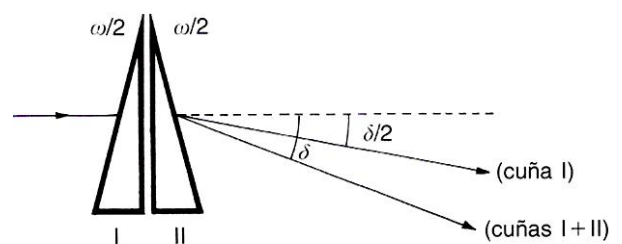
Reiterando lo visto en la cuña diastimométrica para estadía horizontal, la desviación δ del rayo incidente es: $\delta = \omega(n - 1)$, siendo ω el ángulo en el vértice de la sección de la cuña, n el índice de refracción y supuestos rayos incidentes sensiblemente perpendiculares a la cara de entrada.



Si la cuña de ángulo ω y sección isósceles se dividiera en dos ángulos $\frac{1}{2}\omega$ y sección triángulo rectángulo, con una sola cuña se obtendría una desviación

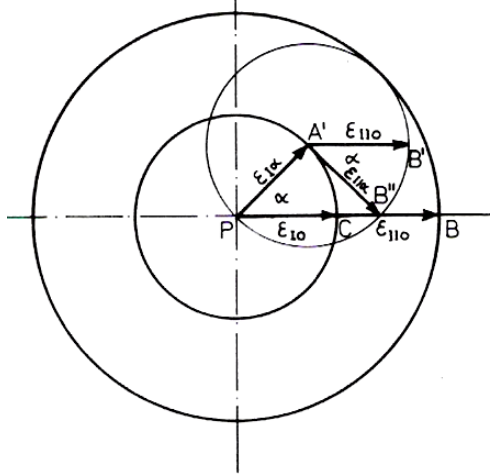
$$\delta' = \frac{1}{2}\omega (n - 1) = \frac{1}{2} \delta$$

con lo que en la figura supuestas las dos

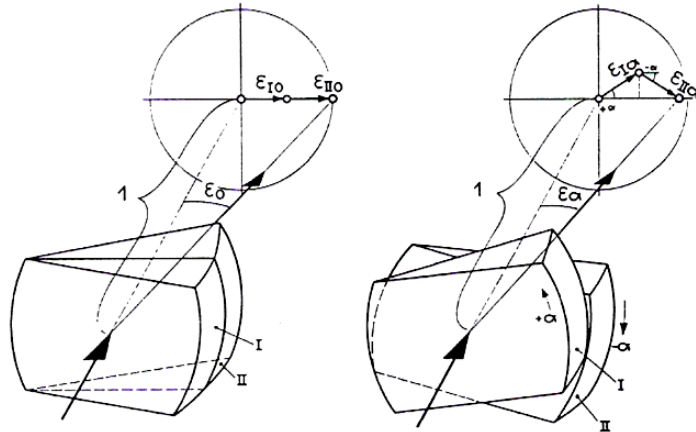


²⁰ M. Chueca Pazos. J.Herráez Boquera. J.Berné Valero. Tratado de Topografía 1. Teoría de Errores e Instrumental

cuñas acoladas, podemos asumir que la mitad de la desviación procede de la primera cuña y la otra mitad de la siguiente.

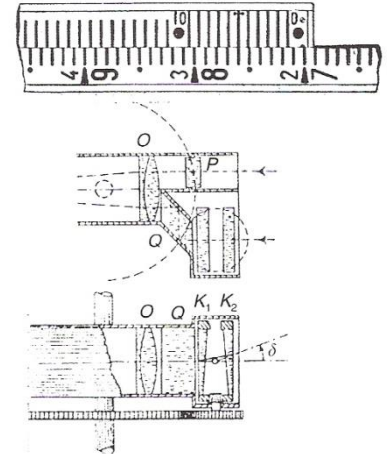
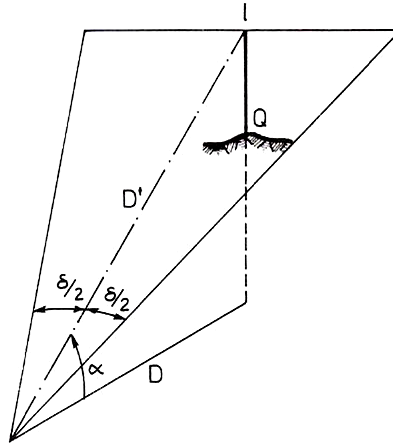


Si ahora giráramos la cuña I un ángulo α alrededor del rayo incidente, la desviación total del rayo en un plano normal a la progresión de la luz (que podemos suponer el plano del retículo) podemos asimilarla a la suma de los vectores: $PA' + A'B' = PB'$



pero, en la figura anterior:

$$PB'' = 2PA' \cos \alpha = PB \cos \alpha$$



y si, por medio de un artificio mecánico giramos $+\alpha$ y $-\alpha$ las dos cuñas, la lectura l pasará a valer $l \cdot \cos \alpha$, y en (6) obtendremos:

$$D'' = K l \cos \alpha = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \delta - \cos \alpha = D$$

es decir, la reducida en lectura directa.

Y en cuanto al desnivel, valdrá:

$$t = D \operatorname{tg} \alpha \text{ (excepto cabeza de mira)}$$

que puede calcularse aparte. O bien, si se giran las dos cuñas 90° respecto a la posición anterior, la desviación dará lugar a una lectura

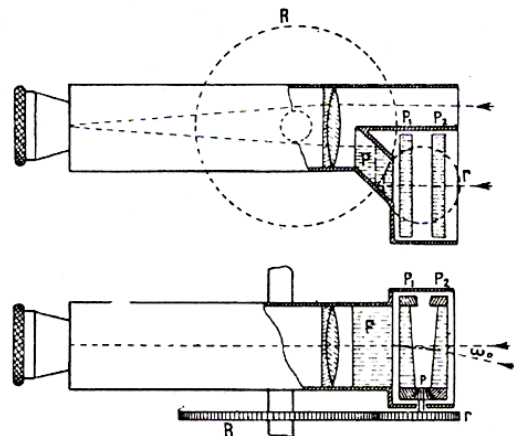
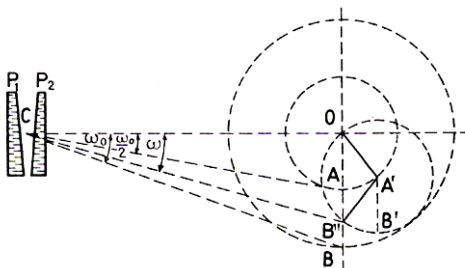
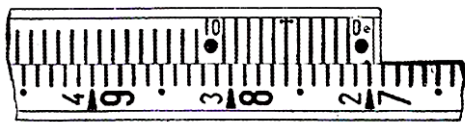
$$l'' = l \operatorname{sen} \alpha$$

y se obtendrá:

$$D''' = K l \operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \delta l \operatorname{sen} \alpha = D' \operatorname{sen} \alpha = t$$

con lectura directa asimismo del desnivel.

Tal es el principio de autorreducción con estadías horizontales de 1ª categoría. En la figura, esquema de secciones en planta y alzado de anteojo autorreductor y lectura en estadía



2.7. DISTINTOS TIPOS DE TAQUÍMETROS AUTOREDUCTORES²¹

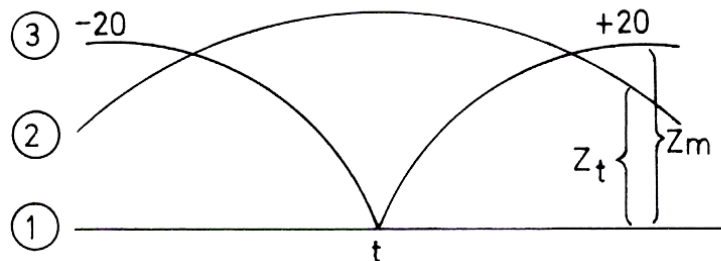
2.7.1. Autoreductores de estadía vertical

Casi todos los aparatos han abordado el problema de la excesiva inclinación de las líneas del diagrama.

- Prescindiendo de una mitad del mismo, según ya se justificó.
- Sustituyendo el eje de abscisas recto por un arco de circunferencia.
- Fraccionando el diagrama de desniveles en varios, cada uno con una constante distinta, correspondiente a intervalos consecutivos de la pendiente α .

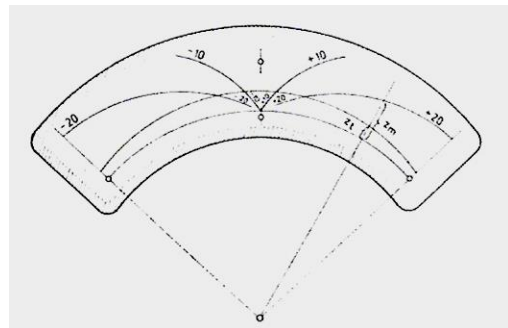
El resultado se representa en la figura 13.17 en un pequeño intervalo centrado con la pendiente $\alpha=0$, donde

- ① = círculo básico o eje de abscisas.
- ② = diagrama de distancias o reducidas, con $k=100$.
- ③ = diagrama de desniveles o alturas, de constante igual a veinte.



En la figura se representa el diagrama completo, con constantes ± 10 y ± 20 en las curvas altimétricas.

El tamaño resultante del diagrama haría muy dificultoso e incómodo situarlo directamente en la zona del retículo. Generalmente se prefiere colocarlo aparte, usualmente paralelo al limbo cenital y utilizar un sistema de prismas para dirigir sobre el retículo la imagen del diagrama correspondiente a cada inclinación.



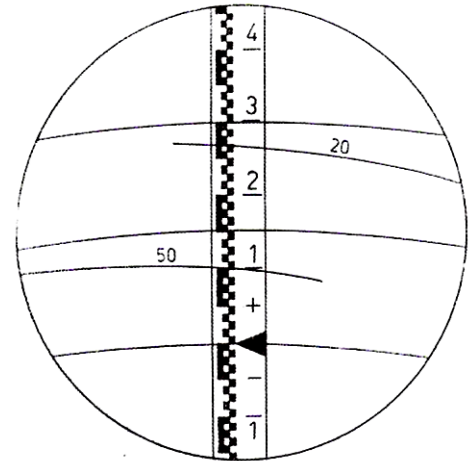
Generalmente las casas constructoras comercializaban sus taquímetros autorreductores introduciendo en algunos de sus teodolitos (normalmente en teodolitos de minuto con lectura por escalas) las modificaciones necesarias en orden al fin expuesto. También acostumbra a utilizarse antejo de imagen directa por facilitar la lectura. Así, podemos mencionar los siguientes aparatos:

- **MOM-TaDII**

Corresponde básicamente al taquímetro Te-D2I, con diagrama adicional, que es el representado en la figura anterior con una nueva curva de altitud de constante 50, y otra en reducidas de constante 200, situado paralelo y opuesto al limbo cenital, al otro lado del antejo. Un sistema óptico de prismas conduce la imagen adecuadamente al retículo.

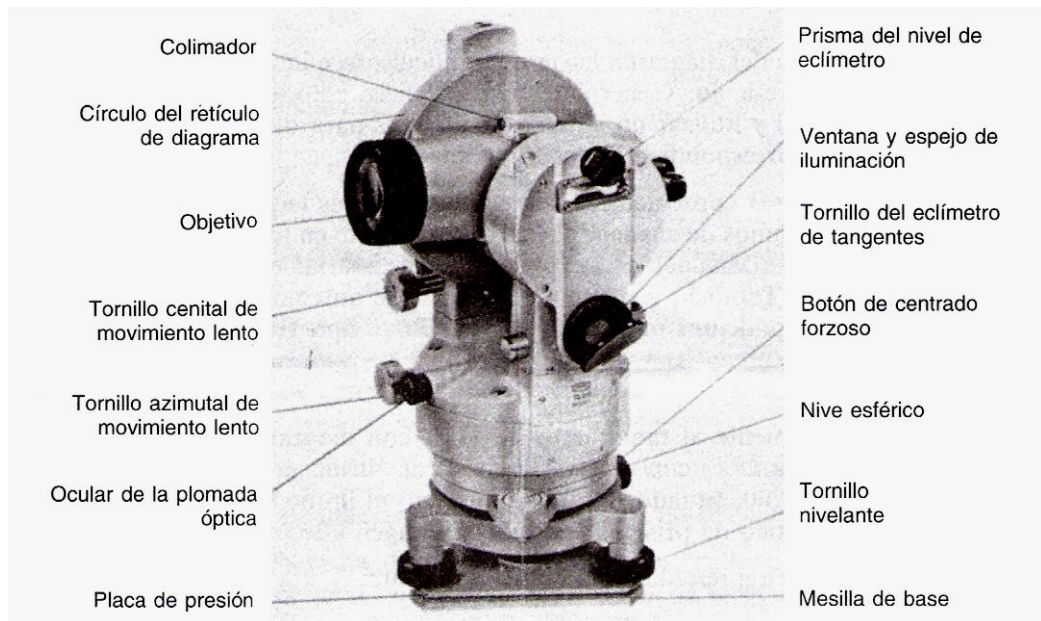
²¹ M. Chueca Pazos. J.Herráez Boquera. J.Berné Valero. Tratado de Topografía 1. Teoría de Errores e Instrumental

En la figura se representa un ejemplo de lectura. El hilo inferior ha podido centrarse en la posición cero, con lo que la lectura de los demás hilos multiplicadas por la constante correspondiente da reducidas y altitud. Si no hubiera sido así, habría que restar la lectura de aquél. Se supone nula la cabeza de mira. Imagen directa.



Lect. hilo medio = $0,148 \times 200 = 29,6$ m, reducida.
 Lect. hilo superior = $0,296 \times 100 = 29,6$ m, reducida.
 Lect. hilo cte. 50 = 0, $1,06 \times 50 = 5,3$ m, desnivel.
 Lect. hilo cte. 20 = $0,265 \times 20 = 5,3$ m, desnivel.

En la figura, conjunto del taquímetro:



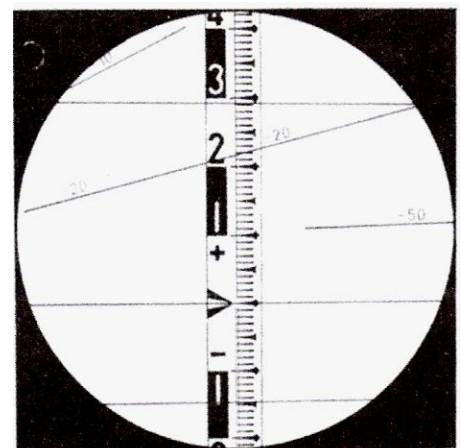
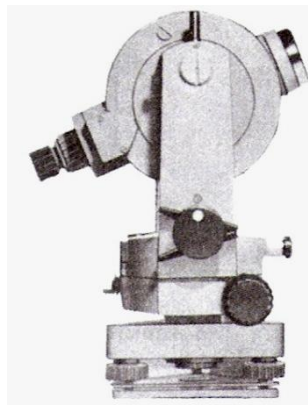
• **Dahlta OIOA (Zeiss, Jena)**

Corresponde al teodolito Theo010A, sin micrómetro, y con imagen derecha, adecuado a autorreducción con solución análoga al anterior.

En la figura, ejemplo de lectura.

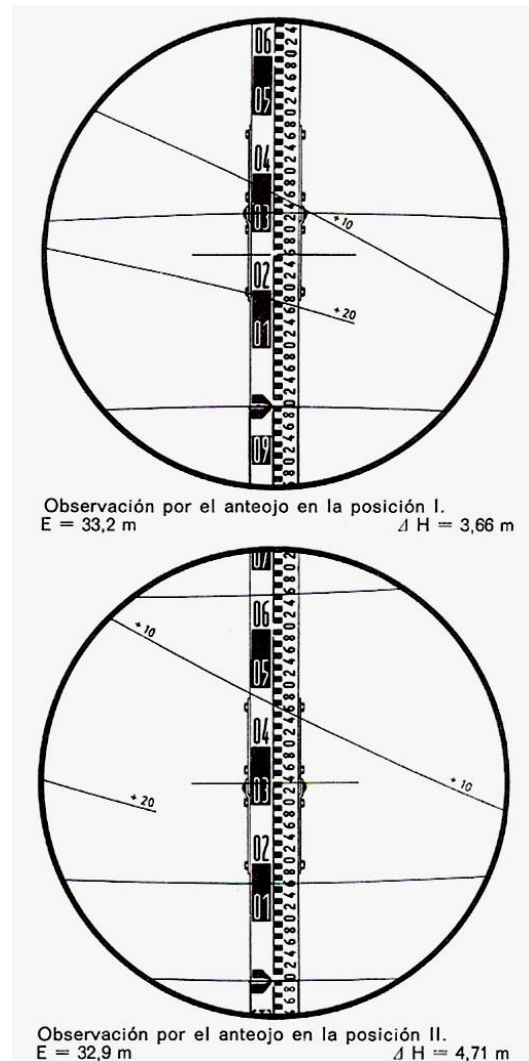
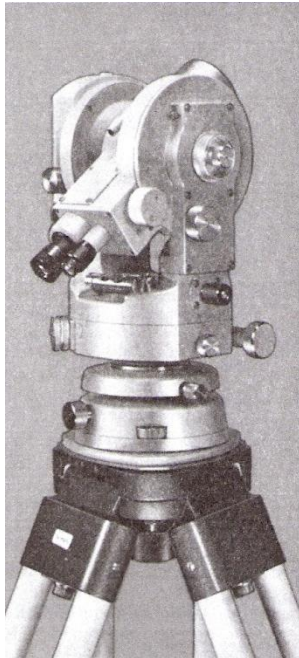
Lect. hilo inferior: $0,145 \times 200 = 29$ m, reducida.
 Lect. hilo superior: $0,290 \times 100 = 29$ m, reducida.
 Lect. hilo cte. -20: $0,219 \times (-20) = -4,38$ m, desnivel.

En las figuras, conjunto del aparato y esquema óptico.



RT a 4 (Zeiss, Oberkochen) Con la técnica del **T42** convertido a autorreductor. Imagen derecha y diagramas como el Dahlta antes expuesto. En reducidas, constantes 50, 100 y 200. Un mando de conmutación permite leer separadamente en la mira los hilos estadimétricos y los de desnivel.

$$\begin{aligned}
 D &= 0,165 \times 200 = 33,0 \text{ m} \\
 &0,330 \times 100 = 33,0 \text{ m} \\
 &0,660 = 50 = 33,0 \text{ m} \\
 &0,660 \times 10 = 4,71 \text{ m} \\
 &0,332 \times 100 = 33,2 \text{ m} \\
 V &= 0,471 \times 10 = 4,71 \text{ m} \\
 V &= 0,366 \times 10 = 3,66 \text{ m} \\
 &0,183 \times 20 = 3,66 \text{ m}
 \end{aligned}$$



2.7.2. Autorreductores de estadia horizontal

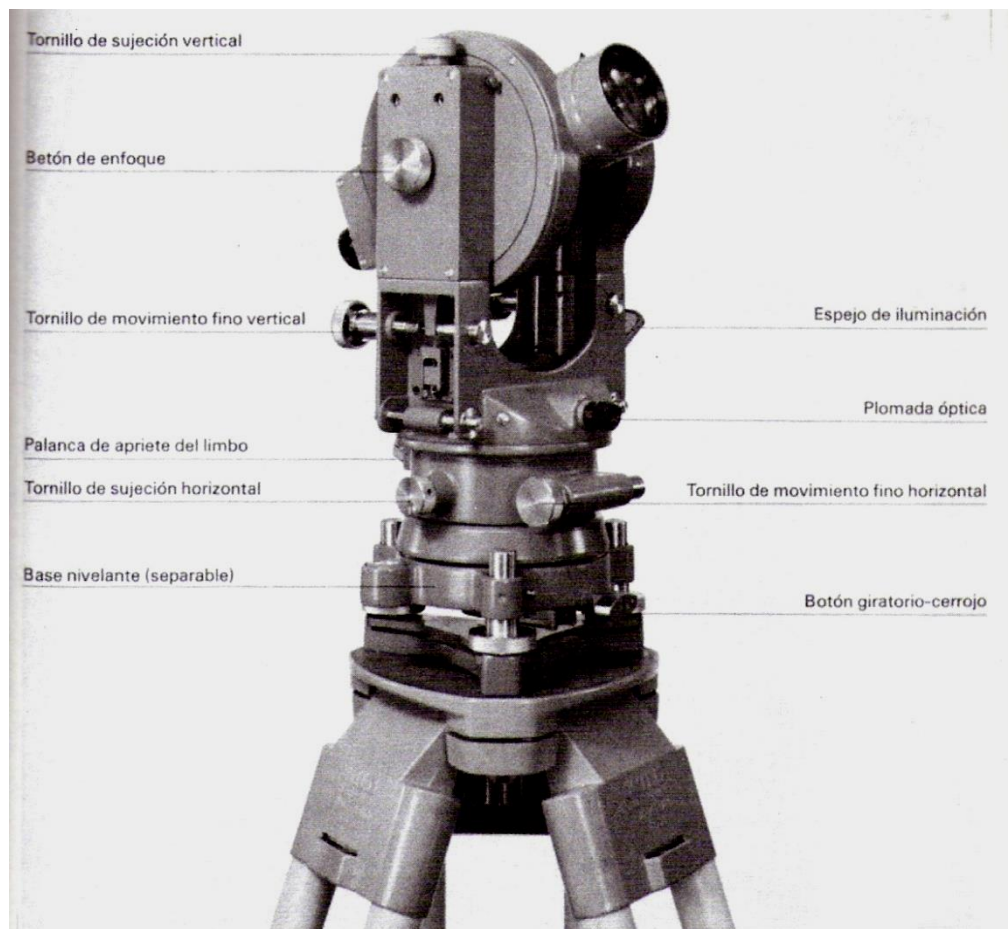
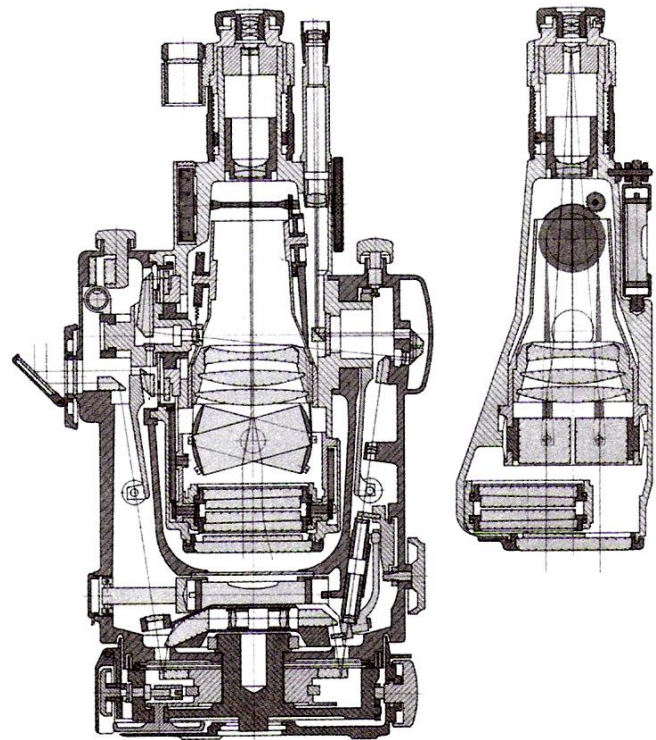
Corresponden a las características técnicas y principios antes expuestos. Más precisos que los del grupo anterior, tiene, sin embargo, el inconveniente de su utilización más lenta. Por otra parte, en terreno quebrado la estadia horizontal es dificultosa de emplear por su forzosamente pequeña altura, que dificulta su visibilidad con fuertes desniveles. Se empleó mucho, y todavía aún se utiliza, en urbanismo y planos de población, como alternativa económica ante los distanciómetros electrónicos y sólo en trabajos que no justifiquen mayor inversión.

- **DK-RT (Kern)**

Sobre un taquímetro de doble círculo, con micrómetro óptico de placa plano paralela de la línea del **DKM2** se han realizado las adaptaciones necesarias, según los principios conocidos

Pueden apreciarse las dos placas-paralelas para la lectura con estadía horizontal en el anterior del anteojo, ante el objetivo.

Asimismo, las dos cuñas cubriendo la mitad del objetivo.

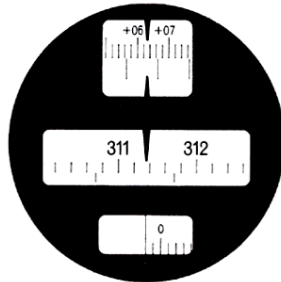


Lectura de los limbos, sin micrómetro

La lectura de los grados enteros se toma en el trazo numerado de la división, a la izquierda del índice. Con el trazo de la división auxiliar, situado a la derecha del índice, se toma lectura directa, en la división principal, de los 10^c/10' (partiendo del trazo

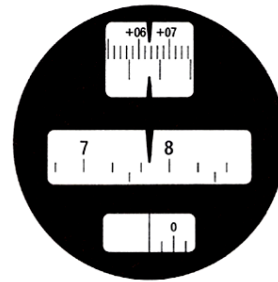
numerado de la división, situado a la izquierda del índice, y teniendo los intervalos un valor igual a 10^c/10', por ir en sentido opuesto), y por último se toma lectura, por apreciación, de los minutos individuales.

400°
limbo horizontal



311°
36'
311° 36'

360°
limbo horizontal



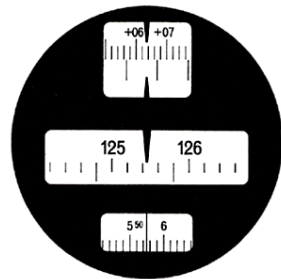
7°
46'
7° 46'

Lectura de los limbos, con micrómetro

Hacer girar el mando del micrómetro, al objeto de establecer la coincidencia entre las divisiones principal y auxiliar. El trazo numerado, situado a la izquierda del índice, indica los grados enteros. A la derecha del índice y en el punto de coincidencia se toma

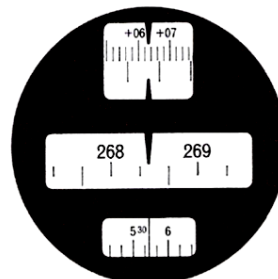
lectura de los 10^c/10' enteros (análogamente a la forma antes descrita), y en el tambor del micrómetro se toma lectura directa de los minutos y 10^{cc}/10" enteros, mientras que los segundos individuales se determinan por apreciación.

400°
limbo horizontal



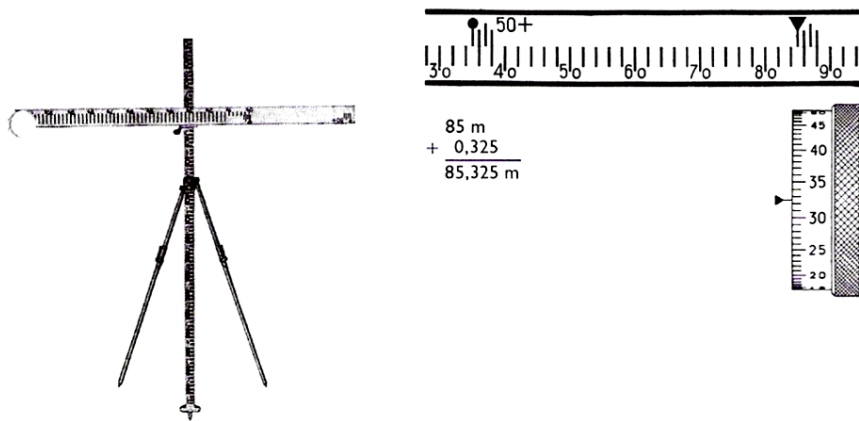
125° 40'
5' 75''
125° 45' 75''

360°
limbo horizontal



268° 20'
5' 43''
268° 25' 43''

Figura 13.30



En la figura mira horizontal y lectura sobre ella.

3. LEVANTAMIENTO TAQUIMÉTRICO GRÁFICO. PLANCHETA.²²

La idea de aprovechar directamente el trabajo de campo para dibujar el plano «in situ» ha llevado a idear aparatos más o menos ingeniosos que tratarán de conseguir tal fin. La plancheta con alidada es el único de todos estos intentos que ha conseguido suficientes resultados prácticos como para poder admitir que cubre el objetivo

²² M. Chueca Pazos. J.Herráez Boquera. J.Berné Valero. Tratado de Topografía 1. Teoría de Errores e Instrumental

propuesto si solamente se trata de trabajos de relleno y sin demasiadas exigencias de precisión.

Su idea básica es muy simple. Consiste en fijar una alidada sobre un tablero y todo sobre un trípode, y hacer estación con el conjunto en el punto que se trate sobre el terreno. Desde él se realizan las punterías necesarias para el levantamiento encomendado y, fijando a la alidada un pantógrafo que deslice sobre el tablero, se utilizan los propios movimientos de aquella en las punterías sucesivas para señalar en el papel direcciones y distancias que, en definitiva, desembocan en el trazado del propio plano.

La plancheta ha sido muy utilizada en levantamientos expeditos y en apoyo secundario de campo para fotogrametría aérea. Ha sido empleada con buen éxito por el Instituto Geográfico Militar, por su especial utilidad para levantamientos del país.

Últimamente, debido a los avances de la automatización, tanto en el ámbito de la fotogrametría como en la topografía clásica, ha caído en desuso.

Su precisión deja siempre que desear y su empleo resulta evidentemente engorroso, al trasladar al campo, por mucho que se pretenda simplificar, un auténtico tablero de dibujo. Solamente su rapidez de acción permite justificar su empleo, que pierde todo interés si ha de ser completado en gabinete. Por ello, insistimos que solamente para trabajos muy concretos de escasa envergadura, sin exigencias de precisión y urgentes, puede ser tenida en cuenta como aparato topográfico útil que no requiere registros, croquis o libretas de campo, sin cálculos de gabinete, y con la celeridad de ejecución necesaria, en especial si la alidada es *autorreductora*.

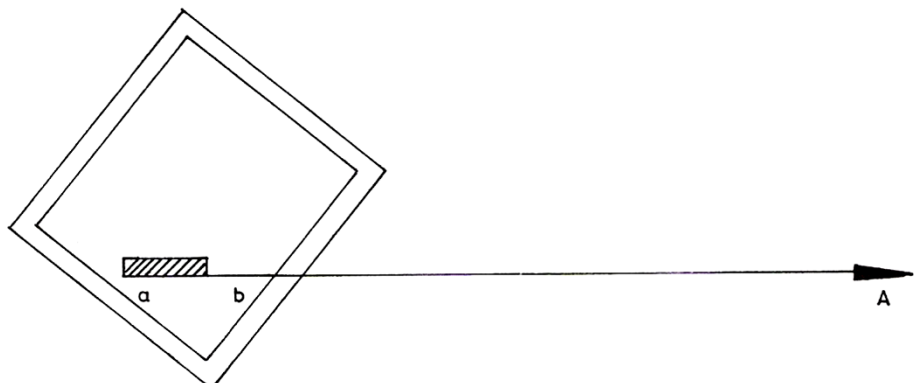
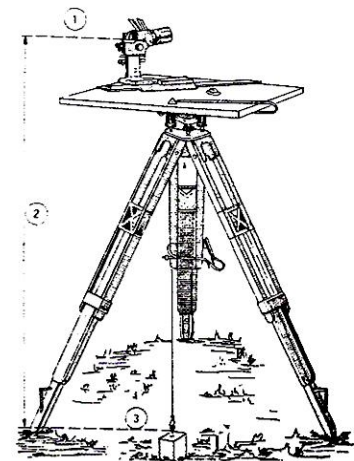
3.1. La plancheta autorreductora

Su esquema es el de la figura. Una alidada (1) autorreductora situada sobre un tablero con un dispositivo de dibujo que sigue los movimientos de aquella se sitúa sobre un trípode en el punto de estación.

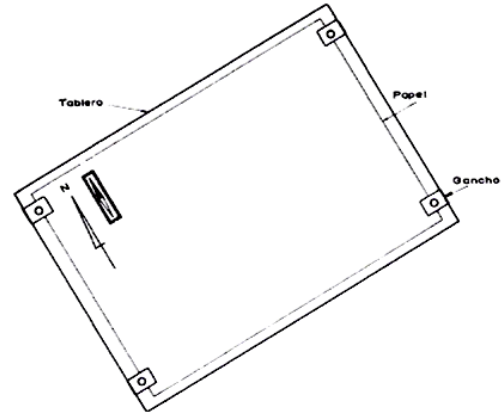
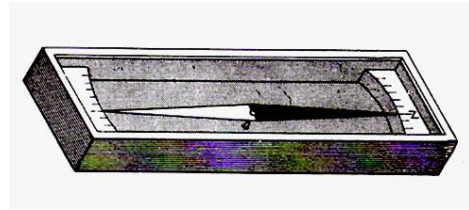
Nivelado el aparato se procede a su orientación, sea por medio de una dirección de azimut conocido, o bien, según es más frecuente, por medio de una brújula que llevan consigo todos los aparatos como el descrito.

En el primer caso y siendo la dirección conocida *ba*, se hace coincidir la regla de la alidada con dicha dirección,

y se gira el conjunto alidada-tablero, hasta colimar al punto *A* por el anteojo. En el segundo caso, se traza sobre el papel una línea que representa la N-S y se sitúa la brújula



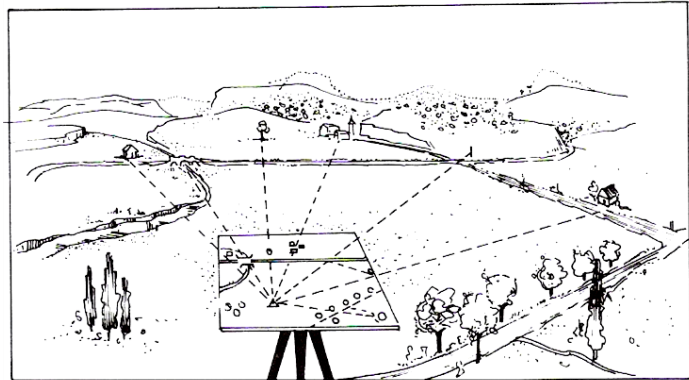
declinatoria paralela a ella. Inmediatamente, se gira el tablero hasta que la aguja señale el N. Orientado el aparato, se fija el tornillo de movimiento general (que en nuestro caso, según hemos visto, permite girar solidarios sobre el trípode a tablero y alidada), con lo que el tablero queda fijo, y se suelta el propio de la alidada, que queda en condiciones de girar sobre el tablero, apuntando a cualquier dirección.



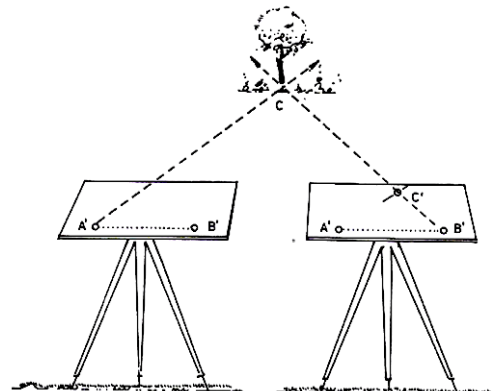
La plancheta puede trabajar:

- Por radiación.
- Por intersección.
- Por poligonación o itinerario.

En el primer caso, desde el punto de estación, se van levantando puntos a lo largo de toda la vuelta de horizonte colimando sucesivamente cada uno de ellos y llevando la distancia correspondiente apreciada en la mira y en la dirección de cada puntería.



En el segundo caso, aplicado necesariamente cuando la superficie que se requiere levantar es demasiado extensa para efectuarse desde una sola estación, es preciso realizar dos estaciones en *A* y *B*, visibles recíprocamente y de distancia conocida, deducida o medida, que sirve de base. Los puntos culminantes del levantamiento se determinan por intersección desde *A* y *B*. El relleno se efectúa por radiación desde los dos puntos.



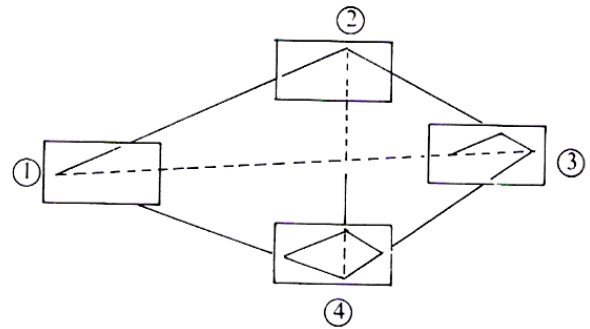
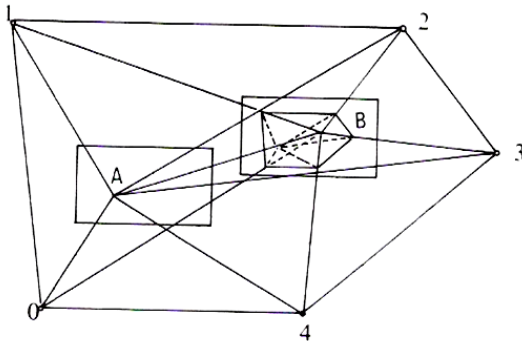
Finalmente, cuando es preciso efectuar más de dos estaciones y según es norma en topografía, se recorre el terreno mediante un itinerario o poligonal básico, cerrado sobre sí mismo, y apoyado, si procediera, por itinerarios abiertos, con principio y fin en puntos del anterior. Desde cada estación se levantan por intersección los puntos más descollantes y por radiación el relleno. Cada estación debe orientarse cuidadosamente con la anterior antes de levantar la siguiente.

Durante todo el trabajo, el aparato, tanto la plancheta como la alidada, debe mantenerse cuidadosamente nivelado, pues los posibles errores cometidos se

transmiten directamente al dibujo del plano, sin corrección posible. A este efecto, cada aparato lleva elementos suficientes, tanto en la alidada como en el tablero (plancheta) para facilitar la operación y asegurar su precisión.

No obstante, intencionadamente no mencionamos las posibles verificaciones y correcciones de la plancheta, por razones análogas a las esgrimidas en la misma cuestión respecto a los teodolitos. Una alidada y plancheta moderna debe estar corregida, y si no, sustituirse por otra. Y ello tanto más cierto en el presente caso en que es preciso reducir en campo al máximo el tiempo no dedicado al trabajo útil, si no se quiere desvirtuar el fin primordial del aparato en estudio.

Finalmente, la alidada de la plancheta, si es autorreductora, no necesita ni limbo horizontal ni vertical para cumplir su función, generalmente, y así sucede en los aparatos que vamos a examinar: disponen de un limbo cenital para facilitar y precisar la altimetría.



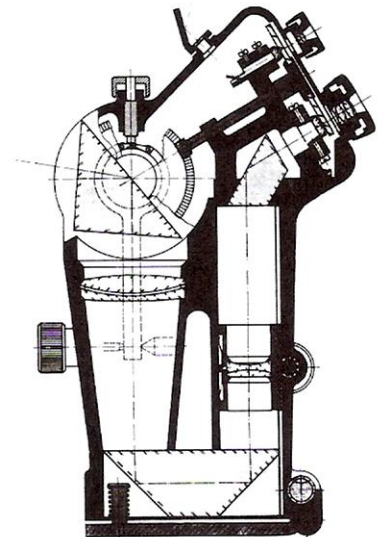
3.2. Algunos tipos de planchetas autorreductoras

• Plancheta RK-Kern

La alidada presenta la novedad de ser fija la inclinación del ocular del anteojo. En efecto, el anteojo está ópticamente quebrado por dos juegos de prismas, uno de los cuales, situado después del objetivo, y al bascular, inclina la visual hasta el ángulo de puntería deseado. Dispone de un círculo cenital graduado en grados centesimales y grados sexagesimales y sextos de grado, con indicación de sentido positivo o negativo del ángulo de inclinación, observable por ocular de eje paralelo al del anteojo. El retículo es de diagrama, como los ya estudiados, facilitando la lectura de reducidas y diferencias de nivel, según la técnica conocida. La cruz filar indica la altura visada en la mira, a efectos de tener en cuenta la anulación o no del término de cabeza de mira. En datos de catálogo, las precisiones ofrecidas son:
En una distancia oblicua de 100 m .

•Error medio en reducida = $\pm 1 - 2$ dm .

•Error medio en desnivel para: $K=20=\pm 0,5$ dm. Para $K=50=\pm 1,0$ dm. Para $K=100=\pm 1-2$ dm



Distancia horizontal
1,635
-1,500
 $0,135 \cdot 100 = 13,5 \text{ m}$

Diferencia de altura
1,562
-1,500
 $0,062 \cdot 50 = 3,10 \text{ m}$
Altura visada en la mira (cruz filar)
1,532 m

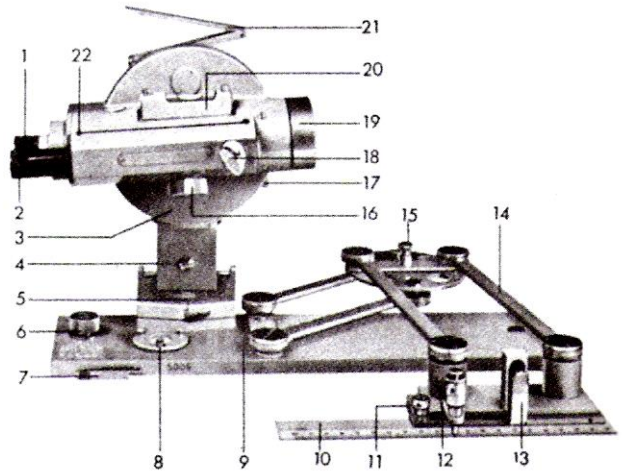
+ 14° 26'

- 1° 15'

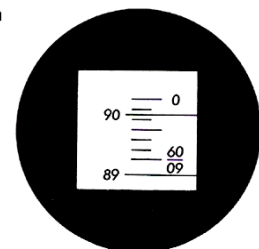
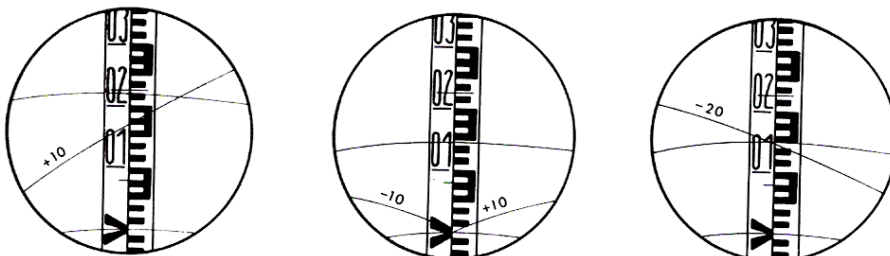
• **Plancheta MERED Breithaupt (Kassel)**

Plancheta de tipo clásico, autorreductora de diagrama. Con limbo vertical con n limbo

1. Lente ocular del anteojo
2. Lente ocular para la lectura del limbo
3. Tapa del limbo vertical
4. Columna desarmable
5. Enclavamiento de la columna
6. Excéntrica para el ajuste de precisión lateral
7. Dispositivo fijador para el paralelograma
8. Nivel esférico
9. Placa base
10. Regla cartográfica recambiable
11. Tornillo de ajuste de la regla
12. Punzón
13. Sujetador de pinza para la regla cartográfica
14. Paralelograma
15. Tornillo de presión del paralelograma
16. Mecanismo de enfoque
17. Tornillo de precisión para nivel del limbo vertical
18. Espejo de iluminación para nivel del limbo vertical
19. Objetivo
20. Nivel del anteojo
21. Espejo de doble articulación para nivel vertical
22. Miras de dirección



División
360 °



- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. Línea de mira ascendente | 1. Línea de mira horizontal | 1. Línea de mira descendente |
| 2. Diferencia de altura
+1,70 m | 2. Diferencia de altura:
0,00 m | 2. Diferencia de altura:
-2,96 m |
| 3. Distancia: 22,0 m | 3. Distancia: 14,60 m | 3. Distancia: 15,00 m |

- **Plancheta Ma-5 de MOM (Budapest)**

Plancheta más elemental, también autorreductora, de menor precisión. Sin embargo, es muy robusta, de sencillo manejo y cumple perfectamente su cometido. El limbo cenital como novedad original, se observa simultáneamente con el retículo del anteojo

