

FUNDAMENTOS

DE

INSTRUMENTAL

G0404

TEODOLITO

El Teodolito es un instrumento que sirve para medir DIRECCIONES, a partir de las cuales se podrán calcular ángulos horizontales (o acimutales) y verticales.

- Descripción sintética del teodolito (Fig. 1)
 - a) Plataforma nivelante con tres tornillos calantes, que apoya sobre un trípode, al cual se fija mediante un tornillo “ad hoc”. (1 y 2).
 - b) Limbo acimutal: círculo graduado de 0° a 360° en el sentido directo (de las agujas del reloj). Generalmente esta dividido de $20'$ en $20'$. (3)
 - c) Tornillo de fijación del limbo acimutal, colocado radialmente. (5)
 - d) Tornillo de pequeños movimientos del mismo, colocado tangencialmente. (10)
 - e) Alidada: Parte superior del teodolito que gira alrededor del eje principal. Constituida por:
 - 1) Anteojo astronómico que bascula alrededor del eje secundario.
 - 2) Limbo vertical (graduado como el acimutal) que gira solidariamente con el anteojo.
 - 3) Tornillo de fijación de la alidada (colocado radialmente).
 - 4) Tornillo de pequeños movimientos de la misma (colocado tangencialmente).
 - 5) Dos nonius ubicados diametralmente, para lecturas en el Limbo acimutal (acompañan a la alidada en su movimiento giratorio alrededor del eje principal).
 - 6) Nivel tubular para verticalizar el eje principal (a esta operación se la denomina “calaje”).
 - 7) Dos nonius fijos ubicados en una armadura que enfrente al limbo vertical, para leer los ángulos verticales.
 - 8) Nivel testigo solidario con los Nonius fijos – posee un tornillo para centrar la burbuja antes de leer con dicho nonius.
 - 9) Tornillo de fijación y de pequeños movimientos del anteojo alrededor del eje secundario.

A continuación describiremos sintéticamente los elementos consignados en 1) y en 6).

Anteojo astronómico:

Consta de dos lentes convergentes, montadas en un tubo formando un sistema óptico centrado con la facultad de poder variarse la distancia entre dichas lentes al efecto de enfocar el objeto visado (en otros instrumentos más modernos esto se logra con la incorporación de una lente de enfoque). – La 1ra. de éstas lentes se denomina objetivo (enfrentada al objeto visado) (9) y la 2da. ocular (a la que se acerca nuestro ojo) (6).

El objetivo da una imagen real e invertida del objeto. A su vez el ocular, funciona como lupa, proporciona de dicha imagen (que es pequeña) otra mayor, virtual y directa.

De allí que en definitiva el operador observe imágenes invertidas.

- El fundamento del funcionamiento del teodolito es el siguiente:

Si desde un punto E (Fig. 2 y 3) en la vertical del punto e, materializado en el terreno, se dirigen visuales a dos puntos A y B, el ángulo que interesa en Topografía no es el AEB, sino el de su proyección

sobre un plano horizontal. O sea el valor de la sección normal del diedro determinado por los dos planos que contengan Ee y pasen respectivamente por A y B.

Por otra parte, los ángulos verticales que también mide el teodolito son los que forman con la horizontal (o con la vertical) las visuales EA y EB.

Descripción de los ejes del TEODOLITO.

Ambas mediciones angulares (horizontal y vertical) se efectúan utilizando el instrumento (teodolito) esquematizado en la Fig. 1. Se compone de: Un anteojo astronómico Oo cuyo eje de colimación CC' bascula alrededor de un eje secundario SS', arrastrando en su movimiento un limbo graduado cuyas divisiones enfrentan a un índice fijo (i). Su lectura da el valor del ángulo vertical.

Todo el conjunto denominado alidada gira a su vez alrededor del eje principal EE' que debe ser coincidente con la vertical Ee, desplazando otro índice sobre un segundo limbo graduado fijo, que por construcción es perpendicular al eje principal.

Al dirigir las visuales sucesivamente a los puntos A y B, las respectivas posiciones i e i' del índice sobre dicho limbo acimutal proporciona por diferencia de lecturas el valor del ángulo horizontal.

HAY QUE DISTINGUIR PUES 3 EJES FUNDAMENTALES EN EL TEODOLITO:

1. Eje de Colimación (CC') determinado por la cruz del retículo (fig. 6) y el centro óptico del Objetivo del anteojo astronómico.
2. Eje Secundario (SS') alrededor del cual bascula el anteojo (coincidente con el centro del limbo vertical).
3. Eje Principal (EE') alrededor del cual gira la alidada (parte superior móvil del teodolito).

Entre los mencionados ejes deben cumplirse las siguientes condiciones:

- CC' perpendicular a SS'
- SS' perpendicular a EE'
- EE' vertical y coincidente con Ee.

- Proceso para la bisección de un punto P del espacio es, sintéticamente expresado, el siguiente:

1. Se enfoca el retículo desplazando la lente ocular del tubo porta ocular. Para que el retículo sea observado nítidamente con “vista descansada”, debe ocupar una posición próxima al foco F2 del ocular, para que éste funcione como lupa. De este modo la imagen virtual del retículo dada por la lente ocular se forma prácticamente en el infinito (sin estarlo) y el operador no fuerza la vista.

2. Se “busca” el punto P soltando los tornillos de fijación de la alidada y del anteojo, hasta que aquel aparezca en el campo del anteojo. Luego se fijan los tornillos.

3. En los teodolitos antiguos (ver Fig.5) se varía la distancia objetivo-ocular del anteojo astronómico hasta que la imagen real P' dada por el objetivo coincida con el plano del retículo. Esto se logra accionando el tornillo de enfoque a cremallera que permite el desplazamiento del tubo ocular dentro del tubo objetivo. De este modo nuestro ojo percibirá en un mismo plano (sin paralaje) las imágenes virtuales del P'' y del retículo.

Nótese que de acuerdo a la ley de Descartes:

$$\frac{1}{X} + \frac{1}{X'} = \frac{1}{f}$$

Aplicada al objetivo, la abscisa x' de la Imagen P' variará según la distancia x del punto P.

Consecuentemente para enfocar otro punto Q más distante habrá que accionar nuevamente la cremallera para introducir más el tubo ocular. Para distancias superiores a 100 m este desplazamiento es muy leve, apenas un afinamiento del enfoque.

En los teodolitos más modernos cuyo anteojo astronómico mantiene fija la distancia objetivo-ocular, incorpora una tercer lente interna divergente, la que se desplaza con un tornillo de enfoque hasta que la imagen real P' dada por el objetivo coincida con el plano del retículo para eliminar la paralaje.

4. Bisección del punto P. Consiste en que el eje de colimación pase por dicho punto.

A tal fin se lleva a coincidir su imagen P'' con la del centro del retículo (Intersección de sus hilos). Esto se logra con los tornillos de pequeños movimientos de la alidada y del anteojo.

- NIVEL TUBULAR

Está constituido por un tubo de vidrio de forma tórica de muy pequeña curvatura, casi lleno de un líquido de escasa viscosidad (éter o alcohol) dejando una burbuja de aire mezclada con los vapores del mismo.

Dicha burbuja ocupa siempre la parte más alta del tubo. Para verificar su posición, el tubo de vidrio posee trazos transversales equidistantes.

Cuando la burbuja está centrada se dice que el nivel está calado. La tangente en el punto medio de las divisiones se denomina eje del nivel, el cual ocupará la posición horizontal cuando la burbuja esté centrada (nivel calado).

Sensibilidad del Nivel: Es el ángulo de giro correspondiente al desplazamiento de una división de la burbuja (Fig. 7) surge que:

$$S = \frac{a}{R} \text{ (en rad)}$$

La sensibilidad se expresa generalmente en segundos /div.

En los instrumentos topográficos su valor oscila entre 10'' y 60'' por división.

PUESTA EN ESTACIÓN

Para ello debemos ubicar el trípode sobre el punto estación, provocando que la plomada física (de bastón o de hilo mas plomo) o plomada óptica, coincidan con el centro de dicho punto (moviéndonos hacia los lados). Luego debemos ubicar la plataforma del trípode aproximadamente horizontal, lo cual lo lograremos, realizando el calaje del nivel esférico, deslizándolo hacia arriba o hacia abajo, quedando equidistantes entre sí y por ende, centrando la burbuja de dicho nivel. Antes de seguir con el próximo paso, es recomendable dejar los tornillos calantes a la mitad de su recorrido.

- PRINCIPIO FUNDAMENTAL DEL NIVEL (Fig. 8)

Si se apoya un nivel sobre una recta y luego se invierten sus apoyo, el desplazamiento que experimenta la burbuja mide el doble del ángulo que dicha recta de apoyo forma con la horizontal. Como se ve en la figura, se demuestra fácilmente el enunciado por igualdad entre paralelas.

- CALAJE DEL TEODOLITO (Fig. 9 y 10)

El principio fundamental del nivel se aplica al efectuar el calaje del teodolito, operación esencial que tiene por finalidad verticalizar su eje principal EE'.

La teoría de tal verticalización es de cierta complejidad. No obstante, en la práctica es lograda mediante sucesivas aproximaciones, que en general se limitan a dos, denominadas “Calaje aproximado” y “Calaje fino”. A tal efecto se utilizan los tornillos calantes que están dispuestos según los vértices de un triángulo equilátero.

- Calaje aproximado:

Se coloca el nivel aproximadamente paralelo a la dirección de dos tornillos calantes cualesquiera y se centra la burbuja mediante el accionamiento de los mismos, de tal manera que ambos giren en sentido contrario. La burbuja se desplazará según el sentido del dedo índice de la mano derecha.

Luego de centrada la burbuja se gira el nivel aproximadamente 90° y con el tercer tornillo calante se centra nuevamente la burbuja.

- Calaje fino:

Una vez realizado el calaje aproximado, se vuelve a colocar el nivel en dirección paralela a dos tornillos calantes cualesquiera, y se centra la burbuja. Luego se gira el nivel aproximadamente 180° , lo que es prácticamente equivalente a invertir sus apoyos, y se aplica la consecuencia del principio fundamental del nivel: si la burbuja se ha desplazado n divisiones, con los mismos tornillos calantes se corrige la mitad, desplazándola en sentido inverso n/2 divisiones.

En este instante se ha horizontalizado la familia de rectas que, perteneciendo a un plano normal al eje principal, es paralelo a la dirección de dichos tornillos calantes.

Basta ahora con horizontalizar otra recta no paralela a las anteriores para tener horizontal el mencionado plano. Conviene que esa recta sea la de máxima pendiente, para lo cual se gira el nivel aproximadamente 90° y con el tercer tornillo calante se lleva la burbuja a la misma posición en que había quedado anteriormente (descentrada $n/2$ divisiones). Queda así concluido el calaje fino. Como control, obsérvese que en cualquier posición de la alidada la burbuja permanezca constantemente inmóvil (en dicha posición descentrada), lo cual implica que el eje principal está vertical. En caso contrario se repite la operación.

Si se deseara, por simple comodidad (o porque la descorrección es fuerte), puede llevarse la burbuja a su posición central mediante los tornillos de corrección del nivel.

LECTURA DEL LIMBO ACIMUTAL

En los teodolitos antiguos en general el limbo está dividido de $20'$ en $20'$. Si el vernier tiene 60 divisiones, su apreciación será:

$$a = \frac{d}{N} = \frac{20'}{60} = 20''$$

El método de lectura es el siguiente: Se observa (con ayuda de la lupa) la posición del índice o “cero” del vernier sobre el limbo, leyendo los grados y múltiplos de $20'$ ($0'$, $20'$, $40'$).

La fracción de $20'$ restante se calcularía multiplicando la apreciación a del vernier ($20''$) por el N° de orden de la división de éste que coincide con una división del limbo.

Este cálculo se ha evitado escribiendo sobre las divisiones del vernier, no su N° de orden sino directamente sus valores angulares correspondientes. Ello permite la lectura directa de la fracción, expresada en minutos y segundos.

Ej.) Lectura “entera”	174°40'
Lectura de la fracción (con vernier)	<u>14'20''</u>
Lectura definitiva	174°54'20''

En los teodolitos más modernos se utiliza el micrómetro óptico o la lectura digital.

Error de excentricidad (Fig. 11)

En general el centro “L” de la graduación del limbo no coincide con el punto A en que el eje principal (en torno al cual gira la alidada) corta a dicho limbo. A esta falta de coincidencia se la denomina error de excentricidad “e”. Para eliminar su influencia es que en la alidada se disponen dos nonius diametralmente opuestos, que ocuparán las posiciones I' y II' en lugar de la I y II (para $e=0$).

Es evidente que el error positivo de la lectura I' se compensa con el error negativo de la correspondiente a II, resultando así que el promedio de ambas lecturas será el valor angular correcto de la dirección a un punto cualquiera P.

Cosa análoga ocurre con el limbo vertical, cuyo centro de graduación puede no coincidir con el eje secundario del teodolito.

ERRORES AXIALES DEL TEODOLITO

- 1) Error de colimación(c): El eje de colimación no es perpendicular al eje secundario (ss'). Fig. 12.
- 2) Error de inclinación de eje secundario (i): El eje secundario (ss') no es perpendicular al eje principal (ez). Fig. 13.
- 3) Error de Verticalidad del eje principal (v): El eje principal (ez') no coincide con la vertical (ez). Fig. 14.

Influencias de los errores axiales en la medición de ángulos horizontales.

Para su estudio se considera en cada caso que el único error presente es el que se analiza.

1) Influencia del error de colimación: Fig.12

Si no hubiera error, el eje de colimación describiría un plano vertical al rotar en torno al eje secundario, interceptando a una esfera de radio arbitrario con centro en E, según la circunferencia máxima ZQQ' (Normal al plano del dibujo).

En cambio, por efecto de "c", aquel genera una superficie de vértice E que intercepta a dicha esfera según Z'PP' (circunferencia menor paralela a ZQQ').

En estas condiciones al bisectar un punto P, efectuamos una lectura sobre el limbo acimutal, que en rigor corresponde al punto Q.

Si ahora suponemos ya corregido el error de colimación, sin variar la posición de la alidada, el eje de colimación pasará por Q, y para bisectar nuevamente el punto P deberá girarse la alidada un ángulo c' (que es precisamente la influencia que el error de colimación "c" tuvo en la lectura acimutal correspondiente a P.)

$$\text{sen } c' = \frac{\text{sen } c}{\text{sen } (90 - h)} = \frac{\text{sen } c}{\text{cos } h}$$

Dada la pequeñez de los valores angulares c y c', reemplazamos los senos por los arcos:

$$\bullet \quad c' = c \text{ sec } h$$

2) Influencia del error de inclinación del eje secundario: Fig. 13

La existencia del error de inclinación "i" del eje secundario hace que el eje de colimación se mueva sobre el plano inclinado Z'PP' en vez de hacerlo sobre el vertical ZQQ'.

Análogamente al caso anterior, al bisectar P efectivamente la lectura acimutal correspondiente a Q, concluyendo que la influencia del error i es i'.

Comparando los triángulos esféricos ZPQ y Q'PQ:

$$\text{sen } PQ = \text{sen } i' \text{ cos } h \approx \text{sen } i \text{ sen } h$$

Por lo tanto $sen i' = sen i tg h$

Y teniendo presente la pequeñez de i' e i :

$$i' \simeq i tg h$$

3) Influencia del error de verticalidad del eje principal: Fig. 14

La existencia del error de verticalidad “ v ” hace que el eje secundario varíe su inclinación entre los valores extremos cero (Posición $S_o S'_o$) y v (Posición $S_v S'_v$) según sea el ángulo horizontal α que forma la visual a un punto P con el plano vertical que contiene al eje principal inclinado. (Plano EZZ' ó del dibujo en Fig. 14).

Es por ello que el análisis de la influencia $v' = \alpha' - \alpha$ se realiza como si fuese la de una inclinación variable del eje secundario.

$$\text{Es decir: } v' = i_x \cdot tg h \quad (1)$$

Cuando $\alpha = 0^\circ$ es $i_x = 0$ (eje secundario horizontal).

$\alpha = 90^\circ$ es $i_x = v$ (inclinación máxima del eje secundario)

Para hallar la expresión de i_x consideremos cualquiera de los dos pequeños triángulos rayados en la Fig. 14

$$\frac{sen ia}{sen v} \simeq \frac{sen \alpha}{sen 90^\circ}$$

Teniendo en cuenta la pequeñez de i_x y v :

$$ia \simeq v sen \alpha \quad (2)$$

De (1) y (2):

$$v' = v sen \alpha tg h$$

Para compensar la influencia de los dos primeros errores sistemáticos se utiliza el método de BESSEL, que consiste en efectuar las mediciones en dos posiciones del teodolito: “Círculo a la izquierda” (C.I.) y “Círculo a la derecha” (C.D.) (denominaciones que tienen en cuenta la posición vertical respecto al antejo, para el operador).

En cuanto a la influencia v' , ésta no puede compensarse con el método de Bessel. De allí la importancia del calaje de teodolito.

Determinación del error de colimación (c). Corrección.

Se bisecta un punto P situado aproximadamente en el horizonte ($h \approx 0$) para que no influyan los errores (i) y (v).

Operando según Bessel se efectúan las siguientes lecturas:

$$CI = \alpha + c$$

$$CD' = \alpha - c$$

Siendo α el valor de la dirección angular exenta de error de colimación; y $CD' = CD \pm 180^\circ$

Por lo tanto

$$\alpha = \frac{CI + CD'}{2}$$

$$c = \frac{CI - CD'}{2}$$

Ejemplo:

$$CI = 32^\circ 14' 20''$$

$$CD = 212^\circ 15' 40''$$

$$CD' = 32^\circ 15' 40''$$

$$\alpha = \frac{32^\circ 14' 20'' + 32^\circ 15' 40''}{2} = 32^\circ 15' 00''$$

$$c = \frac{32^\circ 14' 20'' - 32^\circ 15' 40''}{2} = -40''$$

La posición CI es la normal de trabajo, de ahí que el valor de α se consigna siempre adoptando como directora la lectura correspondiente a dicha posición.

El significado de $c = -40$ (negativo) está ilustrado en la fig. 15.

Corrección: Calculado el valor correcto $\alpha = 32^\circ 15' 00''$, y teniendo en cuenta que el instrumento quedó en posición CD con lectura $212^\circ 15' 40''$, es más inmediato producir la lectura correcta $312^\circ 15' 00''$ ($\alpha + 180^\circ$) accionando los tornillos de pequeños movimientos de la alidada. Ello da lugar al corrimiento acimutal de la imagen P, cuya bisección se restablece con los tornillos propios del retículo, que desplazan transversalmente a éste.

Determinación del error de inclinación del eje secundario (i) – corrección.

Una vez corregido el error de colimación y afinado cuidadosamente el calaje del teodolito, puede constatarse la existencia de i de las siguientes maneras:

1. Siguiendo con el centro del retículo el hilo de una plomada o la arista de un edificio nuevo cercano, tratando de que el ángulo de altura h que bascula el anteojo sea el máximo posible (Recordar que $i' = i \operatorname{tg} h$).

Si el retículo se aparta de la vertical materializada por el hilo o la arista, ello evidencia la existencia del error i . Para corregirlo, se restablece la bisectriz accionando los tornillos que actúan sobre el montante del eje secundario, haciendo que el extremo de éste se desplace verticalmente. Fig. 16.

2. Se bisecta un punto P de gran altura o de fuerte depresión, y se efectúan lecturas acimutales por el método de Bessel.

$$CI = \alpha + i$$

$$CD' = \alpha - i$$

$$\alpha = \frac{CI + CD'}{2}$$

$$i' = \frac{CI - CD'}{2}$$

Luego se produce la lectura promedio α accionando los tornillos de pequeños movimientos de la alidada, lo cual da lugar al corrimiento de la imagen de P. Se restablece la bisección de igual modo en el caso anterior.

Ejemplo:

$$CI = 267^\circ 46' 20''$$

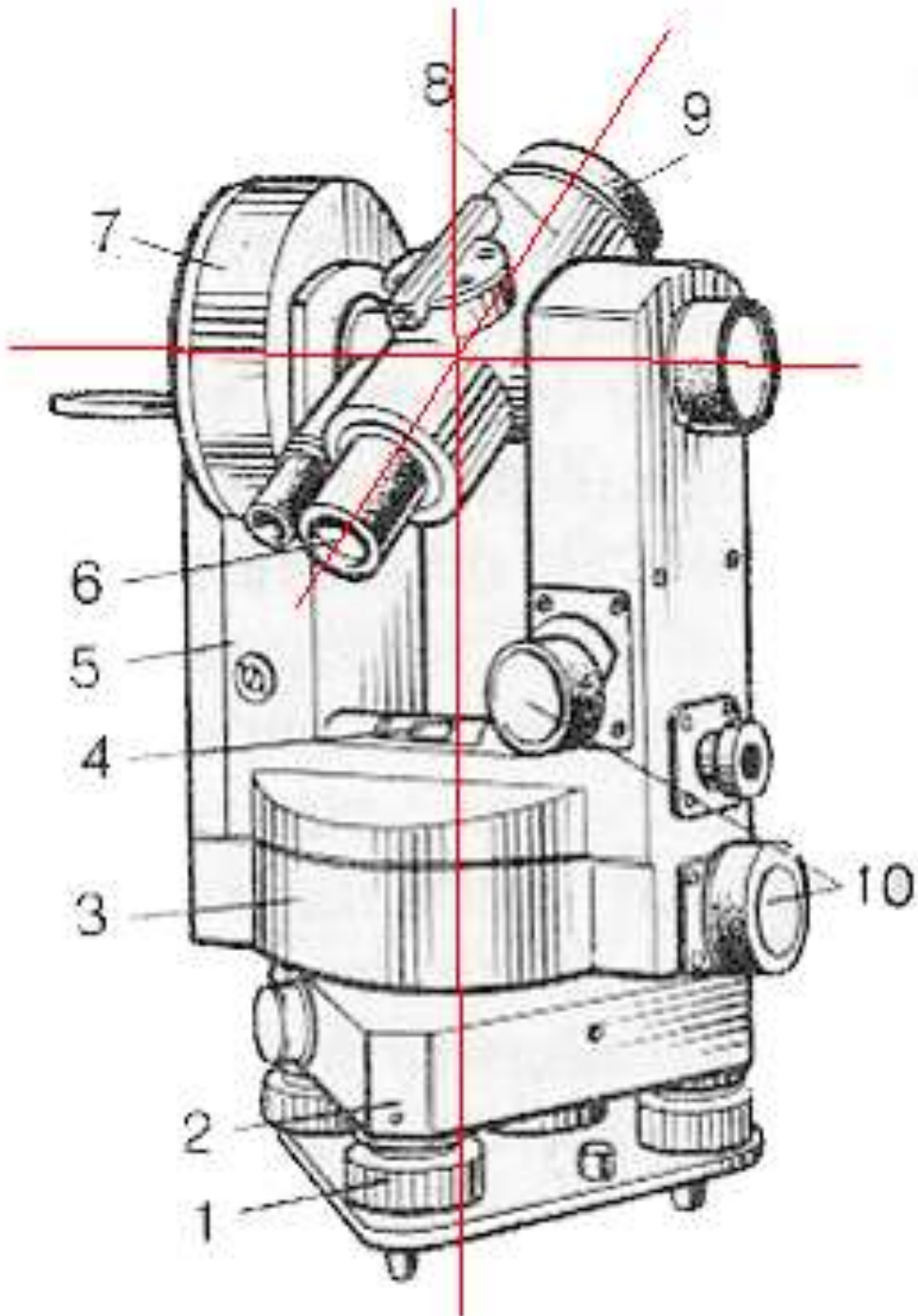
$$CD = 87^\circ 42' 40''$$

$$CD' = 267^\circ 42' 40''$$

$$\alpha = \frac{267^\circ 46' 20'' + 267^\circ 42' 40''}{2} = 267^\circ 44' 30''$$

$$i' = \frac{267^\circ 46' 20'' - 267^\circ 42' 40''}{2} = +01' 50''$$

Corrección: Calculado el valor correcto $\alpha = 267^\circ 44' 30''$ y teniendo en cuenta que el instrumento quedó en posición CD con lectura $87^\circ 42' 40''$, es más inmediato producir la lectura correcta $87^\circ 44' 30''$ ($\alpha + 180^\circ$) accionando los tornillos de pequeños movimientos de la alidada. Ello da lugar al desplazamiento de la imagen, cuya bisección se restablece en idéntica forma al caso anterior.



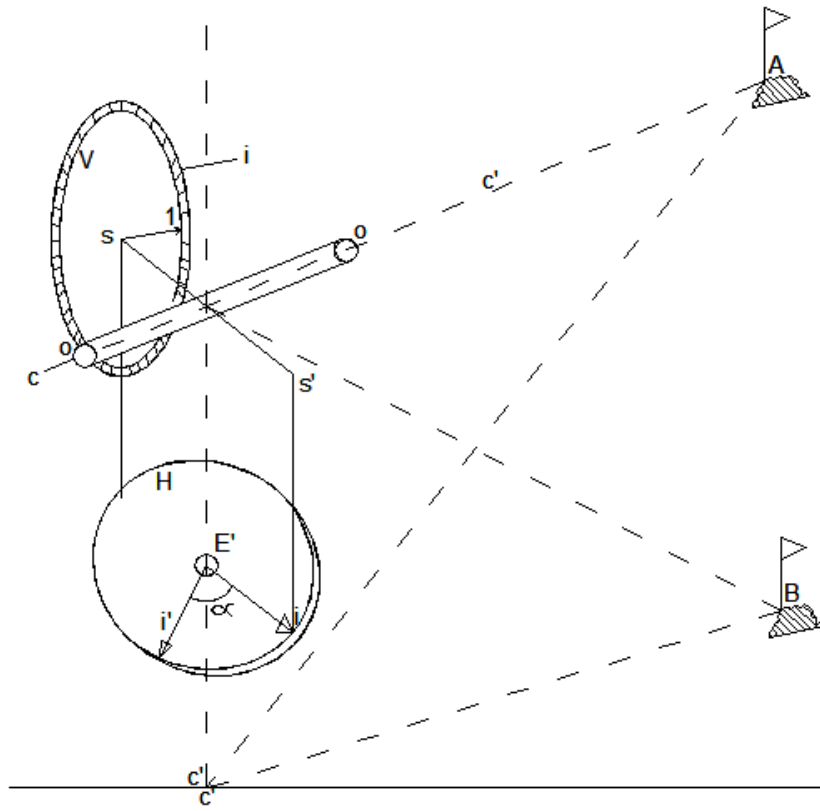


FIG. 2

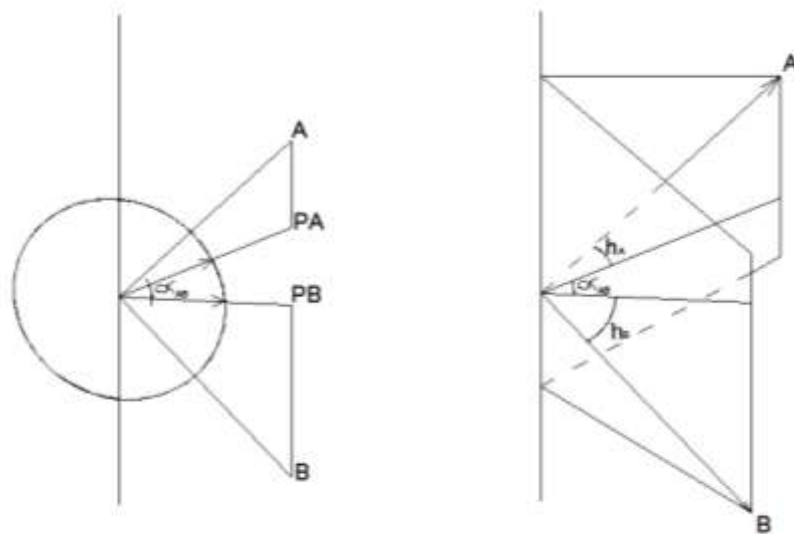


FIG. 3

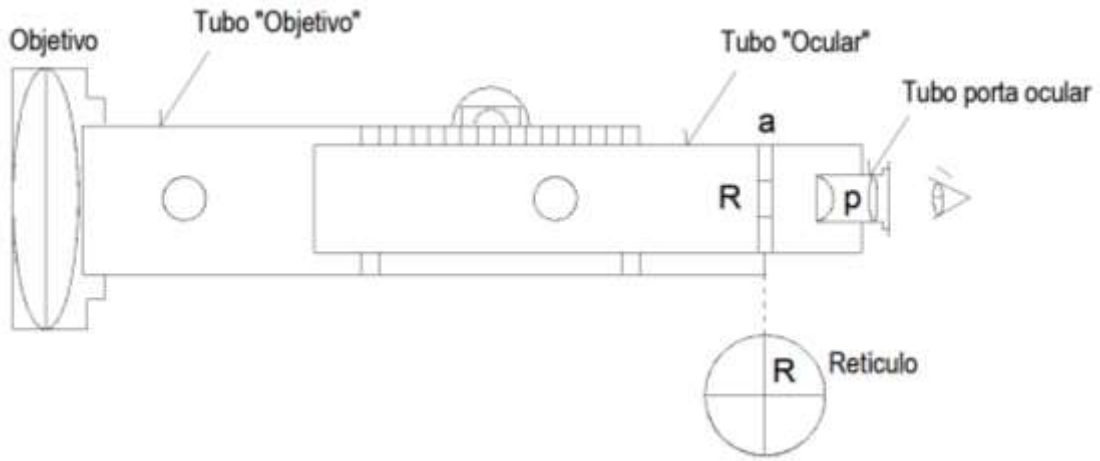


FIG. 6

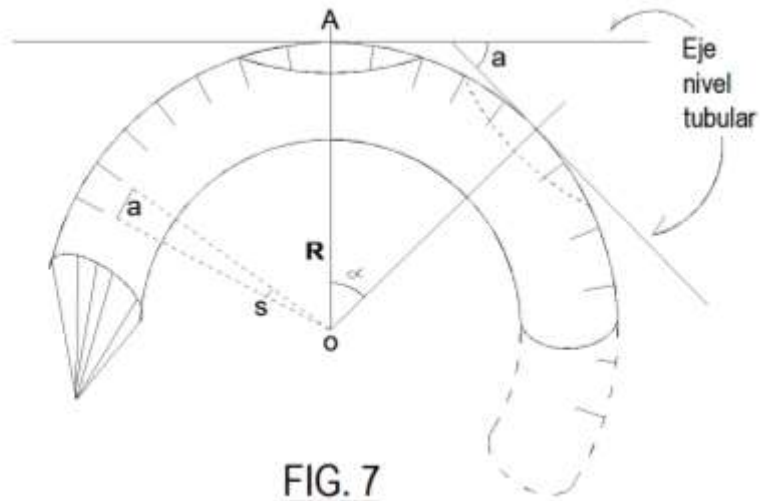


FIG. 7

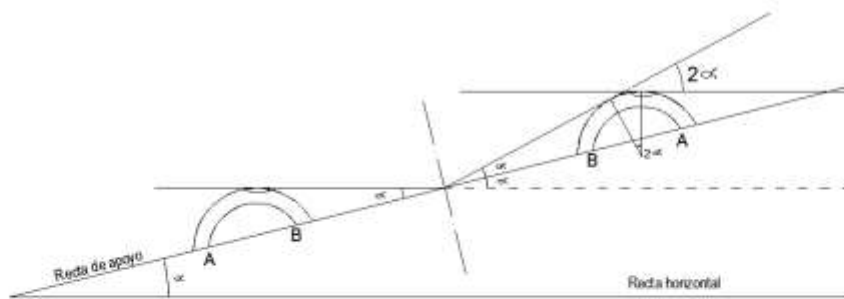
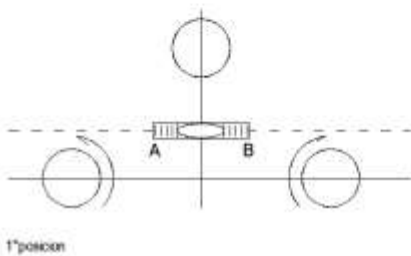
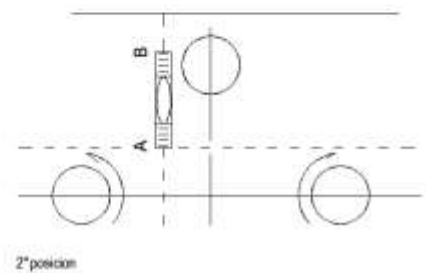


FIG. 8

Calaje aproximado



1ª posición



2ª posición

FIG. 9

Calaje fino con nivel descorregido

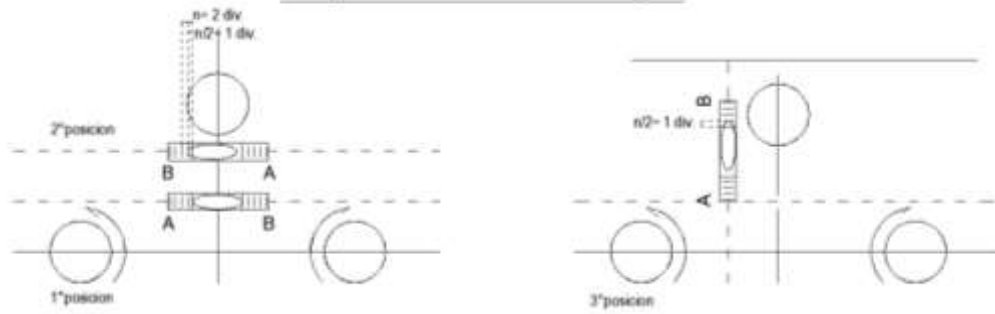


FIG.10

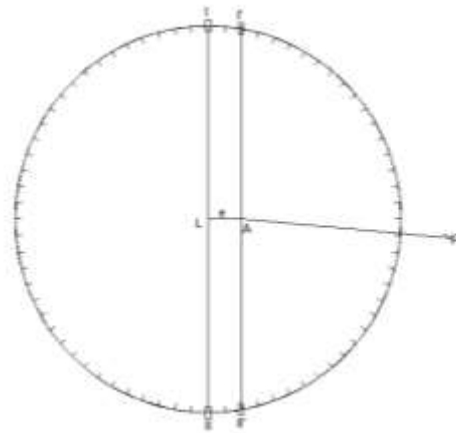


FIG.11

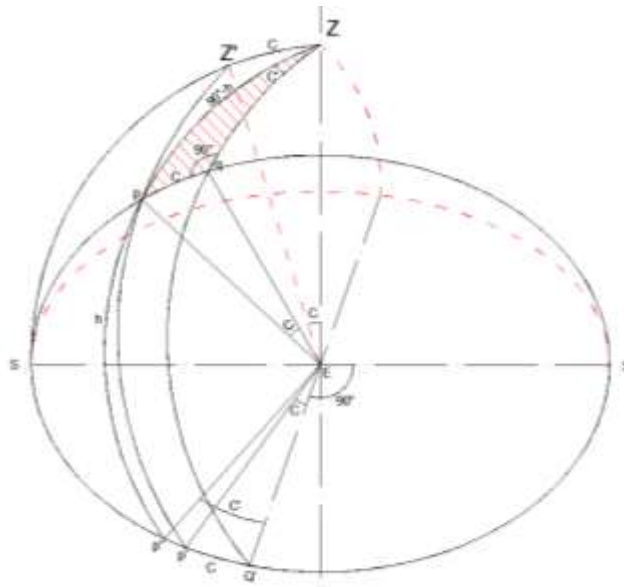


FIG.12

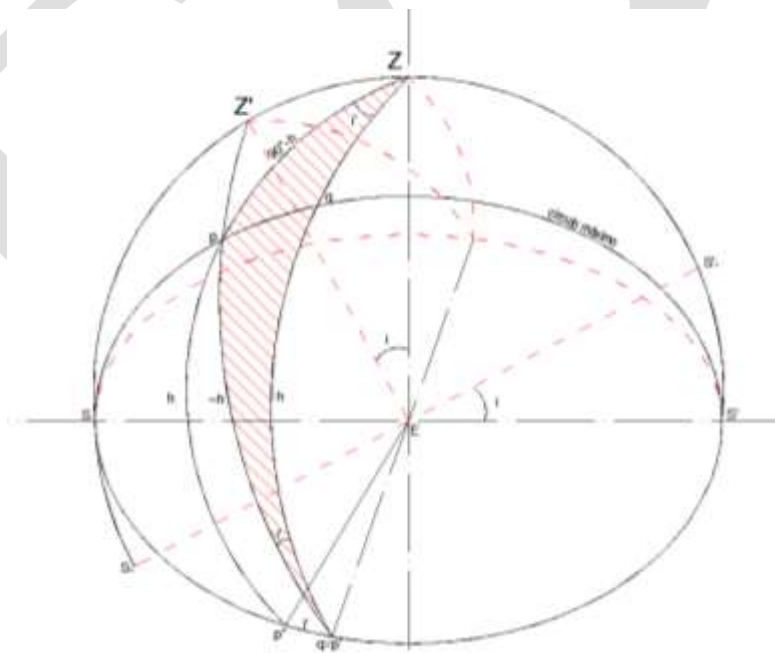


FIG.13

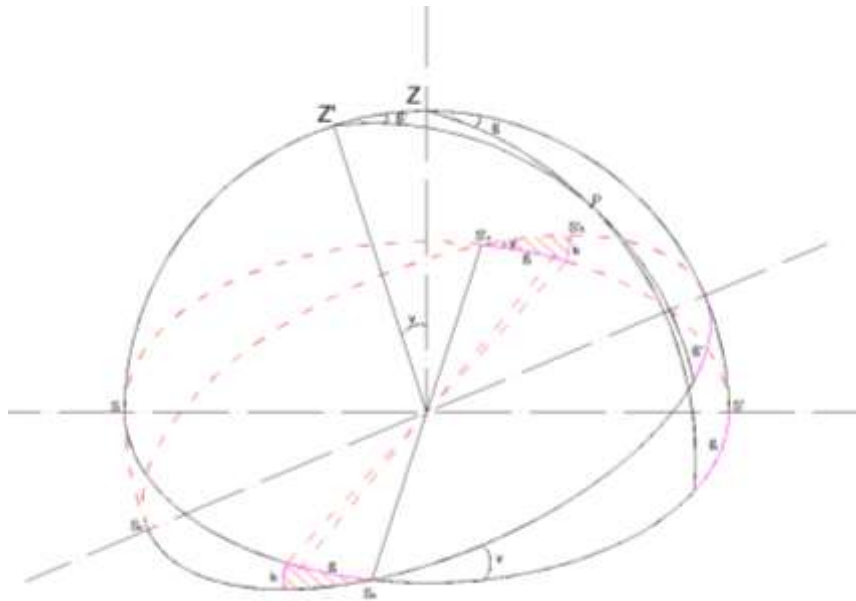


FIG.14

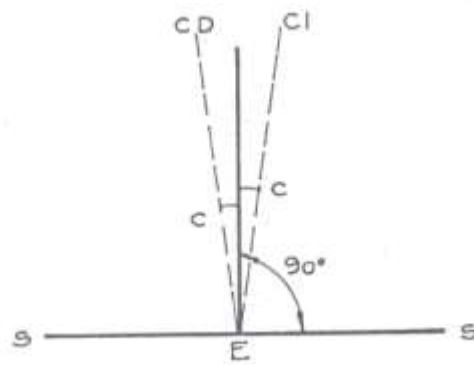


FIG.15

- E) EXTREMO DEL MUÑÓN DEL EJE SECUNDARIO
- 1) TORNILLO DE TRACCION
- 2) TORNILLO DE EMPUJE

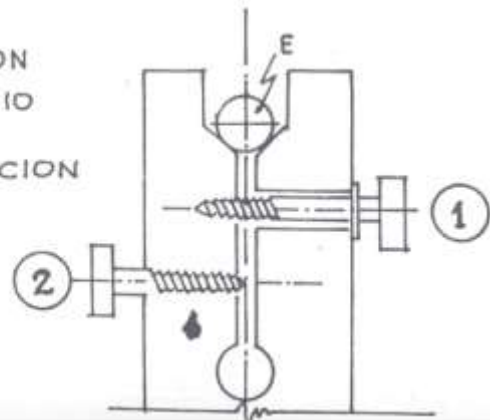


FIG.16

MEDICION DE ANGULOS VERTICALES

Se trata de determinar el ángulo que el eje de colimación del anteojo pasante por el punto P forma con la vertical del lugar (vv), ángulo que se llama distancia cenital (Z) del punto, o bien su complemento a 90° , altura del punto sobre el horizonte (h)-(Fig. 1).

En el caso más general, el movimiento del anteojo es acompañado solidariamente por el limbo del eclímetro, y sobre dicho limbo graduado se efectúan las lecturas correspondientes mediante un índice I. la graduación es corrida de 0° a 360° y la disposición tal, que la lectura efectuada directamente, es distancia cenital buscada cuando no existen errores instrumentales.

Puesto el teodolito en estación y admitiendo momentáneamente la perfecta verticalidad del eje principal, cuando el eje de colimación este vertical, o sea que pasa por el cenit, la lectura que con el índice se haga sobre el limbo debe ser $00^\circ 00' 00''$.

Si se bisecta ahora en posición directa (Círculo vertical a la izquierda), un punto P de distancia cenital Z, el eje de colimación generará el ángulo Z desde la posición inicial (vertical) hasta la final, pasante por P. Al mismo tiempo y puesto que el conjunto anteojo-limbo es rígido, el limbo experimentará una rotación a consecuencia de la cual, frente al índice desfilarán una a una las divisiones, en sentido creciente desde 0° hasta Z° (posición final). Por consiguiente la distancia cenital correspondiente al punto P para esa posición del teodolito, es directamente la lectura efectuada con el índice sobre el limbo en posición CI.

$$CI = Z$$

Para poder bisectar el punto P en posición de círculo vertical a la derecha (CD) se puede considerar descompuesto el movimiento necesario en los siguientes:

Una rotación del anteojo alrededor del eje secundario de forma tal que el eje de colimación genere un ángulo $2Z$, pasando por el cenit el extremo correspondiente al objetivo.

Una rotación de 180° de la alidada alrededor del eje principal.

El eje de colimación pasante por el punto P irá ascendiendo en su movimiento hasta colocarse vertical; en ese momento la lectura del limbo frente al índice indicará el valor de $00^\circ 00' 00''$. Continuando la rotación, desfilarán frente al índice las divisiones del limbo en sentido decreciente a partir de 360° y cuando el eje de colimación forme con la vertical el ángulo Z, enfrentará al índice la división $360^\circ - Z$. (Fig. 2).

El eje de colimación habrá quedado en posición simétrica respecto de la que ocupaba al bisectar al punto P, siendo la vertical del lugar el eje de simetría.

Al efectuarse el giro de 180° de la alidada alrededor del eje principal, y siendo este coincidente con la vertical del lugar, el eje de colimación ocupará respecto de ella la misma posición que en la figura 1 y por lo tanto estará nuevamente pasando por el punto P (Fig.3). Como en esta última rotación la posición relativa del índice respecto del limbo no ha variado, se concluye que la lectura que se debe efectuar al bisectar un punto en posición CD es:

$$CD = 360^\circ - Z$$

Por consiguiente, para un instrumento que cumpla la doble condición de tener el eje principal perfectamente vertical, y el índice en situación tal que al bisectar un punto de distancia cenital Z , en posición CI , se produzca precisamente la lectura Z sobre el limbo, debe cumplirse que:

$$CI = Z; CD = 360^\circ - Z, \text{ por lo tanto } CI + CD = 360^\circ$$

Pero si el índice no ocupa la posición correcta I , (admitiendo siempre la perfecta verticalidad del eje principal), al bisectar el punto P de distancia cenital Z se comete un error en la determinación del ángulo que corresponde al desplazamiento ε del índice entre la posición I y I' (Fig. 1).

La lectura efectuada será $CI = Z + \varepsilon$, para un corrimiento del índice en el sentido indicado en la figura. ($\varepsilon > 0$). Al pasar a CD se leerá $360^\circ - Z + \varepsilon$ (Fig. 3).

$$CI = Z + \varepsilon \quad (A)$$

$$CD = 360^\circ - Z + \varepsilon \quad (B)$$

Sumando (A), y (B):

$$CI + CD = 360^\circ + 2\varepsilon$$

Por lo tanto

$$\varepsilon = \frac{CI + CD - 360^\circ}{2}$$

Restando (A) y (B):

$$CI - CD = 2Z - 360^\circ$$

Por lo tanto:

$$Z = \frac{CI - CD + 360^\circ}{2}$$

Llamando $CD' = 360^\circ - CD$; se obtiene:

$$\varepsilon = \frac{CI - CD'}{2}$$

$$Z = \frac{CI + CD'}{2}$$

O sea, la semidiferencia de CI y CD' permite obtener el valor del error de índice con su signo, y la semisuma de CI y CD' proporciona la verdadera distancia cenital del punto visado.

Como en general no se cumple la perfecta verticalidad del eje principal, al pasar a CD , si bien el eje de colimación ocupara la misma posición respecto de la vertical (dado que se vuelve a bisectar el mismo punto P), no ocurre lo propio con el índice pues éste gira alrededor del eje principal inclinado. Para dar validez a las expresiones (1) y (2) es necesario, que antes de cada lectura, el índice ocupe la misma posición respecto de la vertical.

Es preciso entonces, independizar la posición del índice de la del eje principal, de manera que cualquiera sea esta última, aquel no modifique su situación respecto de la vertical. Para ello se lo vincula a un nivel tubular, de modo tal que la posición del índice sea solidaria de la del nivel. Cada vez que la burbuja se centre, utilizando un tornillo ad-hoc, el índice ocupará la misma posición respecto de la vertical del lugar, resultando así válidas las expresiones (1) y (2). (Dicho nivel se denomina “Nivel Testigo”).

Con un instrumento que posee nivel testigo, es posible, utilizando el método de Bessel, determinar el verdadero valor de la distancia cenital de un punto para una posición dada del instrumento, aún cuando este tenga error de índice y queden errores residuales de calaje.

El nivel testigo deberá centrarse inmediatamente antes de efectuar cada lectura.

Un instrumento estará desprovisto de error de índice cuando se cumplan simultáneamente tres condiciones:

- 1) Bisección del punto P de distancia cenital Z
- 2) Lectura con el índice sobre el limbo en posición CI igual a Z (o en $CD = 360^\circ - Z$)
- 3) Nivel testigo centrado.

El procedimiento para determinar la existencia del error ϵ consiste en bisectar un punto cualquiera, en ambas posiciones del instrumento y efectuar las lecturas correspondientes previa centración del nivel testigo. Los valores así obtenidos permiten calcular ϵ por medio de la expresión (1).

El valor de Z puede hallarse directamente mediante la expresión (2).

Nótese que aplicando el método de Bessel puede prescindirse de la evaluación de ϵ . No obstante es aconsejable hacerlo para efectuar el control del valor de Z proporcionado por la (2), pues deberá ser:

$$Z = CI + C_\epsilon = CD' - C_\epsilon$$

Donde $C_\epsilon = -\epsilon$ es la corrección del error de índice.

Cuando sea necesario trabajar en una sola posición del círculo, conviene efectuar la corrección de ϵ . Esto se realiza de la siguiente manera:

Teniendo en cuenta que el instrumento quedó en posición CD, se acciona el tornillo que desplaza al índice (y al nivel testigo solidario del mismo) hasta producir la lectura correcta $360^\circ - Z$.

En ese instante se cumple:

- 1) Punto bisectado.
- 2) Lectura Correcta.

La 3ra. condición (nivel testigo centrado) dejó de cumplirse. Para reestablecerla debe actuarse sobre los tornillos propios del nivel.

Ejemplo:

Lecturas efectuadas:

$$CI) \quad 72^{\circ}24'20''$$

+

$$\begin{array}{r} CD) \quad 287^{\circ}38'00'' \\ \hline 360^{\circ}02'20'' \end{array}$$

$$CD) \quad 72^{\circ}22'00''$$

$$De (2) \quad \varepsilon = \frac{72^{\circ}24'20'' - 72^{\circ}22'00''}{2} = +01'10''$$

Por lo tanto:

$$C\varepsilon = -01'10''$$

$$De (3) \quad Z = \frac{72^{\circ}24'20'' + 72^{\circ}22'00''}{2} = 72^{\circ}23'10''$$

Lecturas corregidas:

$$\begin{array}{r} CI) \quad 72^{\circ}23'10'' \quad (Z) \\ CD) \quad 287^{\circ}36'50'' \quad (360^{\circ} - Z) \\ \hline Suma \quad 360^{\circ}00'00'' \end{array}$$

Obsérvese en el ejemplo que el valor y signo de 2ε están dados por la diferencia $(CI + CD) - 360^{\circ}$.

De allí que sea muy sencillo e inmediato el cálculo mental de ε , cuyo valor con signo contrario ($C\varepsilon$) debe sumarse a las lecturas efectuadas en CI y CD para obtener las corregidas, cuya suma debe ser $360^{\circ}00'00''$.

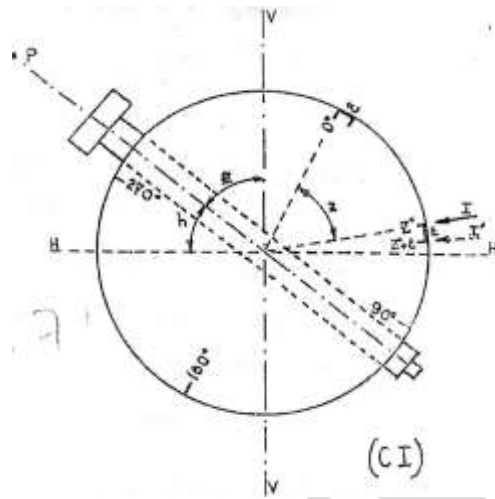


Fig. 1

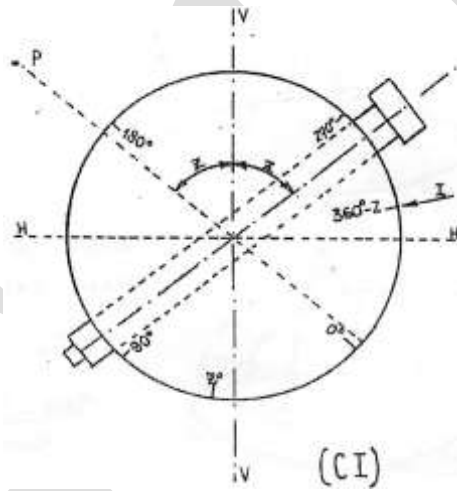


Fig. 2

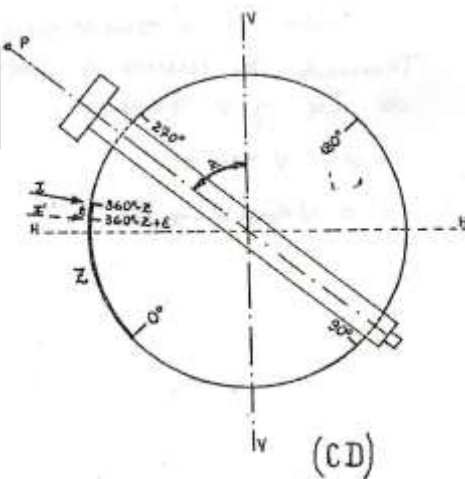


Fig. 3