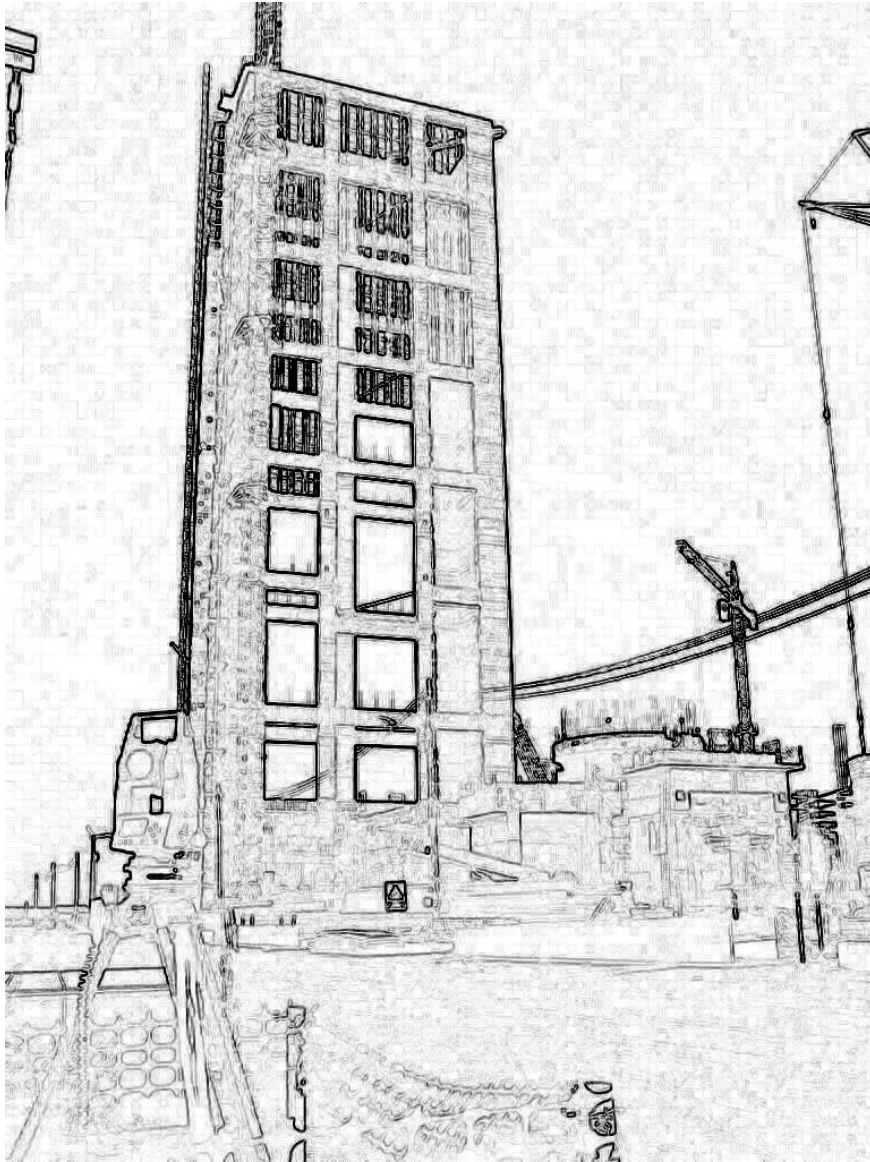


Agrim. CARLOS A. MELITÓN
Ing. DANIEL O. MORIS

APUNTES DE TOPOGRAFÍA

PARA OBRAS DE INGENIERIA CIVIL



VERSIÓN .04

Prologo

Estos apuntes se confeccionaron para el uso exclusivo del alumnado, en el desarrollo de cursos de aplicación en Obras Civiles, habiéndose recopilado y reproducido textos existentes, folletos y elaborado aportes personales de las experiencias profesionales, conteniendo los temas del programa en archivos magnéticos.

El objetivo es que los alumnos, apliquen los conocimientos básicos de matemáticas, física, geometría y dibujo. Al cursar deben adquirir los conocimientos teóricos y prácticos en el tipo, uso y manipuleo del instrumental topográfico y los métodos a aplicar en su futuro desarrollo profesional. Formen actitudes, desarrollen capacidades de análisis y habilidades en los conceptos tecnológicos necesarios, para realizar levantamientos con las tareas de campaña y gabinete, conducentes a representar en un plano Topográfico, una parte limitada de la superficie terrestre -morfología del terreno- donde el Ingeniero la modifica y desarrolla sus obras. Interpreten y usen los planos topográficos planialtimétricos. Combinen los procedimientos para graficar los puntos del terreno y hechos existentes en forma planialtimétrica, con la utilización del instrumental y los métodos apropiados, para resolver y satisfacer la finalidad técnica del documento a elaborar. Como así también la operación inversa, que es el replanteo, materializando en el terreno los elementos geométricos de un proyecto dibujado en el plano. Por todo ello, el desarrollo del curso se encuadra en el programa adjunto, ya sea Teórico como Práctico. Fijándose un cronograma, que se divide en Definiciones, Cartografía y nociones previas, Conceptos de Teoría de Errores; Pequeños Instrumentos Topográficos; Niveles ópticos, Teodolitos, Estaciones Totales, las aplicaciones de los mismos, relevamientos planialtimétricos de superficies, por perfiles longitudinales y transversales, en zonas urbanas, rural, cañerías y conductos.; conceptos generales de medición fotogrametría, satelital-GPS.

P/ Topografía

CARLOS ALBERTO MELITÓN

Profesor Ordinario Titular Cátedra de Topografía

Facultad de Ingeniería - U.N.C.P.B.A.

Olavarría – Bs. As. – Argentina

Formatos para impresión

Total Paginas 296 – Tamaño A4

Márgenes:

Sup 2,5 cm

Inf. 1,5 cm

Izq. 2 cm

Der. 1,5 cm

Encuadernación 1 cm

Encabezado 1,3 cm

Pie de pagina 1,6

Tamaño Papel A4 (21 x 29,7 cm)

Vertical: Diseño Pares e impares diferentes: Si

Primera pagina diferente: Si

Impresión: tipo libro

1 – DEFINICIONES, CARTOGRAFÍA Y NOCIONES PREVIAS - CONCEPTO DE TEORIA DE ERRORES. Introducción. Objeto de la Topografía. Cartas. Técnicas Globales Geodésicas. Sistemas de referencias. Elipsoide. Elementos Geográficos. Coordenadas Geográficas, Rectangulares, Geodesia. Datums. Sistema de Referencia Geodésica. Proyecciones Cartográficas, Gauss-Krüger. Combinación de Coordenadas. Problema de Proy. Plana y Alturas.. Influencia de la esfericidad terrestre. Unidades de medida, relaciones entre los sistemas. Escalas. Tipos de escalas: numéricas y gráficas. Errores de medición. Causas de los errores. Clasificación fundamental de los errores. Medida aritmética simple. Clasificación de los errores accidentales. Error medio del promedio. Error absoluto y error relativo.

2 - PEQUEÑOS INSTRUMENTOS TOPOGRAFICOS

Métodos para la determinación directa de distancias. Instrumental utilizado, medición con cinta, errores sistemáticos y accidentales, propagación, tolerancias, error relativo. Monografías de vértices. Medición de pendientes. Clinómetro. Medición de ángulos, Sextante, error de índice, corrección, error de excentricidad; conclusiones. Brújulas; ángulo azimutal y rumbo. Verticalización y alineaciones. Levantamiento de puntos por coordenadas rectangulares, pentaprismas simple y doble; prisma simple. Relevamiento de detalles. Signos convencionales topográficos.

3.- NIVEL OPTICO:

Nivelación. Nivel medio del mar. Cota. Altitud. Desnivel. Nivelación Geométrica. Nivel Optico, descripción, base, ejes, anteojo, enfoque, tornillos, condiciones de los ejes. Miras parlantes. Tipos de niveles ópticos, reconocimiento, manipuleo del instrumental. Niveles electrónicos. Error de colimación. Nivelación desde el medio y desde un extremo. Falta de verticalidad de las miras. Errores accidentales. Sensibilidad y cálculo del radio de curvatura del nivel tubular. Error de curvatura y refracción.

4: TEODOLITO:

Fundamento del funcionamiento del teodolito, ejes, descripción, plataforma, limbos, tornillos, alidada, anteojo astronómico. Enfoque y bisección de un punto. Nivel tubular, sensibilidad, principio fundamental del nivel; calaje aproximado y fino. Puesta en estación. Lectura de los limbos, nonios, lupas; microscopios lectores; de trazos, de escala, de nonio, tornillos micrométricos, a tambor y óptico, sus funcionamientos. Error de excentricidad. Errores axiales: de colimación, inclinación, de eje principal y sus influencias. Determinación de los errores, m, todos y sus correcciones. Medición de ángulos verticales, tipos de graduación de círculos. Error de índice, determinación y corrección. Nivel testigo de índice, compensadores automáticos. Tipos y características de teodolitos, reconocimiento, manipuleo del instrumental. Teodolitos electrónicos. Métodos de medición de ángulos horizontales: simple, conjugada, Bessel, repetición y reiteración.

5: APLICACIONES DEL TEODOLITO Y NIVEL:

Alineación de puntos intermedios, siendo intervisibles; y con puntos no intervisibles o inaccesibles. Verticalización de: columnas prefabricadas, encofrados, y de placas de apoyo vertical. Relevamientos: medición excéntrica de ángulos; distintos casos y conclusiones. Medición indirecta de distancias: distintos casos según los obstáculos. Nivelación geométrica compuesta, método, errores y compensación. Nivelación barométrica. Nivelación de superficies: Malla, radiación. Medición de alturas inaccesibles. Nivelación trigonométrica, aplicaciones. Nociones sobre levantamientos topográficos, recopilación de antecedentes y reconocimiento. Redes básicas de apoyo, triangulación, poligonales abiertas y cerradas; tolerancias y correcciones de poligonales. Relevamientos de predios urbanos: nomenclatura catastral, nociones de muros divisorios y medianeros; incumbencias; relevamientos de baldío cercado por paredes, viviendas, casos específicos, obtención de espesores de paredes, ángulos entre paredes. Replanteos, de edificios, ejes, niveles, progresivas, distancias parciales, ejes principales y auxiliares; traslado de ejes y niveles a pisos en elevación; replanteo de los ejes de bases de un puente; casos particulares.

6: RELEVAMIENTOS PLANIALTIMETRICOS:

Métodos estadimétricos, coordenadas polares; fórmulas y cálculo. Taquimetría: fundamentos y fórmulas para el cálculo de distancias y desniveles. Tablas de Jordan y uso de calculadoras y computadoras. Importancia y precisión de los relevamientos taquimétricos. Alineación con rayo láser. Métodos modernos de medición de distancias con equipos electrónicos, distanciómetros electro-ópticos y electrónicos, funcionamiento; tipos de semiestaciones y estaciones totales; colectoras electrónicas de datos, distintas aplicaciones, demostración de equipos, transferencia de datos a PC, procesamiento, aplicación de software, cálculos de coordenadas, dibujos en Autocad. Planos acotados. Líneas de nivel, definición, características generales, trazados: por cálculo, gráfico, por tanteo, por software, interpretación, equidistancia y escalas.

7: PERFILES LONGITUDINALES Y TRANSVERSALES - CONDUCTOS:

Levantamiento planialtimétrico de un camino. Cálculo. Simbología de Vialidad. Perfiles central o longitudinal y transversales. Perfiles longitudinales y transversales de calles en zonas urbanas. Representación de la planialtimetría y replanteo de cotas de cordón-cuneta, y de conductos. Conductos, tuberías y canales: Replanteos de zanjas y tuberías; zanjas de alcantarillas. Uso de caballetes, plantillas, estadales, y rayo l ser para el tendido de tuberías. Uso de las regletas o niveletas.

8: FOTOGRAMETRIA - MEDICION SATELITAL GPS

Definición y objetivos. Conceptos generales. Visión binocular. Visión estereoscópica. Paralaje angular y lineal. Fotogrametría terrestre. Aerofotogrametría, caso elemental. Fotogramas. Examen estereoscópico. Estereoscopio simple y de espejos. Influencia de los desniveles del terreno. Nociones sobre: inclinación del fotograma, triangulación radial, planialtimetría aerofotogramétrica, orientación recíproca y absoluta; triangulación y nivelación aerofotogramétrica, instrumentos de restitución. Conceptos básicos de medición satelitaria GPS. Tipos de receptores. Ondas. Códigos. Tipos de medición

BIBLIOGRAFIA:

- MÜLLER, R.: Compendio general de Topografía Teórico - Práctico.(Ed. R. Müller).
- BREED, C.B.: Topografía (Ed. URMO, España).
- RUIZ, J.Z.: Topografía práctica para el constructor (Ed. CEAC, España).
- JORDAN, W.: Tratado general de topografía (Ed. Gilli).
- DOMINGUEZ GARCIA TEJERO, FRANCISCO. Topografía general y aplicada. (Ed. Dossat. Buenos Aires. 1984)
- DAVIS, RAYMOND E. Tratado de topografía. (Aguilar. Madrid. 1971)
- BRINKER, RUSSELL G. Topografía moderna. (Harla. México. 1982).
- MICHINO-FREHNER: Topografía (Ed. Centro de Estudiantes de Ingeniería de Buenos Aires).
- MINGO, OSCAR R. Errores en la medición paraláctica de distancias. (Centro de estudiantes de ingeniería "La línea recta". Buenos Aires. 1969)
- ZENTESE, A. Mediciones topográficas. (MOM. Budapest. S. f.)
- Topografía I y Topografía A (Ed.Ctro.Estud.Ing."La Línea Recta").
- Apuntes de Topografía (Ed.Ctro.Estud. Ingeniería -La Plata)
- MELITON, CANALICCHIO, CAIRO, RIERA: Topografía para estudiantes de Ingeniería en Construcciones. (Ed. por CEFIO. 1986)
- AGUILAR: Lecciones de geodesia (1ª parte) (Ed.Cooper.U.N.S)
- A.M.SARALEGUI-R.H. ACCINELLI: Curso de introducción a la fotogrametría-Temas teórico-prácticos de fotogrametría-Elementos teórico-prácticos de fotogrametría terrestre (Ed.Ctro. Estud. de Ingeniería "La Línea Recta").
- MELITÓN CARLOS: Apuntes de Topografía para estudiantes de Ingeniería Civil- CD. Vers. 01 y 02.

APUNTES DE TOPOGRAFÍA

TEMA 1 DEFINICIONES Y NOCIONES PREVIAS

1. INTRODUCCIÓN:

La Topografía tiene como objetivo esencial la representación en un plano de una parte de la superficie terrestre. Dicho documento (fig.1) denominado plano topográfico o carta, se confecciona a una determinada ESCALA que a su vez depende de la necesidad técnica que debe satisfacer.

Cualquier proyecto de obra civil (camino, ferrocarriles, diques, canales de riego, etc.) necesita ineludiblemente, para que resulte racional y económico, contar con una fiel representación del terreno donde finalmente se emplazará la obra. Se evita además el serio riesgo de la improvisación, con sus nefastas consecuencias de todo orden. El técnico avezado que observa un plano topográfico, se representa mentalmente el terreno como una "maqueta" del mismo, gracias a la interpretación que hace de las "líneas del nivel" del plano, que son las que proporcionan la información altimétrica del terreno (fig. 1 y 2). (Se define la "línea de nivel" como el lugar geométrico de los puntos del terreno que tienen la misma altitud, y pueden suponerse obtenidos mediante la intersección del mismo con planos horizontales distanciados entre sí en un valor constante denominado equidistancia "e").

Fig. 1

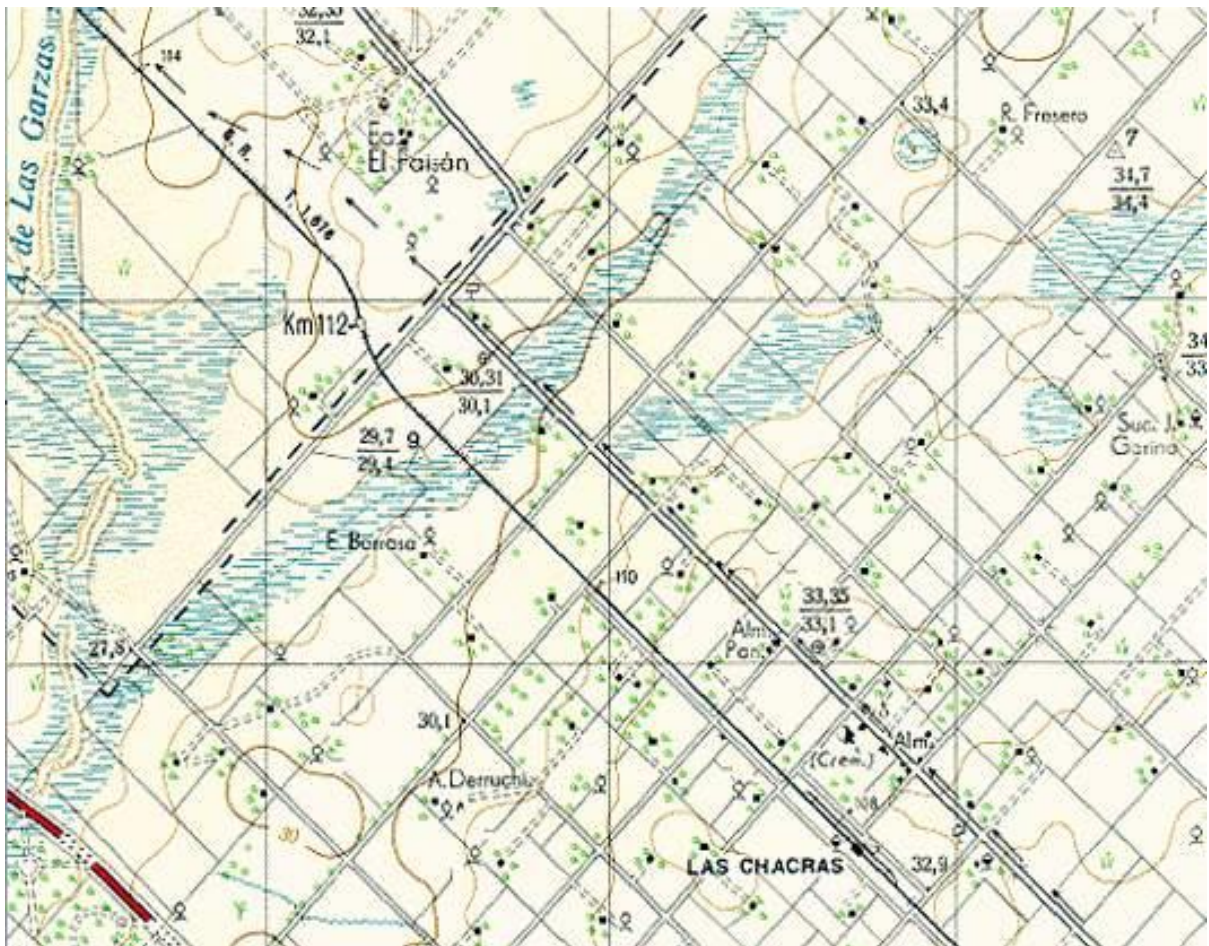
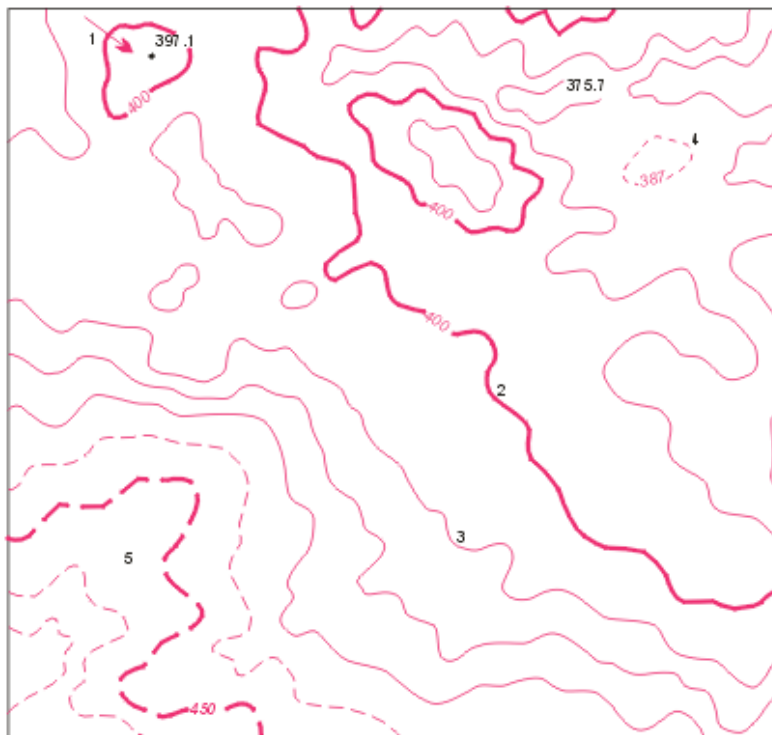
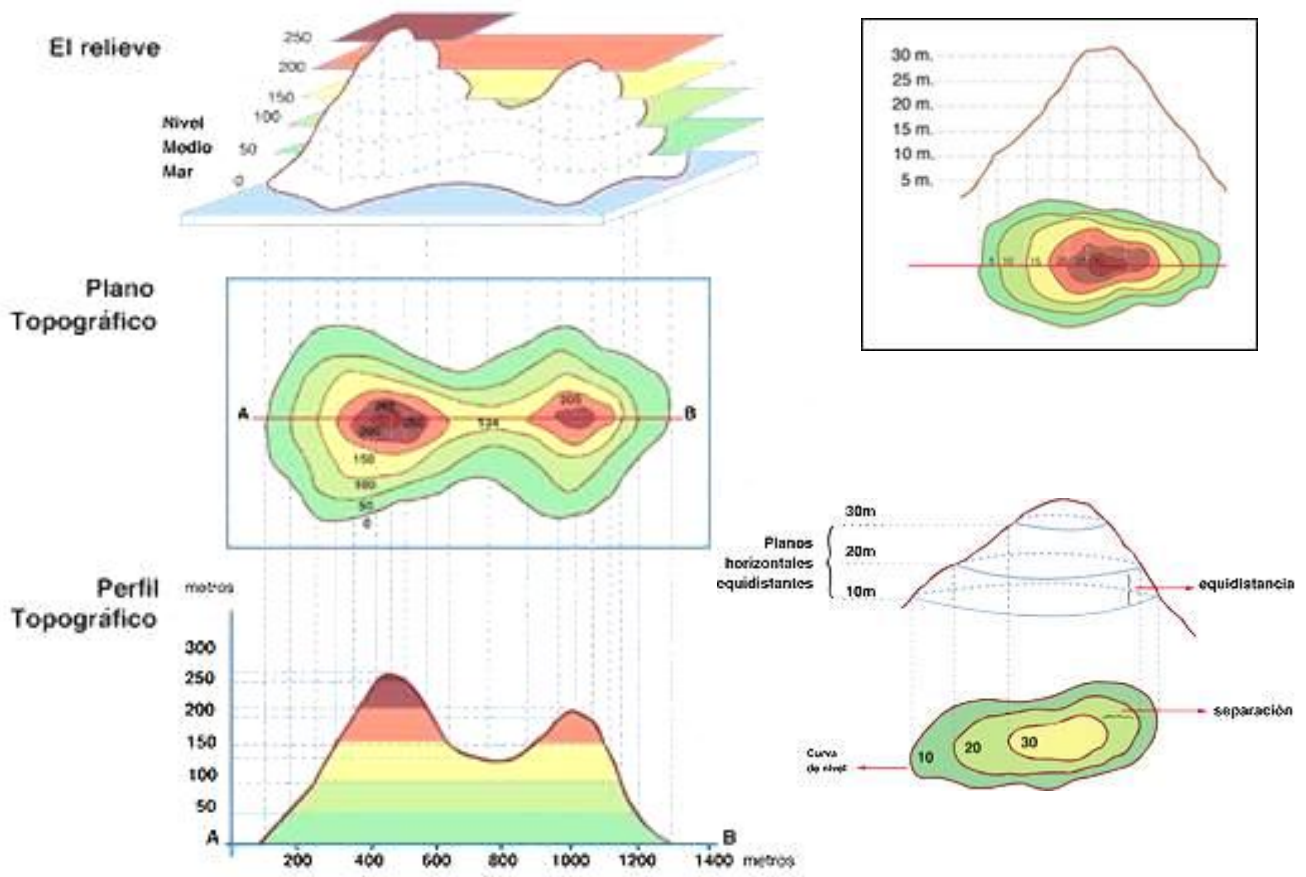


Fig. 2



1) Hoya 2) Curva directriz 3) Curva intermedia 4) Curva auxiliar 5) Curva figurativa.

Representación del Relieve por Curvas de Nivel

Existen dos procedimientos para la confección de un plano topográfico: el clásico, denominado Taquimetría, generalmente aplicable en zonas reducidas y el Estereofotogramétrico, más moderno, que ofrece extraordinaria celeridad, precisión y economía sobre todo en zonas amplias. Ambos exigen que en el terreno se efectúen mediciones de distancias horizontales, de ángulos y de desniveles para fijar la posición planialtimétrica de determinados puntos del mismo. En el caso de la Fotogrametría el número de puntos a fijar es sumamente reducido frente al necesario en Taquimetría.

En el presente Curso desarrollaremos temas de la *TOPOGRAFIA CLASICA*, dejando para más adelante los correspondientes a la Fotogrametría, cuya aplicación a levantamientos topográficos exige sólidos conceptos previos de aquella.

Fotogrametría: Es una proyección cónica. Tiene el problema de la escala a la que obtenemos el fotograma (imagen donde aparece todo lo representado). Con un fotograma podemos sacar datos planimétricos pero no altimétricos, esto se resuelve haciendo dos fotogramas de la misma zona y de distinta posición.

2. OBJETO DE LA TOPOGRAFIA

Tiene por finalidad el estudio de los métodos y del instrumental necesario para poder representar en un plano, con sus formas y detalles, tanto naturales como artificiales, una parte limitada de la superficie terrestre. La representación puede ser gráfica o numérica.

A tal fin deben efectuarse mediciones lineales y angulares –*levantamiento topográfico*– que vinculen la posición relativa de los distintos puntos terrestres, de forma tal que ligados convenientemente entre sí, posibiliten establecer las relaciones geométricas y realizar los cálculos que permitan su representación gráfica sobre el plano.

En el caso de representar una zona de gran extensión, no se puede prescindir de la curvatura terrestre y se vinculará a puntos –*vértices*– geodésicos que existan en la zona.

Levantamiento: Se toman los datos del terreno y se elabora un plano.

Replanteo: Dibujo que se hace sobre el plano para después llevarlo al terreno. La fuente de datos va a ser el terreno. La metodología topográfica permite conocer el conjunto de técnicas para realizar los trabajos topográficos donde el objetivo va a ser la representación de la geometría del terreno y materializar puntos (fabricar un plano). Se realizan para llevar al terreno lo que hemos representado en el papel.

- En extensiones pequeñas se trabaja con la topografía y no tendremos en cuenta la curvatura terrestre. Para hacer un levantamiento damos a unos puntos unas coordenadas y a partir de ellos obtendremos los demás puntos. Para trabajos topográficos de grandes dimensiones tenemos que tener en cuenta la curvatura terrestre por lo que habría que utilizar la geodesia.

-

Planimetría: Es la representación en el plano de una porción de la superficie terrestre con los accidentes naturales y elementos culturales que existen en la misma, por medio

de signos y símbolos convencionales. Se acostumbra agrupar los signos por su temática o relación directa, en secciones tales como: accidentes hidrográficos, vías de comunicación, vegetación, obras de arte, límites políticos, etc. En la publicación “Signos Cartográficos”, se detallan los signos que se utilizan en la cartografía oficial

Altimetría: es representar sobre el plano horizontal las alturas.

Esto se puede hacer por separado o en forma conjunta que es lo que se llama **taquimetría**, es decir la observación a la vez de la planimetría y altimetría o sea **planialtimetría**.

Igualmente la **Altibatimetría** Es la representación gráfica de las formas del relieve (morfología) terrestre y subacuático que se presentan bajo el aspecto de elevaciones o alturas y depresiones o bajos.

Entre los distintos sistemas de representación del relieve se destacan los más precisos (curvas de nivel y cotas) y los de valores aproximados (escala cromática, Fig. 3).

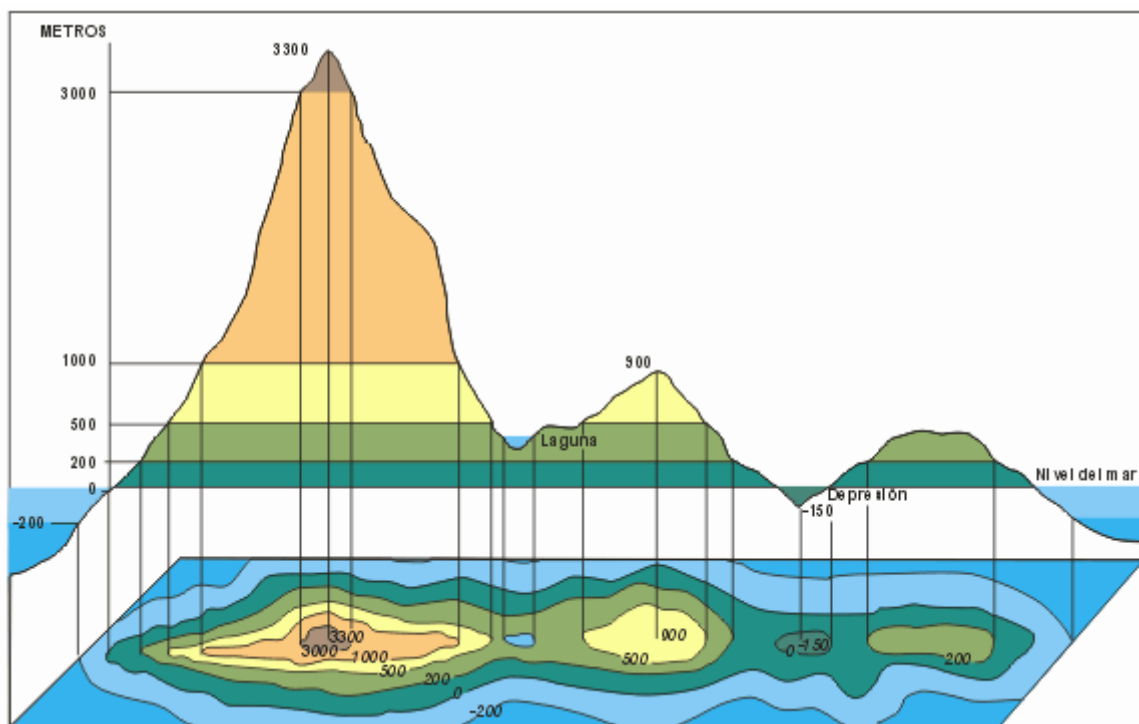


Fig. 3

Levantamientos topográficos: Son levantamientos de escalas medias a grandes ($1/5.000$, $1/100$, $1/10$ máximo), no es necesario tener en cuenta la curvatura terrestre y no hemos de recurrir a la geodesia. Aunque si hacemos un canal, un camino o similar de gran longitud, en el que hay que superponer varios planos es necesario tener en cuenta la geodesia.

Levantamientos catastrales: Se realizan para determinar cómo es la planimetría de la parcela ($1/5.000$).

Levantamientos urbanos: Se hace en municipios para que quede representada la planimetría de cada edificio ($1/500$, $1/250$).

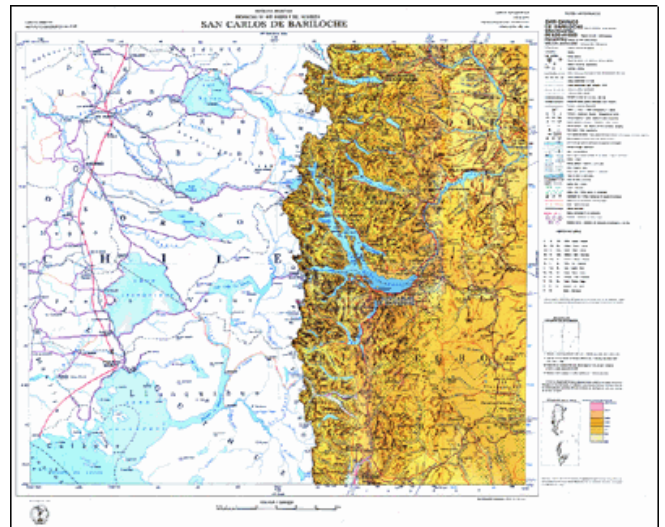
Levantamientos para proyectos de ingeniería: Se hacen en el caso en que tenemos una escala grande y necesitamos una pequeña, entonces tenemos que hacer nuestro propio plano ($1/2.000$, $1/1.000$, $1/500$).

Cartas Geográficas *

(*) Ref.; Atlas Geográfico de la Rep. Arg. IGM
 En escalas de 1:500.000 y menores.
 Expresan, con cierto detalle, la configuración del terreno y los elementos culturales más importantes. Son el producto de trabajos de levantamientos topográficos expeditivos.

Ejemplo, Carta N° 4172 Escala 1:500.000
 "SAN CARLOS DE BARILOCHE"

Fig. 4

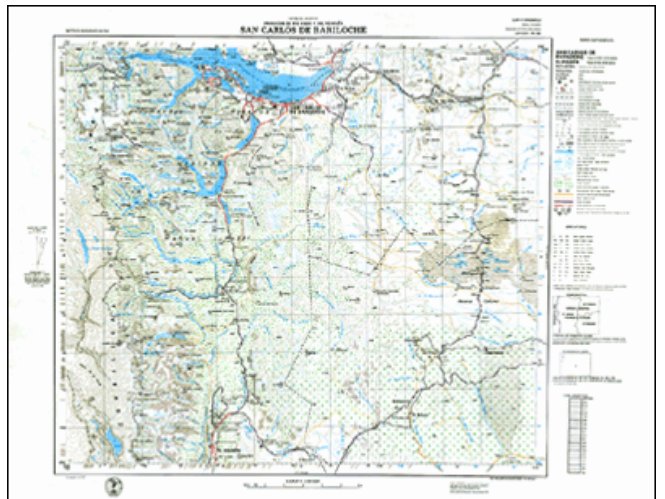


Cartas Topográficas*

(*) Ref.; Atlas Geográfico de la Rep. Arg. IGM
 En escalas de 1: 250.000 y mayores (Ej: 1: 100.000 y 1: 50.000). Muestran en forma detallada y precisa elementos planialtimétricos de superficies menores. Se considera la cartografía básica para la realización de estudios esenciales. Son el resultado de trabajos topográficos regulares.

Ejemplo, Carta N° 4172-IV Escala 1:250.000
 "SAN CARLOS DE BARILOCHE"

Fig. 5



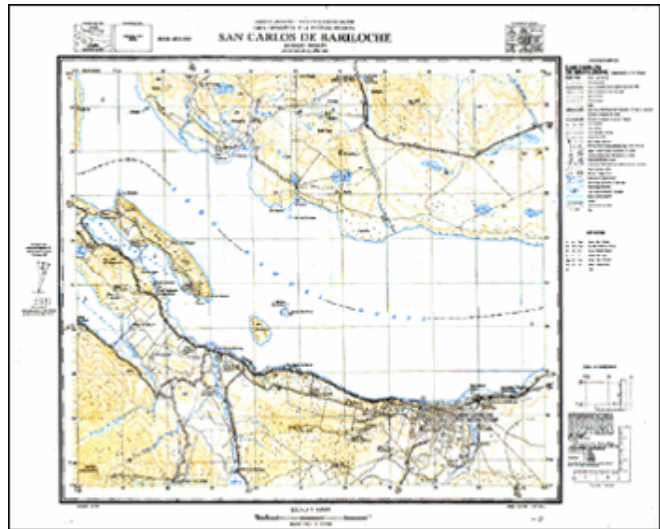
Ejemplo: Carta N° 4172-23, Escala 1:100.000 "SAN CARLOS DE BARILOCHE"

Fig. 6



Ejemplo: Carta N° 4172-23-1, Escala 1:50.000 "SAN CARLOS DE BARILOCHE"

Fig. 7



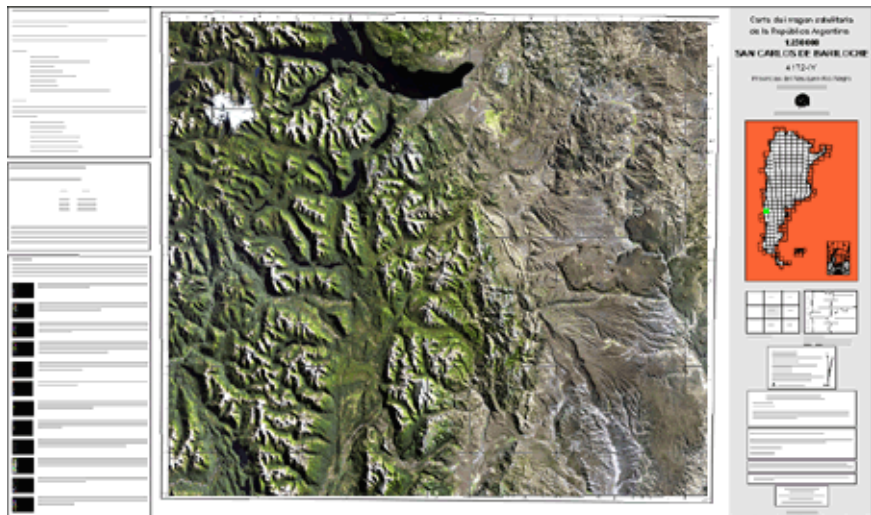
Cartas de Imagen Satelitaria

Se obtiene de una imagen satelitaria que ha sido corregida de las deformaciones producidas por la rotación de la Tierra y además, ha sido relacionada con el terreno mediante puntos identificados en ella y cuyas coordenadas han sido medidas. (Fig. 8)

Sobre ella es posible medir distancias y calcular perímetros y/o superficies. Es de utilidad para múltiples usuarios y satisface requerimientos de actualización de información cartográfica.

Fig. 9

Ejemplo, Carta N° 4172-IV Escala 1:250.000 "SAN CARLOS DE BARILOCHE"



Planos

En escalas grandes de 1:10.000 y mayores (Ej.: 1:5.000; 1:1.000; etc.). Incluyen información detallada de pequeños sectores, en especial de áreas urbanas.

Ejemplo: Porción de plano de la Ciudad de Buenos Aires

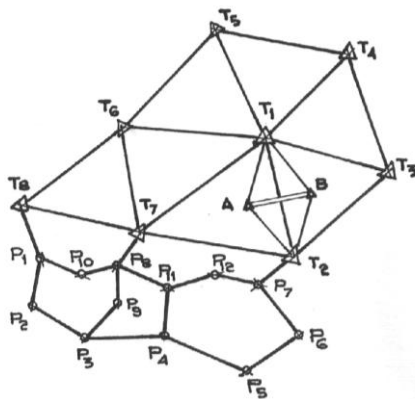
Fig. 10



3. DESARROLLO DE TECNICAS GLOBALES GEODESICAS*

(*) Ref.: Geosistemas SRL.c/colabor. Del Proyecto GEO200-SECYT/CONICET U.N.L.P-Seminario Internacional GPS97)

3.1. El uso de la triangulación (Fig. 11, posteriormente combinada con trilateración y poligonación) se hallaba limitada por la intervisibilidad entre los puntos. Los Geodestas subían a las cimas de las montañas o construían torres especiales de medición para poder extender la línea de visión mas allá de lo normal. La serie de triángulos medidos eran generalmente orientados o fijados a puntos observados astronómicamente. Fig. 11



Con estos métodos, grandes áreas, países y continentes fueron relevados; pero éstas grandes áreas se hallaban posicionalmente aisladas de otras al utilizar distintos sistemas de referencia. Este es el tipo de metodología que utilizó el Instituto Geográfico Militar Argentino (IGM) para nuestra cartografía.

Las técnicas astronómicas de medición permiten determinar coordenadas absolutas con errores relativamente bajos (del orden de algunas decenas de metros). Sin embargo, estas posiciones están referidas a un sistema de referencia materializado por la vertical del lugar (la línea de la plomada). Puesto que la vertical del lugar cambia sin una geometría definida, siguiendo las fluctuaciones del campo terrestre, cada determinación astronómica materializa un sistema de referencia distinto. Cuando las coordenadas astronómicas son comparadas con las modernas determinaciones satelitales surgen diferencias en las coordenadas que pueden ser de cientos de metros. Tales diferencias no son atribuibles a errores de medición, sino los distintos sistemas de referencia en que las coordenadas están expresadas.

A continuación se tratan brevemente algunos de los aspectos mas comunes (**un conocimiento resumido y mínimo**) de eventos tecnológicos históricos, que resaltan el afán del hombre por describir y representar la superficie de nuestro planeta:

3.2. TRIANGULACION OPTICA GLOBAL

Algunos de los primeros intentos para determinar la relación posicional entre continentes fue el uso de mediciones del tiempo en que las estrellas permanecen ocultas por la Luna.

El lanzamiento del satélite Ruso Sputnik en octubre 1957, permitió un gran desarrollo en la determinación del campo gravitatorio terrestre y la diferencia entre algunos Datum mundiales.

Otra forma de vincular distintos sistemas de referencia, se lograron mediante el programa BC-4 que se basa en métodos fotogramétricos terrestres y como objetivo de los fotogramas estrellas y satélites artificiales. El principal problema de esta técnica era que necesitaba simultáneamente cielo despejado en un mínimo de dos sitios de observación, separados estos por aproximadamente unos 4.000 km. Este equipamiento fue excesivamente costoso. Así las mediciones por dirección óptica (en fotografías) fueron suplantadas por las ERT (Electromagnetic Ranging Technique), por su capacidad de independencia meteorológica, gran precisión y bajo costo.

3.3. TRILATERACION GLOBAL ELECTROMAGNETICA

Las primeras pruebas con técnicas electromagnéticas fueron logradas durante la Segunda Guerra Mundial para posicionar aviones (el método fue denominado HIRAN). Luego este método se utilizó para medir un arco entre Norteamérica y Europa. Un significativo quiebre tecnológico, ocurrió cuando científicos de todo el mundo experimentaron con desvíos Doppler en señales transmitidas por satélite. Estas señales Doppler se convirtieron en observables que permitían determinar el tiempo exacto de máximo acercamiento a un satélite. Con este dato, sumado a la posibilidad de conocer las efemérides satelitales acordes a las leyes de la Mecánica Celeste, se puede conocer con precisión la posición de cualquier punto del planeta.

3.4. INTERFEROMETRIA RADIO ASTRONOMICA

Las fuentes de radio extragalácticas (quasars = fuentes de radio cuasi estelares) emiten ondas en el rango de los cm a dm, las cuales se detectan con grandes antenas parabólicas (radio telescopios) que se utilizan en radio astronomía. Un sistema receptor consiste de dos radio telescopios P1 y P2, ampliamente separados (algunos 1.000 km), y de esa forma obtener una alta resolución (~ 0".001) debido a la gran distancia o base que los separa. Las ondas de radio llegan a P2 con una diferencia de fase con respecto a P1.

Comparando los dos trenes de ondas se obtienen las interferencias. Ya que la diferencia de fase cambia con el tiempo, debido a la rotación terrestre, las interferencias se calculan teniendo en cuenta la frecuencia de borde.

Este método se conoce como Interferometría para bases largas (IBML). Debido a la gran distancia entre las antenas, no es posible una comparación directa de los trenes de ondas que llegan a P1 y P2. Por lo tanto las señales se graban en soporte magnético, junto con una señal de tiempo que es generado por los patrones de frecuencia en las respectivas estaciones. Luego, se puede correlacionar ambas ondas, obteniendo el tiempo de retraso y su variación en el tiempo. Se aplican correcciones debido a las diferencias sistemáticas en los patrones de frecuencia y debido a las influencias de la atmósfera y la aberración diurna. La precisión de este método depende de la medición del tiempo (+/- 1 a +/- 0.1 ns), la estabilidad del patrón de frecuencia (relojes atómicos de cada estación radio astronómica), la habilidad para tomar en cuenta los efectos de la refracción y la calidad de la correlación.

Hasta aquí, las distancias de varios miles de kilómetros han sido determinadas con una precisión de +/- 0.2 metro.

El sistema de posicionamiento satelital, se basa en un principio de correlación de ondas, que da la impresión de haber sido inspirado en la Interferometría astronómica.

3.5. LA ERA SATELITAL

En base a las experiencias satelitales Doppler, en Estados Unidos se crea el Navy Navigational Satellite System (NNSS) más conocido como TRANSIT. El principal problema con TRANSIT era que un satélite podía pasar por sobre el horizonte de un observador cada 90 minutos. Así el observador debía interpolar su posición entre distintos pasos de satélite. Como sucesor tecnológico del sistema TRANSIT **surge el sistema GPS en USA y GLONASS en Rusia**.

Siendo éste el tema que interesa tratar a continuación.

GPS, da respuesta inmediata a las siguientes preguntas. " Qué hora, qué posición y qué velocidad tengo en este momento?"; rápidamente, con precisión y económicamente; en cualquier lugar del globo y en cualquier momento (Remondi -1991-).

Con el advenimiento de sistemas de posicionamiento globales y los avances informáticos, surge una nueva ciencia conocida como GEOMÁTICA. La GEOMÁTICA resume el aprovechamiento de técnicas de bases de datos, diseño asistido por computadora (CAD), análisis y procesamiento de imágenes y sistemas de información geográfica (GIS) volcados a la geodesia, la topografía, y la cartografía.

3.6 ORIGENES DEL SISTEMA NAVSTAR GPS

El uso de satélites terrestres artificiales para propósitos de navegación comenzó con el SPUTNIK I (Ruso-1957). La navegación satelital combinó los métodos de navegación celeste con los de radio navegación para alcanzar sistemas que tuvieran adelantos revolucionarios sobre la precisión y el rendimiento.

La diferencia fundamental entre la navegación por medio de satélites artificiales que usan señales de radio, con respecto a otros métodos, es particularmente la distribución geométrica de los puntos emisores. El espacio ofrece la oportunidad para la radiación de señales sobre grandes extensiones. De esta manera, no existe el efecto tradicional de menor precisión por baja cobertura.

Los satélites artificiales, son obviamente, plataformas muy convenientes, desde las cuales se puede obtener servicios de navegación, pero estas ventajas se han obtenido gracias a un desarrollo de tecnología cada vez más compleja. Desde que se inició la tecnología espacial, hace 40 años, esta ha generado un sistema que le proporciona al usuario una precisión de la posición en el orden de pocos metros, como así también en las mediciones de velocidad en el orden de una décima de metro por segundo, y la lectura de la hora en el orden de los nanosegundos (fracción de tiempo = milmillonésimo de segundo o sea 10^{-9} segundos).

El desarrollo del TRANSIT I, primer sistema satelital estadounidense de navegación, se basó en las observaciones realizadas con señales de radio del primer SPUTNIK (ex Unión Soviética). TRANSIT I comenzó oficialmente en diciembre de 1958, convirtiéndose en un sistema de navegación mundial que ha estado en permanente funcionamiento desde enero de 1964. Básicamente, el sistema TRANSIT permitió el cálculo perpendicular plano orbital, por lo que para determinar una posición se requiere realizar mediciones mediante dos satélites separados en el tiempo. Se ha programado que TRANSIT I deje de ser operativo en el año 1995.

Mediante la experiencia del TRANSIT, llegó a ser obvio que un sistema satelital de navegación global tendría mucho que ofrecer en términos de exactitud para todo tipo de clima, a toda hora y en cualquier punto del globo terráqueo. En consecuencia, el Departamento de Defensa de Estados Unidos estableció requisitos para realizar un mejor sistema de navegación satelital. Entre 1967 y 1969 la Fuerza Aérea de U.S.A. dirigió un estudio para formular los conceptos preliminares, y para diseñar el sistema, que fue denominado 621B.

Como resultado de estos esfuerzos, donde se combinó análisis de misiones con otros estudios se generó un sistema de navegación espacial que requería 20 satélites desplegados en órbitas sincrónicas, cuyas estelas sobre la tierra se extenderían a 60° de latitud norte y sur. El rastreo y control de estos satélites sería mantenido desde Estaciones Terrestres y a través de conexiones intersatelitales. Este tipo de rastreo intersatelital minimizó la vulnerabilidad del sistema contra ataques físicos a las estaciones terrestres. El sistema 621B fue diseñado para realizar mediciones de distancias simultáneamente de por lo menos 4 satélites y así calcular instantáneamente la posición y el tiempo.

Conjuntamente con los estudios de navegación espacial de la USAF, The Naval Research Laboratory (NRL, Laboratorio Naval de Investigaciones), concibió la idea de un sistema satelital de navegación y hora (TIMATION = TIME and navigaTION).

El desarrollo del sistema TIMATION consistía de 2 etapas.

- La fase I (TIMATION I, II y III) se inicio originalmente como un esfuerzo tecnológico para estudiar la conducta de osciladores de cristal muy estables en órbitas de baja altitud y para verificar la técnica TIMATION.

- La fase II comprendía la creación y el despliegue de un sistema operacional.

El concepto TIMATION involucra hacer las mediciones de distancia directa desde el satélite al usuario, con un retraso en la lectura de la hora que se toma a cada minuto, mientras dura el paso del satélite. Las mediciones de distancia directa se hicieron a través de mediciones por fases en diversos tonos modulados en una señal portadora. TIMATION I y II, que fueron lanzados en 1967 y 1969, generaron la transferencia de hora precisa, realizando experimentos de navegación y geodesia transmitiendo señales side-tone (STR) y señales de ruido pseudoaleatorio (PRN). Más tarde, TIMATION III, identificado como NTS-1 (Tecnología Satelital I para navegación GPS), fue lanzado a mediados de 1974 con el primer reloj atómico espacial a bordo. La Marina propuso un

sistema de navegación global TIMATION como resultado final de esos estudios, utilizando de 21 a 27 satélites en órbitas medias (8 horas) con señales STR y PRN.

Tanto el sistema 621B de la USAF como el TIMATION de la Marina, eran apropiados para el Sistema Satelital de Navegación del Departamento de Defensa. Las restricciones presupuestarias no permitían el desarrollo de dos sistemas paralelos independientes. La configuración consistió de dos propuestas; una la de la Marina que permitía el despliegue tecnológico y la propuesta de la USAF que permitía estructurar las señales y las frecuencias para un rendimiento máximo por parte del usuario, además de un control satelital de costo mínimo. El programa resultante de este esfuerzo mixto es el "Sistema de Posicionamiento Global NAVSTAR GPS". Actualmente, el sistema NAVSTAR es responsabilidad del JPO (Joint Program Office), ubicado en la División de Comandos Espaciales de la U.S. Air Force en su base de Los Angeles.

NAVSTAR, proviene del vocablo Ingles abreviado como: NAVigation System with Timing And Ranging (Sistema de Navegación por Tiempo y Distancia).

El programa GPS fue probado en 1973 para una fase de demostración. Los vehículos de lanzamiento provenían de los misiles inactivos "ATLAS" que se encontraban en los trigales de Kansas. Se aprobaron y financiaron 6 satélites para la demostración. El control satelital se llevo a cabo a través de una Estación de Control específica, luego se procedió a la creación del primer equipo receptor con propósitos militares. Los resultados en las pruebas de precisión sobrepasaron las expectativas, como consecuencia de ello, en 1982 se autorizó la creación de 28 satélites y sus lanzamientos. El accidente del transbordador espacial ocurrió justo antes de enviar el primer satélite de producción, por ello, se asignó casi 1.000 millones de dólares para lograr que el DELTA II lanzara los satélites y resulto en un retraso de 3 años para el despliegue de toda la constelación.

Si bien el sistema NAVSTAR fue concebido para uso exclusivamente militar, el Congreso Estadounidense, con aprobación del Presidente exigió al Departamento de Defensa la implementación civil del sistema. El Departamento de Defensa se reserva la exclusividad del código P (Preciso) para uso militar e incorporó ciertos controles para lograr el uso civil intensivo sin peligrar los recursos de defensa que motivó la creación del NAVSTAR.

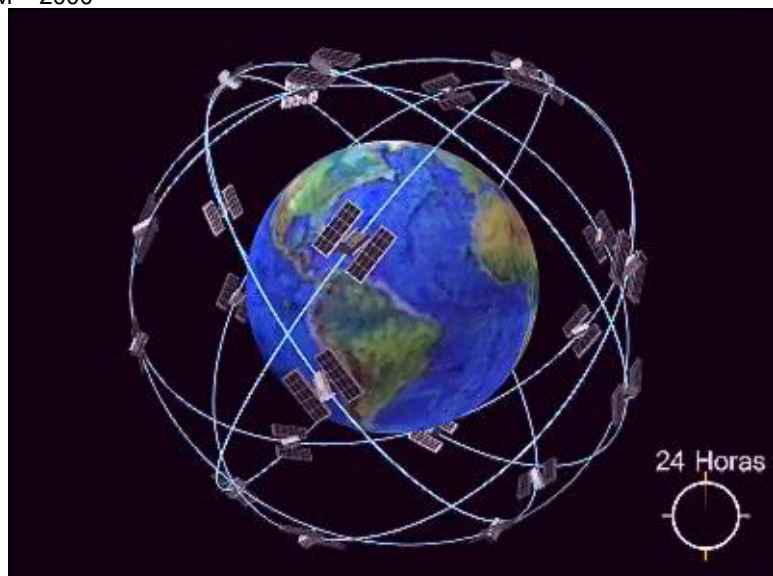
En diciembre de 1993 se declaró el sistema completamente operacional. Hoy se dispone de una **constelación satelital GPS NAVSTAR** que brinda entre 4 y 8 satélites con 15° de elevación al horizonte; hasta 10 satélites con 10° de elevación y hasta 12 satélites con 5°. El GPS otorga un desarrollo tecnológico y comercial para los próximos años que supera todas las expectativas de sus creadores y usuarios civiles en todo el mundo con acceso libre y gratuito.

Sistema de Posicionamiento Global*

(*) Ref.: Atlas Geografico de la Rep. Arg. IGM – 2000

El sistema de posicionamiento global NAVSTAR GPS está compuesto por 24 satélites divididos en 6 órbitas a razón de 4 satélites por órbita, ubicados a aproximadamente 26.200Km de altura. Cada satélite describe dos órbitas por día con una velocidad tangencial de 3,9Km/seg.

Fig. 12



Orbitas:

Los satélites están distribuidos a razón de 4 satélites por órbita. Esta última a 55° del ecuador y concéntrica al centro de masa de la tierra. Esta disposición permite contar con al menos cuatro satélites en todo momento en cualquier parte del globo.

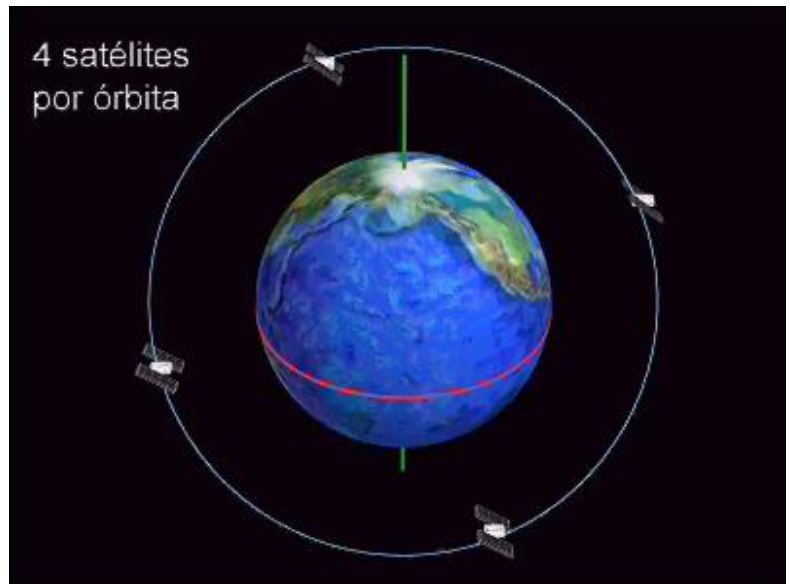


Fig. 13

4. SISTEMAS DE REFERENCIA***4.1. Introducción** (*) Ref.: Geosistemas SRL.c/colabor. Del Proyecto GEO200-SECYT/CONICET U.N.L.P-Seminario Internacional GPS97)

Los sistemas de posicionamiento satelitales, al involucrar el concepto de posicionamiento "Global", requieren que se conozcan los distintos sistemas de referencia validos.

La **GEODESIA** es la ciencia que se ocupa de conocer en un concepto global nuestro planeta, tanto desde el punto de vista de su forma y dimensiones, como de su campo de gravedad. De esta manera se pueden llegar a localizar y representar de una forma coherente los diversos fenómenos territoriales.

Hoy, no cabe duda que la Tierra es un cuerpo aproximadamente esférico, de un cierto tamaño y de una cierta masa.

Por lo tanto es natural considerar una primera aproximación a la Tierra como una esfera (Fig 14). Pero al ser mas rigurosos, y especialmente al hacer un análisis de campo de gravedad terrestre o simplemente observando la superficie oceánica, a la Tierra se la puede definir su forma como aquella correspondiente al Nivel Medio del Mar (N.M.M.) y su prolongación a través de los continentes. De manera mas precisa, la forma de la Tierra es un Geoide, el cual corresponde a una superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre que, para efectos prácticos, coincide con el "nivel medio del mar" (Fig. 16).



Fig. 14



Fig. 15



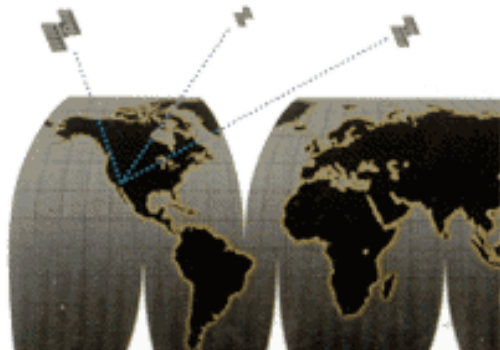
Fig. 16

Si bien el geode representa una buena aproximación a la forma real de la Tierra, su expresión matemática es bastante compleja de manejar. De esta manera, para efectos prácticos se ideó una figura matemática relativamente sencilla que se ajustara "lo mejor posible" al geode. Así, la Tierra se modela a través de un elipsoide de revolución (fig. 15), el cual se ha constituido en la figura geodésica tradicional de nuestro planeta.

- Toda coordenada entregada por un receptor de posicionamiento satelital, se representa en su forma mas directa de obtención; que es sobre un elipsoide, en la forma de Latitud, Longitud y altura al elipsoide.

Fig. 17

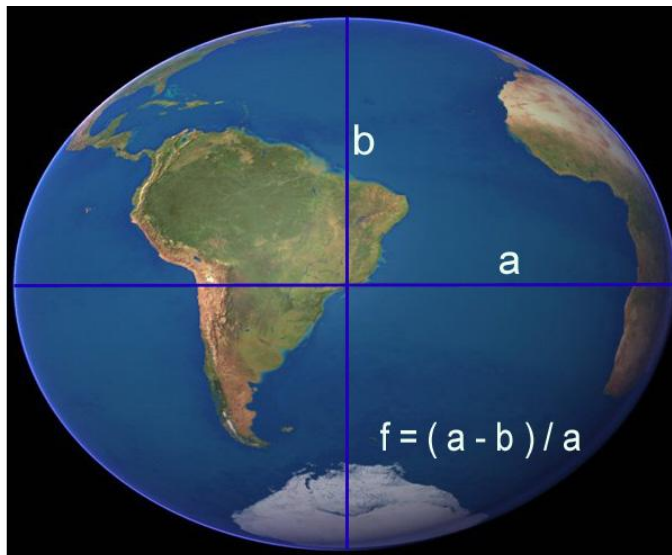
Luego, para fines de representación y mapeo, el hombre requiere desarrollar el elipsoide al plano; cuestión que requiere de traspasos matemáticos de mediana complejidad, ya que, la superficie de un elipsoide no es desarrollable al plano (Fig. 17, Problema de pelar la naranja de tal manera que su cascara forme un plano). Acá, se presenta otro punto de vital importancia, que son los sistemas de Proyección y que de ninguna manera se deberían confundir con los sistemas de referencia.



4.2. EL ELIPSOIDE DE REVOLUCION

El tamaño y la forma del elipsoide de revolución se expresan a través de su semieje mayor "a" y su semieje menor "b" o, equivalentemente, por su semieje mayor y su achatamiento "f". Como ya se dijo, estas cantidades deben ser elegidas de manera tal que el elipsoide de revolución se ajuste lo más exactamente posible al geode. Fig. 18

Se representa una elipse con los parámetros a, b, 1/f



Teóricamente, cuando el centro geométrico del elipsoide coincide con el geocentro y su semieje menor se orienta a lo largo de la línea de los polos geográficos Norte - Sur, el elipsoide se ajusta, en promedio, al geoide en todas partes del planeta. Este tipo de elipsoide se denomina "global".

Por las limitaciones propias de las técnicas de medición, para la geodesia clásica no fue posible establecer elipsoides globales, sino que solo se pudieron establecer elipsoides "regionales" (Fig.19). Estos eran elipsoides que se ajustaban al geoide razonablemente bien dentro de una cierta región, pero fuera de ella comenzaba a producirse un desajuste creciente.

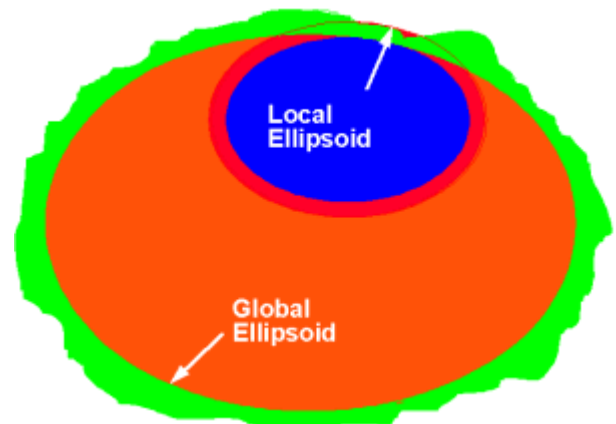


Fig. 19

Un ejemplo de ello, es el sistema Campo Inchauspe 1969, utilizado durante muchos años por nuestro país. Para este sistema se adoptó el Elipsoide Internacional de 1924.

En la Asamblea General de la Unión Geodésica y Geofísica Internacional (Madrid, año 1924), se recomendó la utilización del elipsoide de Hayford, cuyas dimensiones) son:

Semieje mayor: $a = 6.378.388 \text{ m}$

Semieje menor: $b = 6.356.912 \text{ m}$

Aplastamiento: $(a - b) / a = 1/297 \sim 1/300$

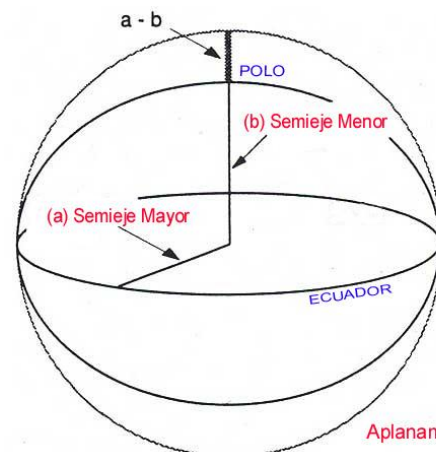


Fig. 20

$$\text{Aplastamiento} = \frac{(a - b)}{a}$$

Dicho elipsoide fue posicionado y orientado de manera que resultara tangente al geoide en el paraje Campo Inchauspe ($\varphi \cong -36^\circ$, $\lambda \cong -62^\circ$). Hoy sabemos que el elipsoide elegido es unos 250 metros más grande y algo más achatado que el valor correcto; su centro geométrico está desplazado unos 220 metros respecto el geocentro y sus ejes están inclinados unos 0.3 segundos de arco respecto a los de la Tierra.

- La materialización de elipsoides globales solo fue posible a partir de la introducción de la geodesia satelitaria. Ejemplos de esta clase de elipsoides es el **WGS84 (World Geodetic System 1984)**, cuya precisión geocéntrica actual es del orden de 20 centímetros y cuyos ejes están alineados con errores imperceptibles. El marco de referencia POSGAR 94, adoptado recientemente por el IGM como marco de referencia oficial del país, materializa un elipsoide global muy cercano al WGS84, cuya precisión geocéntrica es del orden 1 metro.

4.3. ELEMENTOS GEOGRÁFICOS

Eje Terrestre (fig. 21): Es la recta alrededor de la cual gira la Tierra en su movimiento diurno, conservando el paralelismo a sí mismo a lo largo del movimiento de traslación sobre la eclíptica alrededor del Sol. Aunque la Tierra tiene otros movimientos, éstos son tan lentos que el eje terrestre parece apuntar siempre a un punto fijo del cielo, que en el hemisferio Norte está en las proximidades de la estrella Polar

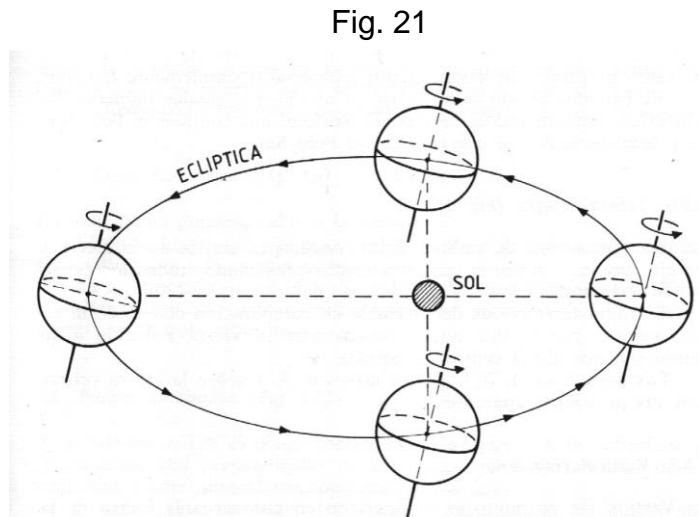


Fig. 21

Polos: (fig.21) Son los puntos de intersección del eje terrestre con la superficie de la Tierra, el que está del lado de la estrella Polar es el *Polo Norte* y el otro el *Polo Sur*.

Meridiano: (fig. 21) Los planos que contienen al eje terrestre se llaman planos meridianos y la intersección con la superficie terrestre son los *meridianos*.

Paralelos: (fig. 21) Los planos que perpendiculares al eje terrestre se llaman planos paralelos y la intersección con la superficie terrestre son los *paralelos*.

Ecuador: (fig. 21) Es el plano que contiene al centro terrestre y es de radio máximo. Divide a la Tierra en dos parte iguales: Hemisferio Norte, el que contiene al Polo Norte y Hemisferio Sur al que contiene al Polo Sur.

Fig. 21

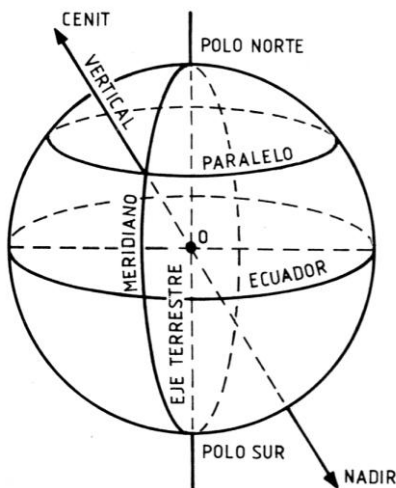
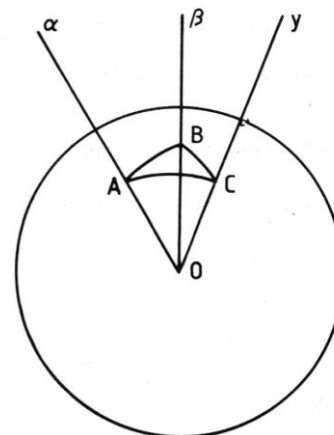


Fig. 22



Esfera Celeste: (fig. 22) Es una esfera ideal de radio infinito concéntrica con la Tierra y de eje común, y sobre la cual suponemos proyectados todos los astros del firmamento. El radio de la Tierra es despreciable en comparación con el de esfera celeste, por lo que puede considerarse la Tierra reducida a un punto y ocupando el centro de aquella. Las posiciones A, B, C de los astros α , β , γ sobre la esfera celeste son sus posiciones aparentes.

Vertical: (fig. 21) Es la dirección en que actúa la fuerza de gravedad en un punto; en el caso de Tierra esférica se supone que pasa por el centro de la misma. La Vertical corta a la esfera celeste en dos puntos diametralmente opuestos, llamados antípodas, el superior en la semiesfera invisible, llamado Cenit, y en el inferior en la semiesfera visible, llamado Nadir. Se llama plano vertical, todo plano que contiene a la vertical misma.

Plano Horizontal: (fig. 22)

Es todo plano perpendicular a la vertical. El plano horizontal que pasa por un punto A de la superficie terrestre, es tangente a la misma en ese punto. La intersección de un plano meridiano con uno horizontal se llama meridiana y marca la dirección Norte – Sur, correspondiendo cada extremo con el Polo respectivo.

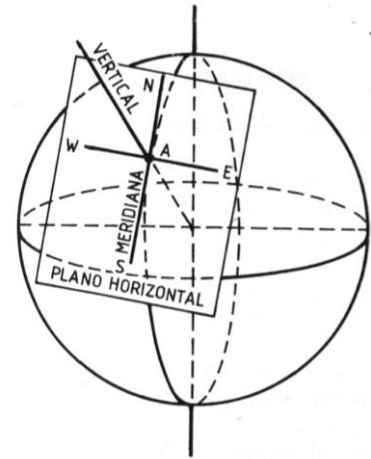


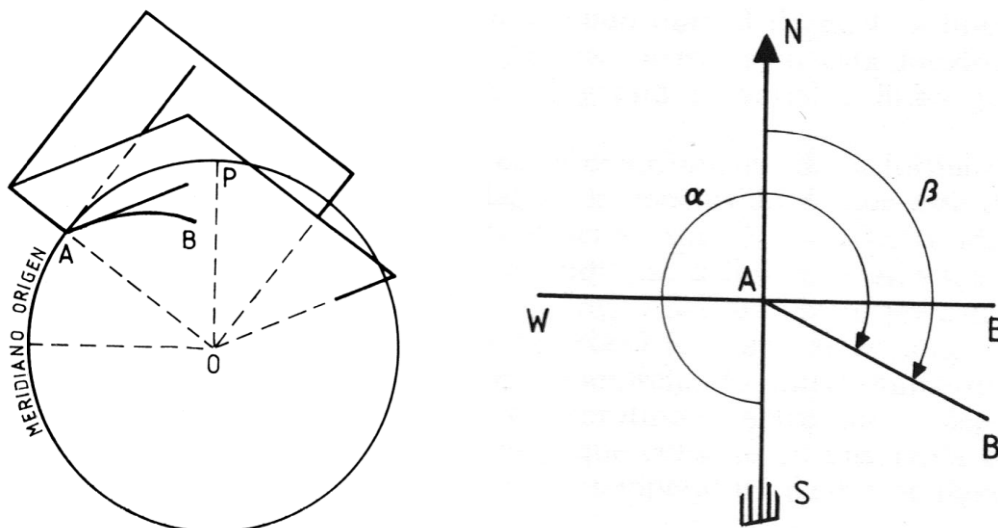
Fig. 22

Puntos Cardinales: (fig. 22) Si en el punto A se traza una perpendicular a la meridiana tendremos materializada 4 direcciones opuestas dos a dos. Si el observador, situado en A, mira hacia el Norte, a su espalda tendrá el Sur, a la derecha el Este y a la izquierda el Oeste (W).

Acimut geográfico: (fig. 23)

Si se considera sobre el elipsoide dos puntos A y B relativamente próximos, el acimut de B respecto de A, es el ángulo formado por: el plano meridiano de A y el plano vertical de A que pasa por B. Se mide de 0° a 360° a partir del plano meridiano y en el sentido de giro de las agujas del reloj. En Topografía se toma como origen el Norte, el acimut en este caso, de la dirección AB será el ángulo β .

Fig. 23



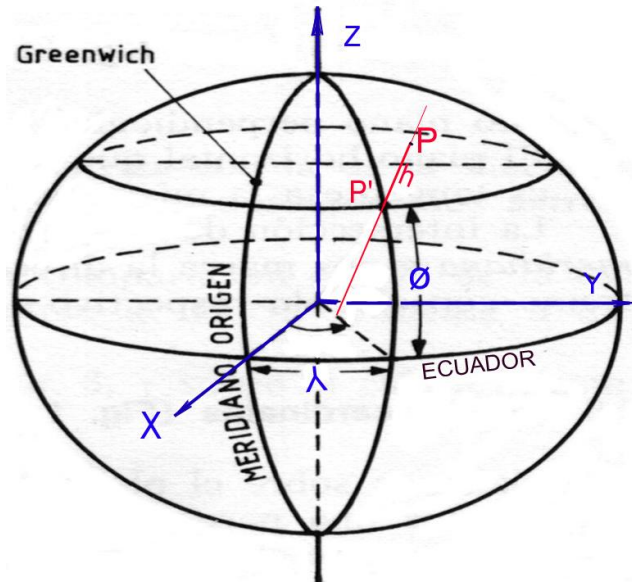
4.4. COORDENADAS GEOGRÁFICAS*

Para definir las **coordenadas geodésicas latitud (ϕ), longitud (λ) y altura de un punto (h)** respecto al elipsoide de revolución, considérese la línea imaginaria que, siendo normal al elipsoide, pasa por el punto P, interceptándolo en el punto P'; entonces (Fig. 24):

Fig. 24

- La **latitud (latitud geodésica = ϕ)**: es el ángulo entre dicha línea con el plano ecuatorial, medida a lo largo del meridiano que pasa por P'. Se mide a partir del Ecuador, sobre el meridiano del lugar de 0° a 90° hacia el Norte o (+) y de 0° a 90° hacia el Sur o (-), según se encuentre en uno u otro hemisferio.

- La **longitud (longitud geodésica = λ)**: es el ángulo entre el meridiano origen el meridiano de Greenwich (Observatorio de Greenwich, cercanías de Londres) y el meridiano que pasa por P', medida a lo largo del Ecuador. Se miden de 0° a 180° , a uno y otro lado del meridiano origen, añadiendo la denominación Este o (+) u Oeste o (-), según se cuente en uno u otro sentido



- La **altura elipsoidica (altura geodésica = h)**: es la distancia entre P y P', medida en metros, positiva hacia arriba del elipsoide.

(*) Ref.: Geosistemas SRL.c/colabor. Del Proyecto GEO200-SECYT/CONICET U.N.L.P-Seminario Internacional GPS97)

4.5. COORDENADAS RECTANGULARES - X,Y,Z (ECEF)*

Las efemérides de la posición orbital de los satélites GLONASS o GPS, se proveen respecto de un sistema de referencia elipsoidico PZ-90 y WGS84 respectivamente. Pero la posición en 3D de un punto del espacio (ya sea el satélite o el observador con su receptor) se puede expresar en coordenadas polares o rectangulares. Ese es el caso de las coordenadas cartesianas X, Y, Z ECEF (de la sigla Earth Centered, Earth Fixed).

Por lo tanto, podemos expresar **las coordenadas de un punto de la Tierra en términos de latitud, longitud y altura o sus respectivas X, Y, Z**. Estas últimas se definen respecto a una terna de ejes sólidamente unidos al elipsoide de revolución, de manera que (fig. 25):

1. El origen de coordenadas ECEF, se basa en tres ejes ortogonales cuyo origen se halla fijo en el centro geométrico del elipsoide.
2. El eje Z se encuentra a lo largo del semieje del elipsoide, apuntando hacia el polo norte.
3. El eje X se define por la intersección entre el plano del meridiano de origen (0°) y el plano Ecuatorial.

4. El eje Y completa un sistema ortogonal de regla de mano derecha separado 90 grados al este del eje X y con una dirección que intersecciona al plano del ecuador.

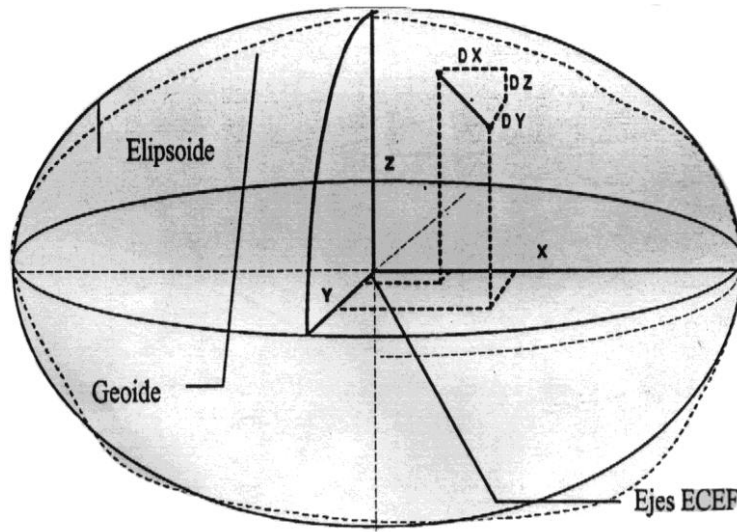


Fig. 25

4.6. PASAJE DE COORDENADAS GEODESICAS A CARTESIANAS (ECEF)

$$X = (N + h) \cos \phi \cdot \cos \lambda$$

$$Y = (N + h) \cos \phi \cdot \sin \lambda$$

$$Z = (1 - e^2) (N + h) \sin \phi$$

Donde:

$$N = a / [(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{-1/2}]$$

$$e^2 = 2f - f^2$$

$$f = (a - b) / a$$

X, Y, Z = coordenadas cartesianas ECEF

ϕ ; λ , h = Coordenadas geodesicas

a = semieje mayor del elipsoide

b = semieje menor de elipsoide

f = achatamiento del elipsoide.

4.7. GEODESIA

Dijimos que tiene por objetivo estudiar la forma de la Tierra además trata de determinar sus dimensiones, representando puntualmente la superficie real sobre el elipsoide de revolución. Para ello con los datos elaborados teóricamente efectúa los cálculos necesarios para la representación cartográfica de la superficie terrestre.

Mediante observaciones astronómicas –Geodesia Astronómica- se pueden determinar la *longitud*, la *latitud geográfica* y además el *acimut* (orientación con respecto a la dirección Norte-Sur) de cualquier punto, Se pueden también determinar las coordenadas por triangulaciones que vinculan puntos pertenecientes a la superficie real con mallas de triángulos, de los se miden con precisión todos sus ángulos y un solo lado; a partir de un vértice, cuyas coordenadas se obtienen por mediciones

astronómicas, se calculan por métodos matemáticos las coordenadas sobre el elipsoide de todos los vértices restantes –Geodesia Matemática-.

En la actualidad, se están logrando con buenas precisiones la determinación de las coordenadas geográficas con apoyos satelital a través de los equipos de medición Sistemas Satelital Geodésico GPS –Sistema de Posición Global-. Para ello se logran posicionamiento de precisión por aplicación de las señales transmitidas por los satélites GPS de la constelación en uso.

Los vértices de las mallas de triángulos se los distribuye materializándolo sobre la tierra correlacionados con gran aproximación, denominados Puntos Trigonométricos (P.T. ver figuras 26), que a su vez son aprovechados por la Topografía para ajustar sus propias mediciones. Éstos se relacionan por una red de triángulos, llamadas de Primer Orden, entre puntos distantes entre sí de 20 a 30 km o más, los vértices de esta red están enlazados por otra de relleno, red de Segundo Orden, cuyos vértices están separados de 10 a 20 km y por último, a ambas se une una red geodésica de Tercer Orden, con lados que van de 3 a 10 km. De este modo dan puntos de apoyo a los trabajos topográficos de relleno limitando las mediciones topográficas al orden de 5 km. La superficie abarcada por cada triángulo de esta red, es lo suficientemente pequeña para que en cada uno de ellos se considere la Tierra como plana.

Los datos geográficos de estos puntos son obtenidos en el Instituto Geográfico Militar (I.G.M.), donde informa la coordenadas geográficas y/o, su cota o altura vertical

Red geodésica: Son los triángulos que permiten relacionar las coordenadas geodésicas con las coordenadas cartesianas.

Fig. 26



Pilares Puntos Trigonométricos



Estacion total en P.T.



Pilar de Azimut



(*) Ref.: Geosistemas SRL.c/colabor. Del Proyecto GEO200-SECYT/CONICET U.N.L.P-Seminario Internacional GPS97)

4.8. DATUMS HORIZONTALES, VERTICALES Y COMPLETOS*

En las aplicaciones geodésicas de gran escala se utilizan comúnmente 3 tipos de superficies, que son (fig. 27):

- 3) La superficie natural de la Tierra.
- 2) El geoide.
- 3) El elipsoide.



Fig. 27

1) La **superficie natural de la Tierra**, obviamente, es aquella donde el hombre desarrolla su existencia y es el objeto de las mediciones y se conoce como superficie Topográfica. Es bien conocido que la topografía de la corteza terrestre es altamente irregular, formada por tierra y agua que varían respecto del tiempo. Los modelos de la superficie terrestre se utilizan en

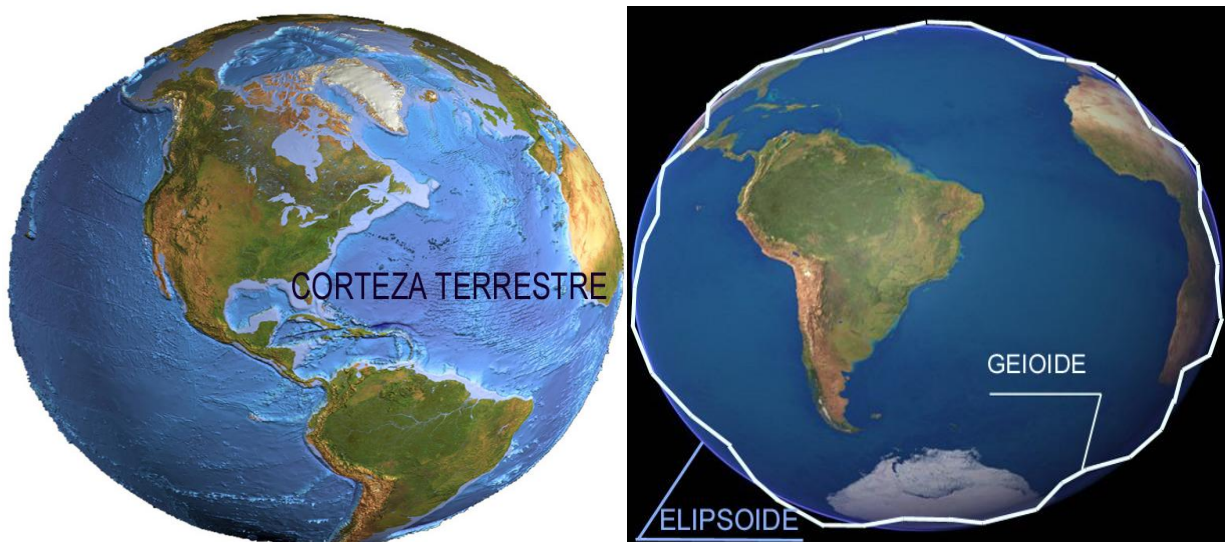
navegación, mapeos, Agrimensura, Ingeniería y Geodesia (fig. 28). El modelado y representación de superficies topográficas y niveles del mar intentan conocer las variaciones físicas de la superficie (mientras que los modelos gravíficos terrestres intentan representar mediante el geoide las variaciones de gravedad que modifican la definición local de una superficie de nivel).

2) El **Geoide es una superficie equipotencial del campo gravitatorio terrestre**. Esta superficie equipotencial es aquella que permite el estado de equilibrio de un líquido (fig. 28). En una aproximación, esencialmente, es aquella superficie de nivel que aproxima el promedio del nivel medio del mar para todo el globo. Así, el geoide se utiliza como **datum vertical** (origen de referencia vertical) para las alturas conocidas como **ortométricas** (H). Las **alturas ortométricas** son las que generalmente podemos encontrar sobre una carta topográfica.

- Los modelos de Geoide intentan describir en detalle las variaciones del campo de gravedad terrestre. La importancia de este esfuerzo se halla relacionado a la idea de nivelación. La Topografía, cuando trata con representaciones planas, de regiones reducidas, utilizan el concepto de un plano perpendicular a la superficie de gravedad terrestre, y se determina mediante la dirección de una plomada apuntando aproximadamente al centro de masas terrestres. Las variaciones de gravedad locales, causadas por variaciones de densidad de los materiales y masas de la superficie son los causantes de que el campo gravitatorio terrestre sea irregular.

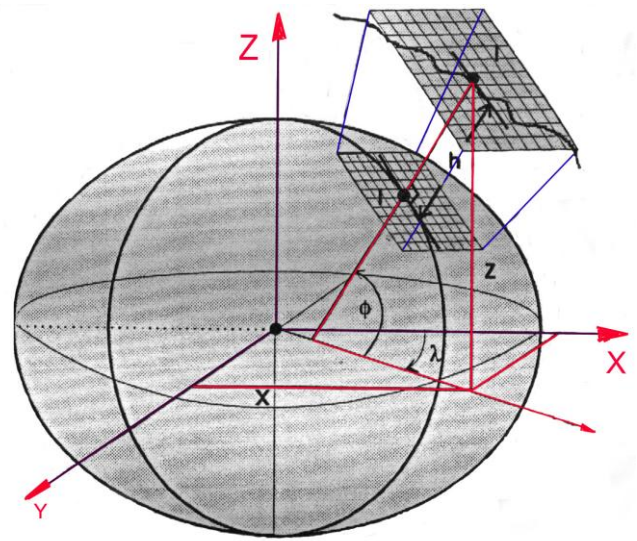
3) Un **"datum horizontal" es un elipsoide de referencia para coordenadas horizontales; Latitud y Longitud**. La ventaja de utilizar un elipsoide como referencia es que posee una forma matemática muy simple de ser representada. Para describir superficies elipsóidicas solo se necesitan dos parámetros; el semieje mayor **a** y el semieje menor **b**. La única desventaja que posee es la de no poder ser ubicado por instrumentos convencionales, para cualquier lugar en que nos encontremos (por donde pasará el elipsoide?). La ubicación y forma de un elipsoide en el espacio tiene una descripción muy sencilla y clara. En el pasado se han definido muchísimos elipsoides de referencia; siempre justificando que se ajustaban de mejor manera para ciertas regiones, continentes o países (fig. 28).

Fig. 28



Luego, los mapas son representaciones sobre el plano de dichos sistemas elipsoidales, o del geoide para el caso de las alturas (fig. 29). Por utilizar superficies elipsóidicas, la representación plana requiere de pequeñas modificaciones matemáticas, en otras palabras la superficie a representar en el plano no es desarrollable. Así, otro sistema de referencia utilizado y que no debe confundirse con los anteriores son las coordenadas planas en una proyección.

Fig. 29



Estas coordenadas planas se obtienen por pasaje o conversión matemática punto a punto del elipsoide al plano; la fórmula o método que permite realizar ese pasaje dependerá del tipo de proyección utilizada.

De las tres superficies principales de estudio para la representación de la forma de la Tierra, dos de ellas, el elipsoide y el geoide son **Datums**.

Los Datums geodésicos, definen los sistemas de referencia utilizados para describir la forma y tamaño de la tierra.

En la historia del hombre por determinar la forma y tamaño de nuestro planeta, o en el afán de las naciones o países en desarrollar la cartografía de una región, se han definido cientos de Datums verticales y horizontales.

Los Datums de la geodesia moderna van desde modelos de la Tierra plana para Agrimensura, Topografía e Ingeniería, hasta modelos complejos usados para aplicaciones internacionales los cuales definen el tamaño, forma, orientación, campo de gravedad y velocidad angular de la Tierra. Mientras que la Cartografía, Agrimensura, Navegación y Astronomía se valen de Datums geodésicos, la Geodesia es la disciplina principal para la definición de este tópico.

Si se pretende referenciar coordenadas geodésicas sobre un Datum equivocado, se puede obtener un error en la posición de cientos de metros. Las diferentes naciones y agencias usan diferentes Datums como base de sus sistemas de coordenadas para definir las posiciones de sus Sistemas de Información Geográfica y mapeos. La diversidad de Datums que se usan en la actualidad y el avance tecnológico en mediciones GPS que permiten obtener precisiones en la posición de centímetros en movimiento, requieren una cuidadosa selección y tratamiento de la información al seleccionar el Datum de trabajo y sus respectivas conversiones.

De la misma manera que existen distintos sistemas de unidades de distancia, (Pies, Yardas, Metros) hay distintos elipsoides o Datums Horizontales. Por ejemplo: La definición de Metro (Siglo 18), determina al Metro como la diez millonésima parte de la distancia entre el polo y el ecuador sobre un elipsoide en particular. Según el elipsoide que utilizamos, habría distintos valores que

definen al Metro. Por ello, el hombre posee el Metro Patrón y la nueva definición en base la oscilación de una partícula específica.

Por todo ello, cuando se habla de un Datum, se trata del origen del sistema de referencia que se utiliza.

- Los **Datums Horizontales** se definen por un Elipsoide y se utilizan para determinar un sistema de coordenadas Latitud y Longitud en el Datum de "referencia".
- Los **Datums Verticales** se definen por medio del Geoide y se utilizan para determinar un sistema de referencia para alturas Ortométricas.
- Los **Datums Compuestos** se definen por medio de un Elipsoide y un Geoide asociado para determinar un sistema de referencia donde cada punto se representa por; Latitud, Longitud y Altura (Ortométrica o al Elipsoidica). Este caso, es el que se valen los **sistemas de posicionamiento satelital** como el **GPS NAVSTAR** que utilizan el **Datum WGS84** y **GLONASS** que se referencia sobre el **Datum PZ-90**.

(*) Ref.: Geosistemas SRL.c/colabor. Del Proyecto GEO200-SECYT/CONICET U.N.L.P-Seminario Internacional GPS97)

4.9. REFERENCIA EN REDES DE CONTROL GEODESICAS*

Las redes de control geodésicas se hallan configuradas por puntos distribuidos con gran fuerza geométrica. Estos puntos son los llamados de "Control", con coordenadas conocidas sobre un sistema y Datum bien definido. Estos puntos son estacionarios, debidamente monumentados e idealmente bien distribuidos sobre el área geográfica. Una red de control podrá cubrir una región, país o un continente.

Una red de control geodésica horizontal es aquella en que las coordenadas horizontales de latitud y longitud son conocidas en forma tan precisa como sea posible y las alturas son conocidas en forma aproximada. Para ello se recurre a un Datum Horizontal. Dichos puntos manifestados físicamente sobre la superficie topográfica materializan el sistema de referencia y el Datum asociado.

Una red de control geodésica vertical es aquella donde las cotas ortométricas (Cotas respecto del Geoide o Datum Vertical) son determinadas de la forma mas precisa posible y la latitud y longitud solo en una forma aproximada.

Una red de control geodésica completa es aquella donde las componentes Horizontales y Verticales se hallan referidas a un Datum Completo.

En la actualidad, existen dos tendencias en el establecimiento de redes geodésicas de control:

a) La **tradicional**: Comúnmente conocida por su establecimiento mediante la monumentación previa de la misma, para la posterior vinculación con puntos de interés como caminos, parcelamientos, etc.

b) **Estaciones Activas**: Con el advenimiento de la tecnología GPS se introduce un nuevo concepto en el establecimiento de métodos de control geodésicos.

(*) Ref.: Geosistemas SRL.c/colabor. Del Proyecto GEO200-SECYT/CONICET U.N.L.P-Seminario Internacional GPS97)

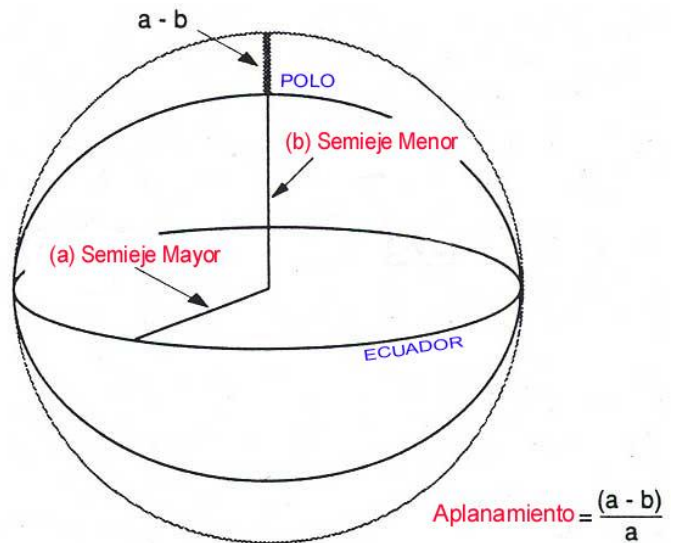
4.10. SISTEMA DE REFERENCIA GEODESICA MUNDIAL DE 1984 (WGS84)

WGS84 (fig. 30) es el Datum Completo que utiliza el sistema NAVSTAR GPS como referencia; la denominación del mismo surge de la abreviatura en idioma ingles de World Geodetic System de 1984. Este incluye un sistema de coordenadas, un elipsoide y un campo gravitatorio en forma de geoide. Cuando un receptor GPS determina la posición de su antena, esta se halla expresada en coordenadas referidas al Datum

WGS84, ya que las efemérides utilizadas por GPS NAVSTAR se hallan en el Datum WGS84.

Fig. 30

El origen del WGS84 es el centro de masas de la Tierra (GEOCENTRICO). Este sistema se realizó rotando y cambiando la escala y origen del Navy Navigation System (NNSS) y el Doppler Reference System (NSWC9Z-2); para ubicarlo en coincidencia con el meridiano cero del Bureau International de l' Heure (BIH).



El elipsoide WGS84 es una elipse geocéntrica de revolución. Se halla definido por parámetros como:

- Origen en el centro de masas de la tierra
- El eje Z es paralelo al polo medio
- El eje X es la intersección del meridiano de Greenwich y el plano del ecuador.
- El eje Y es perpendicular a los ejes Z y X, y coincidente con ellos en el Centro de Masas Terrestre.
- Las coordenadas geodésicas están referidas a un elipsoide de revolución con las siguientes características:
 - **Semieje mayor (a) : 6.378.137 m. = radio ecuatorial**
 - **Semieje menor (b) : 6.356.752,3142 m. =radio polar**
 - **Inversa del aplanamiento (1 / f) : 298,257223563, donde f = (a-b) / a**
 - **Constante Gravitacional de la tierra: 0.3986004418.1015 m³/s².**
 - **Velocidad angular de rotación (w) : 7.292.115,10⁻¹¹ rad /**

Diferencias entre elipsoide Internacional Hayford y WGS84 (el elipsoide Internacional Hayford es el mismo que utiliza el sistema Argentino desplazado a Campo Inchauspe; por lo tanto los valores de a y 1/f del Hayford son idénticos para Campo Inchauspe).

	Internacional Hayford	WGS84
a	6.378.388,0000	6.378.137,0000
b	6.356.911,9461	6.356.572,3142
1 / f	297	298,25722356

Como ya se dijo, el elipsoide WGS84 es un elipsoide global cuyo centro geométrico se encuentra muy cerca del geocentro, mientras que el elipsoide Campo Inchauspe 69 es un elipsoide local, cuyo centro geométrico se halla desplazado unos 220 metros respecto al geocentro. Estos desplazamientos, conocidos como Datum Shift, fueron determinados por la entonces Agencia Cartografía de Defensa (DMA) de los Estados

Unidos de América (hoy Agencia Nacional de Imágenes y Cartografía, NIMA), resultando:

$$D_x = + 148 \text{ m} , \quad D_y = -136 \text{ m} , \quad D_z = - 90 \text{ m}$$

Recientes investigaciones realizadas en el país han permitido establecer valores más precisos.

El geoide WGS84 se representa como curvas de nivel cubriendo todo el globo, con una grilla de 1x1 grados con alturas al geoide. El geoide WGS84 es conocido con una precisión de ± 3 metros aproximadamente para el 55% de la Tierra (desafortunadamente, nuestro país no se halla dentro de este intervalo). Aproximadamente 93% de la Tierra tiene alturas al geoide con precisiones mejores de ± 4 metros (un Sigma).

4.11 SISTEMA DE REFERENCIA GEODESICA MUNDIAL PZ-90

PZ-90, es el Datum completo que utiliza el sistema de posicionamiento GLONASS como referencia, la denominación del mismo surge de la abreviatura en idioma Ruso de Parametry Zemly 1.990 (Parametros de la Tierra 1990). Este incluye un sistema de coordenadas, un elipsoide y un campo gravitatorio en forma de geoide. Cuando un receptor GLONASS determina la posición de su antena, esta se halla expresada en coordenadas referidas al Datum PZ-90, ya que las efemérides utilizadas por GLONASS se hallan en el Datum PZ-90.

El origen del Datum PZ-90 es el centro de masas de la Tierra (GEOCENTRICO).

Este sistema geodésico se definió de la misma manera que el ITRF.

Mínimamente los parámetros y coeficientes que lo definen son:

$$a = \text{semieje mayor} = 6.378.136 \text{ metros}$$

$$1/f = \text{aplanamiento} = 1/ 298.257$$

4.12. EL PROYECTO S.I.R.G.A.S.

El proyecto SIRGAS (Sistema de Referencia Geocéntrico para América de Sur), fue creado durante la Conferencia Internacional para Definición de un Datum para América del Sur, en Octubre de 1993, en la ciudad de Asunción en Paraguay, por las entidades patrocinadoras, IAG, IPGH y DMA.

Integración de la red geodésica argentina en SIRGAS*. *A continuación se tratan brevemente algunos de los aspectos (un conocimiento resumido y mínimo). Fuente(*): IGM Rubén Rodríguez y Claudio Brunini – Argentina - Representantes Nacionales ante el Comité Ejecutivo del Proyecto SIRGAS*

A fines de 1998 se finalizaron las tareas que dieron lugar a la integración de la red geodésica nacional argentina POSGAR dentro del marco de referencia SIRGAS. Las mismas se realizaron siguiendo las recomendaciones impartidas en 1996 por el Grupo de Trabajo II del proyecto SIRGAS. El presente informe resume las tareas desarrolladas y los resultados alcanzados y brinda un breve panorama de las perspectivas futuras.

Introducción

Hasta 1995 el sistema geodésico argentino fue Campo Inchauspe 69, materializado por una red de aproximadamente 18.000 puntos cuyas coordenadas planimétricas se habían establecido usando técnicas clásicas de triangulación y trilateración a partir del datum astrogeodésico Campo Inchauspe.

En 1995 un nuevo marco de referencia, conocido como POSGAR 94 (Posiciones Geodésicas Argentinas), se hizo accesible a los usuarios. Este nuevo marco estaba materializado por 127 puntos con coordenadas tridimensionales en el sistema WGS84 establecidas mediante mediciones GPS.

En 1998 finalizaron las tareas que dieron lugar a la integración de POSGAR 94 dentro de SIRGAS 95 y, por su intermedio, dentro de ITRF 94. Dichas tareas se ejecutaron siguiendo los lineamientos generales elaborados por el Grupo de Trabajo II del proyecto SIRGAS durante la reunión de Santiago de Chile, en 1996, y distribuidas por el Comité Ejecutivo a los países miembros del proyecto.

El nuevo marco de referencia fue denominado POSGAR 98. Está constituido por 136 puntos (109 comunes con POSGAR 94), con coordenadas tridimensionales en el sistema ITRF94 (SIRGAS).

La tabla siguiente resume las observaciones GPS utilizadas en el cálculo de POSGAR 94. Las mismas fueron ejecutadas principalmente por el Instituto Geográfico Militar (IGM) con la cooperación de otras instituciones. Se utilizaron receptores Trimble 4000 SST y Topcon GPRD1.

Campaña	Fecha	Cantidad de Receptores	Duración de las sesiones
POSGAR 93	FEB-ABR 1993	6	6 hs
CAP 93	FEB-MAR 1993	variable	22 hs
POSGAR 94	MAR-MAY 1994	3	6 hs

El cálculo fue realizado en la Universidad Nacional de La Plata (UNLP). Se calculó primero un total de 660 líneas de base utilizando el software comercial GPPS (Ashtech). En todos los casos se adoptó la solución de dobles diferencias flotantes para la combinación corregida de ionosfera. Se realizó luego un ajuste por mínimos cuadrados, según el método de variación de coordenadas, de las 660 líneas de base tomadas como pseudo observaciones pesadas pero no correlacionadas. En este ajuste se definió el marco de referencia WGS84 a través de 20 puntos de control cuyas coordenadas fueron introducidas en la compensación con errores a priori de 3 centímetros en las tres componentes.

El nuevo marco de referencia POSGAR 98

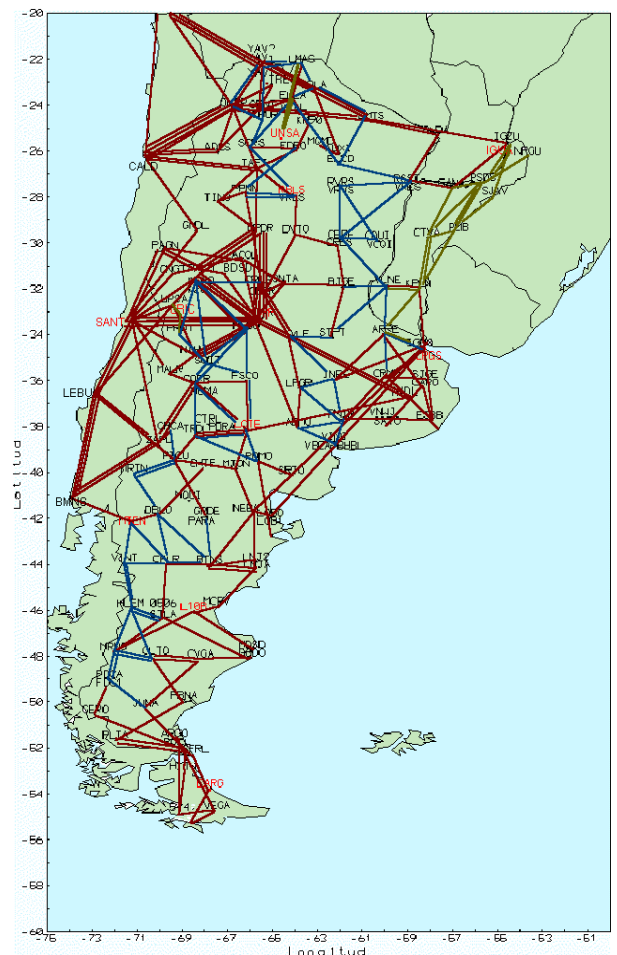
Antes de proceder a la integración del marco de referencia POSGAR 94 dentro del marco continental SIRGAS 95 y global ITRF 94, se juzgó necesario evaluar en qué medida mejoraría la calidad de los resultados finales si se efectuaba un re-cálculo total de las observaciones disponibles, utilizando un software científico en lugar de uno comercial como el empleado para el cálculo del 94. Los resultados demostraron la conveniencia de realizar un nuevo cálculo, tarea que fue ejecutada en la UNLP con apoyo del equipo científico del Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI), principalmente Klaus Kaniuth y Hermann Drewes.

Entre 1995 y 1997 el IGM realizó las campañas GPS necesarias para vincular cuatro puntos SIRGAS que no eran comunes con POSGAR 94. En el nuevo cálculo se agregaron además observaciones GPS efectuadas en 1993, que vinculaban tres puntos argentinos con cinco puntos chilenos, entre ellos el punto SIRGAS – IGS de Santiago. Estas observaciones fueron cedidas por el Proyecto Andes Centrales (CAP).

La figura siguiente muestra los vectores calculados en POSGAR 98. En rojo, vectores POSGAR 1993 y CAP; en azul, vectores POSGAR 1994; en amarillo, vinculaciones POSGAR-SIRGAS. Los puntos SIRGAS se indican en rojo.

Las principales características del cálculo fueron las siguientes:

- sistema: ITRF94 definido a través de las coordenadas de control de once puntos SIRGAS (diez en Argentina y uno en Chile);
- época de las coordenadas : 1995.4;
- transformación de épocas: modelo NNR Nuvel 1, salvo para la estación SANT donde se usaron las velocidades de ITRF94;
- software: Bernese V3.5;
- observable: dobles diferencias libres de ionosfera;
- estimación de ambigüedades: flotantes;
- efemérides: CODE para las campañas 1993 y 1994 y combinadas IGS para las campañas posteriores a 1995;
- máscara de elevación: 15°;
- corrección troposférica: modelo de Saastamoinen con datos meteorológicos estándares y estimación de correcciones a los retardos cenitales para cada estación cada 5 hs;
- variación de los centros de fase de las antenas: modelo IGS.



Evaluación de la exactitud de las coordenadas POSGAR 98

Una primera evaluación de la calidad de los resultados se obtuvo a través de los residuos de una transformación de similaridad de 7 parámetros entre una solución libre (solución en la que no se ingresaron coordenadas de control) y SIRGAS. La tabla siguiente muestra dichos residuos, cuyo error cuadrático medio (RMS) resultó ser ± 0.0145 m para la latitud, ± 0.0265 m para la longitud y ± 0.0273 m para la altura.

Si bien los resultados obtenidos resultaron satisfactorios, se consideró necesario verificar la confiabilidad de las coordenadas de los restantes puntos de la red mediante algún control independiente. Esta necesidad surgió como consecuencia del bajo nivel de reocupación de los

puntos de la red (45 puntos ocupados solamente una vez), a raíz de lo cual se consideró que no era lícito extrapolar a todos los puntos de la red los residuos que se observaban en los puntos SIRGAS.

Punto	Latitud	Longitud	Altura
BSON	-0.0113	-0.0333	0.0102
LOTE	-0.0178	-0.0169	0.0398
MORR	-0.0202	0.0158	0.0085
UPSA	0.0098	0.0009	-0.0096
RBLS	-0.0022	0.0099	-0.0223
LMAS	0.0140	0.0326	-0.0210
SANA	0.0067	-0.0081	0.0356
IGM0	0.0154	-0.0002	-0.0453
L10B	-0.0029	-0.0356	-0.0248
EARG	0.0253	0.0494	-0.0085
PRDT	0.0003	-0.0301	0.0374
SANT	-0.0147	0.0155	-0.0002
RMS	± 0.0145	± 0.0265	± 0.0273

Para realizar este control se utilizaron cuatro redes GPS de alta precisión todas ellas medidas independientemente de POSGAR 98. Dichas redes tienen diferentes extensiones y abarcan distintas regiones del país. Nuevamente se consideraron los residuos de una transformación de similaridad entre cada una de estas redes y POSGAR 98. A efectos de evaluar la mejora lograda en la realización

del 98 con respecto a la del 94, se efectuó el mismo análisis para POSGAR 94. La tabla siguiente muestra el error cuadrático medio (RMS) de los residuos de la transformación de similaridad entre cada una de las cuatro redes consideradas y los marcos POSGAR 94 y 98. En todos los casos, para POSGAR 98, el RMS de los residuos se mantienen por debajo de cinco centímetros. Cuando se considera POSGAR 94 la situación desmejora hasta cinco veces, aproximadamente, para las componentes horizontales, y hasta casi veinte veces para la vertical.

Red	Cant. Puntos	Parámetros	POSGAR	RMS (m)		
				LAT	LON	ALT
CAP	8	7	94	0.0504	0.0594	0.0954
			98	0.0113	0.0177	0.0249
			P94/P98	4.5	3.4	3.8
PASMA	19	7	94	0.054	0.0839	0.1681
			98	0.0205	0.0387	0.0437
			P94/P98	2.6	2.2	3.8
Neuquén	5	3	94	0.0083	0.0328	0.157
			98	0.0082	0.0392	0.0084
			P94/P98	1.0	0.8	18.7
SIRGAS	11	7	94	0.0745	0.1265	0.2679
			98	0.0176	0.0277	0.0274
			P94/P98	4.2	4.6	9.8

Oficialización de la red

A comienzos de 1997 el Instituto Geográfico Militar adoptó oficialmente al marco POSGAR 94 como "marco de referencia geodésico nacional". No existe aún consenso para modificar esta resolución y adoptar oficialmente el marco POSGAR 98, aunque existen recomendaciones para que este sea usado toda vez que se requiera control geodésico de alta precisión, particularmente cuando este involucra la componente vertical de la coordenada.

Conclusión y tareas futuras

POSGAR 98 densifica el marco de referencia SIRGAS 95 a través de 126 puntos distribuidos en forma bastante homogénea en la Argentina, siendo la distancia promedio entre pares de puntos de 130 Km. La exactitud de las coordenadas se estima mejor que cinco centímetros para las tres componentes.

Las principales tareas planeadas para el futuro cercano en relación con el tema son: atender al mantenimiento físico y matemático del marco POSGAR 98; integrar dentro del marco de referencia POSGAR 98 numerosas redes provinciales y regionales de calidad muy dispar (¡totalizan aproximadamente 2000 puntos en todo el territorio argentino!); y establecer un marco de referencia basado en estaciones GPS permanentes.

(*) Ref.: Geosistemas SRL.c/colabor. Del Proyecto GEO200-SECYT/CONICET U.N.L.P-Seminario Internacional GPS97)

4.13. PROYECCIONES CARTOGRAFICAS*

4.13.1. Los Sistemas de Proyección Plana:

Con el fin de representar las diferentes características y porciones de la superficie terrestre en un plano, se idearon los sistemas de proyección cartográfica. Los factores más importantes que se tienen en cuenta en la elección de un sistema de proyección son: la finalidad del mapa, la situación geográfica y extensión en longitud y latitud. Cualquiera sea el sistema que se adopte, la representación de toda figura presentará algunas deformaciones, y sólo para algunos puntos aislados se consigue una exactitud absoluta.

Por lo tanto el objetivo de la cartografía es mapear las coordenadas latitud, longitud de un elipsoide en función de puntos X, e Y, de un plano. Existen muchos tipos de proyecciones planas, donde algunas son mucho más populares que otras. En principio podemos expresar que:

$$X = X(\phi, \lambda, a, b)$$

$$Y = Y(\phi, \lambda, a, b)$$

En primer lugar, debemos considerar que un elipsoide no es desarrollable; o sea, no se puede seccionar por una recta y desarrollarlo a un plano. Una superficie cilíndrica SI, puede ser cortada y luego extendida sobre un plano debido a que es desarrollable. Para llevar la figura del elipsoide al plano debemos recurrir a modelos matemáticos de Proyección plana o Cartográfica.

Veamos una forma ilustrativa de ver una proyección.

1) Tenemos la figura (fig. 31) del elipsoide sobre la cual figura la superficie de interés o de nuestro estudio, que es la corteza terrestre.

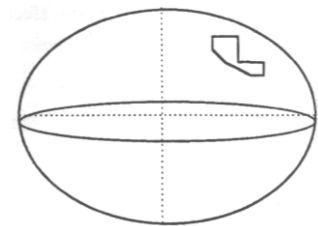


Fig. 31

2) Colocamos una pantalla de proyección plana y un foco o lamparilla en el centro de masas terrestres (fig. 32)

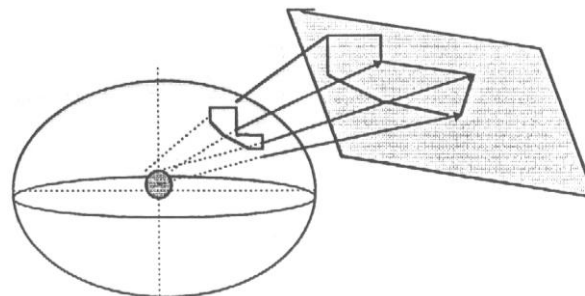


Fig. 32

3) Obtendremos una proyección de la Topografía terrestre sobre un plano o mapa. Pero en este caso la figura que obtenemos se encuentra deformada por la proyección.

Es inevitable la deformación, al proyectar una superficie no desarrollable al plano. Por ello, deberíamos preguntarnos. Cual es el tipo de proyección que minimiza los efectos de la deformación en el plano?.

La respuesta estará en no excedernos en el área de la corteza terrestre a proyectar y luego usar una escala en el plano que pueda desprestigiar los efectos de la deformación por proyección.

En el caso del ejemplo ilustrativo, vamos a proyectar la corteza terrestre sobre un cilindro (fig. 33).

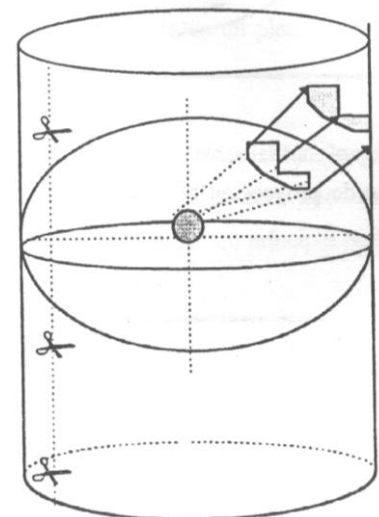
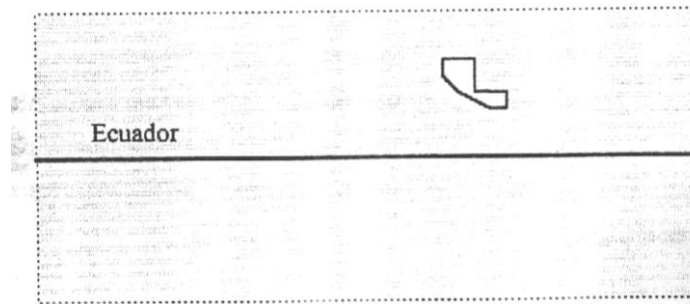


Fig. 33

4) Si luego cortamos el cilindro por una de sus directrices (fig. 34). Obtendremos un mapa o Proyección Cartográfica de la superficie terrestre.

Fig. 34



5) La figura seguirá deformándose, pero en el caso de una proyección cilíndrica como la ilustrada en el ejemplo, sucede lo siguiente: Las distancias en el mapa o plano se hallan distorsionadas por un módulo de deformación (que se conoce matemáticamente). Los ángulos leídos en el plano, se corresponden perfectamente con los reales del terreno, no así las distancias. Por ser un cilindro que envuelve al elipsoide con tangencia en el plano del ecuador, la distancia leída en el plano, salvo y únicamente sobre el ecuador y multiplicadas por el factor de escala del plano no poseen deformación. Este ejemplo representa una Proyección conocida con el nombre de **Mercator**.

4.13.2. Proyecciones Cartográficas

Representan la superficie topográfica o una porción de la Tierra sobre una superficie plana o mapa. Al realizar cualquier proyección de una superficie elipsoidal al plano, se producen distorsiones de las distancias, y/o direcciones y/o área, etc..

14.13.2.1. Algunos tipos de Proyección según la distorsión:

Siempre que utilizamos una Proyección debemos sacrificar una distorsión, ello dependerá del objetivo a representar o forma de la región a mapear.

Según la distorsión que generan sobre el plano, las proyecciones se clasifican en:

- **Conforme:** Cuando la escala del mapa en cualquier punto del mismo es idéntica en cualquier dirección. Los meridianos (líneas de idéntica longitud) y los paralelos (líneas de igual latitud) se interceptan en el plano en ángulos rectos. Los mapas tipo conformes preservan la forma únicamente cuando se representan en el plano regiones reducidas.
- **Equidistante:** Cuando mantiene inalterable las distancias leídas desde el centro del mapa a cualquier otro punto o lugar del mapa.
- **Dirección:** Un mapa preserva la dirección cuando los acimutes (ángulos desde un punto sobre una línea a otro punto) se relacionan perfectamente con los reales en todas las direcciones.
- **Igual-área:** Cuando todas las áreas o polígonos del mapa poseen la misma proporción con las áreas relacionadas o presentes en la corteza terrestre.

14.13.2.1. Otro criterio de clasificación es según la pantalla, o superficie auxiliar de proyección que utilizamos las Proyecciones cartográficas* (fg.35):

(*) Ref.: Atlas Geográfico de la Rep. Arg. IGM – 1999

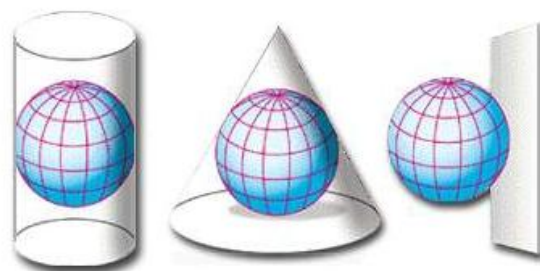
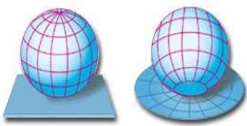



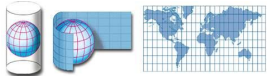
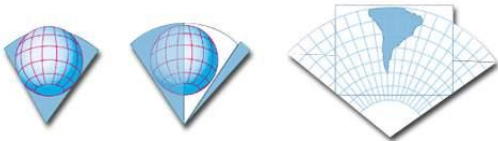


Fig. 35

- **Acimutales:** Se hace un plano tangente al polo sur y se proyectan los puntos. Se necesitan dos proyecciones, una para el hemisferio norte y otra para el sur.

Las proyecciones acimutales o cenicas (también llamadas perspectivas), se obtienen proyectando la superficie de globo sobre un plano, desde un cierto centro de perspectiva o punto de vista del cual depende el sistema resultante.

CLASIFICACION		NORMAL	TRANSVERSAL	OBLICUO
ACIMUTALES 		Plano tangente en el polo 	Plano tangente en el Ecuador 	Plano tangente en posición intermedia e/ Polo y Ecuador 
(*) POR DESARROLLO	CILINDRICAS	Cilindro tangente en el Ecuador	Cilindro tangente según un meridiano	
		Cilindro levemente secante s/ 2 paralelos		
	CONICAS	Cono tangente según un paralelo		
		Cono levemente secante s/ 2 paralelos		

(*) Se fundamentan en el estudio de la transformación sobre superficies auxiliares y su posterior desarrollo.

- A continuación se tratan brevemente algunos de los aspectos mas comunes (un conocimiento resumido y mínimo).

De acuerdo con la posición del plano, la proyección acimutal puede ser:

a. Polar.

Cuando el plano es perpendicular al eje de la tierra. Este sistema es empleado por el Instituto Geográfico Militar para cartografiar la Antártida Argentina e Islas del Atlántico Sur

b. Ecuatorial o meridiana.

Cuando el plano es perpendicular al plano del ecuador

c. Oblicua u horizontal.

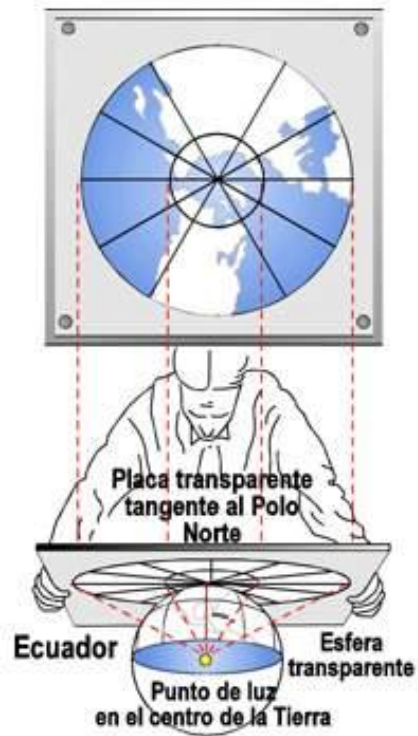
Cuando el plano tiene una posición cualquiera.

De acuerdo con la posición del punto de vista:

a. Proyección gnomónica

Se llama así a la proyección obtenida proyectando la superficie del globo desde su centro sobre un plano, que puede ser o no tangente a la esfera (fig.36). La principal ventaja de esta proyección estriba en que todos los círculos máximos determinan planos que pasan por el centro de la esfera y, si se prolongan hasta encontrar el plano de proyección, la intersección de ambos planos será una línea recta. Esta propiedad es de gran importancia en la navegación, por ser la menor distancia entre dos puntos contada sobre el círculo máximo que pasa por ambos.

Fig.36



b. Proyección estereográfica

Una de las más valiosas propiedades de esta proyección es que todos los círculos del globo, cualquiera fuere su tamaño, son también círculos en el mapa. Es decir, que todos los paralelos y meridianos aparecen en el mapa como arcos circulares. Esta proyección es conforme, por ser los meridianos perpendiculares a los paralelos, y la proporción de dimensiones resulta exacta para superficies de poca extensión (fig.37).

Proyección estereográfica polar: Este sistema es empleado por el Instituto Geográfico Militar para cartografiar la Antártida Argentina e Islas del Atlántico Sur (fig.38).

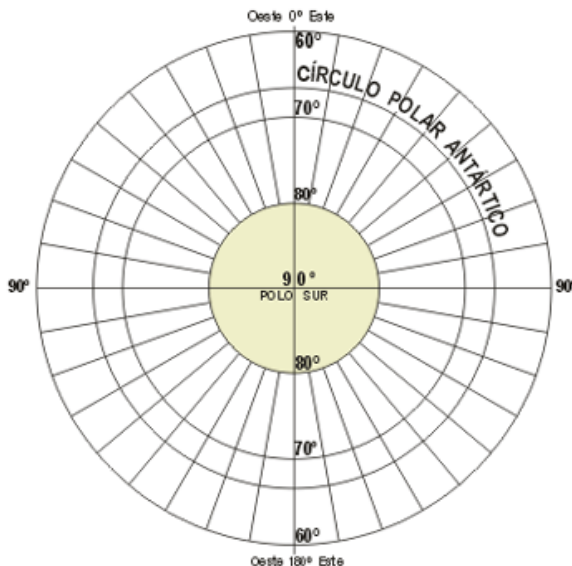


Fig. 38



Fig. 37

c. Proyección escenográfica

La superficie del globo se proyecta mediante rayos paralelos sobre un plano perpendicular a ellos. El punto de vista se encuentra fuera del globo y a una distancia finita. (fig.39)

d. Proyección ortográfica

La superficie del globo se proyecta mediante rayos paralelos sobre un plano perpendicular a ellos. El punto de vista se encuentra en el infinito. Esta proyección no es conforme ni equivalente y está reducida a la representación del hemisferio. Las distancias quedan acortadas considerablemente hacia los bordes y sólo son verdaderas en los círculos que tienen por dentro el punto de vista de la proyección. La proyección ortográfica oblicua del globo se emplea mucho para fines artísticos y de publicidad, así como en la enseñanza escolar Fig. 39).

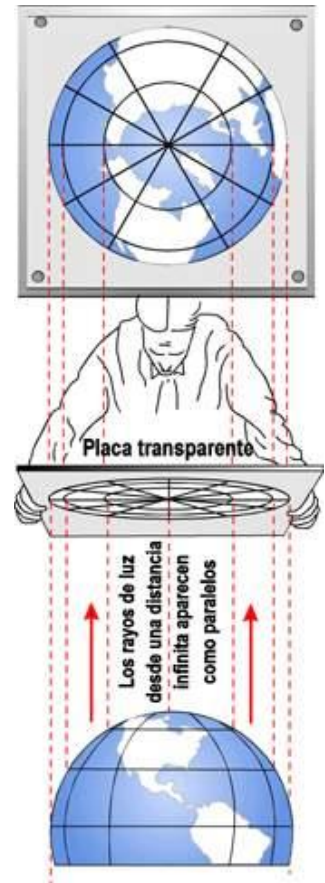


Fig. 39

• Cilíndricas:

Esta proyección supone a la esfera terrestre rodeada totalmente por un cilindro que es la tangente en un círculo máximo, generalmente el ecuador. Siempre son conformes. En el plano resultante de su desarrollo, los meridianos son rectas verticales equidistantes y los paralelos perpendiculares a los meridianos. (fig. 40).

Es evidente que en este tipo de proyección no pueden estar representados los polos, ya que los meridianos son paralelos entre sí y por lo tanto no se cortan.

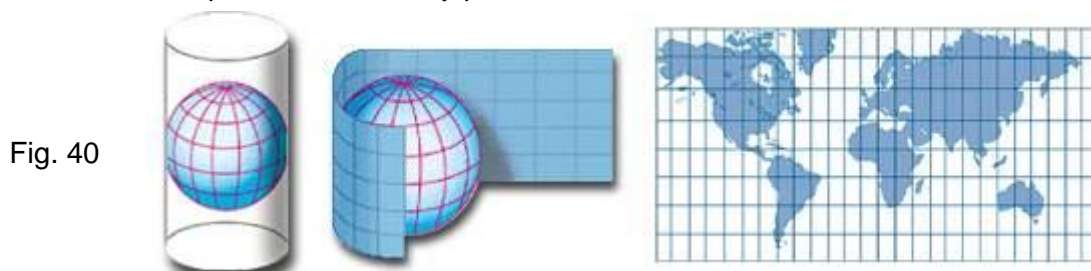


Fig. 40

Según la posición del cilindro respecto del elipsoide, serán Transversales, Oblicuas, Tangentes, secantes, etc.

Existen distintos tipos de proyecciones cilíndricas (muchas de ellas son modificaciones de esta clase de representación). Entre ellas se destaca, por su empleo, la proyección Mercator.

- La **proyección Mercator** consta de paralelos horizontales y meridianos verticales. Los meridianos equidistantes entre sí están colocados de tal modo que, en el ecuador, esta equidistancia está representada en verdadera magnitud a la escala correspondiente. Los paralelos están dispuestos de tal manera que, en una zona de dimensiones relativamente pequeñas, la relación entre dos distancias tomadas respectivamente sobre meridianos y paralelos es igual a la relación entre las longitudes homólogas en el globo terráqueo.

Es una proyección conforme, es decir que, en extensiones reducidas la forma de la superficie representada es igual a la real sobre la Tierra.

Sin embargo, como la escala varía considerablemente, la forma de las grandes extensiones

queda muy alterada.

La propiedad más importante la constituye el hecho de que es el único sistema de proyección en que todos los rumbos o loxodrómicas son líneas rectas. Esta cualidad tiene extraordinaria importancia en náutica. Las loxodrómicas son líneas que sobre el globo terráqueo tienen rumbo constante y cortan a todos los meridianos formando ángulos iguales.

La proyección Mercator deforma tanto a las superficies en las latitudes superiores que da lugar a ideas erróneas sobre extensiones y distancias, por lo cual se emplea para representar áreas comprendidas aproximadamente entre los 80° de latitud de ambos hemisferios. Con el objeto de evitar esta anamorfosis, en la representación gráfica de áreas cercanas a esas latitudes existe una variante de la proyección cilíndrica llamada proyección transversa. Dentro de este tipo de desarrollo, se encuentran la proyección transversa Mercator y la proyección Gauss-Krüger.

- En la **proyección cilíndrica transversa**, el cilindro es tangente a una meridiano en lugar de serlo al ecuador, lográndose con ello una escala verdadera a lo largo del meridiano de tangencia. Por esta razón, mientras que la proyección cilíndrica es más apta para el cartografiado de regiones que se extienden en dirección este-oeste, la proyección cilíndrica transversa se adapta mejor como base para el cartografiado de áreas que se extienden en dirección norte-sur.

- **UTM** (Mercator Transversa Universal - se divide en zonas con distintos cilindros y proyecciones para minimizar las distorsiones, es una modificación de la proyección transversa),).

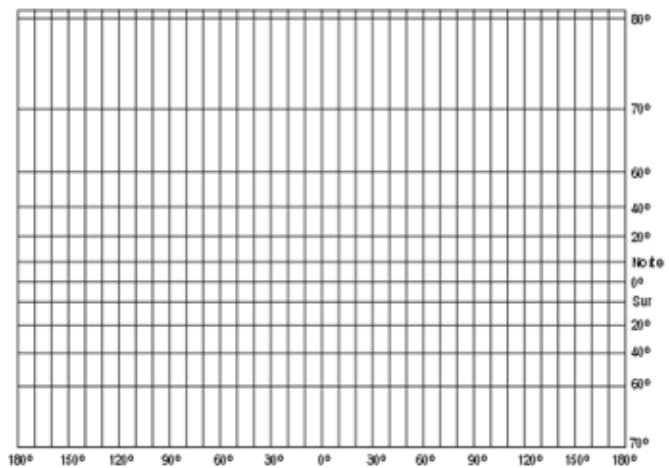
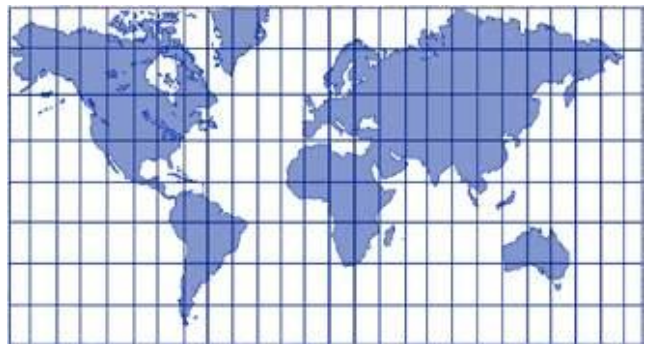
La proyección *Mercator Transversal* o *UTM* (Mercator Transversal Universal) divide a la esfera terrestre en 60 zonas o fajas, numeradas de Este a Oeste desde el meridiano de 180°, entre los 84° de latitud Norte y los 80° de latitud Sur.

Cada meridiano central se afecta de un factor de escala con un valor de 0.9996 (la razón de aplicar este factor, es de minimizar la deformación o distorsiones al alejarse del meridiano central).

Cada faja de la grilla UTM mide 6° de ancho (longitud) por 164° de largo (latitud) y tiene como propio origen la intersección del ecuador con el meridiano central de la faja.

Con el objeto de evitar coordenadas negativas, se le asigna al meridiano central de cada faja el valor arbitrario de 500.000 metros, en tanto se asigna al ecuador el valor de cero metros para el hemisferio Norte y 10.000.000 metros para el hemisferio Sur. La numeración de las zonas comienza con M1 para el meridiano central $\lambda_0 = 177^\circ W$, y continua con M2 con meridiano central = 171° . De esta manera el meridiano central $\lambda_0 = 3^\circ W$ corresponde a la zona M30.

Fig. 41



Este sistema de proyección es empleado por las fuerzas armadas norteamericanas para la confección de cartografía.

(*) Ref.: Atlas Geografico de la Rep. Arg. IGM – 2000 y (**) Geosistemas SRL.c/colabor. Del Proyecto GEO200-SECYT/CONICET U.N.L.P-Seminario Internacional GPS97)

- **GAUSS – KRÜGGER*** **

Es también conocida como Mercator Transversa para la representación de coordenadas geodésicas en x, y, en el plano. En Argentina, Gauss-Krüger es la proyección utilizada en forma masiva e institucionalizada por el Instituto Geográfico

Militar. Debemos resaltar que muchos acostumbran a mal llamar Gauss-Krüger a coordenadas Latitud y Longitud geodésicas, cometiendo un error grosero. **Las únicas coordenadas Gauss-Krüger son aquellas en el formato de X e Y, que se obtienen de transformar matemáticamente las coordenadas geodésicas Latitud y Longitud de un Datum.**

Actualmente, los catastros mineros y Provinciales de nuestro país utilizan coordenadas geodésicas con Datum en Campo Inchauspe de la red de IGM o WGS84 que se derivan de la red POSGAR.

Estas coordenadas son transformadas a Gauss-Krüger para su representación en el plano. Por lo tanto, para hablar con propiedad, deberíamos considerar:

1. Las coordenadas de latitud y longitud geodésicas de nuestro país se hallan en un Datum determinado (los más usados Campo Inchauspe o WGS84).
2. Las coordenadas Gauss-Krüger se obtienen luego de transformar coordenadas geodésicas Lat. y Long. en un Datum determinado.
3. **Solo las coordenadas X, Y pueden ser Gauss-Krüger.**

Para identificar de donde se derivan las coordenadas planas, podemos decir: Gauss-Krüger Campo Inchauspe, o también se encontrarán Gauss-Krüger WGS84 (Por ejemplo; Catastro Provincial de Santa Fe).

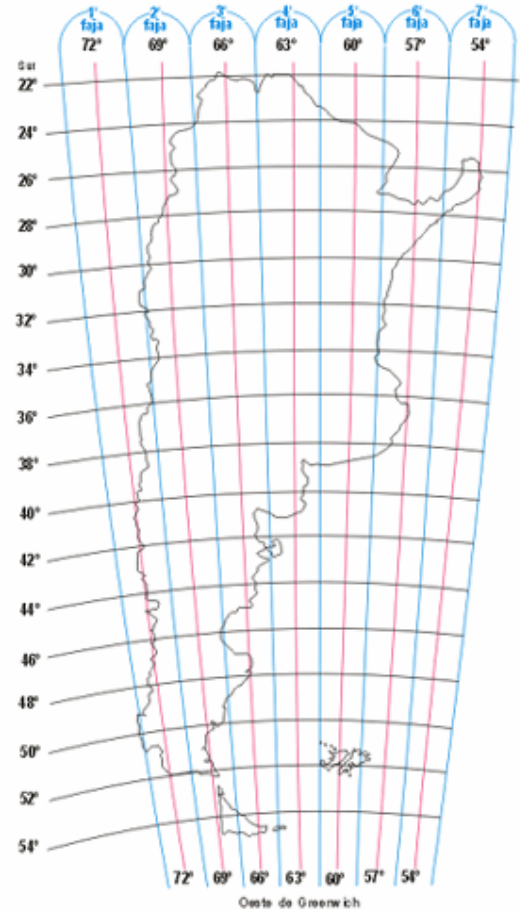


Fig. 42

En Gauss-Krüger el cilindro desarrollable; que se abre para formar un plano; es tangente a un meridiano central y sin factor de escala (Factor de escala = 1). Debido a que es una proyección del tipo conforme, los meridianos y paralelos que se proyectan al plano forman ángulos de 90° (ortogonales entre ellos). En el plano, el eje con dirección al norte o meridiano central se reconoce como eje **X**, mientras que el eje en sentido de los paralelos se conoce como eje **Y**. (fig.42)

Este sistema de proyección (fig. 42), empleado por el Instituto Geográfico Militar para la confección de todas las cartas topográficas nacionales, divide a la República Argentina (sector continental e Islas Malvinas) en 7 fajas meridianas numeradas de oeste a este. Cada faja de la grilla Gauss-Krüger mide 3° de ancho (longitud) por 34° de largo (latitud) y tiene como propio origen la intersección del Polo Sur con el meridiano central de cada faja. Al igual que en la proyección Mercator transversa, y con el objeto de evitar coordenadas negativas, se le asigna al meridiano central de cada faja el valor arbitrario de 500.000 metros y al Polo Sur el valor cero metros (fig. 43).

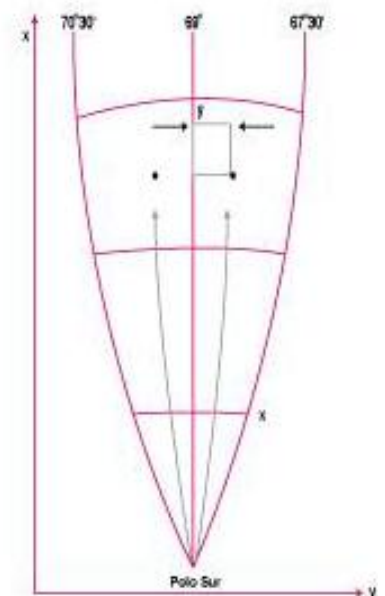
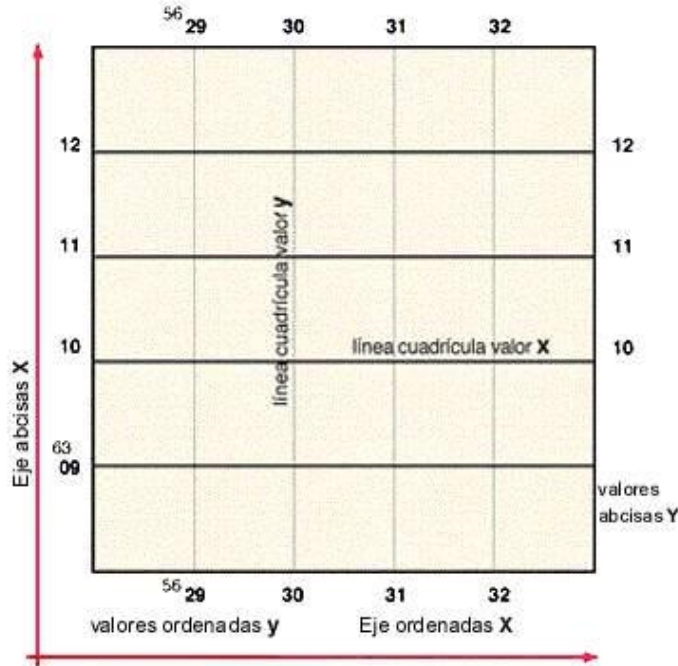


Fig. 43



*A continuación se tratan brevemente los aspectos mas comunes (un conocimiento resumido y mínimo).

• **Cónicas** (Se hace un cono tangente a un paralelo. Fig. 44)

Este género de proyecciones tiene su origen, salvo algunas modificaciones, en la proyección de la esfera terrestre sobre un cono tangente. Todas las proyecciones cónicas tienen paralelos circulares y meridianos radiales. Se adaptan especialmente a la representación de regiones situadas en la zona de latitudes medias.

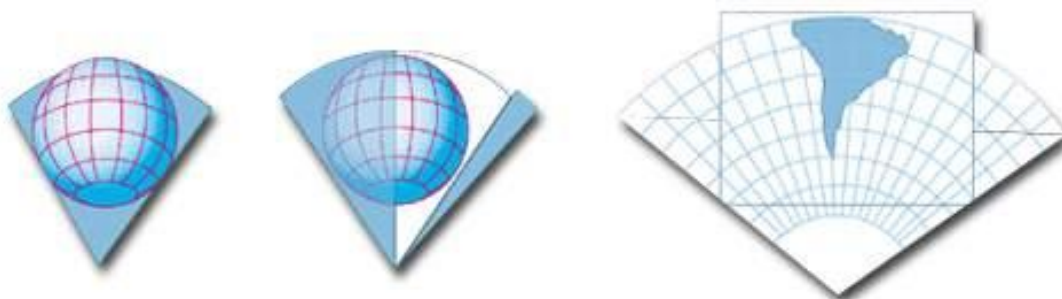


Fig. 44

En la proyección cónica simple, las dimensiones son verdaderas sobre el paralelo base y sobre todos los meridianos. El polo está representado por un arco de círculo a distancia verdadera del paralelo base. Al Norte y al Sur del paralelo base, las dimensiones quedan alteradas. Esta proyección no es ni conforme ni equivalente, pero los meridianos y paralelos se cortan en ángulo recto y su precisión ser suficiente tratándose de regiones dilatadas.

Cuando el paralelo base es el ecuador el cono tangente se convierte en un cilindro. La proyección resultante es un mapa cilíndrico. Si el paralelo base fuera el polo, el cono tangente sería un plano y la proyección resultante se llamará acimutal polar equidistante.

La proyección cónica se emplea con frecuencia para la formación de atlas, no sólo por su sencillez y relativa precisión, sino porque un mapa construido en esta proyección es divisible en secciones. Esta propiedad constituye una gran ventaja, debido a que permite dibujar una región entera en una hoja y dividirla según el tamaño de las páginas del atlas.

En la proyección cónica simple las dimensiones están falseadas, tanto al Norte como al Sur del paralelo central. Para remediar este inconveniente, en lugar de emplear un solo paralelo base, se dividen dos paralelos en partes verdaderas: uno en la parte superior y otro en la inferior del mapa. La mayor precisión se obtiene cuando los dos paralelos tomados comprenden los dos tercios de la altura del mapa.

Empleando dos paralelos base y variando convenientemente el espacio entre ellos, se logra que la proyección cónica resulte equivalente. La **Proyección Cónica Conforme de Lambert** es una proyección de este tipo y es la más empleada en las cartas aeronáuticas, por su pequeña anamorfosis y sus acimutes rectilíneos para una región de varios cientos de kilómetros cuadrados.

Se adoptó para la confección del mapa mundial al millonésimo de segundo (1: 1.000.000) de la Carta Aeronáutica Mundial (fig. 45).

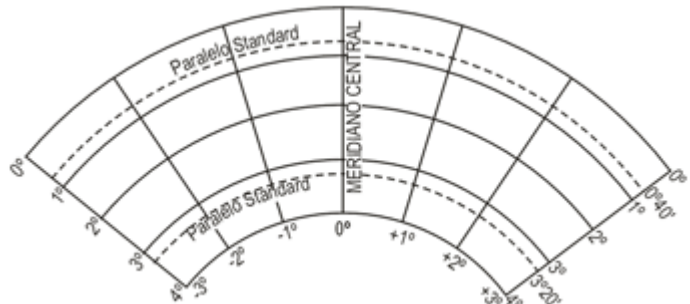


Fig. 45

OTROS SISTEMAS DE PROYECCION

En estos últimos cien años se han inventado centenares de proyecciones convencionales, pero más del 90 % de todos los mapas están dibujados en las proyecciones descritas anteriormente. Sin embargo, existen otros sistemas de proyección muy empleados para la confección de mapas climatológicos, biogeográficos, estadísticos, ilustrativos, etc.

Algunos de los sistemas más empleados son:

A. PROYECCION SINUSOIDAL (MERCATOR-SANSON-FLAMSTEED):

En esta proyección los paralelos son rectas horizontales con separación verdadera. El meridiano central es una línea recta y los demás son curvas definidas por los puntos de división verdadera de los paralelos. En la proyección sinusoidal, las regiones tropicales están poco deformadas, pero la anamorfosis es muy grande en las latitudes elevadas.

Las dimensiones son verdaderas sobre el meridiano central y sobre todos los paralelos, pero se presentan falseadas en los demás meridianos, especialmente en los más alejados del central. Por esta razón difícilmente se emplea esta proyección para los mapamundis.

Sí, la misma es utilizada para mapas de regiones ecuatoriales; para Sudamérica, África y Australia; así como también, para proyectar pequeñas regiones en latitudes medias cuando su dimensión principal es la Norte-Sur.

B. PROYECCION HOMOLOGRAFICA (MOLLWEIDE):

En esta proyección los paralelos son líneas rectas horizontales y los meridianos son elípticos entre sí. El ecuador presenta una longitud doble que la del meridiano central y está dividido en partes iguales. Los meridianos son de fácil construcción por ser elípticos, y cada hemisferio puede representarse por un círculo. Los paralelos son horizontales; están espaciados de tal modo que cada zona comprendida entre dos consecutivos presenta el mismo sector que la zona correspondiente en el globo, es decir, que esta proyección es equivalente. Es recomendable para los mapas hemisféricos

C. PROYECCION HOMOLOGRAFICA CORTADA (GOODE):

En esta proyección el ecuador se encuentra dividido en partes iguales y los paralelos se presentan situados como en la proyección Mollweide. En vez de un meridiano central único, cada continente tiene un meridiano convencional que se toma como central, a partir del cual -a izquierda y derecha- se toman los otros meridianos. Esta proyección es equivalente y sin anamorfosis, debido a que se utiliza la parte del cuadrículado que menos deforma las figuras.

Esta clase de proyección es indicada para fines estadísticos, pero presenta el inconveniente de la discontinuidad de los océanos. Para mapas oceanográficos el mapa puede ser cortado de modo tal que los continentes quedan seccionados, mientras que los mares permanecen intactos.

D. PROYECCION EQUIVALENTE AITOFF:

Frecuentemente es empleada para la confección de mapamundis. La Tierra aparece como un elipse en que el eje menor (meridiano central) es igual a la mitad del mayor (ecuador). La proyección Aitoff se asemeja a la Mollweide, pero los paralelos se encuentran algo curvados y los ángulos un poco menos deformados. De la construcción se desprende que esta proyección es equivalente.

E. PROYECCION GLOBULAR:

Esta proyección es empleada en los mapas hemisféricos y su construcción es sencilla. El meridiano central, el ecuador y el círculo marginal se dividen en partes iguales, uniéndose después los puntos de división en arcos de círculo. Esta proyección no es conforme ni equivalente, pero sus proporciones son aceptables.

SISTEMAS DE PROYECCION MAS UTILIZADOS

La elección del sistema de proyección depende principalmente del objeto a que se destine el mapa. De los sistemas citados y dentro del orden topográfico en general, siempre se preferirán las proyecciones conformes. Si bien con ellas no son eliminados los errores de deformación (que son imposibles de subsanar), estos resultan similares en todo sentido alrededor de un punto, hecho por el cual la carta obtenida es fiel y representativa de la imagen del terreno.

CARTOGRAFIA INTERNACIONAL Y EXTRANJERA: SISTEMAS DE PROYECCION QUE SE EMPLEAN

1. En navegación:

1.1. Marítima: Mercator

1.2. Área:

1.2.1. Mercator

1.2.2. Lambert

1.2.3. Estereográfica

2. Chile
 - 2.1. Policónico
 - 2.2. Conforme
3. Estados Unidos
 - 3.1. Policónico
 - 3.2. Lambert
4. Brasil
 - 4.1. Policónico
 - 4.2. Conforme Gauss-Kruger
5. Paraguay: Conforme Gauss-Kruger

4.14. LA COMBINACION DE COORDENADAS GPS CON OTROS METODOS

Tanto GPS como GLONASS, proveen técnicas flexibles, altamente eficientes y relativamente económicas para la obtención de coordenadas 3-D de alta precisión. Pero, actualmente se presentan un gran número de inconvenientes cuando se desean combinar posiciones GPS con otras coordenadas terrestres. En particular, este problema se manifiesta comúnmente al querer combinar cotas o al desear uniformar proyecciones planas y no considerar importantes fuentes de error. Cualquier uso o combinación de estas coordenadas con GPS involucra una serie de pasos y cálculos bien definidos que aseguren la integración correcta de los diferentes sistemas.

- A continuación se tratan brevemente algunos de los aspectos mas comunes (un conocimiento resumido y mínimo). (*) Ref.: Geosistemas SRL.c/colabor. Del Proyecto GEO200-SECYT/CONICET U.N.L.P-Seminario Internacional GPS97)

4.14.1. EL DEFECTO DE DATUM

Los sistemas de posicionamiento satelitales GLONASS y GPS permiten determinar con gran precisión las coordenadas relativas entre pares de puntos, pero no así sus coordenadas absolutas. Tratemos de explicar mejor este concepto: mediante mediciones satelitales realizadas simultáneamente con dos receptores ubicados en dos puntos distantes cientos de kilómetros, podrá determinarse las diferencias entre las coordenadas geodésicas de ambos puntos:

$$\Delta\phi = \phi_a - \phi_b,$$

$$\Delta\lambda = \lambda_a - \lambda_b$$

$$\Delta h = h_a - h_b$$

$\Delta Y = (Y_a - Y_b)$, O equivalentemente, la diferencia entre las coordenadas rectangulares egocéntricas

$$\Delta X = (x_a - x_b),$$

$$\Delta Z = (Z_a - Z_b),$$

con precisiones de pocos milímetros.

Pero en cambio, las coordenadas absolutas:

$$\phi_a, \lambda_a, h_a,$$

$$\phi_b, \lambda_b, h_b$$

o

$$X_a, Y_a, Z_a,$$

$$X_b, Y_b, Z_b),$$

sólo podrían determinarse con exactitud de metros, o aun decenas de metros.

Lo dicho anteriormente significa que los sistemas satelitales GLONASS y GPS solo permiten acceder al datum (PZ90 o WGS84, respectivamente) con una precisión que es insuficiente para muchas aplicaciones prácticas. La forma habitual de acceder al datum PZ90 o WGS84 es ubicando un receptor en un punto cuyas coordenadas absolutas en dicho datum son conocidas.

Si por ejemplo, conocemos las coordenadas

$$\phi_a, \lambda_a, h_a \text{ del punto a,}$$

podremos obtener las del b mediante las mediciones haciendo simplemente

$$\phi_b = \phi_a + \Delta\phi,$$

$$\lambda_b = \lambda_a + \Delta\lambda,$$

$$h_b = h_a + \Delta h.$$

En nuestro país, el acceso al datum WGS84 se logra a través de los puntos de la red POSGAR 94 (u otras redes de control que han sido previamente vinculadas a ella). Dicha red fue definida

de manera de aproximar el datum WGS84 lo más exactamente posible, dentro del territorio argentino. En el caso del ejemplo que hemos propuesto, esto significa que el receptor a debería estar localizado sobre un punto de la red POSGAR

Un problema que se presenta frecuentemente en la práctica es la necesidad de cambiar las coordenadas expresadas en un datum determinado a uno distinto. Por ejemplo, pasar del datum clásico argentino, Campo Inchauspe 1969, al datum oficial actual, POSGAR 94. La Agencia Cartográfica de defensa (DMA) de U.S.A. ha determinado parámetros de transformación entre WGS84 y más de 150 datums locales de todo el mundo. El DMA provee los parámetros necesarios para efectuar transformaciones aproximadas por los métodos de:

- a) Molodenski.
- b) Regresión múltiple.
- c) Curvas de nivel por latitud y longitud.

Los parámetros de corrección directa (o "Datum Shift) para pasar del Datum WGS84 a Campo Inchauspe, son los siguientes:

$$Dx = + 148 \text{ m}$$

$$Dy = - 36 \text{ m}$$

$$Dz = - 90 \text{ m}$$

Investigaciones realizadas en el país han permitido mejorar la precisión de esta transformación.

- A continuación se tratan brevemente algunos de los aspectos mas comunes (un conocimiento resumido y mínimo).

4.14.2. PROBLEMA DE PROYECCION PLANA, O GRILLA

Como hemos visto siempre que se trabaje con un sistema de proyección cartográfica se sufre deformaciones de orientación y/o escala según sea la proyección utilizada.

Algunas proyecciones poseen propiedades específicas que las hacen particularmente útiles para determinadas aplicaciones.

Por ejemplo en Argentina se utiliza la **proyección Gauss-Krüger**, que se basa en una Mercator Transversa con la propiedad de ser "conforme" (mantiene sin deformaciones las representaciones angulares; pero no las relaciones lineales y de áreas). Así, las longitudes sufren una deformación de escala a medida que se alejan del meridiano central de proyección y dependiendo de la longitud en que se encuentre.

La solución a este problema para una proyección Mercator Transversa es la correcta aplicación de reducciones de arco a la cuerda.

Veamos un ejemplo muy común, en nuestro medio al momento de trabajar con GPS y métodos Topográficos convencionales.

- *Un equipo de medición, necesita dar coordenadas a una obra lineal, de 90 km. de longitud, (imaginemos una carretera o un gasoducto) que se orienta de Este a Oeste. Por tratarse de una zona desértica, no hay puntos base de control cercanos, por lo que se solicita dejar dos puntos GPS al inicio y al final del recorrido de la línea. Para ello se realizó una red GPS, que vinculada a puntos de primer orden de la región, permitió establecer coordenadas a dos puntos de arranque de la obra lineal y dos puntos de cierre. La empresa que materializó los puntos GPS, entregó las respectivas coordenadas de los puntos en el siguiente formato: Lat, Long y H elipsoidica en WGS84 - Lat, Long y H elipsoidica en el Datum local y coordenadas de Proyección (Por ejemplo, tratemos Gauss-Krüger) X e Y.*
- Una segunda empresa, inicia una poligonal orientando su estación total topográfica (5" de precisión angular y 2 km. de alcance con 5 mm + 3 ppm) con los dos puntos GPS de arranque. Para ello, estacionó el instrumento sobre uno de los puntos GPS y orientó el azimut de su Estación Total con el segundo punto GPS mediante las coordenadas X, Y Gauss-Krüger provistas. Realizan una poligonal de 90 km de longitud con mas de 100 lados. Pero, al llegar a los puntos de cierre GPS se encuentran con un error de cierre de mas de 120 metros. La flecha de error de la poligonal, supera las tolerancias de una poligonal de estas características.
- Donde se encuentra el problema, de semejante error de cierre ????. Habrá que volver a medir la poligonal, antes de realizar cualquier compensación ???

- **SOLUCION:** Seguramente, un error de cierre tan grosero, se debe a no haber considerado la proyección Gauss-Krüger de los puntos de arranque. Toda la poligonal se debe ajustar y llevar a la proyección de trabajo. Para ello se deberá:

- Reducir todas las distancias medidas a Nivel del Mar
- Realizar la corrección lineal por agrandamiento relativo.
- Corrección angular por reducción del arco a la cuerda.

Luego de realizar la corrección de la poligonal a proyección, la flecha de error o error de cierre quedo en 70 cm. Siendo un error de cierre, muy bueno para semejante longitud, cumpliendo ampliamente con las tolerancias de poligonal topográfica.

- Este problema y sus fórmulas de corrección dependerán del sistema de proyección local. Se sugiere que el operador consulte la bibliografía específica sobre el tipo de corrección que corresponde para una proyección en particular.

A continuación se describen los pasos y cálculos a realizar para reducir correctamente las mediciones topográficas a Proyección Gauss-Krüger, y de esta manera, poder ser compatibilizadas con observaciones GPS o GLONASS en la misma Proyección Gauss-Kruger.

a) Reduccion al Nivel del Mar:

Sea (fig. 46):

D_h = Distancia horizontal medida por electrodistanciometro

H_1 = Es la altura al nivel del mar donde se estaciona el distanciometro.

R_T = Radio de la Tierra = ~ 6.378.000 metros.

Fig. 46

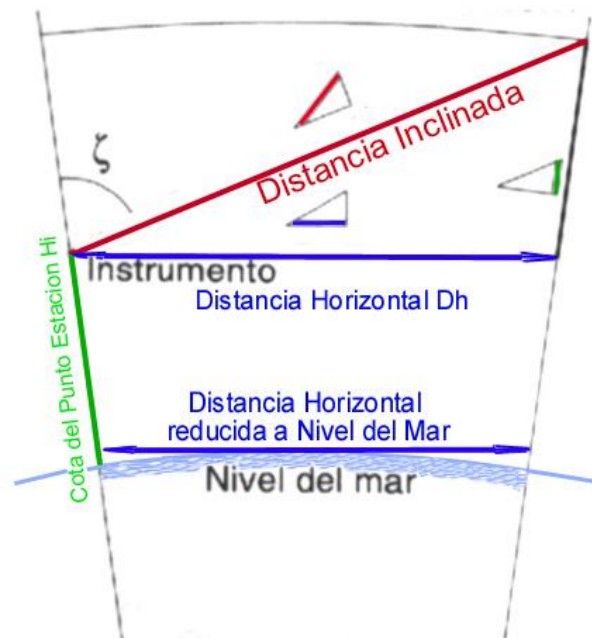
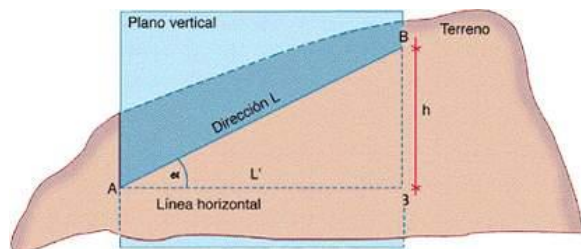


Fig. 46: Se presenta gráficamente la diferencia entre distancia horizontal y reducida.

$$\text{Dist. corregida a nivel del mar} = D_H - (H_1 \cdot D_H / R_T)$$

Por todo esto, no debemos olvidar la altura o cota en la que se desarrollan nuestras mediciones topográficas y que luego se pretenden ligar o mezclar con observaciones GPS o GLONASS.

- A continuación se tratan brevemente algunos de los aspectos mas comunes (un conocimiento resumido y mínimo).

b) Corrección Lineal por Agrandamiento Relativo

Si tenemos los datos de observaciones topográficos (ángulo y distancia) que se pretenden unificar con observaciones y resultados de posicionamiento satelital a un sistema Gauss-Krüger, debemos ser conscientes que la distancia medida en el terreno se debe reducir según el módulo de agrandamiento lineal.

La distancia horizontal medida con una cinta o con Estación Total taquimétrica, se debe multiplicar por el factor de corrección lineal de la proyección Gauss-Krüger.

Este módulo de corrección también se conoce como **agrandamiento relativo**.

$$m = 1 + [(y' ^2) / (2 \cdot R_T^2)]$$

Donde:

m = es el módulo de agrandamiento relativo.

La unidad de millones de Y en Gauss-Krüger es el número de la faja.

$y' = Y - (N^\circ \text{ Faja} \times 10^6 + \text{MCF})$, es el número que resulta de quitar al valor de Y el meridiano central de faja ($\text{MCF}=500.000$). Por tratarse de una corrección a distancia, existen dos puntos y con ello dos valores de y' , por cada uno (y''_1, y''_2). Se aconseja utilizar y' como el valor promedio que resulta del promedio aritmético entre y''_1 e y''_2 .

R_T = Radio terrestre.

Para reducir la distancia medida a Proyección (Gauss-Krüger):

$$\text{Dist. en G-K} = (\text{Dist. Horizontal a nivel del mar}) \times m$$

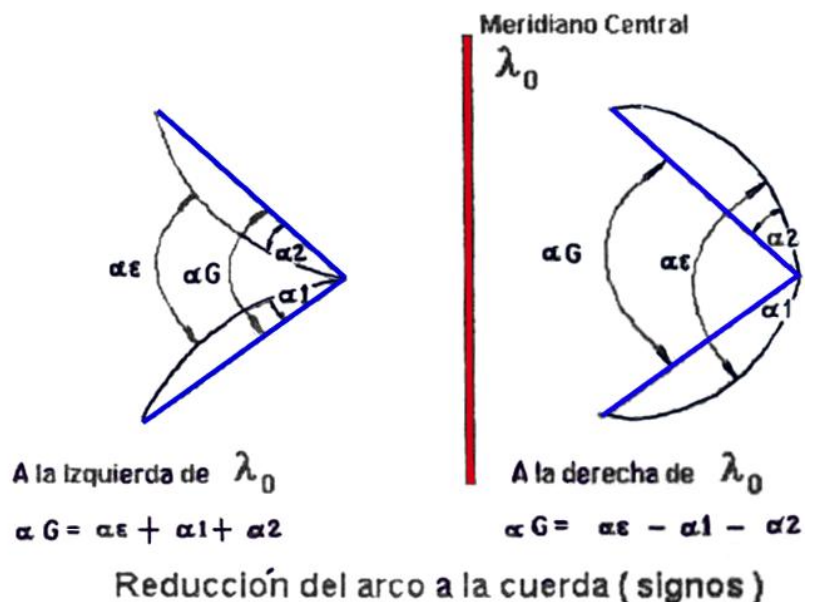
En caso de establecer una poligonal cerrada con puntos X, Y Gauss-Krüger de arranque y cierre, cada una de las distancias medidas en el terreno se deben multiplicar por el módulo m .

- A continuación se tratan brevemente algunos de los aspectos mas comunes (un conocimiento resumido y mínimo).

C) Corrección Angular por Reducción Arco a la Cuerda

El ángulo elipsoidal, difiere del ángulo en G-K. La corrección para pasar de uno a otro dependerá de la ubicación a izquierda o derecha del meridiano central de tangencia en Gauss-Krüger, según se representa en el siguiente gráfico (fig. 47).

Fig. 47



La expresión que permite computar la reducción es:

$$\alpha_i = \rho'' \cdot [(\Delta x_i \cdot y'_i) / (2 \cdot R_T^2)]$$

Donde:

$$\rho'' = 206264,8063$$

R_T = Radio Terrestre

Δx_i = Diferencia de coordenadas en X

y'_i = Promedio aritmético de las coordenadas Y sin la unidad de millón y MCF
 $(y''_1 + y''_2) / 2 - (n^\circ \text{ Faja} + \text{MCF})$

Luego de calcular α_i (ver gráfico Fig. 47) y según la posición del ángulo a izquierda o derecha del meridiano central, se computa el ángulo en el plano, según:

A la izquierda del meridiano:

$$\alpha_G = \alpha_\varepsilon + \alpha_1 + \alpha_2$$

A la derecha del meridiano:

$$\alpha_G = \alpha_\varepsilon - \alpha_1 - \alpha_2$$

Donde:

α_ε = Ángulo elipsoidal

α_G = Ángulo al plano en G-K

α_1 = Corrección angular por reducción arco a la cuerda para el lado 1.

α_2 = Corrección angular por reducción arco a la cuerda para el lado 2.

Cálculo de una Poligonal en Gauss-Krüger:

Ahora, que se han revisado los aspectos de conversión de datos topográficos a proyección para la integración de datos GPS o GLONASS, con otras fuentes en un mismo idioma (todos los datos de proyección Gauss-Krüger u otra proyección cartográfica plana), podemos ver el caso concreto de ajuste de una poligonal y su traspaso a coordenadas Gauss-Krüger.

Los pasos a seguir, son:

1. Convertir los ángulos medidos en acimutes (Recordar que se parte de puntos en X, Y Gauss-Krüger).
2. Reducir todas las distancias horizontales medidas a nivel del mar.
3. Realizar la corrección lineal por agrandamiento relativo a todas las distancias medidas de los lados de la poligonal.
4. Computar la corrección angular por reducción del arco a la cuerda.
5. Realizar el ajuste angular y cierre como en cualquier poligonal.

4.15 EL PROBLEMA DE LAS ALTURAS GPS*

(*) Ref.: Geosistemas SRL.c/colabor. Del Proyecto GEO200-SECYT/CONICET U.N.L.P-Seminario Internacional GPS97)

La aplicación del sistema GPS o GLONASS en la determinación de coordenadas geodésicas y su transformación a coordenadas planimétricas en topografía es una técnica que permite obtener, rápidamente, la posición de un punto (por método diferencial, con precisión de centímetros en el caso de receptores geodésicos). La determinación de la altitud ortométrica con la misma precisión, no es inmediata debido al desconocimiento de la altitud geoidal (diferencia entre elipsoide y geoide en un punto dado).

Anteriormente comentamos las diferencias entre Datums horizontales y Datums verticales. Los puntos de nivelación (ortométricos) o de cota conocida se hallan referidos a un Datum vertical (Geoide). En el idioma de todos los días decimos que un punto de cota conocida, se halla referido al nivel del mar. Esto podría ser cierto en términos generales ya que el geoide aproxima la superficie del nivel medio del mar. En Argentina las cotas ortométricas poseen su referencia o cero en el mareógrafo de la Ciudad de Mar del Plata. La línea que materializa la Normal al geoide para un punto de la corteza terrestre se denomina Vertical del Lugar. "La cota ortométrica de un punto es la distancia que posee la vertical del lugar entre dicho punto de la corteza terrestre y el geoide".

Definición de las Alturas en Geodesia

Si la Tierra fuera plana, podríamos definir la altura de un punto P, como la longitud de la línea normal a un plano de referencia que pase por el punto P. (Esta definición, posee mucho de común con la determinación de cotas por método trigonométrico).

En esta definición de altura o cota, se definen tres elementos; la línea ortogonal al plano de referencia que pasa por el punto en cuestión; la superficie o plano de referencia y como tercer elemento la longitud de la línea entre el punto y el plano.

Lógicamente, la Tierra no es plana y esta definición de alturas esta muy lejos de ser útil; sobre todo, si consideramos aplicaciones regionales o globales (los sistemas de posicionamiento satelital, son globales).

Dependiendo de los tres elementos que definen la altura, obtendremos distintos sistemas de altura. En particular nos interesan, el sistema adoptado por la geodesia para determinación global de cotas y el sistema utilizado desde el comienzo de la era satelital; altura ortométrica y elipsoidal, respectivamente.

La geodesia, históricamente, utilizó componentes verticales y horizontales que se determinan por métodos y formas independientes para cada punto de la corteza terrestre. Las técnicas satelitales permiten abordar la ubicación de un punto en el espacio en forma de tres coordenadas y tiempo. El posicionamiento satelital, posee la enorme ventaja de valerse de un único método e instrumental para lograr obtener componentes horizontales y verticales (coordenadas 3D).

En el pasado, para determinar alturas con precisión se utilizaba; y se seguirán utilizando niveles ópticos con miras de invar. El procesamiento de los datos entregados por el nivel óptico (nivelación geométrica), entregan como resultado alturas ortométricas. La era espacial, mediante satélites (Transit con Doppler y GPS o GLONASS), incorpora un nuevo tratamiento de las cotas, mediante la altura elipsoidal.

El sistema de posicionamiento satelital nos brinda la altura del observador (antena del receptor satelital) respecto de un elipsoide (WGS84 para GPS y elipsoide PZ90 en el caso de GLONASS). **Una "cota elipsoidal, para un punto de la corteza terrestre, es la distancia**

entre dicho punto y el elipsoide, medida sobre la normal a este que pasa por dicho punto".

Así, las observaciones GPS no permiten obtener directamente diferencias de cota en el sentido corriente. Por ejemplo: Entre dos puntos de igual altura elipsoidal puede llegar a escurrir agua, desde uno de ellos hacia el otro. Jamás ocurriría este fenómeno físico con cotas ortométricas iguales. Sin embargo, las alturas usuales, alturas sobre el nivel del mar, o alturas ortométricas, se hallan ligadas a las alturas elipsoidales por la siguiente relación:

$$N = h - H$$

Donde:

h = Altura elipsoidal de una estación GPS.

H = Altura ortométrica del mismo punto obtenida por nivelación geométrica.

N = Diferencia entre elipsoide y geoide en el punto.

La poca información existente, para nuestro país, sobre diferencias elipsoide-geoide (N); llevan a la necesidad de enfocar en ellas un gran esfuerzo en los próximos años. Existen modelos globales que aproximan el valor de N (Por ej: OSU o el modelo de la Universidad de Ohio 1.989). Pero estos modelos se han creado con escasa información de América del Sur. Los mejores modelos disponibles solo permiten precisiones de hasta ± 1 metro para el 68% de la superficie y hasta unos ± 3 metros para el 95%. Para puntos muy cercanos entre sí y en zonas muy llanas la diferencia de alturas entre dos puntos con datos elipsoidicos debería coincidir con la diferencia entre cotas ortométricas. Esto se debe a que bajo esas condiciones N debería ser constante (no así, en zonas extensas o montañosas). Así, las mediciones GPS en áreas "pequeñas" y "muy llanas" podrían brindar el dato de desnivel entre los puntos con bastante aproximación a la realidad. Por ello las cotas obtenidas con GPS, son otro punto importante a tener en cuenta en el momento de validar y reducir coordenadas a un sistema común.

4.16. NIVELACION GEOMETRICA Y COTAS ORTOMETRICAS

Para la nivelación geodésica se utiliza el nivel óptico, que basa su funcionamiento en sistema de antejo telescópico que se orienta mecánicamente sobre un plano normal (transversal) a la línea de plomada o gravedad local, mediante una burbuja o sistema compensador por prisma. Al mirar a través del telescopio, se materializa una visual sobre un plano de nivel local, para luego tomar lecturas sobre una regla de graduación de alta precisión, que se verticaliza sobre cada punto a medir. El sistema de nivel óptico, es preciso para aquellas distancias o radio de trabajo que no supere 3 veces el aumento del antejo en la distancia (radios de trabajo que no superen los 100 metros). Al tomar la lectura a la mira sobre dos puntos, se pueden restar los valores leídos en cada una de ellas para obtener el desnivel entre los dos puntos de mira. Este procedimiento es conocido en topografía y geodesia como nivelación geométrica.

En el gráfico (fig. 47) se pretende representar que la diferencia de nivel entre dos puntos, no solo depende de la relación geométrica de la superficie del terreno, sino también, de la variación local en la dirección de la línea de la plomada o gravedad. Este gráfico muestra el procedimiento de nivelación sobre una topografía de llanura.

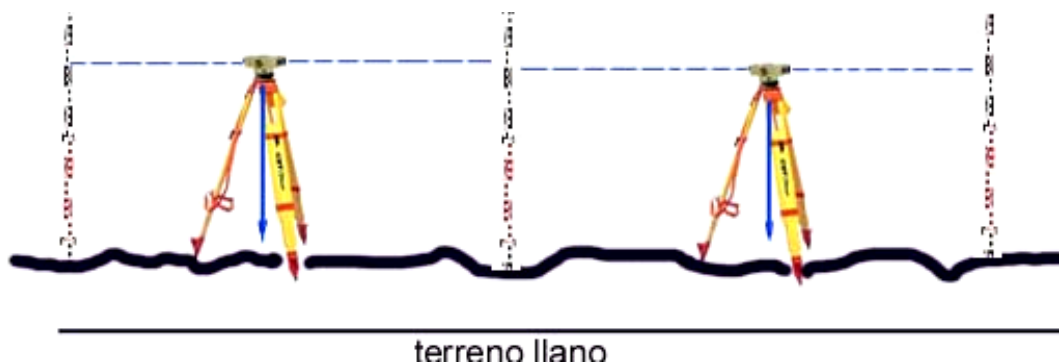


Fig. 48

terreno llano

El próximo gráfico (fig. 49), representa la misma nivelación geométrica, realizada sobre terreno montañoso, en la que se exagera la diferencia obtenida en la nivelación debido a la gran cantidad de masa concentrada que induce a variaciones en los valores de gravedad.

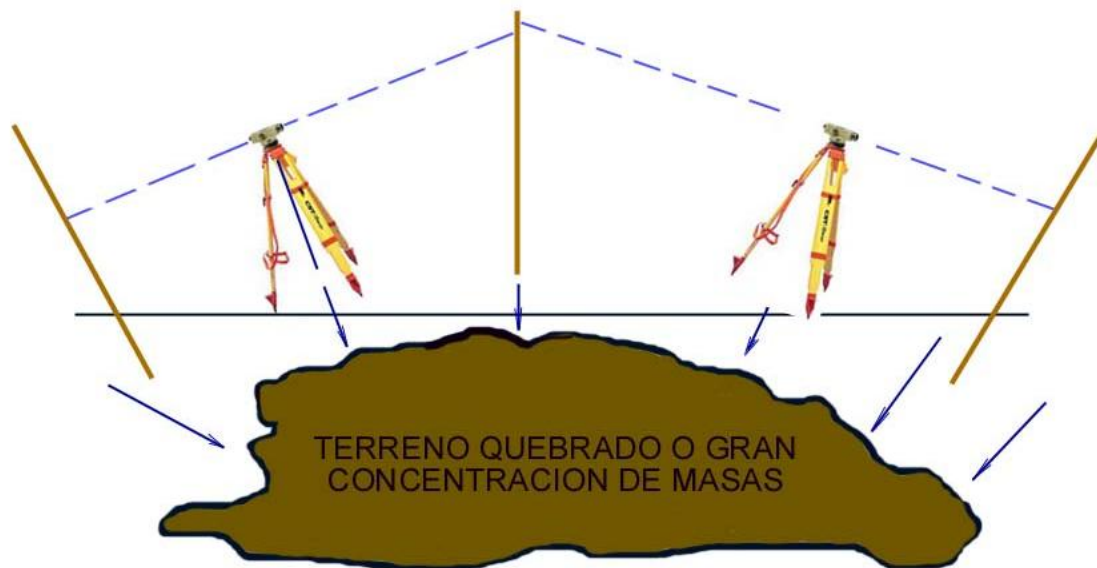


Fig. 49

Hay que destacar, que la variación de la gravedad entre puntos muy cercanos, no solo afecta a la línea de bisección del instrumento, sino también, la verticalización de las miras graduadas para la lectura.

Las variaciones del campo gravítico terrestre se deben a dos tipos de fuentes:

- La primera es el relieve topográfico.
- En segundo termino, la formación geológica de la corteza terrestre cercana a la superficie.

Las líneas materializadas por la bisección del anteojo de un instrumento de nivelación o nivel óptico, generan sucesivos planos tangentes al campo gravítico terrestre, en el mismo lugar donde se estaciona el instrumento. Las superficies de nivel de campo de gravedad de la Tierra, se pueden describir como aquellas superficies donde los líquidos permanecen en estado de equilibrio (ver geoide), o también podríamos describirlas como, las superficies que se pueden cuantificar por el principio físico de igual potencial (equipotenciales de gravedad). Al medir diferencias de nivel, se determinan diferencias entre campos equipotenciales que se calculan junto a los valores de gravedad. Las alturas que se determinan de este modo se conocen como alturas ortométricas (H). Las alturas ortométricas, tienen su origen en una superficie equipotencial en particular, coincidente con el nivel medio del mar, llamada geoide.

Hay que destacar, que el elipsoide no se necesita, en ningún momento, para obtener alturas ortométricas. Si se entiende la diferencia entre altura elipsoidal y ortométrica, podemos seguir; avanzando con la obtención de alturas con GPS o GLONASS.

5. INFLUENCIA DE LA ESFERICIDAD TERRESTRE EN PLANIMETRIA

Para evaluar la magnitud del error cometido al considerar como plana la superficie terrestre, supongamos haber medido sobre la esfera terrestre la distancia que separa los puntos A y B, representada por el arco S (fig. 50).

Proyectando el punto B del terreno según la vertical que pasa por él, sobre un plano horizontal trazado por el punto A, obtenemos B₁ representación topográfica del punto B del terreno, siendo el segmento AB₁ la distancia topográfica o reducida, entre los puntos A y B.

Pero en realidad cuando trasladamos al plano la magnitud AB, lo hacemos llevando a partir de A la longitud $\hat{A}B$ que nos determina la ubicación de un punto B_2 como representación del B del terreno, cometiéndose así un error planimétrico $B_1B_2 = \Delta s$ al no considerar la esfericidad terrestre.

De la figura se deduce que este error esta dado por la diferencia entre el valor de la tg. y del arco para el ángulo α y el radio R. Haciendo el desarrollo en serie de $tg\alpha$ y limitándolo a sus dos primeros términos tenemos: (fig. 50).

$$\Delta s \approx S^3 / (3 R^2)$$

Para S = 1 Km. $\Delta s \approx 0,01 \text{ mm}$

Para el caso general: $\Delta s(\text{mm}) \approx 0,01 \cdot S^3 \text{ (Km)}$

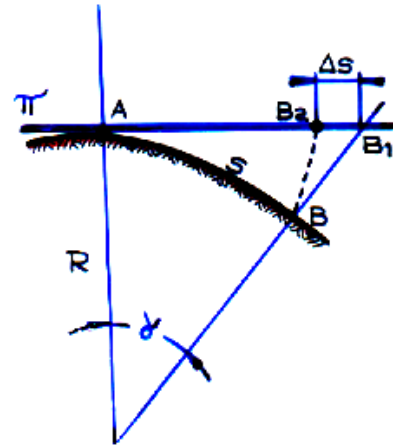


Fig. 50

Por lo que se llega a la conclusión de que en la mayoría de los levantamientos topográficos no se tiene en cuenta la curvatura terrestre al efectuar las mediciones planimétricas.

6. UNIDADES DE MEDIDA: *

La medida de una magnitud la realizamos comparándola con otra conocida y homogénea con la primera, que tomamos como unidad de medida o comparación. La característica de las unidades de medida debe ser la invariabilidad de las mismas, de aquí la necesidad de obtener o definir un patrón de las mismas.

En topografía hay tres tipos de unidades: las lineales, las superficiales y las angulares. En nuestro país se utiliza, el sistema métrico decimal.

- La unidad lineal es el metro (m).

dm=0,1m	Dm=10m
cm=0,01m	Hm=100m
mm=0,001m	Km=1000m

- La unidad de superficie es el metro cuadrado (m²) o centiárea. Siendo también de uso frecuente para expresar el valor de las superficies, la utilización de las unidades de medidas agrarias.

dm ² =0,01m ²	Km ² =1.000.000m ²
cm ² =0,0001m ²	Ha=10.000m ²
mm ² =0,000001m ²	Área=100m ²

1 centiárea = 1 Ca. = 1 m ²
1 área = 1 A. = 100 m ²
1 hectárea = 1 Ha. = 10.000 m ²

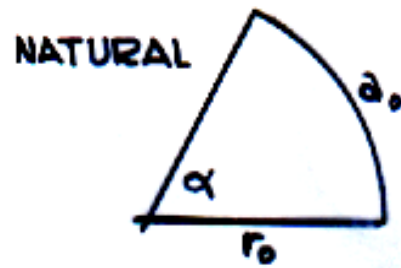
- La unidad de volumen es el metro cúbico (m^3).
- La unidad angular es el radián (rad) de acuerdo al Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA) vigente en la Rep. Argentina desde el año 1972, que está constituido por las unidades, múltiplos y submúltiplos, prefijos y símbolos del Sistema Internacional de Unidades. No obstante esta disposición legal, el radián se utiliza únicamente para los razonamientos y las deducciones de carácter teórico pues carece de aplicaciones concretas en los círculos graduados de los teodolitos.

Los distintos sistemas de medida empleados se ordenan:

SISTEMAS	De Carácter Teórico Excluyente	Natural	El Radián
	Usados en la Construcción de los Círculos	Con numeración o codificación del círculo	Milésima Sexagesimal Sexagesimal Decimal Centesimal Binario Absoluto Codigo Gray
		Sin numeración o codificación del círculo	Incremental

(*) Ref. Topografía. Tomo 1-Aldo E. Berli -El ateneo1990

Natural: Este sistema de medición angular utiliza como unidad el radián (rd), definido como el ángulo central al que corresponde un arco de circunferencia cuya longitud igual a la del radio de la misma. O también ángulo para el que cualquier arco que tracemos sobre él será igual al radio. Es decir, que el giro completo tiene 2π radianes. Fig 51



Milésima (artillera): Se divide la circunferencia en 6400 partes (6400”).

$$1 \text{ vuelta} = 2\pi \text{ (radianes)} \quad 1^p = 6,2831\dots \times 1^p$$

$$1 \text{ milésima} \text{-----} 1/6.400 \text{ 1 vuelta}$$

$$6.400 \text{ milésima} = 1 \text{ vuelta}$$

$$6,4 \times 1000 \text{ milésima} = 1 \text{ vuelta}$$

$$\text{como es } 6,2831 \times 1^p = 1 \text{ vuelta}$$

Sexagesimal: Divide al giro completo en 360 partes iguales, llamados grados sexagesimales (1°). Cada uno de ellos en 60 partes iguales llamados minutos ($1'$), que a su vez se dividen en 60 partes que constituyen los segundos sexagesimales ($1''$). Las fracciones de segundo se expresan en forma decimal. Es la única unidad para medir ángulos planos que se menciona en el Sistema Métrico Legal Argentino, además del radián.

Se divide la circunferencia en 360 partes ($1^\circ = 60' = 3600''$)

Sexagesimal Decimal Divide al giro completo en 360 partes iguales, llamados grados sexagesimales (1°), pero varían los submúltiplos para facilitar la introducción de los valores angulares en las calculadoras. El minuto ($1'$) es la centésima parte del grado y el segundo ($1''$), es la centésima parte del minuto.

Centesimal: Divide al giro completo en 400 partes iguales, llamadas grado centesimal (1^g), que a su vez se divide en 100 partes iguales llamadas minutos centesimales (1^c), conteniendo cada uno de éstos, 100 segundos centesimales (1^{cc}). Es común llamar gon a la unidad. 10 mgon al minuto que se simboliza $1'$ y 0,1 mgon al segundo que se anota $1''$

Se divide la circunferencia en 400 partes ($1^g=100^m=10000^s$).

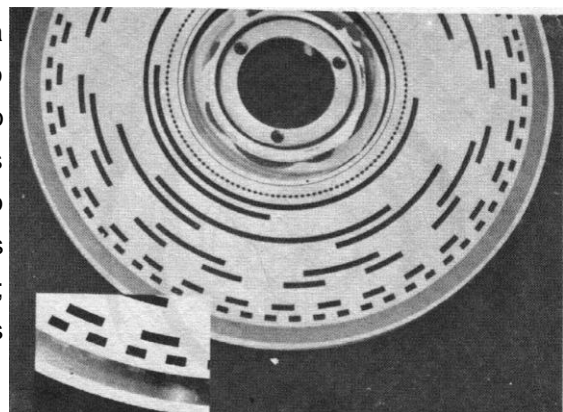
- A continuación se tratan brevemente algunos de los sistemas modernos (un conocimiento resumido y mínimo). (*) Ref. Topografía. Tomo 1-Aldo E. Berli -El ateneo1990

Binario Absoluto la medición se realiza midiendo el arco comprendido entre el origen y la posición de un índice ideal sobre el sector del círculo correspondiente. El resultado de la medida de esta magnitud física es transformado, mediante elementos sensibles, al código binario.

Código Gray En el sistema anterior cuando se pasa de algún número a su inmediato superior se observa que se modifican varios dígitos (por ej.: cuando se pasa de 7 (00111) a 8 (01000) y de 15 (01111) a 16 (10000). Estos cambios provocan errores al intervenir elementos sensibles que transforman medidas en números binarios. Es por ello que se usa el código Gray, dado que produce un solo cambio de dígito cuando se pasa de un número binario al inmediato siguiente.

Sean $8=2^3$ sectores circulares iguales sobre el círculo a codificar para representar a los 8 números decimales comprendidos entre el 0 y el 7. Como la anotación binaria de cada uno de ellos requiere el uso de 3 bits, se trazan sobre el círculo tres pistas que tienen la forma de coronas circulares. En la pista externa se representa el dígito menos valorado (2^0) y en la interna el de mayor valor (2^2). Aunando sectores y pistas resultan $3 \times 8 = 24$ sectores de corona circular sobre las pistas. Para representar el 1 se practica un corte, ranura o ventana sobre la película metálica en la parte correspondiente a la corona circular, y para representar el 0 se deja intacta la película. Tres fotodiodos, uno por cada pista, detectan la existencia de ranura (1) y de su falta (0) y permiten leer el número correspondiente en el sistema binario.

Este sistema aporta una forma más ordenada para la división de los limbos (círculos) de los teodolitos, lo que significa que el conversor analógico-numérico de los teodolitos electrónicos, que se obtiene es mucho más simple, que el conversor del código binario valorado. La representación de 2^n números decimales sobre el limbo requiere n bits y 2^n sectores; por ej.; si $n=8$ se necesitan $2^8=256$ sectores y 8 pistas concéntricas (coronas circulares) (fig. 52).



La 256ava parte del ángulo correspondiente a una vuelta o giro completo es equivalente a $1^\circ 24' 22''$ y desempeña el mismo rol que la menor división de los sistemas convencionales, que asume el valor de un grado en los teodolitos cuyas lecturas finas se hacen con un escala adicional.

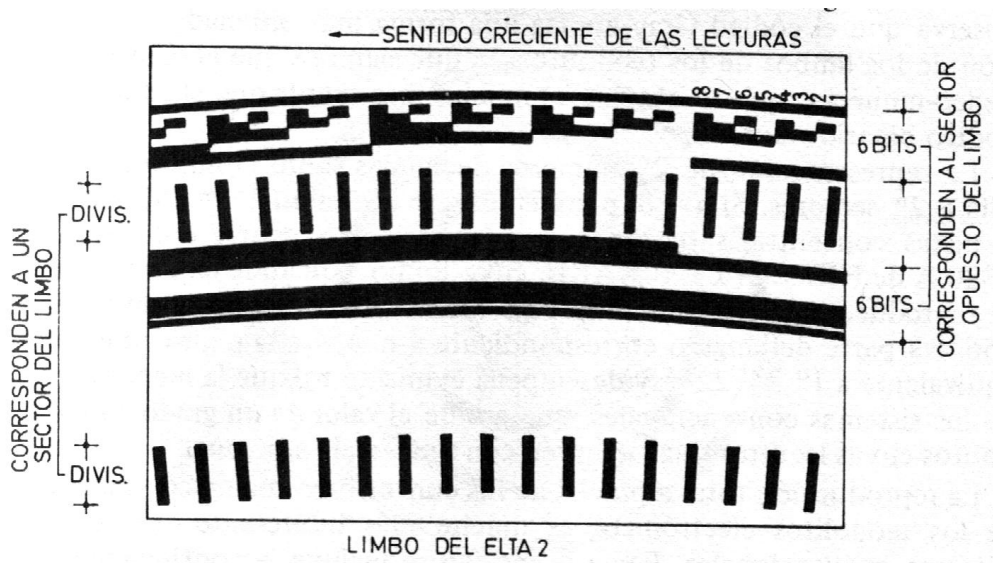


Fig. 52

Sistema Incremental Se utiliza en los teodolitos electrónicos y los limbos (círculos) se dividen en un número entero N, cualquiera, de sectores circulares iguales. De este manera la unidad de medida, arbitrariamente establecida en cada caso es unidad incremental=1vuelta/N; Las divisiones que definen los N sectores de corona circular no se identifican por numeración alguna, ni siquiera el cero u origen del limbo. Las lecturas se visualizan en los sistemas convencionales, motivo por el cual el operador trabaja sin necesidad de conocer el valor de N para leer.

Relaciones entre los sistemas:

1) Sexagesimal – natural : Sabiendo que la longitud de la circunferencia es $C = 2 \pi R$

Se obtiene: $2 \pi \text{ radianes} = 360^\circ$
 $1 \text{ rd} = 360^\circ / 2\pi = 180^\circ / \pi \Rightarrow 1 \text{ rd} \approx 57^\circ 17' 45'' = 57^\circ, 2958$
 $1^\circ = 2\pi \text{ rd} / 360 \approx 1/57 \text{ rd} \Rightarrow 1^\circ \approx 1/60$
 $1' = 1 \text{ rd} / 3438 \Rightarrow 1' = 1/3500$
 $1'' = 1 \text{ rd} / 206265 \Rightarrow 1'' = 1/200000 = (\rho'')$

2) Sexagesimal – centesimal:

$$\begin{matrix} 90^\circ = 100^g & 100^g = 90^\circ \\ \boxed{\alpha^\circ + (\alpha^\circ / 9) = \alpha^g} & \boxed{\alpha^g - (\alpha^g / 10) = \alpha^\circ} \text{ o también} \\ \boxed{(10/9) \alpha^\circ = \alpha^g} & \boxed{(9/10) \alpha^g = \alpha^\circ} \end{matrix}$$

Aplicando estas relaciones podemos pasar de un sistema a otro.

Ejemplo: transformar a grados centesimales $27^\circ 30' 15''$.

Se reducen a fracción decimal de grados sexagesimales y luego se multiplica el resultado por 10/ 9.

$$\begin{aligned} 27^\circ &= 27^0 \\ 30' &= 0^0,5 \\ 15'' &= 0^0,0042 \\ &27^0,5042 \\ 27^0,5042 \times 10/9 &= 30^0,5602 \\ &52 \end{aligned}$$

También se emplea aunque por simple comodidad la siguiente notación:

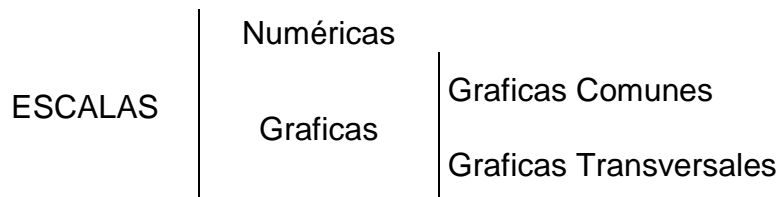
$$30^g 56^c 02^{cc}$$

Análogamente para transformar grados centesimales en sexagesimales se multiplica por 10/9 y luego se reduce la parte decimal a minutos y segundos.

7. ESCALA

Toda representación, ya sea dibujada, o una imagen fotográfica, está en una cierta relación de tamaño o proporción con el objeto representado. Esta proporción o relación de semejanza es lo que se llama ESCALA.

Se dividen en:



- Numéricas

Se las puede definir de la siguiente manera:

Sea: D= la distancia entre 2 puntos del terreno (realidad)

d= la dimensión homóloga que la va a representar en el plano (dibujo)

U= unidad de medida que utilizamos para medir en el terreno

u= unidad de medida para el plano

Entonces la relación: $E = \text{dibujo}/\text{realidad} = d/D = u/U$ es la ESCALA

En general se considera a "u" igual a la unidad en la práctica ($u = 1$)

$$E = d/D = u/U = 1/U$$

Ejemplo: 1/10.000 ó 01:10.000

Las escalas pueden ser de ampliación, natural o de reducción, generalmente en nuestra especialidad la que usaremos es la de reducción.

En cuanto al valor de U, para los trabajos que se realizan son fijados en :10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 75 y todos sus múltiplos.

Graficas Comunes

Consiste en una reglilla dibujada y graduada en la cual se indican las divisiones, colocando en correspondencia con ellas las medidas que las mismas representan, facilitando con ello la lectura. (fig. 53)

La escala gráfica común tiene más ventaja que la numérica, pues es más comprensible para cualquier persona, aunque no tenga conocimientos técnicos ni matemáticos y además cuando se hace alguna ampliación o reducción del plano o mapa, no se pierde la escala ya que ella es dibujada siempre en el borde del plano.

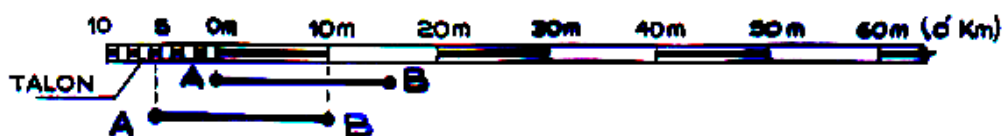


Fig.53

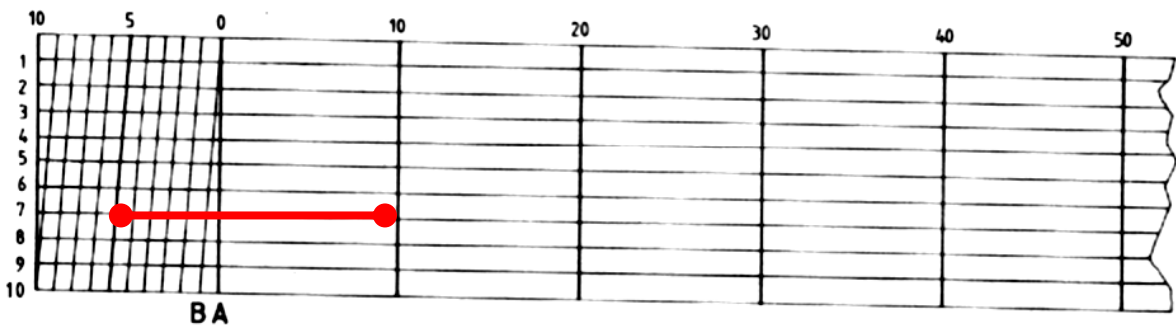
Para medir algún segmento o distancia la transportamos a un papel, por ejemplo el AB, hacemos coincidir el punto A en el origen 0 de la escala y leemos la parte gruesa de la lectura, por ejemplo 10m. Luego, como la escala está provista de un talón a la izquierda del origen en forma decreciente y dividido en 10 partes, hacemos coincidir el extremo B en la última lectura gruesa, es decir en 10 y leemos la parte fina en el talón, donde coincide el punto A, por ejemplo 5,5 m., por lo tanto la distancia AB es de 15,5 m.

Graficas Transversales

Para poder leer una cifra más, se ha ideado esta escala, aunque es engorrosa para alguna persona que no sea técnica. La forma de dibujarla es la siguiente (fig. 54): se trazan rectas horizontales paralelas entre sí, de tal modo que dividan en 10 partes iguales a la vertical que pasa por la décima división del talón, luego unimos con una recta la novena división horizontal con la décima división vertical y trazamos paralelas a ellas por las siguientes divisiones horizontales hasta llegar al 0 de la escala.

Si representamos el mismo segmento AB del ejemplo anterior y lo deslizamos hacia abajo, siempre haciendo coincidir el extremo B con el 10 de la escala horizontal, hasta que corte a una de las paralelas transversales, leemos la parte fina en la escala vertical, por ejemplo 7. Por lo tanto la lectura nos indica que la medida del segmento AB es de 15,7 m. Podemos estimar un centesimal si así lo deseamos, por ej. 5; sería entonces 15,75.

Fig. 54

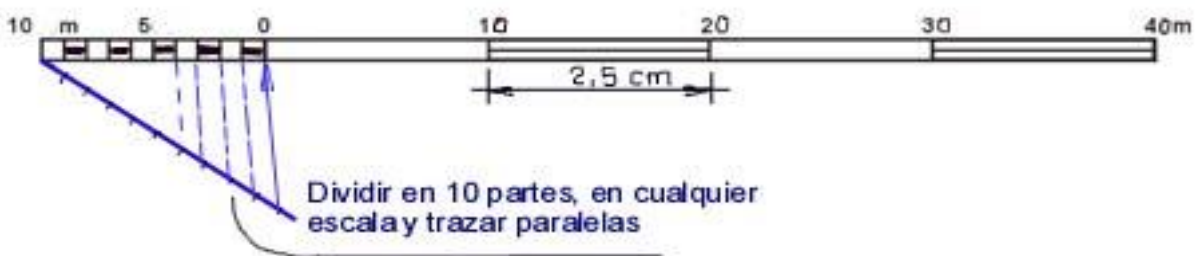


Ejemplos.:

1) Si se conoce la distancia de (D) 120m, entre dos esquineros de una fracción de terreno. Se desea representar la homóloga (d) en el plano, en escala 1:400. Escala gráfica prescindiendo del escalímetro?

$$E = d/D = u/U = d/120 = 1/400 \Rightarrow d = 30 \text{ cm o } 0,3\text{m}$$

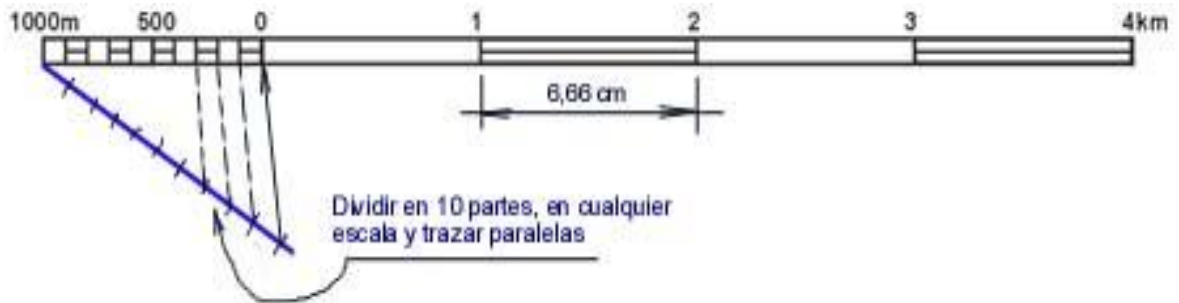
Si $E=1/400 \Rightarrow 1\text{cm} \rightarrow 400\text{cm}=4\text{m}$ en el terreno $\therefore 10 \text{ m (D) equivalen a (d) } 2,5 \text{ cm}$ en el plano.



2) Una distancia en el terreno de 1350m (D), fue representada en el plano por 9 cm. Cuál fue la escala empleada. Escala gráfica prescindiendo del escalímetro?

$$E = d/D = u/U = 9 \text{ cm}/135.000\text{cm} \Rightarrow U= 135.000/9 = 15.000 \therefore \text{Escala} = 1/15.000 = 1:15.000$$

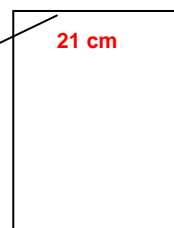
Si $E=1/15.000 \Rightarrow 1\text{cm} \rightarrow 15.000\text{cm}= 150\text{m}$ en el terreno $\therefore 1000 \text{ m (D)}$ equivalen a (d) 6,666 cm en el plano.



3) Se desea emplear una escala que permita confeccionar un dibujo en un papel tamaño A4 (de 21cm por 29,7cm) y las dimensiones del terreno son de 50m x 62m. Cuál es la escala a emplear.

$$E = d/D = u/U = 21 \text{ cm} / 6.200 \text{ cm} \Rightarrow U= 6.200/21 = 295,23 \approx 300 \therefore \text{Escala} = 1/300 = 1:300$$

Tomamos el lado de mínima longitud y el máximo de la magnitud a representar



8. ERRORES DE MEDICION:

Teoría elemental de los errores

En las mediciones topográficas de distancias y ángulos se cometen errores que provienen de la imperfección de los instrumentos utilizados y de la limitación del operador. Siempre que se mide se cometen errores y es imposible evitarlos. Interesa conocer el origen de estos errores, sus clases, las leyes por las se rigen; así como la forma en que se combinan o acumulan cuando en una operación topográfica intervienen varias determinaciones elementales, para poder resolver dos problemas:

a.- Determinar el error total que puede haber en una operación realizada con un determinado aparato y siguiendo un método.

b.- Determinar el método a seguir y aparato a utilizar para que el resultado difiera del verdadero valor en menos de una tolerancia determinada; llamándose tolerancia a la diferencia que se puede admitir entre la magnitud real y la medida.

Consecuentemente el valor exacto de una magnitud es desconocido. En nuestra materia, frecuentemente admitiremos como “valor exacto “ de una magnitud, al obtenido a través de mediciones efectuadas por métodos geodésicos con un orden de precisión muy superior. Así por ejemplo, el valor de una magnitud lineal de 1.002,416 m. Asegurada dentro de un entorno de 1 mm nos permite admitir que 1.002,42 es exacto en el campo de las mediciones topográficas, donde en general la precisión máxima es del orden de 1/ 20.000 (en cuyo caso sería suficiente una aproximación de 5 cm en 1.000 m) .

Cabe puntualizar que en nuestro lenguaje técnico el vocablo “error” es sinónimo de vacilación o indeterminación, y no de equivocación o falta; ésta se denomina “error grosero”, y tiene su causa en la equivocación, negligencia, torpeza, descuido o cansancio del operador. En general se trata de que sea detectable y consecuentemente eliminada la medición correspondiente. No obstante hay muchos casos en que resulta dudoso discernir si un error es grosero o no.

Causa de los errores.

El origen de los errores son numerosos, entre las cuales cabe mencionar las siguientes:

CAUSAS	Falta de definición extremos de la magnitud
	Limitación de los sentidos
	Limitación constructiva de los aparatos
	Variación de las condiciones ambientales

Falta de definición: de los extremos de la magnitud que es objeto de la medición. Por ejemplo, al medir el ancho de una calle en ambas líneas de edificación, su valor estará afectado por la irregularidad del revoque de las paredes. Lo mismo ocurre en el caso de medir la longitud de un lado de un predio materializado por postes cuya sección en general es irregular. En ambos casos no están bien definidos los extremo del segmento a medir.

Limitación de nuestros sentidos: principalmente de la vista. La “acuidad visiva” del ojo humano, (fig. 55), cuyo valor es de aproximadamente $1'$. Ello se traduce en que cuando pretendemos medir a simple vista un escalímetro la distancia entre dos puntos A y B marcados con buena “definición” en el papel, la coincidencia entre el origen del escalímetro y el punto A tendrá una vacilación o error del orden de 0,1 mm. Al que habrá que agregar el error de la estimación de la lectura en el escalímetro, correspondiente al punto B.

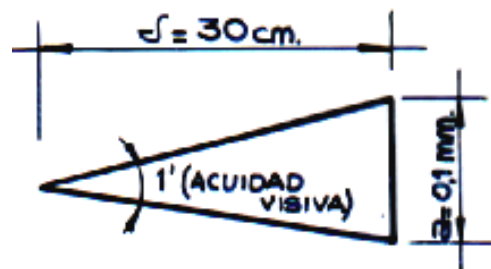


Fig. 55

Lo propio ocurre en la utilización del nonius (o vernier) para apreciar fracciones de longitud o de ángulos.

Limitación constructiva del instrumental de medición, será conveniente describirlo a medida que analicemos el instrumental topográfico, a lo largo del curso. No obstante podríamos citar un ejemplo que se intuye fácilmente: el teodolito es un instrumento que sirve para medir ángulos horizontales y verticales, a cuyo fin, posee limbos de cristal graduados (equivalentes a “transportadores” de gran precisión). Para que dicho teodolito mida ángulos con una aproximación auténtica de $1''$ es imprescindible que la marcación de los trazos de sus limbos se efectúe con una vacilación o error inferior a $0,25 \mu$, lo cual pese a la depuradísima técnica de la mecánica de alta precisión, es difícil lograr, quedando los limbos con errores de graduación.

Variación continua de las condiciones ambientales: temperatura, presión, humedad, etc., que a pesar de ser tenidos en cuenta, comprometen seriamente la *estabilidad dimensional o de funcionamiento* del instrumental de medición, como veremos oportunamente.

Clasificación de los errores.

Clasificación por su naturaleza	1. SISTEMÁTICOS	a. Verdaderos	Error Probable
	2. ACCIDENTALES	b. Aparentes	Error medio cuadrático de 1 observación Error medio cuadrático del promedio

1. Sistemáticos: Obedecen a leyes conocidas. Consecuentemente pueden anularse o bien reducirse sustancialmente sus efectos hasta un límite tal que permita despreciarlos en la generalidad de los casos.

Ejemplo: incidencia de la temperatura en la longitud de la cinta de agrimensor.

$$\text{Ley física: } l_t = l_0 (1 + \alpha \cdot \Delta t) \quad (*)$$

Conocido el coeficiente de dilatación α y evaluado Δt con un termómetro, se calcula la magnitud y el signo del error sistemático.

Por ejemplo se mide un longitud L con una cinta de 50,00 m. que fue contrastada a 20°C de temperatura. En el lapso de la medición la temperatura era de 45°C. Si el valor leído fue 425,12 m. Calcular su corrección.

Datos: $l_0 = 50,00$ m. (long. de la cinta empleada, a 20°C), $\alpha \cong 1/100.000$, $\Delta t = 25^\circ\text{C}$
de (*) : $l_t - l_0 = \Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t = 50.000 \text{ mm}/100.000 \times 25 = + 12,5 \text{ mm.}$ (por cintada)

La cinta se alargó 12,5 mm por cintada. Consecuentemente el valor que leímos, de 425,12 m. (atribuyéndole 50,00 m. a la cinta) es menor que el real (error sistemático negativo).

La corrección a efectuarse será: 12,5 mm. $425/50 \cong + 10 \text{ cm.}$ $L_{\text{corregida}} = 425,22 \text{ m.}$

2. Accidentales: Son fortuitos. Obedecen a la ley del azar. Consecuentemente su característica esencial, que los distingue netamente de los errores sistemáticos, es que tienen igual probabilidad de ser positivos o negativos. De allí que suelen ir precedidos del signo \pm . Además, tampoco puede evaluarse a priori de una medición; solamente es posible acotar el límite del error, o bien la probabilidad de un cierto entorno.

Ejemplo: la lectura de una escala graduada, con un nonio. Cometeremos un error en más o menos (\pm) cuyo entorno dependerá de la apreciación del nonios y de la acuidad visiva de nuestro ojo.

- A título ilustrativo cabría mencionar que los errores sistemáticos y accidentales en realidad no se hallan en estado puro. Tanto es así que suele decirse que “el error es uno solo “, que su parte controlable es sistemática y la restante accidental. Así, un error que por su naturaleza lo hemos calificado de sistemático, como en el caso de la

incidencia de la temperatura en la longitud de la cinta, tiene un matiz accidental por el hecho de que la temperatura de 45°C de la misma ha sido evaluada con una inseguridad de $\pm 2^{\circ}\text{C}$, por ejemplo.

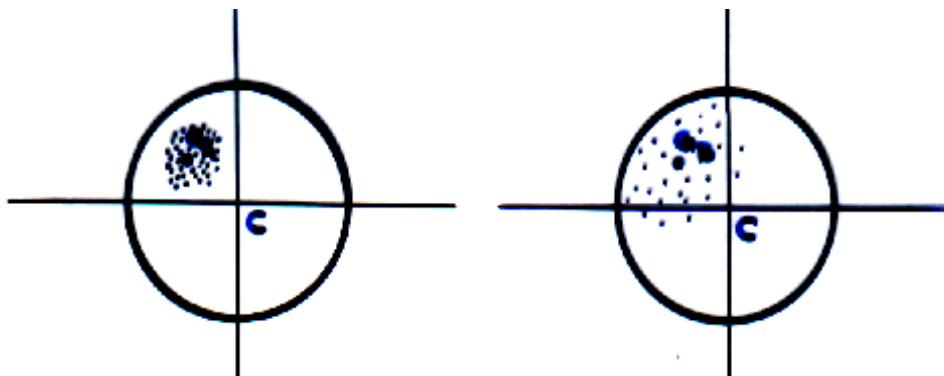
- Es sumamente importante determinar, atendiendo a su naturaleza, si el error es sistemático o accidental. Del primero puede predecirse su signo y su magnitud, a través de la ley que lo rige. Del segundo no puede predecirse ni su signo ni su magnitud, solamente la probabilidad de su entorno.

Un ejemplo frecuentemente citado para evidenciar la naturaleza sistemática o accidental de los errores es el del “tiro al blanco” (fig.56).

Supongamos que dos tiradores A y B utilicen un mismo fusil, en condiciones atmosféricas ideales, sin viento, y queremos evaluar la puntería de dichos tiradores.

Se supone además que ellos recién al final de la experiencia observan los impactos indicados en las figuras (para evitar influencias de los resultados parciales, que los induzca a variar intencionalmente la posición del fusil respecto del blanco).

Fig. 56



Del análisis de las figuras surgen las siguientes conclusiones:

- 1) Hay una causa inherente al fusil que produce una desviación sistemática del tiro hacia el sector superior izquierdo del blanco (tal vez sucede que la “recta “determinada por el guión y el alza no sea paralela al eje del caño).
- 2) El tirador A es superior al B pues se observa que la dispersión de sus impactos en torno a su baricentro G_A es menor que la de los impactos del tirador B en torno a G_B .

Es evidente que calibrando el fusil, o con otro casi perfecto, el baricentro G_A se acercará considerablemente al centro C del blanco, puesto que se ha detectado y anulado sustancialmente la causa que producía una desviación sistemática de sus impactos. También en el caso del tirador B el baricentro G_B de sus impactos se acercará al centro C del blanco (aunque en menor medida cuanto más reducido sea el número de impactos).

En el caso de las mediciones sucede algo similar: se mide varias veces una magnitud, con igual instrumental y tomando idénticas precauciones; en tal caso todos los valores leídos nos merecen igual grado de fe. Se dice también que son observaciones de igual precisión (o de igual “peso”).

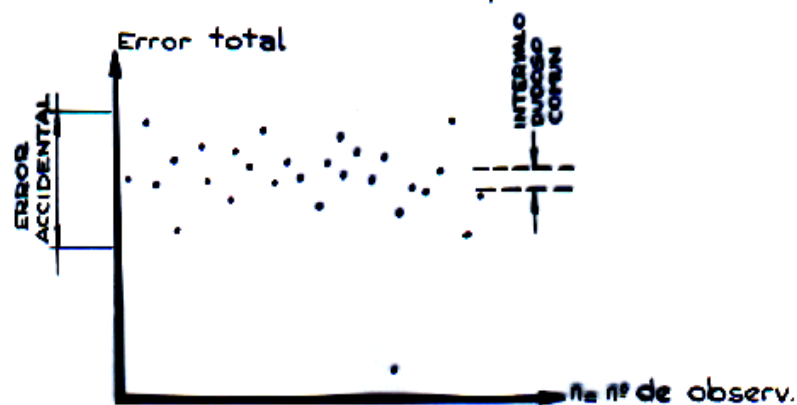
- Se intuye, y así lo establece Gauss, que la Media aritmética o Promedio es el valor más probable de la magnitud media (equivalente a G_A de fig. 56). Si los desvíos (diferencias entre cada lectura y el Promedio) son pequeños decimos que la medición tiene buena precisión (impactos del tirador A).

Pero si ha incidido inadvertidamente algún error sistemático importante (caso del fusil descorregido) concluimos en que la serie de mediciones posee Precisión pero no Exactitud, pues el Promedio o Media aritmética (G_A de fig. 56) difiere sustancialmente del valor exacto (centro C). En la práctica de las mediciones se trata siempre de evaluar todos los errores sistemáticos, de tal modo que la serie tenga precisión y a la vez exactitud acorde con la precisión del Promedio. Sintetizando podemos decir que ***si una serie tiene Exactitud también posee Precisión; pero teniendo Precisión, puede no tener Exactitud, debido a alguna causa sistemática*** (impactos de A, fig. 56).

- Cuando medimos no conocemos el “valor exacto”. En consecuencia, cuando obtenemos el Promedio, desconocemos su Exactitud, debiendo conformarnos con evaluar únicamente su Precisión, a través de la dispersión de los valores obtenidos.

En cuanto a su Exactitud (diferencia entre el Promedio y el valor exacto), en general no la conoceremos. No obstante, cuando intencionalmente se la determina (ej.: la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180°), se comprueba que su valor tiende a coincidir con el de la Precisión del Promedio. De allí que sea sumamente importante tener presente todas las causas de errores sistemáticos, cuya magnitud y signo pueden evaluarse según se ha dicho, y efectuar las correcciones correspondientes a cada una de las observaciones, de tal modo que éstas queden afectadas casi exclusivamente de errores accidentales (fig. 57).

FIG. 57



➤ Anular la incidencia de los errores sistemáticos será pues preocupación permanente durante nuestras mediciones topográficas. En la mayoría de los casos se logra completamente mediante métodos especiales; en otros, solamente pueden reducirse sustancialmente, pero no totalmente pues sus causas varían constantemente, como la temperatura en el caso de la medición lineal con cinta (equivalente a la variación de intensidad del viento en el caso real del “tiro al blanco” en el ejemplo supusimos viento nulo por razones de simplicidad didáctica). Pero ello no nos preocupará en tanto tengamos conciencia de que su incidencia es despreciable frente a la precisión exigida a nuestras mediciones.

Media Aritmética Simple.

La teoría que a continuación desarrollaremos tendrá en cuenta exclusivamente los errores accidentales.

Sea X una magnitud medida n veces con igual esmero, obteniéndose los valores $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$.

Dado que todos nos merecen igual grado de fe (tienen igual “peso “) se intuye que lo más razonable es adoptar como valor más probable de X a la media aritmética o Promedio de las observaciones efectuadas (1^{er} premisa de Gauss).

$$X_m = (X_1 + X_2 + \dots + X_n)/n = [X]/n \quad (1)$$

Interesa además establecer el grado de aproximación de X_m con respecto al valor exacto, como veremos más adelante.

Clasificación de los errores accidentales.

Reiterando

ACCIDENTALES Por su referencia	Verdaderos: $e_i = x_i - X_e$	Error Probable Error medio cuadrático de 1 observación Error medio cuadrático del promedio
	Aparentes: $v_i = x_i - X_m$	

Siendo x_i = valor de una observación aislada.

X_e = valor exacto.

X_m = Media aritmética o Promedio.

Sean 2 series de observaciones, cada una de ellas efectuadas con igual precisión, correspondientes a una misma magnitud lineal.

1º Serie			2º Serie		
Mediciones	v (cm)	v ²	Mediciones	v (cm)	v ²
X ₁ 414,13	- 10	100	X ₁ 414,30	+1	1
X ₂ 414,23	0	0	X ₂ 414,21	- 8	64
X ₃ 414,16	- 7	49	X ₃ 414,25	- 4	16
X ₄ 414,31	+ 8	64	X ₄ 414,29	0	0
X ₅ 414,21	- 2	4	X ₅ 414,30	+1	1
X ₆ 414,23	0	0	X ₆ 414,27	- 2	4
X ₇ 414,25	+ 2	4	X ₇ 414,47	+18	324
X ₈ 414,32	+ 9	81	X ₈ 414,28	- 1	1
X ₉ 414,19	- 4	16	X ₉ 414,26	- 3	9
X ₁₀ 414,27	+ 4	16	X ₁₀ 414,27	- 2	4
$\Sigma = 230$ cm	[v] = 0	[v ²]=334]	$\Sigma = 290$ cm	[v] = 0	[v ²]=424]
	[v]=46			[v]=40	
Xm = [x]/n = 414,23			Xm = [x]/n = 414,29		

Hemos arribado a dos promedios distintos: 414,23 m en la 1ra serie y 414,29 m en la 2da serie.

Para decidir sobre la calidad técnica de las mismas, en la primera instancia podríamos aplicar el siguiente criterio: considerar el promedio de los valores absolutos de errores aparentes v_i , denominado “Media de errores” “t” ó error probable, que ocupa, entre

todos los errores de una serie de observaciones, una posición equidistante de los errores extremos.

<u>1° Serie</u>	<u>2° Serie</u>
Media de errores ó error probable: $t = [v]/n = 46/10 = 4,6 \text{ cm}$	$t = 40/10 = 4,0 \text{ cm}$

Ello nos induciría a pensar que la 2da serie es mejor, pues tiene menor su “media de errores” (4,0 cm < 4,6 cm).

Sin embargo, veremos que ello no es así, si aplicamos el concepto de error medio, cuya expresión por definición, es la siguiente:

$$\text{Error medio cuadrático de una observación: } m = \sqrt{([e^2]/n)} = \sqrt{([v^2]/(n-1))} \quad (2)$$

Se define como **Error medio cuadrático de una observación** a la raíz cuadrada del promedio de los cuadrados de los errores verdaderos e_i . Como éstos son desconocidos, utilizamos los **errores aparentes** v_i , en cuyo caso, varía en una unidad el denominador del subradical. La expresión (2) muestra que para un valor de n suficiente grande los errores aparentes tienden a coincidir con los verdaderos, lo cual implica que la Media Aritmética X_m también tiende a coincidir con el valor exacto X_e (obsérvese que el denominador de ambos subradicales de la (2), n y n-1 son respectivamente el número de observaciones sobrantes).

Conviene remarcar que error medio cuadrático m de una observación, significa que es inherente a cualquiera de las observaciones, pues todas son de igual precisión. Aplicando la (2) a ambas series:

$$m = \sqrt{([v^2]/(n-1))} = \sqrt{(334/9)} = \pm 6 \text{ cm} \quad // \quad = \sqrt{(424/9)} = \pm 7 \text{ cm}$$

Se observa que la 1° Serie tiene menor *error medio* de observación. Este tiene la virtud de resaltar los desvíos o errores aparentes mayores, al ser éstos elevados al cuadrado (caso de la observación x_7 la 2° Serie)

Al error m se lo denomina también *índice de precisión*, y en torno a él gira toda la teoría de errores.

Podemos concluir pues que la 1° Serie es más precisa, según lo expuesto hasta al presente. No obstante, en nuestro espíritu queda latente la siguiente duda: en la 2° Serie $x_7 = 414,47\text{m}$ discrepa ostensiblemente con la media aritmética, en relación con las restantes ($v_7 = +18 \text{ cm}$) y es lógico presumir que dicha observación estuvo afectada de error grosero (o equivocación), en cuyo caso sería lícito eliminarla de la serie.

Propiedades de la Media Aritmética (informativo)

Hace nula la sumatoria de los errores aparentes

$$v_1 = x_1 - X_1$$

$$v_2 = x_2 - X_2$$

.....

$$v_n = x_n - X_n$$

sumando $[v] = [x] - n \cdot X_m = 0$ (pues según (1) $X_m = [x]/n$)

Hace nula la sumatoria de los errores aparentes

$$[v^2] = \text{Min}$$

Propagación de los errores (informativo)

Producto

Sea X el producto de una variable x cuyo error medio es m_x , por una constante a:

$$X = a \cdot x$$

Evidentemente el error medio de X será: $m_x = a \cdot m_x$

Suma

Dada la función $X = x_1 + x_2 + \dots + x_n$, el error medio será $m_x = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_n^2}$

Función lineal

De las expresiones del error medio inherentes al producto y a la suma, surge en forma inmediata que en la función del tipo:

$$X = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n$$

La expresión de su error será:

$$m_x = \sqrt{a_1^2 m_1^2 + a_2^2 m_2^2 + \dots + a_n^2 m_n^2}$$

Función no lineal

Nos queda por ver el caso de una función no lineal, de varias variables:

$$X = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

En este caso se llega a que el error medio sera:

$$m_x = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \cdot m_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \cdot m_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \cdot m_n^2}$$

Que es la **Expresión general de la propagación de los errores**

Error medio del promedio

Ya vimos que la expresión analítica del Promedio es

$$X_m = (X_1 + X_2 + \dots + X_n)/n = [X]/n \quad (1)$$

Aplicando la expresión general de propagación de los errores, tendremos:

$$m_{X_m} = \sqrt{\left(1/n\right)^2 \cdot m_1^2 + \left(1/n\right)^2 \cdot m_2^2 + \dots + \left(1/n\right)^2 \cdot m_n^2}$$

Pero recordemos que x_1, x_2, \dots, x_n son observaciones de igual precisión y ya hemos puntualizado que $m_1 = m_2 = \dots = m_n = m$ (error medio de una observación)

$$m_{X_m} = \sqrt{n \cdot (m^2/n^2)} \quad \therefore m_{X_m} = m / \sqrt{n}$$

Como es frecuente calcular el valor de m_{X_m} , se puede simplificar su nomenclatura reemplazándola por M, o sea:

Error medio cuadrático del Promedio de n observacion : $M = m / \sqrt{n} = \sqrt{\{v^2\}/(n-1). n}$

Obsérvese que para $n=4$ el error medio "M" del promedio vale la mitad de una observación; pero luego comienza a disminuir cada vez más levemente. Ello nos indica que no es atinado pretender mejorar la precisión del promedio (disminuir su error medio M) aumentando exageradamente el número "n" de observaciones, pues se corre el riesgo de que resulte contraproducente, al comenzar a incidir el cansancio del operador, las variaciones de las condiciones ambientales, inestabilidad del instrumental, etc., que pueden involucrar una causa de errores sistemáticos, e inclusive de errores groseros.

En las mediciones geodésicas, muy comprometidas en cuanto a la precisión que se pretende, suelen efectuarse series de hasta 16 observaciones. Pero en Topografía ello no es necesario. El criterio práctico aconsejable es el siguiente:

Partir siempre de la precisión exigida para el promedio, que dependerá de la necesidad técnica que debe cumplimentarse. O sea fijar el valor de M y luego escoger el instrumental y método de medición que nos permitan intuir el logro de un error m que cumpla la condición:

$$m \leq 2 M$$

En cuyo caso con $n = 4$ satisfaremos la exigencia establecida.

Desde luego que lo ideal es contar con instrumental que nos permita, mediante un par de mediciones, resolver el problema, inclusive con margen de seguridad; (siempre es aconsejable reiterar la medición, aunque no sea necesario para lograr la precisión exigida, a fin de poder evidenciar la presencia de algún error grosero o equivocación, muy frecuentes en las operaciones topográficas).

Ejemplo:

Se exige conocer el valor de un ángulo con un error $M = \pm 5''$.

Será conveniente contar con un teodolito cuya apreciación sea de $10''$, pues como veremos oportunamente, nos permite lograr un error medio de una observación: $m = \pm 10''$.

En cuyo caso, con cuatro reiteraciones:

$$M = m / \sqrt{n} = 10'' / \sqrt{4} = \pm 5''. \text{ (exigencia establecida)}$$

Error Absoluto y Error Relativo

Los errores medios lineales m_a son **absolutos** (ϵ_a).

Es muy usado en Topografía comparar el error absoluto de una medida con la medida de la magnitud, expresada de esa manera la bondad de la operación realizada. Es decir, el **error relativo** (ϵ_r) es el cociente entre el error absoluto y la magnitud medida (o calculada):

$$\epsilon_r = |\epsilon_a| / d$$

En las mediciones lineales el error relativo es más indicativo de su precisión que el error absoluto; si no consigna la magnitud medida crecería de significación.

Por ejemplo: no tiene mucho sentido decir que el error que se comete cuando se mide una distancia es de 3 cm, si no se compara con la longitud medida –aunque ésta sólo se conozca en forma aproximada-. Si la distancia es 75 mts, el error relativo es:

$$\varepsilon_{r50} = |\varepsilon_a| / d = 3\text{cm} / 75\text{m} = 3 / 7.500 = 1 / 2.500$$

Pero si la distancia es 200 mts, el mismo será:

$$\varepsilon_{r200} = 3\text{cm} / 300\text{m} = 3 / 30.000 = 1 / 10.000$$

Es evidente que la segunda medida, utilizando el mismo error absoluto, es de mejor calidad.

El error relativo es pues **sinónimo de precisión lineal**, y se acostumbra expresarlo en forma quebrada con la unidad como numerador.

En el campo de las mediciones topográficas las precisiones lineales obtenidas mediante distintos procedimientos oscilan entre 1/ 200 a 1 / 20.000.

Lo contrario ocurre en el caso de **las mediciones angulares; es el error absoluto $\varepsilon_a = m_a$** el que expresa **la precisión angular**, y no el error relativo



Próximo Tema 2 pequeños
instrumentos topográficos >>>>