

Trabajo práctico n° 4

Aplicación del método de Bessel en la medición de direcciones (Polígono cerrado).

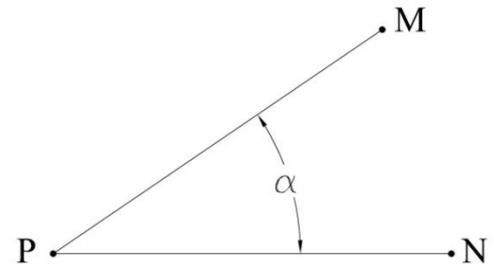
Alumna/o:

N°:

Instrumento:

Fecha:

Aplicando el método de Bessel es posible determinar la medida del ángulo que forman las direcciones a los puntos **M** y **N** desde el vértice **P**. El procedimiento es el siguiente:



1. Se estaciona el teodolito sobre el vértice **P** o punto de estación, realizando las operaciones de calado aproximado y fino.
2. Ubicado el anteojo de modo que el círculo vertical quede a la izquierda del anteojo (Posición C.I.), se colima la señal (ficha o jalón) colocada en el punto **M**, accionando el freno de la alidada y su correspondiente tornillo de pequeños movimientos. Se efectúa la lectura que le corresponda sobre el limbo acimutal a esa dirección y se registra en la planilla.
3. Luego de soltar el freno de la alidada, se gira el anteojo siguiendo el sentido horario hasta colimar la señal colocada en **N**, accionando siempre los tornillos de sujeción y pequeños movimientos de alidada, leyendo y registrando la lectura que corresponda.
4. Aflojando el freno de la alidada y girando siempre en el sentido de las agujas del reloj, se apunta nuevamente a la señal colocada en **M** para verificar que el valor de esta dirección coincide con el registrado anteriormente para ella. **Si existiera discrepancia que supere la apreciación del sistema de lectura del teodolito, debemos desechar las observaciones y repetir la operación.** Si no existiera esa discrepancia, solo se efectuará una tilde en el casillero correspondiente a la primera dirección.
5. Una vez lograda la medición, se realiza una vuelta de campana y se hace la colimación de la señal colocada en **M**, esta vez en posición C.D., registrando el valor obtenido para esa dirección.
6. Luego se libera el freno de la alidada y girando el anteojo (sentido horario) se colima la señal en **N**, registrando el nuevo valor que le corresponde a la dirección, y que, lo mismo que el anterior, debe diferir con su homólogo en la posición C.I. en $180^\circ \pm$ la incidencia conjunta de los errores de colimación y de eje secundario.
7. Después de soltar el freno de la alidada y girando siempre en el sentido horario, llevamos el anteojo a colimar nuevamente la señal colocada en **M**, para realizar la verificación con el valor de esa dirección tomada por primera vez en la posición C.D. Si no existen discrepancias importantes, se hace una tilde en el casillero correspondiente de la planilla, en caso contrario, debe repetirse el procedimiento desde el inicio.

8. Para cumplir con el principio esencial de la regla enunciada por Bessel, que permite eliminar la influencia de los errores de colimación y eje secundario en las mediciones a través del promedio de cada dirección medida en ambas posiciones del círculo, se procede a calcular el promedio de los valores C.I. y C.D'.

$$\text{Promedio} = \frac{CI + CD'}{2} \qquad CD' = CD \pm 180^\circ$$

9. Finalmente, haciendo la diferencia entre el promedio de la segunda dirección **N** menos el promedio de la primera dirección **M**, se obtiene el valor del ángulo buscado ($\alpha = \text{Promedio N} - \text{Promedio M}$).
10. Cuando por este método se determinen los ángulos internos de un polígono de n vértices, la sumatoria de los ángulos internos deberá cumplir con la **condición geométrica de cierre angular**:

$$\sum \alpha_i = 2 \text{ rectos} \cdot (n - 2)$$

La diferencia que se produjera entre, la sumatoria de los ángulos medidos ($\sum \alpha_m$), y la condición de cierre será el error de cierre angular (\mathcal{E}_α).

$$\mathcal{E}_\alpha = \sum \alpha_m - \sum \alpha_i$$

Si \mathcal{E}_α resulta ser menor que la tolerancia (**T**) los ángulos medidos serán compensados.

$$T = \pm 3 \cdot a \cdot \sqrt{n} \qquad \mathbf{a}: \text{apreciación de lectura del instrumento.}$$

La corrección total tiene la misma magnitud que el error de cierre angular, pero **signo opuesto** ($-\mathcal{E}_\alpha$). La corrección que se aplique a cada ángulo medido surge de dividir a la corrección total por el número de vértices. Los ángulos compensados se calculan sumando a cada ángulo medido su corrección (Con el signo que corresponda). Algunas veces por cuestiones de redondeo, algunos de los ángulos pueden tener correcciones que difieran en un segundo de las del resto. Ver ejemplo.

EJEMPLO: Medición del polígono de cuatro vértices ABCDA.

EST.	PUNTO VISADO	LECTURAS				PROMEDIO	ÁNGULO MEDIDO	ÁNGULO COMPENSADO
		C.I.		C.D.				
A	B	0°23'08"	*	180°23'18"	*	0°23'13"	61°38'32"	61°38'36"
	D	62°01'39"		242°01'51"		62°01'45"		
B	C	0°00'50"	*	180°00'59"	*	0°00'54"	95°29'34"	95°29'38"
	A	95°30'25"		275°30'31"		95°30'28"		
C	D	0°01'23"	*	180°01'35"	*	0°01'29"	80°49'55"	80°49'59"
	B	80°51'20"		260°51'28"		80°51'24"		
D	A	1°13'37"	*	181°13'51"	*	1°13'44"	122°01'43"	122°01'47"
	C	123°15'24"		303°15'30"		123°15'27"		
SUMAS						359°59'44"	360°00'00"	

*: Verificación de la primera lectura.

Condición de cierre $\sum \alpha_i = 2 \text{ rectos} \cdot (n - 2) = 2 \cdot 90^\circ \cdot (4 - 2) = 360^\circ 00' 00''$

Error de cierre: $\epsilon_\alpha = \sum \alpha_m - \sum \alpha_i = 359^\circ 59' 44'' - 360^\circ 00' 00'' = -0^\circ 00' 16''$

Tolerancia: $T = \pm 3 \cdot a \cdot \sqrt{n} = \pm 3 \times 5'' \times \sqrt{4} = \pm 30''$

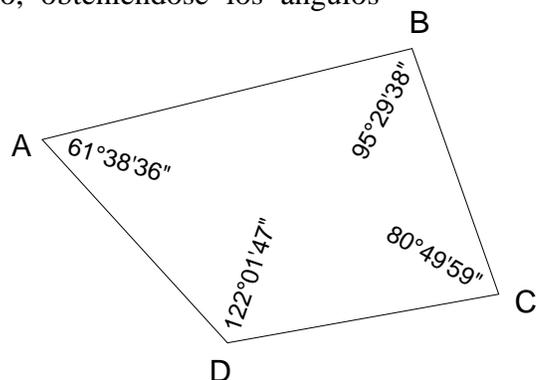
a= 5'' (Dato técnico del instrumento)

n= 4 vértices.

El error de cierre es menor a la tolerancia, por lo tanto puede realizarse la compensación de los ángulos medidos.

(Error = -16'' => Corrección total= 16'') 16''/4= 4''

Se aplica una corrección de +4'' a cada ángulo medido, obteniéndose los ángulos compensados.



EJERCICIO PRÁCTICO:

- a) Siendo A, B y C los tres vértices de un triángulo demarcado sobre el terreno, aplicando el método de Bessel, determinar la medida de sus tres ángulos.
- b) Calcular el error de cierre y compararlo con el valor de la tolerancia correspondiente.
- c) Si el error de cierre es menor a la tolerancia realice la compensación de los ángulos medidos.
- d) **Realice un breve informe** explicando con sus palabras como se realiza la medición de ángulos horizontales por el Método de Bessel. Tenga en cuenta la secuencia de pasos para las mediciones en campo, así como los cálculos que se realizan en gabinete.

EST.	PUNTO VISADO	LECTURAS			PROMEDIO	ÁNGULO MEDIDO	ÁNGULO COMPENSADO
		C.I.		C.D.			
A							
B							
C							
SUMAS							

$$Promedio = \frac{CI + CD'}{2}$$

$$CD' = CD \pm 180^\circ$$

Condición de cierre $\sum \alpha_i = 2 \text{ rectos} \cdot (n - 2) =$

Error de cierre: $\mathcal{E}_\alpha = \sum \alpha_m - \sum \alpha_i =$

Tolerancia: $T = \pm 3 \cdot a \cdot \sqrt{n} =$

Corrección:

Deberá tomarse nota de la **apreciación de lectura (a)** del teodolito utilizado para poder calcular el valor de la tolerancia correspondiente.