PROYECCION GAUSS-KRÜGER.

Ubicación del Trapecio de una hoja en proyección Gauss-Krüger utilizando el coordinatógrafo

Agrim. Ernesto A. Cela
Prof. Tit. Ord. Dibujo Topográfico

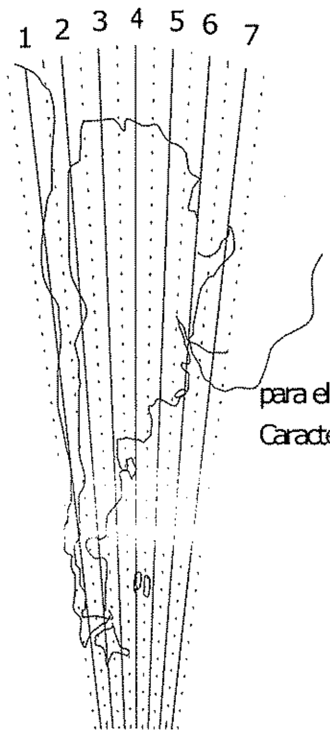
Pocos medios serán tan efectivos para afirmar el conocimiento de la Carta Topográfica en proyección cilíndrica conforme transversa de Gauss-Krüger como la realización de una tarea concreta que abarque tanto el cálculo como la ubicación del trapecio y el trazado de la cuadrícula.

A este objetivo se le puede adicionar otro aún más interesante para el estudiante de agrimensura: el capacitarlo para la futura edición cartográfica, sobre una zona de su interés, a partir del conocimiento del manejo de Tablas y utilizando en vez de un meridiano central de faja a aquel que cruce centralmente la zona de su relevamiento.

Para el presente trabajo práctico se utilizarán las tablas y los criterios vigentes en el I.G.M. El instrumental a utilizar, el coordinatógrafo de mesa, ha sido ya reemplazado en dicha institución por la mesa digitalizadora y el plotter.

Notas introductorias:

1. La proyección conforme de Gauss-Krüger fue adoptada por el IGM en 1925 para la representación cartográfica del territorio nacional, el cual se subdividió en 7 fajas meridianas de 3° de ancho cada una.
   1.1. Los meridianos centrales de cada una de dichas fajas son los de longitud –72°, -69°, -66°, -63°, -60°, -57° y –54° contadas al Oeste del Meridiano de Greenwich.



SISTEMA de FAJAS MERIDIANAS
para el TERRITORIO de la REPUBLICA ARGENTINA

Característica	Meridiano
1	72° Oeste (- 72°)
2	69°Oeste (- 69°)
3	66° Oeste (- 66°)
4	63° Oeste (- 63°)
5	60° Oeste (- 60°)
6	57° Oeste (- 57°)
7	54° Oeste (- 54°)

1.2. La faja se extiende desde dicho meridiano hacia el este y hacia el oeste en 1° 30´, lo que permite mantener una precisión aceptable para las coordenadas de puntos ubicados aún en los extremos de la faja.

1.3. Para relacionar cada una de estas fajas con las contiguas, se establece una superposición de medio grado entre ellas. Esto implica que las coordenadas que constan en las tablas de cálculo registran valores hasta los 2° (Observe parte de la tabla que se ejemplifica más adelante). De esta manera podemos tener puntos de una faja referidos con valores **x,y** del sistema de la faja vecina, lo que permite pasar fácilmente de una a otra. Esto conviene para un levantamiento muy extenso.

2. En el sistema de Gauss-Krüger, el eje de abcisas X, que se dirige al Norte, se representa con la imagen rectificada del meridiano central de faja. Por consiguiente sobre este meridiano se mantienen las distancias, es decir que cada segmento del eje de abcisas es igual, a escala, al arco elíptico del meridiano que representa. Los valores se toman positivamente desde el origen (Polo Sur) hacia el Norte (esto es convención para el hemisferio austral; para el hemisferio norte el origen de las X es el Ecuador).

3. En el valor de las ordenadas **y**, se introducen dos magnitudes arbitrarias:

3.1. Para evitar que el origen de ordenadas sea **0** y de este modo que existan valores negativos para las **y** ubicadas al oeste del meridiano central, se adopta para cada meridiano central de faja, el valor convencional de **y** = 500.000 m.

3.2. Para garantizar que a cada punto del terreno corresponda un único y determinado par de coordenadas planas (**x,y**), evitando repeteciones, se incrementan las ordenadas **y** en un valor arbitrario igual al producto **k** por **1.000.000 m**, siendo **k** la característica de la faja. Esto debe hacerse porque la Tabla proporciona iguales valores **x,y** en cada faja y es necesario distinguirlos.

3.3. Podemos resumir entonces el efecto de estas dos magnitudes aditivas arbitrarias:

Faja	Meridiano Central	Característica	Ordenada sobre X
1	-72°	k = 1	y = 1.500.000 m
2	-69°	k = 2	y = 2.500.000 m
3	-66°	k = 3	y = 3.500.000 m
4	-63°	k = 4	y = 4.500.000 m
5	-60°	k = 5	y = 5.500.000 m
6	-57°	k = 6	y = 6.500.000 m
7	-54°	k = 7	y = 7.500.000 m

3.4. Estas convenciones nos permiten deducir que los puntos ubicados al este del meridiano central tendrán valores de **y** menores a k.1000000 + 500000, y mayores a él cuando estén ubicados al este. Además el valor entero de millones de metros de la ordenada **y** nos permite conocer a que faja que pertenece el punto.

4. Para obtener las coordenadas **x,y** se utilizará la *Tabla de coordenadas planas Gauss-Krüger de las esquinas de la cuadrícula de 5´en 5´*, publicada por el IGM.

4.1. Dicha tabla nos porporciona en forma directa las coordenadas de esquina para las hojas con denominador 50000 y menores. Para hojas en escala 1:25000 debemos interpolar valores.

4.2. Como se dijo anteriormente, la Tabla indica valores hasta los 2° a partir del meridiano central, con lo que permite una superposición de medio grado entre fajas colindantes. Esto es útil porque permite un sistema de coordenadas uniformes para levantamientos que se extiendan sobre dos fajas linderas. Como observación importante señalamos que en esta proyección conforme se producen deformaciones simétricas con relación al meridiano central de faja.

5. El instrumento adecuado para la ubicación de los vértices y el trazado de la cuadrícula es el **Coordinatógrafo.**

5.1. El coordinatógrafo consta de un marco fijo o bastidor de hierro rectangular, cuya base permite la inserción de una regleta graduada y posee una guía por la que se desplaza ortogonalmente un brazo que porta también una regleta con graduaciones y tiene además un mecanismo de trazado (lápiz, pluma o punzó grabador). Mediante un mecanismo de lectura con tornillos de aproximación, pueden fijarse los correspondientes valores de **x** e **y**, permitiendo inscribir sobre la hoja fijada en el bastidor el punto cuyas coordenadas fueron especificadas sobre las regletas.

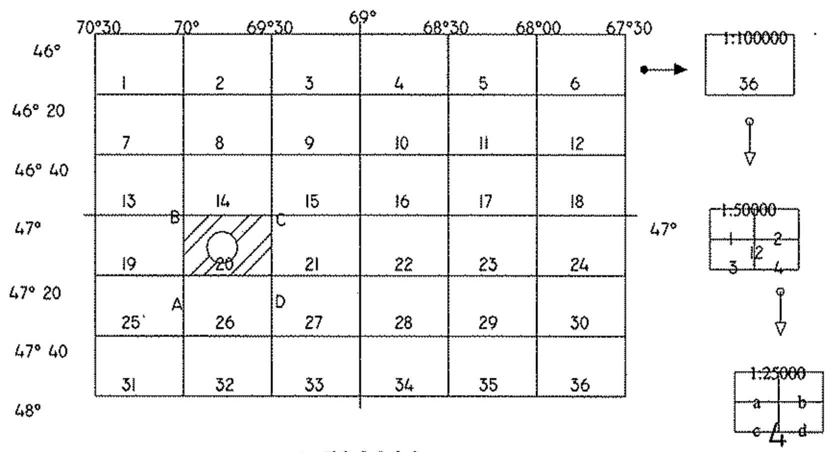
5.2. Asimismo, dejando fija una de las coordenadas sobre su respectiva regleta puede efectuarse el libre traslado (horizontal o vertical) del mecanismo de graficación y trazarse así las correspondientes líneas horizontales y verticales de la cuadrícula.

Guía para la realización de este trabajo:

La cátedra proporcionará la característica de la hoja en proyección Gauss-Krüger cuyo trapecio y cuadrícula deben trazarse.

1.1. En este caso, la palabra característica expresa la nomenclatura o posición de la hoja particular dentro del sistema que configura la hoja a escala 1:500000. (Lamentablemente la palabra ´característica´, que es la que aquí corresponde técnicamente, es equívoca, porque también se denomina característica al número de orden del meridiano central).

1.2. Utilizaremos como ejemplo una hoja cuya característica es 4769 – 20.



1:500000

Hoja base para la clasificación a escala 1:500000. A partir de ella se generan las hojas a 1:100000, 1:50000 y 1:25000. El Paralelo y el Meridiano central dividen la hoja 1:500000 en cuatro hojas I, II, III y IV (Escala 1:250000) aquí no graficadas.

1.3. La cifra 4769 que inicia la nomenclatura o característica está compuesta por la latitud del paralelo (siempre será utilizada una latitud impar) y la longitud del meridiano central correspondiente a la faja en que se encuentra la hoja.

2. Conocida la característica de la hoja cuyo trapecio y cuadrícula se va a trazar, el primer paso es extraer los valores de sus límites geográficos, longitud (λ) y latitud (φ).

   2.1. Para la hoja 4769 – 20 las longitudes extremas son 70° 00´ y 69° 30´ y las latitudes que la limitan son 47° 00´ y 47° 20´.

   2.2. Para nuestro trabajo identificaremos los vértices de dicha hoja con las letras A. B. C y D, en sentido horario y comenzando por el vértice inferior izquierdo de ella.

   2.3. Los valores geográficos para los puntos A, B, C y D, son entonces:

A:	B:	C:	D:
φ = 47° 20´	φ = 47° 00´	φ = 47° 00´	φ = 47° 20´
λ = 70° 00´	λ = 70° 00´	λ = 69° 30´	λ = 69° 30´

3. Como representaremos solamente una faja y no un sistema mundial, los valores de longitud se reemplazan por los valores del apartamiento (ℓ), que expresa la diferencia de longitud, en valor absoluto, con relación al meridiano central de faja.

   3.1. Transcribimos los valores del apartamiento (ℓ) para nuestra hoja 4769 – 14:

A:	B:	C:	D:
φ = 47° 20´	φ = 47° 00´	φ = 47° 00´	φ = 47° 20´
ℓ = 1° 00´	ℓ = 1° 00´	ℓ = 30´	ℓ = 30´

4. Con los pares de valores precedentes, ingresamos en la <u>*Tabla de coordenadas planas Gauss-Krüger de las esquinas de la cuadrícula de 5´ en 5´*</u>.

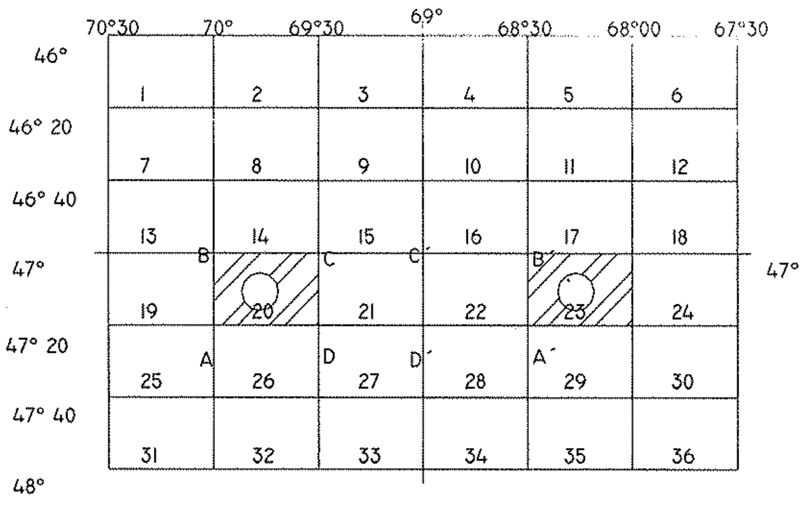
   4.1. El ingreso se efectúa por el valor de la latitud, luego extraemos los valores para **x** e **y** de sus respectivas columnas, utilizando el valor del apartamiento.

   4.2. Los valores para x, y así obtenidos son:

A:	B:	C:	D:
x = 4757397 m	x = 4794456 m	x = 4794820 m	x = 4757761 m
y = 575585 m	y = 576059 m	y = 538030 m	y = 537793 m

5. Observemos que los valores de **y** superan los 500.000 m. Esto nos indica que la hoja calculada está ubicada al Este del meridiano central. Pero la hoja de nuestro ejemplo se encuentra al oeste del meridiano, debiendo ser menores a 500000 m los valores de las y, cosa que no ocurre. ¿Cometimos un error?

6. Si observamos nuevamente la Tabla advertimos que el valor inicial de **y** para el



1: 500000

apartamiento $\ell = 0° \, 00'$ equivale a 500000 m, creciendo a partir de esta magnitud en función de los crecientes valores de ℓ. En otras palabras, la Tabla nos da en forma directa solamente las hojas ubicadas al Este del Meridiano central de faja.

6.1. Deducimos entonces que realmente hemos obtenido las coordenadas de los vértices del trapecio para la hoja ubicada simétricamente a la nuestra. En vez de las coordenadas **x,y** de A, B, C y D hemos hallado las **x,y** para puntos que denominaremos A´, B´, C´ y D´ cuya posición es simétrica a aquellos. Eso ocurrió porque A y A´, B y B´, C y C´, D y D´ tienen igual latitud y apartamiento.

6.2. Nosotros debemos entonces calcular los valores de **y** para los vértices A, B, C y D.

6.2.1. La distancia de A al meridiano central es igual a la distancia existente entre el punto D´y el meridiano, por esto podemos expresar la relación:

$$Y_A = 500.000 \text{ m} - (\text{Valor de } Y_{A'} - 500.000 \text{ m}) = 1.000.000 \text{ m} - \text{Valor de } Y_{A'}$$

Igualmente debemos proceder con los valores correspondientes a los restantes vértices para obtener todas las ordenadas. La regla indica que debemos hallar el complemento al millón.

$$Y_B = 500.000 \text{ m} - (\text{Valor de } Y_{B'} - 500.000\text{m}) = 1.000.000 \text{ m} - \text{Valor de } Y_{B'}$$

$$Y_C = 500.000 \text{ m} - (\text{Valor de } Y_{C'} - 500.000\text{m}) = 1.000.000 \text{ m} - \text{Valor de } Y_{C'}$$

$$Y_D = 500.000 \text{ m} - (\text{Valor de } Y_{D'} - 500.000\text{m}) = 1.000.000 \text{ m} - \text{Valor de } Y_{D'}$$

Los valores correctos serán entonces los que se indican seguidamente (las abcisas X no se modifican):

Y_A = 424415 m	X_A = 4757397 m
Y_B = 423941 m	X_B = 4794456 m
Y_C = 461970 m	X_C = 4794820 m
Y_D = 462207 m	X_D = 4757761 m

6.3. Notemos que estos pares de coordenadas se repiten tantas veces como fajas existan, pues en cada una de ellas habrá un punto que esté ubicado a la misma latitud y diste del meridiano central en igual valor de apartamiento que los de nuestro caso. Ocurrirá precisamente eso para todas las hojas de la misma posición. Por ejemplo, se repetirá para las hojas 4763 – 14 o 4754 – 14, entre otras. El par de coordenadas x,y se repetirá entonces siete veces, que es el número de fajas existentes.

6.4. Para evitar esta repetición de coordenadas para puntos distintos, se apela como quedó dicho en 3) 3.2, a una constante aditiva arbitraria que se compone del número de la característica de la faja multiplicado por 1.000.000 m. Para el caso nuestro, la característica de la faja correspondiente al meridiano 69° es k = 6. Entonces los valores correctos serán los que se indican seguidamente:

Y_A = **6**424415 m	X_A = 4757397 m
Y_B = **6**423941 m	X_B = 4794456 m
Y_C = **6**461970 m	X_C = 4794820 m
Y_D = **6**462207 m	X_D = 4757761 m

Con la obtención del par de valores x,y para cada vértice de nuestra hoja finalizamos la tarea previa. Debemos ahora pasar a la edición cartográfica mediante el coordinatógrafo, o sea trazar la cuadrícula y graficar sobre ella los vértices del trapecio.

NOTA: Recuerda lo siguiente:

i) Si nuestra hoja estuviera ubicada al Este del Meridiano central de faja, solamente deberíamos adicionar k x 1000000 a las ordenadas, pues las Tablas están calculadas para obtener directamente las coordenadas **x,y** de las hojas situadas al este del meridiano.

ii) Si nuestra hoja estuviera ubicada al Oeste del Meridiano central de faja, debemos sustituir las ordenadas que proprociona la Tabla por sus complementos al millón, como en el ejemplo precedente y adicionar luego k x 1000000.

Trazado de la cuadrícula.

Previamente a su utilizamiento, debemos poner en condiciones de uso al coordinatógrafo.

a) Para hacerlo montamos la regla móvil sobre el bastidor y colocamos en las correspondientes guías las regletas graduadas con la escala que corresponde a nuestra hoja. En este caso, se utilizarán las regletas a escala 1:100000.

b) Luego fijamos el papel para dibujo sobre el tablero mediante cintas adhesivas, para no dañarlo.

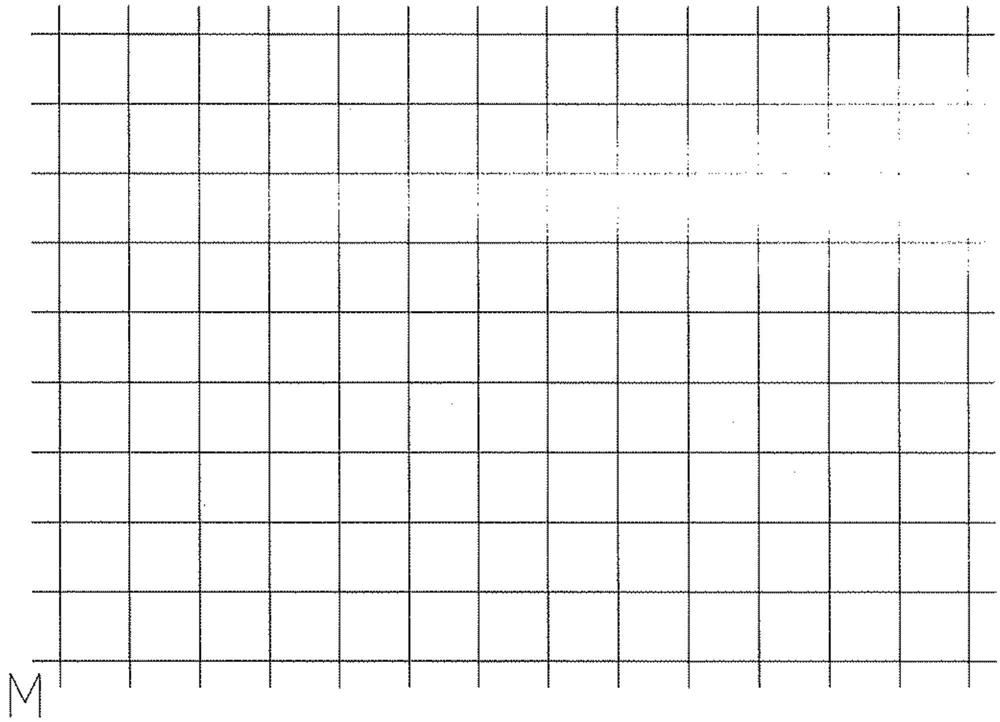
c) Estimamos el sector de papel a utilizar, para que el diseño quede centrado y permita graficar la información marginal correspondiente. El cálculo se realiza fácilmente estando las coordenadas extremas: Xa – Xb o Ya – Yb. Para las hojas 1:100000, en promedio sus lados son de unos 40 km (40 cm de lado). Estas hojas cubren aproximadamente 1600 km2.

d) Las hojas a escala 1:50000 promedian 20 km por lado, es decir, que cubren unos 400 km2. Estos valores varían con la latitud en que se encuentra la hoja.

e) De lo anterior, deducimos que con unas diez a doce líneas para la cuadrícula tenemos cubiertas suficientemente nuestras posibilidades para cartas a esta escala.

Luego del trazado de la cuadrícula, obtendremos un resultado semejante al que se grafica seguidamente.

Definimos en el vértice inferior izquierdo un punto auxiliar M, a partir de cuyas coordenadas rotularemos posteriormente a la cuadrícula.



Rotulación de la cuadrícula.

El paso siguiente al del trazado de la cuadrícula, es el de la rotulación.

La rotulación siempre se comenzará a partir del extremo inferior izquierdo de la cuadrícula trazada, lugar de intersección de las primeras líneas horizontal y vertical, que definen el punto auxiliar M. En sus proximidades se ubicará el vértice A. Recordemos sus coordenadas:

$$\mathbf{x} = 4\ 757\ 397 \text{ m}$$
$$\mathbf{y} = 6\ 424\ 415 \text{ m}$$

Nosotros debemos dar coordenadas **x,y** al punto M basándonos en las del punto A.

<u>Regla</u>: se debe asignar a M el valor múltiplo de 4000 más próximo por defecto a la abcisa y a la ordenada del punto A. Consideramos nuestra cifra hasta la decena de km:

Siendo Xa = 4 757 km, el valor a adoptar para X_M cumpliendo las condiciones dichas es X_M = 4 756 km.

Como Ya = 6 424 km, es múltiplo de 4000, será Y_M = 6 4240 km.

Establecidas las coordenadas del punto auxiliar M, podemos rotular a partir de el todas las líneas de la cuadrícula dibujada, indicando solamente hasta la decena de kilómetro. Como la cuadrícula se espacia constantemente en 4 cm, a la escala del trabajo que es 1:100000, 1cm representa 1 km, corresponde rotular sus líneas de 4 en 4 kilómetros.

De Sur a Norte, rotulamos todas las líneas horizontales de la cuadrícula partiendo de la línea horizontal que contiene el punto M. Los valores sucesivos para las líneas, en orden creciente, serán 56, 60, 64, 68, 72, etc.

De igual modo, para las líneas verticales, seguimos una progresión de Oeste a Este, iniciándola en la línea que contiene el punto M. Serán sus valores: 24, 28, 32, 36, 40, etc.

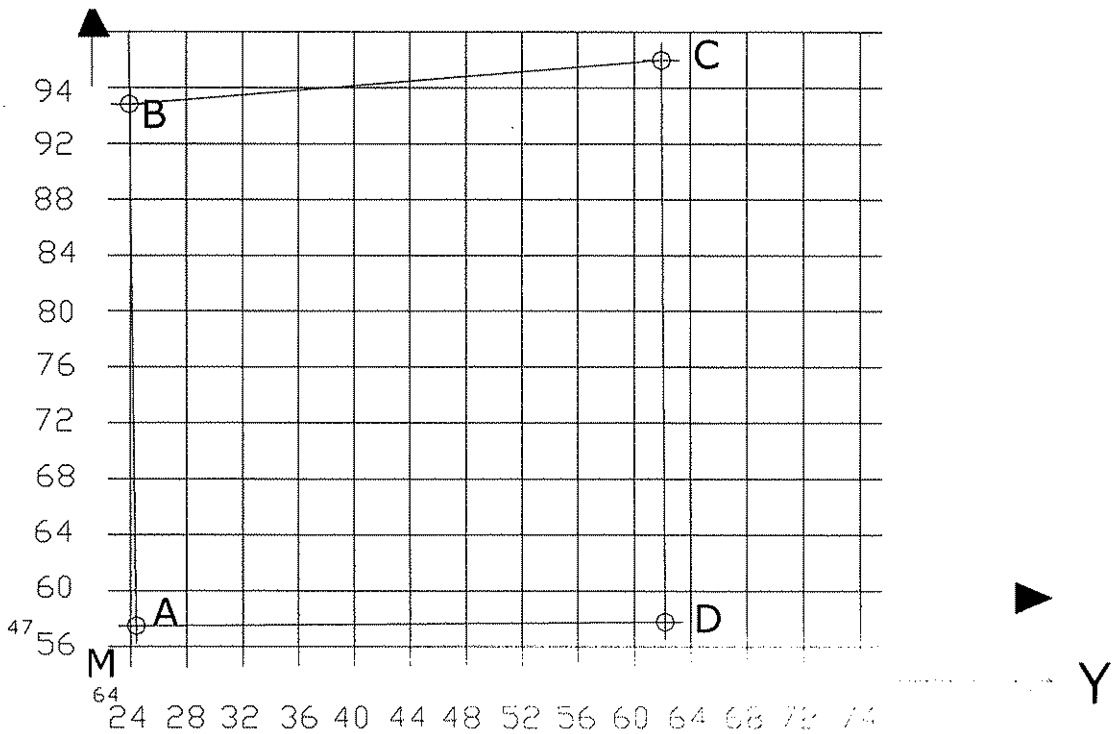
La rotulación numérica de las primeras líneas horizontal y vertical de la cuadrícula conllevarán como un índice, de menor tamaño, los dos dígitos que indican las centenas de kilómetro:

4 756 000 m se indicará como se ejemplifica: $^{47}56$

Cada vez que en la progresión kilométrica se iguale o supere el valor 00, a estos dígitos se deberán añadir como índice los valores del par de números de la nueva centena de kilómetros. Ej.:

$^{59}84$, 88, 92, 96, $^{60}00$, 04, etc.

En la siguiente figura observamos la cuadrícula totalmente rotulada y la ubicación de los puntos A, B, C y D por sus coordenadas **x,y** utilizando como referencia dicha rotulación. El trabajo queda finalizado conforme se emplifica en la hoja modelo adjunta.



Dibujo Topográfico

Tabla de coordenadas planas Gauss-Krüger de las esquinas de la cuadrícula de 5´ en 5´. (Parte)

Latitud	Apartamiento	x	y	Latitud	Apartamiento	x	y
(φ)	(l)	m	m	(φ)	(l)	m	m
47° 00°	**0° 00´**	4 794 941	500 000	47° 20°	**0° 00´**	4 757 882	500 000
	05´	938	506 338		05´	879	506 229
	10´	928	512 677		10´	868	512 598
	15´	911	519 015		15´	852	519 896
	20´	887	525 353		20´	826	525 195
	25´	857	531 691		25´	798	531 494
	30´	820	538 030		30´	761	538 793
	35´	7776	544 368		35´	717	544 091
	40´	725	550 706		40´	666	550 390
	45´	668	557 045		45´	609	556 689
	50´	604	563 383		50´	545	562 989
	55´	533	569 721		55´	474	569 286
	1° 00´	456	576 059		**1° 00´**	397	575 585
	05´	371	582 398		05´	313	581 884
	10´	280	588 736		10´	222	589 182
	15´	183	595 074		15´	124	594 481
	20´	78	601 412		20´	20	600 780
	25´	4 793 967	607 750		25´	4 756 908	607 078
	30´	849	614 088		30´	791	613 377
	35´	724	620 427		35´	666	619 675
	40´	593	626 765		40´	534	625 974
	45´	454	633 103		45´	396	632 273
	50´	309	639 441		50´	251	638 571
	55´	158	645 779		55´	100	644 870
	2° 00´	4 792 999	652 117		**2° 00´**	4 755 942	651 168