

CATEDRA DE FOTOGRAMETRIA

TRABAJO PRACTICO N° 7 b

PLANEAMIENTO DE UN VUELO
AEROFOTOGRAMETRICO.

DEDUCCION DE LAS EXPRESIONES DE CALCULO.

DATOS: Ver Guía, página 8'.

DEDUCCION:

El desarrollo que sigue supone fotografía a eje vertical, admitiéndose apartamientos no mayores que 2° del eje de la cámara respecto a la dirección mencionada.

1 - Altura media de vuelo H_m . (Guía, figura 1)

(Recordar que la altura de vuelo sobre el plano medio $H_m =$ coordenada fotogramétrica Z_m del plano medio, por lo tanto será indistinto llamarla H_m o Z_m).

$$H_m \cong \frac{f}{E_\phi} \cong f D_\phi \cong f \cdot M_\phi \cdot 10^3$$

$$H_m (m) \cong f_{(mm)} \cdot M_\phi \quad (1)$$

2 - Base aerofotogramétrica B. (Guía, figuras 2 y 3)

Coefficiente de superposición: σ_ϕ (valor usual: $\sigma_\phi = 0,6$)

Coefficiente de base: β_ϕ (valor usual: $\beta_\phi = 0,4$)

$$(\sigma_\phi + \beta_\phi) = 1$$

$$B \cong \beta_\phi \cdot L \cong \beta_\phi \cdot l \cdot M_\phi \cdot 10^3$$

$$B(m) \cong \beta_\phi \cdot l_{(mm)} \cdot M_\phi \quad (2)$$

Reemplazando β_ϕ por su valor usual y l por los formatos tradicionales, se obtienen las expresiones del cuadro. (Guía, página 8')

3 - Relación H/B. (altura de vuelo/base)

Nótese que ésta relación es, en concepto, equivalente a Y/B de la fotogrametría terrestre.

$$\frac{Hm}{B} \approx \frac{f \cdot M\phi}{\beta_e \cdot l \cdot M\phi} \approx \frac{f}{\beta_e \cdot l} \approx \frac{1}{\beta_e \cdot R} \quad \boxed{\frac{Hm}{B} \approx \frac{1}{\beta_e \cdot R}} \quad (3)$$

Esta relación toma los siguientes valores, para $\beta_e = 0,4$

cámara de ángulo normal ($R \approx 1$) $Hm/B \approx 2,5$

cámara gran angular ($R \approx 1,5$) $Hm/B \approx 1,7$

cámara super gran angular ($R \approx 2,5$) $Hm/B \approx 1$

Estas expresiones resultan muy útiles cuando se desea fijar números en forma rápida y sin mayor rigor, para estimar la base conociendo la altura de vuelo y la cámara de que se dispone, si la superposición longitudinal es de 60%.

4 - Avance lateral A. (Guía, figuras 2 y 8)

Coefficiente de superposición lateral o transversal: σ_t
(usual: $\sigma_t = 0,3$)

Coefficiente de avance lateral: β_t
(usual: $\beta_t = 0,7$)

$$(\sigma_t + \beta_t) = 1$$

$$A \approx \beta_t \cdot L \approx \beta_t \cdot l \cdot M\phi \cdot 10^3 \quad \boxed{A(m) \approx (\beta_t \cdot l_{(mm)} \cdot M\phi)} \quad (4)$$

Reemplazando β_t por su valor usual y l por los formatos tradicionales, se obtienen las expresiones del cuadro. (Guía, página 8')

5 - Longitud total del vuelo fotográfico \mathcal{L} .

En razón del método usado para cubrir fotográficamente una zona de terreno - ejecución de fajas de ejes rectos y paralelos, separados en una magnitud igual al avance lateral - la longitud total de vuelo fotográfico \mathcal{L} estará dada por el cociente entre la superficie a levantar S y el avance lateral A .

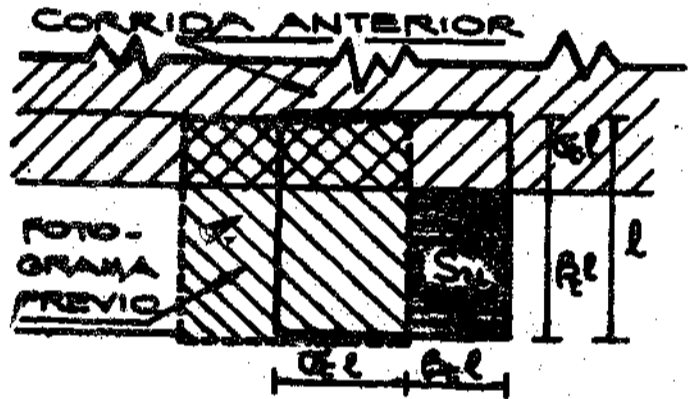
$$\mathcal{L} \approx \frac{S(Km^2)}{A(Km)} \approx \frac{S(Km^2)}{\beta_t \cdot l_{(mm)} \cdot M\phi} \cdot 1000$$

Procediendo a los reemplazos obligados (β_t y l) se llega a las fórmulas del cuadro.

Esta longitud corresponde solamente a la que recorre el avión mientras esta fotografiando, y no incluye las curvas de empalme entre corridas, ni las salidas o entradas en falso, ni, por supuesto, los recorridos entre aeródromo-base y zona a cubrir.

6 - Superficie útil de un fotograma S_u .

En un vuelo fotográfico se denomina superficie útil de un fotograma (S_u) al área de terreno que aparece por primera vez en ese fotograma (es decir, la que no ha sido fotografiada ni en la corrida anterior ni en el fotograma adyacente).



$$S_u \approx \beta_e \cdot \beta_t \cdot l^2 (\text{mm}^2) M_\phi^2 \cdot 10^6$$

$$S_u (\text{m}^2) \approx \beta_e \cdot \beta_t \cdot l^2 (\text{mm}^2) \cdot M_\phi^2$$

$$S_u (\text{ha}) \approx \beta_e \cdot \beta_t \cdot l^2 (\text{mm}^2) M_\phi^2 \cdot 10^{-4} \quad (5)$$

Para las superposiciones longitudinal y lateral usuales:

$$S_u (\text{ha}) \approx \frac{0.3 l^2 (\text{mm}^2) \cdot M_\phi^2}{10^4} \quad (6)$$

Reemplazando l por su valor se obtienen las expresiones del cuadro.

7 - Superficie total abarcada por un fotograma S_t .

$$S_t \approx l^2 (\text{mm}^2) M_\phi^2 \cdot 10^6 \quad S_t (\text{m}^2) \approx l^2 (\text{mm}^2) M_\phi^2 \quad S_t (\text{ha}) = \frac{l^2 (\text{mm}^2) \cdot M_\phi^2}{10^4} \quad (7)$$

Comparando (6) y (7) se deduce que para los valores usuales de superposición longitudinal y transversal la superficie total de un fotograma es aproximadamente el triple de la superficie útil: $S_t \approx 3 S_u$. Según este criterio se dan las expresiones del cuadro.

8 - Número de fotografías a impresionar N.

Este cálculo permite obtener un valor que, si bien teórico, es apto para estimar las necesidades de material sensible negativo para el trabajo. Está dado por la relación entre la zona a cubrir S y el área útil de cada fotografía Su.

$$N \approx \frac{S}{S_u} \approx \frac{S \text{ (Km}^2\text{)}}{\beta_e \cdot \beta_t \cdot l^2 \text{ (mm}^2\text{)} \cdot M^2 \cdot 10^{-6}}$$

$$N \approx \frac{10^6}{\beta_e \cdot \beta_t \cdot l^2} \cdot \frac{S \text{ (Km}^2\text{)}}{M^2} \quad (8)$$

Para los valores usuales de β_t y β_e se obtienen, para ambos formatos, las fórmulas del cuadro.

Adviértase que el número de aerofotogramas está en razón inversa con el cuadrado del denominador de la escala media. Es la segunda razón que abona la idea de que la economía del vuelo fotográfico está directamente relacionada con la altura media, si se hace abstracción de las consideraciones puramente aeronáuticas.

9 - Velocidad máxima compatible con la nitidez de la imagen Vmáx.

Como la cámara está en movimiento recorriendo una trayectoria rectilínea con determinada velocidad (avión fotógrafo), durante el lapso en que el obturador está abierto se produce una traslación $\Delta \ell$ de la imagen en el plano focal que entraña un desmedro de la calidad de aquella (falta de "definición lineal" con las consiguientes incidencias en las condiciones métricas del fotograma).

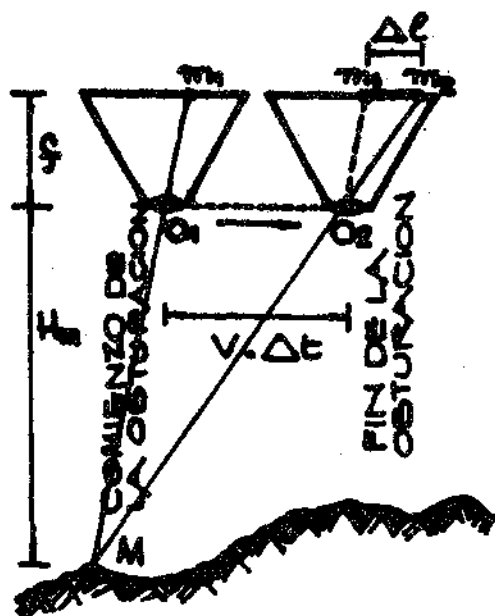
Un punto M del terreno tendrá como imagen un segmento $\overline{m_1 m_2}$ que, para tiempo de obturación Δt constante, será tanto mayor cuanto más velozmente vuele el avión.

Se debe calcular el valor máximo de V para que $\Delta \ell$ no sobrepase una tolerancia determinada, la que, según lo confirma la experiencia, puede fijarse en:

$$\Delta \ell = 0.05 \text{ mm}$$

Por otra parte, adoptaremos como tiempo de obturación promedio:

$$\Delta t = 0.01 \text{ s}$$



Comparando $\hat{O}_1 \hat{O}_2 M$ con $m_1 m_2 O_2$:

$$\frac{V_{\max} \cdot \Delta t}{H_m} = \frac{\Delta l}{f}$$

$$V_{\max} = \frac{\Delta l \cdot H_m}{\Delta t \cdot f} = \frac{\Delta l}{\Delta t} \cdot M \phi \cdot 10^3$$

y en km/h

$$V_{\max} (\text{km/h}) \cong 3.6 \frac{\Delta l (\text{mm})}{\Delta t (\text{seg})} M \phi \quad (9)$$

Introduciendo los valores fijados:

$$V_{\max} (\text{km/h}) \cong 18 M \phi \quad (10)$$

Nótese que la velocidad máxima es independiente del formato de fotograma, y que cuanto más alto sea el vuelo, mayor será la velocidad admisible para la nitidez lineal adoptada. Ello es muy ventajoso, ya que, según estudios realizados, el costo de un vuelo fotográfico varía en razón inversa con el cubo de la velocidad (a velocidad doble, costo ocho veces menor). Estas razones se suman a las anteriormente comentadas para destacar la conveniencia de un vuelo alto. No obstante, esta conveniencia estará limitada por el requerimiento de recoger detalles, en la imagen fotográfica, de una magnitud dada por las necesidades de aplicación de los fotogramas, lo que forzosamente llevará a prefijar una escala mínima, o sea, una altura que no se podrá sobrepasar sin riesgo de perder esos detalles.

10 - Duración mínima del vuelo fotográfico T_{\min} .

Está dada por la relación entre la longitud total del vuelo fotográfico y la velocidad máxima compatible con la nitidez de la imagen.

$$T_{\min} \cong \frac{L}{V_{\max}} \cong \frac{S (\text{km}^2)}{V_{\max} \cdot M \phi} \cdot \frac{1000}{\beta_t \ell (\text{mm})}$$

$$T_{\min} \cong \frac{1000 S (\text{km}^2)}{\beta_t \cdot \ell (\text{mm}) \cdot M \phi \cdot V_{\max} (\text{km/h})} \quad (11)$$

Reemplazando V_{\max} por su valor:

$$T_{\min} \cong \frac{1000}{18 \beta_t \ell (\text{mm})} \cdot \frac{S (\text{km}^2)}{M \phi^2} \quad (12)$$

Introduciendo los valores habituales de β_t y ℓ se obtienen las expresiones del cuadro.

Si la velocidad de crucero del avión fuera menor que V_{\max} , podrá calcularse el tiempo real de vuelo fotográfico T_{real} multipli-

cando el tiempo mínimo t_{\min} por el coeficiente V_{\max}/V_{real} (ver cuadro).

11 - Intervalo mínimo entre dos obturaciones sucesivas t_{\min} .

Es el tiempo en que el avión fotógrafo recorre la base aerofotogramétrica a la velocidad máxima compatible con la nitidez de la imagen.

$$t_{\min} = \frac{B}{V_{\max}} \quad \boxed{t_{\min} (s) \approx \frac{\beta \ell \cdot \ell (\text{mm}) M \phi}{V_{\max}} \cdot 3.6} \quad (13)$$

Reemplazando $\beta \ell$ por su valor usual y V_{\max} por el calculado en el apartado 9), resulta:

$$\boxed{t_{\min} (s) \approx \frac{0.4 \ell (\text{mm}) \cdot 3.6}{18} \approx 0.08 \ell} \quad (14) \quad \left\{ \begin{array}{l} \ell = 180 \text{ mm} - \boxed{t_{\min} \approx 14 \text{ s}} \quad (15) \\ \ell = 230 \text{ mm} - \boxed{t_{\min} \approx 18 \text{ s}} \quad (16) \end{array} \right.$$

Las (14), (15) y (16) demuestran que, volando a la velocidad máxima compatible con la nitidez de la imagen, el intervalo entre exposiciones sucesivas es constante, independiente de la escala media de la imagen y de la altura de vuelo, siendo función tan sólo del formato del aerofotograma.

Para una velocidad de crucero menor que V_{\max} , el intervalo real entre exposiciones se calculará multiplicando el valor obtenido para t_{\min} por V_{\max}/V_{real} (ver cuadro).

12 - Error planimétrico resultante para cualquier punto restituído (e_p).

Estará dado por la vacilación con que se bisecta el punto en el fotograma, multiplicada por el denominador de la escala media de imagen.

Tal vacilación depende del aparato de restitución empleado y del grado de ajuste del mismo (además de otros factores, como ser: cámara en que fueron obtenidos los fotogramas, etc.). En general, puede fijarse en unos 0,015 mm.

$$\boxed{e_p (\text{cm}) \approx 1,5 M \phi} \quad (17)$$

13 - Error altimétrico a esperar en un punto restituído (e_z).

Diferenciando respecto a π la expresión fundamental $Z = \frac{B \cdot f}{\pi}$ y asimilando los diferenciales a incrementos finitos:

$$e_z \approx \frac{H}{B} \cdot \frac{H}{f} \cdot e_\pi$$

reemplazando:

$$e_z(\mu) \approx \frac{f(\text{mm})}{\beta_l \cdot l(\text{mm})} M\phi e_\pi(\mu)$$

recordando el valor del coeficiente de cámara R:

$$e_z(\mu) \approx \frac{1}{\beta_l \cdot R} M\phi 10^3 e_\pi(\mu)$$

y expresando e_z en una unidad más conveniente (cm):

$$\boxed{e_z(\text{cm}) \approx \frac{M\phi e_\pi(\mu)}{10 \beta_l R}} \quad (18) \quad \text{EXPRESION GENERAL}$$

Para el valor habitual de β_l y considerando que en los modernos aparatos de restitución puede producirse la paralaje con una vacilación del orden de los 10 micrones, se llega a la expresión del cuadro.

14 - Error relativo altimétrico respecto a la altura de vuelo ϵ_z .

Estará dado por la relación entre el error absoluto e_z y la altura de vuelo Z_m .

$$\epsilon_z = \frac{e_z}{Z_m} \approx \frac{e_z(\text{cm})}{100 Z(\text{m})} \approx \frac{M\phi e_\pi(\mu)}{10 \beta_l R 100 f(\text{mm}) M\phi} \approx \frac{e_\pi(\mu)}{10^3 l(\text{mm}) \beta_l}$$

$$\boxed{\epsilon_z \approx \frac{e_\pi(\mu)}{10^3 \cdot l(\text{mm}) \cdot \beta_l}} \quad (19)$$

para el valor usual de β_l y con $e_\pi = 10 \mu$

$$l = 18 \text{ cm} \longrightarrow \boxed{\epsilon_z \approx \frac{1}{7.000}} \quad (20)$$

$$l = 23 \text{ cm} \longrightarrow \boxed{\epsilon_z \approx \frac{1}{9.000}} \quad (21)$$

Otro modo de obtener ϵ_z sería emplear el valor ya calculado e_z , dividiéndolo por Z_m .

Los párrafos 1 a 11 inclusive configuran el planeamiento de un vuelo fotográfico. Los tres últimos permiten anticipar la precisión que, de suyo, podrá brindar un par de fotogramas sucesivos, impresionados en las condiciones establecidas en el planeamiento, cuando sean colocados en un aparato de restitución.

Para finalizar, se considera conveniente particularizar el concepto de paralaje en fotogrametría aérea.

Si en la (19) expresamos e_{π} en milímetros, tendremos:

$$E_z \approx \frac{e_{\pi} \text{ (mm)}}{l \text{ (mm)} \beta_l} \quad (22)$$

Por otra parte, sabemos que:

$$E_z \approx \frac{e_z}{Z_{med}} \approx \frac{e_{\pi}}{\pi_{med}} \quad (23)$$

donde Z_{med} = altura media respecto al plano medio del terreno.

π_{med} = paralaje media = paralaje de los puntos contenidos en plano medio.

Comparando (22) y (23):

$$\pi_{med} \text{ (mm)} \approx l \text{ (mm)} \beta_l \quad (24)$$

que, al ser cotejada con la (2), indica que la paralaje media, en un par de fotogramas consecutivos, es igual a la base fotogramétrica medida en milímetros sobre los fotogramas. Esta igualdad se confirma si en la expresión fundamental despejamos π_{med} :

$$\pi_{med} \approx \frac{B \cdot f}{Z_{med}} \approx \frac{B \cdot f}{H_{med}} \approx B \cdot E_{\phi}^{med} \quad \pi_{med} \approx B \cdot E_{\phi}^{med} \quad (25)$$

Las (24) y (25) permiten afirmar que en fotogrametría aérea existe una paralaje media cuyo valor es aproximadamente constante, que depende solamente del coeficiente de superposición σ_{ϕ} y del formato l del aerofotograma.

Los desniveles del terreno ΔH respecto al plano de comparación producirán variaciones $\Delta \pi$ de la paralaje respecto a π_{med} , y ambas magnitudes estarán relacionadas por la expresión:

$$\frac{\Delta H}{H_{med}} \approx \frac{\Delta \pi}{\pi_{med}} \quad (26)$$

cuya deducción es en un todo similar a la de la conocida relación

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta \kappa}{\kappa}$$

de la fotogrametría terrestre.

En todo el desarrollo precedente se ha contado con la escala del fotograma como dato. En la práctica profesional, en cambio, el fotogrametrista deberá dimensionar esta escala. El criterio correcto para hacerlo será impartido más adelante, ya que implica un análisis de errores referentes a instrumental de aerorestitución que se verá en próximos trabajos prácticos.