TOPOGRAFÍA

Poligonometría

División de Superficies

Extrapoligonal

Azimut - Rumbos

División de Superficies

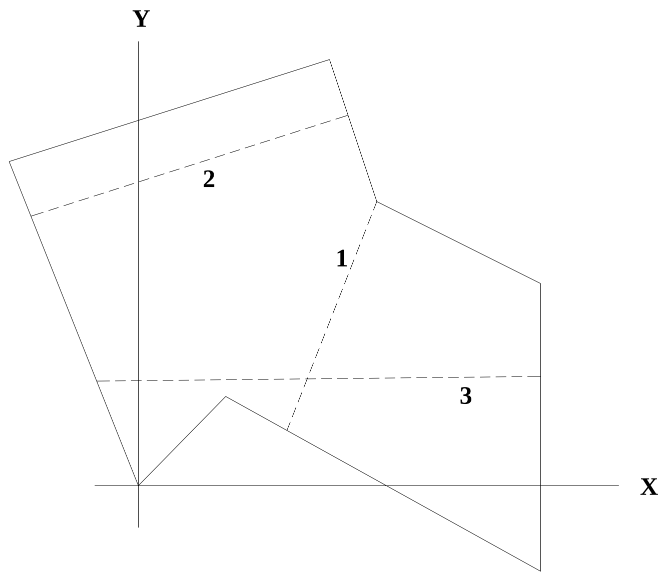
Este tema es uno de los que con mayor frecuencia se presenta en agrimensura; razón por la que podemos considerarlo como uno de los temas fundamentales en la poligonometría.

Se trata de separar, de la superficie de un polígono conocida previamente, un área determinada estableciendo que la línea divisoria cumpla determinadas condiciones como ser:

1º- Que la línea divisoria arranque de un punto dado de un vértice del polígono o del perímetro.

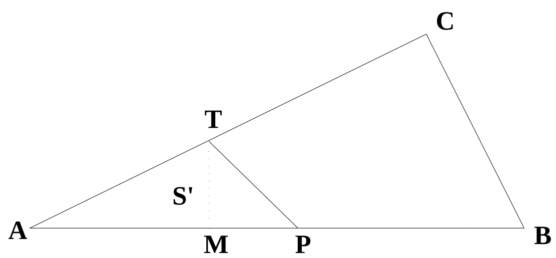
2º- Que la línea divisoria sea paralela a un lado del polígono.

3º- Que la línea divisoria sea perpendicular a uno de los lados del polígono.



Caso Para Un Triángulo

1º- Separar del triángulo ABC una superficie (S') mediante una recta que arranque del punto **T** del perímetro.



Solución:

Bajando desde el punto T dado una perpendicular TM sobre el lado AB.

Se tiene que:

S’ = ½ AP.TM $\Rightarrow$ $AP = \frac{2S'}{TM}$

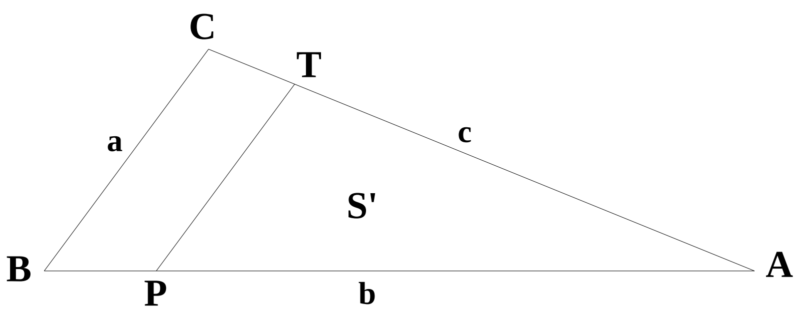
En el caso de conocerse la longitud del lado AT y el ángulo en el vértice A:

Sabemos que:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{TM}{AT} \quad \Rightarrow \quad TM = AT \,.\, \operatorname{sen}\alpha$$

$$AP = \frac{2S'}{AT\ \operatorname{sen}\alpha} \qquad \textbf{ó} \qquad AP = \frac{2S' .\, \operatorname{cosec}\alpha}{AT}$$

2º- Separar del triangulo ABC una superficie S’ por medio de una línea TP paralela al lado BC.



Solución:

Los triángulos ABC y ATP son semejantes; de acuerdo a propiedades geométricas entre lados y superficie de triángulos semejantes, podemos escribir:

$$\frac{AT}{AC} = \frac{\sqrt{S'}}{\sqrt{S}} \quad \Rightarrow \quad AT = AC \,.\, \frac{\sqrt{S'}}{\sqrt{S}} \qquad \mathbf{AT = K \,.\, AC}$$

$$\frac{AP}{AB} = \frac{\sqrt{S'}}{\sqrt{S}} \quad \Rightarrow \quad AP = AB \,.\, \frac{\sqrt{S'}}{\sqrt{S}} \qquad \mathbf{AP = K \,.\, AB}$$

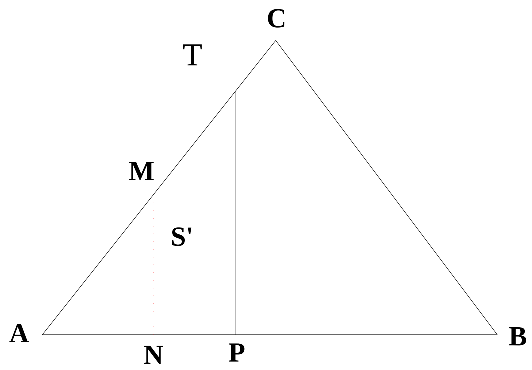
$$\frac{TP}{CB} = \frac{\sqrt{S'}}{\sqrt{S}} \quad \Rightarrow \quad TP = CB \,.\, \frac{\sqrt{S'}}{\sqrt{S}} \qquad \mathbf{TP = K \,.\, CB}$$

$$S = \sqrt{(p-a)\,(p-b)\,(p-c)\,.\,p} \qquad p = \frac{a+b+c}{2}$$

3º- Separar del triángulo ABC una superficie S' mediante una línea divisoria TP que sea perpendicular al lado AB.

Sobre el lado AB tomamos la magnitud AN medido arbitrariamente, y desde N levantamos la perpendicular MN.

Con los valores AN y MN, estamos en condiciones de calcular el triángulo ANM.



S = ½ AN . MN

Comparando luego S y S' sabremos si la línea TP estará a la derecha ó a la izquierda de MN.

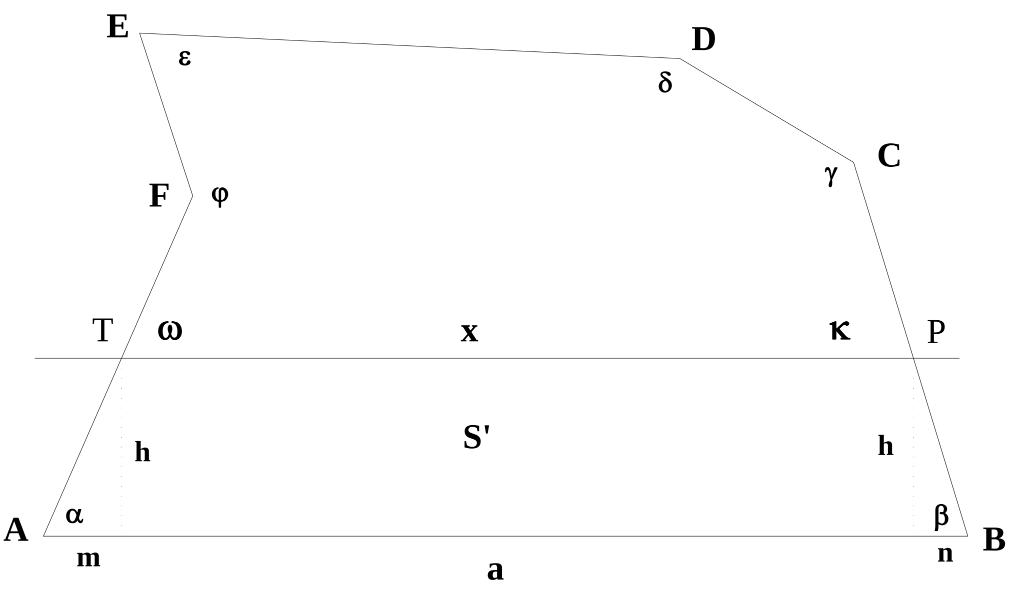
Los valores de AP; PT, y TA se calcularan de la misma manera del caso anterior.

División de un Polígono

Mediante Una Paralela a Un Lado

Separar del polígono ABCDEF una superficie **S’**, teniendo como datos las coordenadas de los vértices; ó los valores de los lados del polígono y los ángulos internos correspondientes .

Además que la recta TP debe ser paralela al lado AB.



Datos
- AB,BC,CD,DE,EF,FA
- α, β., γ, δ, ε, φ.
- TP // AB
- X_A , Y_A -- X_B , $Y_{B;}$ --- X_C , Y_C
- X_D, Y_D --- X_E , Y_E --- X_F , Y_F

Incognitas
- **h**
- **X**
- **AT**
- **BP**

La superficie que se quiere separar S’ es igual a:

S’ = ½ (a+x).h ó $a + x = \dfrac{2S'}{h}$ **(1)**

En esta expresión se necesitan conocer los valores de “x” y “h” .

De la figura se deduce que:

$$c\,tg\,\alpha = \frac{X_D - X_A}{Y_D - Y_A} \Rightarrow \alpha \qquad\qquad c\,tg\,\beta = \frac{X_C - X_B}{Y_C - Y_B} \Rightarrow \beta$$

Por otro lado puede escribirse:

$$\mathrm{c\,tg}\,\alpha = \frac{m}{h} \quad \Rightarrow \quad m = h.\,\mathrm{ctg}\,\alpha \qquad\qquad \mathrm{c\,tg}\,\beta = \frac{n}{h} \quad \Rightarrow \quad n = h.\,\mathrm{ctg}\,\beta$$

a – x = m + n = h.ctg α + h. ctg β = h.(ctg α + ctg β)
a-x = h.(ctg α + ctg β) (2)

multiplicando (1) y (2)

$(\mathbf{a^2 - x^2}) = \mathbf{2S'.(ctg\ \alpha + ctg\ \beta)}$

$\mathbf{x^2 = a^2 - 2S'.(ctg\ \alpha + ctg\ \beta)}$

$$\mathbf{X = \sqrt{a^2 - 2S'(ctg\alpha + ctg\beta}}$$

Conocido el valor de **X ;** el valor de “h” se puede obtener despejando de las expresiones anteriores.

De (1) y (2) :

$$\mathbf{h = \frac{2S'}{a + x}} \qquad\qquad \mathbf{h = \frac{a - x}{(ctg\alpha + ctg}}$$

Para replantear los nuevos elementos del polígono como resultados de la división practicada calculamos:

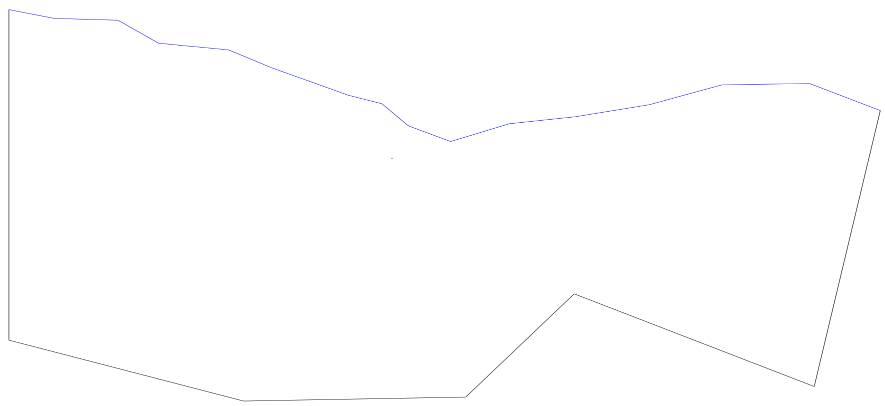
$$\mathbf{sen\,\alpha = \frac{h}{AT}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{AT = \frac{h}{sen\,\alpha}}$$

$$\mathbf{sen\,\beta = \frac{h}{BP}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{BP = \frac{h}{sen\,\beta}}$$

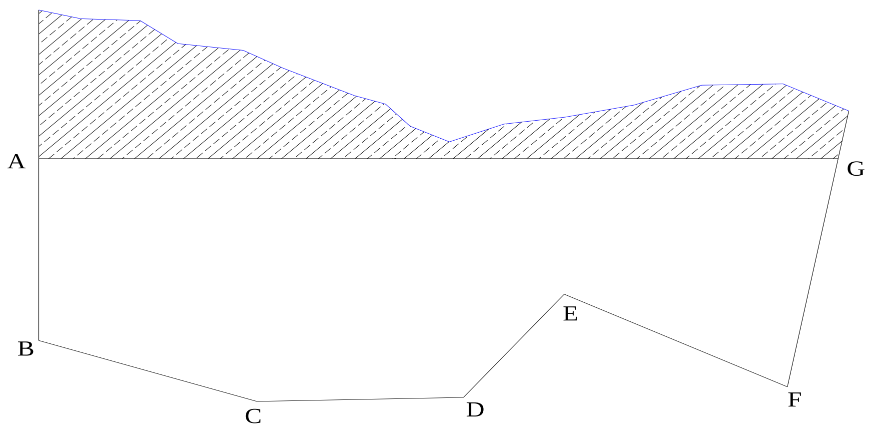
$\omega = 180^{o} - \alpha \qquad\qquad \kappa = 180^{o} - \beta$

FT = FA – AT **CP = CB - BP**

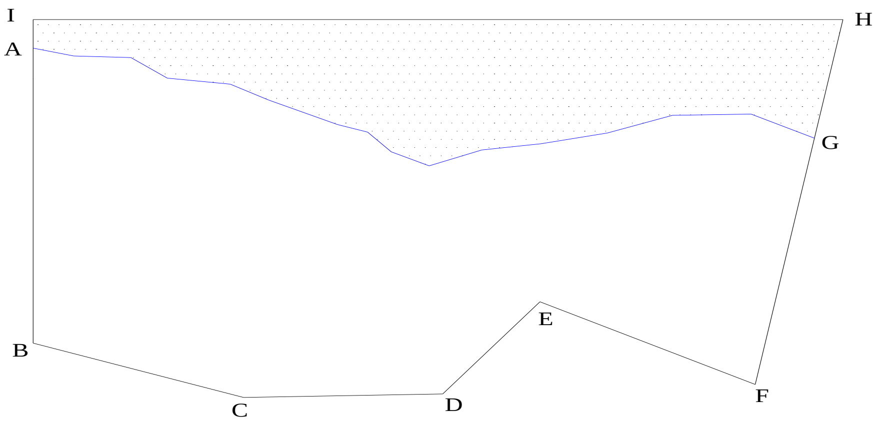
Extrapoligonal - Intrapoligonal

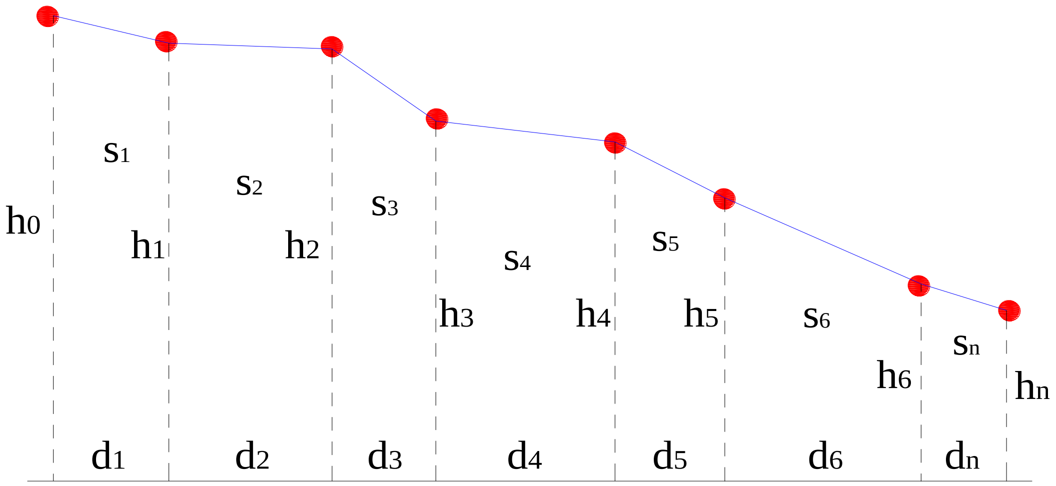


Extrapoligonal



Intrapoligonal





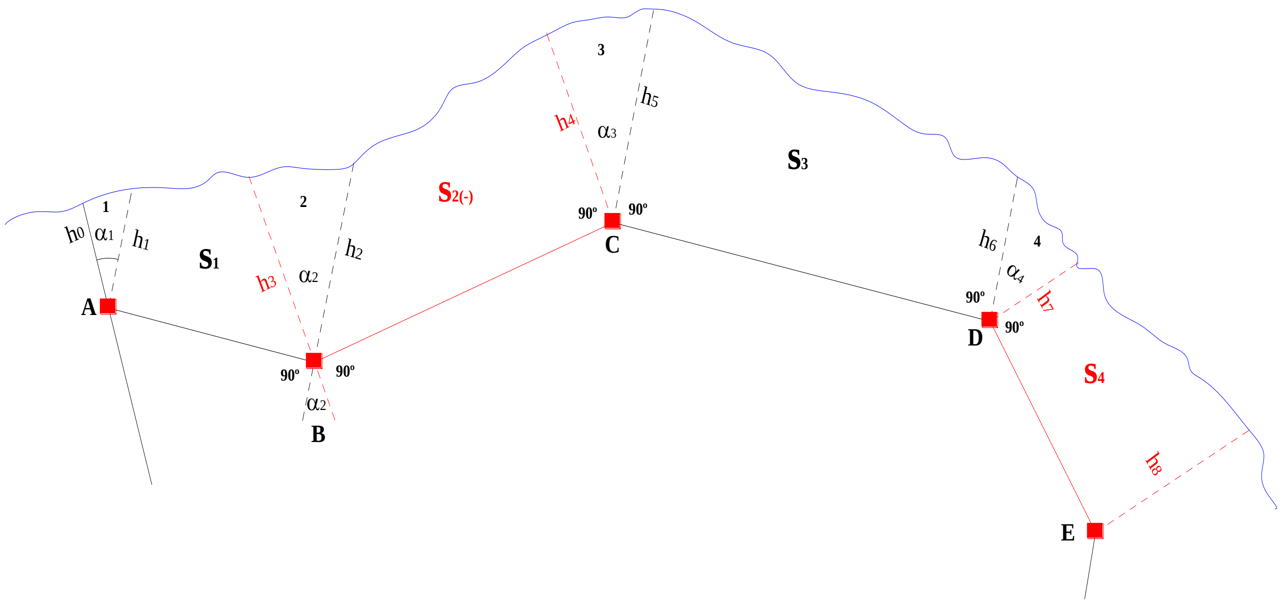
$$S = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_6 + \ldots\ldots + s_n$$

$$S = \frac{h_0 + h_1}{2} d_1 + \frac{h_1 + h_2}{2} d_2 + \frac{h_2 + h_3}{2} d_3 + \frac{h_3 + h_4}{2} d_4 + \frac{h_4 + h_5}{2} d_5 + \frac{h_5 + h_6}{2} d_6 + \ldots\ldots + \frac{h_{n-1} + h_n}{2} d_n$$

Si : d1 = d2 = d3 = …………………… dn

$$S = d.\left(\frac{h_0}{2} + \frac{h_1}{2} + \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} + \frac{h_2}{2} + \frac{h_3}{2} + \frac{h_3}{2} + \frac{h_4}{2} + \frac{h_4}{2} + \frac{h_5}{2} + \frac{h_5}{2} + \frac{h_6}{2} + \frac{h_6}{2} + \frac{h_n}{2}\right)$$

$$S = d.\left(\frac{h_0 + h_n}{2} + h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6\right)$$



$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \blacktriangle 1 - \blacktriangle 2 + \blacktriangle 3 + \blacktriangle 4$$

$$\alpha_1 = 180° - \hat{A} - 90° \qquad \alpha_2 = \hat{B} - 90° - 90°$$

$$\alpha_3 = 360° - (\hat{B} + 90° + 90°) \qquad \alpha_4 = 360° - (\hat{C} + 90° + 90°)$$

Superficie $\blacktriangle 1 = \frac{1}{2}\, h_0 \,.\, h_1 \,.\, \text{sen}\, \alpha_1$

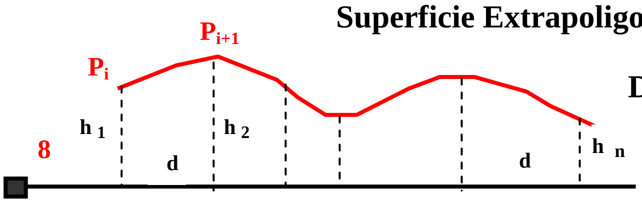
Superficie $\blacktriangle 2 = -\frac{1}{2}\, h_2 \,.\, h_3 \,.\, \text{sen}\, \alpha_2$

Superficie $\blacktriangle 3 = \frac{1}{2}\, h_4 \,.\, h_5 \,.\, \text{sen}\, \alpha_3$

Superficie $\blacktriangle 4 = \frac{1}{2}\, h_6 \,.\, h_7 \,.\, \text{sen}\, \alpha_4$

$$S = \frac{1}{2}(h_1 + h_2).AB + \frac{1}{2}\, h_0 \,.\, h_1 \,.\, \text{sen}\, \alpha_1 + \frac{1}{2}(h_3 + h_4).BC - \frac{1}{2}\, h_2 \,.\, h_3 \,.\, \text{sen}\, \alpha_2 +$$

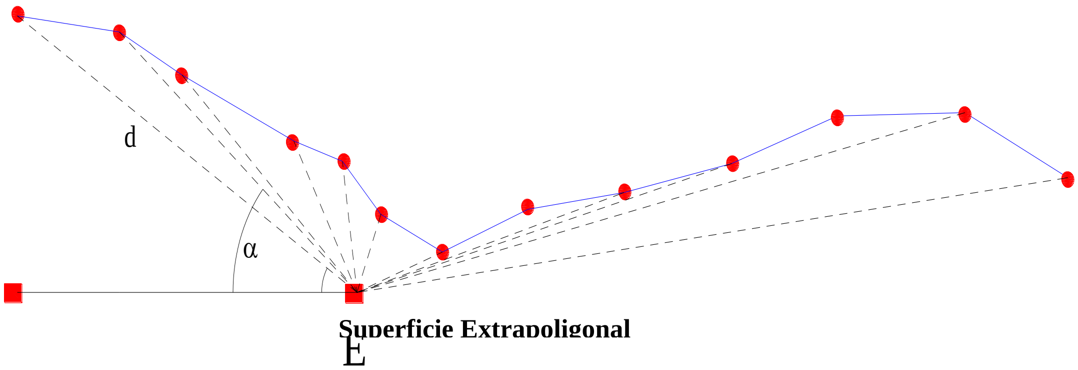
$$+ \frac{1}{2}\, h_4 \,.\, h_5 \,.\, \text{sen}\, \alpha_3 + \frac{1}{2}(h_5 + h_6).CD + \frac{1}{2}\, h_6 \,.\, h_7 \,.\, \text{sen}\, \alpha_4 + \frac{1}{2}(h_7 + h_8).DE$$

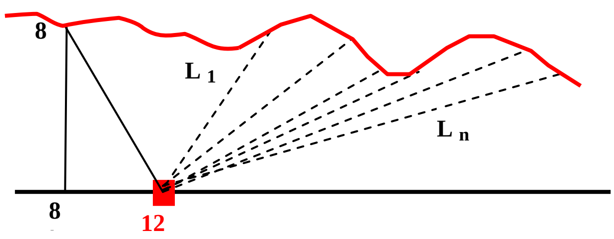


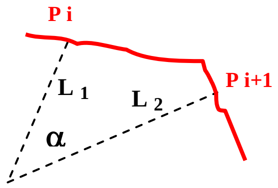
Distancia **Pi_Pi+1** : **Raiz**$^2((h_1 - h_2)^2 + d_i^2)$

Área Trapecio: $1/2\ (h_1 + h_2)\ .\ d_1$

Punto	Altura	Progresiva	Distancia	Superficies	Distancias	Observaciones
				1780,826985	72,016	
	m	m	di	m2	Pi_Pi+1	
1'	39,000	68,004	*************	*******************	*********	
2'	41,000	62,621	5,383	215,320000	5,743	
3'	37,750	57,395	5,226	205,773750	6,154	
4'	40,500	52,707	4,688	183,418000	5,435	
5'	30,140	41,976	10,731	379,018920	14,916	
6'	22,850	23,153	18,823	498,715385	20,185	
7'	16,120	11,690	11,463	223,356555	13,293	
8'	12,630	6,457	5,233	75,224375	6,290	







Área Triángulo: $1/2\ .\ L_1 .\ L_2\ .$

Distancia **Pi_Pi+1** : **Raiz**$^2((L_1^2 + L_2^2) - 2.\ L_1.\ L_2.\cos a)$

Punto Esta- 12 **Dirección Básica: 12-8': 0°00'00"**

Punto	Lado	Lectura			α			Superficies	Distancias	Observaciones
								2482,518382	162,305	
	m	°	'	"	°	'	"	m2	Pi - P i+1	
					******************			******************		
8'	6,457	0	0	0						
8	14,182	62	49	45	62	49	45	40,733989	12,617	
9	16,259	85	40	30	22	50	45	44,762674	6,363	
10	16,056	111	26	47	25	46	17	56,750830	7,209	
11	16,178	128	7	29	16	40	42	37,274473	4,677	
12	27,538	140	37	29	12	30	0	48,212981	12,254	
13	37,350	146	48	7	6	10	38	55,337805	10,403	
14	46,079	156	52	24	10	4	17	150,484439	11,368	
15	50,078	159	46	45	2	54	21	58,490038	4,683	
16	54,753	160	25	51	0	39	6	15,592595	4,713	
17	79,726	169	22	30	8	56	39	339,335926	27,015	
18	97,797	170	20	0	0	57	30	65,203247	18,131	
19	102,370	173	42	22	3	22	22	294,498092	7,456	
20	107,698	175	20	26	1	38	4	157,231289	6,112	
21	112,716	177	5	33	1	45	7	185,563789	6,044	
22	119,727	179	7	8	2	1	35	238,592778	8,126	
23	121,967	180	31	5	1	23	57	178,282247	3,705	
24	120,978	183	35	34	3	4	29	395,725040	6,592	
25	116,587	184	34	17	0	58	43	120,446151	4,837	

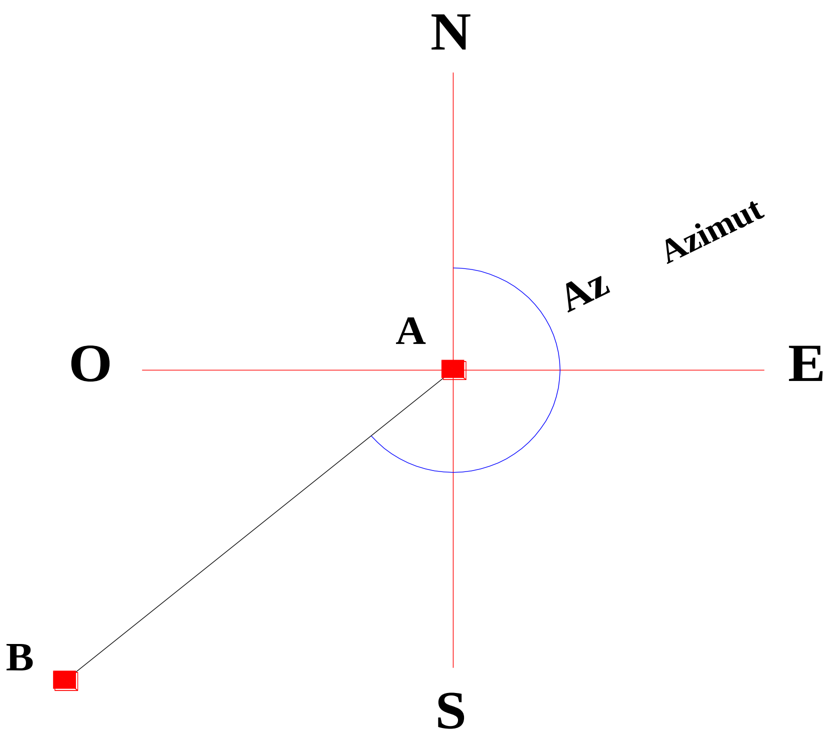
Azimut y Rumbos de una Línea

Azimut de una Línea

El azimut de una línea es un ángulo de orientación geográfica de dicha línea.

Se mide a partir del norte geográfico; en el sentido de las agujas del reloj; hasta la línea en cuestión.

Varía de 0º a 360º.

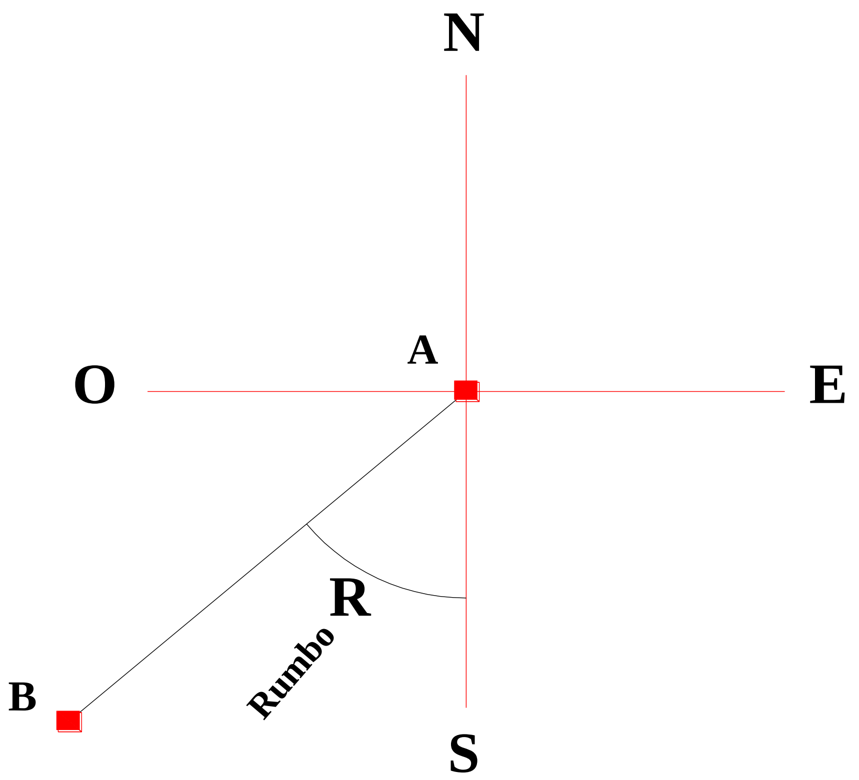


Rumbos de una Línea

El Rumbo de una línea es un ángulo de orientación geográfica de dicha línea.

Varía de **0º a 90º**.

Se mide por cuadrantes.



Se mide a partir del **norte geográfico**; en el sentido de las agujas del reloj; hasta la línea en cuestión hacia el punto cardinal **Este** ó en el sentido contrario a las agujas del reloj hacia el punto cardinal **Oeste**.

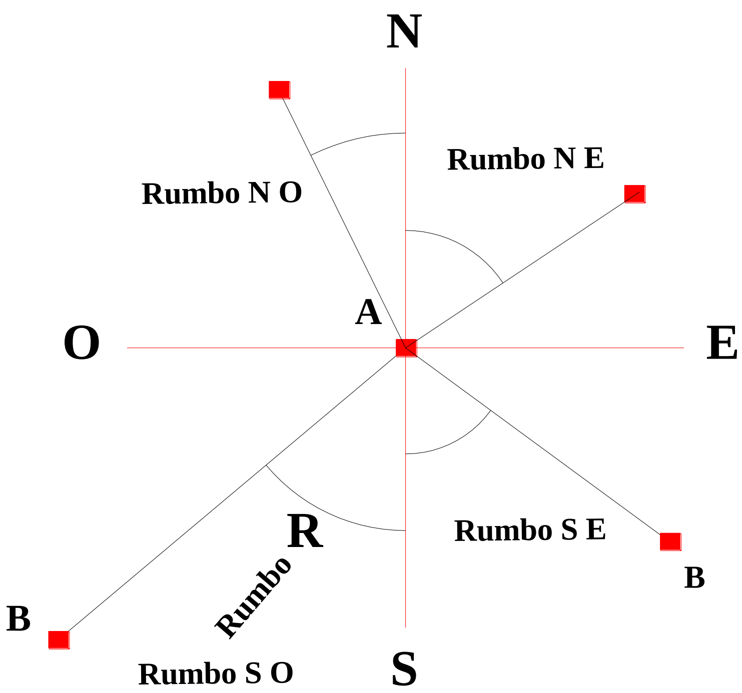
Se escribe: **AB = 102.45 m – N 10º20'30'' E**

AB = 102.45 m – N 10º20'30'' O

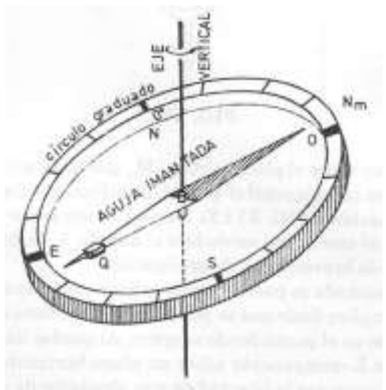
Se mide a partir del punto cardinal Sur geográfico; en el sentido de las agujas del reloj; hasta la línea en cuestión hacia el punto cardinal **Oeste** ó en el sentido contrario a las agujas del reloj hacia el punto cardinal **Este**.

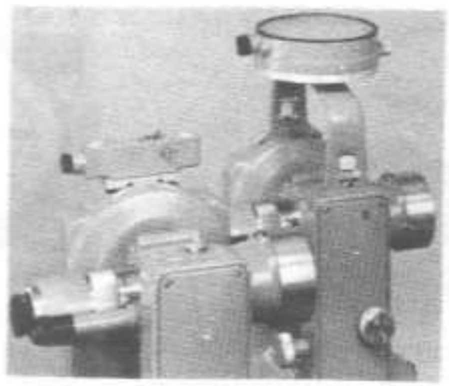
Se escribe: **AB = 102.45 m – S 10º20’30’’ E**

AB = 102.45 m – S 10º20’30’’ O



Se puede medir en forma astronómica a través de la observación de astros; ó medirla en forma magnética a través de una brújula o de una declinatoria.





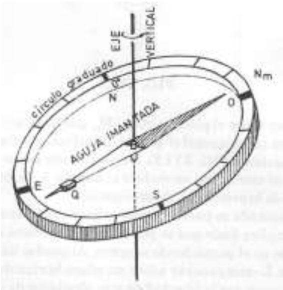
Conocido el valor del azimut, se puede calcular el valor del rumbo efectuando la reducción del azimut al valor del cuadrante correspondiente.

También puede realizarse el proceso inverso; es decir; si se conoce el valor del Rumbo, se puede calcular el valor del Azimut efectuando la reducción del rumbo al valor correspondiente.

<u>Medición del Azimut – Registro de Datos</u>

Azimut: Magnético

Equipo Utilizado: Brújula



Estación Vértice	Punto Visado	Azimut Az Medido °	’	’’	Lado	Rumbo R Calculado ° ‘ “
25	19	18	00	00	25-19	N 18 01 00 E
	24	192	00	00	25-24	S 12 00 00 O
24	25	13	00	00	24-25	N 13 00 00 E
	23	278	00	00	24-23	N 82 00 00 O
18	19	95	00	00	18-19	S 85 00 00 E
	23	184	00	00	18-23	S 4 00 00 O

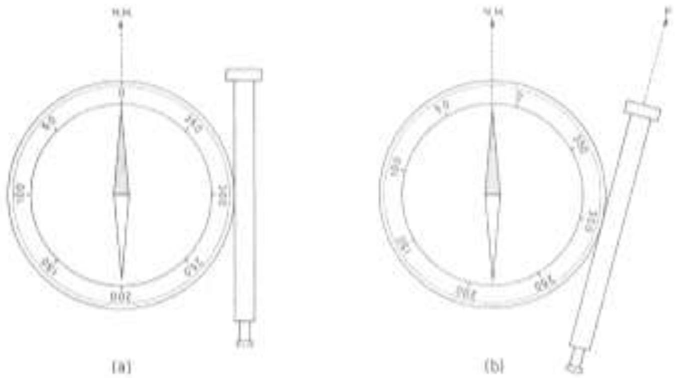
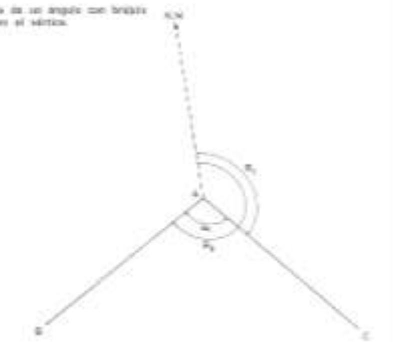


Fig. 10.5. — Lecturas de rumbos con brújula de limbo móvil.

Fig. [illegible] — Medida de un ángulo con brújula haciendo estación en el vértice.



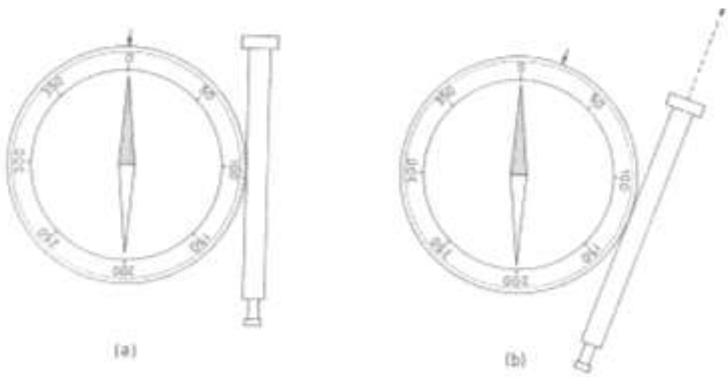
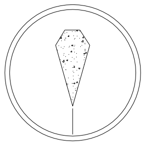
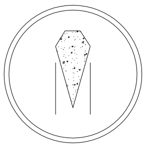
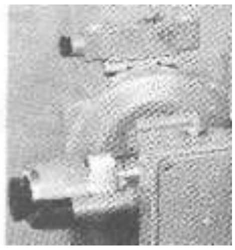


Fig. 10.6. — Lectura de rumbos con brújula de limbo fijo.

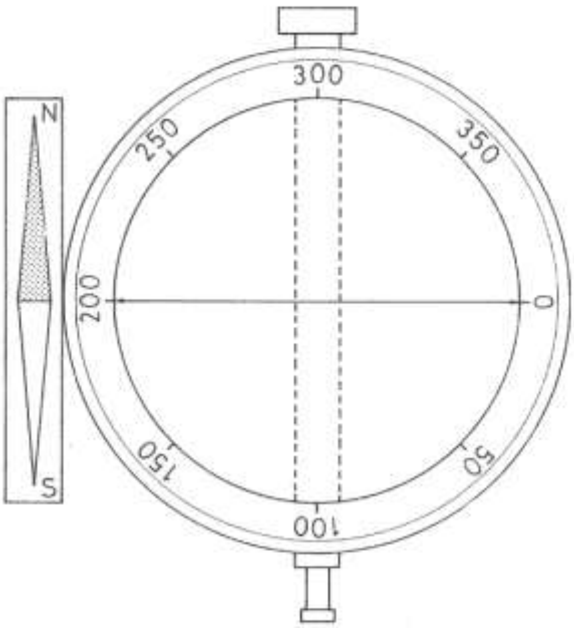
Azimut: Magnético **Equipo Utilizado: Declinatoria**

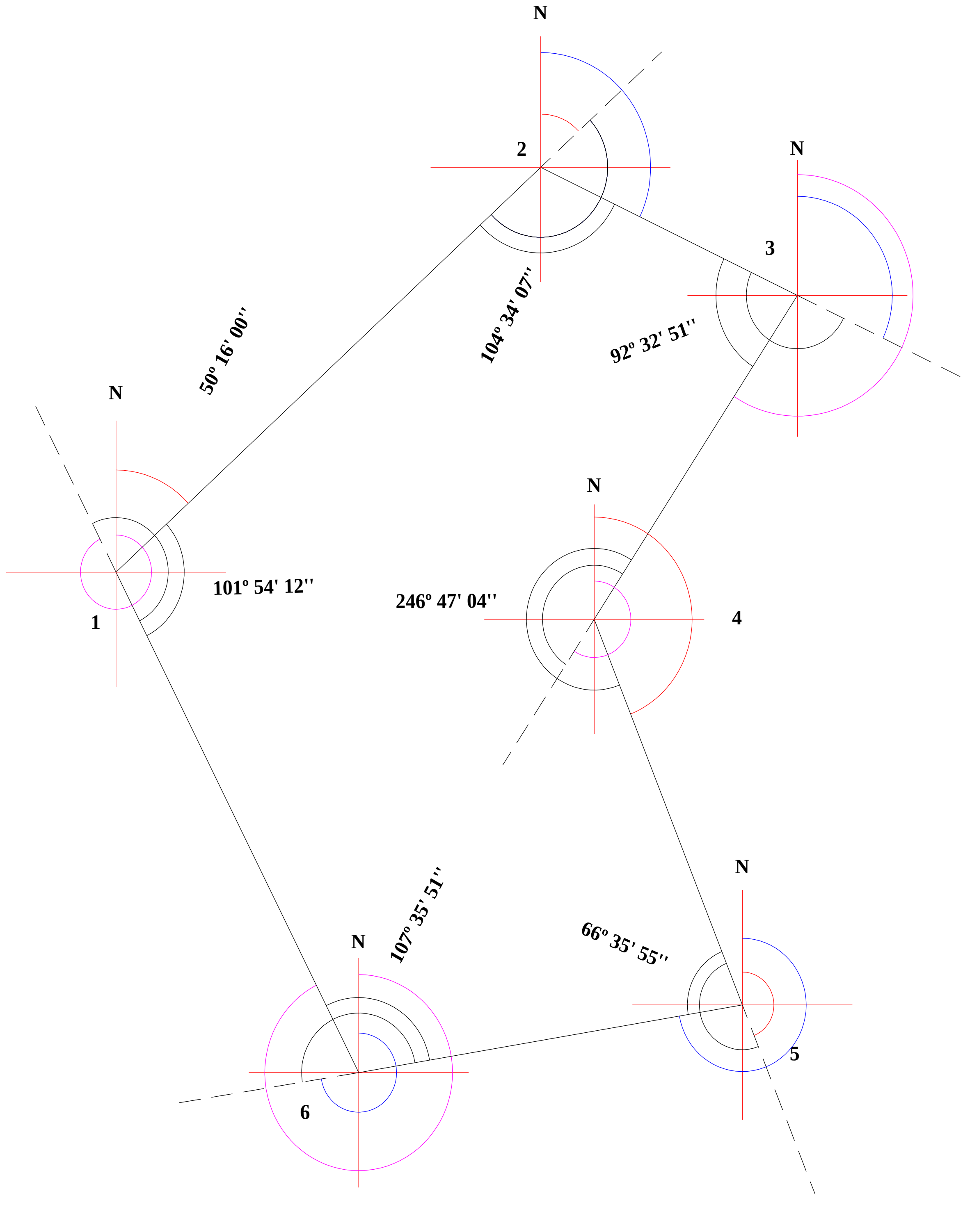






Estación Vértice	Punto Visado	Lectura °	‘	“	Azimut Az Medido °	‘	“	Lado	Rumbo R Calculado ° ‘ “
25	**Norte**	**347**	**15**	**00**					
	19	**4**	**40**	**20**	**17**	**25**	**20**	**25-19**	N 17 25 20 E
	24	**179**	**29**	**40**	**192**	**14**	**40**	**25-24**	S 12 14 40 O
24	**Norte**	**0**	**55**	**20**					
	25	**12**	**27**	**20**	**11**	**32**	**00**	**24-25**	N 11 32 00 E
	23	**278**	**16**	**00**	**277**	**20**	**40**	**24-23**	N 82 39 20 O
18	**Norte**	**35**	**11**	**40**					
	19	**129**	**48**	**00**	**94**	**36**	**20**	**18-19**	S 85 36 20 E
	23	**218**	**42**	**00**	**183**	**30**	**20**	**18-23**	S 3 30 20 O




N
2
N
3
50º 16' 00''
104º 34' 07''
92º 32' 51''
N
N
101º 54' 12''
246º 47' 04''
4
1
N
107º 35' 51''
66º 35' 55''
N
5
6

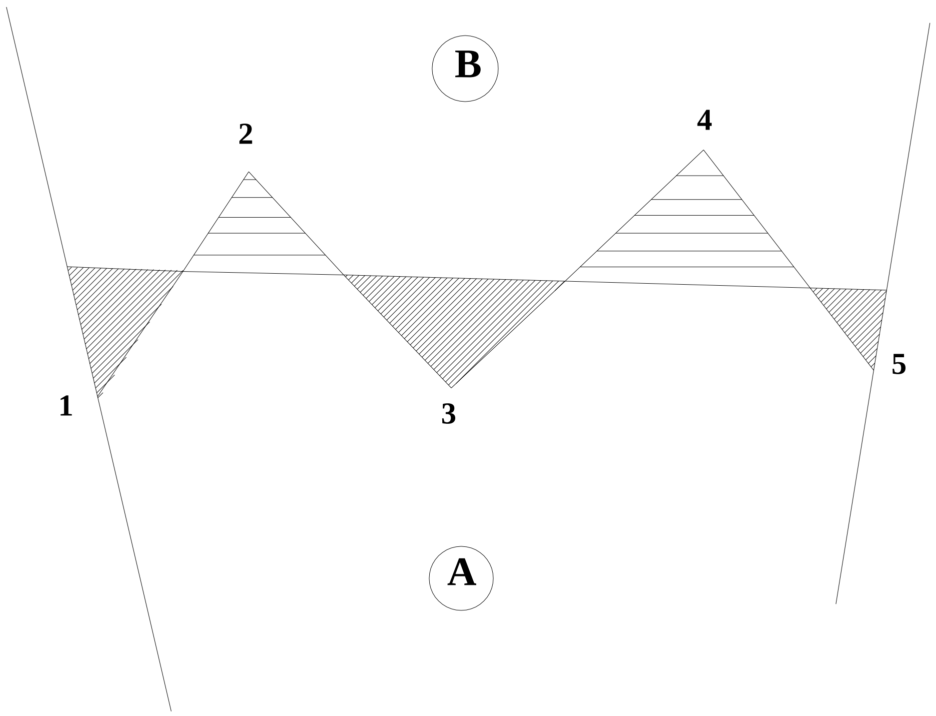
Cálculo de los Azimut y Rumbos de los Lados de la Poligonal
En Base a los Ángulos Internos del Polígono

Azimut: Magnético **Equipo Utilizado: Brújula**

Lado medido 1-2 : Az = 50° 16’ 00’’

Ángulo Vértice	Azimut Az °	’	’’	Lado	Rumbo R ° ’ ’’
	50	**16**	**00**	**1-2**	**N 85 00 00 E**
	+ 180	00	00		
	230	16	00		
2	**-** 104	34	07		
	125	**41**	**53**	**2-3**	**S 54 18 07 E**
	+ 180	00	00		
	305	41	53		
3	- 92	32	51		
	213	**09**	**02**	**3-4**	**S 33 09 02 O**
	+ 180	00	00		
	393	09	02		
4	- 246	47	04		
	146	**21**	**58**	**4-5**	**S 33 38 02 O**
	+ 180	00	00		
	326	21	58		
5	- 66	35	55		
	259	**46**	**03**	**5-6**	**S 79 46 03 O**
	+ 180	00	00		
	439	46	03		
6	- 107	35	51		
	332	**10**	**12**	**6-1**	**N 27 49 48 O**
	+ 180	00	00		
	512	10	12		
1	- 101	54	12		
	410	16	00		
	- 360	**00**	**00**		
	50	**16**	**00**	**1-2**	**N 50 16 00 E**

Rectificación de Límites



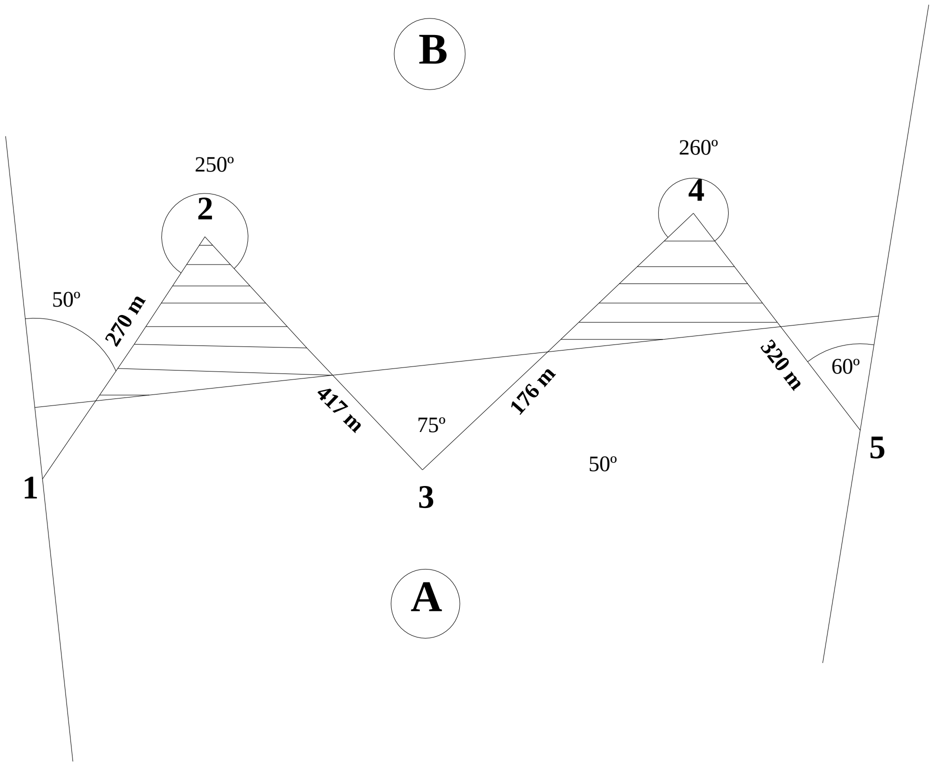
Pueden presentarse diversos casos; los más comunes son:

1- Línea divisoria perpendicular a uno de los lados.

2- Línea divisoria paralela a otra línea dada.

3- Línea con origen en un punto dado del perímetro.

1- Línea divisoria Perpendicular a un Lado



Se trata de separar la zona **A** de la zona **B**; a través de una línea recta a cambio de la línea quebrada 1-2- ……….. -5.

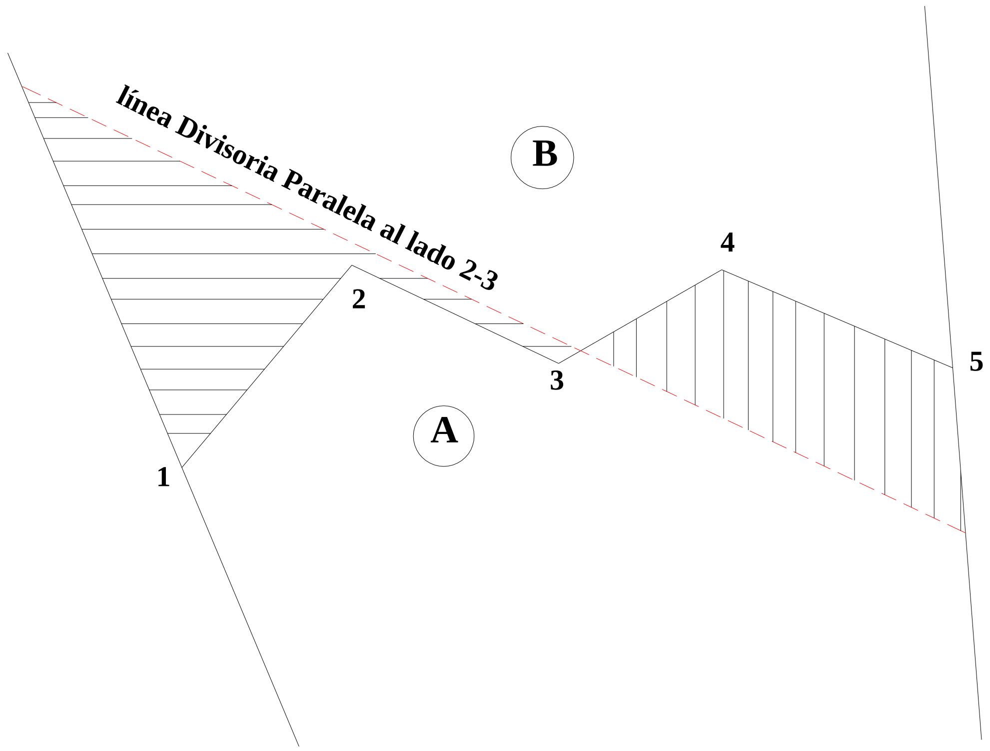
Efectuada esta operación se formarán los triángulos como resultado de la intersección entre la línea recta y la línea quebrada.

Debe cumplirse que las áreas de los triángulos de la sección **A** sumen igual cantidad de superficie que la suma de las áreas de los triángulos de la sección **B.**

Cumplida esta condición se habrá rectificado la línea límite.

Sí luego del cálculo la superficie suma de los triángulos de la sección **A** nó es igual a la suma de los triángulos de la sección **B**; se buscará una posición distinta de la línea, cumpliendo siempre con la condición impuesta, de que la línea sea perpendicular a un lado hasta conseguir que la suma de las áreas de los triángulos de la sección **A** sea equivalente a los de la sesión **B**.

2- Línea divisoria Paralela a una Dirección Determinada



Una primera aproximación puede ser haciendo pasar la línea por el punto **3** .

Luego calcular el área de la sección **A** y la sección **B** ; si las superficies no son equivalentes deberá modificarse la posición de la línea hasta lograrlo.

3- Línea divisoria tiene como Origen Un Punto dado del Perímetro