Algebra Lineal y Geometría

Unidad n°11:Ecuación General de Segundo Grado en Tres Variables.

Contenidos

- *Superficies. Relaciones elementales entre propiedades geométricas de una superficie(o figura) y propiedades algebraicas de las ecuaciones. Superficie Reglada, Superficie Cilíndrica, Superficie Cónica, Superficie de revolución, Cuádricas: Esfera, Elipsoide, Hiperboloide de una hoja, Hiperboloide de dos hojas, Paraboloide elíptico, Paraboloide Hiperbólico.*

SUPERFICIE

- conjunto de puntos, y solamente de aquellos puntos, cuyas coordenadas satisfacen una sola ecuación de la forma

$$F(x, y, z) = 0;$$

$$F(\rho, \theta, \varphi) = 0;$$

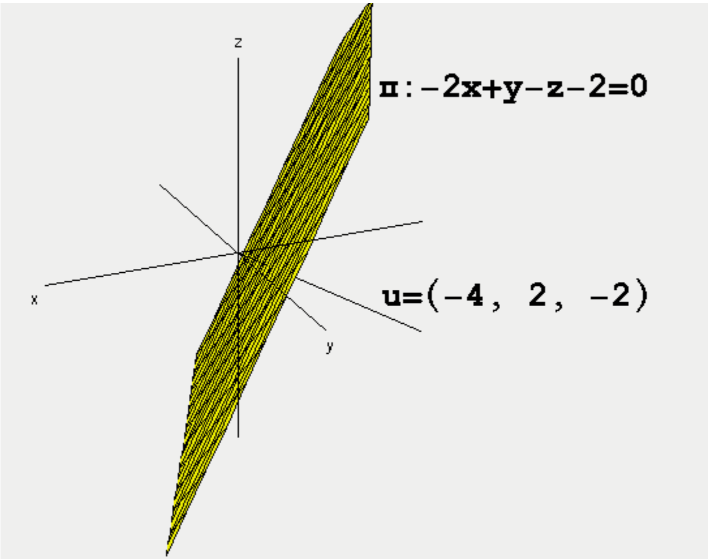
$$F(\rho, \varphi, z) = 0.$$

Relaciones elementales entre propiedades geométricas de una superficie (o figura) y propiedades algebraicas de las ecuaciones

Si la ecuación de la superficie no se altera cuando las Variables x, y , z son reemplazadas por	La superficie es simétrica con respecto al
$-x, y, z$	
$x, -y, z,$	
$x, y, -z$	
$-x, -y, z$	
$-x, y, -z$	
$x, -y, -z$	
$-x, -y, -z$	

SUPERFICIE REGLADA

- superficie generada por el movimiento de una línea recta en el espacio.
- **Generatriz de la superficie:** La línea recta en movimiento, en cualquiera de sus posiciones.

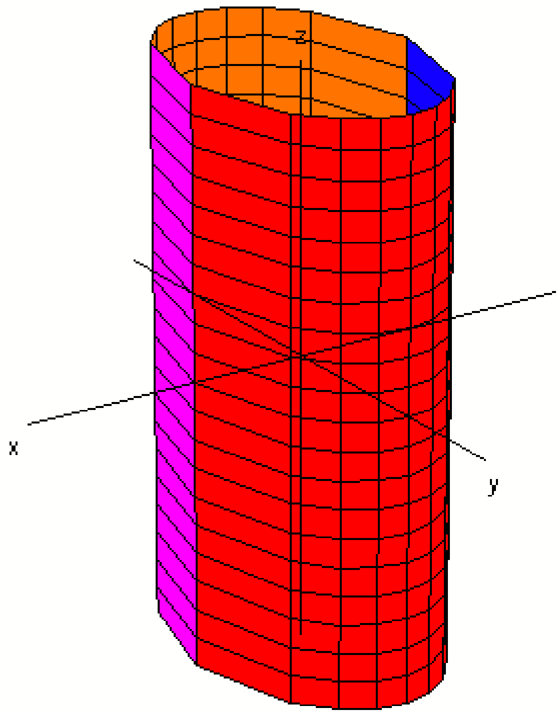


SUPERFICIE CILÍNDRICA

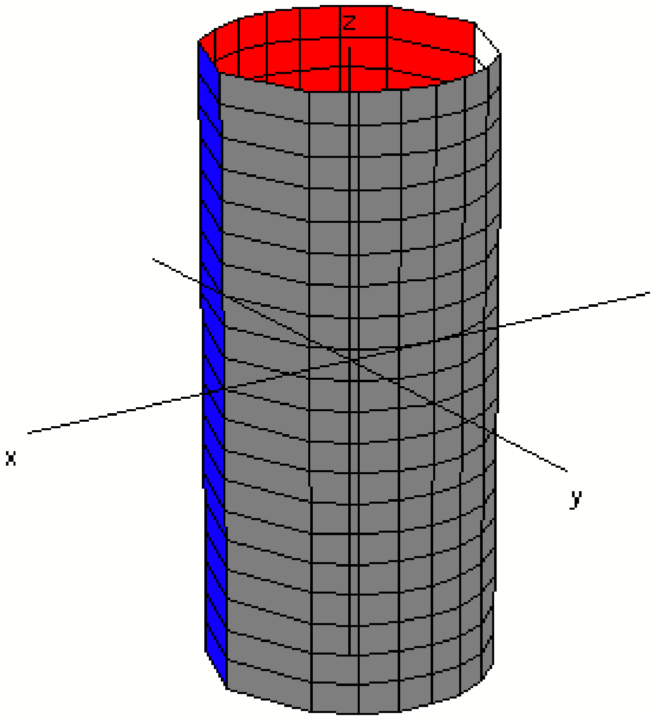
- Superficie generada por una recta que se mueve de tal manera que se mantiene siempre paralela a una recta fija dada y pasa siempre por una curva dada.
- **GENERATRIZ** : recta móvil
- **DIRECTRIZ**.: curva fija

- Se llama **SUPERFICIE CILÍNDRICA *RECTA*** si las generatrices son perpendiculares al plano de su directriz; en caso contrario, se llama ***OBLICUA***

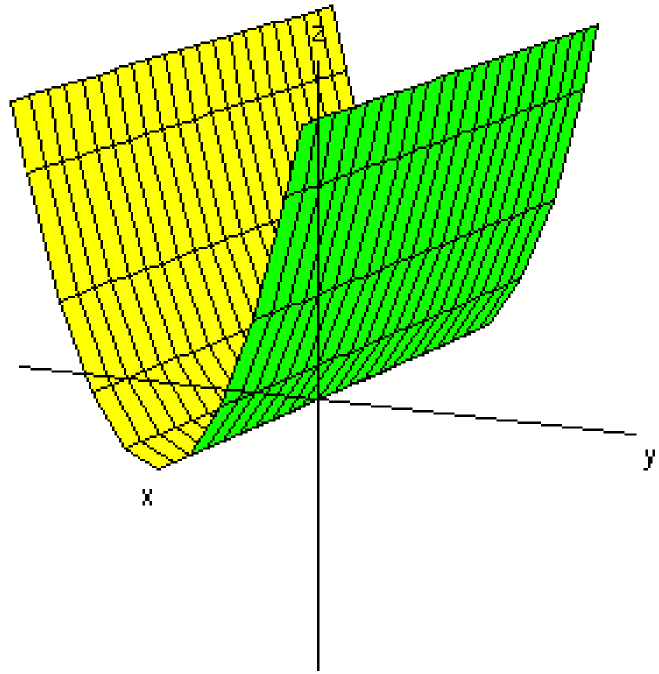
$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$$



$x^2+y^2=4$



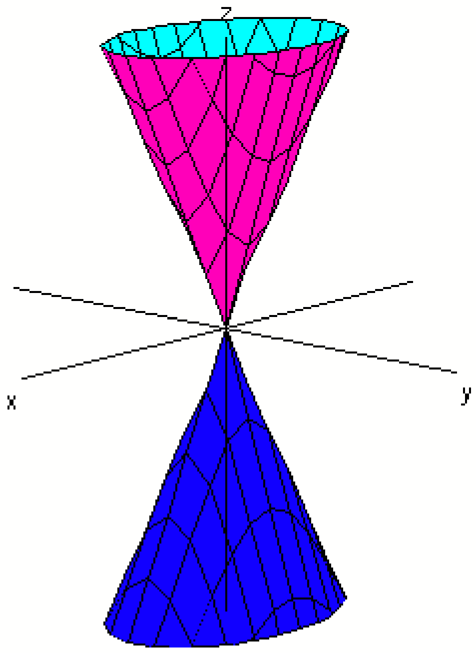
$z=y^2$

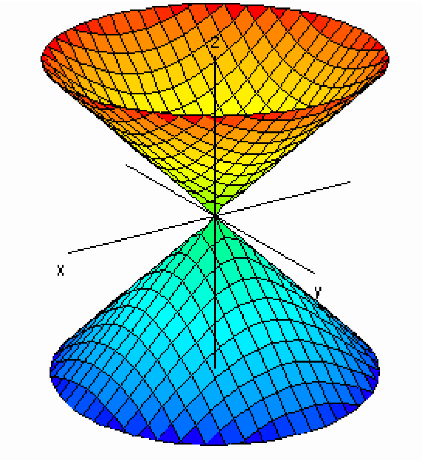


SUPERFICIE CÓNICA.

- Superficie engendrada por una línea recta que se mueve de tal manera que pasa siempre por una curva fija y por un punto fijo, no contenido en el plano de esa curva.
- La recta móvil se llama ***generatriz***, la curva fija dada **directriz** y el punto fijo dado ***vértice*** de la superficie cónica.
- El vértice divide a la superficie cónica en dos partes distintas; cada una de las cuales es una hoja o rama de la superficie cónica.

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$$





- **La superficie que consta de todas las rectas que pasen por V y forman con E un ángulo constante se llama** *cono circular recto*. **La recta E es el** *eje* **del cono, el punto V es el** *vértice.*

SUPERFICIE DE REVOLUCIÓN

- Una **SUPERFICIE DE REVOLUCIÓN** es la engendrada por la rotación de una curva plana en torno de una recta fija contenida en el plano de esa curva.
- La curva plana se llama ***generatriz***, la recta fija ***eje de revolución*** o simplemente eje de la superficie.
- Cualquier posición de la generatriz se llama ***sección meridiana o meridiano.***
- Cada circunferencia descripta por un punto de la generatriz se llama ***paralelo de la superficie.***
- ***Eje de revolución*** es uno de los ejes coordenados.
- **Secciones** con planos perpendiculares al eje: **circunferencias** cuyos centros están sobre dicho eje.
- ***Elipsoide, hiperboloide y paraboloide,*** sus nombres proviene del hecho de que las trazas en los plano paralelos a los planos coordenados son elipses, hipérbolas y parábolas.

$Ax^2+By^2+Cz^2+Dxy+Exz+Fyz+Gx+Hy+Iz+K=0$

- **SUPERFICIE CUADRICA:**

	CON CENTRO	SIN CENTRO
	$Mx^2+Ny^2+Pz^2=R$	$Mx^2+Ny^2= Sz$
	Elipsoide	**Paraboloides elípticos**
	Todos positivos	***De igual signo***
	Hiperboloide de una hoja	**Paraboloides hiperbólicos**
	Dos positivos uno negativo	***Signos opuestos***
	Hiperboloide de dos hojas	
	Uno positivo, dos negativos.	

Discutir la ecuación de cada una de las superficies

- i)Intercepciones con los ejes coordenados.
- Ii)Trazas sobre los planos coordenados.
- Iii)Simetría con respecto a los planos coordenados, ejes coordenados y al origen.
- iv)Secciones con planos paralelos a los planos coordenados:
- v) Esquematizar la superficie.

a) $16x^2 - 9y^2 + 36z^2 = 144$; secciones: $x = 2$; $y = 3$; $z = -3$

b) $y^2 + 4z^2 = x$; secciones: $x = 2$; $y = 1$; $z = 1/2$

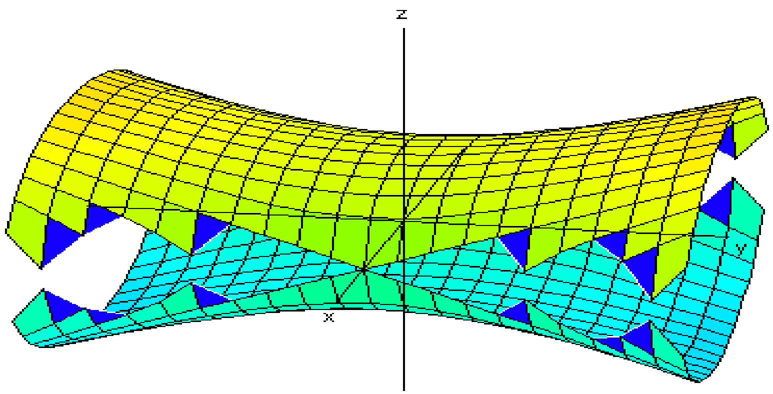
c) $(1/4)x^2 + (1/9)y^2 + (1/4)z^2 = 1$; secciones: $x=2$; $y=-2$; $z=1$

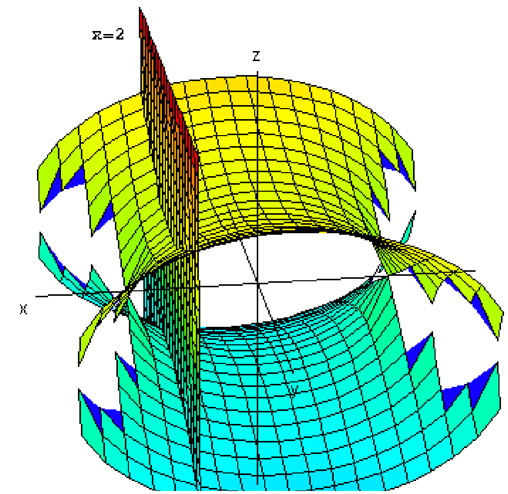
d) $y^2 - 9x^2 - z^2 - 9 = 0$; secciones: $x=1/2$; $y=2$; $z=4$

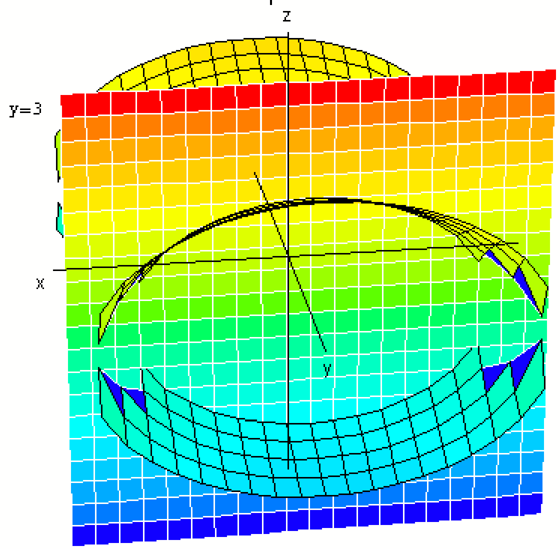
e) $x^2 + z^2 + 4y^2 = 16$; secciones: $z=2$; $x=1$; $y=-1$

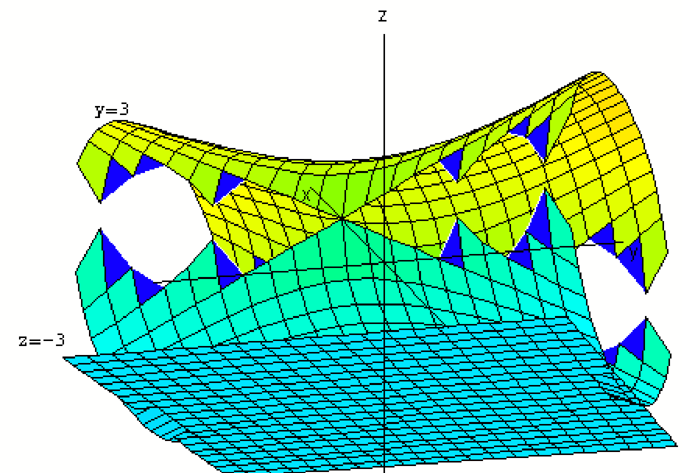
f) $4z = x^2 - y^2$; secciones: $x = 2$; $y = 2$; $z = 0$

$$16x^2 - 9y^2 + 36z^2 = 144$$

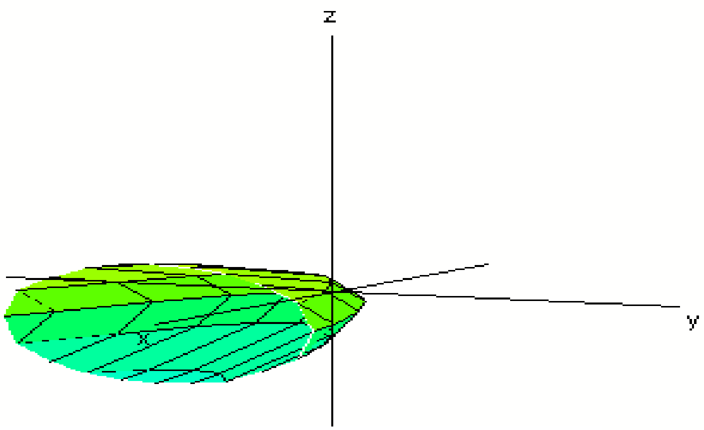


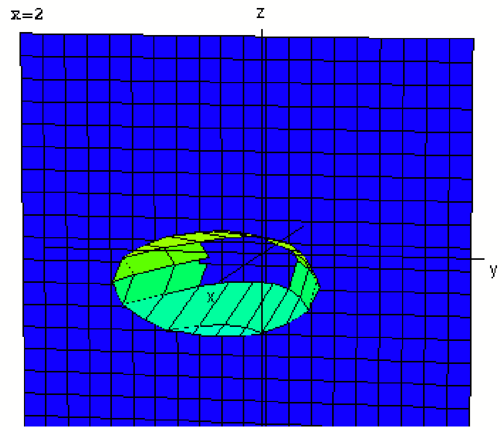


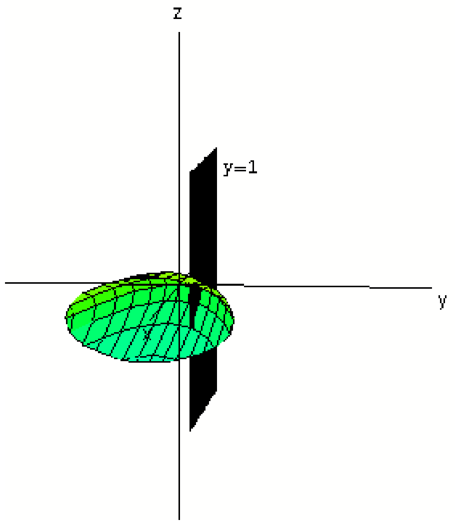


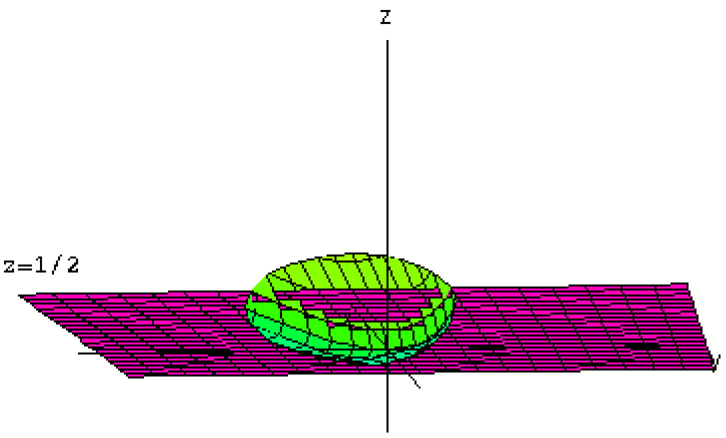


$y^2 + 4z^2 = x$

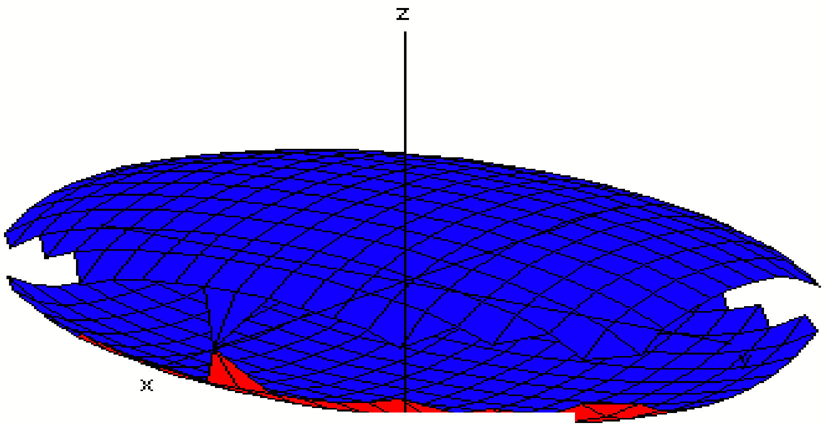


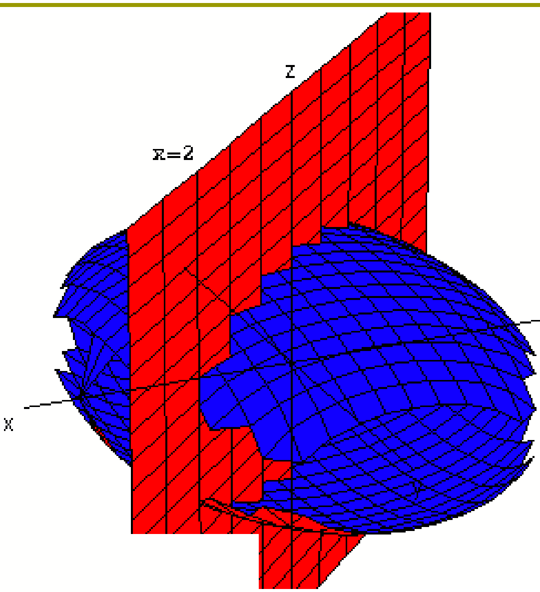


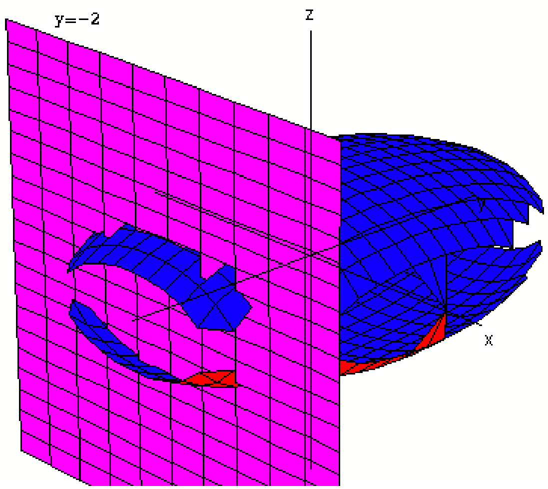


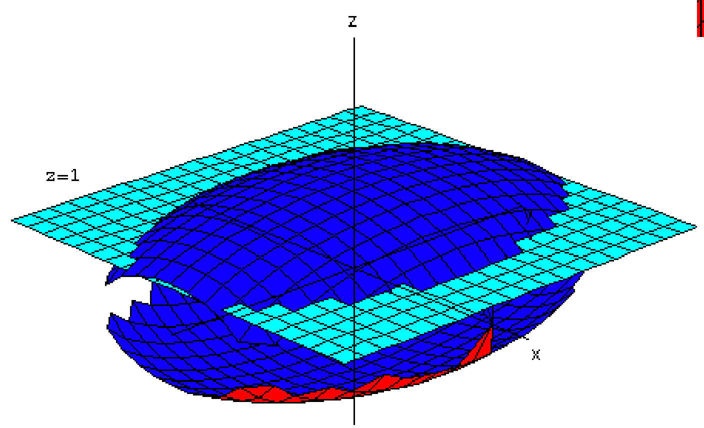


$(1/4)\,x^2 + (1/9)\,y^2 + (1/4)\,z^2 = 1$

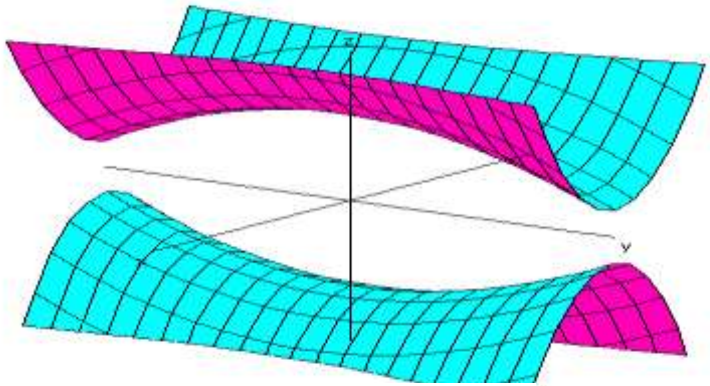


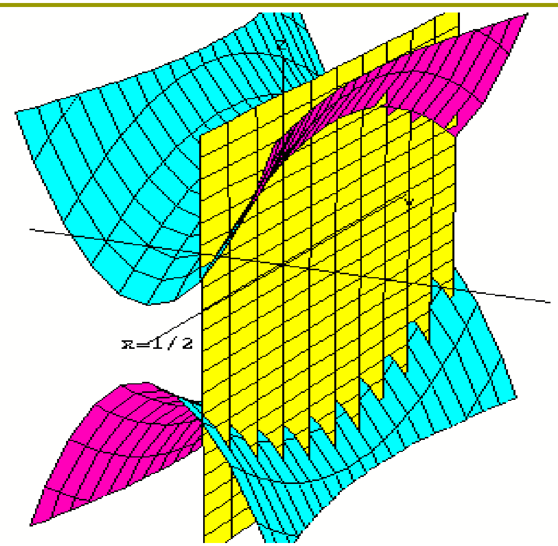


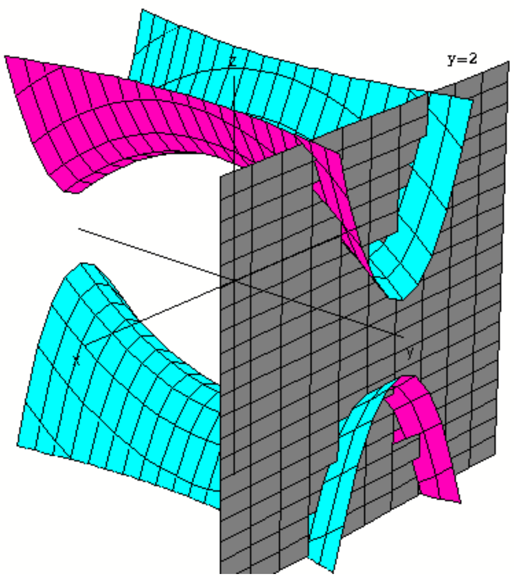


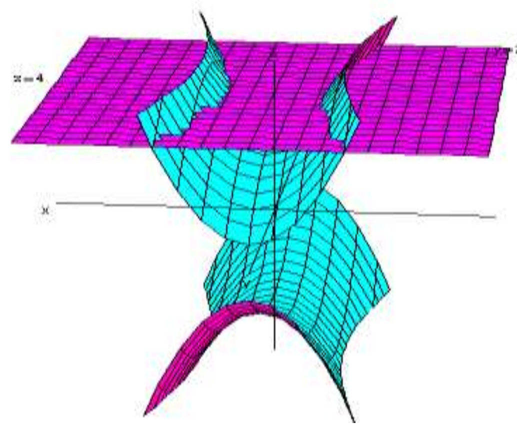


$$y^2 - 9x^2 - z^2 - 9 = 0$$

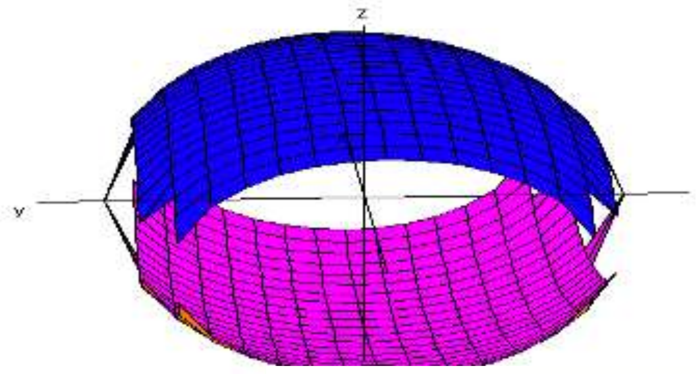


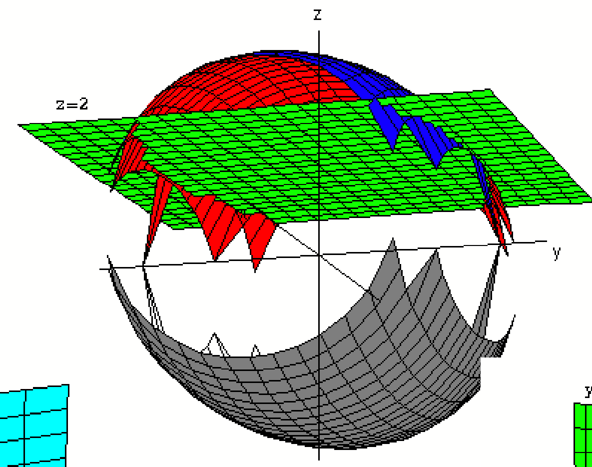


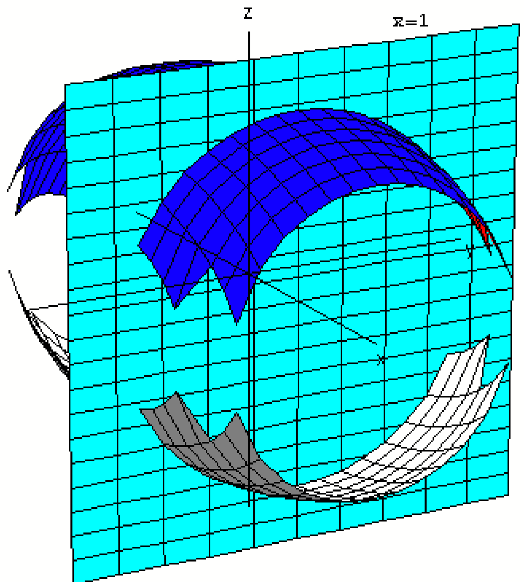


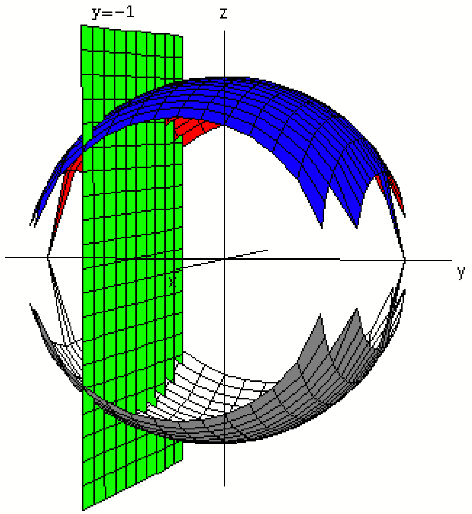


$x^{2} + z^{2} + 4y^{2} = 16$









$4z = x^2 - y^2$