# TEMA 4

# DINÁMICA

Lic. María Silvia Aguirre

# OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Que el alumno logre:

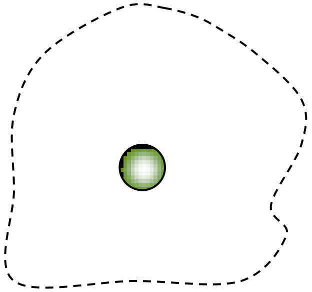
- Analizar situaciones concretas a través de los principios de la Dinámica.
- Discriminar sistemas inerciales de sistemas no inerciales.
- Interpretar la relación existente entre fuerza y masa.
- Identificar pares de fuerzas de acción y reacción.
- Analizar las fuerzas de rozamiento entre dos superficies.
- Aplicar el principio de conservación de la cantidad de movimiento de un sistema.
- Predecir el estado de movimiento de un sistema en situaciones concretas a partir de consideraciones dinámicas.

# DINAMICA:

**Es el estudio de la relación entre el movimiento de los cuerpos y las causas que lo producen**

# Partícula libre:

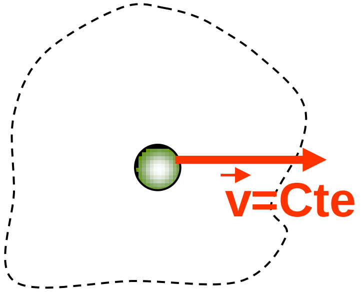
**Es aquella que no está sujeta a interacción alguna.**



$$\vec{F}_{Neta} = \sum_{i=0}^{n} \vec{F}_i = 0$$

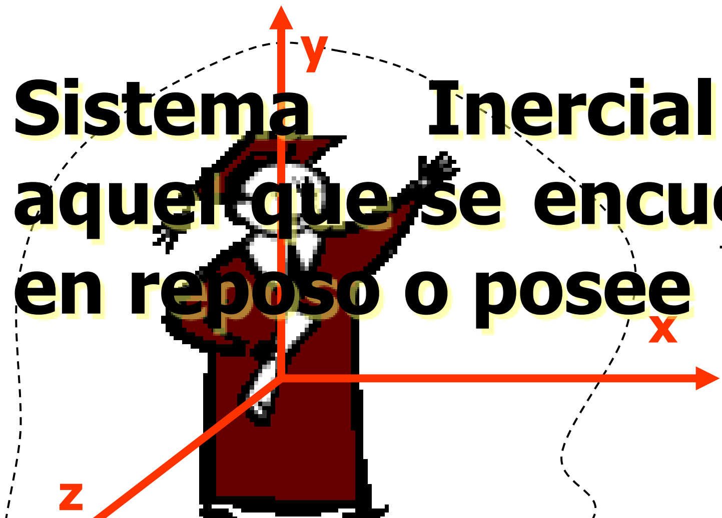
# Ley de inercia o 1ª Ley de Newton

¨Una partícula libre se mueve siempre con velocidad constante"



$\vec{v}$=Cte

**Sistema Inercial es aquel que se encuentra en reposo o posee $\vec{v}$=Cte**




**En los Sistemas Inerciales son válidas las leyes de Newton.**

**Inercial**

# CANTIDAD DE MOVIMIENTO

$$\vec{\mathbf{p}} = \mathbf{m}.\vec{\mathbf{v}}$$

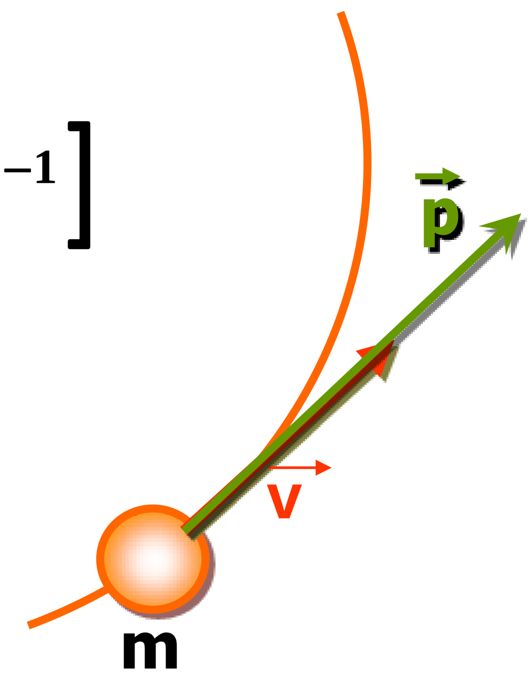
Donde:

- $\vec{\mathbf{p}}$ : es la cantidad de movimiento o momento lineal.
- m: es la masa de la partícula.
- $\vec{\mathbf{v}}$: es la velocidad de la partícula respecto del sistema de referencia.

# CANTIDAD DE MOVIMIENTO

- Es una magnitud vectorial
- Su dimensión es: $\left[\vec{p}\right] = \left[M.L.T^{-1}\right]$
- Sus unidades son:

| | |
|---|---|
| **M.K.S.** | **Kg.m/s** |
| **c.g.s.** | **g.cm/s** |
| **Técnico** | **UTM.m/s** |




$$\vec{p} = m.\vec{v}$$

# Ley de inercia o 1ª Ley de Newton

**Una partícula libre se mueve siempre con cantidad de movimiento constante.**

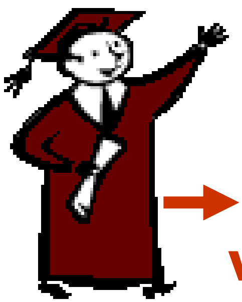
$$\vec{p} = \text{Cte.}$$

# En consecuencia:

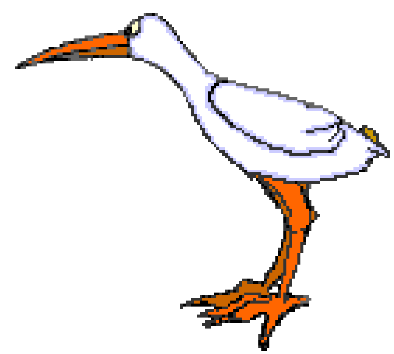
Cuando la cantidad de movimiento ... el
... observador inercial sabe que la
partícula no es libre.

La cigüeña es una partícula libre

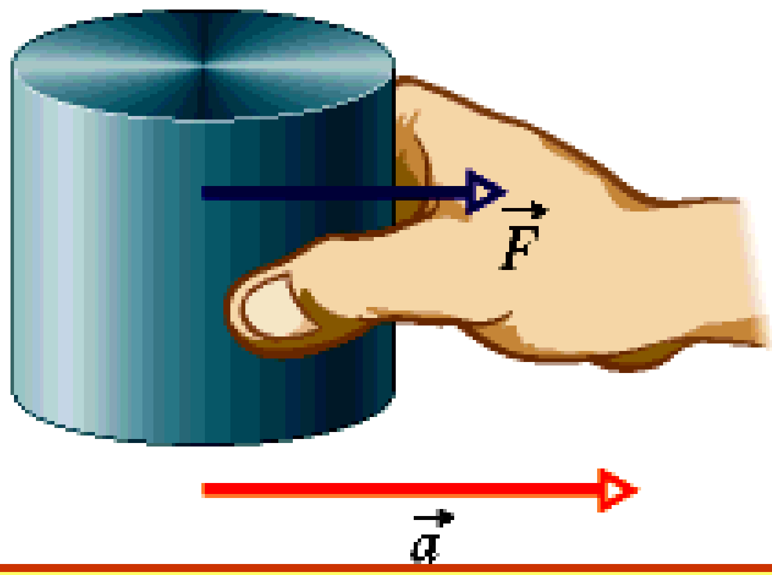
...Pero el gusano NO



v=Cte



# Ley de masa o 2ª Ley de Newton




$$\vec{F} \propto \vec{a}$$

$$\boxed{\vec{F} = m.\vec{a}}$$

**La fuerza que actúa sobre un cuerpo es directamente proporcional a la aceleración que adquiere.**

# $\vec{F} = m.\vec{a}$

**DIMENSIONES:** $\left[\vec{F}\right] = \left[M.L.T^{-2}\right]$

**UNIDADES:**

**M.K.S.** → **1 N =1 Kg.1 m/s$^2$= 1 Kg.m/s$^2$**

**c.g.s.** → **1 dina=1g.1m/s$^2$= 1 g.m/s$^2$**

**Técnico** → **Kgr = $\overrightarrow{\text{Kg}}$**

# Equivalencia ente el MKS y cgs

$$1N = 1Kg.1\frac{m}{s^2}$$

$$1N == \frac{1\cancel{Kg}.\frac{1.10^3 g}{1\cancel{Kg}}.1\cancel{m}.\frac{1.10^2 cm}{1\cancel{m}}}{s^2}$$

$$1N = 1.10^5 \frac{g.cm}{s^2} = 1.10^5 din$$

$$\boxed{1N = 1.10^5 din}$$

# Equivalencia entre el MKS y Técnico

$$1\overrightarrow{Kg} = 1Kg.9,8\frac{m}{s^2} = 9,8.\frac{Kg.m}{s^2} = 9,8N$$

$$\boxed{1\overrightarrow{Kg} = 9,8N}$$

# PESO

**Es la fuerza de atracción gravitatoria que se ejerce sobre un cuerpo**

$$\vec{F} = m.\vec{a}$$

$$\boxed{\vec{P} = m.\vec{g}}$$

# Diferencia entre masa y peso

**MASA**

- Es un escalar.
- Es una propiedad del cuerpo.
- Depende del número y clase de partículas que lo forman.
- Su valor es constante
- Se mide con la balanza.

**PESO**

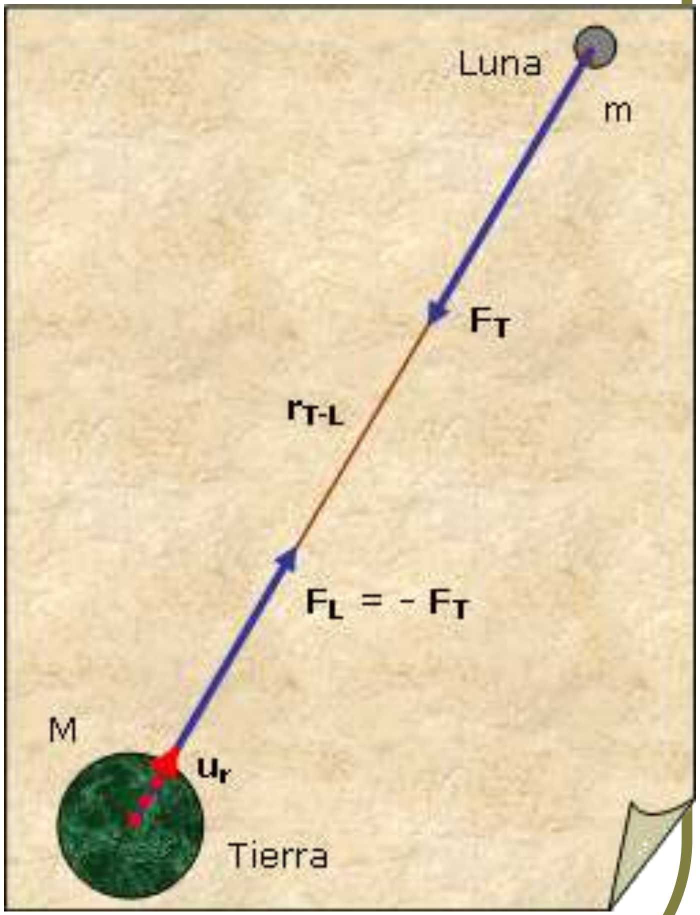
- Es un vector.
- Depende de la atracción gravitatoria y de la masa.
- Depende de la posición del cuerpo (altitud y latitud).
- Su valor es variable.
- Se mide con el dinamómetro

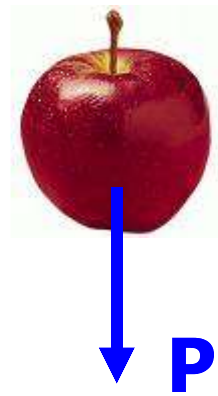
# Ley de gravitación universal.

$$F \propto \frac{m.M}{r^2}$$

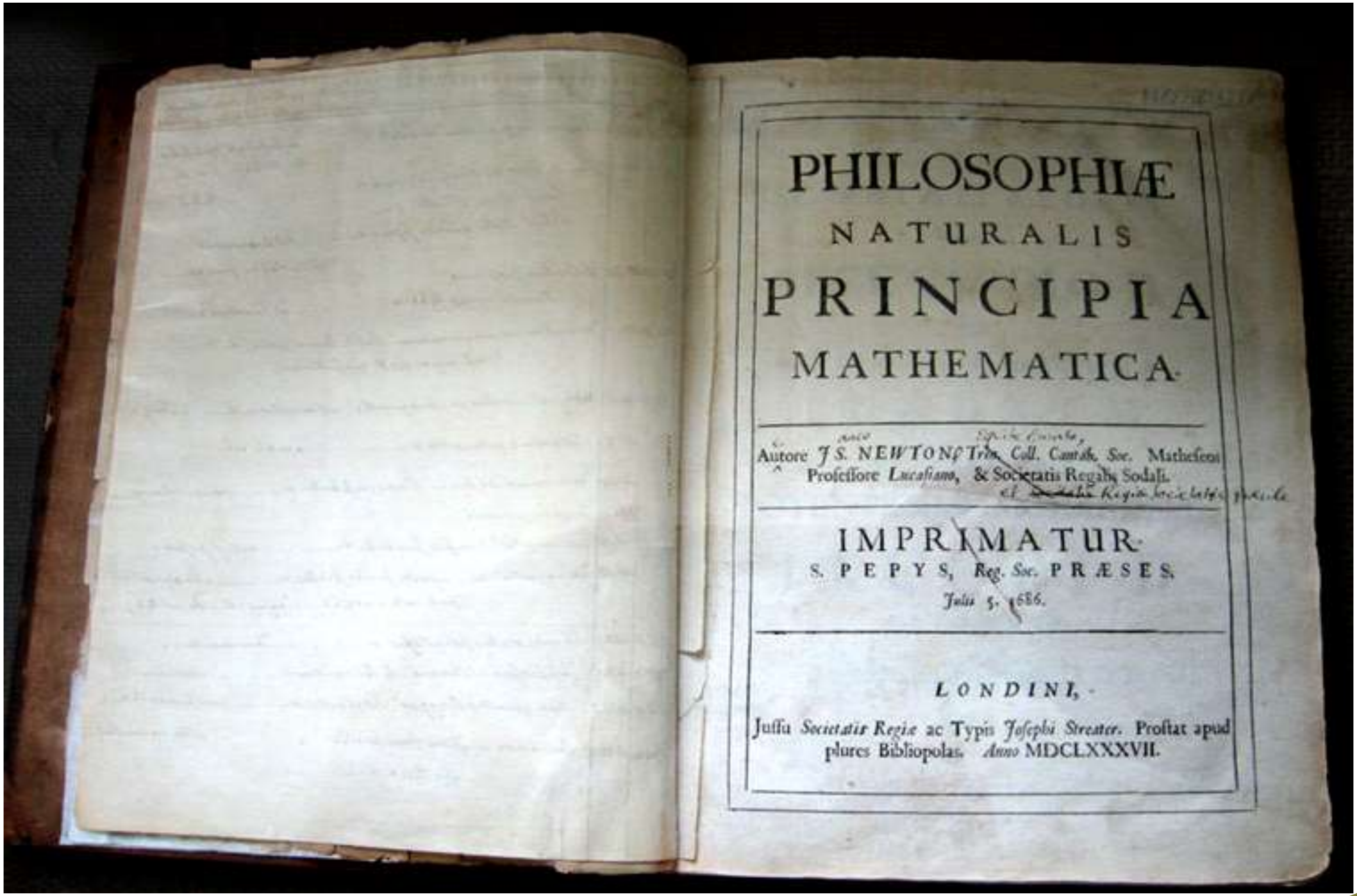
$$\boxed{F = G\frac{m.M}{r^2}}$$

**G = 6,67.10$^{-11}$ m$^3$/kg. seg$^2$**




P

# "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" (1687)



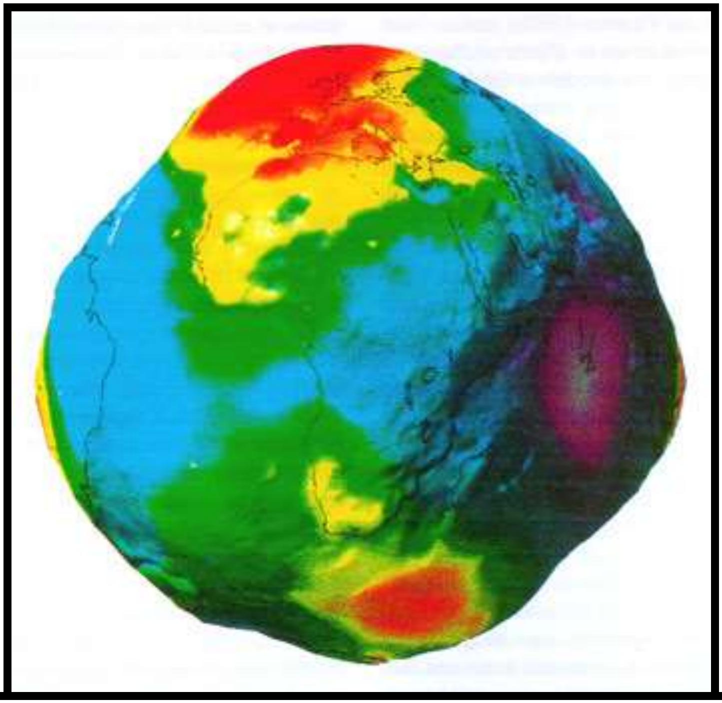
# Variaciones de la aceleración de la gravedad.

$$G.\frac{\cancel{m}.M}{r^2} = \cancel{m}.a$$

$$\boxed{g = G.\frac{M}{r^2}}$$

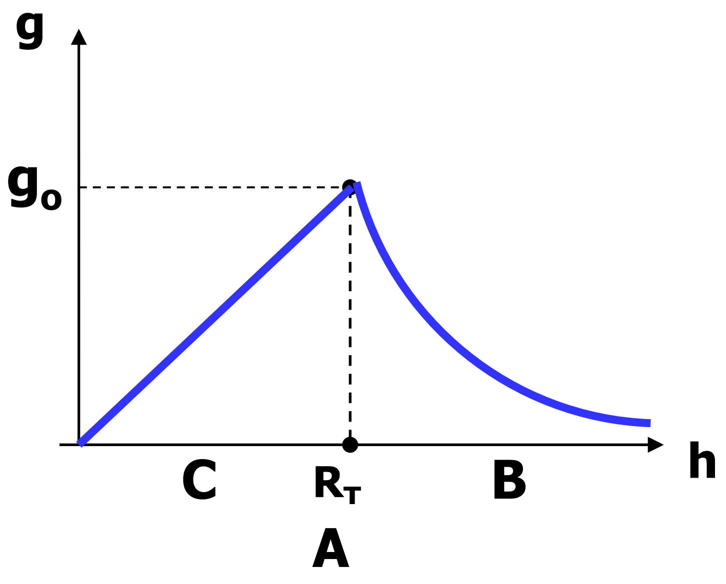
**La aceleración de la gravedad varía con:**

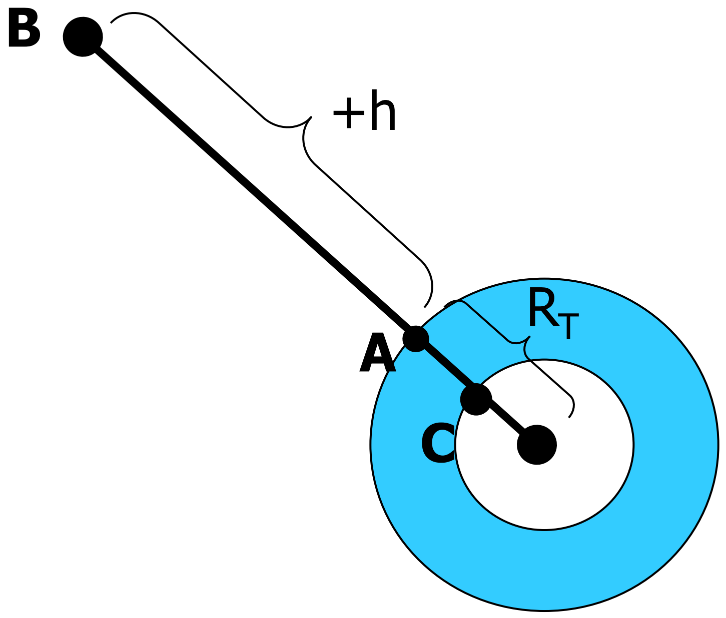
- **La altura**
- **La latitud.**

Ondulaciones del geoide, determinadas mediante las perturbaciones orbitales de los satélites geodésicos. (GRGS, 1994)

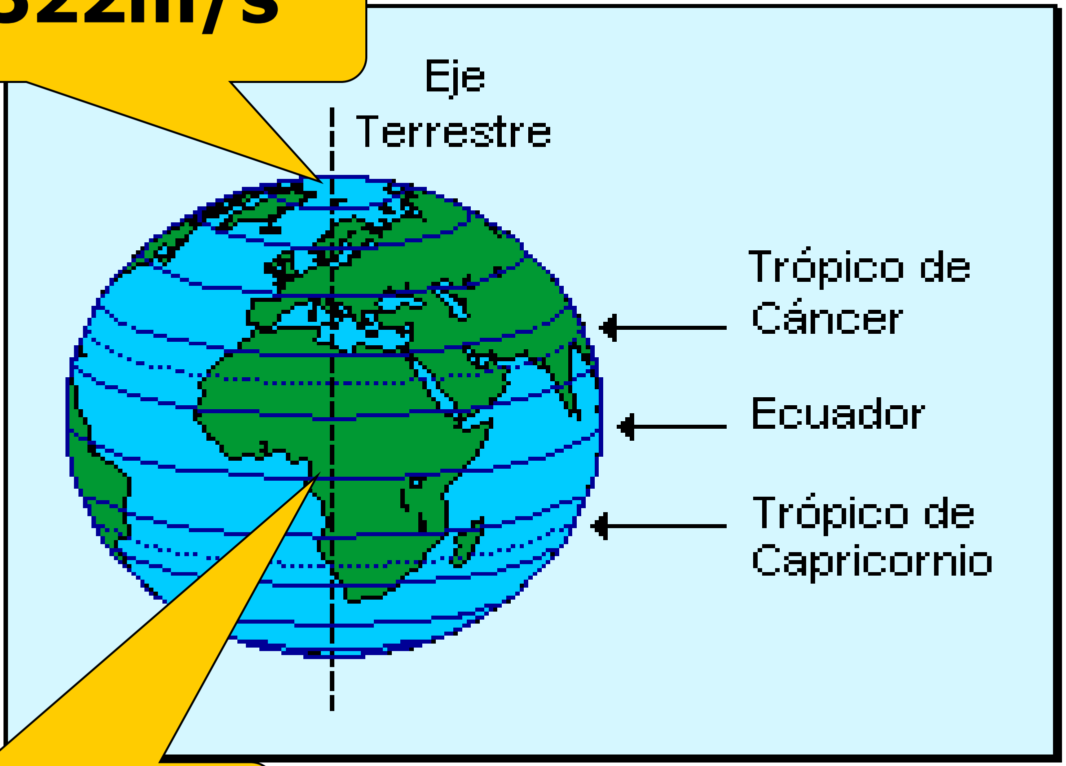
# Variación de g con la altura



# Variación de g con la latitud

$g_{polo}$ = 9,8322m/s$^2$




$g_{ec}$ = 9,78 m/s$^2$

# ALGUNOS VALORES DE g

| Lugar | g (m/s²) |
|---|---|
| Mercurio | 2,8 |
| Venus | 8,9 |
| Tierra | 9,8 |
| Marte | 3,7 |
| Júpiter | 22,9 |
| Saturno | 9,1 |
| Urano | 7,8 |
| Neptuno | 11,0 |
| Luna | 1,6 |

# Segunda ley de Newton

$$\vec{p} = m.\vec{v}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \cancel{\frac{dm}{dt}}.\vec{v} + m.\frac{d\vec{v}}{dt} = m.\vec{a} = \vec{F}$$

Si la m=Cte.
dm/dt = 0

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

**Segunda ley de Newton**

**La variación de la cantidad de movimiento en el tiempo experimentado por un cuerpo es igual a la fuerza externa aplicada**

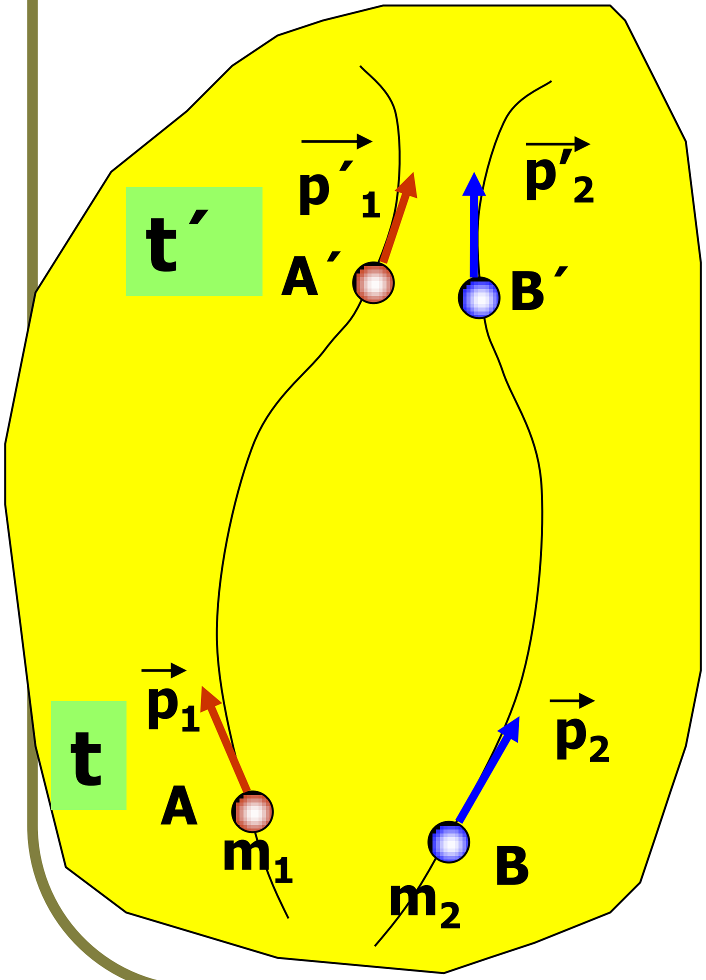
# PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

**Si** $\vec{F} = 0 \Rightarrow \dfrac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{Cte.}$

**La cantidad de movimiento de una partícula permanece constante si la fuerza neta que actúa sobre ella es nula**

# Sistema formado por dos partículas




**En el instante t:**

$$\vec{p}_s = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

**En el instante t´:**

$$\vec{p}\,'_s = \vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2 = m_1 \vec{v}\,'_1 + m_2 \vec{v}\,'_2$$

Como el sistema está aislado

$$\boxed{\vec{p}_s = \vec{p}\,'_s}$$

$$\vec{p}_s = \vec{p}_s^{\,'}$$

$$\vec{p}_s = \left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right)_s = \text{Cte.}$$

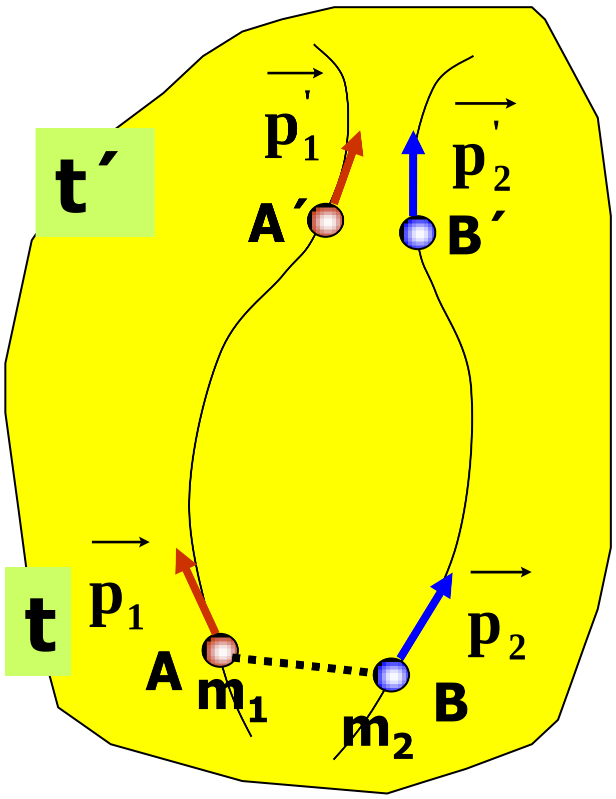
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1^{\,'} + \vec{p}_2^{\,'}$$

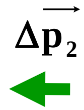
$$\vec{p}_1 - \vec{p}_1^{\,'} = -\left(\vec{p}_2 - \vec{p}_2^{\,'}\right)$$

$$\boxed{\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2}$$

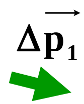
**Una interacción produce un intercambio de cantidad de movimiento**

# Gráficamente




**Las variaciones de las cantidades de movimiento son iguales y opuestas**



$$\frac{\Delta\vec{p}_1}{\Delta t} = \frac{-\Delta\vec{p}_2}{\Delta t}$$

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

$$\boxed{\vec{F}_1 = -\vec{F}_2}$$

**Cuando dos partícula**
**interactúan, la fuerza sob**
**de ellas es igual y opue**
**fuerza sobre la otra**

**Tercera ley de Newton**

# IMPULSO

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

x

dt = dt

$$\vec{F}.dt = \frac{d\vec{p}}{\cancel{dt}}.\cancel{dt}$$

$$d\vec{p} = \vec{F}.dt$$

$$\int_{p_o}^{p} d\vec{p} = \int_{t_o}^{t} \vec{F}.dt$$

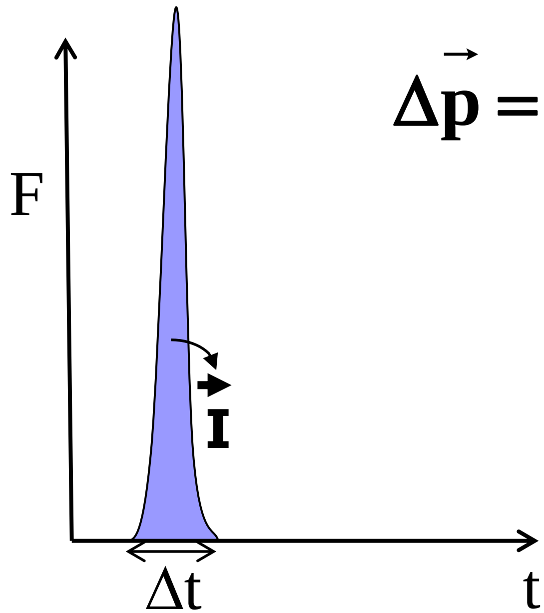
$$\vec{p} - \vec{p}_o = \int_{t_o}^{t} \vec{F}.dt$$

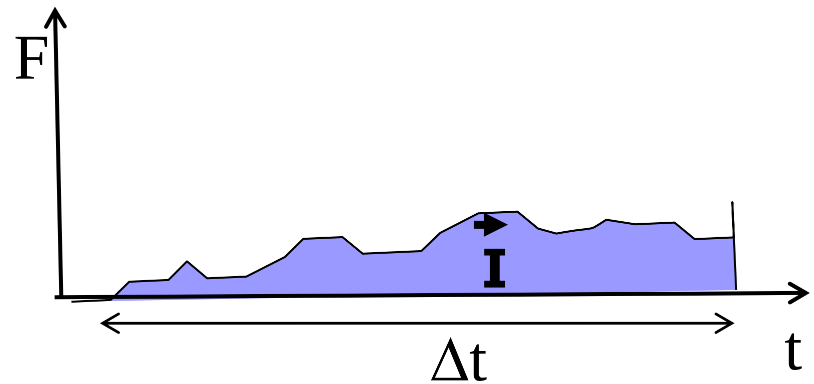
$$\Delta\vec{p} = \vec{I}$$

**El cambio de la cantidad de movimiento de cualquier cuerpo es igual al impulso de la fuerza que se ejerce sobre él.**

# IMPULSO DE UNA FUERZA

$$\Delta\vec{p} = \int_{t_o}^{t} \vec{F}.dt$$



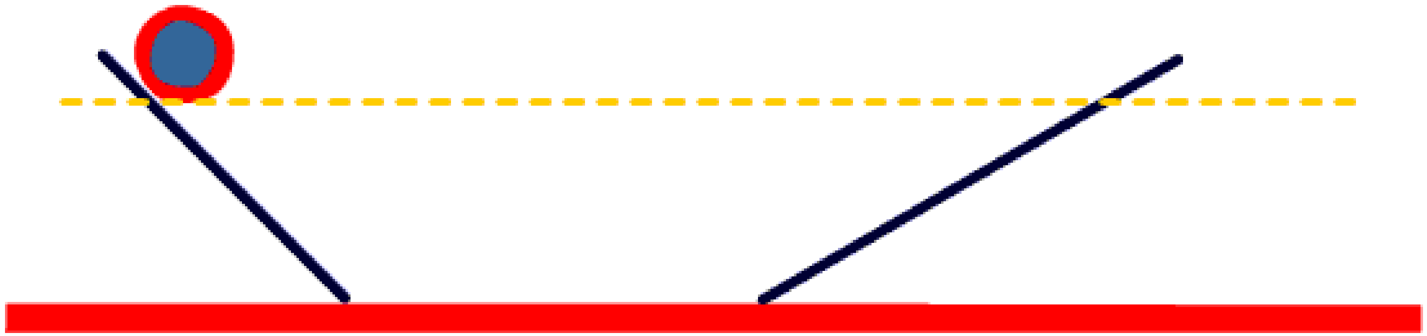




# ROZAMIENTO

# Experiencias de Galileo Galilei
## (Principios del siglo XVII)

Algo perdía la pelota en su camino debido a la fricción.

# ¿ y si varía la inclinación de uno de los planos?



**Si el segundo plano inclinado está menos inclinado que el primero, la pelota recorre una distancia mayor en ese plano para llegar hasta el mismo nivel**

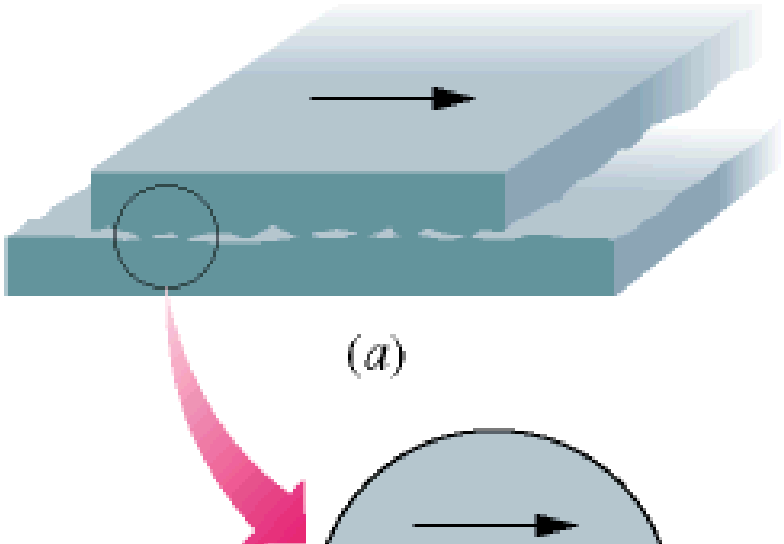
# ¿y si el segundo plano no está inclinado?

Cuando se elimina la fuerza de fricción, los objetos en movimiento siguen en movimiento sin necesidad de fuerza.

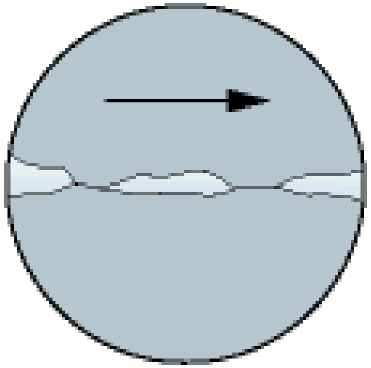
# FUERZA DE ROZAMIENTO

- **ROZAMIENTO**
  - **DESLISAMIENTO**
  - **RODADURA**
  - **VISCOCIDAD**

# Origen

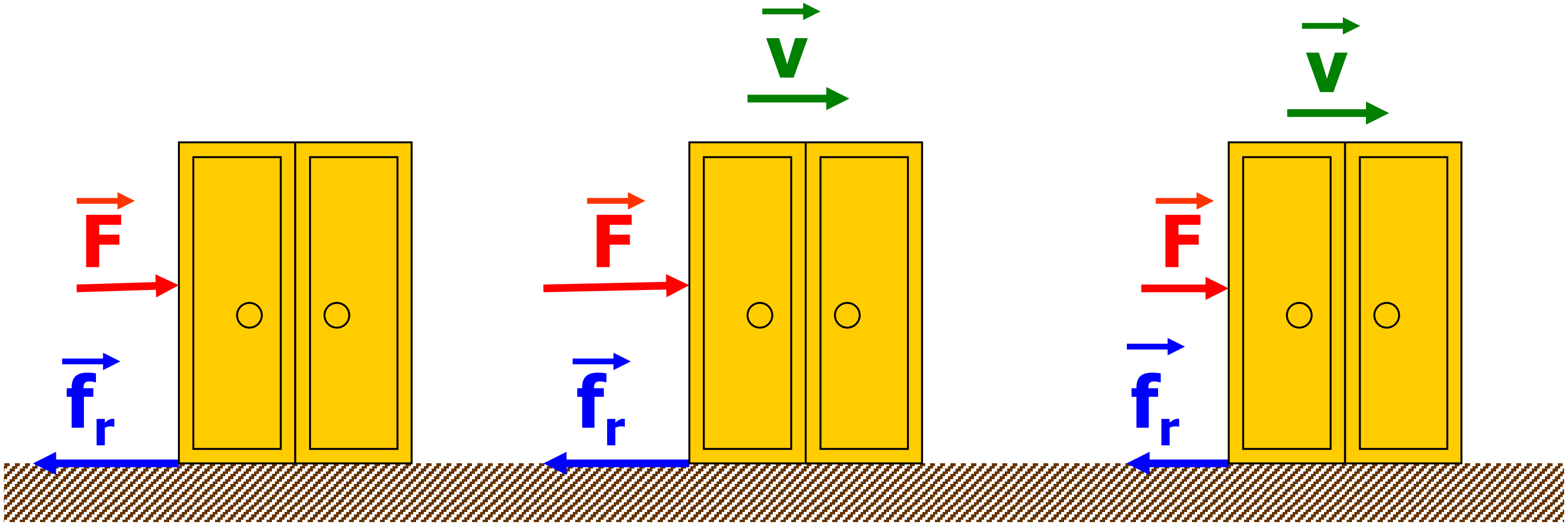


(a)



(b)

# FUERZA DE ROZAMIENTO




$$\vec{f}_r = \mu . \vec{N}$$

# Fuerza de rozamiento por deslizamiento

- **Se opone al movimiento relativo de los cuerpos en contacto.**
- **Es proporcional a la fuerza normal que el plano ejerce sobre el cuerpo.**
- **La fuerza de rozamiento no depende del área de las superficies en contacto.**
- **Una vez empezado el movimiento, la fuerza de rozamiento es independiente de la velocidad.**

# Coeficiente de rozamiento

## Estático

$\mu_e$

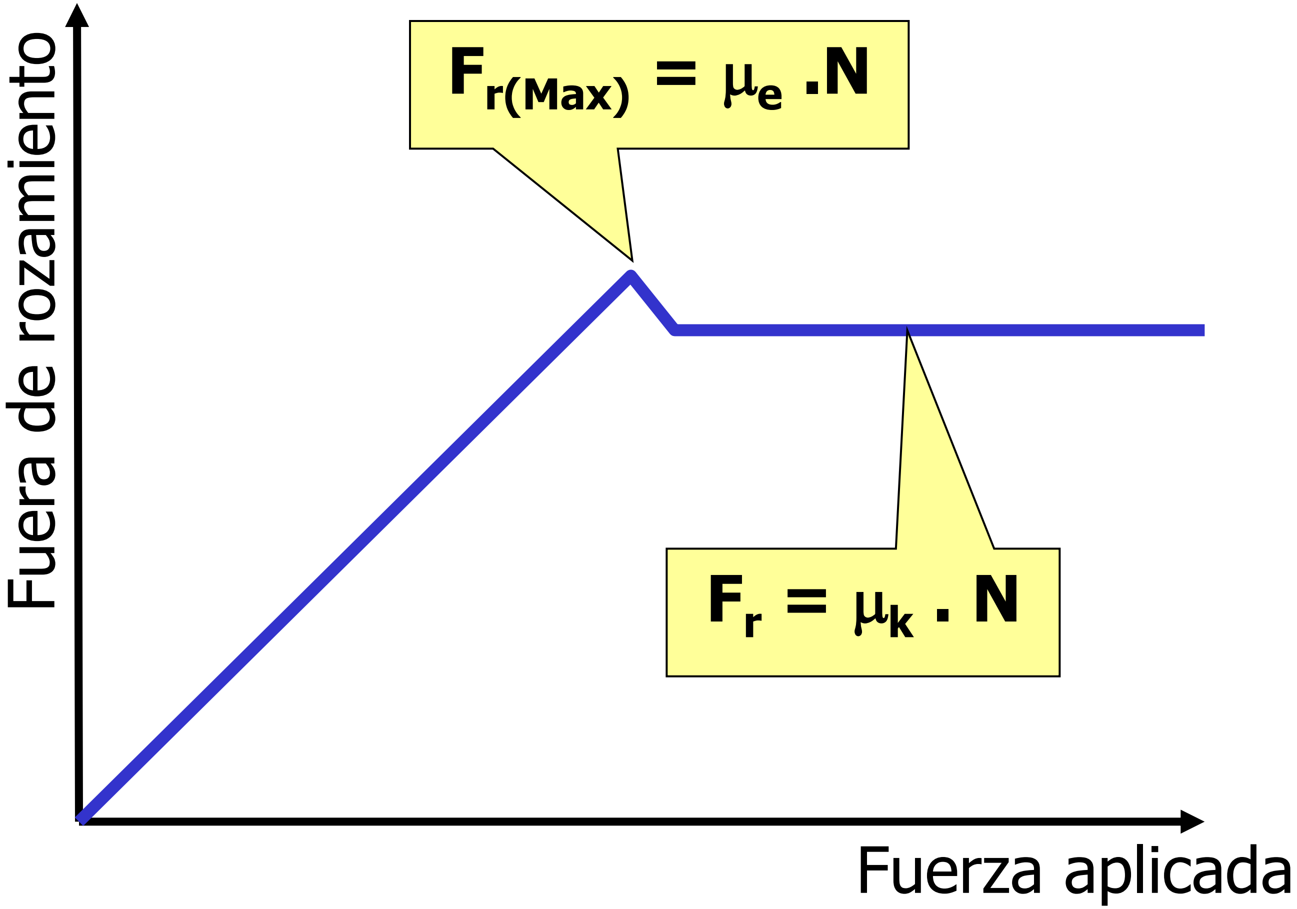
Suministra la fuerza mínima necesaria PARA PONER en movimiento uniforme relativo dos cuerpos

## Dinámico

$\mu_K$

Suministra la fuerza necesaria para MANTENER en movimiento uniforme dos cuerpos

$$\mu_e > \mu_k$$



Fuera de rozamiento
$F_{r(Max)} = \mu_e .N$
$F_r = \mu_k . N$
Fuerza aplicada

# Ejemplos

| **Superficies en contacto** | $\mu_e$ | $\mu_k$ |
|---|---|---|
| Cobre sobre acero | 0.53 | 0.36 |
| Acero sobre acero | 0.74 | 0.57 |
| Aluminio sobre acero | 0.61 | 0.47 |
| Caucho sobre concreto | 1.0 | 0.8 |
| Madera sobre madera | 0.25-0.5 | 0.2 |

# Determinación experimental

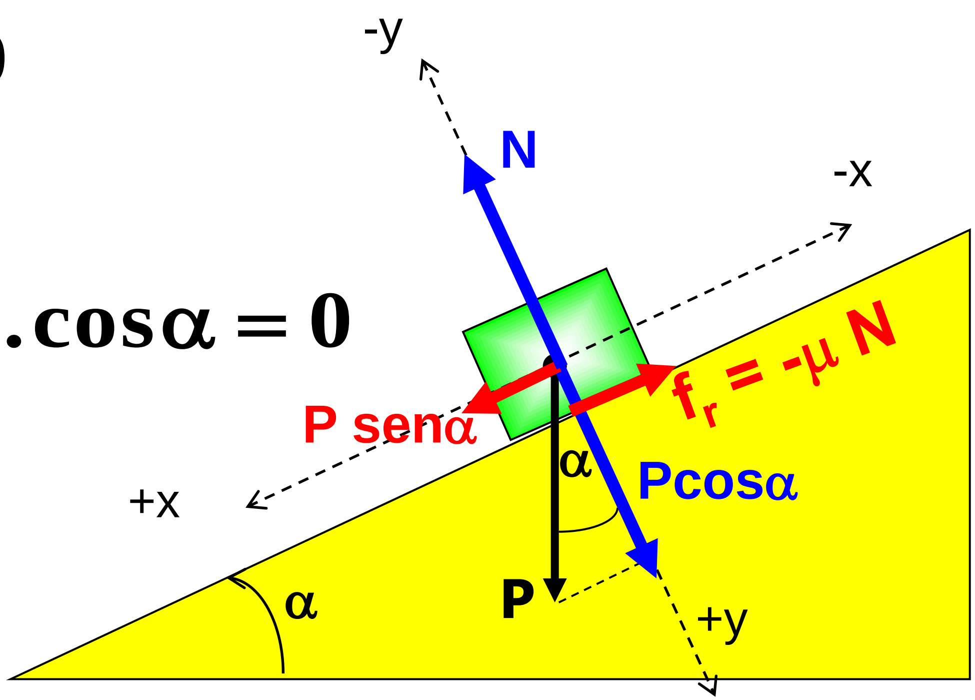
$$\sum F_y = P.\cos\alpha - N = 0$$

$$N = P.\cos\alpha$$

$$\sum F_x = P.\text{sen}\alpha - \mu.P.\cos\alpha = 0$$

$$\cancel{P}.\text{sen}\alpha = \mu.\cancel{P}.\cos\alpha$$

$$\mu = \frac{\text{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \text{tg}\alpha$$



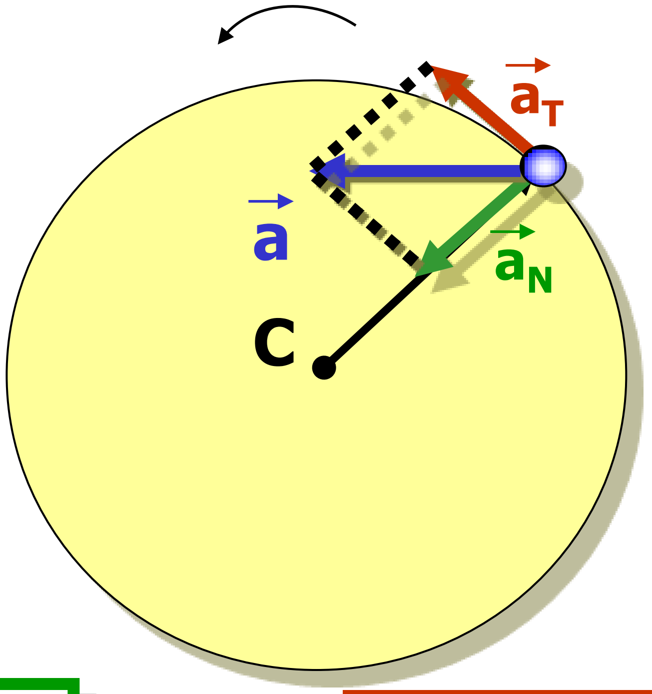

$$\boxed{\alpha = \text{arc.tg}\ \mu}$$

$$\boxed{\mu_e > \mu_k}$$

# FUERZA CENTRÍPETA Y CENTRÍFUGA

# Recordando

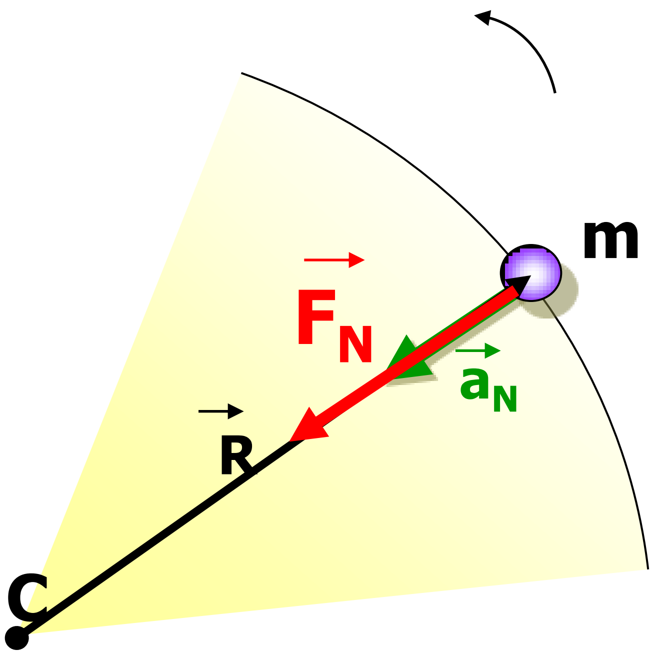
$$\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T$$




$$a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega.R)^2}{R} = \omega^2.R$$

$$a_T = \frac{dv}{dt}$$

# FUERZA CENTRÍPETA

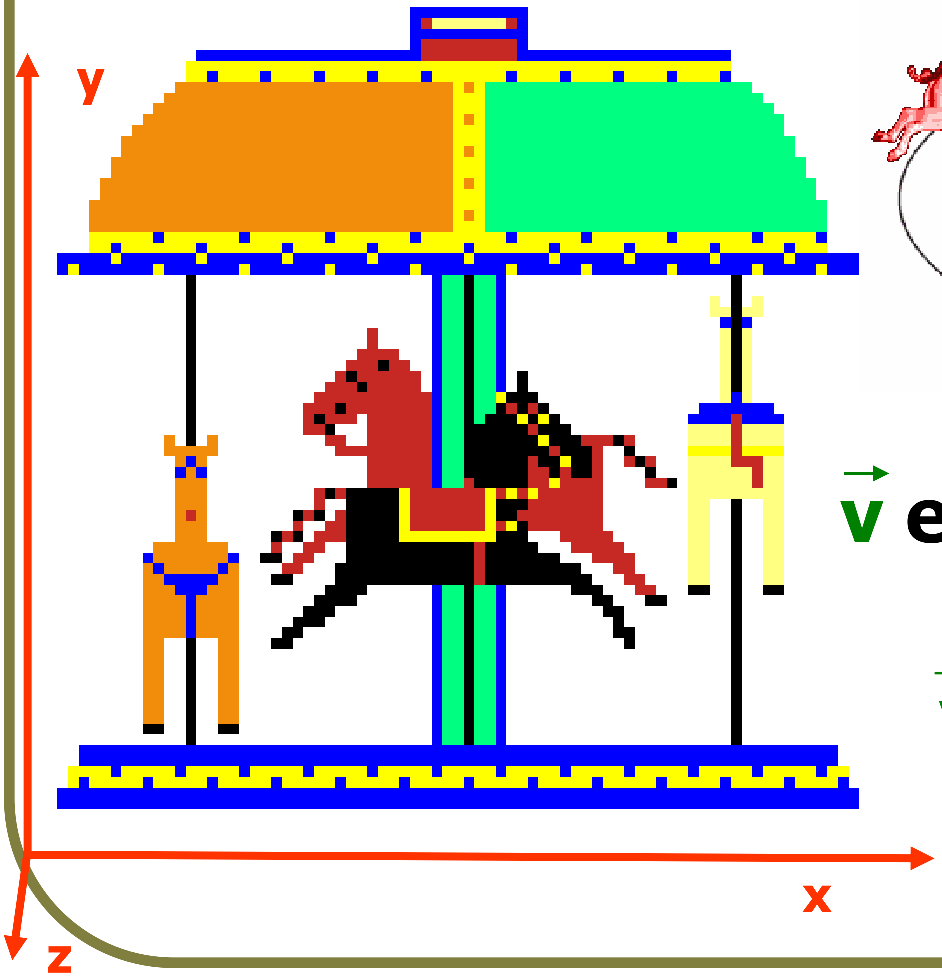


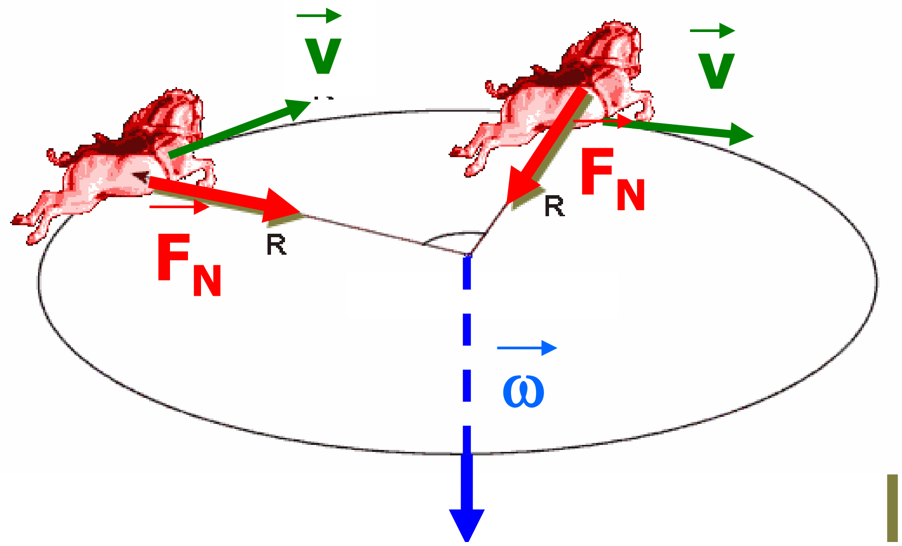

$$\vec{F} = m.\vec{a}$$

$$F_N = m.a$$

**Si se cumple la ley de Newton el sistema es inercial**

# Ejemplo




$\vec{v}$ **es constante en módulo**

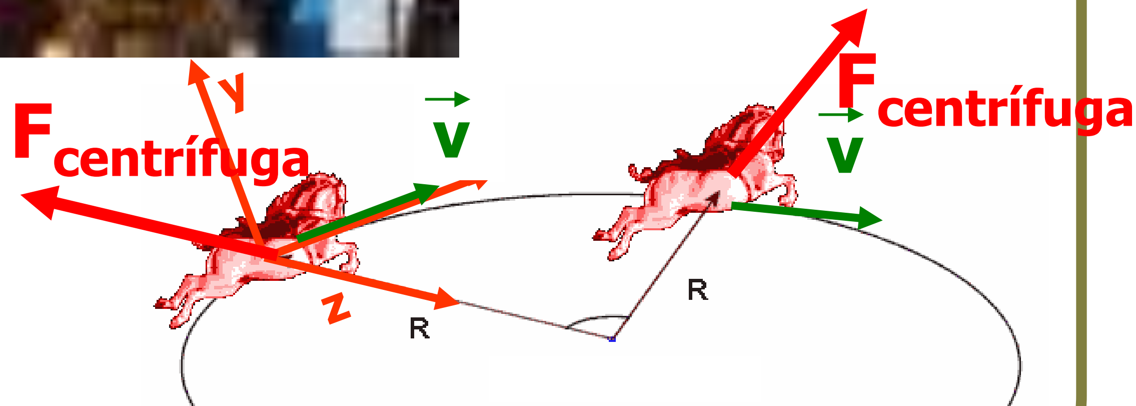
$F_T = 0$

$\vec{v}$ **varía en dirección**

$$F_N = m.v^2/R$$


**El sistema de referencia no es inercial**

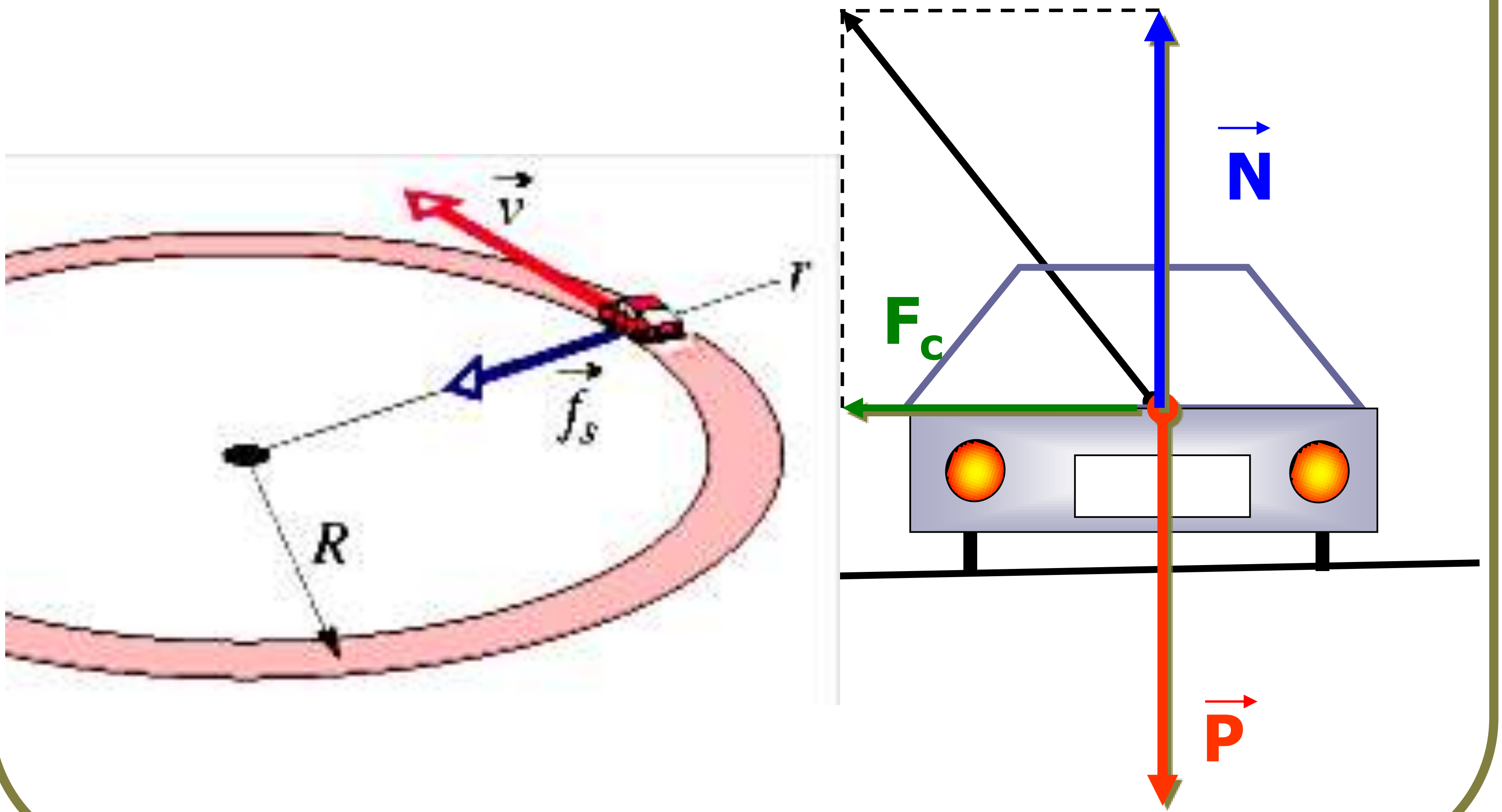
**$\vec{v}$ permanece constante en dirección y sentido**



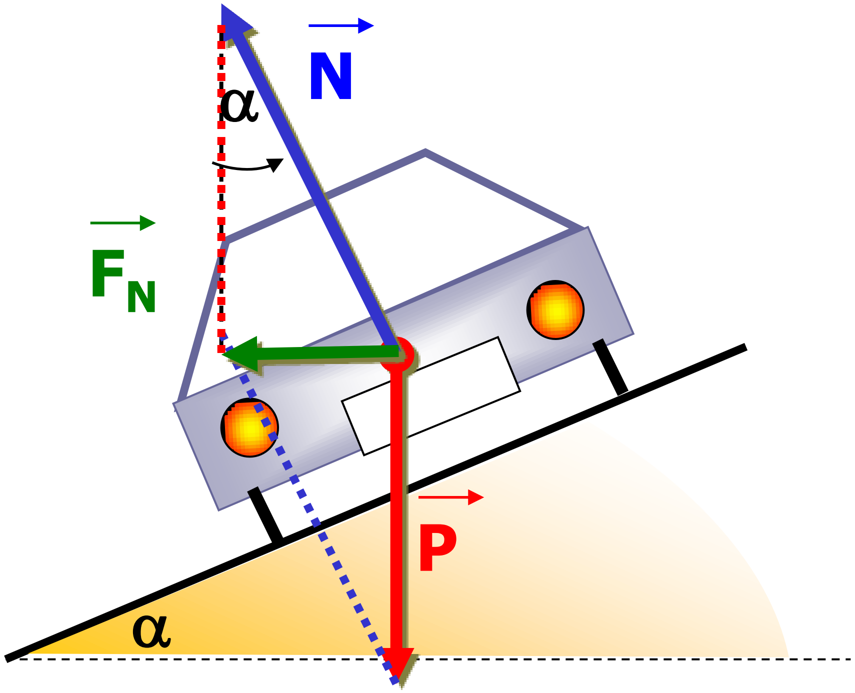

$$F_{centrífuga} = - F_N = -m.v^2/R$$

# PERALTE DE LAS CURVAS

# Curva Horizontal

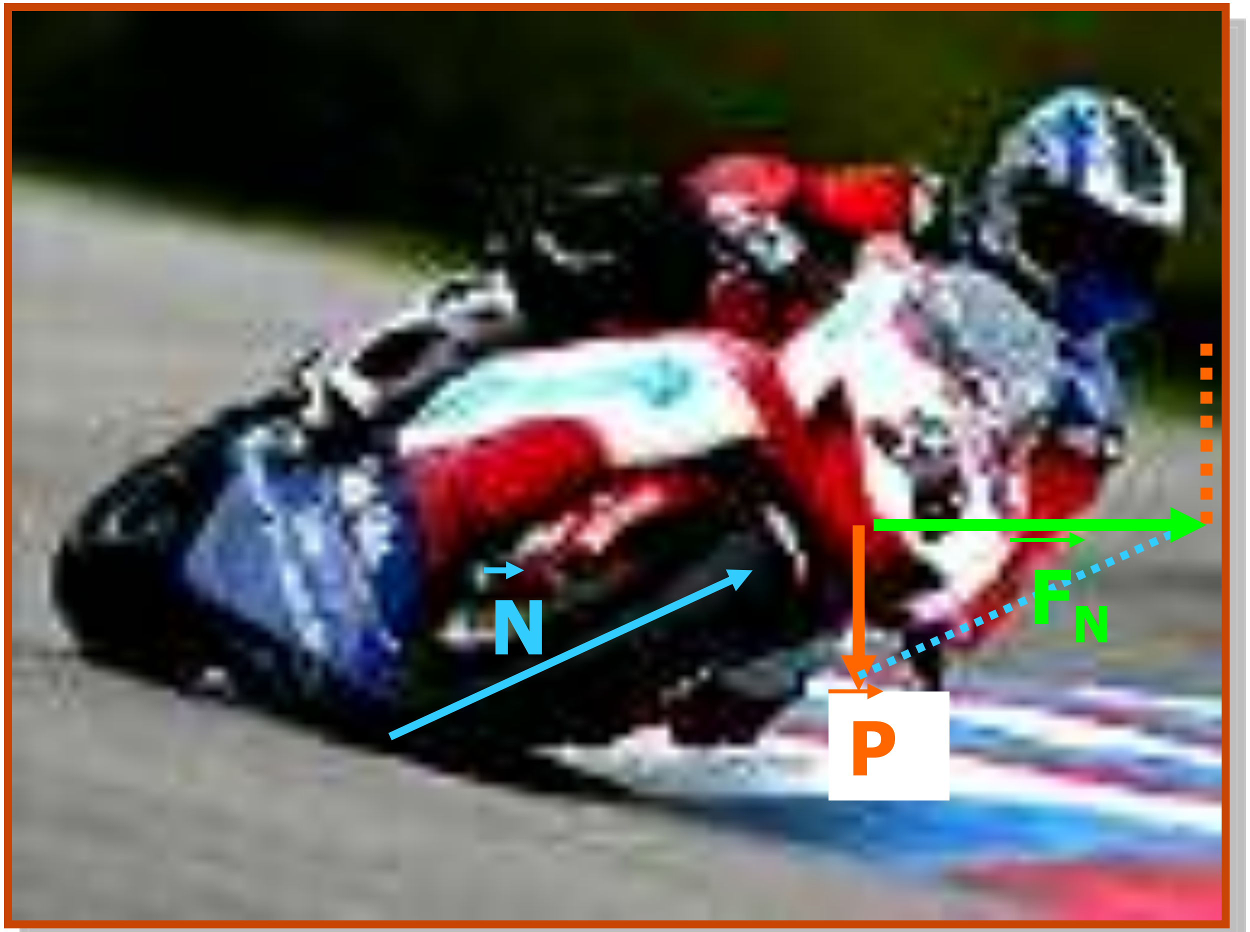


# Curva Peraltada

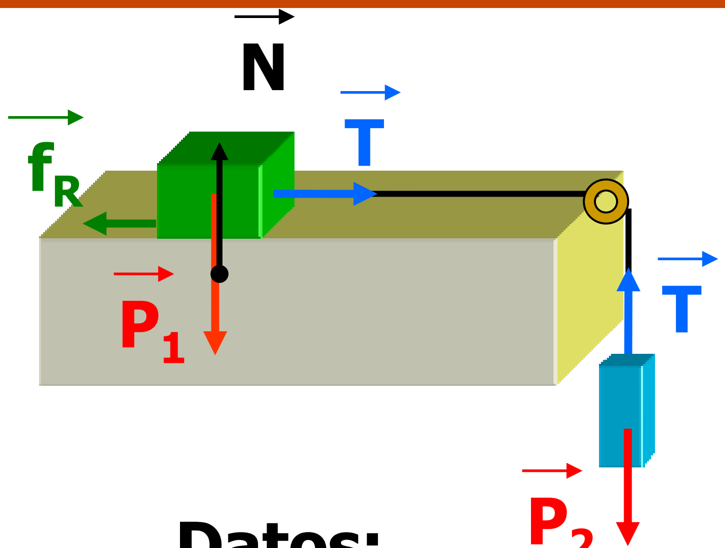



$$tg\ \alpha = \frac{F_N}{P} = \frac{\frac{m.v^2}{R}}{m.g}$$

$$\boxed{tg\ \alpha = \frac{v^2}{R.g}}$$


N
F
N
P

# Calcular la aceleración de los bloques y la tensión de la cuerda.




**Datos:**

$\mu$ ; $\vec{P}_1$; $\vec{P}_2$

**Incógnitas:**

**T ; a**

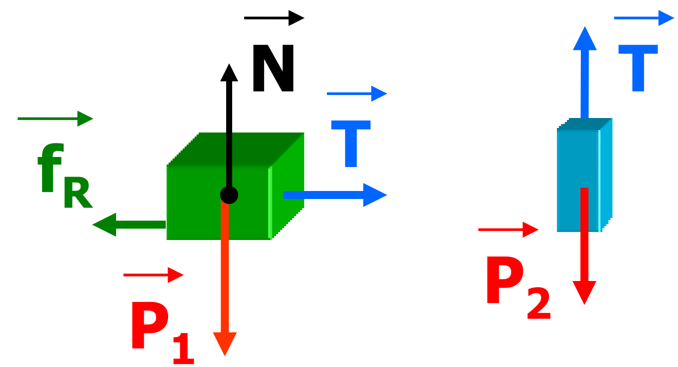



**Diagrama del cuerpo libre**

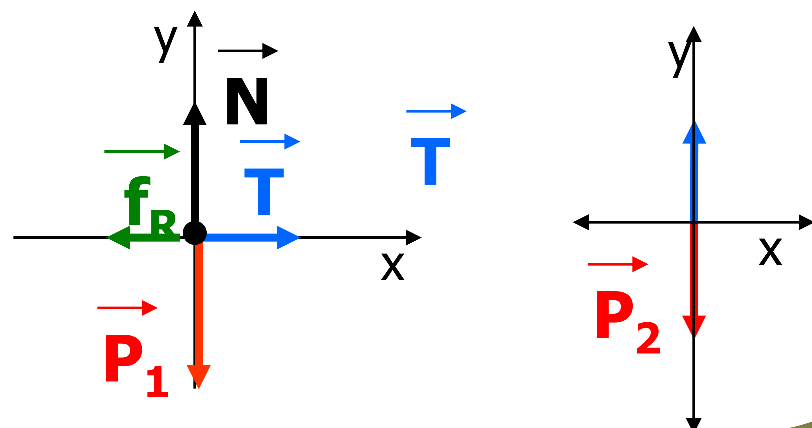



**Diagrama de fuerzas**

$$\sum F_x = m.a_x \qquad\qquad \sum F_y = m.a_y$$

**Cuerpo 1:**

$$\sum F_x = T - f_R = m.a_x \Rightarrow \boxed{T - \mu.N = m_1.a_1}$$

$$\sum F_y = N - P_1 = 0 \Rightarrow N = P_1$$

**Cuerpo 2:**

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = m_2 .a_2$$

$$\boxed{-T + P_2 = m_2 .a_2}$$

Las Tensiones T son las mismas por ser una única cuerda

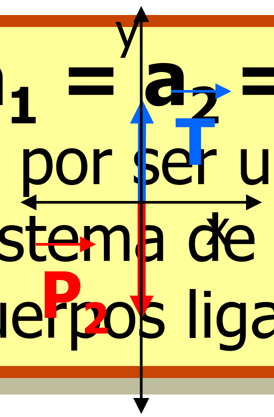
$$\cancel{T} - \mu.P_1 = m_1.a_1$$

$$+ \quad \cancel{-T} + P_2 = m_2 .a_2$$

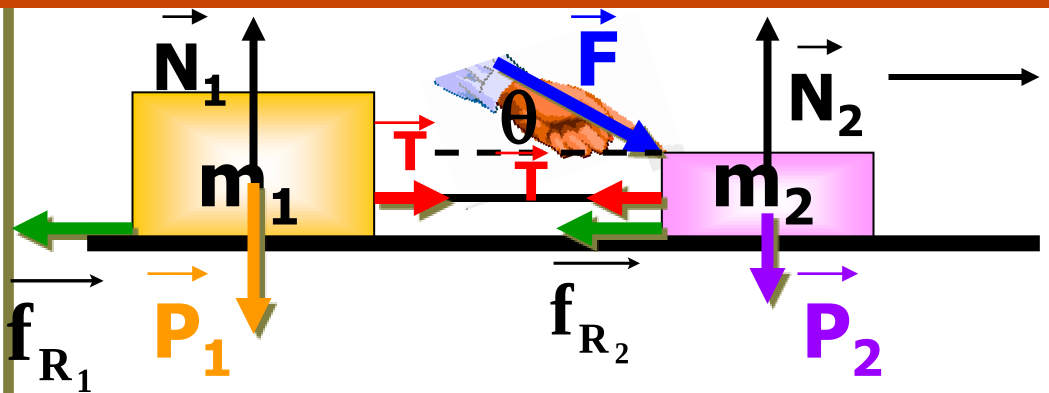
$$- \mu.P_1 + P_2 = (m_1 + m_2)\, a_s$$

$$\boxed{a_s = (P_2 - \mu.P_1)/(m_1 + m_2)}$$

**$a_1 = a_2 = a_s$** por ser un sistema de dos cuerpos ligados



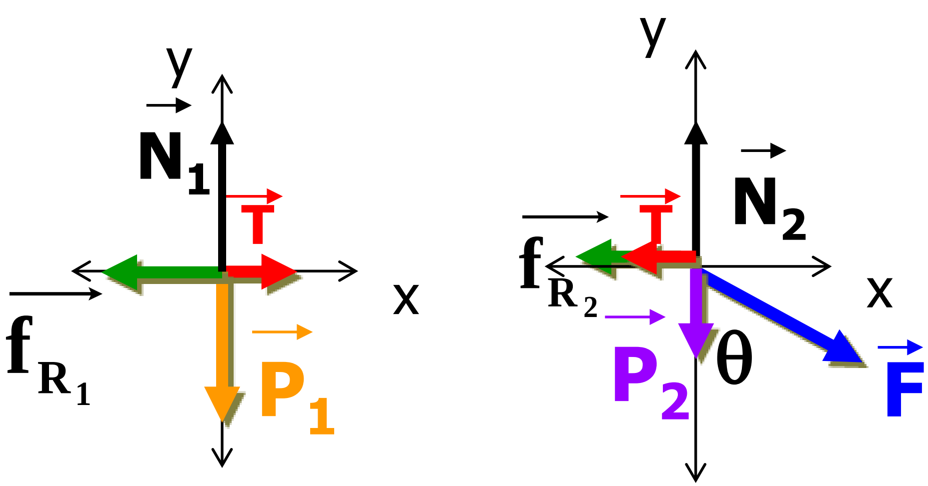
# Calcular la aceleración de los bloques y la tensión de la cuerda.




Datos:

$m_1$ ; $m_2$; g ; F; $\theta$ ; $\mu$

Incógnitas: T ; a




$$\sum F_x = m.a_x$$

$$\sum F_y = m.a_y$$

**Para el $m_1$:**

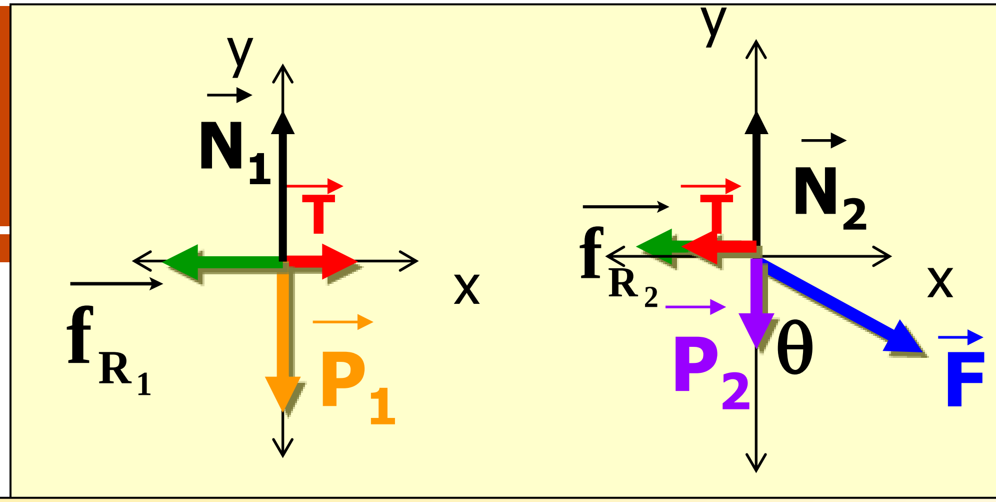
$$\boxed{N_1 - P_1 = 0}$$

$$N_1 = P_1 = m_1.g$$

$$\boxed{T - f_{R_1} = m_1.a}$$

$$T - \mu.m_1.g = m_1.a$$

$$\boxed{T = m_1.(\mu g + a)}$$




**Para el $m_2$:**

$$\boxed{N_2 - P_2 - F.\cos\theta = 0}$$

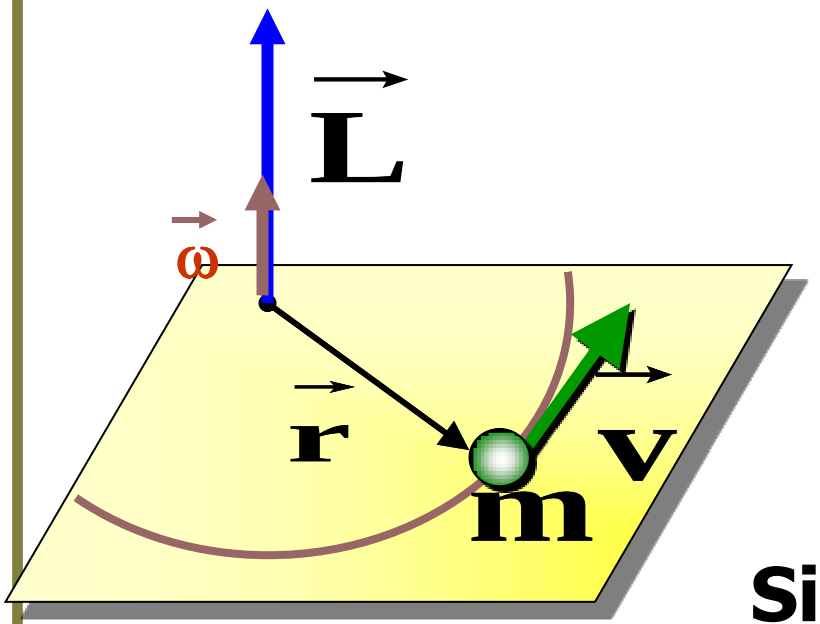
$$N_2 = P_2 + F.\cos\theta$$

$$\boxed{F.\text{sen}\theta - f_{R_2} - T = m_2.a}$$

$$F.\text{sen}\theta - \mu.\left(m_2.g + F.\cos\theta\right) - T = m_2.a$$

$$\boxed{a = \frac{F\text{sen}\theta - \mu.(m_2.g + F.\cos\theta - m_1.g)}{(m_1 + m_2)}}$$

# Momento cinético




$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge m.\vec{v}$$

$$L = r.p.\mathrm{sen}\theta$$

**Si el movimiento es circular**

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}$$

$$\vec{L} = mr^2\vec{\omega}$$

# DIMENSION:

$$[L]=[L].[MLT^{-1}]=[ML^2T^{-1}]$$

## UNIDADES:

**SIMELA:** → $\dfrac{kg.m^2}{s}$

**c.g.s.:** → $\dfrac{g.cm^2}{s}$

**Técnico:** → $\dfrac{U.T.M.m^2}{s}$

# Variación del Momento cinético

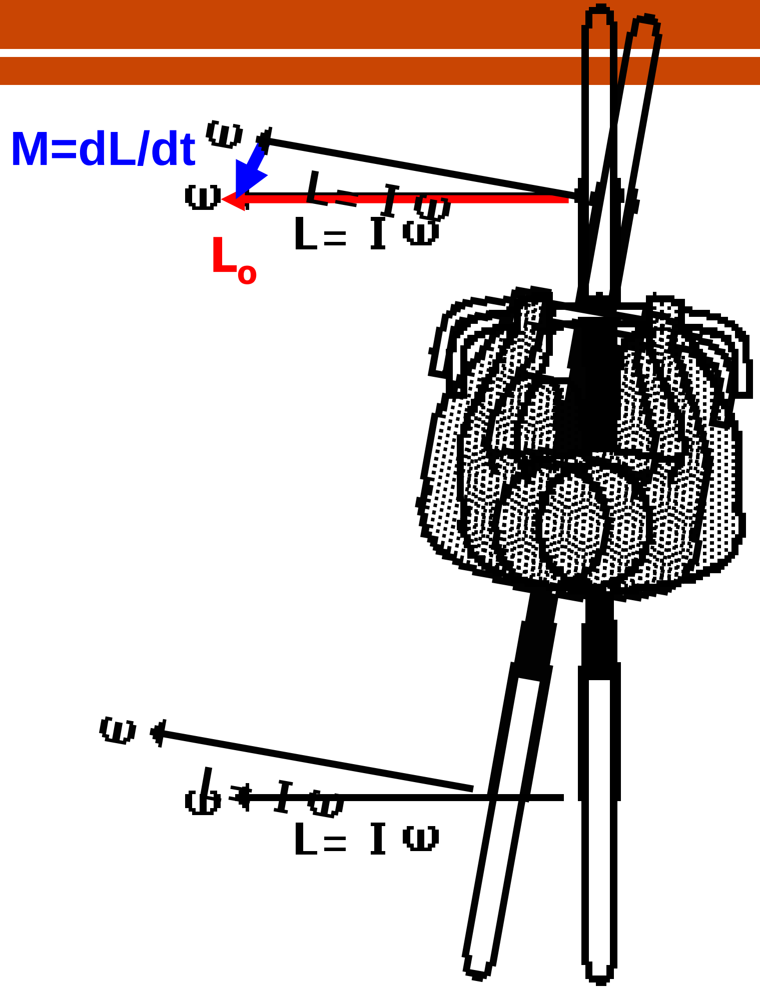
$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \cancel{\frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{p}} + \vec{r} \wedge \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{r} \wedge \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{r} \wedge m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \wedge m.\vec{a} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{M}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}}$$

**La variación del momento cinético de un sistema es equivalente al momento de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sistema.**


M=dL/dt
L= I ω
Lo
L= I ω

# Conservación del Momento cinético

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

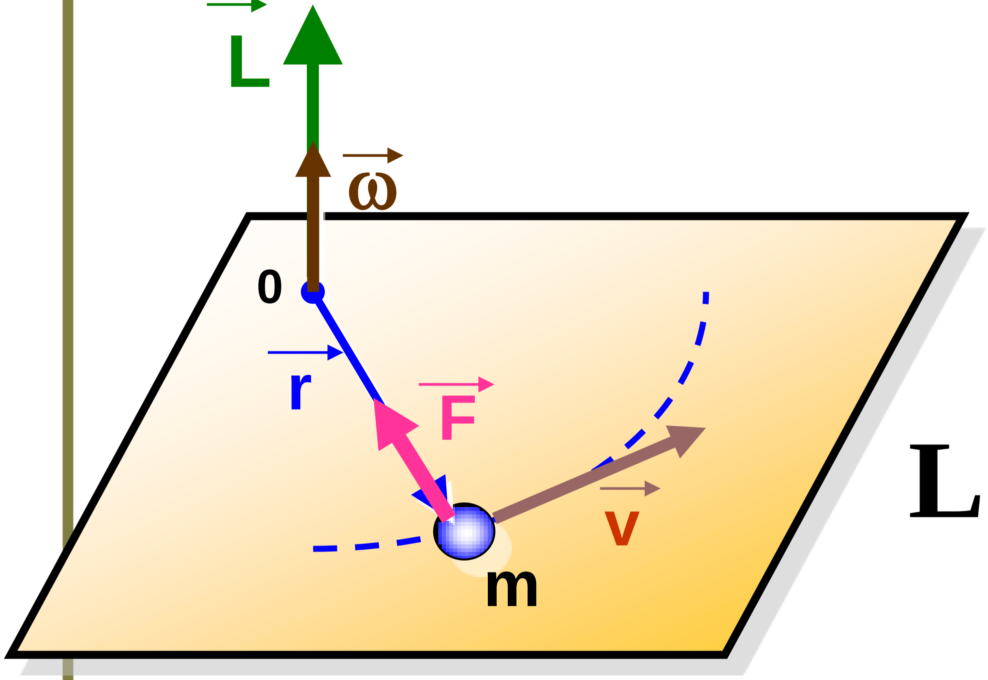
**Si** $\vec{M} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = Cte.$

***En ausencia de momentos externos capaces de modificar el estado rotacional de un cuerpo, el momento cinético del mismo se conserva en el tiempo.***

$$\vec{L} = Cte. \quad \text{cuando} \quad \vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F} = 0$$

$$\vec{M} = 0 \begin{cases} \vec{F} = 0 & \Rightarrow \textbf{Partícula libre} \\ \vec{r} = 0 & \Rightarrow \textbf{Caso trivial} \\ \vec{F} \text{ y } \vec{r} \text{ paralelos} & \Rightarrow \textbf{Fuerzas centrales} \end{cases}$$

# Fuerzas centrales




$$\vec{L} = \vec{r} \wedge m.\vec{v}$$

$$\left|\vec{L}\right| = m.r.v$$

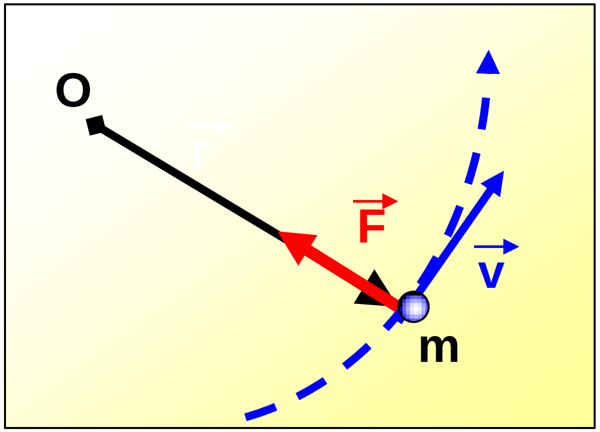
$$v = \omega.r$$

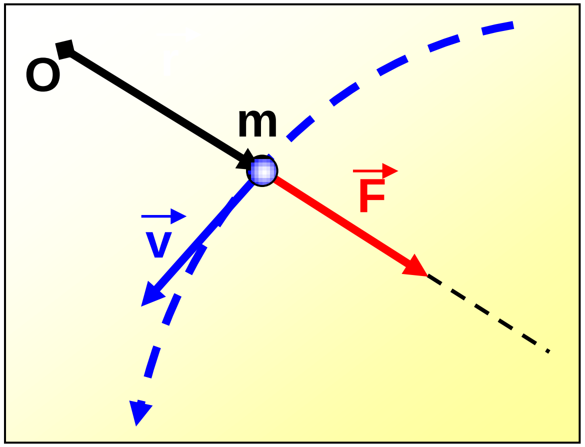
$$L = (m.r^2).\omega = I.\omega$$

$$\boxed{\vec{L} = I.\vec{\omega}}$$

# Fuerzas centrales

- Están siempre dirigidas a un punto
- Son colineales con el vector posición
- El momento cinético es constante




THE
END